Lösung Übung 14

Aufgabe: Wurzelortskurve (2)

a) Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises:

$$G_g(s) = \frac{K_R\,K_S\,(T_n\,s+1)}{T_n\,T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,(T_n\,s+1)} \tag{14.1}$$

Charakteristische Gleichung:

$$\mathcal{N}(s) = T_n\,T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,(T_n\,s+1) = 0 \tag{14.2}$$

b) Bestimmung von $G'_k(s)$: Die Pole des geschlossenen Kreises werden durch folgende Gleichung bestimmt:

$$T_n\,T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,(T_n\,s+1) \stackrel{!}{=} 0 \tag{14.3}$$

Für die Untersuchung mit der Wurzelortskurve muss 14.3 in die folgende Standard-Form überführt werden:

$$1 + k \cdot G'_k(s) \stackrel{!}{=} 0 \tag{14.4}$$

Faktorisieren von Gleichung 14.3 nach T_N liefert:

$$T_n\left[T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,s\right]+K_R\,K_S = 0 \tag{14.5}$$

Da die Wurzelortskurve die Lage der Pole beschreibt, ist die charakteristische Gleichung stets null. Die folgende Umformung ist also möglich:

$$\begin{aligned} T_n\left[T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,s\right]+K_R\,K_S &= 0 \\ 1 + \underbrace{\frac{1}{T_n}}_{k} \cdot \underbrace{\frac{K_R\,K_S}{T_i\,s^2\,(1+T_1\,s)+K_R\,K_S\,s}}_{G'_k(s)} &= 0 \end{aligned} \tag{14.6}$$

Durch Vergleich von Gleichung 14.4 und Gleichung 14.6 ergibt sich $G'_k(s)$ zu:

$$G'_k(s) = \frac{K_R\,K_S}{T_i\,T_1\,s^3+T_i\,s^2+K_R\,K_S\,s} \tag{14.7}$$

c) Pole:

$$T_i\,T_1\,s^3+T_i\,s^2+K_R\,K_S\,s = 0 \tag{14.8}$$

$$s_1 = 0, \quad s_{2,3} = -1.67 \pm 5\,\mathrm{j} \tag{14.9}$$

d) Asymptotenschnittpunkt:

$$\sigma_A = \frac{1}{3}(0-1.67-1.67) = -1.11 \tag{14.10}$$

Asymptotenwinkel:

$$\Phi_1 = 60^o \quad (14.11)$$
$$\Phi_2 = 180^o \quad (14.12)$$
$$\Phi_3 = 300^o \widehat{=} -60^o \quad (14.13)$$

e) Verzweigungs-/Vereinigungspunkt:
Es existiert kein Verzweigungs- oder Vereinigungspunkt, da nur ein Pol auf der reellen Achse liegt.

f) Skizze der Wurzelortskurve:

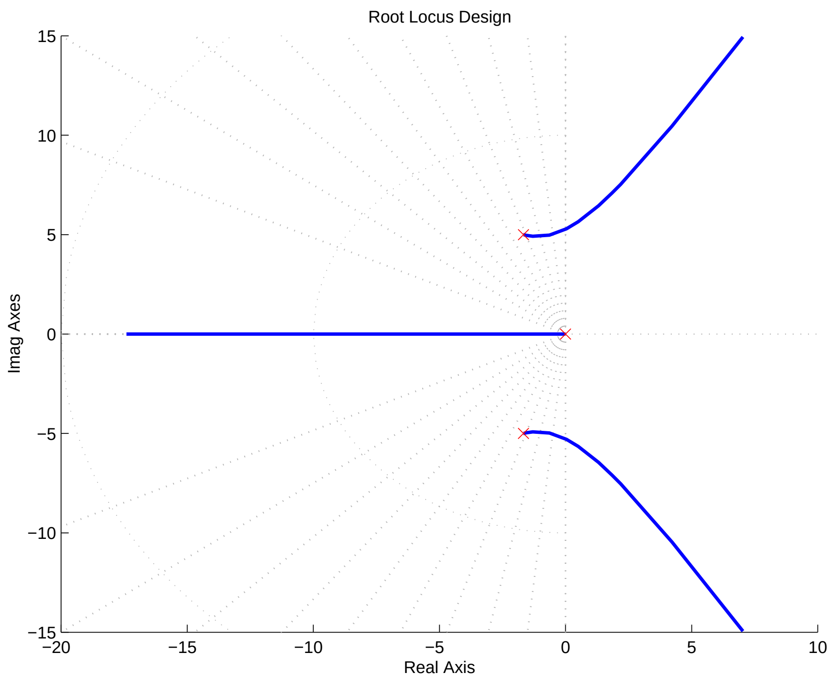

Bild 14.1: Wurzelortskurve

Diskussion:

- WOK links der imaginären Achse $\rightarrow$ stabil
- WOK schneidet imaginäre Achse $\rightarrow$ Dauerschwingung
- WOK rechts der imaginären Achse $\rightarrow$ instabil