



Technische
Universität
Braunschweig

**iprom**

Ergänzung zum Skript zur Übung Statistische Messdatenauswertung für Biotechnologen

Prof. Dr.-Ing. Rainer Tutsch

Dr.-Ing. Marcus Petz

Version 2023b

Technische Universität Braunschweig
Institut für Produktionsmesstechnik
Schleinitzstraße 20
38106 Braunschweig

Tel.: 0531 / 391-7028
Fax.: 0531 / 391-5837
Email: iprom@tu-bs.de
URL: www.iprom.tu-bs.de

Copyright / Urheberrechtsbelehrung

Das vorliegende Skript unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Es darf nur zum persönlichen Gebrauch zu Zwecken des Studiums an der TU Braunschweig verwendet werden. Soweit einzelne Inhalte nicht vom jeweiligen Institut und Dozenten erstellt wurden, sind Urheberrechte Dritter zu beachten. Insbesondere ist es nicht erlaubt, das Skript oder Teile daraus zu bearbeiten, zu übersetzen oder zu kopieren und an andere Personen weiterzugeben, weder in Kopie noch auf elektronischem Wege per E-Mail, auf Speichermedien (z. B. CD, USB-Stick usw.), über Datenbanken, Internetforen oder andere Medien und Systeme. Lediglich die Herstellung von Kopien und Downloads für den persönlichen, privaten und nicht kommerziellen Gebrauch ist erlaubt.

Mit dem Download und der Nutzung des bereitgestellten Skripts verpflichten Sie sich dazu, diese Bestimmungen einzuhalten. Zuwiderhandlungen gegen diese Nutzungsbedingungen werden verfolgt und können rechtlich geahndet werden.

Inhaltsverzeichnis

Aufgabenstellungen.....	3
Erläuterungen zum Antwort-Wahl-Verfahren	3
Antwort-Wahl-Verfahren: Teil A.....	5
Antwort-Wahl-Verfahren: Teil B.....	7
Lösungen	11
Lösung zu Antwort-Wahl-Verfahren: Teil A.....	11
Lösung zu Antwort-Wahl-Verfahren: Teil B.....	14

Aufgabenstellungen

Erläuterungen zum Antwort-Wahl-Verfahren

Die aktuellen Klausuren weisen zwei Teile, A und B, nach dem Antwort-Wahl-Verfahren auf:

- Der Teil A des Antwort-Wahl-Verfahrens fällt inhaltlich in den Bereich der Berechnungsverfahren zur statistischen Messdatenauswertung (Kapitel 2 des Skripts), der in früheren Prüfungen von Rechenaufgaben abgedeckt wurde. Hier sind, wie auch bei den klassischen Rechenaufgaben, bestimmte Berechnungen nach in der Vorlesung und Übung behandelten Verfahren durchzuführen. Die Beantwortung der Fragen erfolgt jedoch in Form der Auswahl einer der zur Wahl stehenden Antwortalternativen.
- Der Teil B deckt inhaltlich ebenso wie die klassischen Kurzfragen den gesamten Vorlesungsstoff ab. Die im Teil B behandelten Fragestellungen decken Aspekte ab, die in früheren Klausuren hauptsächlich in Form von Kurzfragen behandelt wurden.

Bewertung von Fragen nach dem Antwort-Wahl-Verfahren

Formal sind zwei Typen von Fragestellungen zu unterscheiden: Solche vom Typ Einfachwahl und solche vom Typ Mehrfachwahl. Bei jeder Frage ist angegeben, von welchem Typ sie ist.

Bei Fragen vom Typ Einfachwahl ist stets genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Die Bewertung ist daher entsprechend einfach: Ist genau die eine korrekte Antwortalternative markiert, wird die volle Punktzahl vergeben. Ist dies nicht der Fall, weil entweder keine, eine falsche oder mehrere Antwortalternativen markiert wurden, werden für die Aufgabe keine Punkte vergeben.

Bei Fragen vom Typ Mehrfachwahl können eine, mehrere oder alle der gegebenen Antwortalternativen zutreffend sein. Gemäß der jeweiligen Fragestellung sind alle zutreffenden Antwortalternativen vom Kandidaten anzukreuzen, alle nicht zutreffenden Antwortalternativen sind nicht anzukreuzen.

Als korrekt bearbeitet gilt eine Antwortalternative demnach in zwei Fällen:

- Fall 1: Die Antwortalternative ist zutreffend und wurde vom Kandidaten angekreuzt.
- Fall 2: Die Antwortalternative ist nicht zutreffend und wurde vom Kandidaten nicht angekreuzt.

Als fehlerhaft bearbeitet gilt eine Antwortalternative entsprechend in folgenden Fällen:

- Fall 1: Die Antwortalternative ist zutreffend, wurde vom Kandidaten jedoch nicht angekreuzt.
- Fall 2: Die Antwortalternative ist nicht zutreffend, wurde vom Kandidaten jedoch angekreuzt.

Auf jede Aufgabe entfällt eine bestimmte Anzahl von Punkten (Höchstpunktzahl). Wurden alle Antwortalternativen korrekt beantwortet, wird die Höchstpunktzahl vergeben. Wurden nicht alle Antwortalternativen korrekt beantwortet, werden gemäß folgendem Schlüssel anteilig Punkte vergeben:

$$(\text{Punktzahl}) = (\text{Höchstpunktzahl}) * ((\text{Anzahl korrekt beantworteter Antwortalternativen}) - (\text{Anzahl nicht korrekt beantworteter Antwortalternativen})) / (\text{Anzahl aller Antwortalternativen})$$

Ergibt sich hiernach rechnerisch eine Punktzahl kleiner als null Punkte, wird die Frage mit null Punkten bewertet. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Beispiele:

Eine Frage biete fünf Antwortalternativen A bis E, wovon zwei (A und C) zutreffend und drei (B, D und E) nicht zutreffend sind. Maximal sind bei der Frage 2,5 Punkte zu erreichen.

Bsp. 1: Der Kandidat kreuzt A und C an, B, D und E kreuzt er nicht an. Damit sind alle Antwortalternativen korrekt bearbeitet. Der Kandidat erhält die vollen 2,5 Punkte.

Bsp. 2: Der Kandidat kreuzt A, C und E an, B und D kreuzt er nicht an. Damit sind die Antwortalternativen A, B, C und D korrekt bearbeitet. Die Antwortalternative E ist nicht korrekt bearbeitet. Die Punktzahl ergibt sich gemäß obiger Formel somit zu:

$$\text{Punktzahl} = 2,5 * (4 - 1) / 5 = 1,5$$

Der Kandidat erhält 1,5 Punkte.

Bsp. 3: Der Kandidat kreuzt A und D an, B, C und E kreuzt er nicht an. Damit sind die Antwortalternativen A, B und E korrekt bearbeitet. Die Antwortalternativen C und D sind nicht korrekt bearbeitet. Die Punktzahl ergibt sich gemäß obiger Formel somit zu:

$$\text{Punktzahl} = 2,5 * (3 - 2) / 5 = 0,5$$

Der Kandidat erhält 0,5 Punkte.

Bsp. 4: Der Kandidat kreuzt alle Antwortalternativen an. Damit sind die Antwortalternativen A und C korrekt bearbeitet. Die Antwortalternativen B, D und E sind nicht korrekt bearbeitet. Die Punktzahl ergibt sich gemäß obiger Formel somit zu:

$$\text{Punktzahl} = 2,5 * (2 - 3) / 5 = -0,5$$

Der rechnerische Wert ist kleiner Null. Der Kandidat erhält daher 0 Punkte.

Antwort-Wahl-Verfahren: Teil A

1. Bei einem Hersteller von Drosselblenden für die Durchflussmessung wird im Rahmen der Qualitätssicherung der Durchmesser der kreisförmigen Blendenöffnungen überwacht. Hierzu wird aus der laufenden Fertigung eine Stichprobe vom Umfang $n = 10$ entnommen und der Durchmesser D der Drosselöffnungen ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Durchmessers von $\bar{D} = 19,9864$ mm und eine Streuung von $S_D = 0,0164$ mm. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

- 1.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Drosselblendendurchmessers D für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ beträgt für diesen Fall gerundet:

- a) $D = 19,9864$ mm \pm 0,0094 mm; $P = 95\%$
- b) $D = 19,9864$ mm \pm 0,0095 mm; $P = 95\%$
- c) $D = 19,9864$ mm \pm 0,0102 mm; $P = 95\%$
- d) $D = 19,9864$ mm \pm 0,0116 mm; $P = 95\%$
- e) $D = 19,9864$ mm \pm 0,0117 mm; $P = 95\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

- 1.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 90\%$ und gleichbleibender Streuung von $S_D = 0,0164$ mm das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Durchmessers auf maximal $\pm 0,007$ mm abschätzen zu können, beträgt:

- a) $n = 15$
- b) $n = 16$
- c) $n = 17$
- d) $n = 24$
- e) $n = 41$

(Fragetyp Einfachwahl)

- 1.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Wie viel Prozent aller Drosselblenden weisen dann gerundet einen Durchmesser im Bereich $19,98$ mm $\leq D \leq 20,02$ mm auf?

- a) 34,82%
- b) 36,84%
- c) 63,16%
- d) 77,75%
- e) 97,98%

(Fragetyp Einfachwahl)

2. Sie möchten die Wirksamkeit zweier Nahrungsergänzungsmittel zum Muskelaufbau auf ihre Wirksamkeit hin überprüfen. Hierzu lassen Sie $n = 20$ Probanden trainingsbegleitend für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff A einnehmen. Zwei Monate später lassen Sie dieselben $n = 20$ Probanden trainingsbegleitend wiederum für die Dauer von vier Wochen Wirkstoff B einnehmen. Aus Messungen jeweils zu Beginn und Ende der beiden vierwöchigen Untersuchungseinheiten bestimmen Sie jeweils den Gewinn an Muskelmasse in beiden Trainingszeiträumen. Sie möchten die Frage beantworten, ob sich die beiden Wirkstoffe in Ihrer Wirkung unterscheiden.

2.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) lineare Regression
- b) t-Test für Erwartungswert
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- d) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- e) Chi-Quadrat-Test
(Fragetyp Einfachwahl)

2.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
- b) zweiseitige Alternativhypothese
(Fragetyp Einfachwahl)

3. Anhand zweier unabhängiger Stichproben möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte durchführen. Aus den Stichproben, die jeweils einen Umfang von $n = 20$ aufweisen, haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Größen x und y ermittelt zu $\bar{x} = 39,97$ kg, $S_x = 0,49$ kg, $\bar{y} = 40,06$ kg, $S_y = 0,47$ kg.

3.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) $-2,905$
- b) $-0,838$
- c) $-0,593$
- d) $+0,593$
(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 18
- b) 19
- c) 20
- d) 38
(Fragetyp Einfachwahl)

4. Sie möchten mittels eines t-Tests für verbundene Stichproben die Wirksamkeit zweier Medikamente A und B zur Gewichtsreduktion vergleichen. Der Stichprobenumfang beträgt $n = 30$. Ihre Nullhypothese lautet, dass die Wirkung der Medikamente sich nicht unterscheidet ($\mu_d = 0$). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ($\mu_d \neq 0$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,57$.

4.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
b) Nullhypothese wird abgelehnt
(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Angenommen, die Nullhypothese würde nicht abgelehnt. Welche Aussage in Bezug auf die Wirksamkeit der untersuchten Medikamente A und B wäre dann am zutreffendsten?

Die Wirkung der Medikamente A und B

- a) unterscheidet sich wahrscheinlich.
b) unterscheidet sich definitiv.
c) unterscheidet sich wahrscheinlich nicht.
d) unterscheidet sich definitiv nicht.
(Fragetyp Einfachwahl)

Antwort-Wahl-Verfahren: Teil B

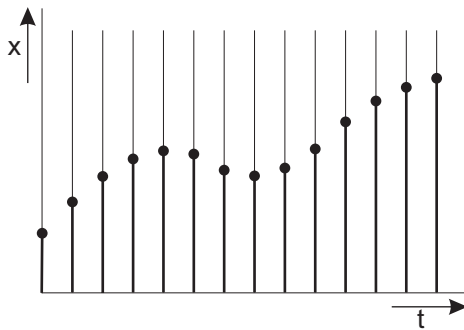
5. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Größen handelt!

- a) Masse
b) Wärmekapazität
c) Dichte
d) elektrische Ladung
e) Brechungsindex
f) Druck
g) dynamische Viskosität
h) Entropie
(Fragetyp Mehrfachwahl)

6. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $10^{-6} \text{ kg} + 1 \text{ } \mu\text{g} = 1,001 \text{ mg}$
b) $1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW}$
c) $1 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ mm}$
d) $100 \text{ hPa} + 1 \text{ MPa} = 1010 \text{ kPa}$
e) $10 \text{ cm} - 1 \text{ mm} = 9,9 \cdot 10^{-1} \text{ m}$
(Fragetyp Mehrfachwahl)

7. Geben Sie an, von welcher Art das nachfolgend abgebildete Signal hinsichtlich seines Verhaltens in Zeit- sowie in Amplitudenrichtung ist!



- a) amplitudenkontinuierlich und zeitkontinuierlich
- b) amplitudendiskret und zeitkontinuierlich
- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret
- d) amplitudendiskret und zeitdiskret

(Fragetyp Einfachwahl)

8. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K = 1$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von 0 V auf 10 V beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = T$ am Ausgang etwa anliegen?

- a) 5 V
- b) 6,3 V
- c) 7,5 V
- d) 9 V
- e) 9,9 V

(Fragetyp Einfachwahl)

9. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung zusammengenommen unterhalb des ersten Quartils (Q_1) oder oberhalb des dritten Quartils (Q_3) liegen!

- a) 25%
- b) 40%
- c) 50%
- d) 60%
- e) 75%

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Sie führen ein Zufallsexperiment durch, bei welchem Sie aus einem mit roten und grünen Kugeln gefüllten Gefäß zufällig n Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen entnehmen. Durch welche statistische Verteilung lässt sich die Wahrscheinlichkeit beschreiben, mit der bei diesem Versuch eine bestimmte Anzahl roter Kugeln gezogen wird?

- a) Binomialverteilung
- b) Normalverteilung
- c) Gleichverteilung
- d) Poissonverteilung
- e) Hypergeometrische Verteilung

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über statistische Tests korrekt sind!

- a) Wird für einen statistischen Test ein Signifikanzniveau von 1% gewählt, bedeutet dies, dass die getroffene Entscheidung mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% korrekt ist.
- b) Als Fehlentscheidung 2. Art bezeichnet man den Fall, dass als Ergebnis eines statistischen Tests die Nullhypothese H_0 nicht abgelehnt wird, obwohl H_0 tatsächlich nicht zutrifft.
- c) Die Güte eines statistischen Tests lässt sich durch Vergrößerung des zugrunde gelegten Stichprobenumfangs erhöhen.
- d) In experimentellen Wissenschaften können statistische Tests dazu genutzt werden, Hypothesen zu beweisen oder zu widerlegen.
- e) Eine Messreihe, die zur Bildung einer Hypothese verwendet wurde, darf nicht für einen Test dieser Hypothese genutzt werden.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

12. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der linearen Regression nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate zutreffend sind!

- a) Die bei der linearen Regression berechnete Gerade geht immer durch den Schwerpunkt der Punkte (\bar{x}, \bar{y}) .
- b) Bei der linearen Regression wird durch eine Menge von Wertepaaren (x, y) eine Gerade derart gelegt, dass die Summe der Abweichungen minimal wird.
- c) Eine Voraussetzung für die sinnvolle Anwendbarkeit der linearen Regression stellt dar, dass die Varianz der Residuen unabhängig vom x -Wert ist.
- d) Mit der linearen Regression kann nachgewiesen werden, dass eine beobachtete statistische Korrelation zweier Größen x und y auf einen kausalen Zusammenhang dieser beiden Größen zurückzuführen ist.
- e) Die lineare Regression liefert rechnerisch nur dann ein Ergebnis, wenn die Eingangsdaten tatsächlich näherungsweise einen linearen Zusammenhang aufweisen.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

13. Bei dem Abtasttheorem nach Shannon handelt es sich hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um ein

- a) hinreichendes und notwendiges Kriterium.
- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.
- c) nicht hinreichendes aber notwendiges Kriterium.
- d) nicht hinreichendes und nicht notwendiges Kriterium.

(Fragetyp Einfachwahl)

Lösungen**Lösung zu Antwort-Wahl-Verfahren: Teil A****zu 1.1:***Zutreffende Antwort:*

e) $D = 19,9864 \text{ mm} \pm 0,0117 \text{ mm}; P = 95\%$

Erläuterung:

Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung lautet:

$$\left[\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}, \quad \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

Hier mit $n = 10$, $S = 0,0164 \text{ mm}$ und $\alpha = 0,05$ ($P = 95\%$).

$$\Rightarrow t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9; 0,975} = 2,262$$

$$\Rightarrow u = \frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{10}} \cdot 2,262 \approx 0,0117 \text{ mm}$$

zu 1.2:*Zutreffende Antwort:*

c) $n = 17$

Erläuterung:

Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung lautet:

$$\left[\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}, \quad \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

Hier mit $S = 0,0164 \text{ mm}$ und $\alpha = 0,1$ ($P = 90\%$).Gesucht ist ein n für das gilt:

$$\frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \leq 0,007 \text{ mm}$$

Test für $n = 16$:

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{15; 0,95} = 1,753$$

$$\frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{16}} \cdot 1,753 \approx 0,00719 \text{ mm} > 0,007 \text{ mm} \rightarrow \text{obige Bedingung ist nicht erfüllt!}$$

Test für $n = 17$:

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{16; 0,95} = 1,746$$

$$\frac{0,0164 \text{ mm}}{\sqrt{17}} \cdot 1,746 \approx 0,00694 \text{ mm} < 0,007 \text{ mm} \rightarrow \text{obige Bedingung ist nicht erfüllt!}$$

zu 1.3:

Zutreffende Antwort:

c) 63,16%

Erläuterung:

Lösung mit Hilfe der Summenfunktion der standardisierten Normalverteilung:

Gesucht:

$$P(19,98 \text{ mm} \leq x \leq 20,02 \text{ mm}) = P(x \leq 20,02 \text{ mm}) - P(x \leq 19,98 \text{ mm})$$

Mit: $\mu = \bar{x} = 19,9864 \text{ mm}$ und $\sigma = S = 0,0164 \text{ mm}$

folgt aus: $x_o = 20,02 \text{ mm}$ und $x_u = 19,98 \text{ mm}$:

$$z_u = \frac{19,98 \text{ mm} - 19,9864 \text{ mm}}{0,0164 \text{ mm}} \approx -0,39$$

$$z_o = \frac{20,02 \text{ mm} - 19,9864 \text{ mm}}{0,0164 \text{ mm}} \approx 2,05$$

Aus der Tabelle der Summenfunktion der standardisierten Normalverteilung kann abgelesen werden:

$$\Phi(z_u = -0,39) = 1 - 0,651732 = 0,348268$$

$$\Phi(z_o = 2,05) = 0,979818$$

Es folgt:

$$P(19,98 \text{ mm} \leq x \leq 20,02 \text{ mm}) = 0,979818 - 0,348268 = 0,63155 \approx 63,16\%$$

zu 2.1:

Zutreffende Antwort:

d) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben

Erläuterung:

Es sollen die Erwartungswerte zweier Stichproben miteinander verglichen werden. Aus der Versuchsbeschreibung geht hervor, dass die beiden untersuchten Wirkstoffe A und B in zeitlichem Abstand an denselben Probanden getestet wurden. Die beiden Stichproben sind daher miteinander verbunden. Folglich ist ein t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben anzuwenden.

zu 2.2:

Zutreffende Antwort:

- b) zweiseitige Alternativhypothese

Erläuterung:

Laut Fragestellung soll untersucht werden, ob sich „die beiden Wirkstoffe in Ihrer Wirkung unterscheiden“. In welcher Richtung ein etwaiger Unterschied besteht ist hingegen nicht von Interesse. Es ist für den Test daher eine zweiseitige Alternativhypothese zu wählen.

zu 3.1:

Zutreffende Antwort:

- c) -0,593

Erläuterung:

Für einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unverbundenen Stichproben errechnet sich gemäß Hilfsmittelsammlung die Testgröße t_0 gemäß

$$t_0 = \sqrt{n} \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}}$$

Mit den Angaben aus der Aufgabenstellung – $n = 20$, $\bar{x} = 39,97$ kg, $S_x = 0,49$ kg, $\bar{y} = 40,06$ kg, $S_y = 0,47$ kg – ergibt sich:

$$t_0 = \sqrt{20} \frac{39,97 \text{ kg} - 40,06 \text{ kg}}{\sqrt{(0,49 \text{ kg})^2 + (0,47 \text{ kg})^2}} \approx -0,593$$

zu 3.2:

Zutreffende Antwort:

- d) 38

Erläuterung:

Gemäß Hilfsmittelsammlung beträgt der Freiheitsgrad des Problems:

$$FG = n_x + n_y - 2$$

Mit $n_x = n_y = n = 20$ ergibt sich also:

$$FG = 20 + 20 - 2 = 38$$

zu 4.1:

Zutreffende Antwort:

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt

Erläuterung:

Die Testbedingung für einen t-Test für verbundene Stichproben bei einer zweiseitigen Alternativhypothese lautet:

$$|t_0| > t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}}$$

Mit den Angaben aus der Aufgabenstellung, $n = 30$ und $\alpha = 0,01$ ergibt sich der kritische Wert zu:

$$t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{30-1; 1-\frac{0,01}{2}} = t_{29; 0,995} = 2,756$$

Der Test lautet somit:

$$|-2,57| > 2,756$$

Die Bedingung ist nicht erfüllt. Folglich wird die Nullhypothese nicht abgelehnt.

zu 4.2:

Zutreffende Antwort:

Die Wirkung der Medikamente A und B

- c) unterscheidet sich wahrscheinlich nicht.

Erläuterung:

Die Nullhypothese besagt inhaltlich, dass die Wirkung der beiden Medikamente sich nicht unterscheidet. Eine Nichtablehnung der Nullhypothese stützt also die Annahme, dass die Wirkung der Medikamente sich nicht unterscheidet. Aufgrund der statistischen Unsicherheit des Tests besteht jedoch die Möglichkeit, dass es sich bei der Nichtablehnung der Nullhypothese um eine Fehlentscheidung 2. Art handelt. Es kann daher nur ausgesagt werden, dass die Wirkung der Medikamente sich wahrscheinlich nicht unterscheidet.

Lösung zu Antwort-Wahl-Verfahren: Teil B**zu 5:**

Zutreffende Antworten:

- a) Masse
- b) Wärmekapazität
- d) elektrische Ladung
- h) Entropie

Erläuterung:

Dichte, Brechungsindex und dynamische Viskosität geben Werkstoffeigenschaften an und sind daher von der Stoffmenge unabhängige, also intensive Zustandsgrößen. Der Druck beschreibt eine Größe eines Systems, die anschaulich durch Teilung des Systems nicht beeinflusst wird, also ebenfalls eine intensive Größe darstellt. Vergleich auch Vorlesungsskript, Kapitel 1.3.4, „Intensive und extensive Größen“

zu 6:

Zutreffende Antworten:

- a) $10^{-6} \text{ kg} + 1 \text{ } \mu\text{g} = 1,001 \text{ mg}$
- b) $1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW}$
- c) $1 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ mm}$
- d) $100 \text{ hPa} + 1 \text{ MPa} = 1010 \text{ kPa}$

Erläuterung:

zu e) $10 \text{ cm} - 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ m} - 0,001 \text{ m} = 0,099 \text{ m} = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \neq 9,9 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

zu 7:

Zutreffende Antwort:

- c) amplitudenkontinuierlich und zeitdiskret

Erläuterung:

Vergleiche Vorlesungsskript, Kapitel 1.4.4, Abbildung 1.3: Signale und Impulsreihen

zu 8:

Zutreffende Antwort:

- b) 6,3 V

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 1.5.8.1, „Lineares System 1. Ordnung“.

Zur Lösung dieser und ähnlicher Aufgaben muss man zunächst wissen, dass ein lineares System 1. Ordnung bei einer Sprunganregung nach der Zeitdauer $t = T$ ca. 63% der gesamten Sprunghöhe zurückgelegt hat ($1 - e^{-1} \approx 0,63$). Für die Berechnung ist zum einen relevant, bei welchem Pegel der Ausgangspunkt (also zum Zeitpunkt $t = 0$) liegt. Im Fall obiger Aufgabe wird das System aus dem Beharrungszustand bei 0 V angeregt. Zum anderen muss die Sprunghöhe ermittelt werden, und zwar nach Betrag *und* Richtung. Im vorliegenden Fall erfolgt ein Sprung von 0 V auf 10 V, also beträgt die Sprunghöhe +10 V. Die Spannung zum Zeitpunkt $t = T$ ergibt sich dann als *Anfangsspannung* + $0,63 \cdot$ *Sprunghöhe*. Im vorliegenden Fall also zu $0 \text{ V} + 0,63 \cdot 10 \text{ V} = 6,3 \text{ V}$.

Sofern der Übertragungsfaktor K des Systems ungleich 1 ist, ist auch dieser bei der Berechnung der Anfangsspannung am Systemausgang und der Sprunghöhe am Ausgang zu berücksichtigen. Allgemein gilt für die Ausgangsspannung U_a in Abhängigkeit der Eingangsspannung U_e und der Systemverstärkung K :

$$U_a(t = T) = K \cdot U_e(t < 0) + 0,63 \cdot K \cdot (U_e(t \geq 0) - U_e(t < 0))$$

zu 9:

Zutreffende Antwort:

- c) 50%

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 2.2.1.2.2, „Quantile“

zu 10:

Zutreffende Antwort:

- e) Hypergeometrische Verteilung

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 2.3.2.1, „Binomialverteilung“.

zu 11:

Zutreffende Antworten:

- b) Als Fehlentscheidung 2. Art bezeichnet man den Fall, dass als Ergebnis eines statistischen Tests die Nullhypothese H_0 nicht abgelehnt wird, obwohl H_0 tatsächlich nicht zutrifft.
- c) Die Güte eines statistischen Tests lässt sich durch Vergrößerung des zugrunde gelegten Stichprobenumfangs erhöhen.
- e) Eine Messreihe, die zur Bildung einer Hypothese verwendet wurde, darf nicht für einen Test dieser Hypothese genutzt werden.

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 2.5, „Statistische Tests“.

zu 12:

Zutreffende Antworten:

- a) Die bei der linearen Regression berechnete Gerade geht immer durch den Schwerpunkt der Punkte (\bar{x}, \bar{y}) .
- c) Eine Voraussetzung für die sinnvolle Anwendbarkeit der linearen Regression stellt dar, dass die Varianz der Residuen unabhängig vom x -Wert ist.

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 2.5.5, „Lineare Regression“

zu 13:

Zutreffende Antwort:

- b) hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium.

Erläuterung:

Vergleiche Kapitel 1.5.9.1, „Abweichung bedingt durch Abtastung“