

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampf tafeln.  
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

### Aufgabe 1: *Wasser im Kühlschrank*

15 von 50 Punkten

Flüssiges Wasser ( $m = 300\text{ g}$ ) vom Zustand  $p_1 = 1\text{ bar}$ ,  $t_1 = t_U = 20^\circ\text{C}$  soll in festes Eis vom Zustand  $p_2 = 1\text{ bar}$ ,  $t_2 = -5^\circ\text{C}$  umgewandelt werden.

- Welche Wärme  $Q_{1-2}$  muss dem Wasser entzogen werden?
- Welche technische Arbeit  $W_{t,1-2,rev}$  müsste aufgewendet werden, wenn man den gesamten Prozess reversibel durchführen könnte?
- Welche Zustandsänderungen müssten an dem Wasser vorgenommen werden, um den unter b) beschriebenen reversiblen Prozess durchzuführen?
- Welche technische Arbeit  $W_{t,1-2}$  ist dagegen mindestens aufzuwenden, wenn die Wärme  $Q_{1-2}$  vom Verdampfer einer Kältemaschine aufgenommen wird, der eine konstanten Temperatur  $t_0 = -10^\circ\text{C}$  hat, und von dort von der Kältemaschine in die Umgebung gefördert wird.
- Warum weichen die in Aufgabenteil b) und d) berechneten Arbeiten voneinander ab?
- Wieviel elektrische Energie  $W_{el}$ , müsste einem Elektromotor ( $\eta = 0,98$ ) zugeführt werden, der eine Kältemaschine mit einer Leistungszahl von  $\varepsilon = 2,5$  antreibt, um den Prozess durchzuführen?

Hinweis: In den Aufgabenteilen b), d) und f) werden drei grundsätzlich unterschiedliche Vorgehen betrachtet. Diese Aufgabenteile bauen nicht aufeinander auf.

### Lösungsvorschlag zu A1

a) Die Wärme zum Abkühlen des fl. Wassers bis  $0^{\circ}\text{C}$ , die Schmelzenthalpie, und die Wärme zum abkühlen des Eises bis  $-5^{\circ}\text{C}$

$$Q_{12} = -0,3\text{kg} * (20\text{K} * 4,18 \text{ kJ/kgK} + 334\text{kJ/kg} + 5\text{K} * 2,1 \text{ kJ/kg})$$

b) Die minimal aufzuwendende Arbeit, um ein System vom Umgebungszustand zu einem anderen zu überführen, entspricht der Exergie (d. inneren Energie) des zweiten Zustands. (Aufgrund der Beschreibung, dass es sich um eine Abkühlung von Wasser in einem Kühlschrank handelt, scheint es plausibel davon auszugehen, dass  $p = 1\text{bar}$  dem Umgebungsdruck entspricht).

Für den isobaren Fall vereinfacht sich die Berechnungsvorschrift zu  $H_2 - H_u - T_u(S_2 - S_u)$ . Dabei entspricht die Enthalpie Differenz  $H_2 - H_u$  genau der unter a) berechneten Wärme  $Q_{12}$ . Die Entropiedifferenz für ein inkompressibles Fluid berechnet gemäß  $S_2 - S_1 = m * c * \ln(T_2/T_1)$ . Damit und mit den beiden Wärmekapazitäten für flüssiges und festes Wasser lassen sich die Entropiedifferenzen der beiden Abkühlungsvorgänge berechnen. Dazu muss noch die Schmelzentropie addiert werden, die sich als Quotient von Schmelzenthalpie ( $334 \text{ kJ/kg}$ ) und Erstarrungstemperatur ( $273,15\text{K}$ ) ergibt.

c) Erst eine isotherme ZÄ bis zum Erreichen von  $s = s_2$ . Dann eine adiabat, isentrope ZÄ bis zum Zustand 2.

d) Nun muss eine ideale ('mindestens') Maschine also die Wärme  $Q_{12}$  von  $-10^{\circ}\text{C}$  auf  $20^{\circ}\text{C}$  fördern. Mit  $Q_k/W_t = \varepsilon_{\text{carnot}} = \frac{T_k}{T_u - T_k} = 263,15\text{K} / (293,15 - 263,15)$  lässt sich die benötigte Arbeit errechnen.

e) Aus dem zunächst  $20^{\circ}$  warmen Wasser strömt Wärme zum  $-10^{\circ}\text{C}$  kalten Verdampfer. Dieser Wärmestrom entlang eines Temperaturgradienten führt zu einer Entropieproduktion.

f)  $W_{el} = \frac{Q_{1-2}}{\eta \varepsilon}$

**Aufgabe 2:** *Van-der-Waals*

6 von 50 Punkten

Sie untersuchen im Labor ein Fluid mit der Molmasse  $M = 0,04401 \frac{kg}{mol}$ , das hinreichend gut durch die Van-der-Waals-Gleichung beschrieben wird. Die Parameter  $a$  und  $b$  sind bekannt:  $a = 187,776 \frac{Jm^3}{kg^2}$  und  $b = 0,00097023 \frac{m^3}{kg}$

In einem Gefäß mit einem Volumen  $V = 0,6 \text{ Liter}$  befinden sich  $m = 100 \text{ g}$  des Fluids bei einem Druck von  $p = 40 \text{ bar}$ .

- a) Bestimmen Sie rechnerisch die Temperatur  $t_{rech}$  des Fluids.

Hilfe: Falls Sie a) nicht lösen konnten, gehen Sie ab hier davon aus, dass Sie unter a) eine Temperatur von  $t_{rech} = -25^\circ C$  ermittelt haben.

Nun bestimmen Sie die Temperatur des Fluids in Ihrem Labor experimentell. Dabei messen Sie eine Temperatur  $t_{mess} = 6^\circ C$ .

- b) Erklären Sie die Abweichung zwischen berechneter und gemessener Temperatur. (Hinweis: Der Grund für die Abweichung ist nicht alleine durch eine mögliche Ungenauigkeit der Van-der-Waals-Gleichung erklärbar).
- c) Wie groß ist die isobare Wärmekapazität  $c_p$  dieses Fluids im betrachteten Zustand? (Hinweis: Dieser Aufgabenteil kann nur gelöst werden, wenn Teil b) sinnvoll beantwortet wurde.)

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2:

a) Setzen Sie die gegebenen Werte ( $p = 4000000 \text{ pas}$ ,  $v = \frac{0,0006 \text{ m}^3}{0,1 \text{ kg}}$ ,  $R = \frac{R_M}{M}$ ) und die gegebenen Konstanten  $a$  und  $b$  in die nach der Temperatur aufgelösten Van-der-Waals-Gleichung ein:  $T = \frac{(p+a/v^2)(v-b)}{R}$  ein.

b) Im Bereich des 2-Phasen-Gebiets hat die V-d-W-Gleichung zwei Extremwerte. In diesem Bereich ist das Fluid nicht stabil, so dass dort gar kein Fluid mit den berechneten Eigenschaften vorliegt, sondern eine Mischung aus 2 Phasen, die jeweils an den Rändern des 2-Phasen-Gebiets liegen und die eine gemeinsame aber vom berechneten Ergebnis abweichende Temperatur haben.

c) Wenn sich das Fluid im 2-Phasen-Gebiet befindet, geht  $c_p$  gegen unendlich.

- a) Als die Tür einer Sauna in Braunschweig sich öffnet, gelangt 0,5 kg trockene Luft mit einer Temperatur von  $t_1 = 30^\circ\text{C}$  und einer relativen Feuchte von  $\varphi_1 = 0,85$  in die Sauna und werden dort - ohne Vermischung mit der übrigen Luft - auf  $t_2 = 90^\circ\text{C}$  aufgeheizt. Berechnen (!) Sie, wieviel Wärme der Luft dazu zugeführt werden muss. Ermitteln Sie die relative Luftfeuchte und den Partialdruck des Wasserdampfes  $p_{D,2}$  in der neu zugeführten Luft nach der Erwärmung.
- b) Welche Gleichung beschreibt die Steigung der Dampfdruckkurve? Was unterscheidet die Schmelzdruckkurve von Wasser grundsätzlich von derjenigen von Kohlendioxid?
- c) Zeichnen Sie qualitativ richtig in ein p-v-Diagramm die Volumenänderungsarbeit an einem idealen Gas während einer adiabaten, reibungsbehafteten Entspannung ein.
- d) Sie verschließen eine Luftpumpe mit einem Finger und ziehen sie dann reversibel/adiabat auseinander. Zeichnen Sie die dabei von Ihnen zu verrichtende Arbeit qualitativ richtig in ein p-v-Diagramm ein. Diskutieren Sie kurz, ob Sie diese Arbeit an der eingeschlossenen Luft verrichten.

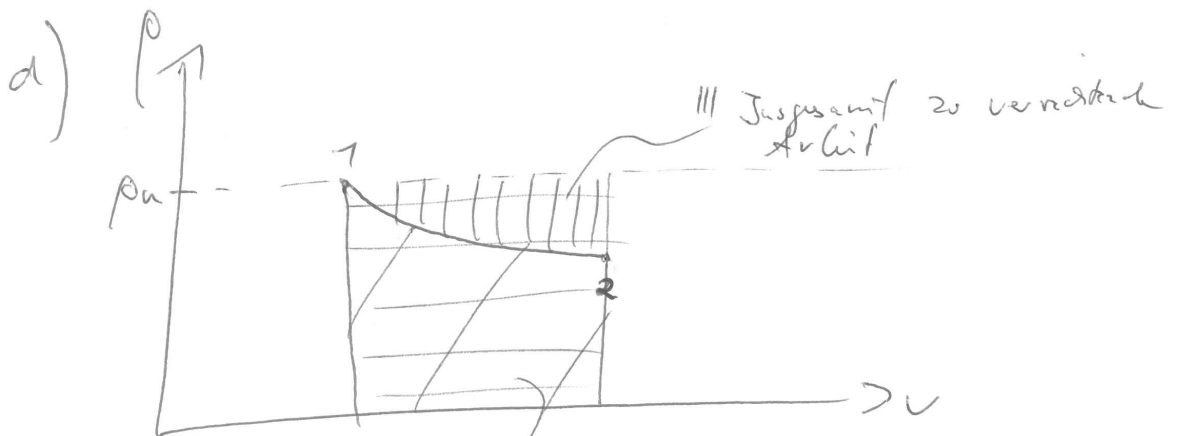
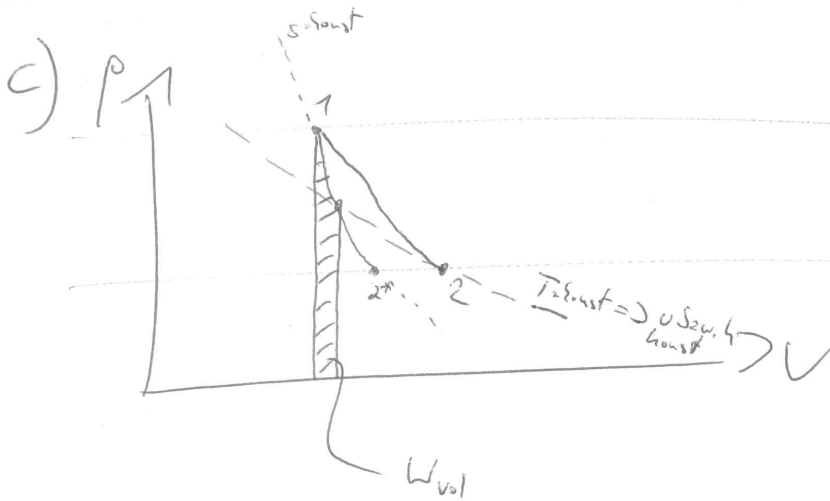
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3:

a) Zunächst Ermittlung von Zustand 2:  $p_s(30^\circ\text{C})$  in Dampftafel nachschlagen.  $p_D = p_s \cdot \varphi$ .  
 $x_1 = 0,622 \frac{p_D}{1\text{bar} - p_D} = x_2$ .

Die gesuchte Wärme entspricht der Differenz der spezifischen Enthalpie mal der Masse trockener Luft.

Die Enthalpiedifferenz beträgt  $\Delta h_{1+x} = c_{p, Luft}(90^\circ\text{C} - 30^\circ\text{C}) + x_1 c_{p,D}(90^\circ\text{C} - 30^\circ\text{C})$ .  
(Anmerkung: Die Verdampfungsenthalpie kürzt sich raus.)

b) Die Clausius-Clapeyron-Gleichung beschreibt den Verlauf der Dampfdruckkurve. Die Schmelzdruckkurve von Wasser ist - im Gegensatz zu den meisten anderen Stoffen - im p-T-Diagramm nach links geneigt, so dass man durch eine Druckerhöhung vom Feststoff zur Flüssigkeit gelangt.



/// insgesamt zu verrichtete Arbeit

/// Arbeit die das Gas in der LP verrichtet

≡ Arbeit an der Umgebung ist größer

Betrachtet wird ein Rankine Cycle (Rankine Kreisprozess), der dem Abgas eines LKW Wärme entzieht, um damit Arbeit zu verrichten und z.B. el. Strom für das Bordnetz des LKW bereitzustellen. Das Arbeitsmedium dieses Kreisprozesses ist Cyclopentan, dessen Stoffdaten Sie im Anschluss an diese Aufgabe finden. Die Umgebung hat eine Temperatur von  $t_U = 20^\circ\text{C}$ . Der Kreisprozess besteht aus folgenden Zustandsänderungen:

- 1-2 Druckerhöhung in einer adiabaten Pumpe mit einem Isentropenwirkungsgrad von  $\eta_{s,v} = 0,5$ , der eine Leistung  $\dot{W}_{t,1-2} = 1,1247 \text{ kW}$  zugeführt wird.
  - 2-3 Isobare Wärmezufuhr in einem Wärmeübertrager  $W_1$ .
  - 3-4 Isobare Wärmezufuhr in einem weiteren Wärmeübertrager  $W_2$  ( $q_{3-4} = 458,72 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ), die zu einer Verdampfung und Überhitzung des Arbeitsfluids führt.
  - 4-5 Entspannung in einer reibungsbehafteten, adiabaten Turbine. Die Enthalpie im Zustand 5 beträgt  $h_5 = 506,34 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
  - 5-6 Isobare Wärmeabfuhr in einem Wärmeübertrager  $W_3$ . Das Arbeitsfluid ist im Zustand 6 um  $11,98 \text{ K}$  überhitzt.
  - 6-1 Isobare Wärmeabfuhr  $\dot{Q}_{6-1} = -40,98 \text{ kW}$  in einem Wärmeübertrager  $W_4$  bis zur Siedelinie. Die Temperatur im Zustand 1 beträgt  $60^\circ\text{C}$ .
- 
- a) Zwei der vier oben genannten Wärmeübertrager  $W_1$ - $W_4$  bilden zusammen EINEN interner Wärmeübertrager. Welche beiden Wärmeübertrager sind das?
  - b) Zeichnen Sie den Kreisprozess in ein T-s-Diagramm ein.
  - c) Bestimmen Sie den Druck und die Temperaturen alle Zustandspunkte auf der Niederdruckseite.
  - d) Bestimmen sie den umlaufenden Massestrom des Arbeitsfluids.
  - e) Zeigen Sie, dass der Hochdruck bei  $40 \text{ bar}$  liegt. Bestimmen Sie die Temperaturen aller Zustandspunkte auf der Hochdruckdruckseite.
  - f) Zeichnen Sie die vom Prozess an die Umgebung abgegebene Wärme in das T-s-Diagramm ein.
  - g) Wie groß ist die technische Verlustleistung der Pumpe?
  - h) Wie groß der spezifische Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten  $w_{V,irrev}$  in der Turbine?
  - i) Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad des Prozesses?

a) Rankine-Prozess mit internem Wärmeübertrager. Austrittstemperatur nach der Turbine muss daher über der Austrittstemperatur der Pumpe liegen.

b) W3 hinter der Turbine bildet zusammen mit W1 (direkt hinter der Pumpe) einen internen WÜ. Die danach folgende Wärmeabgabe auf niedrigem T-Niveau bzw. Wärmeaufnahme auf hohem T-Niveau erfolgt in W4 (zur Umgebung) und W2 (zum Abgas des LKW).

c)  $p_N = p_s(60^\circ\text{C}) = p_s(333,16\text{K}) = 1,424\text{ bar}$ . T1 ist gegeben ( $60^\circ\text{C}$ ). T6 ist  $T_1 + 11,98\text{K}$ . über bekanntes  $h_5$  kann  $T_5 = 400\text{K}$  aus den Gasdaten interpoliert werden.

d)  $Q_{61} = 40,98\text{kW}$  ist gegeben.  $h_1 = h'(60^\circ\text{C})$ .  $h_6 = h_6(T_6, p_6)$  lässt sich aus Naßdampfgebiet-Stoffdaten ermitteln. Massestrom ergibt sich auf  $Q_{61}/(h_1 - h_6)$ .

e) Ideale Pumpe würde  $1,1247\text{ kW} \cdot 0,5$  benötigen. Dieser Wert durch den Massestrom geteilt entspricht der spezifischen Enthalpieerhöhung  $h_2^* - h_1$ . Aus  $h_1 = h'(60^\circ\text{C})$  lässt sich  $h_2^* = 26,64\text{ kJ/kg}$  ermitteln.  $s_2^* = s'(60^\circ\text{C}) = 0,06445\text{ kJ/kgK}$ . Das sind (ziemlich) genau die Enthalpie und Entropie des ersten Punkts, der in der Stoffdatentabelle für den Flüssigkeitsbereich angegeben ist. Dieser liegt auf dem Druckniveau  $40\text{ bar}$ . q.e.d. Ausserdem erfahren wir, dass  $T_2^* = 334,51\text{K}$  beträgt.

$h_2 = h_1 + w_{12}$ .  $h_2 - h_2^* = c_p(T_2 - T_2^*)$ . Mit gegebenem  $c_p$  lässt sich  $T_2$  ermitteln.

$h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2)$ .  $h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2)$ .  $h_3 - h_2 = h_5 - h_6$  (interner WÜ). Mit gegebenem  $c_p$  und ebenfalls gegebenem  $h_5$  ( $h_6$  wurde bereits in d) ermittelt) lässt sich  $T_3$  bestimmen.

$h_4 = h_3 + 458,72\text{ kJ/kg}$ . Mit  $h_4$  lässt sich aus den Stoffdaten für das Gas (bei  $40\text{ bar}$ )  $T_4$  ermitteln.

f) Fläche unter 6-1. (Bis nach ganz unten!)

g) Da der Isentropenwirkungsgrad nur bei  $0,5$  liegt, beträgt die techn. Verlustleistung  $(1 - 0,5) \cdot 1,1247\text{ kW}$ . Die ideale Pumpe würde nur die Hälfte der Leistung benötigen. Die andere Hälfte ist der gesuchte Verlust.

h)  $w_{V,irrev} = T_u s_{prod} = 293,15\text{ K} \cdot (s_5 - s_4)$ . Die Temperaturen der Punkte 4 und 5 sind bereits bekannt. Die Entropien lassen sich aus der Stofftafel für das Gas bei  $40\text{ bar}$  bzw.  $1,424\text{ bar}$  ermitteln.

i)  $\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_{zu}} = \frac{\dot{Q}_{zu} - \dot{Q}_{ab}}{\dot{Q}_{zu}}$ .  $\dot{Q}_{ab}$  ist gegeben und  $\dot{Q}_{zu} = \dot{m} \cdot q_{3-4}$  ebenfalls.

## Stoffdaten Cyclopentan

### Dampf

#### spez. Enthalpie in kJ/kg

p/bar und T/K	340	350	370	380	400	410	502	505
1,242	412,58	427,13	457,61	473,55	506,83	524,16	704,39	710,88
1,424	411,85	426,45	457,02	473,01	506,35	523,70	704,11	710,59
1,825		424,93	455,71	471,78	505,27	522,69	703,47	709,97
30							639,37	647,65
35							617,73	627,65
40							576,79	595,51

#### spez. Entropie in kJ/kgK

p/bar und T/K	340	350	370	380	400	410	502	505
1,242	1,2545	1,2967	1,3813	1,4239	1,5092	1,5520	1,9472	1,9601
1,424	1,2368	1,2791	1,3640	1,4066	1,4921	1,5350	1,9306	1,9435
1,825		1,2466	1,3321	1,3750	1,4608	1,5038	1,9003	1,9132
30							1,4720	1,4884
35							1,4174	1,4371
40							1,3277	1,3649

### Flüssigkeit

T/K	p/bar	h' / kJ/kg	s' / kJ/kgK
334,51	40	26,6383	0,064446
323,55	35	4,7592	0,064446
334,88	30	26,6383	0,068653

Wärmekapazität  $c_p = 2,1177$  kJ/kgK

### Naßdampfgebiet

p/bar	T / K	h' / kJ/kg	h'' / kJ/kg	s' kJ/kgK	s'' kJ/kgK
1,242	328,74	12,401	396,77	0,03799	1,20720
1,424	333,16	21,182	402,13	0,06445	1,20790
1,825	341,53	38,121	412,44	0,11449	1,21048
7,5	400,00	168,10	487,54	0,46271	1,26132
10	414,68	204,24	506,57	0,55045	1,27951
12,5	426,85	235,43	522,04	0,62357	1,29504
15	437,32	263,26	534,97	0,68697	1,30827
17,5	446,57	288,66	545,88	0,74343	1,31944
20	454,86	312,22	555,12	0,79469	1,32870
22,5	462,41	334,36	562,87	0,84194	1,33611
25	469,33	355,39	569,24	0,88605	1,34168
27,5	475,73	375,58	574,27	0,92770	1,34535
30	481,68	395,15	577,95	0,96750	1,34700
32,5	487,24	414,34	580,21	1,00600	1,34642
35	492,45	433,42	580,92	1,04380	1,34331
37,5	497,35	452,74	579,85	1,08165	1,33721
40	501,98	472,86	576,67	1,12066	1,32745
42,5	506,38	494,88	570,57	1,16299	1,31247
45	510,56	523,18	557,58	1,21715	1,28452