Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

19. März 2014

Klausur zur Vorlesung

Wärme- und Stoffübertragung

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- und Gedankengang muss erkennbar sein!
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.
Hilfsmittel sind zugelassen, Verwenden Sie, sofern benötigt, die Gröberdiagramme aus dem Skript. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Isoliertes Heizungsrohr* — 21 von 50 Punkten

Kurzfrage: Welches Model bzw. welche Theorie haben Sie in der Vorlesung kennengelernt, das den konvektiven Wärmeübergang bei gleichzeitiger Kondensation des wärmeabgebenden Mediums beschreibt?

Ein insgesamt 15 Meter langes Heizungsrohr aus Kupfer verläuft unter der Decke eines Kellers, in dem die Luft eine konstante Temperatur von $t_U = 15°C$ hat. Das Rohr hat einen Innendurchmesser von $D_i = 16\,mm$ und einen Außendurchmesser von $D_a = 19\,mm$. Eine $3\,cm$ dicke Isolierung aus Schaumstoff ($\lambda = 0{,}027\,\frac{W}{K\,m}$) umschließt das Rohr.

Das Heizungswasser strömt mit einer Temperatur $t_1 = 82°C$ und einer Geschwindigkeit von $c = 1{,}2\,\frac{m}{s}$ in das Rohr ein.

a) Bestimmen Sie den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Isolierung und Kellerluft. (Hinweis: Gehen Sie zur Ermittlung der Stoffwerte von einer geschätzten mittleren Oberflächentemperatur der Schaumstoffisolierung von $25°C$ aus.)

b) Bestimmen Sie den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Heizungswasser und Rohrinnenseite. (Hinweis: Verwenden Sie Stoffwerte bei 80°C)

c) Bestimmen Sie den kA Wert des gesamten Rohres!

d) Überprüfen Sie die unter a) getroffene Abschätzung der mittleren Oberflächentemperatur der Schaumstoffisolierung!

e) Welche Temperatur hat das Wasser am Austritt des Rohres?

KF: Nusseltsche Wasserhauttheorie

a) Freie Konvektion an waagerechtem Zylinder. Stoffwerte der Luft bei 20°C (mittlere Temp) verwenden! Beta jedoch bei 15°C. Die charakteristische Länge ist der Außendurchmesser inkl. Isolierung, also 79mm (19mm + 2x 30mm).

Es ergeben sich somit Gr = 713190, Ra = 509634 und Nu=12,0604. daraus ergibt sich $\alpha_a = 3,919\,\frac{W}{Km^2}$.

b)Es handelt sich um erzwungene Konvektion in einem durchströmten Rohr. Lt. Aufgabenstellung werden die Stoffwerte des Wassers bei 80°C verwendet. Damit ergibt sich Re=52650. Wir befinden uns also im turbulenten Bereich!

Zeta ist 0,02069. Und Nu berechnet sich zu 206,7. daraus ergibt sich $\alpha_i = 8612\,\frac{W}{Km^2}$.

c) Es können zunächst die vier Widerstände (Konvektion innen, Leitung Kupfer, Leitung Isolierung, Konvektion außen) über $R = \frac{1}{2\pi r L \alpha}$ bzw $R = \frac{ln(\frac{r2}{r1})}{2\pi\lambda L}$ bestimmt werden:

$R_i = 0,00015\,\frac{K}{W}$, $R_{Cu} = 0,0000046\,\frac{K}{W}$, $R_{iso} = 0,55999\,\frac{K}{W}$ und $R_a = 0,06854\,\frac{K}{W}$.

Daraus ergibt sich ein Gesamtwiderstand von $R_{ges} = 0,6287\,\frac{K}{W}$ bzw als Kehrwert ein kA-Wert von $1,591\frac{W}{K}$.

d) Zur Überprüfung wird der Wärmestrom bestimmt, der das Rohr verlässt (unter der vereinfachenden Annahme, dass die Temperatur im Rohr von Anfang bis Ende 82 °C beträgt): $\dot{Q} = kA\Delta T = 106,5W$. Dieser Wärmestrom muss genauso groß sein, wie der, der von der Oberfläche der Isolierung an die Kellerluft übertragen wird ($\dot{Q} = (T_a - T_U)A_a\alpha_a$). Nach gleichsetzen und Auflösen nach T_a ergibt sich $T_a = 22,3°C$. Die Annahme war also nicht sehr genau; aber ok.

e) $\dot{m}c_{H_2O}dt = \frac{1}{\frac{1}{2\pi r_1\alpha_i}\frac{ln(\frac{r2}{r1})}{2\pi\lambda_{Cu}}\frac{ln(\frac{r3}{r2})}{2\pi\lambda_{Iso}}\frac{1}{2\pi r_3\alpha_a}}dx$ wird gelöst. Dabei ist $\dot{m} = \pi r_i^2\rho_{H2O}v = 0,2345\,\frac{kg}{s}$.
Nach dem Lösen der DGL in den Grenzen von 0 bis 15 Meter ergibt sich $t_{aus} = 81,89187$.

Aufgabe 2: *Wärmeübertragerauslegung* 12 von 50 Punkten

Kurzfrage: Um heißen Wasserdampf teilweise zu kondensieren und die dabei abgegebene Wärme an Umgebungsluft zu übertragen, wird der unten abgebildete Wärmeübertrager verwendet. Würden Sie den Wasserdampf durch die dünnen Rohre oder quer zu den Rohren durch die Lamellen strömen lassen? Warum?

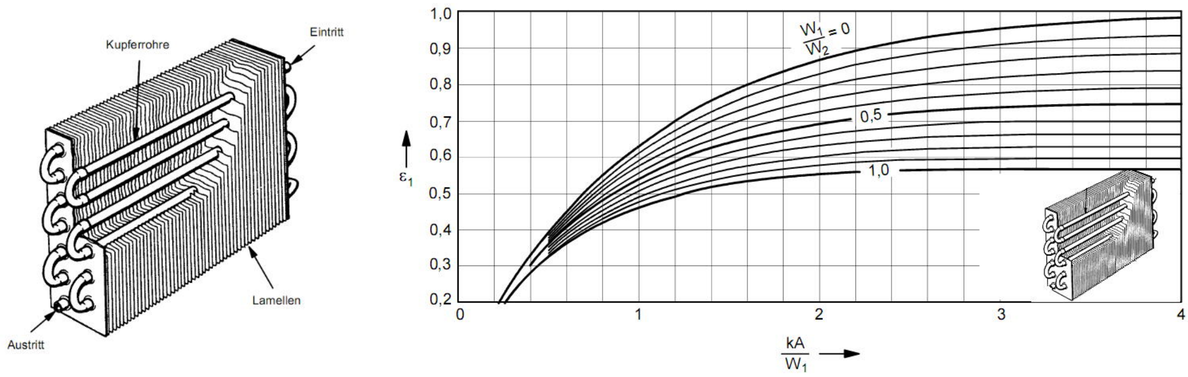

Abbildung 1: Lamellen-Rohrbündel-Wärmeübertrager mit Betriebscharakteristik

In einen Wärmeübertrager des oben abgebildeten Typs strömen Helium bei Normaldruck mit einem Volumenstrom $\dot{V}_{He} = 3860\,\frac{m^3}{h}$ und Wasser mit $\dot{m}_W = 12\,\frac{kg}{min}$ ein. Das Wasser tritt mit einer Temperatur von $t_W = 90{,}0°C$ ein. Das Helium mit einer Temperatur von $t_{He} = -13{,}2°C$. Der Hersteller des Wärmeübertragers gibt dessen kA-Wert mit $800\,\frac{W}{K}$ an.

a) Ermitteln Sie die beiden Wärmekapazitätsströme sowie die dimensionslose Übertragungsfähigkeiten N_{Wasser} und N_{Helium}!

b) Welche Austrittstemperaturen für Wasser und für Helium werden sich gemäß der oben dargestellten Betriebscharakteristik jeweils einstellen?

c) Wie groß ist der übertragene Wärmestrom?

d) Welche Austrittstemperaturen würden sich für einen Gleichstromwärmeübertrager mit gleichem kA-Wert ergeben?

KF: Wasserdampf durch die Rohre mit der im Vergleich zu den Lamellen kleinen Übertragungsfläche, da der WÜ-Koeffizient beim Kondensieren sowieso sehr hoch ist.

a) Die Wärmekapazitätsströme lassen sich als Produkt von Massestrom und Wärmekapazität bestimmen: $W_{He} = 1044\,\frac{J}{sK}$ und $W_{H_2O} = 841\,\frac{J}{sK}$.

Da W_{He} größer ist als W_{H_2O} bekommt Helium den Index 2 und Wasser den Index 1.

Die Übertragungsfähigkeiten lassen sich als Verhältnis vom gegebenen kA-Wert des Wärmeübertragers und des jeweiligen Wärmekapazitätsstroms berechnen: $N_1 = 0,951$ und $N_2 = 0,766$.

b) Mit $C = \frac{N_1}{N_2} = 0,806$ und $N_1 = 0,951$ wird $\epsilon_1 = 0,48$ abgelesen. Aus der Definitionsgleichung für ϵ und den bekannten Eintrittstemperaturen berechnet sich die Austrittstemperatur von Wasser zu $T''_{H_2O} = 40,5°C$.

$\epsilon_2 = C\epsilon_1 = 0,387$. Damit ergibt sich $T''_{He} = 26,7°C$.

c) $\dot{Q} = (T'_{H_2O} - T''_{H_2O}) * c_{H_2O} = 41,7kW$.

d) $\epsilon_{gleich,1} = \frac{1-e^{-N_1(C_1+1)}}{1+C_1} = 0,454$.

Daraus ergeben sich analog zu Teil b) $T''_{H_2O} = 43,11°C$, $\epsilon_2 = 0,366$ und $T''_{He} = 24,58°C$.

Aufgabe 3: *Wärmeleitung in einem Zylinder* 11 von 50 Punkten

Ein im Verhältnis zu seinem Durchmesser $D = 2\,cm$ langer Zylinder aus Titan hat eine räumlich konstante Anfangstemperatur von $t_a = 70°C$. Zu Beginn der Betrachtung wird er in ein Wasserbad geworfen und seine Oberflächentemperatur sinkt schlagartig auf die Temperatur des Wassers $t_W = 10°C$.

a) Wie lange dauert es, bis die Temperatur an einem Punkt, der $1\,mm$ unter der Oberfläche des Zylinders liegt, auf $68{,}2°C$ gesunken ist?

b) Wie lange dauert es, bis die Temperatur der Zylindermitte auf $10{,}9°C$ gesunken ist?

c_1) Zeichnen Sie ein Temperaturprofil des Zylinders zu dem Zeitpunkt, an dem die Temperatur der Zylindermitte auf $60°C$ gesunken ist?

c_2) Der Zylinder wird statt mit kaltem Wasser mit kalter Luft ($t_L = 10°C$) in Kontakt gebracht: Zeichnen Sie ein weiteres Temperaturprofil des Zylinders zu dem Zeitpunkt, an dem die Temperatur der Zylindermitte auf $60°C$ gesunken ist?

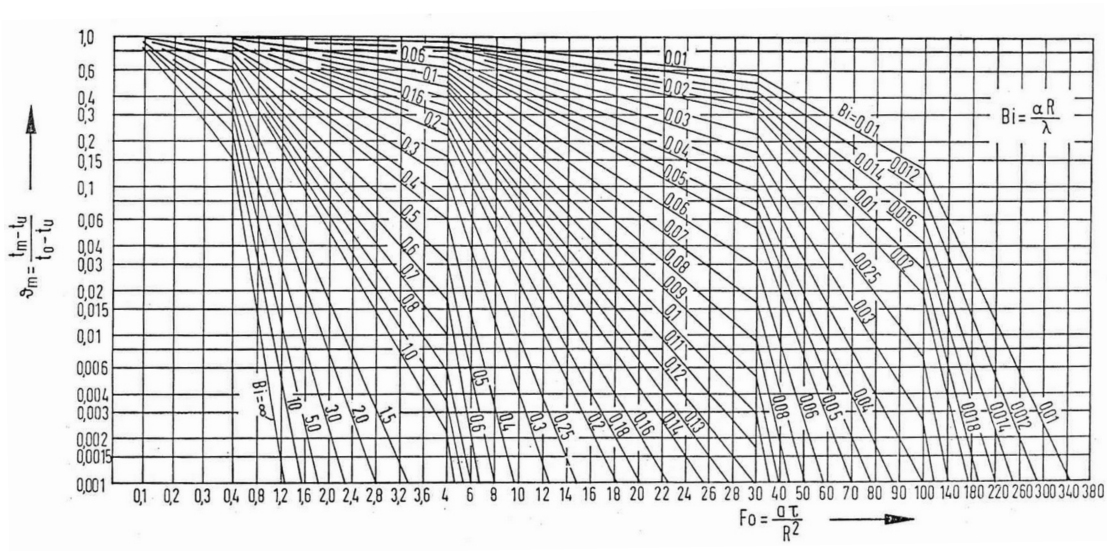

Abbildung 2: Instationäre Temperaturverteilung in der Mittelachse eines Zylinders

Aufgabe 4: *Strahlung* 6 von 50 Punkten

Eine Kugel aus poliertem Marmor hat einen Durchmesser $D_K = 20\,cm$ und befindet sich im Inneren eines Hohlzylinders mit einer Höhe $H_Z = 60\,cm$ einem Durchmesser $D_Z = 50\,cm$, der opak ist und einen Emissionskoeffizienten von $\varepsilon = 90\%$ hat. Die Kugel hat zu Beginn eine räumlich konstante Temperatur von $t_K = 80°C$. Der Zyliner hat eine räumlich und zeitlich konstante Temperatur von $t_Z = 20°C$.

a) Wie groß sind die vier für das Problem relevanten Sichtfaktoren $F_{Z,Z}, F_{Z,K}, F_{K,Z}, F_{K,K}$?

b) Wie groß ist der Strahlungswärmestrom, der zu Beginn der Betrachtung von der inneren Kugel auf die äußere Kugel übertragen wird?

Aufgabe 3 a) Verhalten wie ein halbunendlicher Körper. Da ein Punkt sehr dicht unter der Oberfläche des Zylinders betrachtet wird, ist eine Betrachtung wie bei einer ebenen platte zulässig:

$\frac{T(x,t)-T_0}{T_s-T_0} = 0,03$. Also gilt erfc(x)=0,03. Das gesuchte x ergibt sich durch lineare Interpolation zwischen 1,5 und 1,6 in der Tabelle aus dem Anhang des Skripts: x=1,538. Daraus ergibt sich mit $a_{Titan} = 9,410^{-6}$ eine Zeit von 0,0112 Sekunden.

b) Nun wird das in der Aufgabenstellung gegebene Diagramm benötigt. Mit einer dimensionslosen Zeit von 0,015 und einer Biot-Zahl, die gegen unendlich geht, ergibt sich eine Fo-Zahl von 0,8, die aus dem Diagramm abgelesen werden kann. Damit errechnet sich eine Zeit von 8,5 Sekunden.

Anmerkung: Die Biot-Zahl geht gegen unendlich, da eine ßchlagartigeTemperaturänderung anzeigt, dass der WÜ-Koeffizient sehr groß ist.

c1) Temperatur in der Mitte: 60°C. Temperatur am Rand: 10°C.

c2) Temperatur in der Mitte: 60°C. Temperatur am Rand: z.B. ca. 50°C. Auf jeden Fall unter 60°C und deutlich über 10°C, da der WÜ-Koeffizient nun gering ist.

Aufgabe 4 a) Die Kugel sieht sich nicht selbst: $F_{K,K} = 0$. Also sieht die Kugel überall den Zylinder: $F_{K,Z} = 1$. $F_{Z,K} = 0,0941$ lässt sich mit den Flächen $A_K = 0,1257m^2$ und $A_Z = 1,335m^2$ über die Reziprozitätsbeziehung bestimmen. Die Summenbeziehung liefert $F_{Z,Z} = 0,906$.

b)$\dot{Q} = \frac{\sigma A_K (T_K^4 - T_Z^4)}{1/\epsilon_M + \frac{A_K}{A_Z}(\frac{1}{\epsilon_Z} - 1)} = 51,9\,W$

Anmerkung: Der Emissionskoeffizient von poliertem Marmor ist im Anhang des Skripts aufgeführt: $\epsilon_M = 0,9$