

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) **Vollständiges Messergebnis für $\dot{V} = f(r, l, \eta, \Delta p)$ mit $P = 95\%$:**

Die gegebene Gleichung lautet:

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p \quad (1.1)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: $r, l, \eta, \Delta p$

Als exakt anzusehende Einflussgrößen: —

Umrechnung des Radius r von mm in m:

$$r = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} \pm 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}; P = 95\%$$

Die Länge l des Rohrs kann in der gegebenen Form verwendet werden:

$$l = 5 \text{ m} \pm 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}; P = 95\%$$

Umrechnung der dynamischen Viskosität η von $P = 99\%$ auf $P = 95\%$:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit sehr großem Stichprobenumfang folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{\infty;0,975} = 1,96$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{\infty;0,995} = 2,576$$

$$\Rightarrow u_{\eta;95\%} = 0,05 \text{ mPa} \cdot \text{s} \cdot \frac{1,96}{2,576} \approx 0,03804 \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

$$\eta = 4,4 \text{ mPa} \cdot \text{s} \pm 0,03804 \text{ mPa} \cdot \text{s}; P = 95\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$\eta = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \pm 3,804 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}; P = 95\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Druckdifferenz Δp aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \overline{\Delta p} = 12345 \text{ Pa}$$

$$\text{Streuung: } S_{\Delta p} \approx 84,666 \text{ Pa}$$

Vertrauensbereich:

$$u_{\Delta p} = \frac{S_{\Delta p}}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

$$\text{mit: } n = n_{\Delta p} = 7 \\ \alpha = 0,05$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{6;0,975} = 2,447$$

$$\Rightarrow u_{\Delta p} = \frac{84,666 \text{ Pa}}{\sqrt{7}} \cdot 2,447 \approx 78,306 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 12345 \text{ Pa} \pm 78,306 \text{ Pa}; P = 95\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\bar{\dot{V}}$:

$$\bar{\dot{V}} = \frac{\pi \cdot \bar{r}^4}{8 \cdot \bar{\eta} \cdot \bar{l}} \cdot \bar{\Delta p} = \frac{\pi \cdot (5,3 \cdot 10^{-2} \text{ m})^4}{8 \cdot 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot 5 \text{ m}} \cdot 12345 \text{ Pa} \approx 1,7387 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial \dot{V}}{\partial r} \right|_{\bar{r}, \bar{l}, \bar{\eta}, \bar{\Delta p}} = \frac{\pi \cdot \bar{r}^3}{2 \cdot \bar{\eta} \cdot \bar{l}} \cdot \bar{\Delta p} \approx 131,22 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{V}}{\partial l} \right|_{\bar{r}, \bar{l}, \bar{\eta}, \bar{\Delta p}} = -\frac{\pi \cdot \bar{r}^4}{8 \cdot \bar{\eta} \cdot \bar{l}^2} \cdot \bar{\Delta p} \approx -3,4775 \cdot 10^{-1} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{V}}{\partial \eta} \right|_{\bar{r}, \bar{l}, \bar{\eta}, \bar{\Delta p}} = -\frac{\pi \cdot \bar{r}^4}{8 \cdot \bar{\eta}^2 \cdot \bar{l}} \cdot \bar{\Delta p} \approx -395,17 \frac{\text{m}^4}{\text{kg}}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{V}}{\partial \Delta p} \right|_{\bar{r}, \bar{l}, \bar{\eta}, \bar{\Delta p}} = \frac{\pi \cdot \bar{r}^4}{8 \cdot \bar{\eta} \cdot \bar{l}} \approx 1,4084 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^4 \cdot \text{s}}{\text{kg}}$$

Vertrauensbereich $u_{\dot{V}}$:

$$u_{\dot{V}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial r} \cdot u_r \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial l} \cdot u_l \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \eta} \cdot u_\eta \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}}{\partial \Delta p} \cdot u_{\Delta p} \right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_{\dot{V}} = \sqrt{(131,2 \cdot 1 \cdot 10^{-4})^2 + (-3,478 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-3})^2 + (-395,2 \cdot 3,804 \cdot 10^{-5})^2 + (1,408 \cdot 10^{-4} \cdot 78,306)^2} \\ \approx 0,02287 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Vollständiges Messergebnis des Volumenstroms \dot{V} :

$$\dot{V} = 1,7387 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \pm 0,02287 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} ; P = 95\%$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf Pareto-Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob die empirische Verteilung der Anzahl der Arbeitskräfte großer Volkswirtschaften auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ einer Pareto-Verteilung mit den Parametern $x_{min} = 5.000.000$ und $k = 0,805$ genügt. Die ermittelten Arbeitskräfteanzahlen wurden bereits in Klassen eingeteilt, wobei ansteigende Klassenbreiten gewählt wurden.

Zur Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i kann die als geschlossene Funktion darstellbare und in der Aufgabenstellung gegebene Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Pareto-Verteilung genutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ lautet:

$$P(x) = 1 - \left(\frac{x_{min}}{x}\right)^k$$

Hierin sind x_{min} und k die beiden Parameter der Pareto-Verteilung und x ist die unabhängige Variable, im vorliegenden Fall die Anzahl der Arbeitskräfte.

Eine Betrachtung der empirischen Häufigkeiten B_i zeigt zunächst, dass die letzte und vorletzte Klasse nicht die geforderte Mindestbesetzungszahl von $B_i \geq 5$ aufweisen. Die beiden Klassen werden daher zusammengelegt.

Zu Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten p_i , also der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis innerhalb einer Klasse, müssen zunächst die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$, also die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis im Intervall x_{min} bis x_i , bestimmt werden. Diese Wahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ können direkt aus der gegebenen Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(x)$ der Pareto-Verteilung berechnet werden.

Für die erste Klasse, entsprechend einer Anzahl an Arbeitskräften von 5.000.000 bis 10.000.000, lautet die Berechnung des zugehörigen Funktionswertes $P(x_i)$ beispielsweise:

$$P(x_i = 10.000.000) = 1 - \left(\frac{5.000.000}{10.000.000}\right)^{0,805} \approx 0,427638$$

Als maßgeblicher x -Wert wird also die Klassenobergrenze von 10.000.000 eingesetzt. Weiterhin fließen die Werte $x_{min} = 5.000.000$ und $k = 0,805$ der zu testenden Verteilung in die Berechnung ein. Die analog hierzu berechneten $P(x_i)$ -Werte der weiteren Klassen sind, jeweils auf sechs Nachkommastellen gerundet, in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Als maßgebliche Obergrenze der nach oben offenen letzten Klasse mit einer Arbeitskräfteanzahl von $> 200.000.000$ wird Unendlich verwendet, woraus ohne weitere Rechnung $P(x_i = \infty) = 1$ folgt.

Die Wahrscheinlichkeiten p_i werden durch Differenzbildung der $P(x_i)$ -Werte jeweils aufeinander folgender Klassen berechnet und sind ebenfalls in nachfolgender Tabelle aufgeführt.

Die theoretischen Häufigkeiten E_i entstehen aus den Wahrscheinlichkeiten p_i durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang, entsprechend der Anzahl der betrachteten Länder,

von $n = 86$. Eine Betrachtung von E_i zeigt, dass auch an dieser Stelle keine Zusammenlegung von Klassen erforderlich ist.

Anzahl Arbeitskräfte / Millionen	Klassen- obergrenze / Millionen	B_i	B'_i	$P(x_i)$	p_i	E'_i	$\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$
5 bis 10	10	33	33	0,427638	0,427638	36,777	0,388
> 10 bis 20	20	19	19	0,672402	0,244764	21,050	0,200
> 20 bis 30	30	12	12	0,763632	0,091231	7,846	2,199
> 30 bis 50	50	9	9	0,843325	0,079693	6,854	0,672
> 50 bis 100	100	8	8	0,910325	0,067000	5,762	0,869
> 100 bis 200	200	3	5	1,000000	0,089675	7,712	0,954
> 200	∞	2					
Σ							5,282

$$\Rightarrow \chi_0^2 \approx 5,282$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen: $r^* = 6$

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion: $s = 1$ (der Parameter k wurde aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 6 - 1 - 1 = 4$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi_{r^*-s-1; 1-\alpha}^2 = \chi_{4; 0,95}^2 = 9,49 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi_0^2 > \chi_{7; 0,95}^2$?

hier:

$$5,282 > 9,49$$

\Rightarrow Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

\Rightarrow Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

\Rightarrow Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ genügt die beobachtete Verteilung einer Pareto-Verteilung mit den Parametern $x_{min} = 5.000.000$ und $k = 0,805$!

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.
- *Fragetyp Zuordnung:* Bei Fragen dieses Typs ist in der gegebenen Matrix von Termen jeder Zeile genau eine Spalte zuzuordnen. Bei Fragen dieses Typs erfolgt die Bewertung zeilenweise und es wird je Zeile nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Spalte zugeordnet wurde.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Anlagen für die Chemieindustrie wird im Rahmen einer Wareneingangsprüfung eine Charge nahtloser rostfreier Stahlrohre gemäß ASME B 36.19 Schedule 10S mit einer Nennweite von 5 Zoll hinsichtlich ihrer Wanddicke überprüft. Hierzu wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 12$ entnommen und die Wanddicke D ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Wanddicke von $\bar{D} = 3,36$ mm und eine Streuung von $S_D = 0,04$ mm. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Wanddicke D für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 98\%$ beträgt für diesen Fall rund:

- a) $D = 3,36 \text{ mm} \pm 0,0157 \text{ mm}; P = 98\%$
- b) $D = 3,36 \text{ mm} \pm 0,0237 \text{ mm}; P = 98\%$
- c) $D = 3,36 \text{ mm} \pm 0,0269 \text{ mm}; P = 98\%$
- d) $D = 3,36 \text{ mm} \pm 0,0314 \text{ mm}; P = 98\%$
- e) $D = 3,36 \text{ mm} \pm 0,0359 \text{ mm}; P = 98\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

3.2. Angenommen, es sei bekannt, dass die Standardabweichung der Wanddicke $\sigma_D = 0,04$ mm betrage (Hinweis: Gilt nur für Aufgabenteil 3.2). Wie groß ist dann der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Wanddicke D auf maximal $\pm 0,01$ mm abschätzen zu können?

- a) 42
- b) 44
- c) 62
- d) 64
- e) 87

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Rohre weisen dann eine Wanddicke auf, die innerhalb des Intervalls von $3,35 \text{ mm} \leq D \leq 3,45 \text{ mm}$ liegt?

- a) 21,1%
- b) 41,4%
- c) 58,6%
- d) 78,9%
- e) 98,8%

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der Wanddicke betrage $\mu_D = 3,4 \text{ mm}$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_D der Wanddicke dann maximal aufweisen, damit 90% der Rohre eine Wanddicke innerhalb des Intervalls von $3,35 \text{ mm} \leq D \leq 3,45 \text{ mm}$ aufwiesen?

- a) 0,019 mm
- b) 0,026 mm
- c) 0,030 mm
- d) 0,039 mm
- e) 0,055 mm

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller rostfreier Stahlrohre möchten Sie den korrekten Betrieb Ihrer Fertigungsanlagen sicherstellen und entnehmen zu diesem Zweck stündlich jeweils eine Stichprobe aus der laufenden Produktion zweier baugleicher Fertigungsanlagen *A* und *B*. Anhand der entnommenen Stichproben wird jeweils der Erwartungswert μ_D der Wanddicke der auf Anlage *A* beziehungsweise *B* gefertigten Rohre abgeschätzt. Ausgehend hiervon soll die Frage geklärt werden, ob die so abgeschätzten Erwartungswerte μ_{D_A} und μ_{D_B} sich signifikant voneinander unterscheiden.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei unabhängigen Stichproben
- e) χ^2 -Test

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
- b) zweiseitige Alternativhypothese

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand einer Stichprobe der Wanddicke D einer Charge rostfreier Stahlrohre möchten Sie einen t-Test für den Erwartungswert durchführen. Aus der erhobenen Stichprobe vom Umfang $n = 15$ haben Sie Mittelwert und Streuung der Wanddicke D ermittelt zu $\bar{D} = 1,63$ mm und $S_D = 0,02$ mm. Die gemäß Spezifikation geforderte Wanddicke beträgt $D_{Nenn} = 1,65$ mm.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) $-0,26$
- b) $-1,00$
- c) $-2,74$
- d) $-3,87$
- e) $-4,16$

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 13
- b) 14
- c) 15
- d) 28
- e) 29

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben die Eigenschaften zweier Fertigungslinien rostfreier Stahlrohre überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils $n = 20$. Ihre Nullhypothese lautet, dass zwischen beiden Fertigungslinien kein Unterschied besteht ($\mu_x = \mu_y$). Ihre Alternativhypothese lautet, dass die Fertigungslinien sich unterscheiden ($\mu_x \neq \mu_y$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,1$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,34$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

Ende von Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Größen es sich um Grundgrößen des SI-Systems handelt!

- a) Thermodynamische Temperatur
- b) Elektrische Spannung
- c) Beleuchtungsstärke
- d) Dichte
- e) Spezifisches Gewicht
- f) Elektrische Stromstärke
- g) Leuchtdichte
- h) Länge

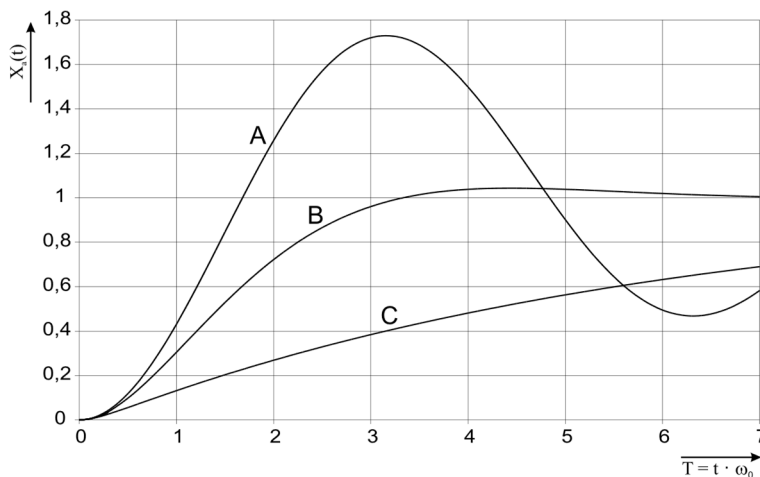
(Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $5 \text{ MN} \cdot 2 \text{ cm} = 100 \text{ kNm}$
- b) $10 \text{ mg} + 100 \text{ } \mu\text{g} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ g}$
- c) $970 \text{ hPa} + 103 \text{ kPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- d) $50 \text{ pF} + 0,5 \text{ nF} = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$
- e) $0,8 \text{ TW} + 2000 \text{ GW} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ W}$

(Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit A , B und C bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich Ihrer Dämpfung D unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen D_A , D_B und D_C das Verhalten der dargestellten Systeme A , B und C qualitativ am besten beschreibt!



- a) $D_A = 2$; $D_B = 1$; $D_C = 0,5$
- b) $D_A = 0,3$; $D_B = 1$; $D_C = 3$
- c) $D_A = 0,1$; $D_B = \sqrt{2}/2$; $D_C = 3$
- d) $D_A = 0,1$; $D_B = 0,3$; $D_C = 0,5$

(Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten $T = 3$ s und dem Übertragungsfaktor $K = 2$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -10 V auf $+10$ V beaufschlagt. Geben Sie an, nach welcher Zeitdauer t am Ausgang des Systems eine Spannung von etwa $+10$ V anliegt! *Hinweis: Formelsammlung auf Seite 2 beachten!*

- a) 5,48 s
- b) 4,16 s
- c) 3,57 s
- d) 2,77 s
- e) 1,39 s

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Bei der taktilen Antastung eines Messobjekts mittels eines Koordinatenmessgeräts kommt es infolge von Temperaturschwankungen im Messraum zu einer thermischen Längenänderung der Maßstäbe der inkrementalen Wegmesssysteme. Geben Sie an, um welche Art von Störeinfluss es sich handelt!

- a) Rückwirkung des Messvorgangs auf die Messgröße
- b) innerer Störeinfluss
- c) superponierender äußerer Störeinfluss
- d) deformierender äußerer Störeinfluss
- e) Repräsentativitätsfehler

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Eine normalverteilte, dimensionslose Größe werde mit 20 Wiederholungen gemessen. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes wird zu $95 \leq \mu \leq 105$ bei $P = 99\%$ bestimmt. Die Standardabweichung σ sei bekannt. Geben Sie an, wie viele Wiederholungsmessungen bei unveränderter Standardabweichung mindestens durchgeführt werden müssen, um das Konfidenzintervall bei unveränderter Aussagesicherheit auf $98 \leq \mu \leq 102$ zu reduzieren!

- a) 50
- b) 100
- c) 125
- d) 180
- e) 200

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von -24 V bis $+24$ V soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler nicht mehr als $10 \mu\text{V}$ beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 20 Bit
- b) 21 Bit
- c) 22 Bit
- d) 23 Bit
- e) 24 Bit

(Fragetyp Einfachwahl)

14. Sie untersuchen den nach Ländern kategorisierten durchschnittlichen täglichen Lebensmittelverbrauch anhand empirischer Daten der pro Person aufgenommenen Lebensmittelmenge in Kilokalorien (kcal). Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median des Lebensmittelverbrauchs beträgt 2857 kcal; der Modalwert des Lebensmittelverbrauchs beträgt 3307 kcal; der arithmetische Mittelwert des Lebensmittelverbrauchs beträgt 2871 kcal; der Quartilsabstand des Lebensmittelverbrauchs beträgt 714 kcal; das erste Quartil des Lebensmittelverbrauchs liegt bei 2563 kcal. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) In einem Viertel der Länder werden pro Tag 3277 kcal oder mehr pro Tag aufgenommen.
- b) In der Hälfte der Länder werden pro Tag 3307 kcal oder mehr pro Tag aufgenommen.
- c) In der Hälfte der Länder werden pro Tag 2857 kcal oder weniger pro Tag aufgenommen.
- d) In der Hälfte der Länder werden pro Tag 2871 kcal oder mehr pro Tag aufgenommen.
- e) In der Hälfte der Länder werden zwischen 2563 kcal und 3277 kcal pro Tag aufgenommen.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

15. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über Massenmessgeräte zutreffend sind!

- a) Die Messung einer Masse wird meist auf eine Kraftmessung zurückgeführt, da Masse und die durch die Masse ausgeübte Kraft über die Erdbeschleunigung miteinander verknüpft sind.
- b) Die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung wird hauptsächlich durch die nichtideale Kugelform der Erde verursacht.
- c) Um die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung zu berücksichtigen, ist Deutschland in 4 Gebrauchszonen mit unterschiedlicher Erdbeschleunigung unterteilt.
- d) Im Unterschied zum *Wägewert* wird beim *konventionellen Wägewert* der Einfluss des Auftriebs im umgebenden Medium berücksichtigt.
- e) Während *Wägen* das Feststellen einer unbekannt Masse bezeichnet, bezeichnet man mit *Abwägen* das Herstellen einer bestimmten Masse.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- a) Der Messschieber ist robust gegenüber dem Auftreten des Abbe-Fehlers, da bei ihm im Regelfall Antast- und Messlinie fluchten.
- b) Der Nonius eines Messschiebers stellt eine Hilfsteilung dar, welche dazu dient, bei der Ablesung das Auftreten von Parallaxeneffekten zu vermindern.
- c) Bei einer Bügelmessschraube stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- d) Bei der Messuhr wird die Auslenkung des Messbolzens über ein Präzisionsgetriebe in eine Zeigerdrehung gewandelt.
- e) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im engeren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der Digitalisierung von Signalen zutreffend sind!

- a) Digitalisierung ist die Umwandlung eines zeit- und wertkontinuierlichen Analogsignals in ein zeit- und wertdiskretes Digitalsignal.
- b) Bei der Abtastung wird das Signal zu festen Zeitpunkten mit konstanten zeitlichen Abständen abgetastet, die Zustände zwischen den Abtastpunkten werden nicht berücksichtigt.
- c) Ist die Zeit zwischen zwei Abtastungen zu lang, ist die Dichte der Abtastpunkte zu gering und es tritt eine charakteristische Fehlmessung auf, der sogenannte „Aliasing-Fehler“.
- d) Der zweite Schritt der Digitalisierung eines Signals ist die Quantisierung. Hierbei wird der kontinuierliche Wertebereich des Signals auf diskrete Werte abgebildet.
- e) Der bei der Quantisierung auftretende Rundungsfehler beträgt maximal die Hälfte der Auflösung, mit der quantisiert wird.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Ordnen Sie die nachfolgend genannten Merkmalsausprägungen den zugehörigen Skalenniveaus zu!

	Nominalskala	Ordinalskala	Intervallskala	Verhältnisskala	Absolutskala
Bildungsabschluss	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Familienstand	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kinderzahl	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Einkommen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Intelligenzquotient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(Fragetyp Zuordnung)

Kurzfragen:

19. Grenzen Sie die Begriffe *Messwert* und *Messergebnis* gegeneinander ab!

Der *Messwert* ist das Ergebnis einer einzelnen Messung, er besteht aus dem Zahlenwert und der Einheit. Das *Messergebnis* hingegen wird im Allgemeinen durch eine Berechnung ermittelt und setzt sich zusammen aus einer Schätzung des Wertes der Messgröße und einer Schätzung der Unsicherheit dieser Messung.

20. Geben Sie an, mit welcher Verteilungsfunktion die Wahrscheinlichkeit beschrieben werden kann, mit der bei n Würfeln eines idealen sechsseitigen Würfels k -mal die Zahl 6 gewürfelt wird!

Binomialverteilung

21. Bei der Beobachtung einer poissonverteilten Zufallsgröße stellen Sie fest, dass der Erwartungswert $\mu = 1764$ beträgt. Geben Sie die Standardabweichung σ der Verteilung an!

$$\sigma = \sqrt{\mu} = 42$$

22. Ein Thermometer zeige bei einer tatsächlichen Temperatur von 42°C den Wert $43,5^\circ\text{C}$ an. Das Gerät wird kalibriert. Geben Sie an, welchen Messwert es nach der Kalibrierung bei einer tatsächlichen Temperatur von 42°C anzeigt! Begründen Sie Ihre Antwort!

Das Thermometer zeigt bei einer tatsächlichen Temperatur von 42°C weiterhin $43,5^\circ\text{C}$ an. Durch die Kalibrierung wurde das Verhalten des Thermometers nicht verändert, sondern lediglich festgestellt und dokumentiert.

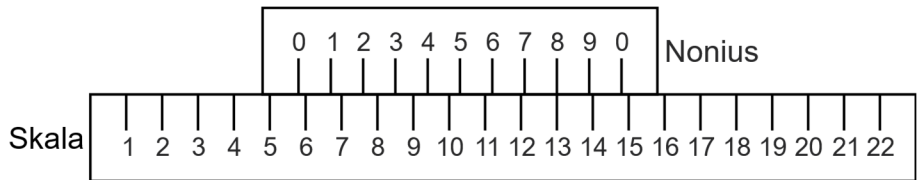
23. Bei der Durchführung eines statistischen Tests stellen Sie fest, dass wiederholt der Fall eintritt, dass die Nullhypothese infolge des Testresultats angenommen wird, obwohl weiterführende Untersuchungen zeigen, dass die Nullhypothese tatsächlich nicht zutrifft. Geben Sie an, wie Sie das Signifikanzniveau α des Tests verändern würden, um die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer derartigen Fehlentscheidung zu reduzieren! Begründen Sie Ihre Antwort!

Das Signifikanzniveau α muss erhöht werden (= größerer Zahlenwert). Bei der beschriebenen Fehlentscheidung handelt es sich um eine Fehlentscheidung 2. Art, welche mit der Wahrscheinlichkeit β auftritt. Da sich α und β im Allgemeinen gegensinnig ändern, lässt sich durch eine Erhöhung von α die Wahrscheinlichkeit β für das Auftreten der beobachteten Fehlentscheidung 2. Art verringern.

24. Geben Sie an, welcher Punkt bei der linearen Regression stets auf der berechneten Geraden liegt!

Der Schwerpunkt $(\bar{x}; \bar{y})$ der zugrunde liegenden Punkte.

25. Lesen Sie die auf untenstehender Abbildung dargestellte Skala mit Nonius ab und geben Sie das (einheitenlose) Ablesergebnis mit einer Auflösung von einer Nachkommastelle an!

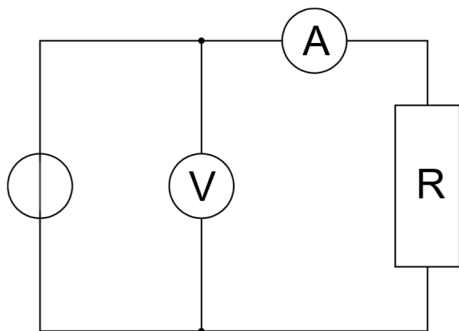


Ablesewert: 5,8

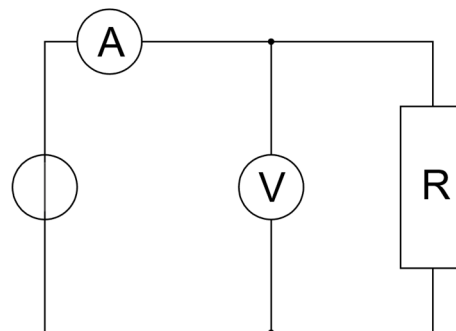
26. Für die indirekte Widerstandsmessung mittels Strom- und Spannungsmessgerät sind zwei unterschiedliche Schaltungsarten gebräuchlich.

- Benennen und skizzieren Sie die beiden Schaltungsarten! Achten Sie dabei auf eine jeweils eindeutige Zuordnung von Benennung und Skizze!
- Geben Sie an, welche der beiden Schaltungsarten für die Messung kleiner Widerstände geeigneter ist!

zu a)



Spannungsfehlerschaltung



Stromfehlerschaltung

zu b)

Zur Messung kleiner Widerstände ist die Stromfehlerschaltung geeigneter.