**Aufgabe:** Bilineare Abbildung

In der vorherigen Übung wurde ein diskreter Integrator über die numerische Integration nach der Rechteckregel hergeleitet.

- Berechnen Sie aus den diskreten Integratoren für die Ober- und Untersumme die Übertragungsfunktion  $G_z(z)$  eines Integrators, der die Trapezregel verwendet. Zeichnen Sie das Blockschaltbild in  $z$ .
- Skizzieren Sie Pole und Nullstellen sowie die Sprung- und Impulsantwort.

Betrachten Sie jetzt die bilineare Abbildung

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

sowie ihre inverse Abbildung

$$z = \frac{2 + T s}{2 - T s}.$$

- Wo werden die Punkte  $z = 1$ ,  $z = 0$ ,  $z = j$ ,  $z = -j$  und  $z = -1$  auf die  $s$ -Ebene abgebildet? Wohin wird der  $z$ -Einheitskreis abgebildet?

*Hinweis: bilineare Abbildungen sind kreistreu*

- Kennzeichnen Sie den Bereich in  $z$  und  $s$ , der durch die bilineare Transformation die beste Approximation der inversen  $z$ -Transformation erfährt.

Gegeben sei nun die Übertragungsfunktion eines Integrators in  $s$ :

$$G(s) = \frac{1}{s}.$$

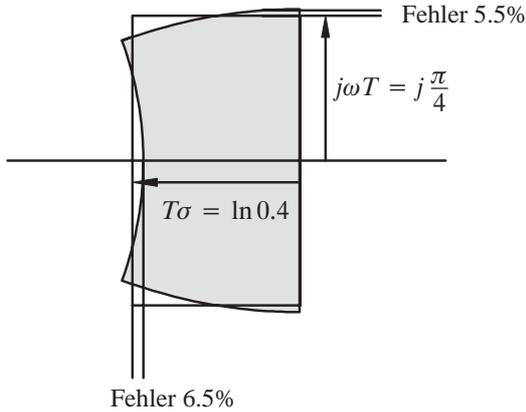
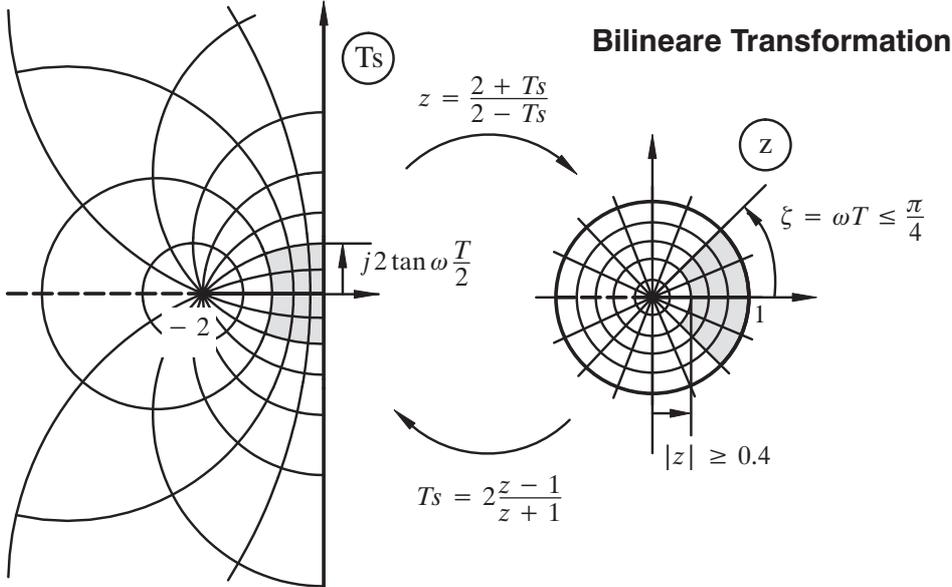
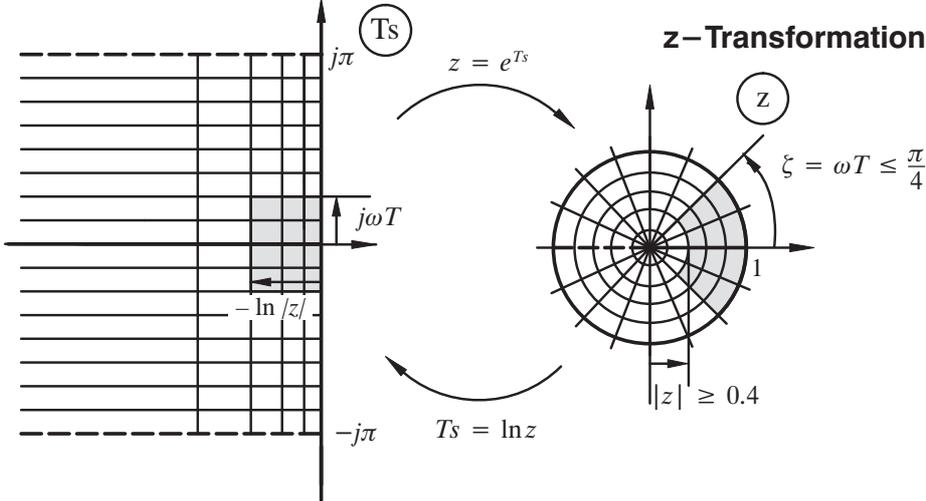
- Transformieren Sie den Integrator mit der bilinearen Transformation nach  $z$ .

Gegeben sei die Stufenübertragungsfunktion eines PT2-Gliedes:

$$(G_H G)_z(z) = r_1 \frac{z - z_{01}}{(z - z_1)(z - z_2)}.$$

- Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte. Was lässt sich über Pole und Nullstellen bei Verwendung der bilinearen Transformation feststellen? Unter welcher Voraussetzung liefert die bilineare Transformation eine gute Näherung für das ursprüngliche System in  $s$ ?

# Lokale Approximation der Z-Transformation durch eine bilineare Abbildung



**Abbildungsfehler**