Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) Vollständiges Messergebnis für $c = f(E_\lambda, \varepsilon_\lambda, d)$ mit P = 99%:

Die gegebene Gleichung lautet:

$$c = \frac{E_\lambda}{\varepsilon_\lambda \cdot d} \tag{1.1}$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: $E_\lambda, \varepsilon_\lambda, d$
Als exakt anzusehende Einflussgrößen: $-$

Da sich die Unsicherheitsangabe des Extinktionskoeffizienten ε_λ auf P = 98% bezieht, ist eine Umrechnung auf P = 99% erforderlich:

allgemein:

$$\mathrm{u}_{\alpha_1} = \mathrm{u}_{\alpha_2} \cdot \frac{\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_1/2}}{\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem Stichprobenumfang n_{ε_λ} folgt:

$$\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_1/2} = \mathrm{t}_{\infty;0{,}995} = 2{,}576$$

$$\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha_2/2} = \mathrm{t}_{\infty;0{,}99} = 2{,}326$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{u}_{\varepsilon_\lambda;99\%} = 1{,}5 \cdot 10^3 \ \frac{L}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}} \cdot \frac{2{,}576}{2{,}326} \approx 1{,}6612 \cdot 10^3 \ \frac{L}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}}$$

$$\varepsilon_\lambda = 1{,}72 \cdot 10^5 \ \frac{L}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}} \pm 1{,}6612 \cdot 10^3 \ \frac{L}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}} \ ; \ \mathrm{P} = 99\%$$

Für die Schichtdicke d liegt ein vollständiges Messergebnis zur benötigten Aussageunsicherheit vor. Die Angabe muss lediglich von der Einheit Millimeter in die Einheit Zentimeter umgerechnet werden:

$$d = 1 \ \mathrm{cm} \pm 0{,}001 \ \mathrm{cm} \ ; \ \mathrm{P} = 99\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Extinktion E_λ aus der gegebenen Messreihe:

Mittelwert: $\overline{E_\lambda} \approx 1{,}20714$

Streuung: $S_{E_\lambda} \approx 0{,}01113$

Vertrauensbereich:

$$\mathrm{u}_{E_\lambda} = \frac{\mathrm{S}_{E_\lambda}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

mit: $n = n_{E_\lambda} = 7$

$\alpha = 0{,}01$

folgt:

$$\mathrm{t}_{n-1;1-\alpha/2} = \mathrm{t}_{7;0,995} = 3{,}707$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{u}_{E_\lambda} = \frac{0{,}01113}{\sqrt{7}} \cdot 3{,}707 \approx 0{,}01559$$

$$E_\lambda = 1{,}20714 \pm 0{,}01559\,;\; \mathrm{P} = 99\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\bar{c}$:

$$\bar{c} = \frac{\overline{E_\lambda}}{\overline{\varepsilon_\lambda} \cdot \bar{d}} = \frac{1{,}20714 \cdot \mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}}{1{,}72 \cdot 10^5\ \mathrm{L} \cdot 1\ \mathrm{cm}} \approx 7{,}0183 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left.\frac{\partial c}{\partial E_\lambda}\right|_{\overline{E_\lambda},\overline{\varepsilon_\lambda},\bar{d}} = \frac{1}{\overline{\varepsilon_\lambda} \cdot \bar{d}} = \frac{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}}{1{,}72 \cdot 10^5\ \mathrm{L} \cdot 1\ \mathrm{cm}} \approx 5{,}8140 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}$$

$$\left.\frac{\partial c}{\partial \varepsilon_\lambda}\right|_{\overline{E_\lambda},\overline{\varepsilon_\lambda},\bar{d}} = -\frac{\overline{E_\lambda}}{\overline{\varepsilon_\lambda}^2 \cdot \bar{d}} = -\frac{1{,}20714 \cdot (\mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm})^2}{(1{,}72 \cdot 10^5\ \mathrm{L})^2 \cdot 1\ \mathrm{cm}} \approx -4{,}0804 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{mol}^2 \cdot \mathrm{cm}}{\mathrm{L}^2}$$

$$\left.\frac{\partial c}{\partial d}\right|_{\overline{E_\lambda},\overline{\varepsilon_\lambda},\bar{d}} = -\frac{\overline{E_\lambda}}{\overline{\varepsilon_\lambda} \cdot \bar{d}^2} = -\frac{1{,}20714 \cdot \mathrm{mol} \cdot \mathrm{cm}}{1{,}72 \cdot 10^5\ \mathrm{L} \cdot (1\ \mathrm{cm})^2} \approx -7{,}0183 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L} \cdot \mathrm{cm}}$$

Vertrauensbereich u_c:

$$\mathrm{u}_c = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial E_\lambda} \cdot \mathrm{u}_{E_\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \varepsilon_\lambda} \cdot \mathrm{u}_{\varepsilon_\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial d} \cdot \mathrm{u}_d\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$\mathrm{u}_c = \sqrt{(5{,}8140 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}01559)^2 + (-4{,}0804 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}6612 \cdot 10^3)^2 + (-7{,}0183 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}001)^2}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}$$

$$\approx 1{,}1340 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}$$

Vollständiges Messergebnis der Stoffmengenkonzentration c:

$$\boldsymbol{c = 7{,}0183 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}} \pm 1{,}1340 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{L}}\,;\; \mathrm{P} = 99\%}$$

Aufgabe 2: χ^2-Test

a) Überprüfung auf Pareto-Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die empirische Verteilung der Einwohnerzahlen deutscher Mittel- und Großstädte auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}05$ einer Pareto-Verteilung mit den Parametern $x_{min} = 20.000$ und $k = 1{,}333$ genügt. Die ermittelten Einwohnerzahlen Laufleistungen wurden bereits in Klassen eingeteilt, wobei mit Ausnahme der letzten, nach oben offenen Klasse die Klassenbreite 20.000 beträgt.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i kann die als geschlossene Funktion darstellbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Pareto-Verteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ lautet:

$$P(x) = 1 - \left(\frac{x_{min}}{x}\right)^k$$

Hierin sind x_{min} und k die beiden Parameter der Pareto-Verteilung und x ist die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall die Einwohnerzahl.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten B_i zeigt zunächst, dass alle Klassen die geforderte Mindestbesetzungszahl von $B_i \geq 5$ aufweisen. Eine Zusammenlegung von Klassen ist daher zunächst nicht erforderlich.

Zu Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten p_i, also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$, also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall x_{min} bis x_i, bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Pareto-Verteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einer Einwohnerzahl von 20.000 bis 30.000, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes $P(x_i)$ beispielsweise:

$$P(x_i = 30.000) = 1 - \left(\frac{20.000}{30.000}\right)^{1,333} \approx 0{,}417534$$

Als maßgeblicher x-Wert wird also die Klassenobergrenze von 30.000 eingesetzt. Weiterhin fließen die Werte $x_{min} = 20.000$ und $k = 1{,}333$ der zu testenden Verteilung in die Berechnung ein. Die analog hierzu berechneten $P(x_i)$-Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf sechs Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Als maßgebliche Obergrenze der nach oben offenen letzten Klasse mit einer Einwohnerzahl von > 100.000 wird Unendlich verwendet, woraus ohne weitere Rechnung $P(x_i = \infty) = 1$ folgt.

Die Wahrscheinlichkeiten p_i werden durch Differenzbildung der $P(x_i)$-Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten E_i entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten p_i durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang, entsprechend der Anzahl der betrachteten Städte, von $n = 705$. Eine Betrachtung von E_i zeigt, dass auch an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen erforderlich ist.

Einwohner-zahl / 1000	Klassen-obergrenze / 1000	B_i	$P(x_i)$	p_i	E_i	$\frac{(B_i - E_i)^2}{E_i}$
20 bis 30	30	301	0,417534	0,417534	294,361	0,150
> 30 bis 40	40	119	0,603058	0,185524	130,794	1,063
> 40 bis 50	50	89	0,705187	0,102129	72,001	4,013
> 50 bis 60	60	45	0,768795	0,063608	44,844	0,001
> 60 bis 70	70	26	0,811740	0,042945	30,276	0,604
> 70 bis 80	80	20	0,842437	0,030697	21,641	0,124
> 80 bis 90	90	13	0,865331	0,022894	16,140	0,611
> 90 bis 100	100	13	0,882977	0,017646	12,440	0,025
> 100	∞	79	1,000000	0,117023	82,501	0,149
					$\sum$	**6,740**

$\Rightarrow \qquad \chi_0^2 \approx 6,74$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen: $r^* = 9$

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion: $s = 1$ (der Parameter k wurde aus der Stichprobe abgeschätzt)

$\Rightarrow \qquad r^* - s - 1 = 9 - 1 - 1 = 7$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$\chi^2_{r*-s-1;1-\alpha} = \chi^2_{7;0,95} = 14,1$ (aus Tabelle)

Test: $\chi_0^2 > \chi^2_{7;0,95}$?

hier:

$6,74 > 14,1$

$\Rightarrow$ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

$\Rightarrow$ Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

$\Rightarrow$ Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ genügt die beobachtete Verteilung einer Pareto-Verteilung mit den Parametern $x_{min} = 20.000$ und $k = 1,333$!

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl*: Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl*: Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.
- *Fragetyp Zuordnung*: Bei Fragen dieses Typs ist in der gegebenen Matrix von Termen jeder Zeile genau eine Spalte zuzuordnen. Bei Fragen dieses Typs erfolgt die Bewertung zeilenweise und es wird je Zeile nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Spalte zugeordnet wurde.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Referenzlösungen für die Laboranalytik wird im Rahmen der Qualitätssicherung die Massenkonzentration einer Referenzlösung mit einer Nennkonzentration von $\beta_{nenn} = 100\,\mu g/ml$ überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 12$ entnommen und die Massenkonzentration β der Lösung ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Massenkonzentration von $\overline{\beta} = 99{,}96\,\mu g/ml$ und eine Streuung von $S_\beta = 0{,}05\,\mu g/ml$. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Massenkonzentration β für eine Aussagewahrscheinlichkeit von P = 95% beträgt für diesen Fall ungefähr:

a) $\beta = 99{,}96\,\mu g/ml \pm 0{,}0237\,\mu g/ml\,;\, P = 95\%$ ☐
b) $\beta = 99{,}96\,\mu g/ml \pm 0{,}0259\,\mu g/ml\,;\, P = 95\%$ ☐
c) $\beta = 99{,}96\,\mu g/ml \pm 0{,}0283\,\mu g/ml\,;\, P = 95\%$ ☐
d) $\beta = 99{,}96\,\mu g/ml \pm 0{,}0318\,\mu g/ml\,;\, P = 95\%$ ☒
e) $\beta = 99{,}96\,\mu g/ml \pm 0{,}0342\,\mu g/ml\,;\, P = 95\%$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung der Massenkonzentration der Lösung $\beta = 0{,}05\,\mu g/ml$ betrage. Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n, um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von P = 98% das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Massenkonzentration auf maximal $\pm\,0{,}02\,\mu g/ml$ abschätzen zu können?

a) $n = 27$ ☐
b) $n = 34$ ☒
c) $n = 38$ ☐
d) $n = 42$ ☐
e) $n = 46$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Lösungen weisen dann eine Massenkonzentration <u>innerhalb</u> des Intervalls $99{,}9\ \mu g/ml \leq \beta \leq 100{,}1\ \mu g/ml$ auf?

- a) 11,8% ☐
- b) 14,3% ☐
- c) 23,6% ☐
- d) 88,2% ☒
- e) 99,7% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der Massenkonzentration betrage $\beta = 100\ \mu g/ml$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_β der Massenkonzentration dann maximal annehmen, damit 95% der Lösungen eine Massenkonzentration <u>innerhalb</u> des Intervalls von $99{,}95\ \mu g/ml \leq \beta \leq 100{,}05\ \mu g/ml$ aufwiesen?

- a) 0,0194 µg/ml ☐
- b) 0,0215 µg/ml ☐
- c) 0,0255 µg/ml ☒
- d) 0,0304 µg/ml ☐
- e) 0,0460 µg/ml ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Ein Hersteller von Zubehör für die Laboranalytik betreibt fünf nominell identische Anlagen zur Herstellung und Abfüllung einer Referenzlösung. Es soll überprüft werden, ob alle fünf Anlagen Lösungen mit übereinstimmendem Erwartungswert der Massenkonzentration produzieren oder ob Grund zu der Annahme besteht, dass mindesten eine Anlage Lösungen mit einem abweichenden Erwartungswert produziert. Hierzu wird in regelmäßigen Abständen aus jeder der fünf Anlagen jeweils eine Stichprobe vom Umfang $n = 8$ entnommen und die Massenkonzentration der Lösungen bestimmt. Die Standardabweichung der Massenkonzentration sei auf allen Anlagen näherungsweise identisch.

4.1. Welcher statistische Test ist am besten geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert ☐
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei <u>un</u>abhängigen Stichproben ☐
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ☐
- d) einfache Varianzanalyse (ANOVA) ☒
- e) Chi-Quadrat-Test ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand von Stichproben der Massenkonzentration von auf unterschiedlichen Anlagen abgefüllten Lösungen möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei <u>un</u>abhängigen Stichproben durchführen. Aus den erhobenen Stichproben jeweils vom Umfang $n = 15$ haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Massenkonzentrationen β_x und β_y ermittelt zu $\overline{\beta_x} = 49{,}96\ \mu g/ml$ und $S_{\beta_x} = 0{,}03\ \mu g/ml$ sowie $\overline{\beta_y} = 50{,}03\ \mu g/ml$ und $S_{\beta_y} = 0{,}03\ \mu g/ml$.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

a) $9{,}04$ ☐
b) $6{,}39$ ☐
c) $-1{,}28$ ☐
d) $-6{,}39$ ☒
e) $-9{,}04$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

a) 13 ☐
b) 14 ☐
c) 28 ☒
d) 29 ☐
e) 30 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Erwartungswert die Massenkonzentration einer Referenzlösung überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 20$. Ihre Nullhypothese lautet, dass der Erwartungswert der Massenkonzentration dem Nennwert entspricht ($\mu_x = \mu_0$). Sie wählen die <u>zwei</u>seitige Alternativhypothese, dass der Erwartungswert der Massenkonzentration von dem Nennwert abweicht ($\mu_x \neq \mu_0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}05$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -1{,}84$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder <u>nicht</u> abgelehnt werden muss!

a) Nullhypothese wird <u>nicht</u> abgelehnt ☒
b) Nullhypothese wird abgelehnt ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Größen handelt!

a) Dichte ☐
b) dynamische Viskosität ☐
c) Temperatur ☐
d) Stoffmengenkonzentration ☐
e) Masse ☒
f) Brechungsindex ☐
g) Zeit ☒
h) spezifische Wärmekapazität ☐

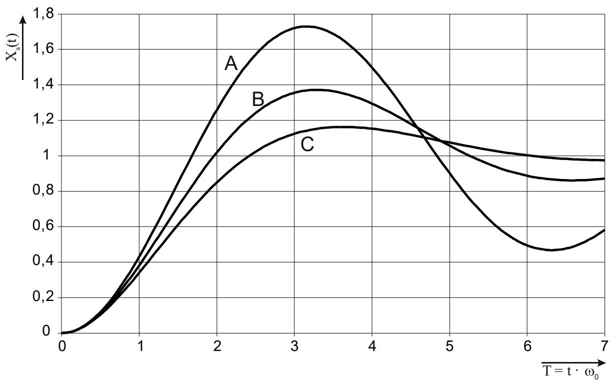
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

a) $999{,}9\ \mathrm{W} + 100\ \mathrm{mW} = 1\ \mathrm{kW}$ ☒
b) $1\ \mathrm{nm} + 2000\ \mathrm{pm} = 3{\cdot}10^{-9}\ \mathrm{mm}$ ☐
c) $998\ \mathrm{hPa} + 0{,}1002\ \mathrm{kPa} = 2{\cdot}10^{5}\ \mathrm{Pa}$ ☐
d) $2\ \mathrm{MN} \cdot 30\ \mathrm{cm} = 6{\cdot}10^{5}\ \mathrm{Nm}$ ☒
e) $1\ \mathrm{mg} - 120\ \mu\mathrm{g} = 8{,}8{\cdot}10^{-4}\ \mathrm{g}$ ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A, B und C bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich ihrer Dämpfung D unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen D_A, D_B und D_C das Verhalten der dargestellten Systeme A, B und C qualitativ am besten beschreibt!



a) $D_A = 0{,}1$; $D_B = 0{,}3$; $D_C = 0{,}5$ ☒
b) $D_A = 0{,}3$; $D_B = 1$; $D_C = 3$ ☐
c) $D_A = 1$; $D_B = 2$; $D_C = 5$ ☐
d) $D_A = 3$; $D_B = 2$; $D_C = 1$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K = 1$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von $-20\,\mathrm{V}$ auf $+20\,\mathrm{V}$ beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = 2T$ am Ausgang ungefähr anliegen? *Hinweis: Formelsammlung auf Seite 2 beachten!*

a) $-2{,}7\,\mathrm{V}$ ☐
b) $7{,}3\,\mathrm{V}$ ☐
c) $5{,}2\,\mathrm{V}$ ☐
d) $12{,}6\,\mathrm{V}$ ☐
e) $14{,}6\,\mathrm{V}$ ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

11. In Niedersachsen werden pro Jahr im Mittel 1,4 Blitzeinschläge pro Quadratkilometer registriert. Geben Sie an, durch welche statistische Verteilung sich die jeweils pro Quadratkilometer tatsächlich beobachtete Anzahl der Blitzeinschläge aller Wahrscheinlichkeit nach in guter Näherung beschreiben lässt!

a) Normalverteilung ☐
b) Poissonverteilung ☒
c) Binomialverteilung ☐
d) Gleichverteilung ☐
e) Weibullverteilung ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung unterhalb des ersten Perzentils liegen!

a) 1% ☒
b) 10% ☐
c) 20% ☐
d) 25% ☐
e) 50% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 25 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $-6 \leq \mu \leq 6$ bei $P = 99\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $-2 \leq \mu \leq 2$ zu reduzieren!

a) 50 ☐
b) 75 ☐
c) 100 ☐
d) 125 ☐
e) 225 ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Ordnen Sie die nachfolgend genannten Merkmalsausprägungen den zugehörigen Skalenniveaus zu!

	Nominalskala	Ordinalskala	Intervallskala	Verhältnisskala	Absolutskala
Temperatur in Grad Celsius	☐	☐	☒	☐	☐
Sternebewertung	☐	☒	☐	☐	☐
Studiengang	☒	☐	☐	☐	☐
Geschwindigkeit	☐	☐	☐	☒	☐

(Fragetyp Zuordnung)

15. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Biotechnologie. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 7,9 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 8 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 8,3 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 1,9 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 9,1 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

a) Die meisten Studierenden benötigen für ihr Studium 7,9 Semester. ☐

b) Die Spanne der Studiendauer beträgt 3,8 Semester. ☐

c) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,3 Semester oder mehr. ☐

d) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss zwischen 7,2 und 9,1 Semester. ☒

e) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 9,8 Semester oder mehr. ☐

(Fragetyp Mehrfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über spezielle Verteilungsfunktionen zutreffend sind!

a) Die Gaußsche Normalverteilung ist symmetrisch zum Erwartungswert μ und ihre Wendepunkte liegen bei $x = \mu \pm \sigma$. ☒

b) Die Gaußsche Normalverteilung beschreibt solche Prozesse gut, auf die eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. ☒

c) Für eine sehr große Zahl von Versuchen ($n \to \infty$) nähert sich die Student'sche t-Verteilung der Gaußsche Normalverteilung an. ☒

d) Die Binomialverteilung beschreibt den wahrscheinlichen Ausgang einer Folge gleichartiger Versuche, bei der es nur zwei mögliche Ergebnisse gibt. ☒

e) Erwartungswert und Varianz der Poissonverteilung sind wertgleich. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B

Kurzfragen:

17. Nennen Sie alle Grundgrößen des SI-Systems sowie ihre Einheiten!

Größe	*Einheit*
Länge	Meter
Masse	Kilogramm
Zeit	Sekunde
Temperatur	Kelvin
Stromstärke	Ampere
Stoffmenge	Mol
Lichtstärke	Candela

18. Bei einer Prüfung haben die insgesamt 12 Teilnehmer*innen die in nachfolgender Tabelle zusammengefassten Noten erzielt:

Teilnehmer*innen	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Note	**2**	**1**	**4**	**2**	**3**	**1**	**3**	**4**	**4**	**2**	**5**	**4**

Geben Sie den Medianwert und den Modalwert sowie die Spannweite obiger Notenverteilung an!

Median: 3
Modalwert: 4
Spanne: 4

19. Geben Sie an, woran man die Sprungantwort eines linearen Systems 1. Ordnung sicher von der eines linearen Systems 2. Ordnung unterscheiden kann!

Bei einem linearen System 2. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets gleich Null, bei einem linearen System 1. Ordnung ist die Anfangssteigung der Sprungantwort stets ungleich Null.