Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher
Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3836

Klausuraufgaben Grundlagen der Regelungstechnik 06.08.2014

Name: ________________ Vorname: ________________

Matr.-Nr.: ________________ Studiengang: ________________

1:	2:	3:	4:	5:	

Summe: ________ Note: ________

Einverständniserklärung

Ich erkläre mich einverstanden, dass meine Note mit Matrikelnummer im Institut für Regelungstechnik ausgehängt wird.

____
Datum, Unterschrift

Zugelassene Hilfsmittel:

Zwei handschriftlich beschriebene Seiten DIN A4 (1 Blatt beidseitig oder 2 Blatt einseitig) im Original (keine Kopie) und ein nicht programmierbarer Taschenrechner.
Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.
Achten sie bei der Erstellung von Diagrammen auf die korrekte Beschriftung der Achsen und machen sie signifikante Punkte kenntlich.
Fehlende Achsenbeschriftung führt zu **Punktabzug**.
Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden. **Keine Rückseiten beschreiben**.
Keine roten Stifte verwenden.

1 Modellbildung/Linearisierung

Zeitvorschlag: 40 Minuten

Um auf anschauliche Weise das Grundprinzip einer Drehstromübertragung mit Synchronmaschinen deutlich zu machen, wird ein weitgehend idealisiertes Übertragungsmodell betrachtet.

Es soll untersucht werden, wie sich zwei Synchronmaschinen verhalten, die durch eine vereinfachte Leitung verbunden sind. Die entsprechenden Gleichungen ergeben sich, unter Berücksichtigung von Antriebs- und Lastkennlinien, zu

$$\Theta_1 \frac{d}{dt} \left(\omega_1(t)\right) + \frac{1}{\beta_1} \omega_1 = m_A(t) - m_k \sin\left(\lambda(t)\right) , \tag{1}$$

$$\Theta_2 \frac{d}{dt} \left(\omega_2(t)\right) + \frac{1}{\beta_2} \omega_2 = -m_L(t) + m_k \sin\left(\lambda(t)\right) , \tag{2}$$

$$\frac{d\,\lambda(t)}{dt} = \omega_1(t) - \omega_2(t) \,. \tag{3}$$

Die Dynamik der Kreisfrequenzen der Synchronmaschinen $\omega_1(t)$ und $\omega_2(t)$ wird durch das Antriebsmoment $m_A(t)$ und das Lastmoment $m_L(t)$ sowie einem nichtlinearen Kopplungsmoment beschrieben.

a) Skizzieren Sie das Gesamtsystem mit der Eingangsgröße $m_A(t)$, der Störgröße $m_L(t)$ und den Ausgängen $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ und $\lambda(t)$ in Form eines Blockschaltbildes.

Das Lastverhalten einer Synchronmaschine an einem starres Netz kann ebenfalls simuliert werden. Es gilt für die Kreisfrequenz des starren Netzes $\omega_1 = \text{const.} = \omega_0$. Die Differentialgleichung der Antriebsmaschine (1) entfällt.

b) Skizzieren Sie das vereinfachte Lastsystem mit der Eingangsgröße $m_L(t)$ und den Ausgängen $\omega_2(t)$ und $\lambda(t)$ in Form eines Blockschaltbildes.

Die Energieeinspeisung einer Synchronmaschine in ein starres Netz kann ebenfalls simuliert werden. Es gilt für die Kreisfrequenz des starren Netzes $\omega_2 = \text{const.} = \omega_0$. Die Differentialgleichung der Lastmaschine (2) entfällt.

c) Skizzieren Sie das vereinfachte System der Einspeisung mit der Eingangsgröße $m_A(t)$ und den Ausgängen $\omega_1(t)$ und $\lambda(t)$ in Form eines Blockschaltbildes.

d) Bestimmen Sie das Drehmoment $m_{A,0}$ für den statischen Gleichgewichtspunkt $\omega_1 = \omega_0$ und $-\frac{\pi}{2} < \lambda_0 < \frac{\pi}{2}$ für das vereinfachte System.

e) Linearisieren Sie das Teilsystem von $m_A(t)$ nach $\lambda(t)$ für den Arbeitspunkt λ_0. Skizzieren Sie das resultierende lineare System als Blockschaltbild.

f) Welches Systemverhalten liegt für das linearisierte System von der Eingangsgröße $\Delta m_A(t)$ zur Abweichung des Winkels $\Delta\lambda(t)$ aus dem Arbeitspunkt λ_0 vor? Ist das System für den angegebenen Bereich von λ_0 stabil?

2 Systemanalyse

Zeitvorschlag: 43 Minuten

Gegeben ist die folgende Strecke

$$G(s) = \frac{1}{(\frac{1}{\omega_0^2}\, s^2 + \frac{2\,D}{\omega_0}\, s + 1)} \frac{-T_2\, s + 1}{(T_1\, s + 1)}$$

Für die Parameter gilt: $D = 1$, $\frac{1}{\omega_0} < T_1 < T_2$

a) Warum ist die Strecke nicht minimalphasig? Stellen Sie die Strecke als ein minimalphasiges System $G_{MP}(s)$ und einen Allpass $G_{AP}(s)$ dar.

b) Welche Ordnung hat das System $G(s)$? Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der Strecke und skizzieren Sie diese in ein Pol-/Nullstellendiagramm.

c) Berechnen Sie die Impulsantwort $g(t)$ des Allpasses $G_{AP}(s)$ und skizzieren Sie diese.

Hinweis: Die Anfangssteigung und der stationäre Endwert müssen in der Skizze klar erkennbar sein.

d) Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$ des Allpasses $G_{AP}(s)$ und skizzieren Sie diese.

Hinweis: Die Anfangssteigung und der stationäre Endwert müssen in der Skizze klar erkennbar sein.

e) Skizzieren Sie das Bodediagramm der minimalphasigen Übertragungsfunktion $G_{MP}(s)$.

f) Skizzieren Sie das Bodediagramm des Allpasses $G_{AP}(s)$ in ein neues Diagramm.

g) Skizzieren Sie das Bodediagramm der Strecke $G(s)$ in ein neues Diagramm.

h) Skizzieren Sie die Ortskurve der Strecke $G(s)$.

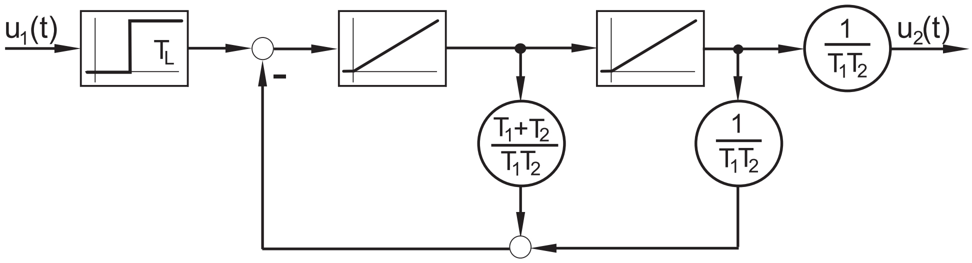
i) Ist das System mit einer negativen Einheitsrückführung stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

3 Kaskadenregelung

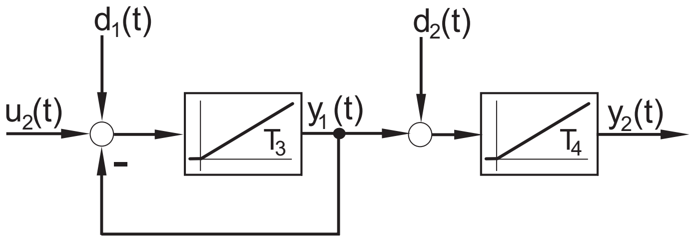
Zeitvorschlag: 26 Minuten

Für eine IT1-Strecke soll eine mehrschleifige Regelung entworfen werden. Dabei darf die Dynamik des Stellgliedes nicht vernachlässigt werden.

- Blockschaltbild des Stellgliedes



- Blockschaltbild der Strecke



a) Zur weiteren Vereinfachung ist zunächst die Übertragungsfunktion $G_u(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$ des Stellgliedes anzugeben und durch eine Ersatzstrecke erster Ordnung zu approximieren.

b) Die dargestellte Strecke soll mit einer zweistufigen Kaskadenregelung stabilisiert werden. Welchen Regler würden Sie für den inneren Regelkreis (Ausgangsgröße y_1) und den äußeren Regelkreis (Ausgangsgröße y_2) verwenden? Beide Regler sollen stationäre Genauigkeit gegenüber den Störungen $d_1(t)$ und $d_2(t)$ garantieren.

c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild der gesamten Struktur. Benutzen Sie dabei vereinfachend für das Stellglied die Ersatzstrecke.

Hinweis: Konnten Sie Teilaufgabe a) nicht lösen, so benutzen Sie stattdessen ein allgemeines PT1-Glied.

d) Legen Sie die innere Kaskadenschleife auf eine Dämpfung von $D = 1$ aus.

e) Auf den Eingang der inneren Kaskade wird ein sprungförmiges Signal gegeben. Skizzieren Sie den Verlauf des Ausgangssignals $y_1(t)$.

Hinweis: Die äußere Kaskade wurde noch nicht geschlossen.

f) Für die Auslegung der äußeren Kaskade muss die innere Schleife vereinfacht werden. Geben Sie die Übertragungsfunktion der inneren Schleife an und approximieren Sie diese anschließend durch ein Ersatz-Glied. Geben Sie dessen Parameter dabei in bekannten Größen der Strecke bzw. des approximierten Stellgliedes an.

g) Legen Sie die äußere Kaskade nun für eine Dämpfung von $D = 1$ aus. Welches Auslegungsverfahren bietet sich an? Bestimmen Sie die Parameter des PI-Reglers entsprechend diesem Verfahren und geben Sie sie in Größen der Strecke bzw. des Stellgliedes an.

4 Wurzelortskurve

Zeitvorschlag: 28 Minuten

Gegeben ist die Strecke:

$$G(s) = \frac{(s+1)(s+5)}{(s+4)(s^2-3s+2)}$$

a) Berechnen Sie die Lage der Pole und Nullstellen und zeichnen Sie das Pol/Nullstellendiagramm. Handelt es sich um ein stabiles System? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

b) Die Strecke soll mit einem Regler der Form

$$K(s) = V\frac{T_i s + 1}{T_i s}$$

geregelt werden. Wählen Sie die Zeitkonstante des Reglers und begründen Sie Ihre Wahl.

Über das Verfahren der Wurzelortskurve soll bestimmt werden, ob das System durch den Verstärkungsfaktor V des Reglers stabilisiert werden kann.

c) Bringen Sie den Nenner des *geschlossenen* Kreises in die für die Untersuchung mit der Wurzelortskurve charakteristische Form

$$1 + kG_k'(s)$$

und geben Sie $G_k'(s)$ explizit an. Zeichnen Sie das Pol-/Nullstellendiagramm von $G_k'(s)$.

d) Gibt es im vorliegenden Fall Pole, die für $k \to \infty$ ins Unendliche laufen? Begründen Sie Ihre Aussage. Bestimmen Sie, falls zutreffend, den Winkel der entsprechenden Asymptoten.

e) Berechnen Sie den Schwerpunkt der Wurzelortskurve. Welche Abschnitte auf der reellen Achse sind Teil der Wurzelortskurve?

f) Gibt es Vereinigungs- bzw. Verzweigungspunkte auf der reellen Achse? Wenn ja, wo liegen diese?
Hinweis: Die Angabe eines Intervalls reicht aus. Eine exakte Berechnung dieser Punkte ist nicht erforderlich.

g) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve. Kennzeichnen Sie charakteristische Werte.

h) Ist das System durch den Verstärkungsfaktor V stabilisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Wurzelortskurve.

5 Differenzengleichung

Zeitvorschlag: 43 Minuten

Gegeben sei folgendes digitales Filter:

$$M_{wz}(z) = \frac{z - \frac{3}{4}}{z^2 - z + \frac{1}{4}}$$

a) Zeichnen Sie das dazugehörige BSB in Beobachtungsnormalform.

b) Geben Sie die zu $M_{wz}(z)$ gehörige Differenzengleichung an.

c) Berechnen Sie die ersten 5 Werte ($k = 0 \ldots 4$) der Sprungantwort des Filters und skizzieren Sie diese.

Es gilt für die Anregung $w(k)$:

$$w(k) = \begin{cases} 0 & \text{für } k < 0 \\ 1 & \text{für } k \geq 0 \end{cases}$$

d) Geben Sie den stationären Endwert der Sprungantwort des Filters $y(k)$ für $k \to \infty$ an.

e) Um welche Art von Filter handelt es sich?

Das Filter $M_{wz}(z)$ ergibt sich als Führungsübertragungsfunktion eines geschlossenen Regelkreises mit Kompensationsregler $K_z(z)$. Die Strecke sei durch exakte Z-Transformation mit $(G_H G)_z(z) = \dfrac{z - 0{,}9}{z^2 - 1{,}5z + 0{,}5}$ gegeben. Die Abtastzeit betrage dabei $T = 1\,\mathrm{ms}$.

f) Berechnen Sie die Pole der diskretisierten Strecke $(G_H G)_z(z)$, sowie der kontinuierlichen $G(s)$. Welche Anteile der Streckendynamik werden deutlich? Welche Aussage kann über die Nullstellen gemacht werden?

g) Bestimmen Sie einen zeitdiskreten Kompensationsregler $K_z(z)$, der bei vorliegender Strecke die Führungsübertragungsfunktion $M_{wz}(z)$ des geschlossenen Regelkreises liefert.

h) Handelt es sich bei dem entworfenen Regler um einen Dead-Beat-Regler oder sind dazu Modifikationen an $M_{wz}(z)$ nötig? Geben Sie diese falls nötig an und begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Korrespondenzen zur $\mathcal{L}$- und $\mathcal{Z}$-Transformation

Nr.	Zeitfunktion $f(t)$	$\mathcal{L}$-Transformierte $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$\mathcal{Z}$-Transformierte $F_z(z) = \mathcal{Z}\{f(kT)\}$ mit $f(kT) = f(t)\,\|_{t=kT}$
1	δ-Impuls $\delta(t)$	1	1
2	Einheitssprung $\sigma(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
3	$t\,\sigma(t)$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
4	$t^2\,\sigma(t)$	$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
5	$e^{-at}\,\sigma(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-c}$; $c = e^{-aT}$
6	$te^{-at}\,\sigma(t)$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{cTz}{(z-c)^2}$; $c = e^{-aT}$
7	$t^2 e^{-at}\,\sigma(t)$	$\frac{2}{(s+a)^3}$	$\frac{cT^2 z(z+c)}{(z-c)^3}$; $c = e^{-aT}$
8	$(1-e^{-at})\,\sigma(t)$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{(1-c)z}{(z-1)(z-c)}$; $c = e^{-aT}$
9	$\sin(\omega_0 t)\,\sigma(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\frac{z\,\sin\omega_0 T}{z^2 - 2z\,\cos\omega_0 T + 1}$
10	$\cos(\omega_0 t)\,\sigma(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\frac{z^2 - z\,\cos w_0 T}{z^2 - 2z\,\cos\omega_0 T + 1}$
11	$(1-(1+at)\,e^{-at})\,\sigma(t)$	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-c} - \frac{acTz}{(z-c)^2}$; $c = e^{-aT}$
12	$\left(1 + \frac{be^{-at} - ae^{-bt}}{a-b}\right)\sigma(t)$	$\frac{ab}{s(s+a)(s+b)}$	$\frac{z}{z-1} + \frac{bz}{(a-b)(z-c)} - \frac{az}{(a-b)(z-d)}$ $c = e^{-aT}$; $d = e^{-bT}$
13	$e^{-at}\,\sin(\omega_0 t)\,\sigma(t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$\frac{cz\,\sin\omega_0 T}{z^2 - 2cz\,\cos\omega_0 T + c^2}$; $c = e^{-aT}$
14	$e^{-at}\,\cos(\omega_0 t)\,\sigma(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$\frac{z^2 - cz\,\cos\omega_0 T}{z^2 - 2cz\,\cos\omega_0 T + c^2}$; $c = e^{-aT}$
15	$a^{t/T}\,\sigma(t)$	$\frac{1}{s-(1/T)\ln a}$	$\frac{z}{z-a}$