

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) **Vollständiges Messergebnis für $\eta = f(r_K, v_K, g, \rho_K, \rho_F)$ mit $P = 98\%$:**

Die gegebene Gleichung lautet:

$$\eta = \frac{2 \cdot r_K^2 \cdot g \cdot (\rho_K - \rho_F)}{9 \cdot v_K} \quad (1.1)$$

Gleichung (1.1) kann ohne weitere Umformungen direkt in der gegebenen Form verwendet werden.

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: r_K, v_K, g, ρ_F

Als exakt anzusehende Einflussgrößen: ρ_K

Gegebenen Dichte ρ_F von $P = 95\%$ auf $P = 98\%$ umrechnen:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit $n_p = 8$ folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{7;0,99} = 2,998$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{7;0,975} = 2,365$$

$$\Rightarrow u_{\rho_F;98\%} = 0,004 \text{ g/cm}^3 \cdot \frac{2,998}{2,365} \approx 0,005071 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_F = 1,26 \text{ g/cm}^3 \pm 0,005071 \text{ g/cm}^3 ; P = 98\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$\rho_F = 1260 \text{ kg/m}^3 \pm 5,071 \text{ kg/m}^3 ; P = 98\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Sinkgeschwindigkeit v_K aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \bar{v}_K = 248 \text{ mm/s} = 2,48 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}$$

$$\text{Streuung: } s_{v_K} \approx 0,5727 \text{ mm/s} = 5,727 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Vertrauensbereich:

$$u_{v_K} = \frac{s_{v_K}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

mit: $n = 6$

$$\alpha = 0,02$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{5;0,99} = 3,365$$

$$u_{v_K} = \frac{5,727 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}}{\sqrt{6}} \cdot 3,365 \approx 7,8675 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$v_K = 2,48 \cdot 10^{-1} \text{ m/s} \pm 7,8675 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} ; P = 98\%$$

Sonstige gegebene Größen in SI-Basiseinheiten umrechnen:

Radius r_K der Kugel:

$$r_K = 5 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \pm 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ m} ; P = 98\%$$

Dichte ρ_K der Kugel:

$$\rho_K = 8,0 \text{ kg/dm}^3 = 8000 \text{ kg/m}^3$$

Die Erdbeschleunigung g kann in der gegebenen Form verwendet werden:

$$g = 9,813 \text{ m/s}^2 \pm 0,001 \text{ m/s}^2 ; P = 98\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\bar{\eta}$:

$$\begin{aligned}\bar{\eta} &= \frac{2 \cdot \bar{r}_K^2 \cdot g \cdot (\rho_K - \bar{\rho}_F)}{9 \cdot \bar{v}_K} \\ &= \frac{2 \cdot (5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 9,813 \text{ m/s}^2 \cdot (8000 \text{ kg/m}^3 - 1260 \text{ kg/m}^3)}{9 \cdot 2,48 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}} \\ &\approx 1,4816 \text{ Pa} \cdot \text{s}\end{aligned}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial r_K} \right|_{\bar{r}_K, \bar{v}_K, \bar{g}, \bar{\rho}_F, \rho_K} = \frac{4 \cdot \bar{r}_K \cdot g \cdot (\rho_K - \bar{\rho}_F)}{9 \cdot \bar{v}_K} \approx 5,926 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial v_K} \right|_{\bar{r}_K, \bar{v}_K, \bar{g}, \bar{\rho}_F, \rho_K} = -\frac{2 \cdot \bar{r}_K^2 \cdot g \cdot (\rho_K - \bar{\rho}_F)}{9 \cdot v_K^2} \approx -5,974 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial g} \right|_{\bar{r}_K, \bar{v}_K, \bar{g}, \bar{\rho}_F, \rho_K} = \frac{2 \cdot \bar{r}_K^2 \cdot (\rho_K - \bar{\rho}_F)}{9 \cdot \bar{v}_K} \approx 1,510 \cdot 10^{-1} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \rho_F} \right|_{\bar{r}_K, \bar{v}_K, \bar{g}, \bar{\rho}_F, \rho_K} = -\frac{2 \cdot \bar{r}_K^2 \cdot g}{9 \cdot \bar{v}_K} \approx -2,198 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Vertrauensbereich u_η :

$$u_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial r_K} \cdot u_{r_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial v_K} \cdot u_{v_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial g} \cdot u_g\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_F} \cdot u_{\rho_F}\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_\eta = \sqrt{(5,926 \cdot 10^2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-6})^2 + (-5,974 \cdot 7,8675 \cdot 10^{-4})^2 + (1,510 \cdot 10^{-1} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3})^2 + (-2,198 \cdot 10^{-4} \cdot 5,071)^2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$
$$\approx 5,669 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Vollständiges Messergebnis der dynamischen Viskosität η :

$$\eta = 1,4816 \text{ Pa} \cdot \text{s} \pm 5,669 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}; P = 98\%$$

oder wie gefordert in der Einheit $\text{mPa} \cdot \text{s}$

$$\eta = 1481,6 \text{ mPa} \cdot \text{s} \pm 5,669 \text{ mPa} \cdot \text{s}; P = 98\%$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf Binomialverteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die beobachtete Anzahl von Monitoren mit Pixelfehlern je Gebinde als zufällig anzusehen ist, ob also die beobachtete Verteilung durch eine den Randbedingungen der Erhebung entsprechende Binomialverteilung beschrieben wird. Die Überprüfung erfolgt mittels eines χ^2 -Tests.

Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten E_i ergeben sich aus der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)! k!} p^k q^{n-k}$$

Der Wert k steht für die möglichen Ergebnisse des Zufallsversuchs, also die bei 30 Monitoren je Gebinde festgestellte Anzahl der Monitore mit Pixelfehlern. Es gilt also:

$$k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 30\}$$

Die Anzahl n der Monitore in einem Gebinde beträgt laut Aufgabenstellung:

$$n = 30$$

Gemäß Aufgabenstellung weist im Mittel einer von zwanzig Monitoren mindestens einen Pixelfehler auf. Die Wahrscheinlichkeit p dafür, dass ein einzelner Monitor mindestens einen Pixelfehler aufweist beträgt somit:

$$p = 1/20 = 0,05$$

Mit dem Zusammenhang $p + q = 1$ gilt für die Wahrscheinlichkeit q , mit welcher ein einzelner Monitor fehlerfrei ist

$$q = 1 - 0,05 = 0,95$$

Damit ergeben sich die in folgender Tabelle eingetragenen theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i :

k	p_i	$E_i = n \cdot p_i$
0	0,214639	21,4639
1	0,338903	33,8903
2	0,258637	25,8637
3	0,127050	12,7050
4	0,045136	4,5136
≥ 5	0,015636	1,5636

Exemplarisch für $k = 2$:

$$P(X = 2) = \binom{30}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{30-2} = \frac{30!}{28! \cdot 2!} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{28} \approx 0,2586367377\dots$$

Hinweis: Die kumulierte Wahrscheinlichkeit für die Klassen mit $k \geq 5$ kann exakt mit vertretbarem Aufwand nur dadurch bestimmt werden, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten für die Klassen 0 bis 4 von der theoretischen Gesamtwahrscheinlichkeit von 1 (entsprechend 100%) subtrahiert wird.

Um auf die theoretischen absoluten Häufigkeiten E_i zu kommen, werden die Wahrscheinlichkeiten p_i mit der Anzahl der insgesamt betrachteten Gebinde multipliziert. Laut Aufgabenstellung wurden für die Untersuchung 100 Gebinde herangezogen. Es ergeben sich somit die in obiger Tabelle eingetragenen theoretischen Häufigkeiten E_i .

Die in nachfolgender Tabelle vorgenommene Zusammenstellung von empirischem und theoretischem Histogramm zeigt, dass zunächst noch durch Zusammenlegung von Klassen sichergestellt werden muss, dass die Besetzungszahl in allen Klassen ≥ 5 ist. Es werden die Klassen für $k = 4$ und $k \geq 5$ zu einer Klasse zusammengefasst. In der Folge kann dann der χ^2_0 -Wert berechnet werden.

k	B_i	E_i	B'_i	E'_i	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
0	18	21,4639	18	21,4639	0,559
1	35	33,8903	35	33,8903	0,036
2	22	25,8637	22	25,8637	0,577
3	17	12,7050	17	12,7050	1,452
4	5	4,5136	8	6,0772	0,608
≥ 5	3	1,5636			
Σ					3,232

$$\Rightarrow \chi^2_0 \approx 3,232$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen: $r^* = 5$

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion: $s = 0$ (es wurden keine Parameter aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 5 - 0 - 1 = 4$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi^2_{r^*-s-1; 1-\alpha} = \chi^2_{4; 0,95} = 9,49 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi^2_0 > \chi^2_{4; 0,95} \quad ?$

hier:

$$3,232 > 9,49$$

$\Rightarrow$ Die Bedingung **ist nicht erfüllt!**

$\Rightarrow$ Die Hypothese H_0 **wird nicht abgelehnt!**

$\Rightarrow$ Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ **wird** die beobachtete Verteilung durch eine Binomialverteilung beschrieben! Es kann daher auf dem entsprechenden Signifikanzniveau als **zufällig** angesehen werden.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- **Fragetyp Einfachwahl:** Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- **Fragetyp Mehrfachwahl:** Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.
- **Fragetyp Zuordnung:** Bei Fragen dieses Typs ist in der gegebenen Matrix von Termen jeder Zeile genau eine Spalte zuzuordnen. Bei Fragen dieses Typs erfolgt die Bewertung zeilenweise und es wird je Zeile nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Spalte zugeordnet wurde.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Kugelfallviskosimetern nach DIN 53015 werden Prüfkugeln im Rahmen einer Wareneingangsprüfung hinsichtlich ihres als normalverteilt angenommenen Durchmessers D überprüft. Hierzu wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 15$ entnommen und der Durchmesser D ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert des Durchmessers von $\bar{D} = 15,61$ mm und eine Streuung von $S_D = 0,03$ mm. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Durchmessers D für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ beträgt für diesen Fall rund:

- a) $D = 15,61 \text{ mm} \pm 0,013 \text{ mm}; P = 95\%$ ☐
- b) $D = 15,61 \text{ mm} \pm 0,014 \text{ mm}; P = 95\%$ ☐
- c) $D = 15,61 \text{ mm} \pm 0,015 \text{ mm}; P = 95\%$ ☐
- d) $D = 15,61 \text{ mm} \pm 0,016 \text{ mm}; P = 95\%$ ☐
- e) $D = 15,61 \text{ mm} \pm 0,017 \text{ mm}; P = 95\%$ ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung des Durchmessers $\sigma_D = 0,025$ mm betrage (Hinweis: Gilt nur für Aufgabenteil 3.2). Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes des Durchmessers D auf maximal $\pm 0,01$ mm abschätzen zu können?

- a) 17 ☐
- b) 34 ☐
- c) 38 ☐
- d) 42 ☒
- e) 46 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Kugeln weisen dann einen Durchmesser auf, die außerhalb des Intervalls von $15,55 \text{ mm} \leq D \leq 15,65 \text{ mm}$ liegt?

- a) 2,3% ☐
- b) 6,3% ☐
- c) 11,4% ☒
- d) 88,6% ☐
- e) 93,7% ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert des Durchmessers betrage $\mu_D = 15,6 \text{ mm}$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_D des Durchmessers dann maximal aufweisen, damit 99% der Rohre eine Wanddicke innerhalb des Intervalls von $15,55 \text{ mm} \leq D \leq 15,65 \text{ mm}$ aufwiesen?

- a) 0,0155 mm ☐
- b) 0,0194 mm ☒
- c) 0,0215 mm ☐
- d) 0,0255 mm ☐
- e) 0,0304 mm ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Präzisionskugeln für Kugellager möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigungsanlage sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck stündlich eine Stichprobe aus der laufenden Produktion einer Fertigungsanlage A. Anhand der entnommenen Stichprobe wird der Erwartungswert μ_D des Durchmessers der gefertigten Kugeln abgeschätzt. Ausgehend hiervon soll die Frage geklärt werden, ob der so abgeschätzte Erwartungswert μ_D sich signifikant von dem durch die Spezifikation vorgegebenen Durchmesser unterscheidet.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert ☒
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben ☐
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ☐
- d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei unabhängigen Stichproben ☐
- e) χ^2 -Test ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese ☐
- b) zweiseitige Alternativhypothese ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand der Stichproben des Durchmessers D zweier Chargen X und Y von Präzisionskugeln für Kalibrierkörper möchten Sie einen t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben durchführen. Aus den erhobenen Stichproben jeweils vom Umfang $n = 12$ haben Sie Mittelwerte und Streuungen der Durchmesser ermittelt zu $\bar{D}_X = 24,998$ mm, $\bar{D}_Y = 25,001$ mm, $S_{D_X} = 0,0013$ mm und $S_{D_Y} = 0,0015$ mm.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) $-0,20$ ☐
- b) $-0,44$ ☐
- c) $-5,24$ ☒
- d) $-7,40$ ☐
- e) $-7,42$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 10 ☐
- b) 11 ☐
- c) 12 ☐
- d) 22 ☒
- e) 23 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben die Eigenschaften zweier Fertigungslinien von Präzisionskugeln überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils $n = 15$. Ihre Nullhypothese lautet, dass zwischen beiden Fertigungslinien kein Unterschied besteht ($\mu_x = \mu_y$). Ihre Alternativhypothese lautet, dass die Fertigungslinie X signifikant größere Durchmesser fertigt als Fertigungslinie Y ($\mu_x > \mu_y$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = 2,61$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt ☐
- b) Nullhypothese wird abgelehnt ☒

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, welche der nachfolgend genannten physikalischen Konstanten zur Definition der Grundgrößen des Internationalen Einheitensystems (SI) herangezogen werden!

- a) Elementarladung ☒
- b) Fermi-Konstante ☐
- c) Wien-Konstante ☐
- d) Avogadro-Konstante ☒
- e) Elektrische Feldkonstante ☐
- f) Planck-Konstante ☒
- g) Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ☒
- h) Stefan-Boltzmann-Konstante ☐

(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $400 \mu\text{V} + 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 4 \text{ mV}$ ☒
- b) $3 \text{ MN} \cdot 20 \text{ cm} = 60 \text{ kNm}$ ☐
- c) $5 \text{ TW} - 500 \text{ GW} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ W}$ ☐
- d) $10 \text{ dm}^2 + 1000 \text{ cm}^2 = 0,2 \text{ m}^2$ ☒
- e) $500 \text{ pF} + 0,5 \text{ nF} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ F}$ ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten $T = 0,5 \text{ s}$ und dem Übertragungsfaktor $K = 2$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -12 V auf $+12 \text{ V}$ beaufschlagt. Geben Sie an, nach welcher Zeitdauer t am Ausgang des Systems eine Spannung von etwa 0 V anliegt! Hinweis: Formelsammlung auf Seite 2 beachten!

- a) $0,17 \text{ s}$ ☐
- b) $0,35 \text{ s}$ ☒
- c) $0,42 \text{ s}$ ☐
- d) $0,50 \text{ s}$ ☐
- e) $0,69 \text{ s}$ ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Sie beobachten einen Fertigungsprozess, auf den eine große Zahl statistisch unabhängiger Einflussgrößen mit gleicher Größenordnung einwirkt. Durch welche statistische Verteilung lässt sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Gesamtabweichung des Prozesses in guter Näherung beschreiben?

- a) Gleichverteilung ☐
- b) Binomialverteilung ☐
- c) Hypergeometrische Verteilung ☐
- d) Normalverteilung ☒
- e) Poissonverteilung ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Ordnen Sie die nachfolgend genannten Merkmalsausprägungen den zugehörigen Skalenniveaus zu!

	Nominalskala	Ordinalskala	Intervallskala	Verhältnisskala	Absolutskala
Bildungsabschluss	☐	☒	☐	☐	☐
Geburtsjahr	☐	☐	☒	☐	☐
Kinderzahl	☐	☐	☐	☐	☒
Konfession	☒	☐	☐	☐	☐

(Fragetyp Zuordnung)

12. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 20 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $-10 \leq \mu \leq 10$ bei $P = 95\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $-4 \leq \mu \leq 4$ zu reduzieren!

- a) 40 ☐
- b) 80 ☐
- c) 100 ☐
- d) 125 ☒
- e) 160 ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Bei der taktilen Antastung eines Messobjekts mittels eines Koordinatenmessgeräts tritt infolge der Antastkraft eine elastische Verformung des Messobjekts auf. Geben Sie an, um welche Art von Störeinfluss es sich handelt!

- a) superponierender äußerer Störeinfluss ☐
- a) deformierender äußerer Störeinfluss ☐
- b) innerer Störeinfluss ☐
- c) Rückwirkung des Messvorgangs auf die Messgröße ☒
- d) Repräsentativitätsfehler ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von -5 V bis $+5\text{ V}$ soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler nicht mehr als $20\text{ }\mu\text{V}$ beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 8 Bit ☐
- b) 9 Bit ☐
- c) 18 Bit ☒
- d) 19 Bit ☐
- e) 20 Bit ☐

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Geben sie an, wie viele Takte ein A/D-Umsetzer nach dem Wägeverfahren maximal für die Digitalisierung einer Messgröße mit 12 Bit Auflösung benötigt!

- a) 1 Takt ☐
- b) 12 Takte ☒
- c) $12^2 = 144$ Takte ☐
- d) $2^{12} = 4096$ Takte ☐

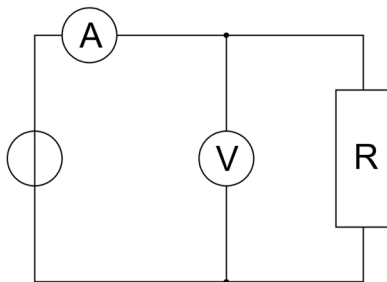
(Fragetyp Einfachwahl)

16. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Maschinenbau. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 8,2 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 8 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 9,4 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 2,8 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 8,9 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) Die Mehrheit der Studierenden benötigen für ihr Studium 7 Semester oder länger. ☒
- b) Die Spanne der Studiendauer beträgt 5,6 Semester. ☐
- c) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,2 Semester oder weniger. ☒
- d) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss zwischen 6,1 und 8,9 Semester. ☒
- e) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,9 Semester oder mehr. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über die nachfolgend abgebildete Schaltung zutreffend sind!



- a) Bei der Schaltung handelt es sich um eine Stromfehlerschaltung zur indirekten Widerstandsmessung. ☒
- b) Die indirekte Widerstandsmessung basiert auf der Anwendung des Ohmschen Gesetzes. ☒
- c) Die Schaltung ist für die Messung großer Widerstände besser geeignet als für die Messung kleiner Widerstände. ☐
- d) Die systematische Messabweichung der Schaltung ist umso größer, je kleiner der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts ist. ☒
- e) Die systematische Messabweichung der Schaltung ist umso größer, je größer der Innenwiderstand des Strommessgeräts ist. ☐

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Bei der Messung des Spannungsabfalls über einem Widerstand mittels eines Spannungsmessgerätes welches direkt an die Zuleitungen des Widerstandes angeschlossen wird kann es aufgrund des Widerstandes der Zuleitungen zu systematischen Messabweichungen kommen. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich dieser Messabweichungen zutreffend sind!

- a) Die systematischen Abweichungen entstehen dadurch, dass die widerstandsbehafteten Zuleitungen des Widerstandes von demselben Strom durchflossen werden, wie der Widerstand selbst. ☒
- b) Die durch den Widerstand der Zuleitungen verursachte systematische Messabweichung bewirkt, dass der gemessene Spannungsabfall größer ist, als der tatsächliche Spannungsabfall über dem Widerstand. ☒
- c) Bei der Spannungsmessung an kleinen Widerständen wirkt sich der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen stärker auf das Messergebnis aus, als bei der Messung an großen Widerständen. ☒
- d) Bei bekannten Leitungswiderständen kann die Abweichung rechnerisch korrigiert werden. ☒
- e) Sind die Leitungswiderstände nicht bekannt und können nicht vernachlässigt werden, kann der Einfluss der Leitungswiderstände durch Einsatz einer Vierleiterschaltung reduziert werden. ☒

(Fragetyp Mehrfachwahl)

19. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der interferometrischen Längenmessung zutreffend sind!

- a) Zur interferometrischen Längenmessung wird in der Regel ein Laserstrahl in zwei Teilstrahlen aufgespalten und über verschiedene Wege geführt. Der Referenzstrahl durchläuft einen festen Referenzarm, während der Messstrahl einen Messarm variabler Länge durchläuft. ☒
- b) Da die Phasenlage des Lichtes von der zurückgelegten Wegstrecke abhängig ist, ist im Allgemeinen eine Phasenverschiebung zwischen Mess- und Referenzstrahl festzustellen. ☒
- c) Die am Empfänger detektierbare Intensität variiert aufgrund von Interferenz in Abhängigkeit von der relativen Phasenlage von Mess- und Referenzstrahl. ☒
- d) Da der Messstrahl den Messarm hin und zurück durchläuft, entspricht die Periodenlänge des Ausgangssignals der doppelten Laserwellenlänge. ☐
- e) Bei der interferometrischen Längenmessung handelt es sich um ein absolutes Messverfahren, so dass eine vorübergehende Unterbrechung des Strahlverlaufs unproblematisch ist. ☐

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B

Kurzfragen:

20. Nennen Sie alle Grundgrößen des SI-Systems sowie ihre Einheiten!

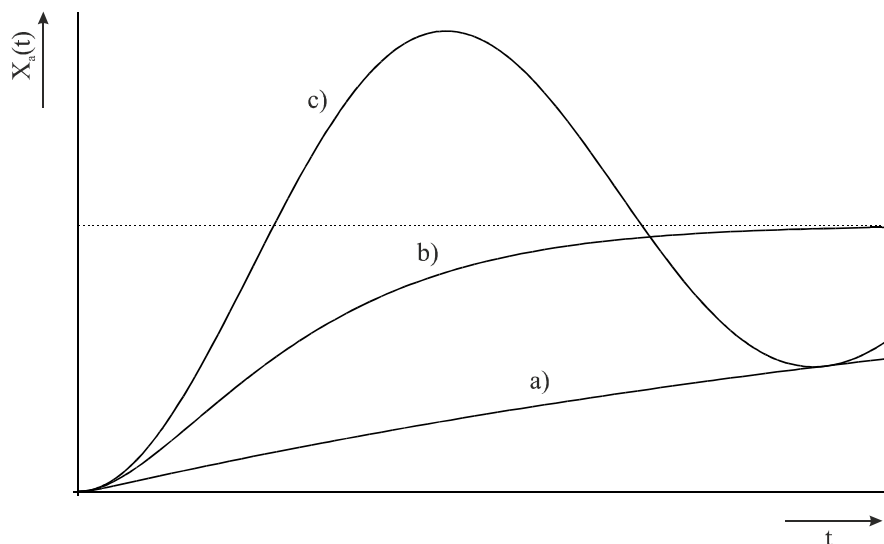
Größe	Einheit
Länge	Meter
Masse	Kilogramm
Zeit	Sekunde
Temperatur	Kelvin
Stromstärke	Ampere
Stoffmenge	Mol
Lichtstärke	Candela

21. Grenzen Sie die Begriffe *Messwert* und *Messergebnis* gegeneinander ab!

Der *Messwert* ist das Ergebnis einer einzelnen Messung, er besteht aus dem Zahlenwert und der Einheit. Das *Messergebnis* hingegen wird im Allgemeinen durch eine Berechnung ermittelt und setzt sich zusammen aus einer Schätzung des Wertes der Messgröße und einer Schätzung der Unsicherheit dieser Messung.

22. Skizzieren Sie in einem gemeinsamen Diagramm für die drei nachfolgend genannten Fälle a) bis c) eines linearen Systems 2. Ordnung jeweils qualitativ die Sprungantwort! Achten Sie dabei auf eine eindeutige Zuordnung der Kurven zu den genannten Fällen!

- a) Die Dämpfung D ist deutlich größer als 1.
- b) Die Dämpfung D ist gleich 1.
- c) Die Dämpfung D ist deutlich kleiner als 1.



23. Geben Sie an, welcher Zusammenhang bei poissonverteilten Daten zwischen Erwartungswert μ und Varianz σ^2 besteht!

Sie sind gleich, $\mu = \sigma^2$

24. Zur Messung des Verfahrweges einer Maschinenachse wird ein inkrementales Messsystem mit Glasmaßstab eingesetzt. Der Abstand zwischen der Wirklinie der Bearbeitung und dem Maßstab beträgt 250 mm. Geben Sie an, mit welchem systematischen Fehler man rechnen muss!

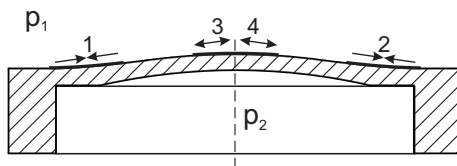
Aufgrund des Abstandes zwischen Mess- und Wirklinie muss mit einem *Abbefehler* gerechnet werden.

25. Erläutern Sie, was darunter zu verstehen ist, dass es sich bei dem Abtasttheorem nach Shannon um eine *hinreichende*, aber *nicht notwendige* Bedingung handelt!

Hinreichende Bedingung: Wenn das Abtasttheorem eingehalten wird, wird bereits alleine dadurch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals ermöglicht.

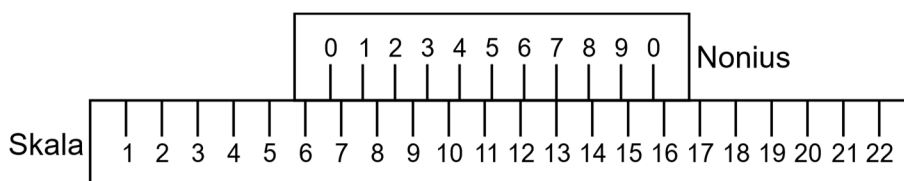
Nicht notwendige Bedingung: Auch wenn das Abtasttheorem nicht eingehalten wird, ist prinzipiell noch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals möglich, beispielsweise unter Einbeziehung von Zusatzinformationen.

26. Nachstehend sehen Sie die schematische Darstellung eines Druckaufnehmers in DMS-Technik. Die Positionen 1 bis 4 kennzeichnen die Lage der einzelnen Dehnungsmessstreifen. Erläutern Sie, weshalb es im Hinblick auf die messtechnische Erfassung der Widerstandsänderungen zweckmäßig ist, sowohl in Stauchungszonen (1 und 2) als auch in Dehnungszonen (3 und 4) Dehnungsmessstreifen zu applizieren!



Die Widerstandsänderungen der Dehnungsmessstreifen werden in der Regel mittels einer Wheatstone-Brückenschaltung erfasst. Eine Wheatstone-Brücke in Vollbrückenbeschaltung, also unter Einsatz von vier DMS, liefert nur dann ein von null verschiedenes Ausgangssignal, wenn sich nicht alle vier Widerstände gleichermaßen verändern. Am größten ist die Änderung des Ausgangssignals dann, wenn sich zwei Widerstände in die eine Richtung verändern, während sich die zwei anderen Widerstände in die entgegengesetzte Richtung ändern, wobei sich die in der Brückenschaltung diagonal gegenüberliegenden Widerstände jeweils gleichsinnig ändern müssen.

27. Lesen Sie die auf untenstehender Abbildung dargestellte Skala mit Nonius ab und geben Sie das (einheitenlose) Ableseergebnis mit einer Auflösung von einer Nachkommastelle an!



Ablesewert: 6,7