

## Klausur zur Vorlesung Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw. Gedankengang muss stets erkennbar sein!  
Interpolationsvorschriften und Stützstellen sind anzugeben.  
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.  
Verwenden Sie ausschließlich die im Lehrbuch angegebenen Dampftafeln.

### Aufgabe 1: *Kompression*

16 von 50 Punkten

Ein ideales Gas (3-atomig, lineare Moleküle, vibr. Freiheitsgrade noch nicht angeregt) befindet sich bei  $\vartheta_1 = \vartheta_u = 20^\circ\text{C}$  und  $p_1 = 2\text{ bar}$  in einem Kolben-Zylinder-System. Der Kolben wird einmalig adiabat aber reibungsbehaftet in den Zylinder eingeführt, so dass das zylinderförmige, mit dem Gas gefüllte Volumen in seiner Länge von  $L_1 = 50\text{ cm}$  auf  $L_2 = 20\text{ cm}$  reduziert wird. Die Temperatur des Gases nach der Kompression beträgt  $\vartheta_2 = 250^\circ\text{C}$ . Der Umgebungsdruck beträgt  $p_u = 1\text{ bar}$ .

- a)(2,0P) Wie groß ist der Druck  $p_2$  nach der Kompression?
- b)(2,5P) Wie viel Arbeit muss für diesen Vorgang an dem Gas pro Mol verrichtet werden?
- c)(2,0P) Wie groß ist dabei der Arbeitsverlust durch Irreversibilitäten pro Mol Gas?
- d)(6,0P) Welche Temperatur wäre erreicht worden, wenn die im Einleitungstext beschriebene Verdichtung adiabat, reversibel erfolgt wäre? Während der Kompression steigt die Arbeitsfähigkeit des Gases. Wie groß wäre dieser Anstieg pro Mol des Gases im Falle der reversiblen, adiabaten Kompression?  
Der bei diesem fiktiven Vorgang erreichte Endzustand soll ab jetzt Zustand  $2^*$  genannt werden.
- e)(3,5P) Zeichnen Sie beispielhaft einige Isothermen in ein p-L-Diagramm, also ein Diagramm in dem der Druck p über der Position L des Kolbens aufgetragen ist. Zeichnen Sie darin zunächst qualitativ korrekt die Zustände 1, 2 und  $2^*$  ein. Zeichnen Sie dann die notwendigen Zustandsänderungen ein, die vollzogen werden müssten, um die gesamte Exergie des Gases im Zustand  $2^*$  zu nutzen, um Arbeit zu verrichten. Zeichnen Sie abschließend mit einer anderen Farbe die notwendigen Zustandsänderungen ein, die vollzogen werden müssten, um die gesamte Exergie des Gases im Zustand 2 zu nutzen, um Arbeit zu verrichten.

### Lösung 1

a) Es gilt  $pV_m = R_m T$ . Also ist  $\frac{pV_m}{T} = \textit{konstant}$ . Daraus ergibt sich  $p_2 = p_1 \frac{V_{m,1}}{V_{m,2}} \frac{T_2}{T_1}$ . Mit den gegebenen Daten und  $\frac{V_{m,1}}{V_{m,2}} = \frac{50}{20} = 2,5$  ergibt sich  $p_2 = 2 \textit{ bar} \cdot 2,5 \cdot \frac{523,15}{293,15} = 8,92 \textit{ bar}$

b) Die zu verrichtende Arbeit entspricht der Änderung der inneren Energie. Die berechnet sich pro Mol über  $\Delta U = C_{v,m} \Delta T$ .  $C_{v,m}$  lässt sich zu  $5/2R$  berechnen (3 transl. Freiheitsgrade, 2 rot. Freiheitsgrade), also zu  $20,79 \textit{ J/molK}$ . Damit ergibt sich  $W_m = 4780 \textit{ J/mol}$

c) Der irrev. Arbeitsverlust entspricht dem Produkt aus produzierter Entropie und Umgebungstemperatur. Die Produzierte Entropie wiederum entspricht der Entropiedifferenz, da keine Wärme - und somit auch keine Entropie - zu- oder abgeführt wird. Für ein ideales Gas lässt sich aus dem Verhältnis der Volumina und Drücke leicht die Entropiedifferenz bestimmen:  $\Delta S_m = S_{\textit{prod},m} = 4,42 \textit{ J/molK}$ .

Damit ergibt sich  $W_{v,\textit{irrev},m} = S_{\textit{prod},m} \cdot T_u = 1296 \textit{ J/mol}$

d)  $T_2^* = T_1 \frac{V_1}{V_2}^{\kappa-1} = 423 \textit{ K}$  mit  $\kappa = 1,4$

Gesucht ist dann die Differenz der Exergie der inneren Energie. Da sich während der adiabaten reversiblen Zustandsänderung die Entropie nicht ändern verbleibt zur Berechnung nur  $-W_{\textit{ex},m} = U_{2^*,m} - U_{1,m} + p_u(V_{2^*,m} - V_{1,m}) = 1966 \textit{ J/mol}$ .

e) Das p-L-Diagramm sieht aus, wie ein p-V-Diagramm. Punkt 2 und 2\* liegen bei gleichen L übereinander. Punkt 1 und 2\* liegen auf einer Isentropen. Die Zustandsänderungen für die jeweilige max. Arbeitsfähigkeit verlaufen isentrop bis zur Umgebungsisothermen und dann isotherm bis zum Umgebungsdruck, also bis zu einem L=100, das rechts von L1=50 liegt.

Es werden Messungen mit einer Batterie bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt. Die Batterie ist beim Durchführen der Messreihen im ersten Fall vollständig entladen und im zweiten Fall zu 60% geladenen. Dabei werden für die zwei Ladezustände jeweils die folgenden Zusammenhänge zwischen reversibler Leerlaufspannung  $U_{el,rev}$  und Temperatur  $T$  bestimmt:

$$U_{el,rev}(SoC = 0) = 3,54 V - 3,08 \cdot 10^{-3} \frac{V}{K} \cdot T + 4,6 \cdot 10^{-6} \frac{V}{K^2} \cdot T^2$$

$$U_{el,rev}(SoC = 0,6) = 3,68 V - 1,1 \cdot 10^{-4} \frac{V}{K} \cdot T + 5,18 \cdot 10^{-7} \frac{V}{K^2} \cdot T^2$$

- a) (1,5P) Unter welchen Bedingungen entspricht die freie Enthalpie  $G$  eines geschlossenen Systems seiner Arbeitsfähigkeit?
- b) (6,5P) Die oben genannte Batterie ist bereits zu 60% geladen und wird mit einem Strom von 50A weiter reversibel geladen. Die Umgebungstemperatur und gleichzeitig auch die Temperatur der Batterie beträgt 290K. Die Temperatur der Batterie ändert sich beim Laden nicht. Nimmt die Batterie beim Laden einen Wärmestrom auf, oder gibt Sie ihn ab? Wie groß ist der Wärmestrom?
- c) (2,0P) Bewerten Sie folgende Aussage: "Wenn eine Batterie beim Laden elektrische Leistung aufnimmt und gleichzeitig Wärme abgibt, bedeutet das zwangsläufig, dass nicht alle zugeführte Energie in der Batterie gespeichert wird und beim Entladen somit weniger elektrische Leistung zur Verfügung steht, als beim Laden zugeführt wurde."

## Lösung 2

a) Wenn der Druck dem Umgebungsdruck entspricht und die Temperatur der Umgebungstemperatur, dann wird aus der Gleichung für die Exergie der inneren Energie

$$-W_{ex} = \Delta U + \Delta(pV) - \Delta(TS) = \Delta G$$

$$\text{b) } \dot{Q} = T \cdot I \cdot dU/dT = 290 \cdot (-50) \cdot ((-1, 1) \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 5, 18 \cdot 10^{-7} \cdot 290K) = -2, 76 W$$

Der elektrische Strom ist beim Laden negativ. (siehe Vorlesung)

Die Batterie gibt beim Laden 2,76 Watt ab.

c) Falsch. Da reversibel, folgt aus Wärmeabgabe beim Laden eine Abnahme der Entropie. Bei der Entladung kann Entropie und somit Wärme wieder aufgenommen werden. Es steht dann auch wieder alle Energie (bzw. Exergie) zur Verfügung.

Teilnehmer der Prüfung mit 6 LP beantworten Aufgabenteile a) bis c) Teilnehmer mit 5 LP beantworten Aufgabenteile c) bis e)

Beantworten Sie die folgenden kurzen Fragen und denken Sie daran, Ihre Antwort stets durch eine Rechnung oder Erklärung zu begründen.

- a) (4,5P) Es wird ein Strom feuchter Luft betrachtet. ( $\dot{m}_{trocken} = 0,5 \frac{kg}{s}$ ) Dieser hat eine Temperatur von 293,15 K und eine relative Feuchte von 35%. In diesem Strom wird Wasserdampf mit einer Temperatur von 429,4 K eingespritzt. ( $\dot{m}_{Wasser} = 5 \frac{g}{s}$ ) Wie hoch sind nach der Einspritzung die Wasserbeladung  $x$ , die Temperatur und die relative Feuchte?
- b1) (1,0P) Welche Temperaturen eines Clausius Rankine Prozesses in einem Kraftwerk müssen oberhalb der Brennkammertemperatur liegen und welche Temperaturen müssen oberhalb der Umgebungstemperatur liegen?
- b2) (1,0P) In welchen Zustandspunkten müssen bei einem Luftverflüssigungsprozess nach Linde die Drücke oberhalb des Umgebungsdrucks liegen? (Reibungsfreie Wärmeübertrager!)
- c) (6,5P) In einem reibungsbehafteten, adiabten Verdichter, der einen Massenstrom ( $\dot{m} = 80 \frac{g}{s}$ ) Helium von 1 bar auf 5 bar verdichtet, tritt eine technische Verlustleistung von 20,8 kW auf. Die Eintrittstemperatur beträgt 20°C. Wie groß ist der Isentrope-Verdichterwirkungsgrad  $\eta_{s,v}$ ?
- d) (2,0P) In welchem Fall muss mehr Wärme unter isochoren Bedingungen zugeführt werden?  
1) Es werden 10 kg Wasserstoff (ideales Gas) von 500K auf 1000K erwärmt.  
2) Es wird 1 kg Wasserstoff (ideales Gas) von 500K auf 5500K erwärmt.  
Denken Sie daran - wie auch sonst immer - Ihre Antwort zu begründen.
- e) (4,5P) Ermitteln Sie mithilfe der Stoffdaten für Wasser bei 1 bar aus dem Lehrbuch näherungsweise die Siedetemperatur von Wasser bei einem Druck von 0,99 bar. Weitere Stoffdaten aus dem Lehrbuch (andere Drücke bzw. Temperaturen) dürfen nicht verwendet werden!

Lösung 3) a)  $x_1$  wird abgelesen zu 5 g/kg. daraus ergibt sich  $x_2 = x_1 + 5/0,5 \text{ g/kg} = 15 \text{ g/kg}$

Das eingespritzte Wasser hat eine Enthalpie von  $2500 + 1,92 \cdot 156 = 2800 \text{ kJ/kg}$ . Am Randmaßstab Steigung ablesen und Zustand 2 ermitteln:  $\phi = 85$  Prozent und  $t_2 = 23$  Grad.

b1) Alle T unter Temperatur der Brennkammer und über der Umgebung.

b2) Nur die Zustände hinter Verdichtung und vor der Drossel.

c) Mit  $p_1/p_2 = 0,2$  und  $\kappa = 1,33$  ergäbe sich für eine isentrop adiabate Verdichtung  $t_2^* = 555,9 \text{ K}$ . Mit  $c_p = 5200 \text{ J/kgK}$  ergibt sich für diese ideale Verdichtung eine Arbeit

Leistung von 109,3 kW. In der Realität liegt die benötigte Leistung um die technische Verlustleistung (20,8kW) höher. Es werden also 130,1 kW benötigt. Der Wirkungsgrad ergibt sich zu  $109,3/130,1=84,1$  Prozent.

d) Das Produkt aus Masse und Temperaturdifferenz ist zwar gleich; aber da bei höheren Temperaturen die vibratorischen Freiheitsgrade aktiv werden, ist die Wärmekapazität bei höheren Temperaturen größer und somit auch die zuzuführende Wärme.

e) die Clausius-Clapeyron-Gleichung, liefert die Steigung der Dampfdruckkurve im p-T-Diagramm und somit die Veränderung der Siedetemperatur (gesucht) mit der Änderung des Dampfdrucks (gegeben). Einsetzen von  $v'$ ,  $v''$ ,  $h'$  und  $h''$  für Wasser bei 1 bar liefert bei einem  $\Delta p$  von -1000 pas ein  $\Delta T$  von -0,2796K. Also eine Temperatur von 99,35 Grad.

Ein Haus wird mit einer Wärmepumpe geheizt, die unter Aufnahme von technischer Arbeit der Umgebungsluft Wärme entzieht. Das Verhältnis von Heizwärme zu zugeführter Arbeit wird durch die Leistungszahl  $\varepsilon$  beschrieben.

Die Luft im Haus hat eine Temperatur von  $19^\circ\text{C}$ . Durch die Wände des Hauses wird ein Wärmestrom  $\dot{Q}_{ab}$  an die Umgebung abgegeben, der proportional zur Differenz zwischen Haus-Innentemperatur und Umgebungstemperatur ist:  $\dot{Q}_{ab} = 0,069 \frac{\text{kW}}{\text{K}} \cdot \Delta T$ . Die in dem Haus lebenden Menschen geben zusammen einen Wärmestrom von  $\dot{Q}_{Mensch} = 350 \text{ W}$  an die Raumluft ab.

- a) (5,0P) Stellen Sie geeignete Bilanzen auf, um die mindestens benötigte elektrische Leistung der Wärmepumpe in Abhängigkeit von der Außentemperatur  $\vartheta_U$  bestimmen zu können. Benennen Sie ausdrücklich für jeweils welches System Sie diese Bilanzen aufstellen!
- b) (4,0P) Welche elektrische Antriebsleistung für die Wärmepumpe wird mindestens benötigt, wenn die Umgebungstemperatur  $-5^\circ\text{C}$  beträgt? Wie groß wäre in diesem Fall die Leistungszahl  $\varepsilon$  der Wärmepumpe?
- c) (2,5P) Zeichnen Sie ein Anergie-/Exergie-Flußdiagramm der Wärmepumpe für den Fall, dass bei  $\vartheta_U = 0^\circ\text{C}$  die Leistungszahl der Wärmepumpe  $\varepsilon = 2$  beträgt.
- d) (1,5P) Was passiert im stationären Heizbetrieb mit der Exergie, die in Form von elektrischem Strom dem Gesamtsystem aus Haus und Wärmepumpe zugeführt wird? Wird die im Haus gespeicherte Exergie immer größer?

#### Lösung 4

- a) Für den Wohnraum gilt, dass  $Q_{heiz} = Q_{ab} - Q_{Mensch}$  sein muss. Für die Wärmepumpe kann eine Energie- und eine Entropiebilanz aufgestellt werden: Die Antriebsleistung der WP plus der aus der Umgebung aufgenommene Wärmestrom entsprechen dem Heizwärmestrom  $Q_{heiz}$ . Aus der Entropiebilanz für den bestmöglichen Fall (minimaler Bedarf = keine Entropieproduktion) ergibt sich: Der Quotient aus Umgebungswärmestrom und Umgebungstemperatur entspricht dem Quotienten von Heizwärmestrom und Raumtemperatur. Alternativ kann auch eine Exergiebilanz für die WP aufgestellt werden.
- b) Bei einer Umgebungstemperatur von  $-5^{\circ}\text{C}$  ergibt sich ein Abwärmestrom von 1656 W, ein Heizwärmestrom von 1306W und eine minimale Antriebsleistung der WP von 107 W. Die Leistungszahl ist 12,2.
- c) siehe Lehrbuch im Kapitel Exergie. In diesem Fall ist der Prozess aber irreversibel da trotz höherer Außentemperatur die Leistungszahl niedriger liegt als in b) berechnet. Exergie wird also in Anergie umgewandelt. Weiterhin ist anhand der Leistungszahl sofort erkennbar, dass Umgebungswärmestrom und Antriebsleistung gleich groß sein müssen. Und der Heizwärmestrom doppelt so groß.
- d) Exergie im Haus bleibt konstant (stationär). Die zugeführte Exergie wird in der Außenwand beim Ausströmen der Wärme (entlang eines Temperaturgradienten in der Wand) in Anergie umgewandelt. Das ganze ist somit ein irreversibler Prozess.