Lösung Übung 20

Aufgabe: Auslegung von Kompensationsreglern in z

- **Bisher**: Reglerauslegung im Kontinuierlichen und Transformation nach z (Bilineare Transformation, vereinfachte Auslegung). $\Rightarrow$ Näherungsverfahren
- **Jetzt**: Reglerauslegung direkt in z.
- **Geg.**: PT_2-Strecke mit Halteglied

$$(G_H G)_z(z) = r_1 \frac{z - z_{01}}{(z - z_1)(z - z_2)} \tag{20.1}$$

mit $r_1 = 0.02$, $z_{01} = -0.819$, $z_1 = 0.607$, $z_2 = 0.905$ und $T = 0.5$

Vorgabe des Führungsverhaltens

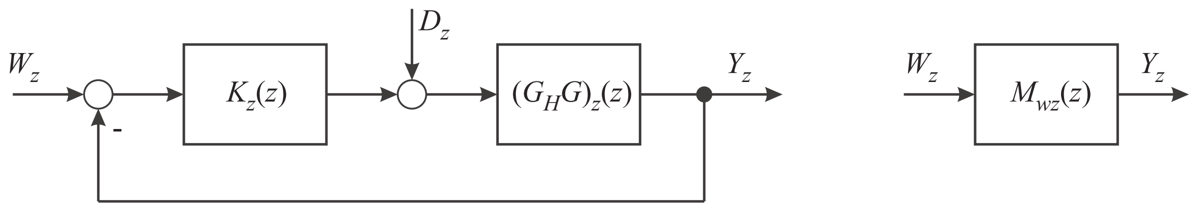


Bild 20.1: Kompensationregler für Führungsverhalten

Bestimme $K_z(z)$ so, dass der geschlossene Kreis $M_{wz}(z)$ entspricht.

a) Vorgabe einer Modellfunktion ohne Nullstelle:

$$M_{wz}(z) = \frac{1 + c_1 + c_0}{z^2 + c_1\, z + c_0} \tag{20.2}$$

Durch die zwei Pole des Nenners lässt sich die Eigenfrequenz und die Dämpfung des geschlossenen Kreises vorgeben. Der Zählerausdruck $1 + c_1 + c_0$ sorgt für eine stationäre Verstärkung von eins ($M_{wz}(1) = 1$). Es gilt:

$$t \to \infty \quad \Rightarrow \quad s \to 0 \quad \Rightarrow \quad z \to 1 \tag{20.3}$$

$$M_{wz}(z) \stackrel{!}{=} \frac{K_z\,(G_H G)_z}{1 + K_z\,(G_H G)_z} \tag{20.4}$$

$$M_{wz} + M_{wz}\, K_z\,(G_H G)_z = K_z\,(G_H G)_z \tag{20.5}$$

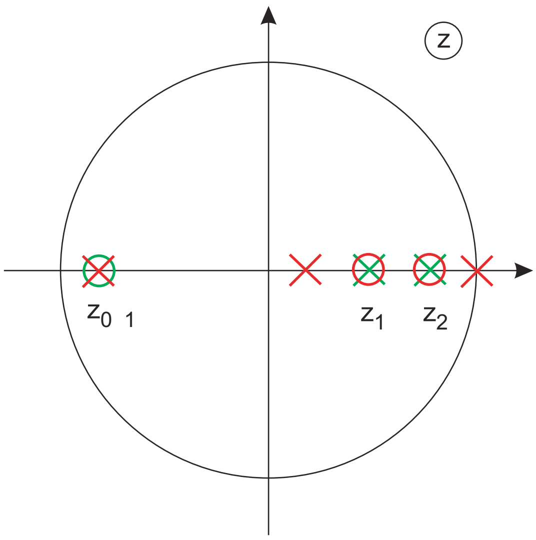
$$\Rightarrow \quad K_z = \frac{1}{(G_H G)_z} \cdot \frac{M_{wz}}{1 - M_{wz}} \tag{20.6}$$

K_z enthält das inverse Streckenmodell $\quad \Rightarrow \quad$ Kompensationsregler!

Durch Einsetzen erhält man:

$$K_z = \underbrace{\frac{1}{r_1}\,\frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z-z_{01}}}_{\text{inverse Strecke}}\,\frac{1+c_1+c_0}{z^2+c_1\,z+c_0-1-c_1-c_0} \tag{20.7}$$

$$= \frac{1+c_1+c_0}{r_1}\,\frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z-z_{01}}\,\frac{1}{(z-1)(z+c_1+1)} \tag{20.8}$$



Im offenen Kreis bleibt ein IT_1 übrig. Verhalten des geschlossenen Kreises: rückgekoppeltes $IT_1 \Rightarrow PT_2$
Alle Pole und Nullstellen der Strecke werden kompensiert.
Aber: Abtastungsbedingte Nullstelle der Strecke wird Pol des Reglers $\Rightarrow$ alternierende Stellgröße (u.U. instabil!)
Bei schwach gedämpften Strecken entstehen "verborgene Schwingungen" auf der kontinuierlichen Ausgangsgröße.

Bild 20.2: Pol-/ Nullstellenverteilung mit Kompensationregler für Führungsverhalten

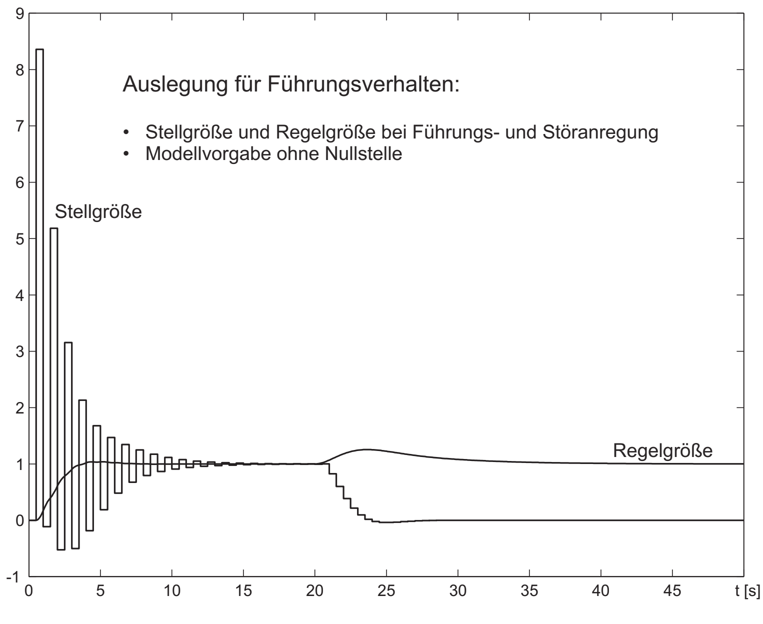


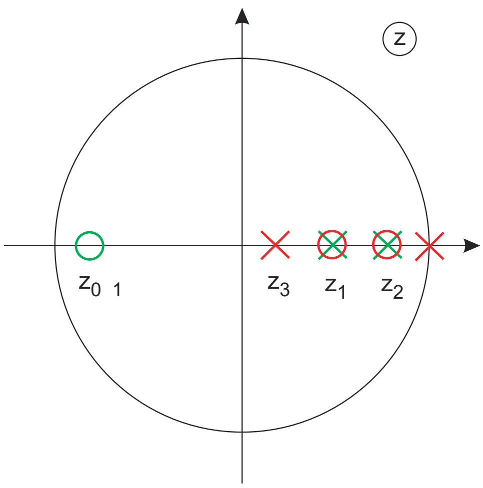
Bild 20.3: Sprungantwort und Stellgröße bei Modellfunktion ohne Nullstelle

b) Zählernullstelle der Strecke mit in Modell übernehmen.

$$M_{wz} = \frac{1+c_1+c_0}{1-z_{01}} \frac{z-z_{01}}{z^2+c_1\,z+c_0} \qquad \text{Vorfaktor sorgt für } M_{wz}(1)=1 \tag{20.9}$$

$$\begin{aligned}
K_z(z) &= \frac{1}{(G_H G)_z} \frac{M_{wz}}{1-M_{wz}} \\
&= \frac{1+c_1+c_0}{r_1} \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z-z_{01}} \frac{(1+c_1+c_0)(z-z_{01})}{(1-z_{01})(z^2+c_1\,z+c_0)-(1+c_1+c_0)(z-z_{01})} \\
&= \ldots \\
&= \frac{1+c_1+c_0}{r_1(1-z_{01})} \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z-z_3)} \qquad (20.10)
\end{aligned}$$

$$\text{mit } z_3 = \frac{c_0+z_{01}(c_1+1)}{1-z_{01}} \tag{20.11}$$



Nullstelle der Strecke wird <u>nicht</u> kompensiert.
Modellvorgabe muss wohlüberlegt sein. Abtastbedingte Nullstellen müssen berücksichtigt werden! Dann lässt sich das Problem der “verborgenen Schwingungen” vermeiden.

Bild 20.4: Pol-/ Nullstellenverteilung mit Kompensationregler für Führungsverhalten

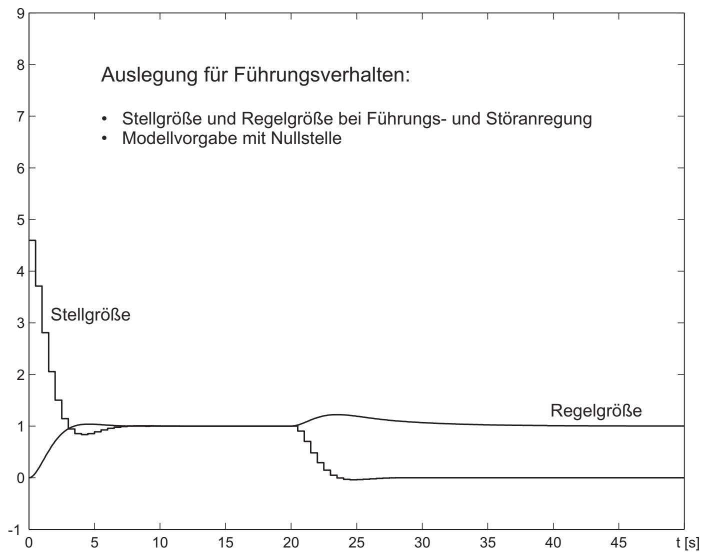


Bild 20.5: Sprungantwort und Stellgröße bei Modellfunktion mit Nullstelle

Hinweis: Hier sind keine verborgenen Schwingungen sichtbar, da die Amplitude zu klein ist. Bei schwach gedämpften schwingungsfähigen Strecken muss das nicht der Fall sein!

c) Störverhalten

$$\left.\frac{Y_z}{D_z}\right|_{W_z=0} = \frac{(G_H G)_z}{1 + K_z\,(G_H G)_z} = \frac{1}{K_z}\,M_{wz} \tag{20.12}$$

$$= \frac{r_1(1-z_{01})}{1+c_1+c_0}\,\frac{(z-1)(z-z_3)}{(z-z_1)(z-z_2)}\,\frac{z-z_{01}}{z^2+c_1\,z+c_0}\,\frac{1+c_1+c_0}{1-z_{01}} \tag{20.13}$$

$$= r_1\,\frac{(z-1)(z-z_3)(z-z_{01})}{(z-z_1)(z-z_2)(z^2+c_1\,z+c_0)} \tag{20.14}$$

Kein Freiheitsgrad mehr. Störverhalten ist vorgegeben!

Entkoppelte Vorgabe von Stör- und Führungsverhalten

1. Lege Regler für Störverhalten aus:

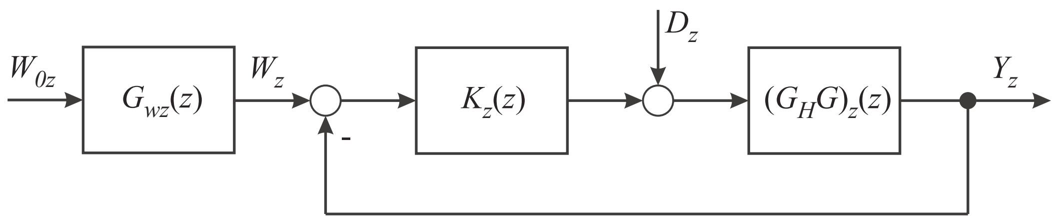


Bild 20.6: Geschlossener Kreis mit Führungsfilter

Umzeichnen für $W_{0z} = 0$:

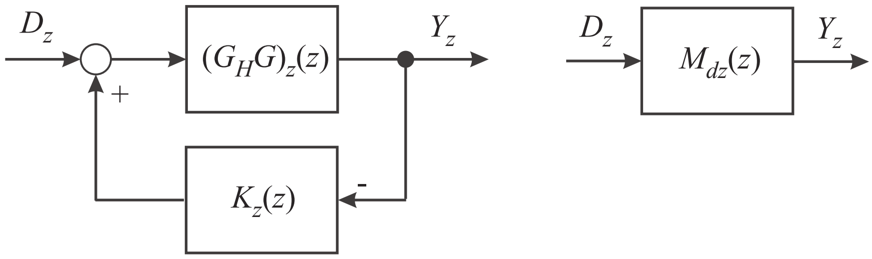


Bild 20.7: Störanregung

Bestimme K_z so, dass der geschlossene Kreis M_{dz} entspricht.

2. Bestimmen des Vorfilters G_{wz} ($D_z = 0$):

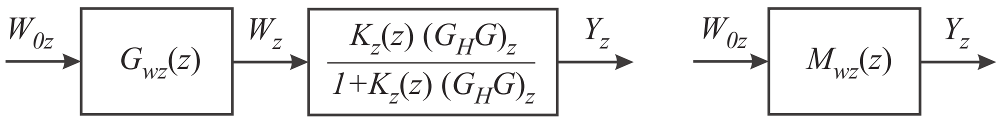


Bild 20.8: Führungsanregung

Bestimme G_{wz} so, dass die Übertragungsfunktion von $W_{0z} \mapsto Y_z$ der Modellfunktion M_{wz} entspricht.

d) Vorgabe für Störverhalten

$$M_{dz} = \frac{(G_HG)_z}{1 + K_z\,(G_HG)_z} \stackrel{!}{=} \underbrace{\frac{z-1}{z-z_{Md}}}_{\text{realer Diff.}}\ (G_HG)_z(z) \tag{20.15}$$

$$(G_HG)_z = M_{dz} + M_{dz}\,K_z\,(G_HG)_z \tag{20.16}$$

$$\begin{aligned} K_z &= \frac{(G_HG)_z - M_{dz}}{(G_HG)_z\,N_{dz}} = \frac{1}{M_{dz}} - \frac{1}{(G_HG)_z} \\ &= \frac{(G_HG)_z\left[1 - \frac{z-1}{z-z_{Md}}\right]}{(G_HG)_z^2 \quad \frac{z-1}{z-z_{Md}}} = \frac{z - z_{Md} - z + 1}{(G_HG)_z\,(z-1)} \\ &= \frac{1 - z_{Md}}{r_1}\,\frac{(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z-z_{01})} \end{aligned} \tag{20.17}$$

Problem ist wieder die alternierende oder gar aufklingende Stellgröße, da die Nullstelle der Strecke nahe $z = -1$ zum Pol des Reglers wird.

e) Führungsfilter:

$$G_{wz}\,\frac{K_z\,(G_HG)_z}{1 + K_z\,(G_HG)_z} \stackrel{!}{=} M_{wz} \tag{20.18}$$

$$G_{wz}\, K_z\, M_{dz} = M_{wz} \qquad \Rightarrow \qquad G_{wz} = \frac{M_{wz}}{K_z\, M_{dz}} \qquad \text{gilt allgemein!} \tag{20.19}$$

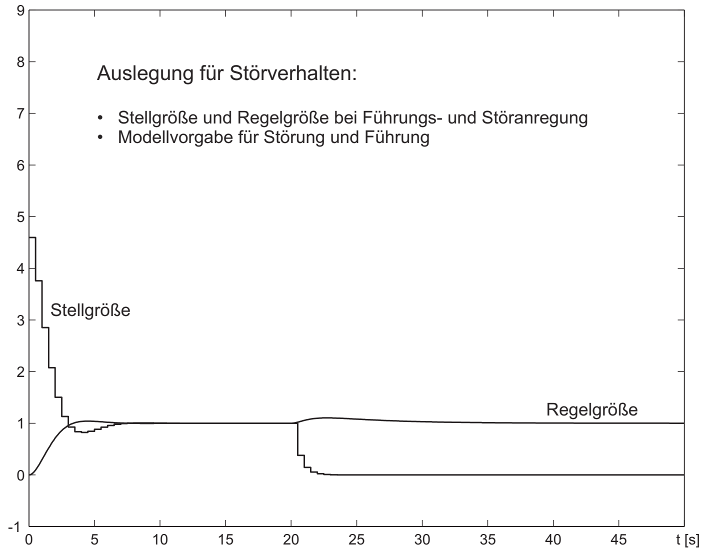


Bild 20.9: Sprungantwort und Stellgröße bei getrennter Modellvorgabe für Störung und Führung