

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) Vollständiges Messergebnis für $Q_M = f(A_2, \beta, \rho, \Delta p)$ mit $P = 95\%$:

Die gegebene Gleichung lautet:

$$Q_M = \beta \cdot A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \quad (1.1)$$

Die Querschnittsfläche A_2 ist nur indirekt über D_2 gegeben:

$$\text{Querschnittsfläche des kreisförmigen Rohres:} \quad A_2 = \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \quad (1.2)$$

Einsetzen von (1.2) in gegebene Bestimmungsgleichung (1.1) für Q_M ergibt:

$$Q_M = \frac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot \beta \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \quad (1.1)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: $D_2, \beta, \Delta p$

Als exakt anzusehende Einflussgrößen: ρ

Gegebenen Durchmesser D_2 in SI-Basiseinheit umrechnen:

Gegeben: $D_2 = 20 \text{ mm} \pm 0,02 \text{ mm} ; P = 95\%$

$\Rightarrow D_2 = 0,02 \text{ m} \pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ m} ; P = 95\%$

Da sich Unsicherheitsangabe der Durchflusszahl β auf $P = 99\%$ bezieht, ist eine Umrechnung auf $P = 95\%$ erforderlich:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit Stichprobenumfang $n_\beta = 25$ folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{24;0,975} = 2,064$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{24;0,995} = 2,797$$

$$\Rightarrow u_{\beta;95\%} = 0,003 \cdot \frac{2,064}{2,797} \approx 2,214 \cdot 10^{-3}$$

$$\beta = 0,94 \pm 2,214 \cdot 10^{-3} ; P = 95\%$$

Für die Dichte ρ liegt ein vollständiges Messergebnis zur benötigten Aussageunsicherheit vor.
Die Angabe muss lediglich in SI-Basiseinheit umgerechnet werden:

Gegeben: $\rho = 1,08 \text{ g/cm}^3$

$\Rightarrow \rho = 1080 \text{ kg/m}^3$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses des Differenzdrucks Δp aus der gegebenen Messreihe:

Mittelwert: $\overline{\Delta p} = 21734,75 \text{ Pa}$

Streuung: $S_{\Delta p} \approx 143,797 \text{ Pa}$

Vertrauensbereich:

$$u_{\Delta p} = \frac{S_{\Delta p}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1; 1-\alpha/2}$$

mit: $n = n_{\Delta p} = 8$

$\alpha = 0,05$

folgt:

$$t_{n-1; 1-\alpha/2} = t_{7; 0,975} = 2,365$$

$$\Rightarrow u_{\Delta p} = \frac{143,797 \text{ Pa}}{\sqrt{8}} \cdot 2,365 \approx 120,236 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 21734,75 \text{ Pa} \pm 120,236 \text{ Pa} ; P = 95\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\overline{Q_M}$:

$$\begin{aligned} \overline{Q_M} &= \frac{\overline{D_2}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \bar{\beta} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \overline{\Delta p}} \\ &= \frac{(0,02 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,94 \cdot \sqrt{2 \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 21734,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}} \\ &\approx 2,0234 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Partielle Ableitungen:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial Q_M}{\partial D_2} \right|_{\overline{D_2}, \bar{\beta}, \overline{\Delta p}, \rho} &= \frac{\overline{D_2} \cdot \pi}{2} \cdot \bar{\beta} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \overline{\Delta p}} \\ &= \frac{0,02 \text{ m} \cdot \pi}{2} \cdot 0,94 \cdot \sqrt{2 \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 21734,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}} \\ &\approx 202,34 \frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{m}} \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial Q_M}{\partial \beta} \right|_{\overline{D_2}, \bar{\beta}, \overline{\Delta p}, \rho} = \frac{\overline{D_2}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \overline{\Delta p}}$$

$$= \frac{(0,02 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 21734,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}}$$

$$\approx 2,1526 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\left. \frac{\partial Q_M}{\partial \Delta p} \right|_{\overline{D_2}, \overline{\beta}, \overline{\Delta p}, \rho} = \frac{\overline{D_2}^2 \cdot \pi}{4} \cdot \overline{\beta} \cdot \rho \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot \overline{\Delta p}}}$$

$$= \frac{(0,02 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,94 \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1080 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 21734,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}}}$$

$$\approx 4,655 \cdot 10^{-5} \text{ s} \cdot \text{m}$$

Vertrauensbereich u_{Q_M} :

$$u_{Q_M} = \sqrt{\left(\frac{\partial Q_M}{\partial D_2} \cdot u_{D_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_M}{\partial \beta} \cdot u_{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q_M}{\partial \Delta p} \cdot u_{\Delta p}\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_{Q_M} = \sqrt{(202,34 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2 + (2,1526 \cdot 2,214 \cdot 10^{-3})^2 + (4,655 \cdot 10^{-5} \cdot 120,236)^2} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\approx 0,008391 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 8,391 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Vollständiges Messergebnis des Massendurchflusses Q_M :

$$Q_M = 2,0234 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \pm 8,391 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} ; \text{ P} = 95\%$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf Exponentialverteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die von Ihnen experimentell ermittelten Daten der Zeitdauer zwischen aufeinanderfolgenden Molekülereignissen auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ einer Exponentialverteilung mit dem Parameter $\lambda = 0,00652 \frac{1}{\text{ms}}$ genügen. Die erhobenen Zeitdauern wurden bereits in Klassen eingeteilt, wobei mit Ausnahme der letzten Klasse die Klassenbreite 100 ms beträgt.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i kann die als geschlossene Funktion beschreibbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Exponentialverteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ lautet:

$$P(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$$

Hierin ist λ der Parameter der Exponentialverteilung, e ist die Exponentialfunktion und x die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall die Zeitdauer in Millisekunden.

Hinweis: Die in der Aufgabenstellung ebenfalls angegebene Dichtefunktion $h(x)$ wird zur Lösung der Aufgabe nicht benötigt.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten B_i zeigt zunächst, dass Klassen existieren, die nicht die geforderte Mindestbesetzungszahl von $B_i \geq 5$ aufweisen. Es werden daher wie aus nachfolgender Tabelle zu ersehen, die drei Klassen mit $700 < x \leq 800$, $800 < x \leq 900$ und $900 < x$ zusammengefasst, wodurch die für die weiteren Berechnungen maßgeblichen beobachteten Häufigkeiten B'_i entstehen.

Zu Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten p_i , also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$, also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall 0 bis x_i , bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Exponentialverteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einer Zeitdauer von 0 bis 100 Millisekunden, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes $P(x_i)$ beispielsweise:

$$P(x_i = 100) = 1 - e^{-0,00652 \cdot 100} \approx 0,478997$$

Als maßgeblicher x -Wert wird also die Klassenobergrenze von 100 Millisekunden eingesetzt.

Weiterhin fließt der Wert $\lambda = 0,00652 \frac{1}{\text{ms}}$ der zu testenden Verteilung in die Berechnung ein.

Die analog hierzu berechneten $P(x_i)$ -Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf vier Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die Wahrscheinlichkeiten p_i werden durch Differenzbildung der $P(x_i)$ -Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten E'_i entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten p_i durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang von $n = 500$. Eine Betrachtung von E'_i zeigt, dass die Klasse mit den Intervallgrenzen]600; 700] nicht die Mindestbesetzungszahl von $E'_i \geq 5$ erreicht. Diese Klasse wird daher mit der letzten, bereits durch Zusammenlegung entstandene Klasse mit den Grenzen]700; ∞ [zusammengefasst, wodurch die empirischen Häufigkeiten B''_i und die theoretischen Häufigkeiten E''_i , wie in nachfolgender Tabelle eingetragen, entstehen.

Zeitdauer / ms	Klassen- ober- grenze / ms	B_i	B'_i	$P(x_i)$	p_i	$E'_i = n \cdot p_i$	E''_i	B''_i	$\frac{(B'_i - E''_i)^2}{E''_i}$
0 bis 100	100	251	251	0,4790	0,4790	239,50	239,50	251	0,5522
> 100 bis 200	200	114	114	0,7286	0,2496	124,80	124,80	114	0,9346
> 200 bis 300	300	57	57	0,8586	0,1300	65,00	65,00	57	0,9846
> 300 bis 400	400	41	41	0,9263	0,0677	33,85	33,85	41	1,5103
> 400 bis 500	500	16	16	0,9616	0,0353	17,65	17,65	16	0,1542
> 500 bis 600	600	10	10	0,9800	0,0184	9,20	9,20	10	0,0696
> 600 bis 700	700	6	6	0,9896	0,0096	4,80	10,00	11	0,1000
> 700 bis 800	800	1	5	1	0,0104	5,20			
> 800 bis 900	900	1							
> 900	∞	3							
χ^2_0									4,3055

Gemäß obiger Tabelle ergibt sich der χ^2_0 -Wert zu:

$$\chi^2_0 = 4,3055$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:	$r^* = 7$	(Zahl der Klassen nach Zusammenlegung)
Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:	$s = 1$	(der Parameter $\lambda = 0,00652 \frac{1}{\text{ms}}$ wurde laut Aufgabenstellung aus den ermittelten Rohdaten abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 7 - 1 - 1 = 5$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

$$\text{gegeben: } \alpha = 0,05$$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi^2_{r^*-s-1; 1-\alpha} = \chi^2_{5; 0,95} = 11,1 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi_0^2 > \chi_{5;0,95}^2$?

hier:

4,3055 > 11,1

⇒ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

⇒ Die Hypothese H_0 wird **nicht abgelehnt**!

⇒ Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ genügt die beobachtete Verteilung einer Exponentialverteilung mit dem Parameter $\lambda = 0,00652 \frac{1}{\text{ms}}$.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.
- *Fragetyp Zuordnung:* Bei Fragen dieses Typs ist in der gegebenen Matrix von Termen jeder Zeile genau eine Spalte zuzuordnen. Bei Fragen dieses Typs erfolgt die Bewertung zeilenweise und es wird je Zeile nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Spalte zugeordnet wurde.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Drosselblenden für die Durchflussmessung wird im Rahmen der Qualitätssicherung der Durchmesser der kreisförmigen Blendenöffnungen überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 15$ entnommen und der Durchmesser D der Drosselöffnungen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Durchmessers von $\bar{D} = 24,99$ mm und eine Streuung von $S_D = 0,013$ mm. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

- 3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Drosselblendendurchmessers D für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ beträgt für diesen Fall ungefähr:

- a) $D = 24,99 \text{ mm} \pm 0,00552 \text{ mm}; P = 99\%$ ☐
- b) $D = 24,99 \text{ mm} \pm 0,00591 \text{ mm}; P = 99\%$ ☐
- c) $D = 24,99 \text{ mm} \pm 0,00865 \text{ mm}; P = 99\%$ ☐
- d) $D = 24,99 \text{ mm} \pm 0,00881 \text{ mm}; P = 99\%$ ☐
- e) $D = 24,99 \text{ mm} \pm 0,00999 \text{ mm}; P = 99\%$ ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

- 3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung des Drosselblendendurchmessers $D = 0,015$ mm betrage (Hinweis: Gilt nur für Aufgabenteil 3.2). Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Drosselblendendurchmessers auf maximal $\pm 0,005$ mm abschätzen zu können?

- a) $n = 17$ ☐
- b) $n = 25$ ☐
- c) $n = 26$ ☐
- d) $n = 35$ ☒
- e) $n = 38$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Drosselblenden weisen dann einen Durchmesser außerhalb des Intervalls $24,975 \text{ mm} \leq D \leq 25,025 \text{ mm}$ auf?

- a) 8,5% ☐
- b) 12,8% ☒
- c) 73,4% ☐
- d) 87,1% ☐
- e) 99,6% ☐

(Frage typ Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert des Drosselblendendurchmessers betrage $D = 25 \text{ mm}$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_D des Durchmessers dann maximal annehmen, damit 99% der Drosselblenden einen Durchmesser innerhalb des Intervalls von $24,975 \text{ mm} \leq D \leq 25,025$ aufwiesen?

- a) 0,0073 mm ☐
- b) 0,0084 mm ☐
- c) 0,0097 mm ☒
- d) 0,0107 mm ☐
- e) 0,0136 mm ☐

(Frage typ Einfachwahl)

4. Bei einem Hersteller von Küvetten für den Laborbedarf soll die Schichtdicke einer Charge von Küvetten stichprobenartig überprüft werden. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 25$ entnommen und mittels eines taktilen Messverfahrens die Schichtdicke der Küvetten ermittelt. Es soll überprüft werden, ob der Erwartungswert der Schichtdicke mit dem Sollmaß $D_{\text{Soll}} = 10 \text{ mm}$ übereinstimmt.

4.1. Welcher statistische Test ist am besten geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert ☒
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben ☐
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ☐
- d) einfache Varianzanalyse (ANOVA) ☐
- e) Chi-Quadrat-Test ☐

(Frage typ Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese ☐
- b) zweiseitige Alternativhypothese ☒

(Frage typ Einfachwahl)

5. Anhand von Stichproben der Schichtdicke von auf unterschiedlichen Anlagen hergestellten Küvetten möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben durchführen. Aus den erhobenen Stichproben jeweils vom Umfang $n = 12$ haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Schichtdicken D_x und D_y ermittelt zu $\overline{D}_x = 9,99$ mm und $S_{D_x} = 0,003$ mm sowie $\overline{D}_y = 10,01$ mm und $S_{D_y} = 0,003$ mm.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) $-1,63$ ☐
- b) $-7,07$ ☐
- c) $-12,68$ ☐
- d) $-16,33$ ☒
- e) $-23,09$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 11 ☐
- b) 12 ☐
- c) 22 ☒
- d) 23 ☐
- e) 24 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben die Wirkung zweier Medikamente zur Gewichtsreduktion vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 15$. Ihre Nullhypothese lautet, dass die Wirkung der beiden Medikamente sich nicht unterscheidet ($\mu_d = 0$). Sie wählen die zweiseitige Alternativhypothese, dass die Wirkung der Medikamente sich unterscheidet ($\mu_d \neq 0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -3,14$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt ☐
- b) Nullhypothese wird abgelehnt ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Größen es sich um intensive Größen handelt!

- | | |
|----------------------------|-------------------------------------|
| a) Brechungsindex | ☒ |
| b) Masse | ☐ |
| c) Druck | ☒ |
| d) spezifischer Widerstand | ☒ |
| e) Zeit | ☐ |
| f) dynamische Viskosität | ☒ |
| g) Länge | ☐ |
| h) Temperatur | ☒ |

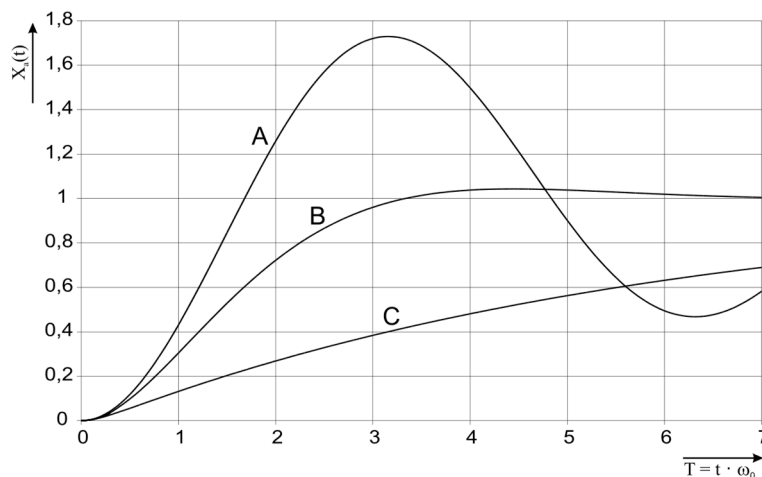
(Frage typ Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $970 \text{ hPa} + 103 \text{ kPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ | ☒ |
| b) $10 \text{ mg} + 100 \text{ } \mu\text{g} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ g}$ | ☐ |
| c) $0,8 \text{ TW} + 2000 \text{ GW} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ W}$ | ☐ |
| d) $50 \text{ pF} + 0,5 \text{ nF} = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ | ☒ |
| e) $5 \text{ MN} \cdot 2 \text{ cm} = 100 \text{ kNm}$ | ☒ |

(Frage typ Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A, B und C bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich ihrer Dämpfung D unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen D_A , D_B und D_C das Verhalten der dargestellten Systeme A, B und C qualitativ am besten beschreibt!



- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $D_A = 0,1; \quad D_B = 0,3; \quad D_C = 0,5$ | ☐ |
| b) $D_A = 0,1; \quad D_B = \sqrt{2}/2; \quad D_C = 3$ | ☒ |
| c) $D_A = 0,3; \quad D_B = 1; \quad D_C = 3$ | ☐ |
| d) $D_A = 2; \quad D_B = 1; \quad D_C = 0,5$ | ☐ |

(Frage typ Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten $T = 3$ s und dem Übertragungsfaktor $K = 2$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -10 V auf $+10$ V beaufschlagt. Geben Sie an, nach welcher Zeitdauer t am Ausgang des Systems eine Spannung von etwa $+10$ V anliegt! *Hinweis: Formelsammlung auf Seite 2 beachten!*

- a) 1,39 s ☐
- b) 2,77 s ☐
- c) 3,57 s ☐
- d) 4,16 s ☒
- e) 5,48 s ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Sie beobachten einen Fertigungsprozess, auf den eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. Durch welche statistische Verteilung lässt sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Gesamtabweichung des Prozesses in guter Näherung beschreiben?

- a) Gleichverteilung ☐
- b) Binomialverteilung ☐
- c) Hypergeometrische Verteilung ☐
- d) Normalverteilung ☒
- e) Poissonverteilung ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 30 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $-6 \leq \mu \leq 6$ bei $P = 95\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $-2 \leq \mu \leq 2$ zu reduzieren!

- a) 52 ☐
- b) 90 ☐
- c) 120 ☐
- d) 180 ☐
- e) 270 ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Mittels einer hochgenauen Waage bestimmen Sie unter normalen Laborbedingungen den Wägewert von jeweils einem Kilogramm Blei und einem Kilogramm Federn. Welche Aussage hinsichtlich der beiden Wägewerte ist zutreffend?

- a) Die Wägewerte für Blei und Federn unterscheiden sich nicht. ☐
- b) Der Wägewert für das Blei ist höher, als der Wägewert für die Federn. ☒
- c) Der Wägewert für die Federn ist höher, als der Wägewert für das Blei. ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Ordnen Sie die nachfolgend genannten Merkmalsausprägungen den zugehörigen Skalenniveaus zu!

	Nominalskala	Ordinalskala	Intervallskala	Verhältnisskala	Absolutskala
Familienstand	☒	☐	☐	☐	☐
Bildungsabschluss	☐	☒	☐	☐	☐
Körpergröße	☐	☐	☐	☒	☐
Intelligenzquotient	☐	☐	☒	☐	☐

(Frage typ Zuordnung)

15. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die jährliche, selbst zurückgelegte Fahrstrecke in Deutschland ansässiger Autofahrer*innen. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Fahrstrecke beträgt 9800 km; der Modalwert der Fahrstrecke beträgt 9200 km; der arithmetische Mittelwert der Fahrstrecke beträgt 10300 km; der Quartilsabstand der Fahrstrecke beträgt 7800 km; das erste Quartil der Fahrstrecke liegt bei 6100 km. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) Die Hälfte der Autofahrer*innen fährt pro Jahr 9800 km oder mehr. ☒
- b) Ein Viertel der Autofahrer*innen fährt pro Jahr 13900 km oder mehr. ☒
- c) Ein Viertel der Autofahrer*innen fährt pro Jahr 6100 km oder weniger. ☒
- d) Die Hälfte der Autofahrer*innen fährt pro Jahr 10300 km oder mehr. ☐
- e) Die Spanne der jährlichen Fahrleistungen beträgt 15600 km. ☐

(Frage typ Mehrfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über statistische Tests korrekt sind!

- a) In experimentellen Wissenschaften können statistische Tests dazu genutzt werden, Hypothesen abzusichern oder begründet zu verwerfen. ☒
- b) Eine Messreihe, die zur Bildung einer Hypothese verwendet wurde, darf nicht für einen Test dieser Hypothese genutzt werden. ☒
- c) Als Fehlentscheidung 2. Art bezeichnet man den Fall, dass als Ergebnis eines statistischen Tests die Nullhypothese H_0 abgelehnt wird, obwohl H_0 tatsächlich zutrifft. ☐
- d) Wird für einen statistischen Test ein Signifikanzniveau von 1% gewählt, bedeutet dies, dass die Wahrscheinlichkeit für die Vermeidung einer Fehlentscheidung 2. Art 99% beträgt. ☐
- e) Die Güte eines statistischen Tests kann durch Vergrößern des Stichprobenumfangs erhöht werden. ☒

(Frage typ Mehrfachwahl)

Kurzfragen:

- 17. Erläutern Sie den Begriff „direkte Messmethode im engeren Sinne“ und nennen Sie ein Beispiel.**

Als *direkte Messmethoden im engeren Sinne* werden Messmethoden bezeichnet bei denen der gesuchte Messwert einer Messgröße durch den unmittelbaren Vergleich mit einem Normal der gleichen Messgröße ermittelt wird.

Beispiel: Längenmessung mit einem Maßstab

- 18. Von der Qualitätssicherung eines Unternehmens wird mittels eines statistischen Tests überprüft, ob die produzierte Ware den geforderten Spezifikationen entspricht. Dabei wird als Nullhypothese angenommen, dass die Ware die Spezifikation erfüllt. Auf Anweisung des Managements wird die Irrtumswahrscheinlichkeit α für diesen Test von $\alpha = 0,05$ auf $\alpha = 0,01$ reduziert. In der Folge häufen sich die Beschwerden von Abnehmern, die bemängeln, dass der Anteil des Ausschusses an der gelieferten Ware zugenommen habe. Welche Erklärung haben Sie für dieses Phänomen?**

Die Irrtumswahrscheinlichkeit α beschreibt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art (Nullhypothese ist richtig, wird jedoch fälschlich abgelehnt). Mit welcher Wahrscheinlichkeit hingegen fälschlich ein Teil ausgeliefert wird, welches nicht der Spezifikation entspricht, beschreibt der β -Wert (Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art: Nullhypothese trifft nicht zu, wird jedoch fälschlich angenommen). α und β lassen sich im Allgemeinen nicht unabhängig voneinander beeinflussen. Eine Verringerung von α führt daher in der Regel zu einer Erhöhung von β . Im vorliegenden Fall wird daher der Ausschuss weniger zuverlässig erkannt und es werden in der Folge mehr Teile ausgeliefert, die nicht der Spezifikation entsprechen.

- 19. Ein als ideal angenommenes Dreiecksignal mit einer Periodendauer von 10 ms werde mit einer Abtastrate von 1 kHz digitalisiert. Geben Sie an, ob in diesem Fall das Abtasttheorem nach Shannon erfüllt ist! Begründen Sie Ihre Antwort!**

Ein ideales Dreiecksignal ist nicht bandbegrenzt, das Abtasttheorem kann daher nicht eingehalten werden, da die Abtastrate unendlich hoch sein müsste.