

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) Vollständiges Messergebnis für $p = f(m, g, D, k)$ mit $P = 99\%$:

Die gegebene Gleichung lautet:

$$p = \frac{4 \cdot M \cdot g}{\pi \cdot D^2} \quad (1.1)$$

Dabei wird die Gesamtmasse M durch k Einzelmassen m gebildet:

$$M = \sum_{i=1}^k m_i \quad (1.2)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: m, g, D

Als exakt anzusehende Einflussgrößen: k

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der aus k Einzelmassen m zusammengesetzten Gesamtmasse M :

Gemäß Gleichung (1.2) ergibt sich die Gesamtmasse M als Summe der Einzelmassen m_i von $k = 7$ Massestücken zu:

$$M = \sum_{i=1}^7 m_i$$

Daraus folgt für den Mittelwert der Gesamtmasse:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^7 \bar{m}_i = 7 \cdot \bar{m}_i = 7 \cdot 3 \text{ kg} = 21 \text{ kg}$$

Da die Abweichungen der $k = 7$ unabhängigen Einzelmassen unkorreliert sind, errechnet sich die Unsicherheit der Gesamtmasse zu:

$$u_M = \sqrt{\sum_{i=1}^7 (u_{m_i})^2} = \sqrt{7} \cdot u_{m_i} = \sqrt{7} \cdot 0,001 \text{ kg} \approx 0,002646 \text{ kg} = 2,646 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Die Gesamtmasse M beträgt somit:

$$M = 21 \text{ kg} \pm 2,646 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ; P = 99\%$$

Da sich die Unsicherheitsangabe der Fallbeschleunigung g auf $P = 95\%$ bezieht, ist eine Umrechnung auf $P = 99\%$ erforderlich:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem Stichprobenumfang ($n_g \rightarrow \infty$) folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{\infty;0,995} = 2,576$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{\infty;0,975} = 1,96$$

$$\Rightarrow u_{g,99\%} = 0,0012 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{2,576}{1,96} \approx 1,577 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$g = 9,8081 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \pm 1,577 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; P = 99\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses des Durchmessers D aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \bar{D} = 10,003 \text{ mm}$$

$$\text{Streuung: } S_D \approx 0,006279 \text{ mm}$$

Vertrauensbereich:

$$u_D = \frac{S_D}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

$$\text{mit: } n = n_D = 8$$

$$\alpha = 0,01$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{7;0,995} = 3,499$$

$$\Rightarrow u_D = \frac{0,006279 \text{ mm}}{\sqrt{8}} \cdot 3,499 \approx 0,007768 \text{ mm}$$

$$D = 10,003 \text{ mm} \pm 0,007768 \text{ mm} ; P = 99\%$$

oder in SI-Basiseinheiten:

$$D = 1,0003 \cdot 10^{-2} \text{ m} \pm 7,768 \cdot 10^{-6} \text{ m} ; P = 99\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\bar{p}$:

$$\begin{aligned}\bar{p} &= \frac{4 \cdot \bar{M} \cdot \bar{g}}{\pi \cdot \bar{D}^2} \\ &= \frac{4 \cdot 21 \text{ kg} \cdot 9,8081 \text{ m}}{\pi \cdot (1,0003 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot \text{s}^2} \approx 2620919,98 \text{ Pa} \approx 2,62092 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Partielle Ableitungen:

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial p}{\partial M} \right|_{\bar{M}, \bar{g}, \bar{D}} &= \frac{4 \cdot \bar{g}}{\pi \cdot \bar{D}^2} = \frac{4 \cdot 9,8081 \text{ m}}{\pi \cdot (1,0003 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot \text{s}^2} \\ &\approx 124805,71 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \approx 1,2481 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{s}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial p}{\partial g} \right|_{\bar{M}, \bar{g}, \bar{D}} &= \frac{4 \cdot \bar{M}}{\pi \cdot \bar{D}^2} = \frac{4 \cdot 21 \text{ kg}}{\pi \cdot (1,0003 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} \\ &\approx 267219,95 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \approx 2,6722 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial p}{\partial D} \right|_{\bar{M}, \bar{g}, \bar{D}} &= -\frac{8 \cdot \bar{M} \cdot \bar{g}}{\pi \cdot \bar{D}^3} = -\frac{8 \cdot 21 \text{ kg} \cdot 9,8081 \text{ m}}{\pi \cdot (1,0003 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 \cdot \text{s}^2} \\ &\approx -524026787,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \approx -5,2403 \cdot 10^8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}\end{aligned}$$

Vertrauensbereich u_p :

$$u_p = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial M} \cdot u_M \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial g} \cdot u_g \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial D} \cdot u_D \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$\begin{aligned}u_p &= \sqrt{(1,2481 \cdot 10^5 \cdot 2,646 \cdot 10^{-3})^2 + (2,6722 \cdot 10^5 \cdot 1,577 \cdot 10^{-3})^2 + (-5,2403 \cdot 10^8 \cdot 7,768 \cdot 10^{-6})^2} \text{ Pa} \\ &\approx 4105 \text{ Pa} = 4,105 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}\end{aligned}$$

Vollständiges Messergebnis des Drucks p :

$$\mathbf{p = 2,62092 \text{ MPa} \pm 4,105 \cdot 10^{-3} \text{ MPa} ; P = 99\%}$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf U-Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die von Ihnen aufgezeichneten und normierten Störsignale auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ einer U-Verteilung mit $A = 1$ genügen. Die Signalpegel im Intervall $[-A', A']$ wurden bereits auf den maximal aufgezeichneten Signalpegel als Schätzwert für die unbekannte Amplitude A' normiert und in acht Klassen mit einer Breite von jeweils 0,25 eingeteilt.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i kann die als geschlossene Funktion beschreibbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der U-Verteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ lautet:

$$P(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{A}\right)$$

Hierin ist A die maximale Amplitude der Signale. Aufgrund der vorgenommenen Normierung beträgt die Amplitude im vorliegenden Fall $A = 1$. Die Größe x bezeichnet die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall die normierten und daher einheitenlosen Signalpegel im Intervall $[-1, 1]$.

Hinweis: Die in der Aufgabenstellung ebenfalls angegebene Dichtefunktion $h(x)$ wird zur Lösung der Aufgabe nicht benötigt.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten B_i zeigt zunächst, dass keine Klassen existieren, die nicht die geforderte Mindestbesetzungszahl von $B_i \geq 5$ aufweisen. Es findet daher an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen statt.

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten p_i , also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$, also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall -1 bis x_i , bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der U-Verteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einem normierten Signalpegel von -1 bis $-0,75$, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes $P(x_i)$ beispielsweise:

$$P(x_i = -0,75) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{-0,75}{1}\right) \approx 0,23005$$

Als maßgeblicher x -Wert wird hier also die Klassenobergrenze von $-0,75$ eingesetzt. Weiterhin fließt der Parameter $A = 1$ der zu testenden Verteilung in die Berechnung ein. Die analog hierzu berechneten $P(x_i)$ -Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf fünf Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Hinweis: Bei der Berechnung mittels Taschenrechner ist darauf zu achten, dass dieser auf Bogenmaß eingestellt ist, da die Rückgabewerte der arcsin-Funktion ansonsten automatisch in Grad umgerechnet werden, was hier zu einer fehlerhaften Berechnung führt.

Die Wahrscheinlichkeiten p_i werden durch Differenzbildung der $P(x_i)$ -Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten E_i entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten p_i durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang von $n = 20000$. Eine Betrachtung von E_i zeigt, dass auch an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen erforderlich ist.

normierter Signalpegel	Klassen- obergrenze	B_i	$P(x_i)$	p_i	$E_i = n \cdot p_i$	$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$
-1 bis -0,75	-0,75	4523	0,23005	0,230053	4601,06	1,3243
> -0,75 bis -0,5	-0,50	2098	0,33333	0,103280	2065,60	0,5082
> -0,5 bis -0,25	-0,25	1763	0,41957	0,086236	1724,72	0,8496
> -0,25 bis -0,0	0,00	1574	0,5	0,080431	1608,62	0,7451
> 0,0 bis 0,25	0,25	1615	0,58043	0,080431	1608,62	0,0253
> 0,25 bis 0,5	0,50	1698	0,66667	0,086236	1724,72	0,4140
> 0,5 bis 0,75	0,75	2094	0,76995	0,103280	2065,60	0,3905
> 0,75 bis 1,0	1,00	4635	1,0	0,230053	4601,06	0,2504
χ_0^2						4,5073

Gemäß obiger Tabelle ergibt sich der χ_0^2 -Wert zu:

$$\chi_0^2 \approx 4,5073$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:	$r^* = 8$	(Zahl der Klassen, keine Zusammenlegung vorgenommen)
Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:	$s = 1$	(der Parameter $A = 1$ der getesteten Verteilung ergibt sich zwar definitionsgemäß aus der Normierung der Signale, jedoch wurde die zur Normierung herangezogene Amplitude als Maximalwert der aufgezeichneten Messreihe bestimmt und ist damit eine von den Messdaten abhängige Schätzung.)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

$$\text{gegeben: } \alpha = 0,05$$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi_{r^*-s-1;1-\alpha}^2 = \chi_{6;0,95}^2 = 12,6 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi_0^2 > \chi_{6,0,95}^2$?

hier:

4,5073 > 12,6

⇒ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

⇒ Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

⇒ Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ genügt die beobachtete Verteilung einer U-Verteilung mit dem Parameter $A = 1$.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- **Fragetyp Einfachwahl:** Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- **Fragetyp Mehrfachwahl:** Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.
- **Fragetyp Zuordnung:** Bei Fragen dieses Typs ist in der gegebenen Matrix von Termen jeder Zeile genau eine Spalte zuzuordnen. Bei Fragen dieses Typs erfolgt die Bewertung zeilenweise und es wird je Zeile nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Spalte zugeordnet wurde.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Präzisionswiderständen für die Messung elektrischer Größen wird im Rahmen der Qualitätssicherung der elektrische Widerstand R der Messwiderstände überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 20$ entnommen und der Widerstand R der Messwiderstände ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Widerstands von $\bar{R} = 8,98 \Omega$ und eine Streuung von $S_R = 0,009 \Omega$. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

- 3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Widerstands R für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 98\%$ beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a) $R = 8,98 \Omega \pm 0,0044 \Omega$; $P = 98\%$ ☐
- b) $R = 8,98 \Omega \pm 0,0047 \Omega$; $P = 98\%$ ☐
- c) $R = 8,98 \Omega \pm 0,0051 \Omega$; $P = 98\%$ ☒
- d) $R = 8,98 \Omega \pm 0,0058 \Omega$; $P = 98\%$ ☐
- e) $R = 8,98 \Omega \pm 0,0062 \Omega$; $P = 98\%$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

- 3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung des Widerstands $\sigma_R = 0,01 \Omega$ betrage (Hinweis: Gilt nur für Aufgabenteil 3.2). Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ das Konfidenzintervall des Widerstands auf maximal $\pm 0,005 \Omega$ abschätzen zu können?

- a) $n = 18$ ☐
- b) $n = 22$ ☐
- c) $n = 26$ ☐
- d) $n = 27$ ☒
- e) $n = 31$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Messwiderstände weisen dann einen Widerstand außerhalb des Intervalls $8,975 \Omega \leq R \leq 9,025 \Omega$ auf?

- a) 1,3% ☐
- b) 28,8% ☒
- c) 17,6% ☐
- d) 31,4% ☐
- e) 71,2% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert des Widerstands betrage $R = 9 \Omega$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_R des Widerstands dann maximal annehmen, damit 99% der Messwiderstände einen Widerstand innerhalb des Intervalls von $8,99 \Omega \leq R \leq 9,01 \Omega$ aufwiesen?

- a) 0,0032 mm ☐
- b) 0,0039 mm ☒
- c) 0,0043 mm ☐
- d) 0,0078 mm ☐
- e) 0,0116 mm ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Präzisionswiderständen für die Messung elektrischer Größen betreiben Sie mehrere Anlagen zum Abgleich von Dünnschichtwiderständen. Aufgrund von Auffälligkeiten in der Wareenausgangsprüfung möchten Sie dem Verdacht nachgehen, dass zwei nominell identische Anlagen A und B sich hinsichtlich der damit erzeugten Widerstände unterscheiden. Sie entnehmen daher aus der laufenden Fertigung beider Anlagen jeweils eine Stichprobe von $n = 12$ Widerständen und ermitteln deren tatsächlichen elektrischen Widerstand. Anhand der ermittelten Daten möchten Sie feststellen, ob sich – wie von Ihnen vermutet – die auf den Anlagen A und B abgeglichenen Widerstände signifikant unterscheiden.

4.1. Welcher statistische Test ist am besten geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert ☐
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben ☒
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ☐
- d) einfache Varianzanalyse (ANOVA) ☐
- e) Chi-Quadrat-Test ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese ☐
- b) zweiseitige Alternativhypothese ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand einer Stichprobe des elektrischen Widerstands von auf einer Ihrer Anlagen hergestellten Dünnschichtwiderständen möchten Sie einen t-Test für den Erwartungswert durchführen. Aus der erhobenen Stichprobe vom Umfang $n = 15$ haben Sie Mittelwert und Streuung des Widerstands R ermittelt zu $\bar{R} = 12,04 \, \Omega$ und $S_R = 0,03 \, \Omega$. Der gemäß Spezifikation geforderte Erwartungswert des Widerstands beträgt $R_{nenn} = 12 \, \Omega$.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) 0,344 ☐
- b) 2,942 ☐
- c) 3,651 ☐
- d) 4,358 ☐
- e) 5,164 ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 14 ☒
- b) 15 ☐
- c) 28 ☐
- d) 29 ☐
- e) 30 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben die elektrischen Widerstände zweier Chargen von Dünnschichtwiderständen vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils $n = 10$. Ihre Nullhypothese lautet, dass die Widerstände der beiden Chargen sich nicht unterscheiden ($\mu_x = \mu_y$). Sie wählen die zweiseitige Alternativhypothese, dass die Widerstände sich unterscheiden ($\mu_x \neq \mu_y$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,74$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt ☒
- b) Nullhypothese wird abgelehnt ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, welche der nachfolgend genannten physikalischen Konstanten zur Definition der Grundgrößen des Internationalen Einheitensystems (SI) herangezogen werden!

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) Elementarladung | ☒ |
| b) Fermi-Konstante | ☐ |
| c) Wien-Konstante | ☐ |
| d) Avogadro-Konstante | ☒ |
| e) Elektrische Feldkonstante | ☐ |
| f) Planck-Konstante | ☒ |
| g) Lichtgeschwindigkeit im Vakuum | ☒ |
| h) Stefan-Boltzmann-Konstante | ☐ |

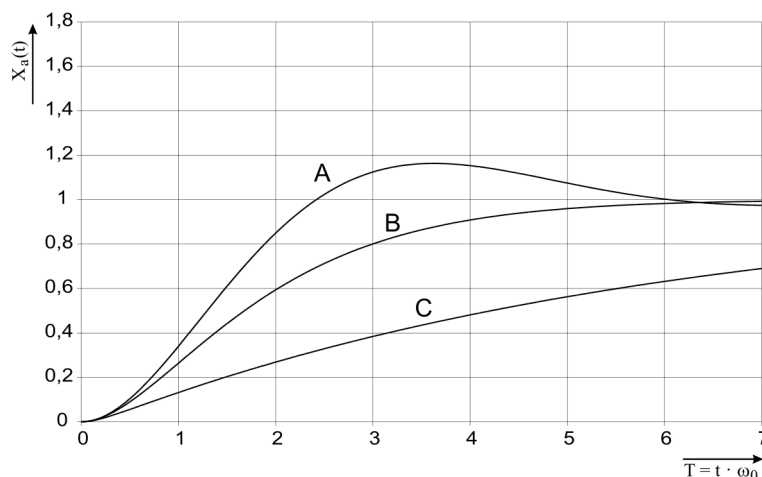
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $3 \text{ MN} \cdot 20 \text{ cm} = 600 \text{ kNm}$ | ☒ |
| b) $200 \mu\text{V} + 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 2 \text{ mV}$ | ☒ |
| c) $3 \text{ TW} - 400 \text{ GW} = 2,6 \cdot 10^{12} \text{ W}$ | ☒ |
| d) $500 \text{ pF} + 0,5 \text{ nF} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ | ☐ |
| e) $10 \text{ dm}^2 + 1000 \text{ cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$ | ☐ |

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A, B und C bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich ihrer Dämpfung D unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen D_A , D_B und D_C das Verhalten der dargestellten Systeme A, B und C qualitativ am besten beschreibt!



- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $D_A = 0,1; \quad D_B = 0,3; \quad D_C = 0,5$ | ☐ |
| b) $D_A = 0,1; \quad D_B = \sqrt{2}/2; \quad D_C = 3$ | ☐ |
| c) $D_A = 0,5; \quad D_B = 1; \quad D_C = 3$ | ☒ |
| d) $D_A = 2; \quad D_B = 1; \quad D_C = 0,3$ | ☐ |

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten $T = 4$ s und dem Übertragungsfaktor $K = 3$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -5 V auf $+5$ V beaufschlagt. Geben Sie an, nach welcher Zeitdauer t am Ausgang des Systems eine Spannung von etwa $+10$ V anliegt! *Hinweis: Formelsammlung auf Seite 2 beachten!*

- a) 3,11 s ☐
- b) 5,61 s ☐
- c) 6,94 s ☐
- d) 7,17 s ☒
- e) 8,53 s ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Bei der taktilen Antastung eines Messobjekts mittels eines Koordinatenmessgeräts kommt es infolge von Temperaturschwankungen im Messraum zu einer thermischen Längenänderung der Maßstäbe der inkrementalen Wegmesssysteme. Geben Sie an, um welche Art von Störeinfluss es sich handelt!

- a) Rückwirkung des Messvorgangs auf die Messgröße ☐
- b) innerer Störeinfluss ☐
- c) superponierender äußerer Störeinfluss ☐
- d) deformierender äußerer Störeinfluss ☒
- e) Repräsentativitätsfehler ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 25 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $-10 \leq \mu \leq 10$ bei $P = 95\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $-5 \leq \mu \leq 5$ zu reduzieren!

- a) 50 ☐
- b) 75 ☐
- c) 100 ☒
- d) 125 ☐
- e) 150 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium. ☐
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium. ☒
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium. ☐
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium. ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Ordnen Sie die nachfolgend genannten Merkmalsausprägungen den zugehörigen Skalenniveaus zu!

	Nominalskala	Ordinalskala	Intervallskala	Verhältnisskala	Absolutskala
Kinderzahl	☐	☐	☐	☐	☒
Konfession	☒	☐	☐	☐	☐
Einkommen	☐	☐	☐	☒	☐
Geburtsjahr	☐	☐	☒	☐	☐

(Fragetyp Zuordnung)

15. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Biotechnologie. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 9,3 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 9 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 9,6 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 2,8 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 10,2 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 9,3 Semester oder mehr. ☒
- b) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 9,6 Semester oder weniger. ☐
- c) Die Spanne der Studiendauer beträgt 5,6 Semester. ☐
- d) Mehr als die Hälfte der Studierenden benötigen für ihr Studium 9 Semester. ☒
- e) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 7,4 Semester oder weniger. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über spezielle Verteilungsfunktionen zutreffend sind!

- a) Die Gaußsche Normalverteilung ist symmetrisch zum Erwartungswert μ und ihre Wendepunkte liegen bei $x = \mu \pm \sigma$. ☒
- b) Die Binomialverteilung beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge gleichartiger Versuche, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt. ☒
- c) Die Poissonverteilung beschreibt selten auftretende Ereignisse. Sie wurde als Grenzfall der Binomialverteilung für eine sehr große Zahl von Versuchen ($V \rightarrow \infty$) und eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses ($p \rightarrow 0$) hergeleitet. ☒
- d) Für eine sehr große Zahl von Versuchen ($n \rightarrow \infty$) nähert sich die Student'sche t-Verteilung der Gaußschen Normalverteilung an. ☒
- e) Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung sind wertgleich. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Kurzfragen:

17. Bei einer Kompensationswaage wird mit einem Elektromagneten eine Kraft auf die Waagschale ausgeübt, die entgegengesetzt gleich der Gewichtskraft des Massenstückes ist. Die dazu erforderliche Stromstärke ist ein Maß für die Kraft. Man stellt fest, dass das Messergebnis vom herrschenden Luftdruck abhängt. Geben Sie an, was die Ursache hierfür ist!

Der Auftrieb in Luft.

18. Auf einer zukünftigen Marsmission soll den Astronauten eine Waage mitgegeben werden, um vor Ort die Masse von für den Transport zur Erde bestimmten Gesteinsproben ermitteln zu können. Im Auftrag der ESA sollen Sie analysieren, welche Grundprinzipien von Waagen für diesen Zweck einsetzbar sind. Ihre Großmutter schlägt vor, hierfür eine Balkenwaage und einen Satz kalibrierter Massestücke einzusetzen, wie sie dies noch aus ihrer Jugend vom Wochenmarkt kennt. Geben Sie an, ob eine derartige Wäganordnung auf dem Mars bei sachgemäßer Verwendung eine präzise Massebestimmung erwarten lässt! Begründen Sie Ihre Antwort!

Eine Balkenwaage und ein Satz kalibrierter Massestücke sind auch für die Messung auf dem Mars geeignet, da es sich um ein Kompensationsmessverfahren handelt und sowohl das Wägegut als auch die Massestücke von der herrschenden Schwerkraft (die sich von der auf der Erde unterscheidet) betroffen sind.

19. Skizzieren Sie anhand eines Sinussignals exemplarisch, wie es durch Verletzung des Abtasttheorems nach Shannon zu einer fehlerhaften Rekonstruktion des Ursprungssignals kommen kann!

