

Aufgabe 1: Abweichungsrechnung

a) Vollständiges Messergebnis für $\rho = f(m_{Glas}, m_{Blei}, d, h)$ mit $P = 98\%$:

Die gegebene Gleichung lautet:

$$\rho = \frac{m_{Glas} + m_{Blei}}{\frac{1}{4}\pi \cdot d^2 \cdot h} \quad (1.1)$$

Da die Messung der Massen m_{Glas} und m_{Blei} gemeinsam erfolgt, ist es sinnvoll, statt der Einzelmassen nur die Gesamtmasse zu betrachten. Mit $m_{ges} = m_{Glas} + m_{Blei}$ folgt daher:

$$\rho = \frac{m_{ges}}{\frac{1}{4}\pi \cdot d^2 \cdot h} \quad (1.2)$$

Abweichungsbehaftete Einflussgrößen: m_{ges}, d, h

Die Gesamtmasse m_{ges} von Glas und Blei wird mit 14 g von der Waage abgelesen. Die Unsicherheit u_m für $P = 98\%$ beträgt laut Hersteller 0,5% vom Anzeigewert:

$$u_m = 0,005 \cdot 14 \text{ g} = 0,07 \text{ g}$$

Das vollständige Messergebnis der Gesamtmasse m_{ges} beträgt somit:

$$m_{ges} = 14 \text{ g} \pm 0,07 \text{ g}; P = 98\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$m_{ges} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \pm 7 \cdot 10^{-5} \text{ kg}; P = 98\%$$

Gegebenen Durchmesser d von $P = 90\%$ auf $P = 98\%$ umrechnen:

allgemein:

$$u_{\alpha_1} = u_{\alpha_2} \cdot \frac{t_{n-1;1-\alpha_1/2}}{t_{n-1;1-\alpha_2/2}}$$

mit $n_d = 25$ folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha_1/2} = t_{24;0,99} = 2,492$$

$$t_{n-1;1-\alpha_2/2} = t_{24;0,95} = 1,711$$

$$\Rightarrow u_{d,98\%} = 0,011 \text{ mm} \cdot \frac{2,492}{1,711} \approx 0,016021 \text{ mm}$$

$$d = 12 \text{ mm} \pm 0,016021 \text{ mm}; P = 98\%$$

oder in SI-Basiseinheiten

$$d = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \pm 1,6021 \cdot 10^{-5} \text{ m} ; P = 98\%$$

Berechnung des vollständigen Messergebnisses der Eintauchtiefe h aus der gegebenen Messreihe:

$$\text{Mittelwert: } \bar{h} = 156,957 \text{ mm} = 1,56957 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$\text{Streuung: } S_h \approx 0,55032 \text{ mm} = 5,5032 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Vertrauensbereich:

$$u_h = \frac{S_h}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1;1-\alpha/2}$$

$$\text{mit: } n = 7$$

$$\alpha = 0,02$$

folgt:

$$t_{n-1;1-\alpha/2} = t_{6;0,99} = 3,143$$

$$u_h = \frac{5,5032 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{\sqrt{7}} \cdot 3,143 \approx 6,5375 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$h = 1,56957 \cdot 10^{-1} \text{ m} \pm 6,5375 \cdot 10^{-4} \text{ m} ; P = 98\%$$

Berechnung des Mittelwertes $\bar{\rho}$:

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}_{ges}}{\frac{1}{4}\pi \cdot \bar{d}^2 \cdot \bar{h}} = \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{\frac{1}{4}\pi \cdot (1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 1,56957 \cdot 10^{-1} \text{ m}} \approx 788,669 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Partielle Ableitungen:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial m_{ges}} \right|_{\bar{m}_{ges}, \bar{d}, \bar{h}} = \frac{1}{\frac{1}{4}\pi \cdot \bar{d}^2 \cdot \bar{h}} \approx 5,63335 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial d} \right|_{\bar{m}_{ges}, \bar{d}, \bar{h}} = -\frac{2 \cdot \bar{m}_{ges}}{\frac{1}{4}\pi \cdot \bar{d}^3 \cdot \bar{h}} \approx -1,31445 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial h} \right|_{\bar{m}_{ges}, \bar{d}, \bar{h}} = -\frac{\bar{m}_{ges}}{\frac{1}{4}\pi \cdot \bar{d}^2 \cdot \bar{h}^2} \approx -5,02474 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$$

Vertrauensbereich u_ρ :

$$u_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m_{ges}} \cdot u_{m_{ges}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \cdot u_h\right)^2}$$

Einsetzen der oben berechneten Werte liefert:

$$u_\rho = \sqrt{(5,63335 \cdot 10^4 \cdot 7 \cdot 10^{-5})^2 + (-1,31445 \cdot 10^5 \cdot 1,6021 \cdot 10^{-5})^2 + (-5,02474 \cdot 10^3 \cdot 6,5375 \cdot 10^{-4})^2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
$$\approx 5,5476 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Vollständiges Messergebnis der Dichte ρ :

$$\rho = 788,669 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \pm 5,548 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \mathbf{P = 98\%}$$

Aufgabe 2: χ^2 -Test

a) Überprüfung auf konkrete Verteilung auf Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$:

Es soll überprüft werden, ob das Ergebnis der insgesamt $n = 120$ Würfe mit je einem vierseitigen und einem sechsseitigen Würfel (W4 und W6) als zufällig anzusehen ist, ob also die beobachtete Verteilung durch eine den Randbedingungen des Versuchs entsprechende Verteilung beschrieben wird. Die Überprüfung erfolgt mittels eines χ^2 -Tests.

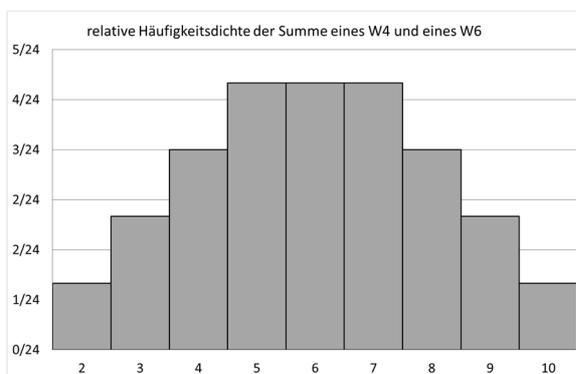
Die theoretischen Wahrscheinlichkeiten der neun möglichen Ergebnisklassen im Bereich zwischen 2 und 10 lassen sich aus der Betrachtung aller möglichen Kombinationen der Augenzahlen eines W4 und eines W6 ermitteln. Da der W4 für sich betrachtet vier mögliche Ergebnisse und der W6 für sich betrachtet sechs mögliche Ergebnisse liefern kann, existieren $4 \cdot 6 = 24$ mögliche Kombinationen. Da beide Würfeltypen zudem alle Ergebnisse mit derselben Wahrscheinlichkeit liefert (diskrete Gleichverteilung mit $p_i = 1/4$ für den W4 bzw. $p_i = 1/6$ für den W6), treten die beim Wurf mit einem W4 und einem W6 möglichen 24 Kombinationen mit derselben Wahrscheinlichkeit auf. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten der Ergebnissummen zwischen 2 und 10 ist nun zu ermitteln, wie viele der möglichen 24 Kombinationen jeweils zu den einzelnen Ergebnissummen zwischen 2 und 10 führen. Dies kann z.B. durch Auszählen in einer tabellarischen Übersicht der möglichen Ergebniskombinationen und ihrer jeweiligen Summen erfolgen. Der Ergebnisraum kann bei einem W4 und einem W6 in Form einer 4×6 Matrix dargestellt werden.

| | | W6 | | | | | |
|----|---|----|---|---|---|---|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| W4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

Tabelle der möglichen Würfelresultate eines W4 und eines W6 sowie ihrer jeweiligen Summen.

Durch Auszählen in obiger Tabelle ergeben sich damit die folgenden Wahrscheinlichkeiten p_i für die Ergebnisklassen 2 bis 10:

- $p_2 = 1/24$
- $p_3 = 2/24$
- $p_4 = 3/24$
- $p_5 = 4/24$
- $p_6 = 4/24$
- $p_7 = 4/24$
- $p_8 = 3/24$
- $p_9 = 2/24$
- $p_{10} = 1/24$



Die für den Test benötigten theoretischen Häufigkeiten E_i ergeben sich aus den oben ermittelten Wahrscheinlichkeiten durch Multiplikation mit dem Stichprobenumfang $n = 120$.

Eine Aufstellung der beobachteten Häufigkeiten B_i , der theoretischen Wahrscheinlichkeiten p_i sowie der theoretischen Häufigkeiten E_i ist in nachfolgender Tabelle angegeben.

| i | B_i | p_i | $E_i = n \cdot p_i$ | B'_i | E'_i | $\frac{(B'_i - E'_i)^2}{E'_i}$ |
|----------|-------|-------|---------------------|--------|--------|--------------------------------|
| 2 | 3 | 1/24 | 120/24 = 5 | 15 | 15 | 0 |
| 3 | 12 | 2/24 | 240/24 = 10 | | | |
| 4 | 17 | 3/24 | 360/24 = 15 | 17 | 15 | 0,26666 |
| 5 | 18 | 4/24 | 480/24 = 20 | 18 | 20 | 0,2 |
| 6 | 23 | 4/24 | 480/24 = 20 | 23 | 20 | 0,45 |
| 7 | 16 | 4/24 | 480/24 = 20 | 16 | 20 | 0,8 |
| 8 | 11 | 3/24 | 360/24 = 15 | 11 | 15 | 1,06666 |
| 9 | 13 | 2/24 | 240/24 = 10 | 13 | 10 | 0,9 |
| 10 | 7 | 1/24 | 120/24 = 5 | 7 | 5 | 0,8 |
| Σ | | | | | | 4,48333 |

Um die Bedingung zu erfüllen, dass jede Klasse sowohl der empirischen wie auch der theoretischen Verteilung eine Mindestbesetzungszahl von 5 aufweist, werden Klassen für die gilt $B_i < 5$ oder $E_i < 5$ mit der benachbarten Klasse zusammengelegt. Im vorliegenden Fall werden daher die erste und zweite Klasse zusammengelegt. Die Werte B'_i und E'_i für die sich durch Zusammenlegung ergebenden acht auswertbaren Klassen sind ebenfalls in obiger Tabelle eingetragen.

Mit den so ermittelten B'_i und E'_i kann dann der χ^2_0 -Wert berechnet werden:

$$\chi^2_0 = 4,4833\bar{3}$$

Bestimmung der Zahl der Freiheitsgrade:

Zahl der auswertbaren Klassen:

$r^* = 8$ (Zahl der Klassen nach Zusammenlegung)

Zahl der Parameter der Verteilungsfunktion:

$s = 0$ (es wurden keine Parameter aus der Stichprobe abgeschätzt)

$$\Rightarrow r^* - s - 1 = 8 - 0 - 1 = 7$$

Festlegen der Irrtumswahrscheinlichkeit:

gegeben: $\alpha = 0,05$

Vergleichswert ermitteln:

$$\chi^2_{r^*-s-1; 1-\alpha} = \chi^2_{7; 0,95} = 14,1 \quad (\text{aus Tabelle})$$

Test: $\chi_0^2 > \chi_{7,0,95}^2$?

hier:

$4,4833\bar{3} > 14,1 \quad \Rightarrow \quad$ Die Bedingung ist **nicht** erfüllt!

\Rightarrow Die Hypothese H_0 wird **nicht** abgelehnt!

\Rightarrow Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ kann das beobachtete Ergebnis als **zufällig** angesehen werden, da es der anhand der Randbedingungen der Versuchsdurchführung zu erwartenden Verteilung genügt.

Erläuterungen zu Aufgaben nach dem Antwort-Wahl-Verfahren:

Bei jeder Fragestellung wird im Anschluss an die Antwortalternativen angegeben, um welchen Fragetyp es sich handelt. Die möglichen Fragetypen sind nachfolgend näher erläutert.

- *Fragetyp Einfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist genau eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Bei Fragen dieses Typs wird nur dann eine von null Punkten verschiedene Bewertung vergeben, wenn genau die eine korrekte Antwort markiert wurde.
- *Fragetyp Mehrfachwahl:* Bei Fragen dieses Typs ist mindestens eine der angebotenen Antwortalternativen korrekt. Entsprechend können auch mehrere oder alle Antwortalternativen korrekt sein. Bei Fragen dieses Typs werden auch dann anteilig Punkte vergeben, wenn einzelne Antworten unzutreffend sind (korrekte Antwort fälschlich nicht markiert oder unkorrekte Antwort fälschlich markiert). Hierbei gilt jedoch, dass eine Frage, bei welcher keine der Antworten markiert wurde als nicht bearbeitet gilt und mit null Punkten bewertet wird.

Für alle Fragetypen gilt, dass eine Frage nicht mit weniger als null Punkten bewertet werden kann. Es werden also keine negativen Punkte vergeben.

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil A:

3. Bei einem Hersteller von Aräometern zur Dichtebestimmung von Flüssigkeiten werden im Rahmen einer Warenausgangsprüfung Aräometer hinsichtlich ihrer Masse untersucht. Hierzu wird aus den produzierten Aräometern eine Stichprobe vom Umfang $n = 30$ entnommen und die Masse m mittels einer digitalen Präzisionswaage experimentell ermittelt. Aus der Stichprobe ergibt sich ein Mittelwert der Masse von $\bar{m} = 18,47$ g und eine Streuung von $S_m = 0,09$ g. Die Standardabweichung σ sei unbekannt.

- 3.1. Das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Masse m für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 95\%$ beträgt für diesen Fall rund:

- a) $m = 18,47 \text{ g} \pm 0,0270 \text{ g}; P = 95\%$
- b) $m = 18,47 \text{ g} \pm 0,0279 \text{ g}; P = 95\%$
- c) $m = 18,47 \text{ g} \pm 0,0322 \text{ g}; P = 95\%$
- d) $m = 18,47 \text{ g} \pm 0,0336 \text{ g}; P = 95\%$
- e) $m = 18,47 \text{ g} \pm 0,0499 \text{ g}; P = 95\%$

(Fragetyp Einfachwahl)

- 3.2. Der minimal erforderliche Stichprobenumfang n , um bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P = 99\%$ das Konfidenzintervall des Erwartungswertes der Masse m auf maximal $\pm 0,05$ g abschätzen zu können?

- a) 11
- b) 18
- c) 21
- d) 22
- e) 26

(Fragetyp Einfachwahl)

Fortsetzung Aufgabe 3 auf der nächsten Seite

3.3. Gehen Sie davon aus, dass Mittelwert und Streuung obiger Stichprobe mit dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Grundgesamtheit übereinstimmen. Etwa wie viel Prozent aller Aräometer weisen dann eine Masse auf, die innerhalb des Intervalls von $18,4 \text{ g} \leq m \leq 18,6 \text{ g}$ liegt?

- a) 29,3%
- b) 70,7%
- c) 73,3%
- d) 85,0%
- e) 92,5%

(Fragetyp Einfachwahl)

3.4. Angenommen, der Erwartungswert der Masse m betrage $\mu_m = 18,5 \text{ g}$. Welchen (mathematisch gerundeten) Wert dürfte die Standardabweichung σ_m der Masse dann maximal annehmen, damit 90% der Aräometer eine Masse innerhalb des Intervalls von $18,4 \text{ g} \leq m \leq 18,6 \text{ g}$ aufweisen?

- a) 0,0388 g
- b) 0,0430 g
- c) 0,0510 g
- d) 0,0608 g
- e) 0,0780 g

(Fragetyp Einfachwahl)

4. Als Hersteller von Aräometern betreiben Sie mehrere Fertigungslinien zum Abwiegen von Bleigranulatfüllungen. Aufgrund von Auffälligkeiten im Rahmen der Qualitätskontrolle möchten Sie dem Verdacht nachgehen, dass zwei nominell identischen Fertigungslinien A und B sich hinsichtlich der erzielten Massen unterscheiden. Sie entnehmen daher aus der laufenden Fertigung an beiden Linien jeweils Stichproben vom Umfang $n = 25$ und überprüfen die Massen in Ihrem Messlabor. Anhand der ermittelten Daten möchten Sie feststellen, ob – wie von Ihnen vermutet – die Masse der auf Linie A abgewogenen Bleigranulatmenge signifikant kleiner ist, als jene der auf Linie B abgewogenen.

4.1. Welcher statistische Test ist geeignet, die Frage zu beantworten?

- a) t-Test für Erwartungswert
- b) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben
- c) t-Test für den Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben
- d) F-Test für den Vergleich zweier Streuungen bei unabhängigen Stichproben
- e) χ^2 -Test

(Fragetyp Einfachwahl)

4.2. Welche Alternativhypothese ist für den Test zu wählen?

- a) einseitige Alternativhypothese
- b) zweiseitige Alternativhypothese

(Fragetyp Einfachwahl)

5. Anhand einer Stichprobe der Masse eines bestimmten Aräometermodells möchten Sie einen t-Test für den Erwartungswert durchführen. Aus der erhobenen Stichprobe vom Umfang $n = 20$ haben Sie Mittelwert und Streuung der Masse m ermittelt zu $\bar{m} = 24,57$ g und $S_m = 0,04$ g. Der laut Spezifikation geforderte Erwartungswert der Masse beträgt $m_{nenn} = 24,5$ g.

5.1. Die Testgröße t_0 beträgt in diesem Fall gerundet:

- a) 0,39
- b) 0,78
- c) 2,58
- d) 5,53
- e) 7,83

(Fragetyp Einfachwahl)

5.2. Der für die Bestimmung des kritischen Wertes benötigte Freiheitsgrad s beträgt bei diesem Test:

- a) 19
- b) 20
- c) 24
- d) 38
- e) 39
- f) 40

(Fragetyp Einfachwahl)

6. Sie möchten mittels eines t-Tests für den Vergleich zweier Erwartungswerte anhand zweier unabhängiger Stichproben die Eigenschaften zweier Fertigungslinien für Aräometer überprüfen. Der Stichprobenumfang beträgt jeweils $n = 15$. Ihre Nullhypothese lautet, dass kein Unterschied zwischen beiden Fertigungslinien besteht ($\mu_x = \mu_y$). Sie wählen eine zweiseitige Alternativhypothese ($\mu_x \neq \mu_y$). Sie wählen ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$. Die von Ihnen berechnete Testgröße beträgt $t_0 = -2,41$.

6.1. Geben Sie an, ob die Nullhypothese abgelehnt oder nicht abgelehnt werden muss!

- a) Nullhypothese wird nicht abgelehnt
- b) Nullhypothese wird abgelehnt

(Fragetyp Einfachwahl)

Antwort-Wahl-Verfahren, Teil B:

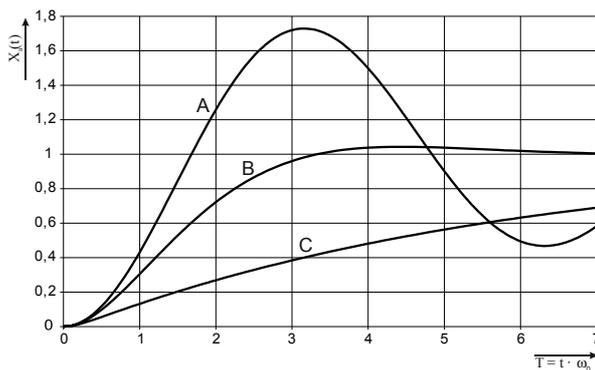
7. Geben Sie an, bei welchen der folgenden Zustandsgrößen es sich um extensive Größen handelt!

- a) Viskosität
 - b) Volumen
 - c) Druck
 - d) Stoffmenge
 - e) elektrische Spannung
 - f) elektrische Ladung
 - g) spezifischer Widerstand
 - h) Wärmeleitfähigkeit
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

8. Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen korrekt sind!

- a) $1 \text{ MJ} - 100 \text{ kJ} = 9 \cdot 10^5 \text{ J}$
 - b) $100 \text{ } \mu\text{m} + 1 \cdot 10^{-6} \text{ km} = 1,1 \text{ mm}$
 - c) $10 \text{ mN} \cdot 100 \text{ cm} = 0,1 \text{ Nm}$
 - d) $980 \text{ hPa} + 10 \text{ kPa} = 9,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
 - e) $1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
- (Fragetyp Mehrfachwahl)

9. In nachfolgender Abbildung sind die Sprungantworten dreier – mit *A*, *B* und *C* bezeichneter – linearer Systeme 2. Ordnung dargestellt, welche sich hinsichtlich Ihrer Dämpfung *D* unterscheiden. Geben Sie an, welche Kombination von Dämpfungen D_A , D_B und D_C das Verhalten der dargestellten Systeme *A*, *B* und *C* qualitativ am besten beschreibt!



- a) $D_A = 5; D_B = \sqrt{2}/2; D_C = 0,3$
 - b) $D_A = 1; D_B = 3; D_C = 5$
 - c) $D_A = 0,1; D_B = 1; D_C = 2$
 - d) $D_A = 0,1; D_B = \sqrt{2}/2; D_C = 3$
- (Fragetyp Einfachwahl)

10. Ein lineares System 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten T und dem Übertragungsfaktor $K = -2$ werde aus dem Beharrungszustand heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer sprungförmigen Änderung der Eingangsspannung von -5 V auf $+5\text{ V}$ beaufschlagt. Welche Spannung wird nach der Zeitdauer $t = T$ am Ausgang ungefähr anliegen?

- a) $-2,6\text{ V}$
- b) $-1,3\text{ V}$
- c) $1,3\text{ V}$
- d) $2,6\text{ V}$
- e) $6,3\text{ V}$

(Fragetyp Einfachwahl)

11. Geben Sie an, wie viel Prozent der Elemente einer Verteilung unterhalb des dritten Dezils liegen!

- a) 3%
- b) 30%
- c) $33,3\bar{3}\%$
- d) 60%
- e) 75%

(Fragetyp Einfachwahl)

12. Ein analoges Spannungssignal im Bereich von -32 V bis $+32\text{ V}$ soll so digitalisiert werden, dass der maximale Quantisierungsfehler $500\text{ }\mu\text{V}$ beträgt. Geben Sie an, mit wie viel Bit der A/D-Umsetzer mindestens arbeiten muss!

- a) 15 Bit
- b) 16 Bit
- c) 17 Bit
- d) 18 Bit
- e) 19 Bit

(Fragetyp Einfachwahl)

13. Sie untersuchen anhand empirischer Daten die Studiendauer im Bachelorstudiengang Maschinenbau. Eine Auswertung der Rohdaten liefert folgende Lage- und Streuungsparameter: Der Median der Studiendauer beträgt 7,9 Semester; der Modalwert der Studiendauer beträgt 8 Semester; der arithmetische Mittelwert der Studiendauer beträgt 8,3 Semester; der Quartilsabstand der Studiendauer beträgt 1,9 Semester; das dritte Quartil der Studiendauer liegt bei 9,1 Semestern. Geben Sie an, welche der nachfolgenden Aussagen zutreffend aus diesen Daten abgeleitet werden können!

- a) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss zwischen 7,2 und 9,1 Semester.
- b) Die Hälfte der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 8,3 Semester oder mehr.
- c) Ein Viertel der Studierenden benötigt bis zum Abschluss 9,1 Semester oder mehr.
- d) Die meisten Studierenden benötigen für ihr Studium 7,9 Semester.
- e) Die Spanne der Studiendauer beträgt 3,8 Semester.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

14. Bei der taktilen Antastung eines Messobjekts mittels eines Koordinatenmessgeräts tritt infolge der Antastkraft eine elastische Verformung des Messobjekts auf. Geben Sie an, um welche Art von Störeinfluss es sich handelt!

- a) superponierender äußerer Störeinfluss
- b) deformierender äußerer Störeinfluss
- c) innerer Störeinfluss
- d) Rückwirkung des Messvorgangs auf die Messgröße
- e) Repräsentativitätsfehler

(Fragetyp Einfachwahl)

15. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich Handmessmitteln zutreffend sind!

- f) Der Messschieber ist anfällig für das Auftreten eines Fehlers erster Ordnung, da bei ihm Antast- und Messlinie nicht fluchten.
- g) Der Nonius eines Messschiebers dient dazu, die bei der Ablesung der Skala erzielbare Auflösung zu erhöhen.
- h) Bei der Bügelmessschraube stellt in der Regel eine Rutschkupplung eine bei allen Messungen gleiche Antastkraft sicher.
- i) Eine Bügelmessschraube kann anfällig für das Auftreten eines Fehlers erster Ordnung sein, sofern sie seitlich angesetzte Messschnäbel aufweist.
- j) Bei der Längenmessung mittels eines Maßstabes handelt es sich um eine direkte Messmethode im engeren Sinne.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

16. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich der interferometrischen Längenmessung zutreffend sind!

- a) Zur interferometrischen Längenmessung wird in der Regel ein Laserstrahl in zwei Teilstrahlen aufgespalten und über verschiedene Wege geführt. Der Referenzstrahl durchläuft einen festen Referenzarm, während der Messstrahl einen Messarm variabler Länge durchläuft.
- b) Da die Phasenlage des Lichtes von der zurückgelegten Wegstrecke abhängig ist, ist der Messstrahl gegenüber dem Referenzstrahl phasenverschoben.
- c) Die am Empfänger detektierbare Intensität variiert aufgrund von Interferenz in Abhängigkeit von der relativen Phasenlage von Mess- und Referenzstrahl.
- d) Da der Messstrahl den Messarm hin und zurück durchläuft, entspricht die Periodenlänge des Ausgangssignals der doppelten Laserwellenlänge.
- e) Bei der interferometrischen Längenmessung handelt es sich um ein absolut messendes Verfahren, so dass eine kurzzeitige Unterbrechung des Strahlverlaufs unproblematisch ist.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

17. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen über Massenmessgeräte zutreffend sind!

- a) Die Messung einer Masse wird meist auf eine Kraftmessung zurückgeführt, da Masse und die durch die Masse ausgeübte Kraft über die Erdbeschleunigung miteinander verknüpft sind.
- b) Die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung wird im Wesentlichen durch die nichtideale Kugelform der Erde sowie durch die Erdrotation und die damit verbundene, der Gravitation entgegen gesetzte Zentrifugalkraft verursacht.
- c) Um die Ortsabhängigkeit der Erdbeschleunigung zu berücksichtigen, ist Deutschland in 4 Gebrauchszonen mit unterschiedlicher Erdbeschleunigung unterteilt.
- d) Im Unterschied zum *konventionellen Wägewert* wird beim *unkonventionellen Wägewert* der Einfluss des Auftriebs im umgebenden Medium berücksichtigt.
- e) Das Feststellen der Gewichtsklasse, der ein Körper angehört, wird als *Klassier-* oder *Grenzwägen* bezeichnet.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

18. Bei der Messung des Spannungsabfalls über einem Widerstand mittels eines Spannungsmessgerätes welches direkt an die Zuleitungen des Widerstandes angeschlossen wird kann es aufgrund des Widerstandes der Zuleitungen zu systematischen Messabweichungen kommen. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen hinsichtlich dieser Messabweichungen zutreffend sind!

- a) Die systematischen Abweichungen entstehen dadurch, dass an den widerstandsbehafteten Zuleitungen des Widerstandes dieselbe Spannung anliegt, wie an dem Widerstand selbst.
- b) Die durch den Widerstand der Zuleitungen verursachte systematische Messabweichung bewirkt, dass der gemessene Spannungsabfall kleiner ist, als der tatsächliche Spannungsabfall über dem Widerstand.
- c) Bei der Spannungsmessung an großen Widerständen wirkt sich der Einfluss des Widerstandes der Zuleitungen stärker auf das Messergebnis aus, als bei der Messung an kleinen Widerständen.
- d) Bei bekannten Leitungswiderständen kann die Abweichung rechnerisch korrigiert werden.
- e) Sind die Leitungswiderstände nicht bekannt und können nicht vernachlässigt werden, kann der Einfluss der Leitungswiderstände durch Einsatz einer Vierleiterschaltung reduziert werden.

(Fragetyp Mehrfachwahl)

Kurzfragen:

19. Nennen Sie alle extensiven Grundgrößen des SI-Systems sowie ihre Einheiten und Einheitenzeichen!

| <i>Größe</i> | <i>Einheit</i> | <i>Einheitenzeichen</i> |
|--------------|----------------|-------------------------|
| Länge | Meter | m |
| Masse | Kilogramm | kg |
| Zeit | Sekunde | s |
| Stromstärke | Ampere | A |
| Stoffmenge | Mol | mol |
| Lichtstärke | Candela | cd |

20. Bei der Durchführung eines statistischen Tests stellen Sie fest, dass wiederholt der Fall eintritt, dass die Nullhypothese infolge des Testresultats abgelehnt wird, obwohl weiterführende Untersuchungen zeigen, dass die Nullhypothese tatsächlich zutrifft. Geben Sie an, wie Sie das Signifikanzniveau α des Tests verändern würden, um die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer derartigen Fehlentscheidung zu reduzieren! Begründen Sie Ihre Antwort!

Bei der beschriebenen Fehlentscheidung handelt es sich um eine Fehlentscheidung 1. Art (Ablehnung der Nullhypothese obwohl diese zutrifft). Die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlentscheidung 1. Art wird gerade durch das Signifikanzniveau α angegeben. Um die Wahrscheinlichkeit dieser Fehlentscheidung zu reduzieren, muss also das Signifikanzniveau α verringert werden (kleinerer Zahlenwert).

21. Bei der Messung einer Kraft wird festgestellt, dass die Messgröße normalverteilt ist, dass der Erwartungswert 42 N beträgt und dass 99,73% aller Messwerte im Intervall [36 N; 48 N] liegen. Die Verteilungsdichtefunktion wird gezeichnet und die beiden Wendestellen der Kurve werden bestimmt. Geben Sie an, welchen Abstand in Newton die Wendestellen aufweisen!

4 N

22. Geben Sie an, welcher Zusammenhang bei poissonverteilten Daten zwischen Erwartungswert μ und Varianz σ^2 besteht!

$$\mu = \sigma^2$$

23. Geben Sie an, welcher Punkt bei der linearen Regression stets auf der berechneten Geraden liegt!

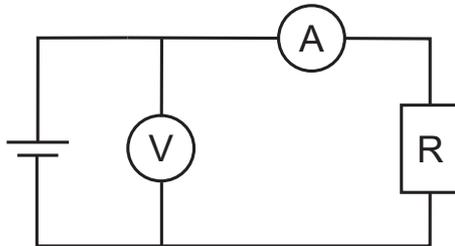
Der Schwerpunkt $(\bar{x}; \bar{y})$ der zugrunde liegenden Punkte.

24. Für die indirekte Widerstandsmessung mittels Strom- und Spannungsmessgerät sind zwei unterschiedliche Schaltungsarten gebräuchlich.

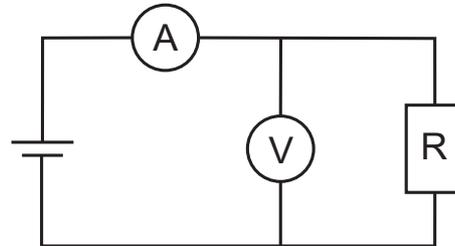
a) Benennen und skizzieren Sie die beiden Schaltungsarten! Achten Sie dabei auf eine jeweils eindeutige Zuordnung von Benennung und Skizze!

b) Geben Sie an, welche davon für die Messung kleiner Widerstände geeigneter ist!

zu a)



Spannungsfehlerschaltung



Stromfehlerschaltung

zu b)

Zur Messung kleiner Widerstände ist die Stromfehlerschaltung geeigneter.

25. Erläutern Sie, was darunter zu verstehen ist, dass es sich bei dem Abtasttheorem nach Shannon hinsichtlich der verlustfreien Rekonstruktion der digitalisierten Daten um eine *hinreichende*, aber *nicht notwendige* Bedingung handelt!

Hinreichende Bedingung: Wenn das Abtasttheorem eingehalten wird, wird bereits alleine dadurch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals ermöglicht.

Nicht notwendige Bedingung: Auch wenn das Abtasttheorem nicht eingehalten wird, ist prinzipiell noch eine verlustfreie Rekonstruktion des Ursprungssignals möglich, beispielsweise unter Einbeziehung von Zusatzinformationen.