

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

**TRAGLASTBERECHNUNG ZWEIACHSIG
BIEGEBEANSPRUCHTER STAHLBETON-
STÜTZEN UNTER BRANDEINWIRKUNG**

von
Karl Rudolph

Heft 85 · BRAUNSCHWEIG · 1988

Universitätsbibliothek Braunschweig (84)

UB Braunschweig 84



2676-5905

2676-5905

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

**TRAGLASTBERECHNUNG ZWEIACHSIG
BIEGEBEANSPRUCHTER STAHLBETON-
STÜTZEN UNTER BRANDEINWIRKUNG**

von
Karl Rudolph

Heft 85 · BRAUNSCHWEIG · 1988

ISBN 3-89288-032-8

ISSN 0178-5796

Zf. R+T (Institut Baustoffkunde Stahlbetonbau)

<https://doi.org/10.24358/dbbs.0842019021210559>

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Rudolph, Karl:

Traglastberechnung zweiachsig biegebeanspruchter
Stahlbetonstützen und Brandeinwirkung / von Karl Rudolph.
Inst. für Baustoffe, Massivbau u. Brandschutz d. Techn. Univ.
Braunschweig, Amtl. Materialprüfanst. für d. Bauwesen. -
Braunschweig : Inst. für Baustoffe, Massivbau u. Brandschutz,
1988

(Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen
Universität Braunschweig ; H. 85)

Zugl.: Braunschweig, Techn. Univ., Diss., 1987

ISBN 3-89288-032-8

NE: Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz

<Braunschweig>: Institut für Baustoffe, ...



~~K
34
N
601
15~~

Diese Arbeit ist die vom Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität Braunschweig genehmigte Dissertation des Verfassers.

Eingereicht am: 16.1.1987

Mündliche Prüfung am: 5.6.1987

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. U. Quast

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. P. Ruge

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit im Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig. Durch meine Mitarbeit an den Problemen des konstruktiven Brandschutzes im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 148 'Brandverhalten von Bauteilen' gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft und an Projekten des vom Bundesminister für Forschung und Technologie geförderten und im Auftrage der Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e. V. vergebenen Forschungstätigkeiten 'Brandverhalten von Stahl- und Stahlverbundkonstruktionen' gaben mir die wesentlichen Anregungen zu dieser Arbeit. Die experimentellen Grundlagen zu dieser Arbeit wurden im Rahmen dieser Arbeiten durchgeführt. Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kordina danke ich für seine Unterstützung, die er dieser Arbeit entgegengebracht hat.

Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Quast, der diese Arbeit betreut hat, gilt mein besonderer Dank. Durch sein Engagement und seine stete Diskussionsbereitschaft hat er im wesentlichen zur Lösung der aufgetretenen Probleme beigetragen.

Sehr dankbar bin ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Ruge für seine bereitwillige Unterstützung und seine wertvollen Ratschläge bei dieser Arbeit.

An dieser Stelle danke ich vorallem meiner Familie, ganz besonders meiner Frau Bettina, für ihre Geduld, ihr Entgegenkommen und ihre Entlastung, die Sie mir in der Zeit der Erstellung dieser Arbeit entgegengebracht hat. Durch diese wichtigen Voraussetzungen war es überhaupt möglich diese Arbeit zu einem guten Abschluß zu bringen.

Inhaltsverzeichnis

0	Benennungen.....	3
1	Einleitung.....	9
1.1	Allgemeines.....	9
1.2	Problemstellung.....	13
1.3	Voraussetzungen.....	16
2	Analytische Behandlung eines zweiachsig biegebeanspruchten Stabes infolge nicht-linearer Kraftgrößen/Verformungs-Beziehungen.....	18
2.1	Geometrische und mechanische Grundlagen zur Berechnung eines Stabes.....	18
2.2	Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Zustandsgrößen eines Stabelementes.....	22
2.3	Iterative Lösung des Gesamtproblems.....	33
3	Ermittlung der Kraftgrößen/Verzerrungs-Beziehungen eines hochtemperaturbeanspruchten Querschnitts.....	43
3.1	Allgemeines.....	43
3.2	Berechnung der instationären Temperaturverteilungen.....	45
3.3	Theoretische Grundlagen der Spannungsintegration.....	50
3.4	Numerisches Verfahren zur Bestimmung der Kraftgrößen/Verzerrungs-Beziehungen.....	64

4	Rechengesetze der temperaturabhängigen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen für Beton und Betonstahl.....	68
4.1	Physikalische Grundlagen.....	68
4.2	Mathematische Beschreibung.....	71
4.3	Rechengesetze der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen einschließlich der thermischen Dehnungen.....	81
5	Versuchsergebnisse hochtemperaturbeanspruchter Stahlbetonstützen unter zweiachsiger Biegung.....	85
5.1	Erläuterung der wichtigsten Versuchsparameter.....	85
6	Rechenergebnisse hochtemperaturbeanspruchter Stahlbetonstützen unter zweiachsiger Biegung.....	91
6.1	Rechnerischer Beanspruchungszustand des End- und Mittenquerschnitts.....	91
6.2	Rechnerisches Trag- und Verformungsverhalten des Stabes.....	102
6.3	Traglastbetrachtungen.....	110
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	113
8	Literaturverzeichnis.....	117

0 BenennungenGeometrische Größen

Formelzeichen	! Bezeichnungen
	! -----
	!
b, d	! Breite, Höhe des Querschnitts
	!
d_{s1}	! Durchmesser der Längsbewehrung
	!
u_{s1}	! Achsabstand der Längsbewehrung von der ! Betonoberfläche
	!
$d_{sbü}$! Durchmesser der Bügelbewehrung
	!
$s_{bü}$! Abstand der Bügel untereinander
	!
l_x	! Stablänge
	!
e	! Exzentrizitäten
	!
x, y, z	! Karthesische Koordinaten
	!
A	! Fläche
	!
S	! Flächenmoment 1.-ter Ordnung
	!
I	! Flächenmoment 2.-ter Ordnung
	!

Mechanische Last- und Verformungsgrößen des Stabes

Formelzeichen	! Bezeichnungen
-----	-----
	!
N_x	! Normalkraft
	!
Q_z	! Querkraft in Richtung der z-Achse
	!
Q_y	! Querkraft in Richtung der y-Achse
	!
M_y	! Biegemoment um die y-Achse
	!
M_z	! Biegemoment um die z-Achse
	!
u_x	! Stablängsverformung
	!
w_z	! Durchbiegung in Richtung der z-Achse
	!
w_y	! Durchbiegung in Richtung der y-Achse
	!
φ_y	! Verdrehung um die y-Achse
	!
φ_z	! Verdrehung um die z-Achse
	!
c_x	! Federkonstante in Richtung der x-Achse
	!
c_z	! Federkonstante in Richtung der z-Achse
	!
c_y	! Federkonstante in Richtung der y-Achse
	!
c_{yy}	! Federkonstante um die y-Achse
	!
c_{zz}	! Federkonstante um die z-Achse
	!

Formelzeichen	! Bezeichnungen
	! -----
	!
Z	! Vektor der Zustandsgrößen
	!
F	! Feldmatrix
	!
P	! Punktmatrix
	!
A	! Iterationsmatrix
	!
zusätzliche Fußzeiger	
	!
k	! Knoten
	!
j	! Stabelement
	!
e	! Ende
	!
a	! Anfang
	!
zusätzliche Kopfzeiger	
	!
(n,m)	! Iterationszähler
	!
-	! eingeprägte Kraftgrößen (Belastungen)
	!

Mechanische Last- und Verzerrungsgrößen des Querschnitts

Formelzeichen	! Bezeichnungen
	! -----
	!
ϵ^0_x	! Dehnungen in Richtung der x-Achse ! im Koordinatenursprung
	!
$k_y = \partial \epsilon_x / \partial z$! Krümmung um die y-Achse
	!
$k_z = \partial \epsilon_x / \partial y$! Krümmung um die z-Achse
	!
ϵ_x	! Gesamtdehnung in Richtung der x-Achse
	!
ϵ^{th}_x	! thermische Dehnung
	!
ϵ^{σ}_x	! spannungserzeugende Dehnung
	!
σ_x	! Normalspannungen
	!
E	! Elastizitätsmodul
	!
S_q	! Kraftgrößenvektor des Querschnitts
	!
V_q	! Verzerrungsgrößenvektor des Quer- ! schnitts
	!
K_q	! Steifigkeitsmatrix des Querschnitts
	!
T_{sq}	! Transformationsmatrix der Kraftgrößen
	!
T_{vq}	! Transformationsmatrix der Verzer- ! rungsgrößen
	!

Formelzeichen ! Bezeichnungen

-----!
zusätzliche Kopfzeiger

o ! infolge der Spannung σ°_x
!
th ! infolge der thermischen Dehnung
!
- ! Transformierte Zustandsgrößen
!
(i) ! Iterationszähler
!

Festigkeitsgrößen der behandelten Materialien

Formelzeichen ! Bezeichnungen

-----!
!
E_b ! Elastizitätsmodul des Betons
!
E_s ! Elastizitätsmodul des Betonstahls
!
β_{ws} ! Seriendruckfestigkeit des Betons
!
β_c ! Zylinderdruckfestigkeit des Betons
!
ε_{bs} ! Scheitelwert der Betonstauchung
!
β_s ! Festigkeit des Betonstahls bei
! Erreichen der Streckgrenze
!
β_B ! Bruchfestigkeit des Betonstahls
!
ε_s ! Dehnung der Streckgrenze des Beton-
! stahls
!

Temperaturbezogene Größen

Formelzeichen	! Bezeichnungen
	! -----
	!
T	! Temperatur
	!
λ	! Wärmeleitfähigkeit
	!
c_p	! spezifische Wärmekapazität
	!
ρ	! Dichte
	!
t	! Zeit
	!
q	! Wärmestromdichte
	!
α	! Wärmeübergangskoeffizient
	!
ϵ	! Emissionzahl
	!
σ	! Stefan-Boltzmann Konstante
	!
zusätzliche Fußzeiger	
	!
ob	! Oberflächentemperatur
	!
br	! Brandraumtemperatur
	!
a	! absolute Temperatur

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

In den vergangenen Jahren wurden intensive Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des konstruktiven Brandschutzes unternommen. Dem Verhalten von Stützen aus Stahlbeton, Stahl-Verbund und Stahl infolge einer Hochtemperaturbeanspruchung galt das besondere Interesse. Überwiegend wurden die auftretenden Phänomene an einachsigen biegebeanspruchten Stützen untersucht. Zudem wurden die Stützen meist durch eine allseitige und über die Systemlänge nahezu gleichmäßige Wärmeeinwirkung beansprucht. In einer Vielzahl von Veröffentlichungen wurden die dabei auftretenden Probleme und Erkenntnisse eingehend dargestellt /9,10,18/. Die Forschungsanstrengungen des Sonderforschungsbereiches SFB 148 'Brandverhalten von Bauteilen' der Technischen Universität Braunschweig sind in diesem Zusammenhang besonders hervorzuheben /4,7/.

Aufbauend auf den vorliegenden Forschungsergebnissen stellt sich unter anderem die Frage nach den möglichen Beanspruchungen von Stützen im Falle einer Hochttemperatureinwirkung. In einem Bauwerk sind die Stützen üblicherweise mit dem umgebenden Bauteilen verbunden. Hervorgerufen durch eine lokale Temperatureinwirkung verschieben sich die an die Stütze angeschlossenen Bauteile infolge thermischer Dehnungen. Dabei wird im allgemeinen Fall die Stütze in beliebiger Richtung verformt. Die daraus resultierenden inneren Zustandsgrößen werden in guter Näherung der tatsächlichen Verhältnisse mit einer zweiachsigen Biegebeanspruchung der Stütze wiedergegeben. Abbildung 1.1.1 zeigt eine mögliche Verformung einer Stütze, die - z.B. hervorgerufen durch thermische Dehnungen der oberen Geschoßdecke - nicht in

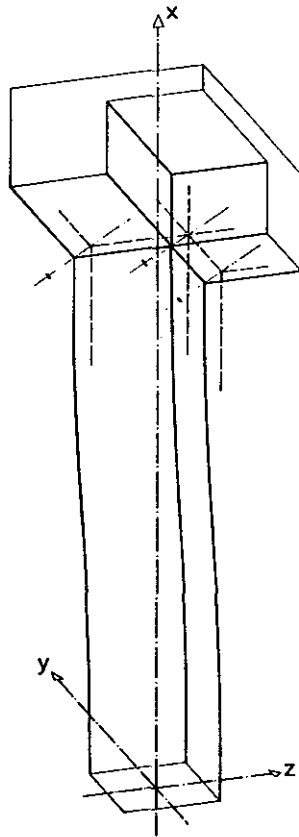


Bild 1.1.1 Darstellung der Verschiebung einer Stütze im Bauwerk

Richtung einer Hauptachse verläuft.

Treten ungleichmäßige Temperatureinwirkungen über den Umfang des Querschnitts und über die Länge der Stütze auf, so bewirken die sich daraus ergebenden temperaturabhängigen Spannungs- und Dehnungsverteilungen räumliche Durchbiegungen, die nicht an eine von vornherein bekannte Richtung gebunden sind. Ungleichmäßige

Temperaturverteilungen können durch Brandeinwirkungen hervorgerufen werden, die durch Einbauten zwischen den Stützen nur eine Teilbeflammung zulassen und die Stütze an ihrer Verformung nicht behindern.

Das ungünstige Zusammenwirken von ungleichmäßiger Erwärmung und Verformungen durch die angrenzenden Bauteile kann unter Umständen zu vorzeitigem Versagen führen, wenn von vorneherein davon ausgegangen wird, daß die Versagensbeanspruchung nur in einer der beiden Hauptachsenrichtungen wirkt. Daher erscheint es notwendig, die besonderen Zusammenhänge der zweiachsig biegebeanspruchten Stützen unter hoher Temperatureinwirkung zu untersuchen.

Zur Klärung einiger Phänomene zweiachsig biegebeanspruchter Stützen unter hohen Temperaturen wurden sechs Großversuche an Stahlbetonstützen im Rahmen der experimentellen Erforschung des Bauteilverhaltens durchgeführt. Der Einfluß symmetrischer und asymmetrischer Temperatureinwirkung sowie unterschiedlicher Belastungsverhältnisse und Stützenlängen auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen wurde untersucht. Die wichtigsten Ergebnisse sind im Abschnitt 5 dieser Arbeit dargestellt.

Ausgehend von den zuvor genannten experimentellen Untersuchungen entstand ein funktionsfähiges Rechenverfahren zur numerischen Begleitung dieser Arbeiten. Damit konnte gezeigt werden, daß die Berechnung derartig beanspruchter Bauteile möglich ist und im Rahmen der vorhandenen Genauigkeiten der Eingangsparameter zutreffende Ergebnisse liefert. Das theoretische Verfahren beruht auf der Annahme, daß sich die instationären Vorgänge innerhalb und außerhalb eines Systems als quasi-statisches System betrachten lassen. Das bedeutet, dazu jeder Zeit t_i die inneren und äußeren Zustandsgrößen eines Stabes unabhängig von der Ver-

änderung nach der Zeit definiert werden. Dadurch kommt die Berechnung ohne eine Zeitintegration aus. Das Rechenmodell berücksichtigt selbstverständlich die temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge bezüglich der Kraftgrößen-Verzerrungs-Eigenschaften der Querschnitte und den Einfluß der sich daraus ergebenden Verformungen auf die Gleichgewichtsbedingungen des Stabes. Abschnitt 2 dieser Arbeit beschreibt ausführlich die mathematisch mechanischen Gleichungen zur Ermittlung der Zustandsgrößen eines Stabes nach dem Übertragungsverfahren. Die Ableitungen erfolgten unter Zuhilfenahme einfacher, im Stahlbetonbau üblicher Ansätze.

In Abschnitt 3 sind die Zusammenhänge zwischen den Kraft- und Verzerrungsgrößen eines durch hohe Temperatureinwirkung beanspruchten Querschnitts dargestellt. Der wesentliche Unterschied zu den bisherigen Formulierungen besteht in der Berücksichtigung der Biegung um zwei Achsen.

Die notwendigen Grundlagen der Rechengesetze hochtemperaturbeanspruchter Materialien sind Abschnitt 4 zu entnehmen. Die physikalischen Grundlagen, aus denen die Rechenfunktionen gewonnen werden, führen zu nicht-linearen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen.

Zur Absicherung der entwickelten numerischen Ansätze wurden sechs Großversuche an Stahlbetonstützen durchgeführt. Die wichtigsten Versuchsergebnisse, der sechs Bauteilversuche im Rahmen der Forschungsarbeiten des SFB's148, sind in Abschnitt 5 wiedergegeben. Die wesentlichen Versuchsparameter und deren Abweichungen gegenüber den Rechenergebnissen sind dargestellt.

Zur Verdeutlichung des Rechenmodells wurden in Abschnitt 6 an einem Beispiel einige Details näher erläutert. Die dabei auftretenden Zwischen- und

Endergebnisse der Stützen- und Querschnittsberechnung wurden in Form von Diagrammen und dreidimensionalen Darstellungen abgebildet.

1.2 Problemstellung

Bei zweiachsig biegebeanspruchten Stahlbetonstützen wird das Trag- und Verformungsverhalten anteilig und gleichzeitig von den Biegesteifigkeiten der beiden Hauptachsenrichtungen bestimmt. Diese sind wiederum von dem Beanspruchungs- und Temperaturzustand abhängig.

$$EI_{yy} = f(N_x, M_y, M_z, T) \quad \text{und} \quad EI_{zz} = f(N_x, M_y, M_z, T)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, daß sich die Dehnungsnulllinie bei gleichbleibender äußerer Belastung und veränderlichem Temperaturzustand verschiebt und verdreht. Auch unter der Voraussetzung, daß sich kein signifikanter Temperaturgradient über die Länge der Stütze einstellt, ändern sich die Richtungen der Hauptachsen der Stützenquerschnitte in Abhängigkeit ihrer Lage auf der Stablängsachse infolge des nicht-linearen Materialverhaltens von Beton und Stahl.

Die Berechnung einer zweiachsig beanspruchten Stahlbetonstütze durch zwei getrennte Nachweise, jeweils als eine in nur einer Hauptachsenrichtung einachsig beanspruchten Stütze, die sich nur in Richtung dieser Hauptachse verformt, berücksichtigt das senkrecht zur Lastebene mögliche Ausweichen oder die Auswirkung auf die Steifigkeit der nicht angesetzten Momente nicht. Dabei werden die Biegesteifigkeiten wie folgt berechnet.

$$EI_{yy} = f(N_x, M_y, T) \quad \text{bzw.} \quad EI_{zz} = f(N_x, M_z, T)$$

Demzufolge werden die ungünstig wirkenden Anteile aus der jeweiligen Querrichtung auf die Gesamtbeanspruchung der Stütze nicht beachtet. Ribbildungen, Fließen der Bewehrung und Druckversagen einzelner Betonbereiche als Folge der Belastung und der Temperaturbeanspruchung beinhalten auch immer für die Querrichtung einen Steifigkeitsverlust. Dieser wird durch getrennte Nachweise nicht berücksichtigt.

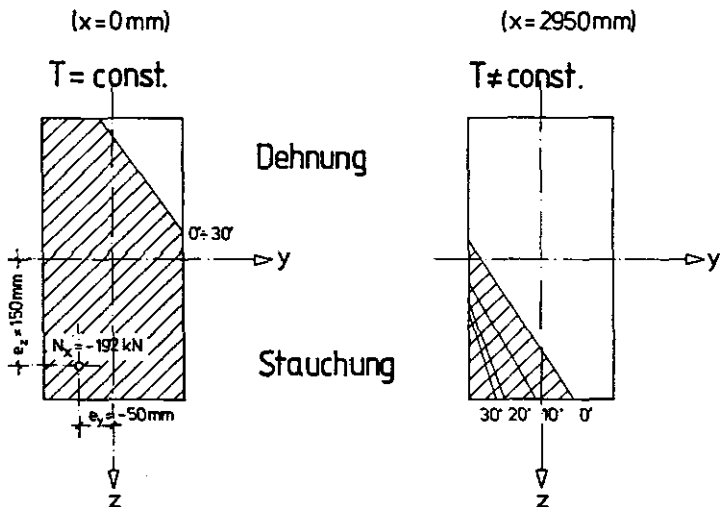


Bild 1.2.1 Lage der Dehnungsnulllinie

Die Abbildung 1.2.1 zeigt die berechneten Lagen der Dehnungsnulllinien einer allseitig beflaminten Stahlbetonstütze mit den Abmessungen 200/400/5900 mm. Die Lastausmittungen betragen $e_y = 50\text{ mm}$ und $e_z = 150\text{ mm}$. Der Berechnung lagen die Eingangsparameter des Versuchskörpers SB2 zugrunde. Die geometrischen Abmessungen sowie

die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Materialien der einzelnen Versuchskörper sind den Tabellen im Abschnitt 5 zu entnehmen. Es ist deutlich zu erkennen, daß im Anfangsquerschnitt ($x = 0$ mm) keine Veränderungen der Dehnungsnulllinie auftreten. In den anderen Querschnitten ist mit zunehmender Zeit und die sich dadurch verändernden Temperaturen eine deutliche Verschiebung und Verdrehung der Dehnungsnulllinie festzustellen, insbesondere in dem meist beanspruchten Querschnitt ($x = 2950$ mm) in Stützenmitte.

Die Biegesteifigkeit eines Querschnitts ergibt sich im klassischen Sinne aus der Integration der Momente 2.-ten Grades multipliziert mit dem Elastizitätsmodul einer beliebig kleinen Teilfläche. Bei einem brandbeanspruchtem Stahlbetonquerschnitt ist der Elastizitätsmodul der einzelnen Baustoffe abhängig von der Temperatur und der Beanspruchung infolge der inneren Kraftgrößen. Mit Zunahme der Temperaturen nehmen die Steifigkeitsanteile im allgemeinen rasch ab. Durch die Verringerung der Querschnittssteifigkeiten nimmt die Verformbarkeit der Stütze zu. Dadurch wächst der Einfluß der Durchbiegungen überproportional an, was zu einer weiteren Verminderung der wirksamen Steifigkeiten führt.

Die Ausweichrichtung eines zweiachsig biegebeanspruchten Querschnitts wird im wesentlichen von dem Verhältnis der Steifigkeiten der beiden Hauptachsenrichtungen beeinflusst. Diese wiederum sind abhängig von den inneren Kraftgrößen und der Temperaturverteilung.

Die zuvor erläuterten Zusammenhänge werden durch die vorhandenen Berechnungsverfahren /2,14/ nicht berücksichtigt. Da sie jedoch grundlegend für das Trag- und Verformungsverhalten zweiachsig biegebeanspruchter Stahlbetonstützen unter hohen Temperaturen sind, wurden durch sechs Brandversuche an Stahlbetonstützen die wesentlichen Einflußgrößen untersucht. Die daraus

gewonnenen Erkenntnisse dienen dazu, ein neues theoretisches Modell zur Berechnung derart beanspruchter Stützen zu entwickeln.

1.3 Voraussetzungen

Für das Berechnungsmodell sollen folgende Annahmen gelten:

1. Der Stab befindet sich zu jedem Zeitpunkt t ; bis hin zum Versagenszeitpunkt in einem quasi-statischen Zustand.
2. Die Querschnittsabmessungen und Verformungen des Stabes sind klein gegenüber seiner Stablänge.
3. Die Spannungen und Verzerrungen senkrecht zur Richtung der Stabachse sind ohne Bedeutung.
4. Der Querschnitt bleibt auch nach der Verformung eben (Bernoulli-Hypothese). Die Verwölbungen infolge Torsion und Schub werden vernachlässigt.
5. Es werden nur statische Lasten untersucht. Torsionsmomente werden nicht berücksichtigt.
6. Die Temperaturen können beliebig über den Querschnitt verteilt sein.
7. Die nicht-linearen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen sind als Funktion der Temperatur definiert.

8. Das Gleichgewicht wird am verformten System angesetzt (Theorie 2. Ordnung). Die Schnittgrößen erfahren keine zusätzliche Transformation in Richtung der gekrümmten Stabachse.

2 Analytische Behandlung eines zweiachsig biegebeanspruchten Stabes infolge nicht-linearer Kraftgrößen/Verformungs-Beziehungen

2.1 Geometrische und mechanische Grundlagen zur Berechnung eines Stabes

Bild 2.1.1 zeigt exemplarisch den geometrischen Aufbau eines zweiachsig biegebeanspruchten Stabes. Der Stab mit der Gesamtlänge l_x wird zur Erfassung unterschiedlicher Einflüsse in n Stabelemente unterteilt. Die Stabelemente können verschieden lang sein. Jedes Stabelement (j) hat, wie in Bild 2.1.2 dargestellt, einen Anfangs- (j_a) und einen Endknoten (j_e). In diesen Knotenpunkten werden die mechanischen Beanspruchungen des Stabelementes (j) zusammengefaßt. Außerdem werden die geometrischen Abmessungen der Stabquerschnitte in den Elementknoten definiert. Das bedeutet, daß im allgemeinen über die Stablänge veränderliche Querschnittsformen Berücksichtigung finden können.

Die geometrische Beschreibung der Stabquerschnitte ist in Bild 2.1.3 dargestellt. Durch die Wahl eines in Flächenelemente aufgeteilten Querschnittes können verschiedene Querschnittskonturen und beliebige Querschnittsverteilungen unterschiedlicher Materialien hinreichend genau beschrieben werden. Außerdem können instationäre bzw. stationäre Temperaturverteilungen direkt den Elementknoten des Querschnitts als diskrete Temperaturwerte zugewiesen werden.

Ohne im Augenblick näher auf die Berechnung der Temperaturen der Querschnittsknoten einzugehen, kann gesagt werden, daß die resultierenden Spannungen infolge der inneren Beanspruchung eines solchen Querschnitts als

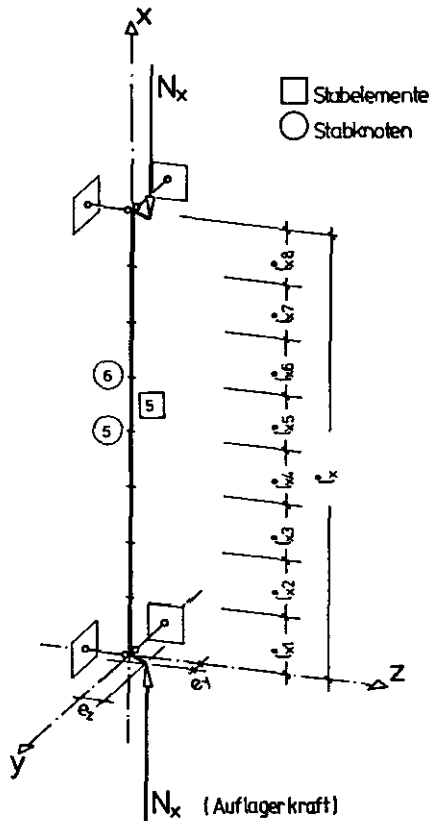


Bild 2.1.1 Geometrische Beschreibung eines Stabes

Funktion der Temperaturen definiert sind. Deshalb ergeben sich deutliche physikalisch nicht-lineare Zusammenhänge zwischen den inneren Kraft- und Verzerrungsgrößen. In Kapitel 3 werden diese Abhängigkeiten ausführlich erläutert.

Für die weiteren Betrachtungen der Kraft- und Verformungsgrößen eines Stabes bzw. eines Stabelementes sind die hierbei auftretenden mechanischen Größen den

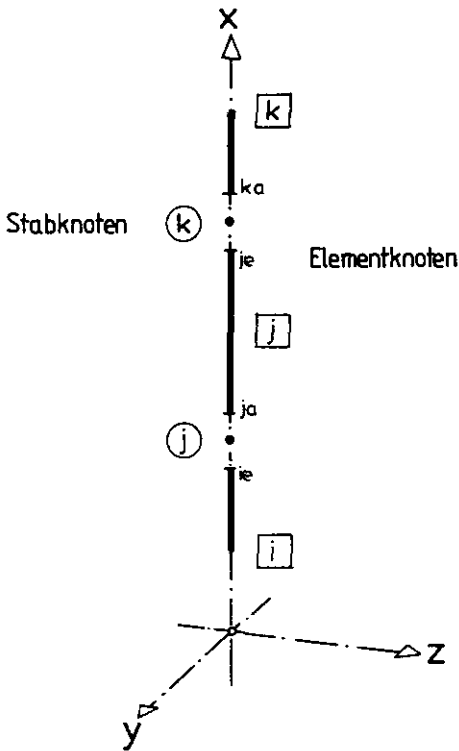


Bild 2.1.2 Bezeichnungen der Stabknoten und der Stabelemente

Bildern 2.2.1 bis 2.2.4 zu entnehmen. Die äußeren Beanspruchungen sollen im Hinblick auf die folgenden theoretischen Ableitungen ausschließlich in den Stabknoten wirksam werden. Die Definitionen sind so gestaltet, daß die adjungierten Zustandsgrößen am positiven Schnittufer (j_e) des Stabelementes (j) stets positive Arbeit leisten. Die Krümmungs- und Dehnungsverläufe (k_y , ϵ^p_x) über die Stablängsachse

(x) werden im Bereich eines Stabelementes (j) als lineare Funktionen angenommen.

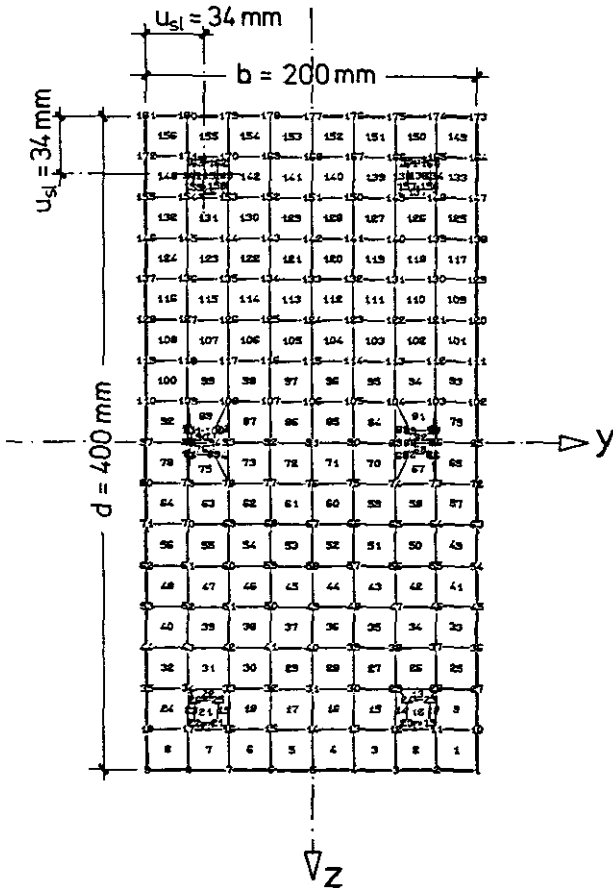


Bild 2.1.3 Geometrische Beschreibung des Querschnitts

Diese Annahme beinhaltet eine gewisse Ungenauigkeit gegenüber dem tatsächlichen Verlauf dieser Werte. Es muß jedoch nachdrücklich darauf hingewiesen werden, daß diese vereinfachte Annahme durch eine entsprechend hohe Anzahl von Stabelementen ausgeglichen werden kann, zumal die Einflüsse der Streuungen der Querschnittsparameter, der Festigkeitseigenschaften, der Temperaturverteilungen

und der Stabparameter erheblich stärkere Auswirkungen auf die Ergebnisse solcher Systeme zeigen.

2.2 Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Zustandsgrößen eines Stabelementes

Das hier gewählte Rechenmodell, zur Ermittlung der Zustandsgrößen eines Stabes, ist mit dem Begriff Übertragungsverfahren gekennzeichnet. Dabei werden die inneren Zustandsgrößen, infolge der äußeren Beanspruchung vom Stabanfang durch Übertragungsvorschriften auf das Ende des Stabes weitergeleitet. Die sich ergebenden Beziehungen stellen demzufolge den Zusammenhang der Zustandsgrößen am Stabende bezüglich der Zustandsgrößen am Stabanfang dar.

Die Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen auf die Zustandsgrößen eines Stabelementes, gemäß den in den Abbildungen 2.2.1 und 2.2.2 dargestellten Verhältnissen, ergeben folgende Beziehungen:

$$N_{xje} = N_{xja} \quad (2.2.01)$$

$$Q_{zje} = Q_{zja} \quad (2.2.02)$$

$$Q_{yje} = Q_{yja} \quad (2.2.03)$$

$$M_{zje} = M_{yja} + Q_{zja} \cdot l_{xj} - N_{xja} \cdot (w_{zje} - w_{zja}) \quad (2.2.04)$$

$$M_{zje} = M_{zja} - Q_{yja} \cdot l_{xj} + N_{xja} \cdot (w_{yje} - w_{yja}) \quad (2.2.05)$$

Die Annahme, daß die äußeren Belastungen nur in den Stabknoten angreifen sollen bedeutet, daß die Kraftgrößen N_x , Q_z und Q_y an beiden Knoten (ja) und (je) des Stabelementes (j) betragsmäßig gleichgroß, jedoch entgegengesetzt gerichtet sind. Bei der Bestimmung der

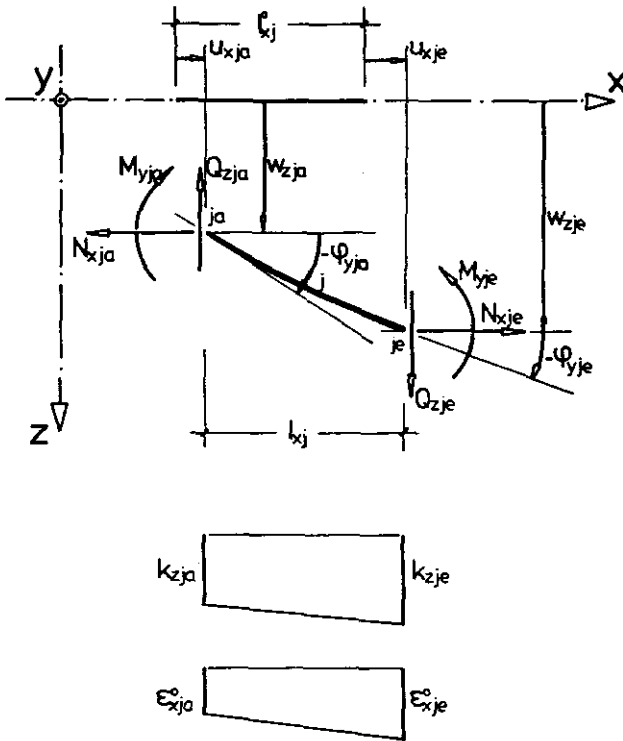


Bild 2.2.1 Zustandsgrößen eines Stabelementes in der x - z -Ebene

Biegemomente wird neben dem unvermeidlichen Anteil der Querkräfte auch die Normalkraft berücksichtigt. Der Anteil der Verformungen zur Bestimmung des Gleichgewichts wird im allgemeinen als Einfluß nach Theorie 2. Ordnung bezeichnet.

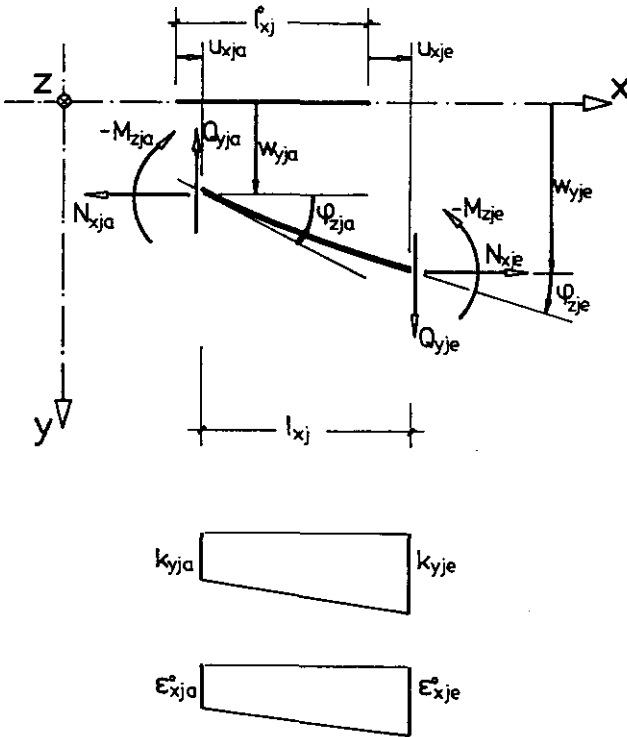


Bild 2.2.2 Zustandsgrößen eines Stabelementes in der x - y -Ebene

Bei Verwendung der in der technischen Biegelehre bekannten Beziehungen

$$u_x' - \epsilon^{\circ}_x = 0 \quad (2.2.06)$$

$$w_z' - k_y = 0 \quad (2.2.07)$$

$$w_j' - k_z = 0 \quad (2.2.08)$$

und unter Berücksichtigung eines linearen Rechenansatzes für die Dehnungen $\epsilon_x(x)$ und für die Krümmungen $k_y(x)$ und $k_z(x)$ kann durch Integration über die Längsachse (x) des Stabelementes (j) die Weggrößen der Elementknoten berechnet werden.

$$u_{xje} = u_{xja} + \frac{\epsilon^0_{xja} + \epsilon^0_{xje}}{2} \cdot l_{xj} \quad (2.2.09)$$

$$w_{zje} = w_{zja} - \varphi_{yja} \cdot l_{xj} - \frac{2 \cdot k_{yja} + k_{yje}}{6} \cdot l^2_{xj} \quad (2.2.10)$$

$$w_{yje} = w_{yja} + \varphi_{zja} \cdot l_{xj} + \frac{2 \cdot k_{zja} + k_{zje}}{6} \cdot l^2_{xj} \quad (2.2.11)$$

$$\varphi_{yje} = \varphi_{yja} + \frac{k_{yja} + k_{yje}}{2} \cdot l_{xj} \quad (2.2.12)$$

$$\varphi_{zje} = \varphi_{zja} + \frac{k_{zja} + k_{zje}}{2} \cdot l_{xj} \quad (2.2.13)$$

Die Gleichungen (2.2.09) bis (2.2.13) stellen den Zusammenhang zwischen Weggrößen des Endknotens (je) und den Weggrößen des Anfangsknotens (ja) des Stabelementes (j) dar. Dabei sind die Verzerrungsgrößen (ϵ^0_{xja} , k_{yja} , k_{zja}) bzw. (ϵ^0_{xje} , k_{yje} , k_{zje}) der Elementknoten (ja) und (je) abhängig von den in diesen Knoten vorhandenen Kraftgrößen (N_{xja} , M_{yja} , M_{zja}) bzw. (N_{xje} , M_{yje} , M_{zje}).

Zusammenfassend werden die Zustandsgrößen des Stabendes (je) bezüglich der Zustandsgrößen des Stabanfanges (ja) eines Stabelementes (j) durch folgendes Gleichungssystem beschrieben:

U_{xje}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{E^0_{xje} + E^0_{xja}}{2} \cdot 1_{xj}$	U_{xja}
N_{xje}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N_{xja}
W_{zje}	0	0	1	0	0	0	-1_{xj}	0	0	0	$-\frac{2 \cdot k_{yja} + k_{yje}}{6} \cdot 12_{xj}$	W_{zja}
Q_{zje}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	Q_{zja}
W_{yje}	0	0	0	0	1	0	0	0	1_{xj}	0	$\frac{2 \cdot k_{zja} + k_{zje}}{6} \cdot 12_{xj}$	W_{yja}
Q_{yje}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	Q_{yja}
φ_{yje}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	$\frac{k_{yja} + k_{yje}}{2} \cdot 1_{xj}$	φ_{yja}
M_{zje}	0	$-\Delta w_{zj}$	0	1_{xj}	0	0	0	0	0	0	0	M_{yja}
φ_{zje}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	$\frac{k_{zja} + k_{zje}}{2} \cdot 1_{xj}$	φ_{zja}
M_{zje}	0	Δw_{yj}	0	0	0	-1_{xj}	0	0	0	0	0	M_{zja}
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

oder kürzer

$$Z_{j\bullet} = F_j \cdot Z_{j\bullet} \quad (2.2.15)$$

Dabei ist $Z_{j\bullet}$ der Vektor der Zustandsgrößen des Knotens ($j\bullet$), $Z_{j\bullet}$ der Vektor der Zustandsgrößen des Knotens ($j\bullet$) und F_j die Feldmatrix des Stabelementes (j). Die Elemente der ersten zehn Spalten der Feldmatrix F_j sind abhängig von der Stablänge l_{xj} und der Differenz der Durchbiegungen w_x und w_y . Lediglich die letzte Spalte beschreibt den Einfluß der Verzerrungsgrößen der Querschnitte in den Anfangs- und Endknoten eines Stabelementes. Weil die Verzerrungsgrößen (Dehnungen und Krümmungen) von den Kraftgrößen und diese wiederum von den Weggrößen abhängen, wird die Lösung dieses Problems auf iterativem Wege vollzogen.

Die zuvor getätigten Angaben beziehen sich auf die Übertragung der Zustandsgrößen des Anfangsknotens auf den Endknoten eines Stabelementes. Da von vorneherein die Annahme bestand, daß die äußeren Belastungsgrößen nur in den Stabknoten angreifen dürfen, wird im folgenden gezeigt, wie diese Größen in das Rechenmodell einfließen. Durch Aufsummieren von Steckenbelastungen über die Stablängsachse können diese verteilten Belastungen zu Einzelgrößen zusammengefaßt werden. Es wird davon ausgegangen, daß in den Stabknoten nur Einzelkräfte und Einzelmomente, wie in den Bildern 2.2.3 und 2.2.4 dargestellt, wirken können. Die einzelnen Kraftkomponenten können durch Belastungsgrößen und/oder durch Federkräfte hervorgerufen werden.

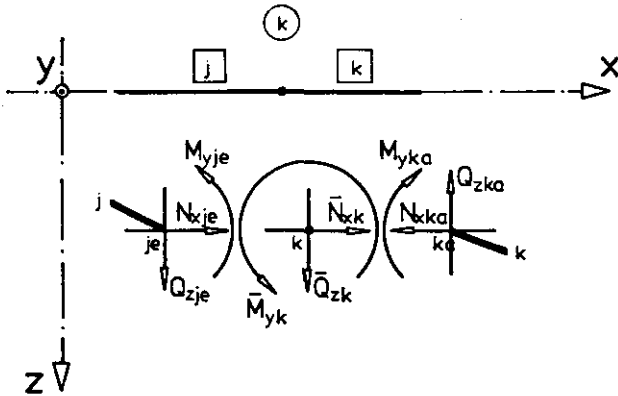


Bild 2.2.3a Darstellung der Beanspruchung der Stabknoten durch Kraftgrößen in der x-z-Ebene

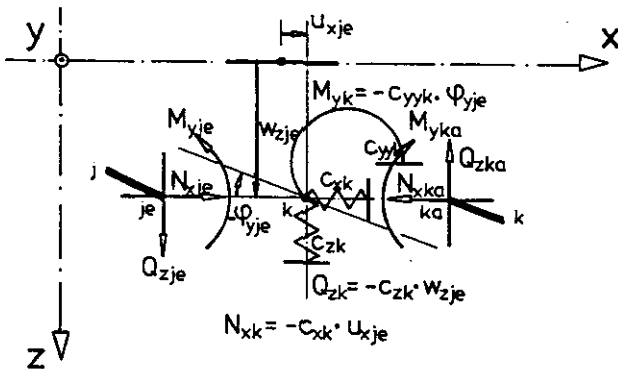


Bild 2.2.3b Darstellung der Beanspruchung der Stabknoten durch Federkräfte in der x-z-Ebene

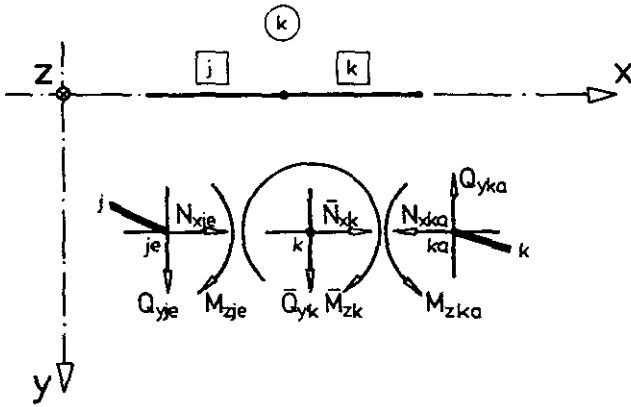


Bild 2.2.4a Darstellung der Beanspruchung der Stabknoten durch Kraftgrößen in der x-y-Ebene

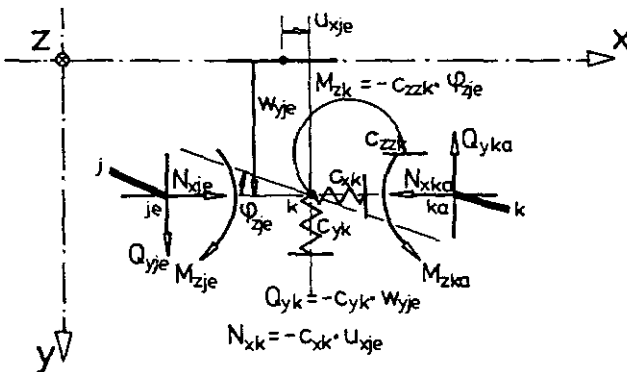


Bild 2.2.4b Darstellung der Beanspruchung der Stabknoten durch Federkräfte in der x-y-Ebene

Beim Übergang von einem Endknoten (je) des Stabelementes (j) über den Stabknoten (k) auf den Anfangsknoten (ka) eines Stabelementes (k) werden folgende Beziehungen betrachtet:

$$u_{xka} = u_{xje} \quad (2.2.16)$$

$$w_{zka} = w_{zje} \quad (2.2.17)$$

$$w_{yka} = w_{yje} \quad (2.2.18)$$

$$\psi_{yka} = \psi_{yje} \quad (2.2.19)$$

$$\psi_{zka} = \psi_{zje} \quad (2.2.20)$$

$$N_{xka} = N_{xje} + N_{xk} - C_{xk} \cdot u_{xje} \quad (2.2.21)$$

$$Q_{zka} = Q_{zje} + Q_{zk} - C_{zk} \cdot w_{zje} \quad (2.2.22)$$

$$Q_{yka} = Q_{yje} + Q_{yk} - C_{yk} \cdot w_{yje} \quad (2.2.23)$$

$$M_{yka} = M_{yje} + M_{yk} - C_{yyk} \cdot \psi_{yje} \quad (2.2.24)$$

$$M_{zka} = M_{zje} + M_{zk} - C_{zzk} \cdot \psi_{zje} \quad (2.2.25)$$

In Matrizenform lassen sich die Gleichungen (2.2.16) bis (2.2.25) wie folgt darstellen:

U_{xka}		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	U_{xje}
N_{xka}	C_{xk}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N_{xje}
W_{zka}		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	W_{zje}
Q_{zka}		0	0	$-C_{zk}$	1	0	0	0	0	0	0	Q_{zje}
W_{yka}		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	W_{yje}
Q_{yka}		0	0	0	0	$-C_{yk}$	1	0	0	0	0	Q_{yje}
φ_{yka}		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	φ_{yje}
M_{yka}		0	0	0	0	0	0	$-C_{yyk}$	1	0	0	M_{yje}
φ_{zka}		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	φ_{zje}
M_{zka}		0	0	0	0	0	0	0	0	$-C_{zzk}$	1	M_{zje}
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

(2.2.26)

oder kürzer:

$$Z_{ka} = P_k \cdot Z_{je} \quad (2.2.27)$$

Dabei beinhaltet der Vektor Z_{ka} die Zustandsgrößen des Anfangsknotens (ka) des Stabelementes (k) und der Vektor Z_{je} die Zustandsgrößen des Endknotens (je) des zuvor berechneten Stabelementes (j). Die Matrix P_k ist die gesuchte Punktmatrix, welche die Zustandsgrößen benachbarter Knotenpunkte zweier Stabelemente, verbunden durch den Stabknoten (k), miteinander verknüpfen. Die Koeffizienten der ersten zehn Spalten von P_k stellen den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen der benachbarten Knotenpunkte zweier Stabelemente unter Berücksichtigung vorhandener linear-elastischer Federn dar (siehe Bild 2.2.4). Die letzte Spalte enthält die eingepprägten Kraftgrößen infolge der Belastung (Lastvektor). Die so gewählte Darstellungsart für die Feldmatrix F_j und die Punktmatrix P_k läßt sich im folgenden recht einfach handhaben und entspricht etwa der in der Literatur /8/ zu findenden Schreibweise.

Durch Einsetzen der Gleichung (2.2.15) in (2.2.27) ergibt sich:

$$Z_{ka} = P_k \cdot F_j \cdot Z_{ja} \quad (2.2.28)$$

Man erhält also die Zustandsgrößen des Anfangsknotens (ka) des Stabelementes (k) aus einer einfachen Matrizenmultiplikation des Vektors der Zustandsgrößen des Anfangsknotens (ja) und der Feldmatrix F_j des Stabelementes (j) mit der Punktmatrix P_k des Stabknotens (k). Durch mehrmaliges Multiplizieren der Gleichung (2.2.28) läßt sich für jeden beliebig diskretisierten Stab der Zusammenhang der Zustandsgrößen des Stabanfanges mit denen des Stabendes herstellen. Um diesen Zusammenhang entsprechend der gestellten Aufgabe lösen zu können, müssen die Randbedingungen noch berücksichtigt werden.

Unabhängig der Art der gewählten Randbedingungen kann gesagt werden, daß für jedes konjungierte Zustandsgrößenpaar ein Wert bekannt sein muß. Für den Stabanfang ergeben sich somit fünf 'freie' Zustandsgrößen. Diese müssen zusammen mit den äußeren Zustandsgrößen die Randbedingungen am Stabende erfüllen. In Tabelle 2.2.1 sind für einige Arten der statischen Randbedingungen eines Stabes die jeweils 'freien' und 'festen' Zustandsgrößen zusammengestellt. Die vorgegebenen Randbedingungen, also die 'festen' Zustandsgrößen des Stabendes, werden dazu benutzt die 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges zu bestimmen. Das numerische Verfahren zur Bestimmung der 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges als Folge der äußeren Beanspruchung und unter Einhaltung der vorgegebenen Randbedingungen wird im folgenden Abschnitt behandelt.

2.3 Iterative Lösung des Gesamtproblems

Die rechnerische Bestimmung der Zustandsgrößen eines Stabes, der sich durch physikalische und geometrische nicht-lineare Beziehungen zwischen den Kraft- und Weggrößen auszeichnet, kann durch ein geeignetes Iterationsverfahren gelöst werden. Im folgenden Abschnitt wird zur Kennzeichnung des n -ten Iterationsschrittes der Kopfzeiger (n) verwendet. Wie schon erwähnt werden in diesem Falle die Zustandsgrößen vom Stabanfang über die Stabelemente und den Stabknoten zu dem Stabende hin weitergeleitet.

Im folgenden Ablaufdiagramm 2.3.1 ist die Vorgehensweise der rechnerischen Behandlung des zweiachsig biegebeanspruchten Stabes abgebildet. Im allgemeinen Fall ergeben sich die Zustandsgrößen des Anfangsknotens eines Stabelementes aus den Zustandsgrößen des Endknotens des vorherigen Stabelementes zuzüglich der äußeren Zustands-





Lagerungsart	'freie' Größen					'feste' Größen				
	u_x	Q_z	Q_y	φ_y	φ_z	N_x	w_z	w_y	M_y	M_z
	N_x	Q_z	Q_y	φ_y	φ_z	u_x	w_z	w_y	M_y	M_z
	N_x	Q_z	Q_y	M_y	M_z	u_x	w_z	w_y	φ_y	φ_z
	u_x	w_z	w_y	φ_y	φ_z	N_x	Q_z	Q_y	M_y	M_z

Tabelle 2.2.1 Randbedingungen der Stabenden

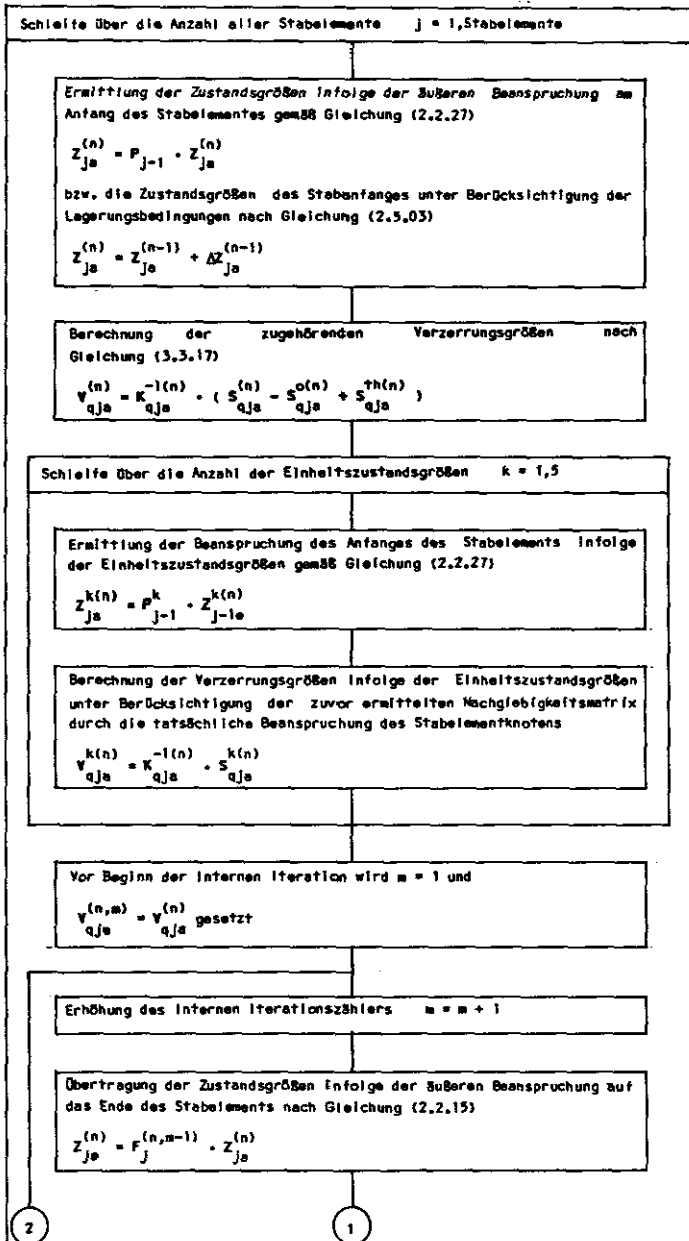
größen des dazwischenliegenden Stabknotens. Diese Eigenschaften beinhaltet Gleichung (2.2.27). Die Zustandsgrößen des Anfangsknotens des ersten Stabelementes setzen sich aus den vorgegebenen Randbedingungen und aus den zu bestimmenden 'freien' Zustandsgrößen zusammen. Den 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges werden zu Beginn der Berechnung beliebige jedoch sinnvolle Werte zugeordnet. Im allgemeinen werden diese Werte zu Beginn zu Null oder wenn die Lösung näherungsweise bekannt ist mit den bereits vorhandenen Werten versehen. Im besonderen werden bei Berechnungen über mehrere Zeitinkremente die Lösungen zum Zeitpunkt t_i als Startwerte für den nächsten Zeitschritt t_{i+1} genutzt. Als nächster Schritt erfolgt die Ermittlung der zugehörigen Verzerrungsgrößen. Die theoretischen und numerischen Zusammenhänge zwischen den Verzerrungsgrößen und den Zustandsgrößen eines Querschnitts sind in Kapitel 3 beschrieben.

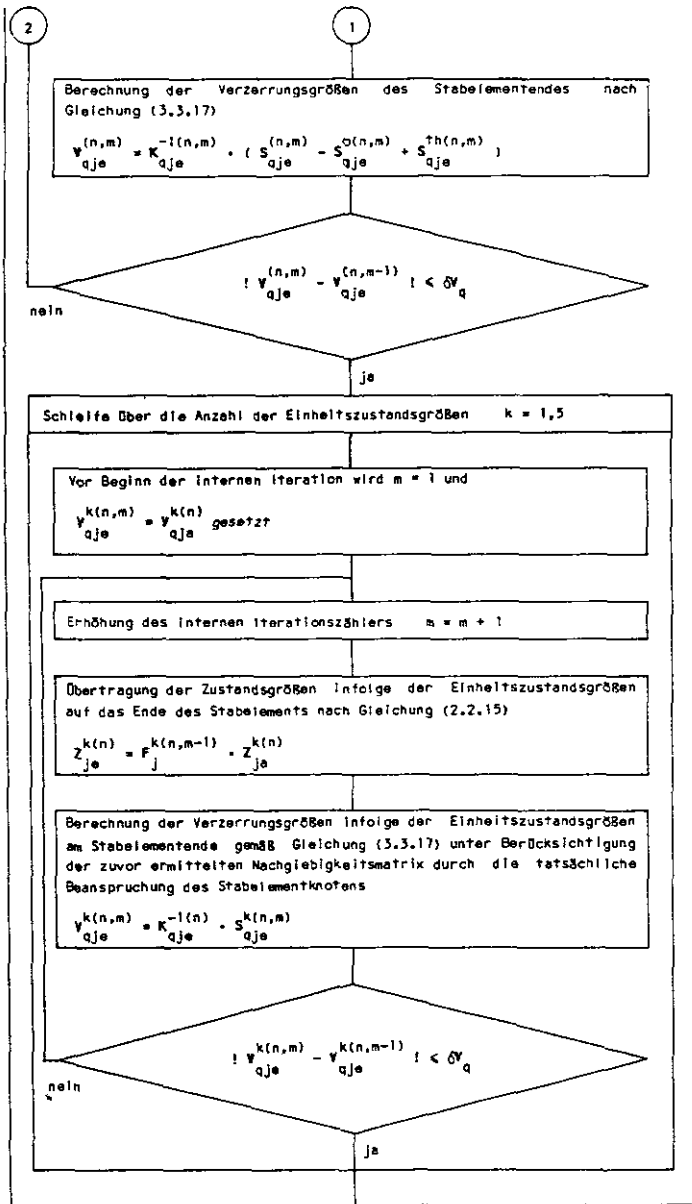
Im Anschluß daran werden die noch zu bestimmenden, und damit unbekanntes, 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges als fiktive Beanspruchungen (Einheitszustandsgrößen) unabhängig von einander auf den Anfangsknoten des Stabes aufgebracht. Somit ergeben sich zusätzlich zu der vorgegebenen Belastung des Stabes fünf weitere Beanspruchungen infolge der Einheitszustandsgrößen (Z_k mit $k = 1$ bis 5). Die Verzerrungsgrößen, infolge der Einheitszustandsgrößen, berechnen sich aus den zuvor, infolge der tatsächlichen Beanspruchung, ermittelten Steifigkeitswerten des Querschnitts. Wegen des hochgradig nicht-linearen Tragverhaltens dieser Stützen erscheint es sinnvoll die Veränderung der zu übertragenden Einheitszustandsgrößen auf das Stabende unter der tatsächlichen vorhandenen Beanspruchungen aus den äußeren Einflüssen - Belastung und Temperatur - zu berechnen, um die Ableitungen des tatsächlichen Beanspruchungszustandes hinsichtlich der Einheitszustandsgrößen zu erhalten (siehe Gleichung 2.3.01 bis 2.3.03).

Die partiellen Ableitungen der Matrix $A^{(n)}$ stellen die Veränderungen der Einheitszustandsgrößen des Stabanfanges bezüglich des Stabendes dar. Dadurch wird letztendlich bestimmt wie groß eine Korrektur der 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges bei vorhandener Beanspruchung ist, um die Randbedingungen des Stabendes zu erfüllen. Dieser Lösungsansatz kann mit dem Begriff des 'Tangenten-Verfahrens' beschrieben werden. Denn die Korrekturen der 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges bewegen sich auf der Tangentialebene der unter der vorhandenen Beanspruchung gefundenen Lösung.

Die Zustandsgrößen des Endknotens eines Stabelementes lassen sich mit den Gleichungen (2.2.15) ermitteln. Um eine Übereinstimmung zwischen den Zustandsgrößen und den daraus resultierenden Verzerrungsgrößen zu erhalten, muß die Berechnung der Kraft-, Weg- und Verzerrungsgrößen so oft wiederholt werden, bis Übereinstimmung zwischen den Kraftgrößen und den Verzerrungsgrößen herrscht. Dieser Vorgang entspricht einem inneren Iterationsprozeß bezüglich des Stabelementes.

Die Zustandsgrößen, infolge der Einheitszustandsgrößen am Stabanfang, errechnen sich sinngemäß nach dem zuvor genannten Verfahren, wobei sich die Verzerrungsgrößen aus den bereits ermittelten Steifigkeitswerten ergeben.





Ablaufdiagramm 2.3.1 Schematischer Rechenablauf zur Bestimmung der Zustandsgrößen eines Stabes

Nachdem die Berechnung der Kraft- und Weggrößen über die gesamten Stabelemente und die dazugehörigen Stabknoten ausgeführt wurde, erhält man die Zustandsgrößen des Stabendes. Die Zustandsgrößen des Stabendes, infolge der tatsächlich vorgegebenen Beanspruchung, müssen den Randbedingungen entsprechen. Dazu werden die Differenzen zwischen den resultierenden Zustandsgrößen und den zu erfüllenden Randbedingungen am Stabende gebildet. Die numerische Lösung des Problems ist dann erreicht, wenn die Differenzen eine vorzugebende untere Schranke nicht überschreiten. Wenn die Randbedingungen nicht erfüllt werden, erfolgt eine neue Berechnung des Stabes mit verbesserten Anfangswerten.

Aus den zu erfüllenden Zustandsgrößen des Stabendes, der Einheitszustandsgrößen des Stabanfanges und den Differenzen zwischen den tatsächlich ermittelten Zustandsgrößen und den Randbedingungen des Stabendes, dargestellt an einem beidseitig gelenkigen und einseitig verschieblich gelagerten Stab, ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{cccc|c|c}
 \partial M_{y0} & \partial M_{y0} & \partial M_{y0} & \partial M_{y0} & \Delta Q_{z0} & \Delta M_{y0} \\
 \hline
 \partial Q_{z0} & \partial Q_{y0} & \partial \varphi_{y0} & \partial \varphi_{z0} & & \\
 \hline
 \partial M_{z0} & \partial M_{z0} & \partial M_{z0} & \partial M_{z0} & \Delta Q_{y0} & \Delta M_{z0} \\
 \hline
 \partial Q_{z0} & \partial Q_{y0} & \partial \varphi_{y0} & \partial \varphi_{z0} & & \\
 \hline
 \partial w_{z0} & \partial w_{z0} & \partial w_{z0} & \partial w_{z0} & \Delta \varphi_{y0} & \Delta w_{z0} \\
 \hline
 \partial Q_{z0} & \partial Q_{y0} & \partial \varphi_{y0} & \partial \varphi_{z0} & & \\
 \hline
 \partial w_{y0} & \partial w_{y0} & \partial w_{y0} & \partial w_{y0} & \Delta \varphi_{z0} & \Delta w_{y0} \\
 \hline
 \partial Q_{z0} & \partial Q_{y0} & \partial \varphi_{y0} & \partial \varphi_{z0} & & \\
 \hline
 & & & & & (2.3.01)
 \end{array}$$

oder kürzer:

$$A^{(n)} \cdot \Delta Z_a^{(n)} = \Delta Z_b^{(n)} \quad (2.3.02)$$

Die Elemente der Iterationsmatrix $A^{(n)}$ stellen die Verbindung zwischen dem Zuwachs der 'festen' Zustandsgrößen des Stabendes bezüglich der 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges dar. Dieser Zuwachs ist abhängig von den aktuellen Zustandsgrößen infolge der vorgegebenen Belastung. Die mechanische Bedeutung der Elemente der Matrix $A^{(n)}$ können unterschiedlich sein. Die folgenden Fälle sind zu unterscheiden:

$\frac{\partial \text{Kraftgröße}}{\partial \text{Weggröße}}$: Steifigkeitselement

$\frac{\partial \text{Weggröße}}{\partial \text{Kraftgröße}}$: Nachgiebigkeitselement

$\frac{\partial \text{Kraftgröße}}{\partial \text{Kraftgröße}}$ und $\frac{\partial \text{Weggröße}}{\partial \text{Weggröße}}$: Kinematisches Element

Ist die Determinante der Matrix $A^{(n)}$ ungleich Null, so erhält man stets eindeutige Lösungen der Gleichung (2.3.02). Für den Fall, daß der Vektor $\Delta Z_b^{(n)}$ gleich Null ist oder numerisch sehr nahe bei Null liegt, sind auch die Werte des Lösungsvektors $\Delta Z_a^{(n)}$ sehr klein. Das bedeutet, das System ist im Gleichgewicht und erfüllt die Randbedingungen. Andernfalls gibt die Auflösung der Gleichung (2.3.02) die Veränderung der 'freien' Zustandsgrößen des Stabanfanges $\Delta Z_a^{(n)}$ unter gleichzeitiger Erfüllung der Randbedingungen des Stabendes $\Delta Z_b^{(n)}$ an. Durch Addition der berechneten Veränderungen der Zustandsgrößen $\Delta Z_a^{(n)}$ zu den bereits vorhandenen 'freien' Zustandsgrößen Z_a des Stabanfanges,

erhält man verbesserte Werte für eine erneut durchzuführende Berechnung.

$$Z_a^{(n+1)} = Z_a^{(n)} + \Delta Z_a^{(n)} \quad (2.3.03)$$

Dadurch ergibt sich auch bei hochgradig physikalisch und geometrisch nicht-linearen Zusammenhängen zwischen den Kraft- und Verformungsgrößen eines zweiachsig biegebeanspruchten Stabes eine rasche Konvergenz der Gleichgewichtszustände unter Berücksichtigung der Randbedingungen. Die Anzahl lag meist zwischen drei und sechs Iterationen bis zum Erreichen einer stabilen Lösung.

Ist der Wert der Determinante der Matrix $A^{(n)}$ gleich Null oder liegt er sehr nahe bei Null, so lassen sich numerisch keine oder beliebig viele Lösungen erzeugen. Dies bedeutet der Stab befindet sich rechnerisch im Versagenszustand. Dieser Zustand läßt sich als Divergenz der Gleichgewichtszustände bezeichnen.

In der folgenden Abbildung 2.3.1 ist die Veränderung des Wertes der Determinante der Matrix $A^{(n)}$ als Funktion der Normalkraft eines Stabes nach Eulerfall 2 dargestellt. An denjenigen Stellen in denen die Determinante den Wert Null annimmt, ist die kritische Eulerlast erreicht. Wie bereits zuvor beschrieben, ist es nicht möglich in diesen Fällen eine eindeutige Gleichgewichtszuordnung nach den in Abschnitt 1.3 angegebenen Voraussetzungen zu erzielen. Oberhalb der ersten kritischen Eulerlast existieren eindeutige Lösungen des Gleichungssystems (2.3.02). Der Wert der Determinante beinhaltet demzufolge die Aussage, daß ein Nachbarzustand zu der gefundenen Lösung existieren muß, der ebenso im Gleichgewicht ist und die Randbedingungen erfüllt. Dieser Nachbarzustand ist als beliebig kleine Veränderung der bestehenden Verformungslage definiert. Dementsprechend stellt die Determinante der Matrix $A^{(n)}$

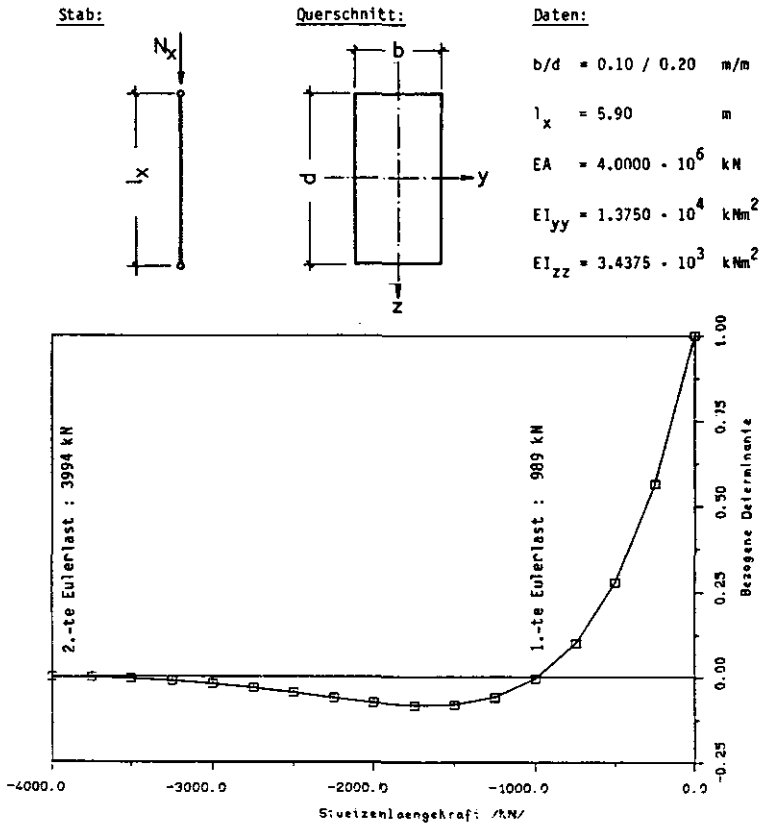


Bild 2.3.1 Verlauf des Wertes der Determinante als Funktion der Stablängskraft

eine Aussage dar, ob sich eine Stütze in einer stabilen ($\det A^{(n)} < 0$) oder instabilen ($\det A^{(n)} = 0$) Lage befindet.

3 Ermittlung der Kraftarößen/Verzerrungs-Beziehungen eines hochtemperaturbeanspruchten Querschnitts

3.1 Allgemeines

Das im vorangegangenen Kapitel beschriebene Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Zustandsgrößen eines Stabes setzt stillschweigend die Kenntnis der notwendigen Zusammenhänge der einwirkenden Kraftgrößen bezüglich der sich daraus ergebenden Verzerrungsgrößen voraus. Auf die Ermittlung dieser Größen soll nun näher eingegangen werden.

Ein Stahlbetonquerschnitt ist im allgemeinen durch eine bestimmte Verteilung von Beton und den in diesem eingebetteten Bewehrungsstahl gekennzeichnet. Zur Aufnahme der inneren Kraftgrößen kann der Beton vorwiegend auf Druck und der Stahl auf Druck oder Zug beansprucht werden. Die Beanspruchungsfähigkeit der verschiedenen Materialien wird für den einachsigen Normalspannungszustand in aller Regel durch die Angabe einer Spannungs/Dehnungs-Beziehung charakterisiert. Vorausgesetzt, der Querschnitt ist durch eine konstant verteilte Temperatur beansprucht, kann der Beton bzw. der einbetonierte Stahl jeweils durch die Angabe einer Spannungs/Dehnungs-Beziehung beschrieben werden. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen infolge der Einwirkung hoher Temperaturen wird in Kapitel 4 eingehender beschrieben. An dieser Stelle sei jedoch daraufhingewiesen, daß sich die Verformungsfähigkeit mit Zunahme der Temperatur vergrößert und die maximal aufnehmbaren Spannungen im allgemeinen rasch abnehmen. Durch die Definition der einachsigen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen als Funktion der Temperatur ergeben sich für die Spannungsverteilung

innerhalb instationär hochtemperaturbeanspruchter Querschnitte sehr unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse. Hinzu kommt ein innerer Zwangsbeanspruchungszustand durch die Behinderung der freien thermischen Dehnungen.

Bei Stützenquerschnitten, die vorwiegend durch Normalspannungen beansprucht werden, treffen diese Voraussetzungen mit hinreichender Genauigkeit zu. Statische Systeme, die durch Torsionsmomente und/oder durch erhebliche Querkräfte verformt werden, müssen demzufolge Kompatibilitätsbedingungen zwischen diesen Kraftgrößen und den zugehörigen Verzerrungsgrößen beinhalten. Für überwiegend durch Normalspannungen beanspruchte Querschnitte sind die wesentlichen Einflüsse:

- die Temperaturverteilung,
- die Spannungs/Dehnungs-Beziehungen als Funktion der Temperatur
- und die thermischen Dehnungen.

Die Beanspruchbarkeit eines Querschnitts ist im erheblichen Maße von der instationären Temperaturverteilung abhängig. Demzufolge wird die geometrische Beschreibung eines Querschnitts durch Aufteilung in Flächenelemente vorgenommen, um den Einfluß der unterschiedlichen Temperaturen zu berücksichtigen. Bild 2.1.3 zeigt beispielhaft einen solchen mit sechs Längseisen bewehrten Stahlbetonquerschnitt.

3.2 Berechnung der instationären Temperaturverteilungen

Die Bestimmung der instationären Temperaturverteilungen in einem beliebigen Querschnitt erfolgt nach der Fourier'schen DGl.:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda(T)}{c_p(T) \cdot \rho(T)} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.2.01)$$

Die Werte der Wärmeleitfähigkeit λ , der spezifischen Wärmekapazität c_p und der Dichte ρ sind abhängig von der jeweils vorhandenen Temperatur. Eine geschlossene Lösung der Gleichung (3.2.01) ist nur in Ausnahmefällen möglich und wird hier durch geeignete Ansatzfunktion bezüglich der Temperaturverteilung im Flächenelement angenähert. Das Berechnungsverfahren ist in /1/ eingehend beschrieben.

Die von außen einwirkende Wärme wird durch folgende Beziehung wiedergegeben:

$$q = \alpha \cdot (T_{br} - T_{ob}) + \sigma \cdot (\epsilon_{br} \cdot T_{abr}^4 - \epsilon_{ob} \cdot T_{aob}^4) \quad (3.2.02)$$

Die Wärmeübergangszahl α , Emissionszahl des Brandraumes ϵ_{br} und die Emissionszahl der Querschnittsoberfläche ϵ_{ob} können näherungsweise als konstant erklärt werden. Der erste Teil der Gleichung beinhaltet den Wärmestrom infolge des konvektiven Verhaltens des heißen Gases mit der Bauteiloberfläche. Dazu wird der Wärmestrom infolge der Wärmestrahlung addiert. Dabei ist σ der Wärmeübergangskoeffizient und σ die Stefan-Boltzmann Konstante.

Unter Zuhilfenahme geeigneter numerischer Verfahren /1,5,22/ lassen sich diskrete Temperaturen abhängig von den geometrischen Orten in beliebigen Querschnittsformen

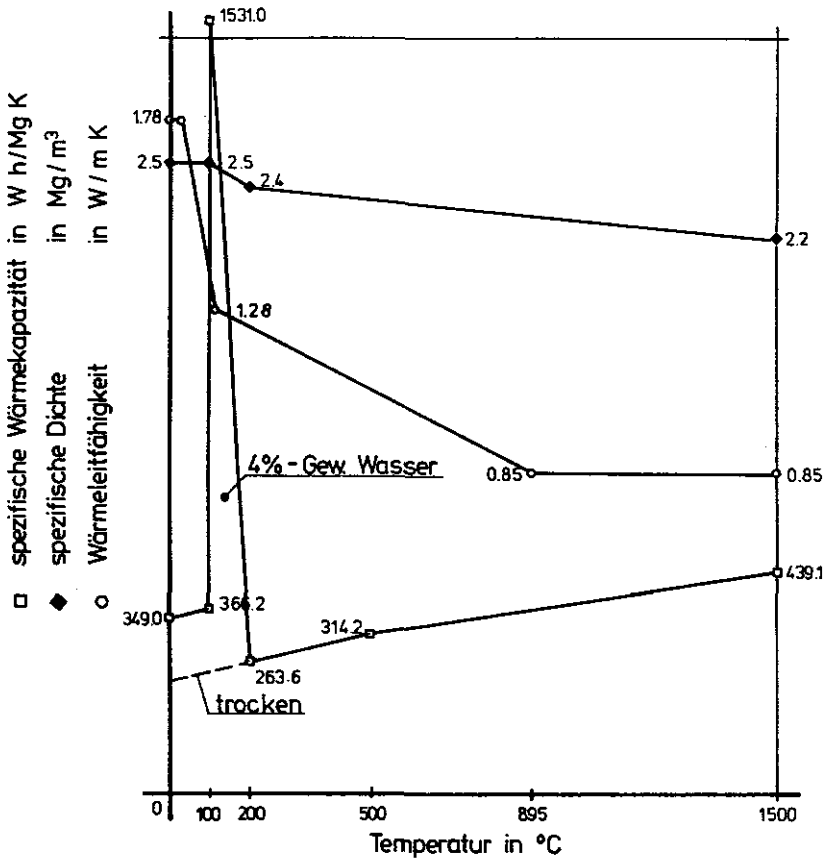


Bild 3.2.1 Rechenfunktionen der wärmephysikalischen Kenngrößen des Betons

für verschiedene Zeiten berechnen. Die für Stahl und Betonstahl angenommen Rechenfunktionen sind den Abbildungen 3.2.1 und 3.2.2 zu entnehmen. Der Feuchteinfluß des Betons wird bei der Berechnung der Temperaturen berücksichtigt. Feuchter Beton benötigt im allgemeinen bis etwa 100 °C einen Teil der Wärmeenergie dazu, das im Gefüge vorhandene Wasser in Dampf umzusetzen. Dadurch wird die Temperaturentwicklung

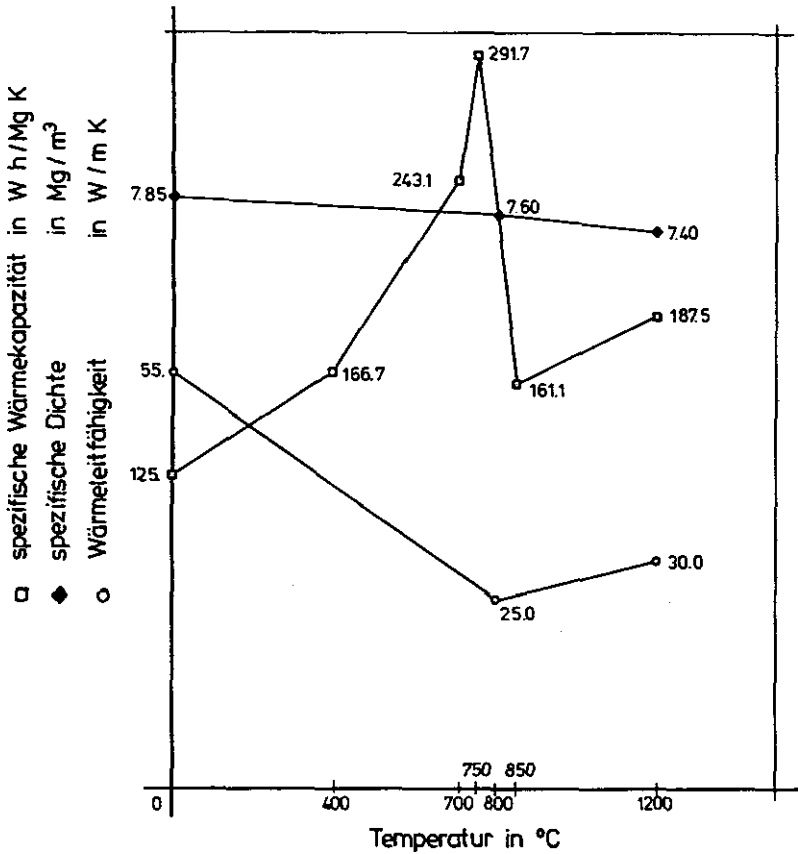


Bild 3.2.2 Rechenfunktionen der wärmephysikalischen Kenngrößen des Betonstahls

innerhalb eines Querschnitts verzögert. Um diesen Effekt näherungsweise bei der Berechnung der Temperaturen berücksichtigen zu können, wird die Funktion der spezifischen Wärmekapazität im Bereich von 0 °C bis 200 °C um die Größenordnung erhöht, die von der angenommenen Feuchtemenge zur Energieumwandlung benötigt wird /6/.

In Bild 3.2.3 ist die rechnerische Temperaturverteilung eines unsymmetrisch beanspruchten Stahlbetonquerschnitts nach 30-minütiger Hochtemperaturbelastung dargestellt.

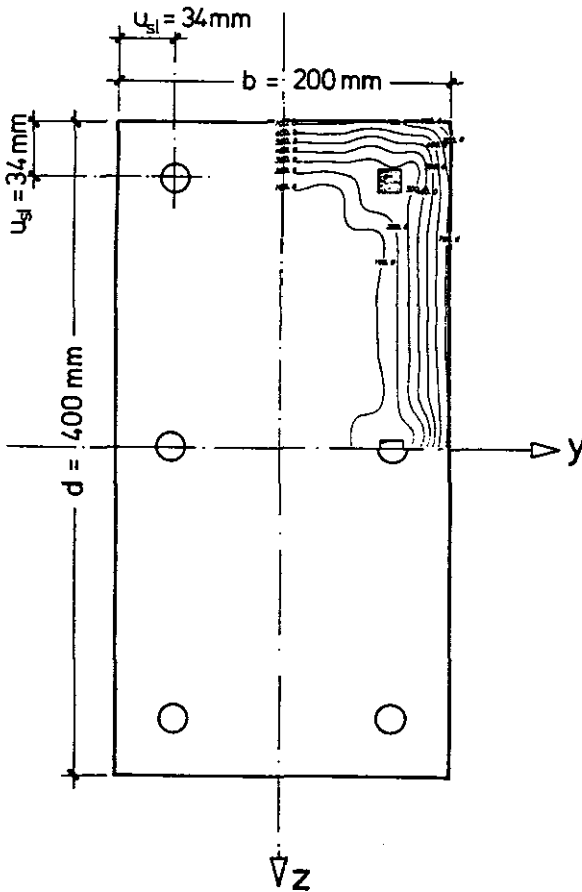


Bild 3.2.3 Rechnerische Temperaturverteilung nach 30 Minuten

Deutlich ist der rasche Anstieg der Temperaturen zu den unmittelbar durch Heißgastemperaturen beanspruchten Querschnittsoberflächen hin zu erkennen. Infolge der hohen Wärmeleitfähigkeit des Betonstahls gegenüber dem Beton sind die Temperaturen in den

Betonstahlquerschnitten relativ gleichmäßig verteilt. Die Heißgastemperaturen entsprechen dem Verlauf der Einheits-Temperatur-Zeitkurve gemäß DIN 4102, Teil 2. In der Abbildung 3.2.4 sind für verschiedene Querschnittspunkte die Temperaturen als Funktion der Zeit aufgetragen.

Querschnitt F-F

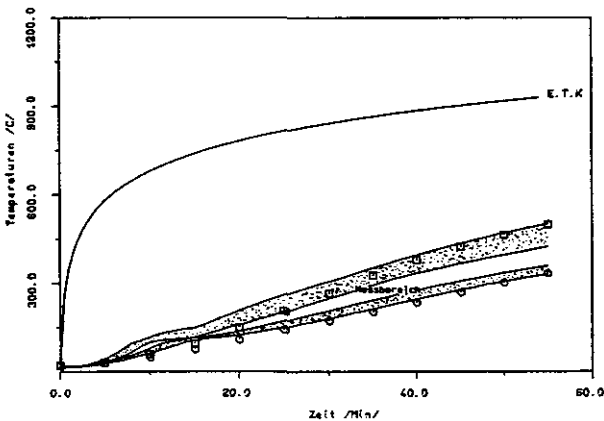
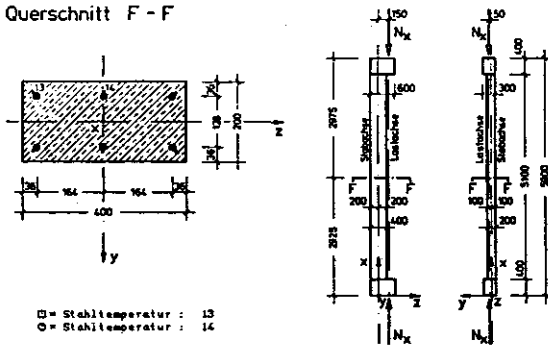


Bild 3.2.4 Vergleich der Mess- und Rechenwerte von Temperaturen in einem Stahlbetonquerschnitt

Die Mess- und Rechenergebnissen zeigen vergleichsweise gute Übereinstimmungen.

3.3 Theoretische Grundlagen der Spannungsintegration

Ausgehend von den zuvor beschriebenen Voraussetzungen, kann zu jedem Zeitpunkt t_i , jedem beliebigen Querschnitt eines Stabes ein Temperaturfeld zugewiesen werden. Die Temperaturen sind durch folgende Funktion erklärt:

$$T = f(z, y, t_i) \quad (3.3.01)$$

Die auf den Querschnitt einwirkenden Temperaturen nach Gleichung (3.3.01) würden, sofern eine freie Verformung des Querschnitts möglich ist, thermische Dehnungen hervorrufen:

$$\epsilon^{th}_x = f(z, y, T) \quad (3.3.02)$$

Die denkbaren 'freien' thermischen Dehnungen werden, für den Fall das sich der Querschnitt in einem Bauteil befindet, durch entgegengesetzte innere Zwangsdehnungen überlagert, so daß die resultierenden Dehnungen ein nahtloses Aneinanderfügen zweier gedachter benachbarter Querschnitte erlaubt. Treten wie angenommen Normalspannungen auf, so muß die resultierende Dehnungsverteilung unter den in Abschnitt 1.3 gemachten Voraussetzungen eben sein. Dies entspricht der Bernoulli-Hypothese. Andernfalls würden Diskontinuitäten zwischen zwei gedachten Schnittufern des gleichen Querschnitts in einem Stab entstehen. Die Gleichung der Dehnebene lautet :

$$\epsilon_x(z, y) = \epsilon^0_x + k_y \cdot z - k_z \cdot y \quad (3.3.03)$$

Die Gleichung (3.3.03) stellt eine Ebenenfunktion dar, die durch die Dehnung ϵ^{σ_x} und die Krümmungen k_y und k_z gekennzeichnet ist. Die Dehnung ϵ^{σ_x} ist diejenige bezogene Verformung, die in der senkrecht zum Ausgangsquerschnitt stehenden x -Achse wirkt. Diese Achse kann im besonderen die Stablängsachse sein. Die Krümmung um die y -Achse wird mit k_y und die Krümmung um die z -Achse mit k_z bezeichnet.

Damit in einem hochtemperaturbeanspruchten Querschnitt eine ebene resultierende Dehnungsverteilung entsteht, ist es notwendig, die von dieser Ebene entfernt liegenden thermischen Dehnungen durch entgegengesetzte spannungserzeugende Dehnungen zu überlagern.

$$\epsilon_x(z,y) = \epsilon^{\sigma_x}(z,y,T) + \epsilon^{th_x}(z,y,T) \quad (3.3.04)$$

oder anders ausgedrückt, die Differenz zwischen der ebenen Dehnungsverteilung $\epsilon_x(z,y)$ und der thermischen Dehnungsverteilung $\epsilon^{th_x}(z,y,T)$ ergeben die spannungserzeugenden Dehnungen $\epsilon^{\sigma_x}(z,y,T)$. Werden die Gleichungen (3.3.03) und (3.3.04) zusammengefügt und nach der spannungserzeugenden Dehnung aufgelöst, ergibt sich folgende Formel:

$$\epsilon^{\sigma_x}(z,y,T) = \epsilon^{\sigma_x} + k_y \cdot z - k_z \cdot y - \epsilon^{th_x}(z,y,T) \quad (3.3.05)$$

Der Zusammenhang zwischen den Spannungen und den spannungserzeugenden Dehnungen ist der Abbildung 3.3.1 zu entnehmen. Die Spannungen sind dabei definitionsgemäß abhängig von den Dehnungen und der Temperatur. Demzufolge gehört zu jeder unterschiedlichen Temperatur eine gesonderte Spannungs/Dehnungs-Beziehung. Für die hier betrachteten Bauteile, die unter konstanter Belastung und zunehmender Temperaturbeanspruchung stehen, reicht im allgemeinen die Annahme reversibler Spannungs/Dehnungs-Beziehungen aus. Durch eine derartige Beanspruchung erfahren diese

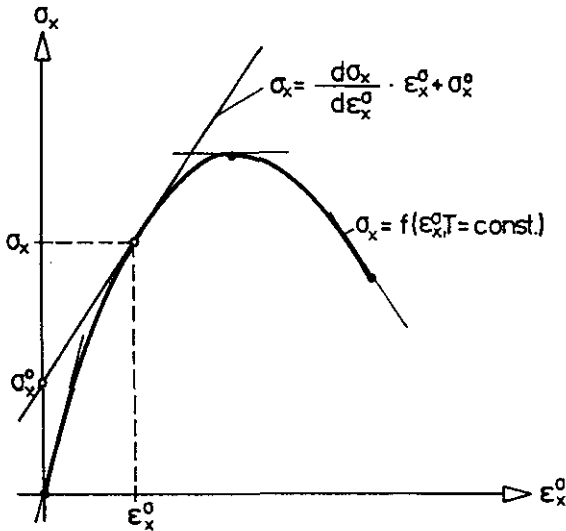


Bild 3.3.1 Prinzipieller Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung

Bauteile eine Zunahme der Verformungen bei konstant gehaltener äußerer Belastung. Dies kann zwar zu inneren Umlagerungen der Spannungen führen, dennoch sind die Rechenergebnisse unter der Annahme von reversiblen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen zufriedenstellend. Für Bauteile mit wechselnden Beanspruchungen ist die Berücksichtigung irreversiblen Materialverhaltens dann von entscheidender Wichtigkeit, wenn das gesamte

Tragverhalten rechnerisch nachvollzogen werden soll. Auf die physikalischen und mathematischen Zusammenhänge der verschiedenen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen wird in Kapitel 4 näher eingegangen. Für die weiteren theoretischen Ableitungen sind diese Betrachtungen nicht von entscheidender Wichtigkeit, da nur die grundsätzlichen Definitionen notwendig sind. Neben der allgemeinen Formulierung der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen als Funktion der Dehnung und der Temperatur, soll die tangentielle Form betrachtet werden.

$$\sigma_x(z,y,T) = \sigma^0_x(z,y,t) + E_x(z,y,T) \cdot \epsilon^0_x(z,y,T) \quad (3.3.06)$$

mit

$$E_x(z,y,T) = \frac{d\sigma_x(z,y,T)}{d\epsilon^0_x(z,y,T)}$$

Die in Gleichung (3.3.06) dargestellte lineare Zusammenhang zwischen den Dehnungen und Spannungen beinhaltet den Vorteil, daß bei hinreichend kleinen Änderungen der spannungserzeugenden Dehnung die daraus resultierende Spannung der tatsächlichen Spannung gleich ist.

Durch Einsetzen der Gleichung (3.3.05) in (3.3.06) ergibt sich folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} \sigma_x(z,y,T) = & E_x(z,y,T) \cdot \epsilon^{\circ x} + E_x(z,y,T) \cdot z \cdot k_y \\ & - E_x(z,y,T) \cdot y \cdot k_z + \sigma^{\circ x}(z,y,T) \\ & - E_x(z,y,T) \cdot \epsilon^{th_x}(z,y,T) \end{aligned} \quad (3.3.07)$$

Die Gleichung (3.3.07) stellt damit die gesuchte Spannungsverteilung einer ebenen Dehnungsverteilung als Funktion der Temperatur, der Dehnung $\epsilon^{\circ x}$ und den Krümmungen k_y und k_z dar. Die Integration der Spannungen über den Querschnitt ergibt die daraus resultierenden Kraftgrößen, bezogen auf das gewählte Koordinatensystem.

Die Integrale der sich ergebenden Kraftgrößen lauten:

$$N_x = \int \sigma_x(z,y,T) \quad dA \quad (3.3.08)$$

$$M_y = \int \sigma_x(z,y,T) \cdot z \, dA \quad (3.3.09)$$

$$M_z = -\int \sigma_x(z,y,T) \cdot y \, dA \quad (3.3.10)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (3.3.07) in (3.3.08), (3.3.09) und (3.3.10) ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
 N_x = & \epsilon^{\circ x} \cdot \int E_x(z, y, T) \, dA + k_y \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot z \, dA \\
 & - k_z \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot y \, dA + \int \sigma^{\circ x}(z, y, T) \, dA \\
 & - \int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th_x}(z, y, T) \, dA \quad (3.3.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_y = & \epsilon^{\circ x} \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot z \, dA + k_y \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot z \cdot z \, dA \\
 & - k_z \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot y \cdot z \, dA + \int \sigma^{\circ x}(z, y, T) \cdot z \, dA \\
 & - \int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th_x}(z, y, T) \cdot z \, dA \quad (3.3.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_z = & -\epsilon^{\circ x} \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot y \, dA - k_y \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot z \cdot z \, dA \\
 & + k_z \cdot \int E_x(z, y, T) \cdot y \cdot y \, dA - \int \sigma^{\circ x}(z, y, T) \cdot y \, dA \\
 & + \int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th_x}(z, y, T) \cdot y \, dA \quad (3.3.13)
 \end{aligned}$$

Die einzelnen Integrale in den Gleichungen (3.3.11) bis (3.3.13) sind in Tabelle 3.3.1 zusammengefaßt. Damit lassen sich die Gleichungen (3.3.11) bis (3.3.13) folgendermaßen darstellen:

$$\begin{vmatrix} N_x \\ M_y \\ M_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} EA & ES_y & -ES_z \\ ES_y & EI_{yy} & -EI_{yz} \\ -ES_z & -EI_{yz} & EI_{zz} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \epsilon^{\circ x} \\ k_y \\ k_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} N^{\circ x} \\ M^{\circ y} \\ M^{\circ z} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} N^{th_x} \\ M^{th_y} \\ M^{th_z} \end{vmatrix} \quad (3.3.14)$$

Steifigkeitswerte des Querschnitts			
EA	$= EA(T)$	$= \int E_x(z, y, T)$	dA
ES_y	$= ES_y(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot z$	dA
ES_z	$= ES_z(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot y$	dA
EI_{yy}	$= EI_{yy}(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot z \cdot z$	dA
EI_{yz}	$= EI_{yz}(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot y \cdot z$	dA
EI_{zz}	$= EI_{zz}(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot y \cdot y$	dA
Schnittgrößen infolge σ°_x			
N°_x	$= N^{\circ}_x(T)$	$= \int \sigma^{\circ}_x(z, y, T)$	dA
M°_y	$= M^{\circ}_y(T)$	$= \int \sigma^{\circ}_x(z, y, T) \cdot z$	dA
M°_z	$= M^{\circ}_z(T)$	$= -\int \sigma^{\circ}_x(z, y, T) \cdot y$	dA
Schnittgrößen infolge ϵ^{th}_x			
N^{th}_x	$= N^{th}_x(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th}_x(z, y, T)$	dA
M^{th}_y	$= M^{th}_y(T)$	$= \int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th}_x(z, y, T) \cdot z$	dA
M^{th}_z	$= M^{th}_z(T)$	$= -\int E_x(z, y, T) \cdot \epsilon^{th}_x(z, y, T) \cdot y$	dA

Tabelle 3.3.1 Bezeichnungen der Integrale

oder kürzer:

$$\mathbf{S}_q = \mathbf{K}_q \cdot \mathbf{V}_q + \mathbf{S}^o_q - \mathbf{S}^{th}_q \quad (3.3.15)$$

Das Gleichungssystem (3.3.15) beschreibt den Zusammenhang zwischen den Verzerrungsgrößen \mathbf{V}_q und den Kraftgrößen \mathbf{S}_q eines Querschnitts unter Berücksichtigung der thermischen Kraftgrößen \mathbf{S}^{th}_q und den aus der tangentiellen Formulierung der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen herrührenden Kraftgrößen \mathbf{S}^o_q . Die Matrix \mathbf{K}_q beinhaltet die statischen Kennwerte eines Querschnitts infolge Normalspannungsbeanspruchung. Die partiellen Ableitungen der Gleichungen (3.3.11), (3.3.12) und (3.3.13) nach den Verzerrungsgrößen ist gleichbedeutend mit den Werten der Matrix \mathbf{K}_q .

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline EA & ES_y & -ES_z \\ \hline ES_y & EI_{yy} & -EI_{yz} \\ \hline -ES_z & -EI_{yz} & EI_{zz} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \frac{\partial N_x}{\partial \epsilon^o_x} & \frac{\partial N_x}{\partial k_y} & \frac{\partial N_x}{\partial k_z} \\ \hline \frac{\partial M_y}{\partial \epsilon^o_x} & \frac{\partial M_y}{\partial k_y} & \frac{\partial M_y}{\partial k_z} \\ \hline \frac{\partial M_z}{\partial \epsilon^o_x} & \frac{\partial M_z}{\partial k_y} & \frac{\partial M_z}{\partial k_z} \\ \hline \end{array}$$

Die Bedeutung der Werte der Matrix \mathbf{K}_q ist demnach so zu verstehen, daß für beliebig kleine Veränderungen der Verzerrungsgrößen (ϵ^o_x , k_y , k_z) eine lineare Veränderung der Kraftgrößen (N_x , M_y , M_z) entsteht. Aufgrund der nicht-linearen Beziehungen zwischen den Dehnungen, Spannungen und den Temperaturen sind alle Elemente der Matrix \mathbf{K}_q abhängig von den Kraftgrößen \mathbf{S}_q .

Für den Fall eines linear-elastischen Materialverhaltens, gemäß dem Hooke'schen Gesetz und ohne Berücksichtigung einer thermischen Beanspruchung, reduziert sich die Gleichung (3.3.15) zu:

$$\mathbf{S}_q = \mathbf{K}_q \cdot \mathbf{V}_q \quad (3.3.16)$$

Die Auflösung der Beziehungen (3.3.15) nach den Verzerrungen führt zu folgender Gleichung:

$$\mathbf{V}_q = \mathbf{K}^{-1}_q \cdot (\mathbf{S}_q - \mathbf{S}^0_q + \mathbf{S}^{th}_q) \quad (3.3.17)$$

Die Matrix \mathbf{K}^{-1}_q existiert nur dann, wenn die Determinante der Matrix \mathbf{K}_q von Null verschieden ist. Die Gleichung für den Wert der Determinante lautet:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{K}_q = & \quad EA \cdot EI_{yy} \cdot EI_{zz} - EA \cdot EI_{yz} \cdot EI_{yz} \\ & - \quad ES_y \cdot ES_y \cdot EI_{zz} - ES_z \cdot ES_z \cdot EI_{yy} \\ & + 2 \cdot ES_y \cdot ES_z \cdot EI_{yz} \end{aligned} \quad (3.3.18)$$

Die Matrix \mathbf{K}^{-1}_q beinhaltet die in Tabelle 3.3.2 dargestellten Elemente.

Die Gleichung (3.3.17) läßt sich mit Hilfe der folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^0_q &= \mathbf{K}^{-1}_q \cdot \mathbf{S}^0_q \\ \text{und} \\ \mathbf{V}^{th}_q &= \mathbf{K}^{-1}_q \cdot \mathbf{S}^{th}_q \end{aligned}$$

zusammenfassen zu:

$$\mathbf{V}_q = \mathbf{K}^{-1}_q \cdot \mathbf{S}_q - \mathbf{V}^0_q + \mathbf{V}^{th}_q \quad (3.3.19)$$

$$K^{-1}_q = \frac{1}{\det K_q} \cdot \begin{pmatrix} EI_{yy} \cdot EI_{zz} - EI_{yz} \cdot EI_{yz} & ES_y \cdot EI_{zz} - ES_z \cdot EI_{yz} & ES_y \cdot EI_{yz} - ES_z \cdot EI_{yy} \\ ES_y \cdot EI_{zz} - ES_z \cdot EI_{yz} & EA \cdot EI_{zz} - ES_z \cdot ES_z & EA \cdot EI_{yz} - ES_z \cdot ES_y \\ ES_y \cdot EI_{yz} - ES_z \cdot EI_{yy} & EA \cdot EI_{yz} - ES_y \cdot ES_z & EA \cdot EI_{yy} - ES_y \cdot ES_y \end{pmatrix}$$

Tabelle 3.3.2 Nachgiebigkeitmatrix des Querschnitts

Mit Hilfe der Gleichungen (3.3.15) und (3.3.19) können die verschiedenen Abhängigkeiten der Kraft- und Verzerrungsgrößen untereinander berechnet werden.

Die Richtungen und Beträge der Kraftgrößen sind abhängig von der Lage des Koordinatensystems. Daraus ergibt sich die Frage, ob es möglich ist, ein Bezugssystem (Koordinatensystem) zu finden, bei dem eine Entkopplung der Verzerrungsgrößen von den Kraftgrößen existiert? In der Abbildung 3.3.2 sind die entsprechenden Freigrößen dargestellt. Die geometrischen Werte für y_s , z_s und α beschreiben eindeutig eine sich in der Ebene durchzuführende Transformation des Bezugssystems (y, z) nach (\bar{y}, \bar{z}) . Die Kraft- und Verzerrungsgrößen lassen sich mit Hilfe folgender Beziehungen in ein beliebiges Koordinatensystem überführen:

$$\bar{S}_q = T_{sq} \cdot S_q \quad (3.3.20)$$

und

$$\bar{V}_q = T_{vq} \cdot V_q \quad (3.3.21)$$

Die Transformationsmatrix der Kraftgrößen lautet

$$T_{sq} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\cos(\alpha) \cdot z_s + \sin(\alpha) \cdot y_s & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \cdot y_s + \sin(\alpha) \cdot z_s & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

und die der Verzerrungsgrößen

$$T_{vq} = \begin{vmatrix} 1 & z_s & -y_s \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

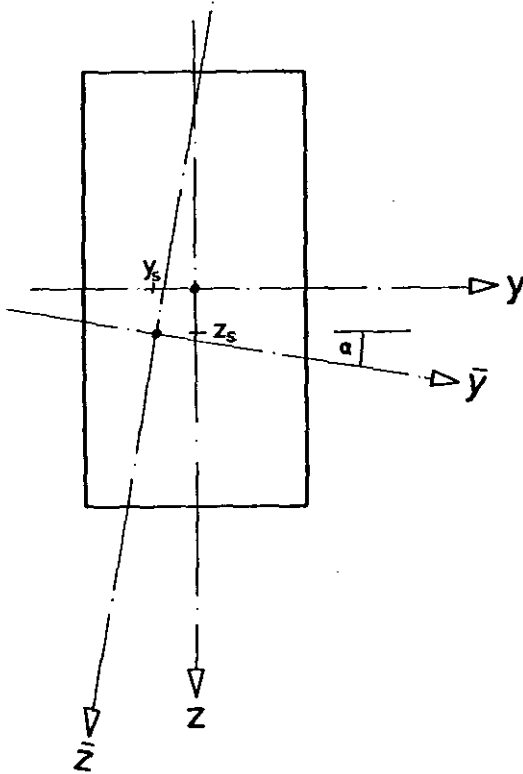


Bild 3.3.2 Mögliche Transformationsgrößen

Die mathematische Verbindung zwischen diesen beiden Transformationsmatrizen lautet:

$$T^T_{sq} = T^{-1}_{vq} \quad (3.3.22)$$

und

$$T^T_{vq} = T^{-1}_{sq} \quad (3.3.23)$$

Werden die Gleichungen (3.3.20) und (3.3.21) in (3.3.15) eingesetzt, ergibt sich folgende Beziehung:

$$S_q = T_{sq} \cdot K_q \cdot T_{sq}^T \cdot V_q + T_{sq} \cdot S^o_q - T_{sq} \cdot S^{th}_q \quad (3.3.24)$$

oder einfacher

$$S_q = K_q \cdot V_q + S^o_q - S^{th}_q \quad (3.3.25)$$

mit

$$K_q = T_{sq} \cdot K_a \cdot T_{sq}^T \quad (3.3.26)$$

Um das Gleichungssystem (3.3.25) zu entkoppeln, werden diejenigen Transformationsgrößen y_s , z_s und α gesucht, die die Matrix K_q in eine Dreiecksform bringen. Durch Auflösen der Gleichung (3.3.26), unter der Bedingung, daß die Nebendiagonalglieder Null werden, erhält man folgende Beziehungen:

$$y_s = \frac{ES_z}{EA} \quad (3.3.27)$$

$$z_s = \frac{ES_y}{EA} \quad (3.3.28)$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{-2 \cdot EA \cdot EI_{yz} + 2 \cdot ES_y \cdot ES_z}{EA \cdot EI_{yy} - EA \cdot EI_{zz} - ES_y^2 + ES_z^2} \right) \quad (3.3.29)$$

Unter Zuhilfenahme der zuvor hergeleiteten Werte und der Transformationsgleichungen (3.3.20) und (3.3.21) lassen sich neue Kraft- und Verzerrungsgrößen berechnen. Da die Verzerrungsgrößen von den Kraftgrößen entkoppelt sind, wird das neue Koordinatensystem als Hauptachsensystem bezeichnet. Wie schon erwähnt, sind

die statischen Querschnittswerte von der Beanspruchung abhängig. Das führt dazu, daß zu jedem unterschiedlichen Beanspruchungszustand ein anderes Hauptachsensystem gehört. Bild 3.3.3 zeigt an dem Beispiel einer Moment/Krümmungs-Beziehung, die sich ständig ändernden Werte des Hauptachsensystems, bezogen auf das vorhandene Koordinatensystem.

Nr.	y_s	z_s	α
	m	m	°
1	2.256E-02	2.761E-03	-1.551E+00
2	7.814E-03	8.024E-02	-1.891E-01
3	-1.558E-03	1.083E-01	-3.886E+01
4	-1.035E-02	7.621E-02	-1.655E+01
5	3.209E-03	-6.855E-02	-1.042E+01
6	3.817E-02	-9.011E-02	6.604E+00

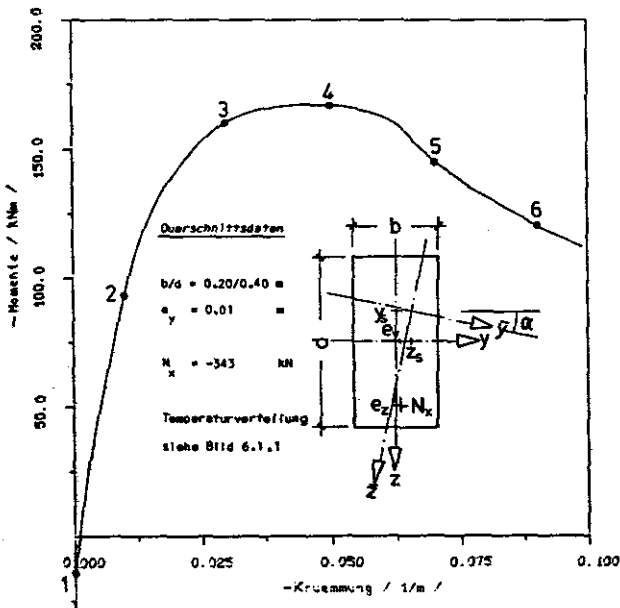


Bild 3.3.3 Moment/Krümmungs-Beziehungen

Wegen dieses Umstandes wird bei der statischen Berechnung eines Stabes nicht das Hauptachsensystem als Grundlage gewählt, sondern die Zustandsgrößen werden auf ein unabhängiges Koordinatensystem bezogen. Dadurch ergibt sich im allgemeinen eine vollständige Kopplung der Kraft- mit den Verzerrungsgrößen.

3.4 Numerisches Verfahren zur Bestimmung der Kraftgrößen/Verzerrungs-Beziehungen

Ausgehend von den zuvor entwickelten Beziehungen soll nun gezeigt werden, mit welchen numerischen Ansätzen die Lösung des Problems erreicht werden kann. Da die Geometrie eines Querschnitts vereinbarungsgemäß als Anordnung von Flächenelementen beschrieben wird (siehe Bild 2.1.3) und die instationäre Temperaturverteilung den Knotenpunkten der Flächenelemente als diskrete Temperaturen T_i zugewiesen werden (siehe Bild 3.2.3), können diese Knotenpunkte im folgenden Rechenverfahren als Integrationspunkte mit den Koordinaten z_i und y_i benutzt werden.

Durch Vorgabe der Verzerrungsgrößen V_q können die spannungserzeugenden Dehnungen in den Integrationpunkten berechnet werden.

$$\epsilon^{\sigma_x}(y_i, z_i, T_i) = \epsilon^{\sigma_x} + k_y \cdot z_i - k_z \cdot y_i - \epsilon^{th_x} \quad (3.4.01)$$

Daraus folgt unter der Maßgabe der temperaturabhängigen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen die Spannungen als Funktion des Ortes:

$$\sigma_i(y_i, z_i, T_i) = f(\epsilon^{\sigma_x}, T_i) \quad (3.4.02)$$

Die numerische Integration der Spannungen wird unter Berücksichtigung der zu den Integrationspunkten i zugehörigen Flächenanteile durchgeführt. Nach den Gleichungen (3.3.11) bis (3.3.13) werden die einzelnen Kraftgrößen- und Steifigkeitsanteile des Querschnitts infolge der vorgegebenen Verzerrungsgrößen ermittelt.

Man erhält die Beziehungen nach Gleichung (3.3.15) und die Aufgabe, Kraftgrößen S_q zu vorgegebenen Verzerrungsgrößen V_q zu finden, wäre damit gelöst.

Für den Fall, daß die Kraftgrößen S_q vorgegeben werden und die Verzerrungsgrößen V_q noch unbekannt sind, wird folgende iterative Vorgehensweise zur Lösung des Problems benutzt. Der in den folgenden Formeln vorkommende Kopfeizer (i) kennzeichnet den i -ten Iterationsschritt.

Zunächst werden die Kraftgrößen $S_q^{(i)}$ infolge noch beliebiger, jedoch sinnvoller Werte für die Verzerrungsgrößen $V_q^{(i)}$ nach dem zuvor beschriebenen Verfahren berechnet. Danach werden die Differenzen zwischen den vorgegebenen Kraftgrößen S_q und den berechneten Kraftgrößen $S_q^{(i)}$ ermittelt. Ist einer dieser Differenzwerte größer als eine bestimmte untere Schranke, wird die Integration mit verbesserten Verzerrungsgrößen erneut durchgeführt. Zur Verbesserung der Verzerrungsgrößen wird folgende Gleichung benötigt:

$$\Delta V_q^{(i)} = K^{-1}_q(i) \cdot (S_q^{(i)} - S_q) \quad (3.4.03)$$

Damit läßt sich der Zuwachs des Verzerrungszustandes $\Delta V_q^{(i)}$ berechnen, der sich aufgrund der bestehenden Kraftgrößendifferenzen und der vorliegenden Steifigkeitswerte ergibt. Durch Addition des Zuwachses des Verzerrungszustandes zu den bereits vorhandenen Verzerrungsgrößen ergibt sich derjenige Verzerrungszustand, der einer erneuten Berechnung

zugeführt wird.

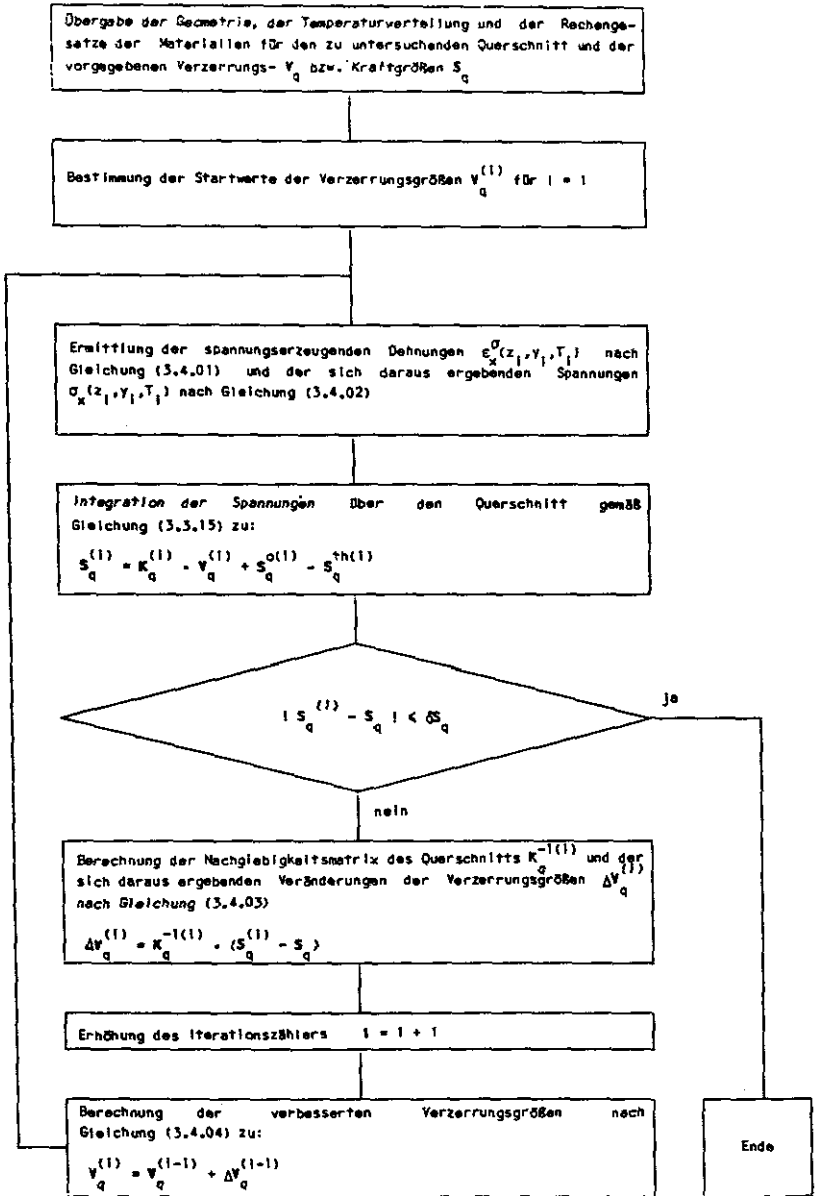
$$V_q^{(i+1)} = V_q^{(i)} + \Delta V_q^{(i)} \quad (3.4.04)$$

Die Berechnung wird so lange wiederholt bis sich keine oder nur geringe Abweichungen zu den vorgegebenen Kraftgrößen einstellen. Diese Verfahren wird in der Literatur auch als 'Newton-Raphson Verfahren' bezeichnet.

Für den Fall, daß die vorgegebenen Kraftgrößen nicht durch die definierten Materialeigenschaften aufgenommen werden können, wird die Berechnung nach einer vorzugebenden Anzahl von Iterationsschritten abgebrochen. Dieser Tatbestand kann mit dem Begriff des Materialversagens gekennzeichnet werden.

Mit Hilfe des in diesem Unterabschnitt beschriebenen Verfahrens, lassen sich die Zustandsgrößen eines Querschnitts leicht berechnen. Trotz der erheblichen physikalischen Nicht-Linearitäten konvergiert das Rechenverfahren im allgemeinen schon nach drei bis sechs Iterationszyklen. Damit ist für die in dieser Arbeit behandelten Fälle ein zufriedenstellendes Rechenverfahren gefunden worden.

Im folgenden Ablaufdiagramm 3.4.1 ist der zuvor beschriebene Lösungsweg nochmals schematisch dargestellt.



Ablaufdiagramm 3.4.1 Schematischer Rechenablauf zur Bestimmung der Kraft- und Verzerrungsgrößen eines Querschnitts

4 Rechengesetze der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Betonstahl

4.1 Physikalische Grundlagen

Das Spannungs/Dehnungs-Verhalten von hochtemperaturbeanspruchten Baustoffen ist durch eine Vielzahl von Einflüssen gekennzeichnet. Verschiedene Autoren /7,15,19,20/, von denen hier nur einige genannt seien, haben sich mit diesen Größen (wie z.B.: Materialzusammensetzung, Größe der Probekörper, Aufheizgeschwindigkeit, Belastungsgeschwindigkeit, Belastungsarten, etc.) befaßt. Die vorliegende Arbeit stützt sich auf die dabei gewonnenen Erkenntnisse und leitet daraus die notwendigen Rechengesetze ab. Diese sind in aller Regel die Mittelwerte aus einer Vielzahl von Versuchsergebnissen. Die Rechengesetze werden durch einfache Gleichungen beschrieben.

Die Grundlage zur Ermittlung der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen stammen aus Warmkriechversuchen an verschiedenen Materialproben. Warmkriechversuche stellen gegenüber Warmdruck- oder -zugversuchen die beste Näherung zur Beurteilung von unter Last befindlichen Bauteilen dar. Die Prüfkörper werden im allgemeinen unter konstanter mittlerer Belastung so lange bei konstanter Aufheizgeschwindigkeit erwärmt, bis Versagen eintritt. Dies entspricht etwa der Vorstellung von einem Bauteil, das während einer Temperaturbeanspruchung seine äußere Belastung nicht verändert. Die gesamte Dehnung ϵ_x eines Probekörpers, der unter konstanter mittlerer Spannung σ gehalten wird, setzt sich vereinbarungsgemäß aus den Anteilen der

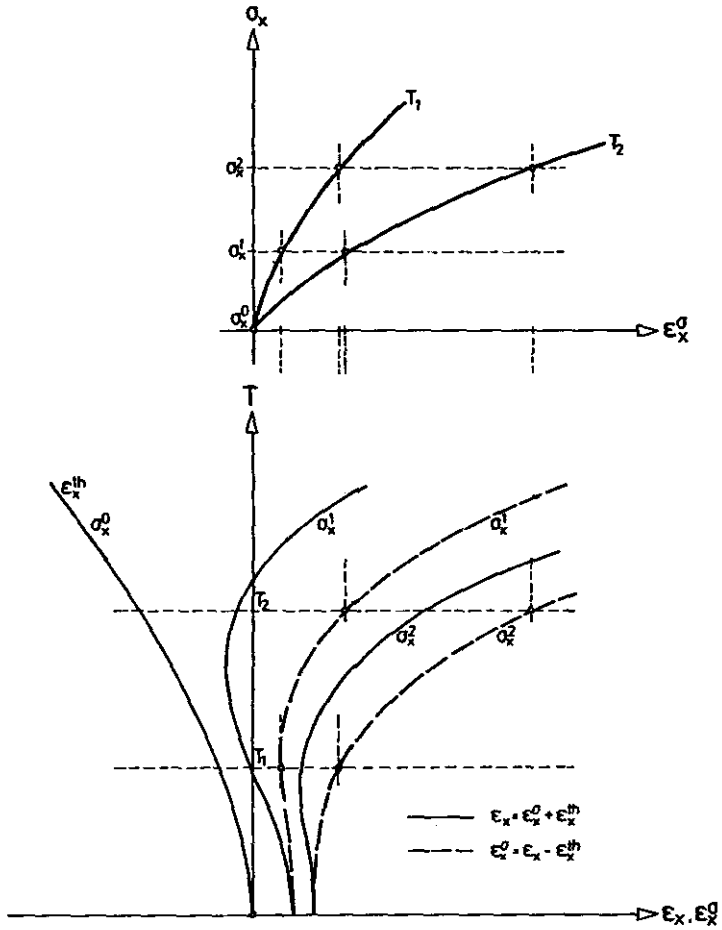


Bild 4.1.1 Prinzipieller Verlauf der Warmkriechkurven und der daraus abgeleiteten Spannungs/Dehnungs-Beziehungen

thermischen Dehnung ϵ^{th}_x und der spannungserzeugenden Dehnung ϵ^σ_x zusammen. Die Differenz zwischen der Gesamtdehnung ϵ_x und der thermischen Dehnung ϵ^{th}_x ergibt demzufolge, die spannungserzeugenden Dehnungen ϵ_x als Funktion der Temperatur

$$\epsilon^\sigma_x(T) = \epsilon_x(T) - \epsilon^{th}_x(T) \quad (4.1.01)$$

Der gestrichelte Kurvenverlauf in der linken Darstellung des Bildes 4.1.1 entspricht somit den spannungserzeugenden Dehnungen abhängig von der Temperatur bei einer konstanten Spannung. Aus einer Vielzahl derartiger Kurven werden die Spannungs/Dehnungs-Beziehungen ermittelt.

Der Einfluß der Aufheizgeschwindigkeit ist implizit enthalten. Dabei hat sich herausgestellt, daß Aufheizgeschwindigkeiten im Bereich von 0 bis 10 K/Min keine signifikanten Unterschiede aufweisen. Diese Größenordnungen treffen im allgemeinen für die Erwärmungsverhältnisse in Stahlbetonquerschnitten auf, die infolge der Einwirkung der Einheits-Temperatur-Zeitkurve ETK beansprucht werden. Auch die oberflächennahen Bereiche, die anfänglich stärker erwärmt werden, lassen sich mit den ermittelten Spannungs/Dehnungs-Beziehungen hinreichend genau genug beurteilen.

Die Entwicklung der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen aus den Warmkriechkurven ist dem Bild 4.1.1 zu entnehmen. Mit diesem Verfahren lassen sich für verschiedene Materialien die Spannungs/Dehnungs-Beziehungen aus den Ergebnissen von Warmkriechversuchen bestimmen.

In Kapitel 4.3 sind die Rechenwerte der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen für Beton und Betonstahl in den Abbildungen 4.3.1 und 4.3.2 dargestellt.

4.2 Mathematische Beschreibung

Betrachten wir zunächst die in Abbildung 4.3.1 und 4.3.2 dargestellten Spannungs/Dehnungs-Verläufe. Es fällt auf, daß die Kurven jeweils durch markante Punkte gekennzeichnet sind. Im Bild 4.2.1 sind diese besonderen Werte für eine Kurve besonders hervorgehoben.

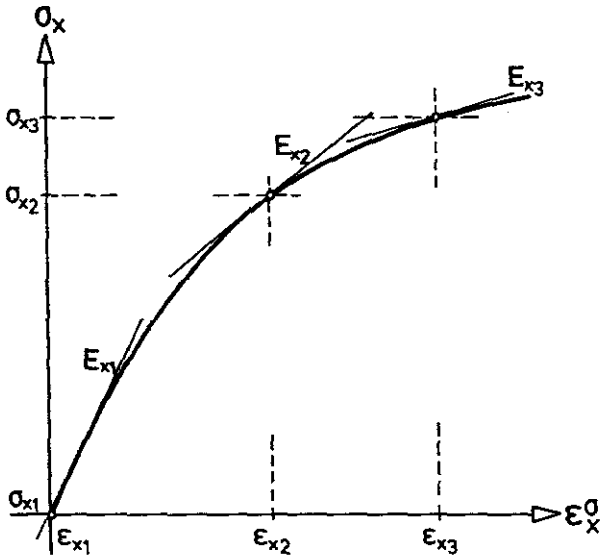


Bild 4.2.1 Prinzipielle Zusammenhänge einer Spannungs/Dehnungs-Beziehung

Es bietet sich an, diese Punkte als Stützwerte einer Kurve zu bezeichnen. Diese Stützwerte werden durch ihre Koordinaten (Dehnung ϵ_x^0 , Spannung σ_x) und deren

Ableitung nach der Dehnung (momentaner Elastizitätsmodul $E_x = d\sigma_x/d\varepsilon^{\sigma_x}$) dargestellt. Die einzelnen Werte der Stützstellen sind abhängig von der Temperatur.

$$\varepsilon^{\sigma_x} = f_1(T) \quad (4.2.01)$$

$$\sigma_x = f_2(T) \quad (4.2.02)$$

$$E_x = f_3(T) \quad (4.2.03)$$

Die einzelnen Funktionen der Temperatur lassen sich hinreichend genau durch Polynome 4.-ter Ordnung approximieren.

$$f_k(T_j < T < T_i) = a^0_k + a^1_k \cdot T + a^2_k \cdot T^2 + a^3_k \cdot T^3 \quad (4.2.04)$$

mit $k = 1, 2, 3$

Die Koeffizienten der Polynome für die einzelnen Stützwerte der Spannungs/Dehnungs-Beziehung des quarzitischen Normalbetons sind der Tabelle 4.2.1 zu entnehmen. Diese Funktionen sind in den Bildern 4.2.3, 4.2.4 und 4.2.5 getrennt nach den einzelnen Komponenten der Stützwerte graphisch dargestellt. Die Entwicklung dieser Zusammenhänge wurde vorwiegend aus Meßergebnissen des Warmkriechverhaltens der üblichen Baustoffe im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 148 'Brandverhalten von Bauteilen' gewonnen /15,19/.

Die Werte der Spannungs/Dehnungs-Beziehung zwischen den definierten Stützwerten wird nach der folgender Gleichung beschrieben:

St.	Dehnung	Polynomkoeffizienten				Temperaturbereich	
		a_{01}	a_{11}	a_{21}	a_{31}	T_I	T_J
-	$b_1 = \epsilon_{bs}$	-	-	-	-	°C	°C
1	-2,24000E-03	3,30287E+00 5,33922E+00	3,50613E-02 8,76523E-02	-9,34265E-05 -7,11989E-05	2,20954E-07 2,24260E-08	20,0 590,0	590,0 1000,0
2		1,32115E+00 2,13569E+00	1,40245E-02 3,50609E-02	-3,73706E-05 -2,84796E-05	8,83817E-08 8,97040E-09	20,0 590,0	590,0 1000,0
3		8,32270E-01 1,34540E+00	8,83490E-03 2,20870E-02	-2,35420E-05 -1,79410E-05	5,56770E-08 5,65100E-09	20,0 590,0	590,0 1000,0
4		0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	20,0	1000,0

St.	Spannung	Polynomkoeffizienten				Temperaturbereich	
		a_{02}	a_{12}	a_{22}	a_{32}	T_I	T_J
-	$b_2 = \sigma_c$	-	-	-	-	°C	°C
	kN/m ²						
1	-4,50000E+04	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	20,0	1000,0
2		8,34655E-01 2,01751E+00	-2,17966E-03 -4,80054E-03	6,69486E-06 4,27034E-06	-7,06528E-09 -1,43009E-09	20,0 470,0	470,0 1000,0
3		1,05160E+00 2,54190E+00	-2,74620E-03 -6,04830E-03	8,43500E-06 5,38030E-06	-8,90170E-09 -1,80180E-09	20,0 470,0	470,0 1000,0
4		0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	20,0	1000,0

St.	Elastizitätsmodul	Polynomkoeffizienten				Temperaturbereich	
		a_{03}	a_{13}	a_{23}	a_{33}	T_I	T_J
-	$b_3 = E_b$	-	-	-	-	°C	°C
	kN/m ²						
1	2,92000E+07	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	20,0	1000,0
2		-3,95006E-01 -2,18036E-01 -1,83565E-01	3,37779E-03 5,86261E-04 5,62101E-04	-1,52251E-05 -5,82559E-07 -6,09428E-07	2,58275E-08 2,81630E-10 2,28734E-10	20,0 200,0 590,0	200,0 590,0 1000,0
3		0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	0,00000E-01	20,0	1000,0
4		1,18502E+00 6,54109E-01 5,50694E-01	-1,01334E-02 -1,75878E-03 -1,68630E-03	4,56754E-05 1,74768E-06 1,82828E-06	-7,74824E-08 -8,44890E-10 -6,86202E-10	20,0 200,0 590,0	200,0 590,0 1000,0

Tabelle 4.2.1 Temperaturabhängige Festigkeitseigenschaften des quarzitisches Normalbetons

$$\begin{aligned}
\sigma_x(\epsilon^{\sigma_x}, T) = & \left(1 - \left(\frac{\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_x}}{\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_{xi}}(T)} \right)^r \right) \\
& \cdot \left(\sigma_{xi+1}(T) - \sigma_{xi}(T) \right) \\
& - E_{xi+1}(T) \cdot \left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_x} \right) \\
& + \sigma_{xi}(T)
\end{aligned} \tag{4.2.05}$$

mit

$$r = \frac{E_{xi}(T) \cdot \left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_{xi}}(T) \right)}{\sigma_{xi+1}(T) - \sigma_{xi}(T) - E_{xi+1}(T) \cdot \left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_{xi}}(T) \right)}$$

Die Ableitung der Gleichung (4.2.05) nach der Dehnung ϵ^{σ_x} lautet:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_x}{d\epsilon^{\sigma_x}}(\epsilon^{\sigma_x}, T) = E_x(\epsilon^{\sigma_x}, T) = & \frac{r}{\left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_{xi}}(T) \right)^{r-1}} \\
& \cdot \left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_x} \right)^{r-1} \\
& \cdot \left(\sigma_{xi+1}(T) - \sigma_{xi}(T) \right) \\
& - E_{xi+1}(T) \cdot \left(\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_x} \right) \\
& + \left(1 - \left(\frac{\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_x}}{\epsilon^{\sigma_{xi+1}}(T) - \epsilon^{\sigma_{xi}}(T)} \right)^r \right) \\
& \cdot E_{xi+1}(T)
\end{aligned} \tag{4.2.06}$$

Gegenüber einem sicherlich einfacheren Polynomansatz hat die Gleichung (4.2.05) den Vorteil, unter den Einschränkungen (4.2.07) bis (4.2.12), immer stetig und monoton steigend zu sein. Bild 4.2.5 zeigt exemplarisch den Graphen des gewählten mathematischen Ansatzes.

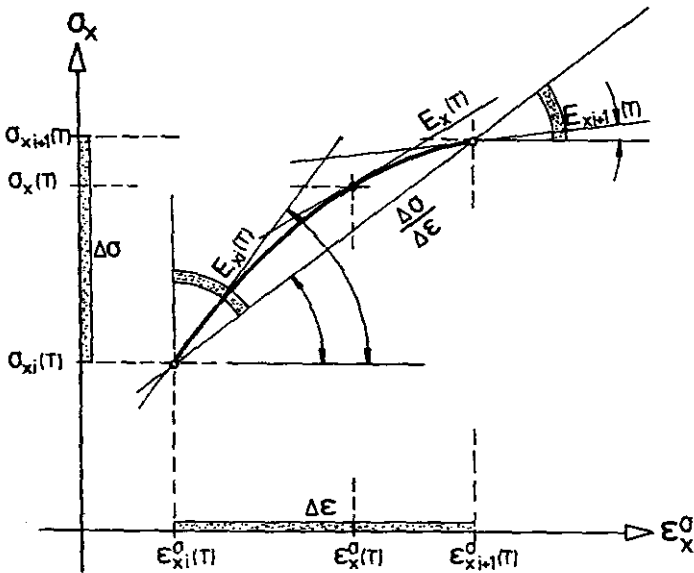


Bild 4.2.2 Darstellung des gewählten Rechenansatzes

Der gewählte Ansatz unterliegt folgenden Einschränkungen:

$$\Delta \epsilon^{\sigma_x} = \epsilon^{\sigma_{x_{i+1}}}(T) - \epsilon^{\sigma_{x_i}}(T) > 0 \quad (4.2.07)$$

$$\Delta \sigma_x = \sigma_{x_{i+1}}(T) - \sigma_{x_i}(T) > 0 \quad (4.2.08)$$

$$\epsilon^{\sigma_{x_{i+1}}}(T) > \epsilon^{\sigma_x} > \epsilon^{\sigma_{x_i}}(T) \quad (4.2.09)$$

$$\varphi > E_{x_i}(T) > \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \epsilon^{\sigma_x}} \quad (4.2.10)$$

$$0 < E_{x_{i+1}}(T) < \frac{\Delta \sigma_x}{\Delta \epsilon^{\sigma_x}} \quad (4.2.11)$$

daraus folgt

$$\sigma_{x_i}(T) < \sigma_x < \sigma_{x_{i+1}}(T) \quad (4.2.12)$$

Die genannten Einschränkungen definieren einen monoton steigenden und stetigen Funktionsverlauf ausschließlich im positiven Quadranten des Koordinatensystems $\sigma_x/\epsilon^{\sigma_x}$. Da die abschnittsweise beschriebenen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen auch im negativen Quadranten und/oder monoton fallend sein können, werden diese Fälle durch geeignete Transformation so verändert, daß die numerische Behandlung gemäß den Gleichungen (4.2.04) und (4.2.05) möglich ist. Durch Rücktransformation der berechneten Größen in das ursprüngliche Koordinatensystem ergeben sich die gesuchten Werte der Spannung σ_x und des momentanen E-Moduls E_x als Funktion der Dehnung ϵ^{σ_x} und der Temperatur T . In der Abbildung 4.2.6 ist anschaulich das Verfahren dargestellt.

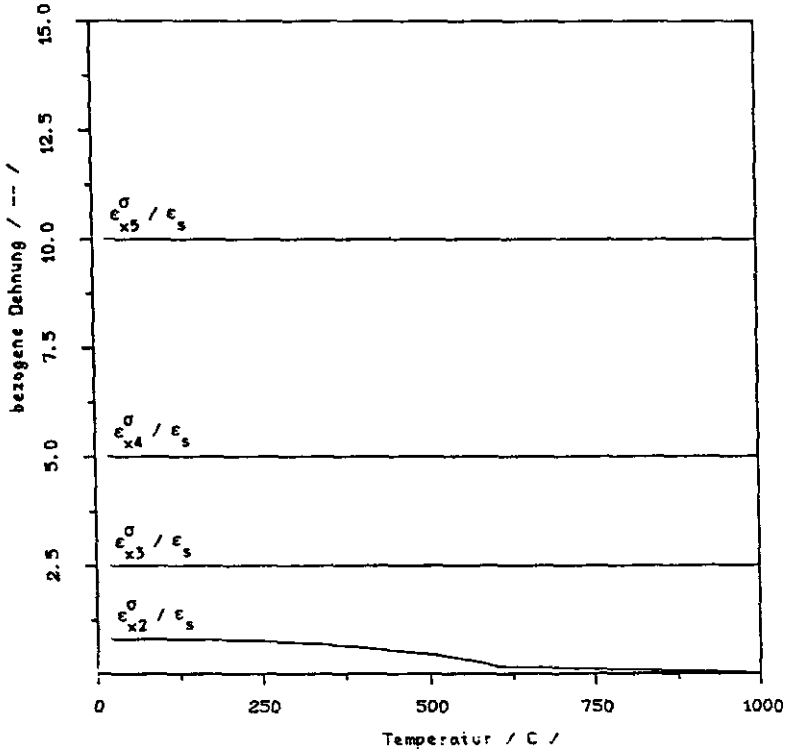


Bild 4.2.3 Rechenannahme der temperaturabhängigen Dehnungs-Beziehungen des Bewehrungsstahls

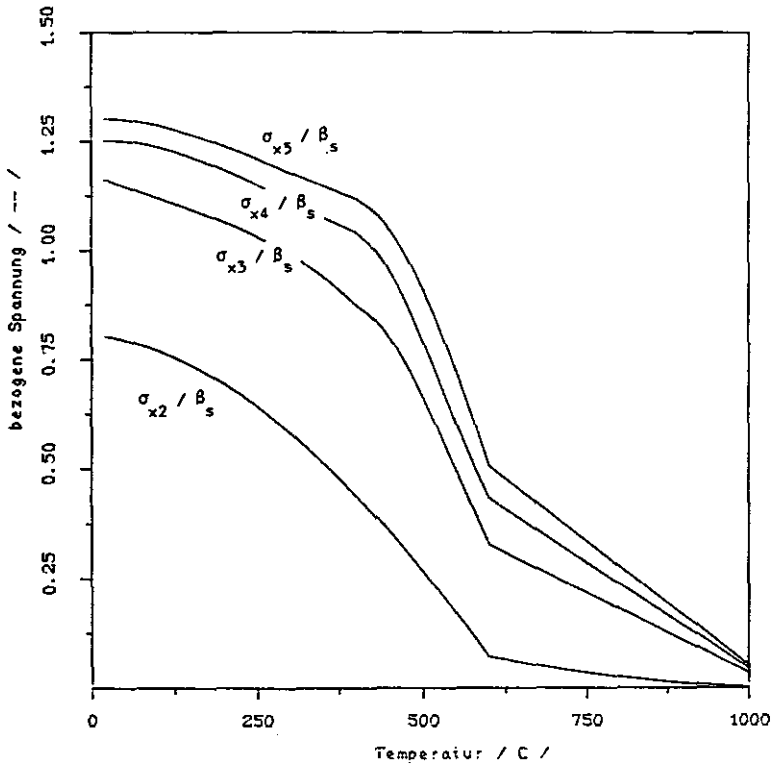


Bild 4.2.4 Rechenannahme der temperaturabhängigen Spannungs-Beziehungen des Bewehrungsstahls

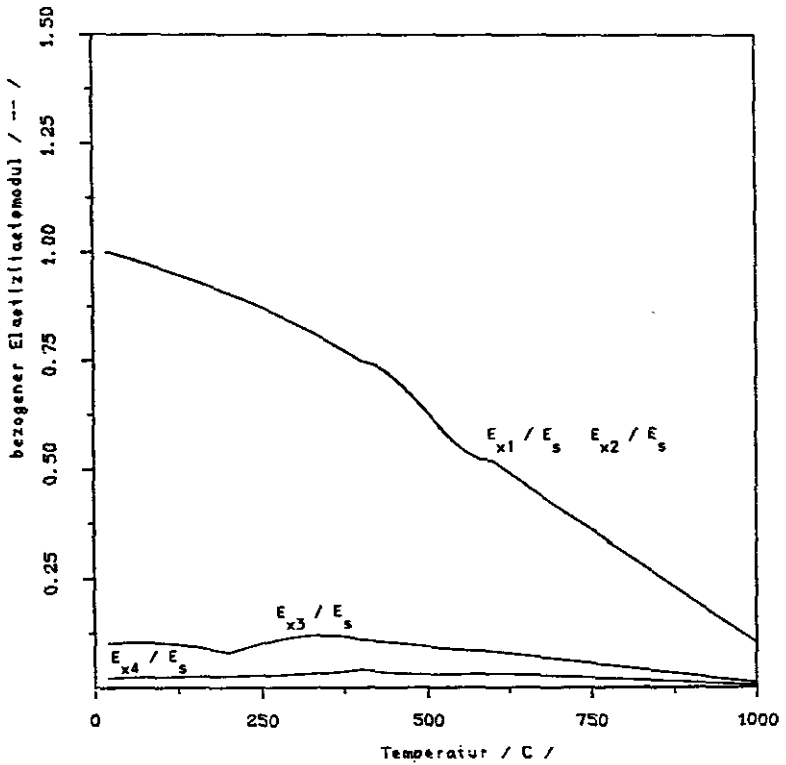


Bild 4.2.5 Rechenannahme der temperaturabhängigen E-Modul-Beziehungen des Bewehrungsstahls

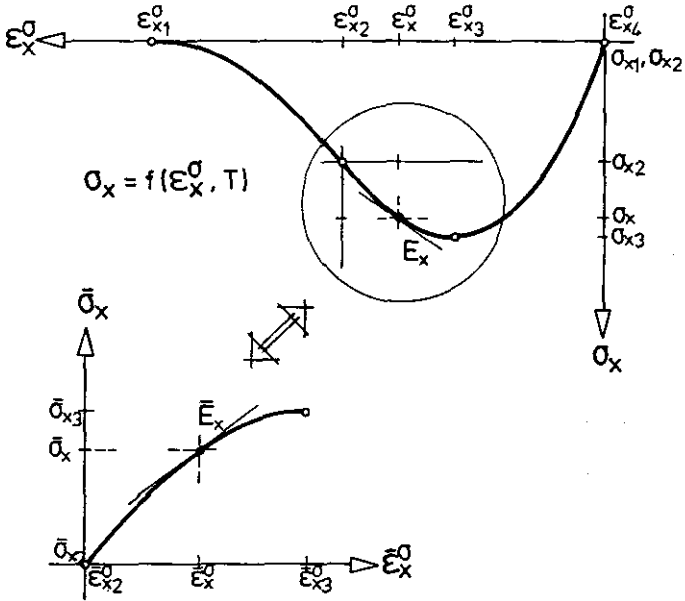


Bild 4.2.6 Veranschaulichung der Transformationen zur numerischen Handhabung der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen

4.3 Rechengesetze der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen einschließlich der thermischen Dehnungen

Für die im Rahmen dieser Arbeit benötigten mechanischen Materialeigenschaften sind in den folgenden Bildern die Spannungs/Dehnungs-Beziehungen und die thermischen Dehnungen abhängig von der Temperatur dargestellt.

Die maximalen aufnehmbaren Normalspannungen des quarzitischnen Normalbetons nehmen mit steigender Temperatur rasch ab /20/. Im Gegensatz dazu tritt eine merkliche Erhöhung der dazugehörenden Stauchungen auf. Das bedeutet, daß mit Zunahme der Temperatur der Beton im allgemeinen verformungsfähiger, jedoch geringer belastbar wird. Das Rechengesetz nachdem der Beton beurteilt wird, ist in Abbildung 4.3.1 dargestellt. Nach Erreichen der maximalen Normalspannungen, nimmt durch innere Gefügezerstörungen die Festigkeit des Betons ab, wenn das Material weiter gestaucht würde. Die Annahme eines abfallenden Verlaufs der Spannungs/Dehnungs-Beziehungen beruht demzufolge auf den Erkenntnissen verformungsgesteuerter Materialuntersuchungen. Zur Aufnahme von Zugspannungen wird der Beton nicht herangezogen.

In der Darstellung 4.3.2 erkennt man, daß der Betonstahl unter Zunahme der Temperatur starke Steifigkeits- und Festigkeitsverluste aufweist /15/. Die Bruchdehnungen liegen dabei so weit außerhalb des Defintionsbereiches, daß die maximale Verformungsfähigkeit des Bewehrungsstahls bezogen auf die Rotationsfähigkeit einer Stahlbetonstütze nicht maßgebend wird. Die abgebildeten Beziehungen gelten auch für das Verhalten im Druckbereich.

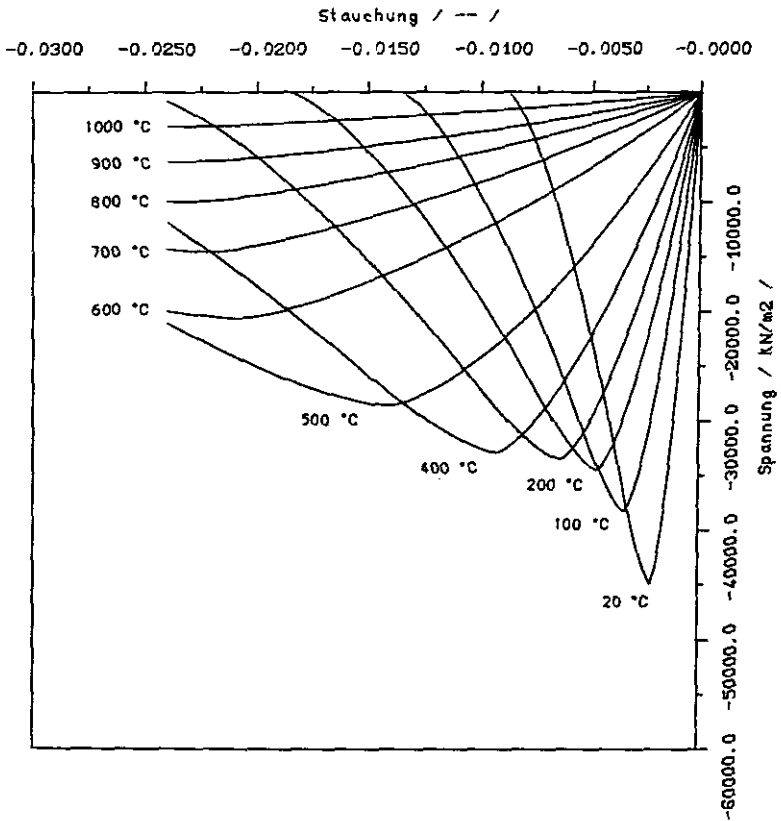


Bild 4.3.1 Rechenwerte der Spannungs/Dehnungs-Beziehung für Beton als Funktion der Temperatur

Die Rechengesetze der thermischen Dehnungen beider Materialien sind in Bild 4.3.3 dargestellt /15,20/. Das unterschiedliche Verhalten setzt voraus, daß unter der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte die Dehnungsdifferenzen infolge der Temperatur durch Verbundspannungen innerhalb des Baukörpers aufgenommen werden müssen.

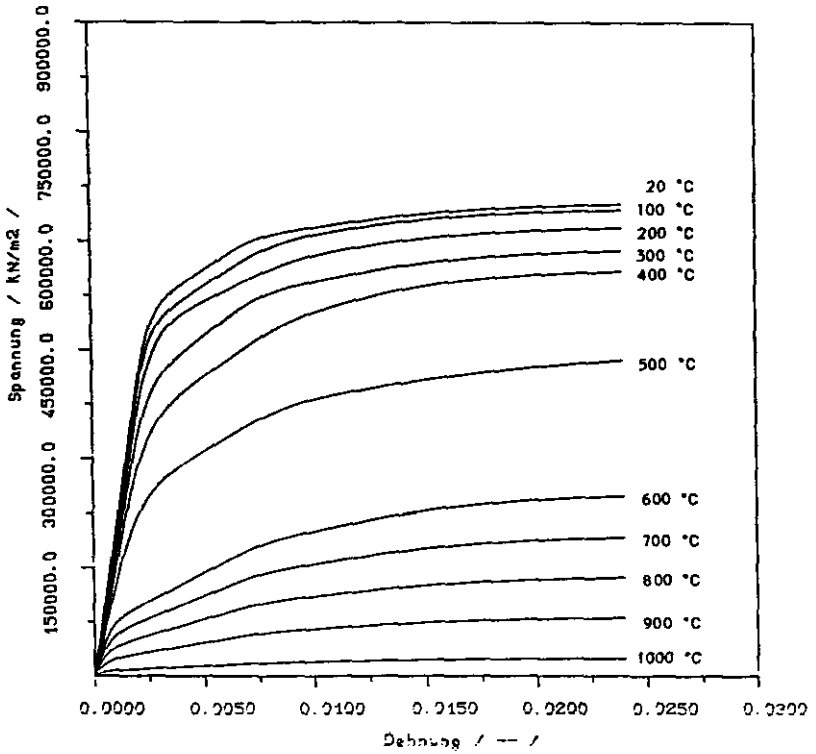


Bild 4.3.2 Rechenwerte der Spannungs/Dehnungs-Beziehung für Betonstahl als Funktion der Temperatur

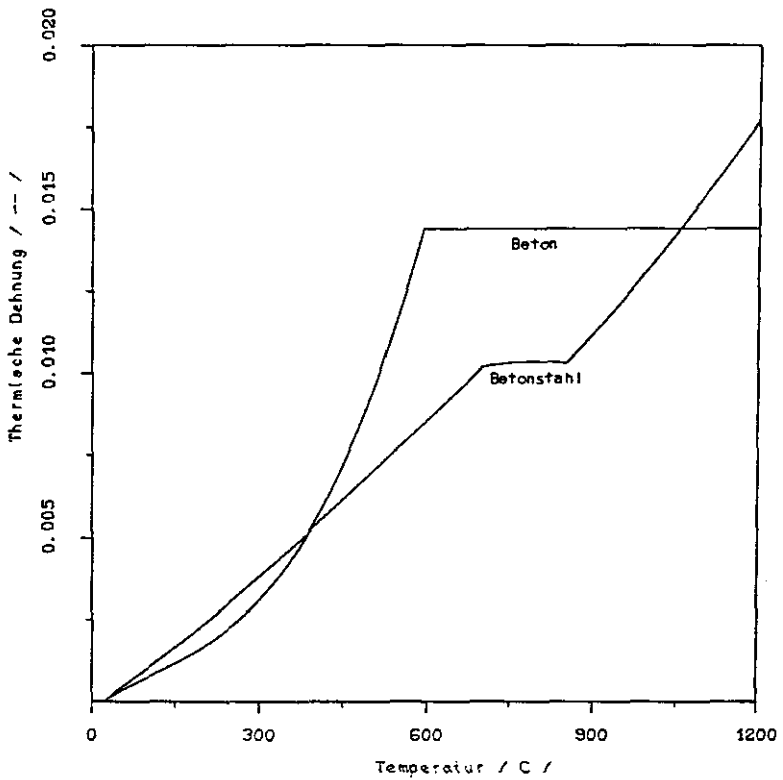


Bild 4.3.3 Rechenwerte der thermischen Dehnungen für Beton und Betonstahl

5 Versuchsergebnisse hochtemperaturbeanspruchter Stahlbetonstützen unter zweiachsiger Biegung

5.1 Erläuterung der wichtigsten Versuchsparameter

Im Rahmen der Grundlagenforschungen des Sonderforschungsbereiches 148 'Brandverhalten von Bauteilen' wurden zum Problem der zweiachsiger biegebeanspruchter Stützen unter hohen Temperaturen sechs Großversuche durchgeführt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse sind in einem Abschlußbericht /17/ dokumentiert. Ohne näher auf alle Details der beschriebenen Versuchsparameter einzugehen, werden in dieser Arbeit nur die wichtigsten Größen genannt. In Abschnitt 6 wird auf Rechenergebnisse des Versuchs SB3 näher eingegangen. Tabelle 5.1.1 beinhaltet die festgestellten Versuchsparameter der durchgeführten Versuche.

Bei den Versuchen handelte es sich um zweiachsiger biegebeanspruchte Stahlbetonstützen, die im allgemeinen allseitig durch eine Temperatureinwirkung gemäß den Voraussetzungen der Einheits-Temperatur-Zeitkurve nach DIN 4102 beansprucht wurden. Davon ausgenommen erhielt nur der Versuchskörper SB3 eine unsymmetrische, zweiseitige Temperatureinwirkung. Diese zweiseitige Temperatureinwirkung wurde durch Bekleben zweier benachbarter Stützenflächen mittels Brandschutzplatten aus Vermiculite erzielt, so daß die thermischen und aus der Belastung herrührenden Verformungen in der gleichen Richtung wirkten. Die Versuchskörper SB5 und SB6 mußten wegen der baulichen Gegebenheiten der Versuchsstände liegend geprüft werden. Das hatte zur Folge, daß der Eigengewichtsanteil verformungsfördernd wirksam wurde und bei der Nachrechnung berücksichtigt werden mußte.

Die Prüfungen SB5 und SB6 unterscheiden sich lediglich in der Größe ihrer Belastung.

An beiden Enden der Stahlbetonstützen waren allseitig verdrehbare Kalottenlager angebracht, so daß sich Lagerungsbedingungen nach Eulerfall 2 einstellen konnten. Die Gleitflächen der Lager, bestanden auf einer Seite aus einer polierten Edelstahloberfläche und auf der anderen Seite aus einer PTFE-beschichteten Oberfläche. Dadurch konnte auch unter Belastung mit einem geringen Reibungsbewert von 0.05 bis 0.15 gerechnet werden. Die Differenz in der Angabe wurde laut Hersteller dadurch begründet, daß der niedrige Reibungsbeiwert sich erst dann einstellt, wenn die Lager unter Last eingefahren also gegeneinander bewegt werden und sich dadurch ein Schmierfilm zwischen den Lageroberflächen ausbildet. Dieser geringe Reibungsbewert spricht zusätzliche für die bei der Nachrechnung zugrundegelegten Annahme eines nahezu idealen Gelenkes.

Der Einfluß der 'kälteren' Lasteinleitungsbereiche gegenüber eines vereinfachten Ansatzes eines über die gesamte Stützenlänge unveränderten Temperaturverlaufs hatte nur eine geringe Auswirkung auf die Rechenergebnisse. Dies ist im wesentlichen darauf zurückzuführen, daß der die Tragfähigkeit bestimmende Querschnitt in der Mitte der Stützen liegt und die Steifigkeitsverhältnisse der Ränder im Falle der Lagerungsbedingungen nach Eulerfall 2 nur einen unbedeutenden Beitrag zum Gesamtverformungsverhalten leisten. Für den Fall eines eingespannten bzw. teileingespannten Randes ist dieser Einfluß jedoch von Bedeutung.

Der folgenden Tabelle 5.1.1 können die geometrischen Abmessungen, die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Materialien, die Belastungen und die Versagenszeiten entnommen werden. Die Querschnitts-

breite (b) ist grundsätzlich parallel zur y-Achse und die Querschnittshöhe parallel zur z-Achse des Querschnitts angenommen worden. Die Berechnung der unter Raumtemperatur möglichen Gebrauchslasten erfolgte unter Berücksichtigung der angegebenen Exzentrizitäten und wurde mittels eines Rechenverfahrens nach /11/ ausgeführt. Die während der Versuche vorhandenen konstanten Belastungen lagen meist unterhalb der rechnerisch bestimmten Gebrauchslasten bei Raumtemperatur (siehe Tabelle 5.1.1d). Dennoch erreichte kein Versuchskörper eine Versagenszeit von 60 Minuten, trotz der Einhaltung der Bestimmungen nach den geltenden Vorschriften.

Alle sechs Versuche zeigten kurz vor Erreichen des Versagens eine deutliche Zunahme der Verformungen in Richtung der y-Achse (schwache Achse) auch bei anfänglich überwiegenden Verformungen in Richtung der z-Achse (starke Achse). Dies hat sicherlich seinen Grund in der rascheren Durchwärmung der Außenzonen der Querschnitte, was dazu führt, daß die tragfähigen Querschnittsteile in Richtung der schwachen Achse im Gegensatz zu starken Achse stärker abnehmen. Dadurch und infolge des Einflusses der Verformungen auf den Gleichgewichtszustand (Theorie 2.Ordnung) steigen die Verformungen in Richtung der schwachen Achse mit Erreichen des Versagenszustandes rasch an. Dies legt den Schluß nahe, daß die hier untersuchten zweiachsig beanspruchten Stützen sich im Versagensfall wie einachsig beanspruchte Stützen mit der Lastebene in Richtung der schwachen Achse verhalten.

In den letzten beiden Spalten der Tabelle 5.1.1c sind die rechnerisch ermittelten Versagenszeiten im Vergleich zu den im Versuch eingetretenen Versagenszeiten eingetragen. Unter Berücksichtigung der angenommenen Vereinfachungen zur Bildung der theoretischen Ansätze liefert die Berechnung der Versagenszeiten recht zutreffende Ergebnisse. In Abbildung 5.1.2 sind die gemessenen und gerechneten Durchbiegungen der

Ver- suchs- körper	Querschnitt			Längsbewehrung			Bügel- bewehrung	
	Stab- länge	Breite	Höhe	Anzahl	d_{s1}	u_{s1}	s_{b1}	d_{sb1}
	l_x	b	d					
	mm	mm	mm	-	mm	mm	mm	mm
SB1	5905	200	400	6	16	34	175	6
SB2	5900	200	400	6	16	34	175	6
SB3	5910	200	400	6	16	34	175	6
SB4	5903	200	400	6	20	36	175	6
SB5	7502	200	600	8	16	34	175	6
SB6	7501	200	600	8	16	34	175	6

Tabelle 5.1.1a Geometrische Parameter der Versuchskörper

Ver- suchs- körper	Betonfestigkeitswerte				Betonstahlfestigkeitswerte			
	β_{ws}	β_c	ϵ_{bs}	E_b	β_s	β_B	ϵ_s	E_s
	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+2}$	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+2}$	$- \cdot 10^{-3}$	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+5}$	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+2}$	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+2}$	$- \cdot 10^{-3}$	$\frac{N}{mm^2} \cdot 10^{+5}$
SB1	0.50	0.45	2.24	2.92	5.03	6.19	2.52	19.92
SB2	0.50	0.45	2.24	2.92	5.03	6.19	2.52	19.92
SB3	0.48	0.41	2.50	2.57	5.03	6.19	2.52	19.92
SB4	0.48	0.41	2.50	2.57	4.77	6.05	2.37	20.11
SB5	0.50	0.45	2.24	2.92	5.03	6.19	2.52	19.92
SB6	0.48	0.41	2.50	2.57	5.03	6.19	2.52	19.92

Tabelle 5.1.1b Festigkeitseigenschaften der verwendeten Materialien

Versuchskörper	Gebr.-last			Exzentritäten			Prüflasten			Versagenszeiten	
	N_x	e_y	e_z	N_x	M_y	M_z	t_u	$t_{u,c1}$			
	kN	m	m	kN	kN m	kN m	Min	Min			
SB1	238	0.010	0.250	182	45.50	1.82	55	50			
SB2	227	0.050	0.150	192	28.80	9.60	38	36			
SB3	343	0.010	0.150	343	51.45	3.43	21	27			
SB4	293	0.050	0.150	252	37.80	12.60	45	48			
SB5	282	0.025	0.300	210	63.00	5.25	52	48			
SB6	282	0.025	0.300	254	76.20	6.35	37	35			

Tabelle 5.1.1c Belastungsparameter und Versagenszeiten der Versuchskörper

Versuchskörper	auf die Gebrauchslast bezogene Prüflast		auf die Versagenszeit t_u bezogener $t_{u,c1}$		Bewehrungsgrad
	$N_x(\text{Prf.}) / N_x(\text{Gebr.})$		$t_{u,c1} / t_u$		A_s/A_b
	%		-		%
SB1	76		0.91		1.5
SB2	85		0.89		1.5
SB3	100		1.29		1.5
SB4	86		0.82		2.4
SB5	74		0.81		1.4
SB6	90		0.84		1.4

Tabelle 5.1.1d Sonstige Parameter

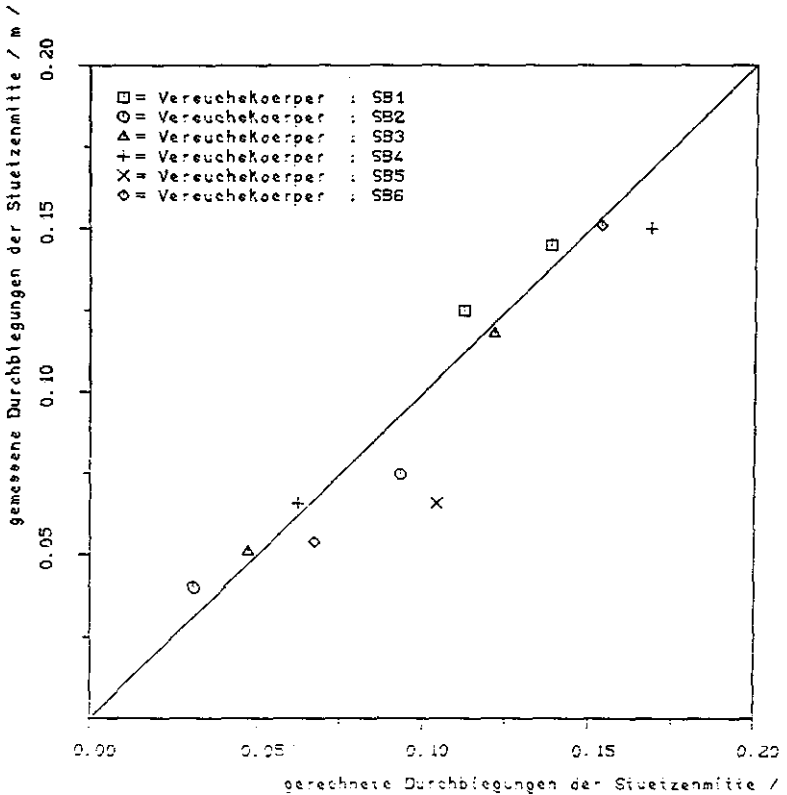


Bild 5.1.2 Gemessene und gerechnete Durchbiegungen des Querschnitts in Stuetzenmitte zum Versagenszeitpunkt t_u

Stuetzenmitte zum jeweiligen Versagenszeitpunkt t_u bzw. $t_{u,c1}$ gegenuebergestellt. Die gewaehlte Darstellung zeigt fuer jeden Versuchskoerper die Durchbiegungen in Richtung der z- bzw. der y-Achse. Die groeßeren Werte entsprechen dabei den Verformungen in Richtung der y-Achse. Daraus ist zu ersehen, daß der tatsaechliche Verformungszustand mit hinreichender Genauigkeit durch das numerische Rechenmodell angenaehert wird.

6 Rechenergebnisse hochtemperaturbeanspruchter Stahlbetonstützen unter zweiachsiger Biegung

Zur Verdeutlichung des Rechenverfahrens von zweiachsig biegebeanspruchten Stahlbetonstützen unter hohen Temperaturen sollen im folgenden einige Beispiele dargestellt werden. Dabei wird im besonderen auf den Fall der unsymmetrischen Temperaturbeanspruchung eingegangen. Auf der Grundlage der geometrischen und physikalischen Verhältnisse des Versuchskörpers SB3 (siehe Kapitel 5) sind die folgenden Beispiele für den Beanspruchungszustand und das Trag- und Verformungsverhalten berechnet worden.

6.1 Rechnerischer Beanspruchungszustand des End- und Mittenquerschnitts

Der für den Versagenszustand maßgebende Querschnitt ist für einen Stab, der nach den Lagerungsbedingungen gemäß Eulerfall 2 belastet wird, der Querschnitt in Stabmitte. Dort treten aufgrund der größten Durchbiegungen des Stabes die maximalen Momentenbeanspruchungen auf. Im Zusammenwirken mit der Stablängskraft müssen diese Kraftgrößen von dem zusätzlich temperaturbeanspruchten Querschnitt aufgenommen werden. Die Temperaturverteilung resultiert aus einer zweiseitigen Beflammung der Stabes nach den Voraussetzungen der Einheits-Temperatur-Zeitkurve gemäß der DIN 4102. Demgemäß ergeben sich unsymmetrisch verteilte Beanspruchungsverhältnisse bezüglich der Stützenquerschnitte. In den folgenden Bildern 6.1.1 bis 6.1.2 sind die Temperaturverteilungen und die daraus abgeleiteten Verteilungen der thermischen Dehnungen dargestellt. Deutlich ist der Bereich der hohen Temperaturbeanspruchungen zu erkennen.

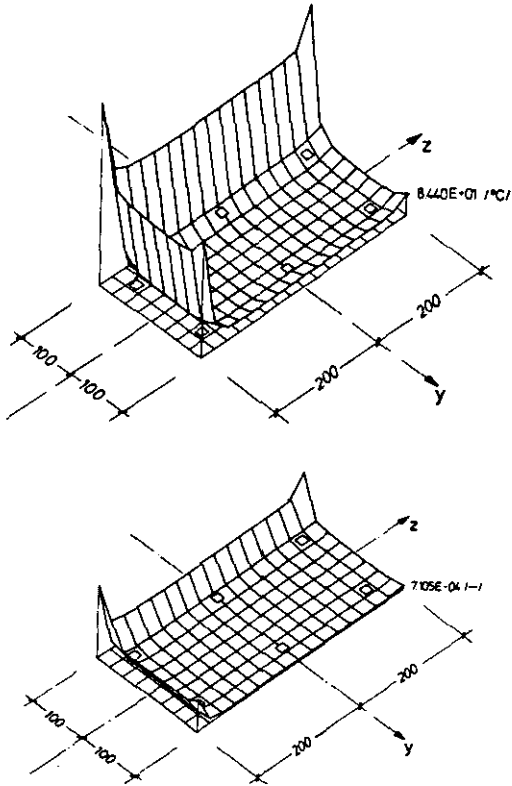


Bild 6.1.1 Temperaturverteilung und Verteilung der thermischen Dehnungen nach 12 Minuten Temperatureinwirkung

Um die inneren Kraftgrößen eines derart temperaturbeanspruchten Querschnitts aufnehmen zu können, verschiebt und verdreht sich die resultierende Dehnebene, so daß sich ein mit der Stabbeanspruchung im Gleichgewicht befindlicher innerer Spannungszustand ergibt. Die Veränderungen der Lage der Dehnungsnulllinie und die sich daraus ergebenden Verzerrungsgrößen sind in den

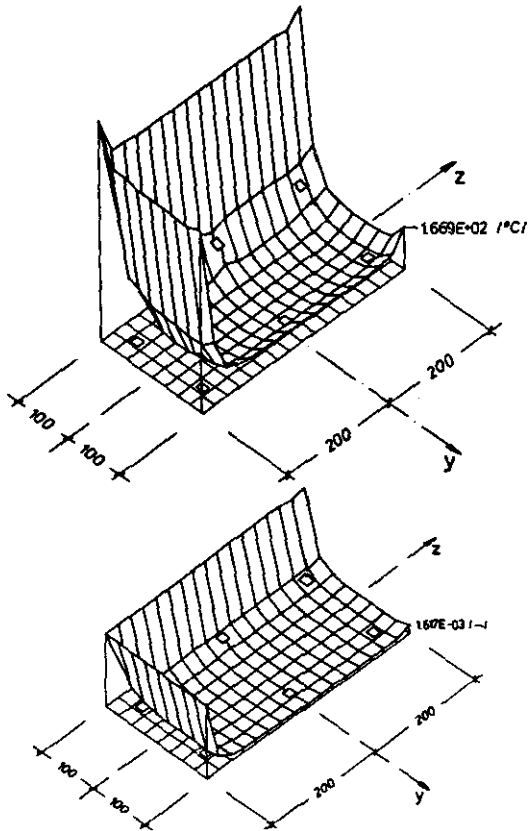


Bild 6.1.2 Temperaturverteilung und Verteilung der thermischen Dehnungen nach 27 Minuten Temperatureinwirkung

folgenden Darstellungen 6.1.3 in Abhängigkeit der Zeit abgebildet. Demzufolge ist eine deutliche Veränderung der resultierenden Dehnenebene bezüglich ihrer Neigung und Lage festzustellen. Diese Veränderungen ergeben sich allein aus der zeitlich verändernden Temperaturbeanspruchung und der daraus folgenden Verformungszunahme, ohne das die äußeren Kräfte erhöht

werden.

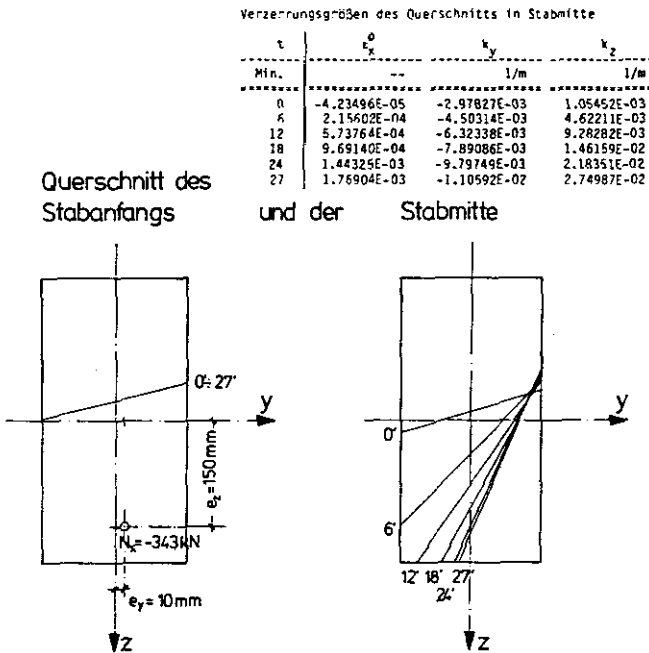


Bild 6.1.3 Veränderung der Lage der Dehnungsnulllinie

Die daraus rechnerisch ermittelten spannungserzeugenden Dehnungsanteile zeigen einen über den Querschnitt vollständig unsymmetrischen Verlauf. Wie bereits erläutert, ergeben sich die spannungserzeugenden Dehnungen als Differenz zwischen den Dehnungen der resultierenden Dehnebene und den thermischen Dehnungen. Die Abbildungen 6.1.4 bis 6.1.6 zeigen die Verteilungen der spannungserzeugenden Dehnungen in Abhängigkeit der Zeit.

Mit Hilfe der definierten Rechengesetze der temperaturabhängigen Spannungs/Dehnungs-Beziehungen (siehe Kapitel 4) und der spannungserzeugenden Dehnungen lassen

sich die Spannungsverteilungen zu den jeweiligen Zeiten bestimmen. Da aufgrund der Rechenannahme dem Beton keine Zugfestigkeit zugeschrieben wurde, treten im Bereich des zugbeanspruchten Betonquerschnitts keine Anteile zur Festigkeit bzw. Steifigkeit auf. Die verbleibenden Betondruckfestigkeiten fallen bei Zunahme der Temperaturen rasch ab. Die inneren Zugkräfte werden ausschließlich von den Zugfestigkeiten des Bewehrungsstahls aufgenommen. Dies hat zur Folge, daß der temperaturbeanspruchte Betonquerschnitt sich im stärkeren Maße der inneren Beanspruchung entzieht. Die Bilder 6.1.7 bis 6.1.9 zeigen die Verteilungen der inneren Spannungen bezogen auf die Ausgangsfestigkeiten bei Raumtemperatur als Funktion der Zeit. Im Gegensatz zu der bezogenen Spannungsverteilung unter Raumtemperatur weisen die Spannungsverteilungen unter hohen Temperaturen einen deutlich über den Querschnitt nicht-linearen Verlauf auf.

Die in diesem Abschnitt gemachten Erläuterungen sollten veranschaulichen welche physikalisch nicht-linearen Zusammenhänge sich in Stahlbetonquerschnitten unter hohen Temperaturen beansprucht werden können.

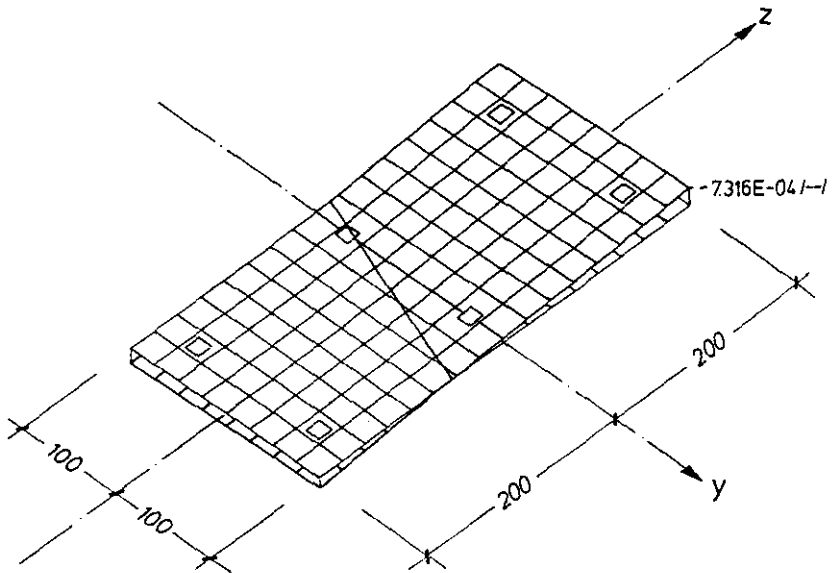


Bild 6.1.4 Verteilung der spannungserzeugenden Dehnungen ϵ^{σ_x} nach 0 Minuten Temperatureinwirkung

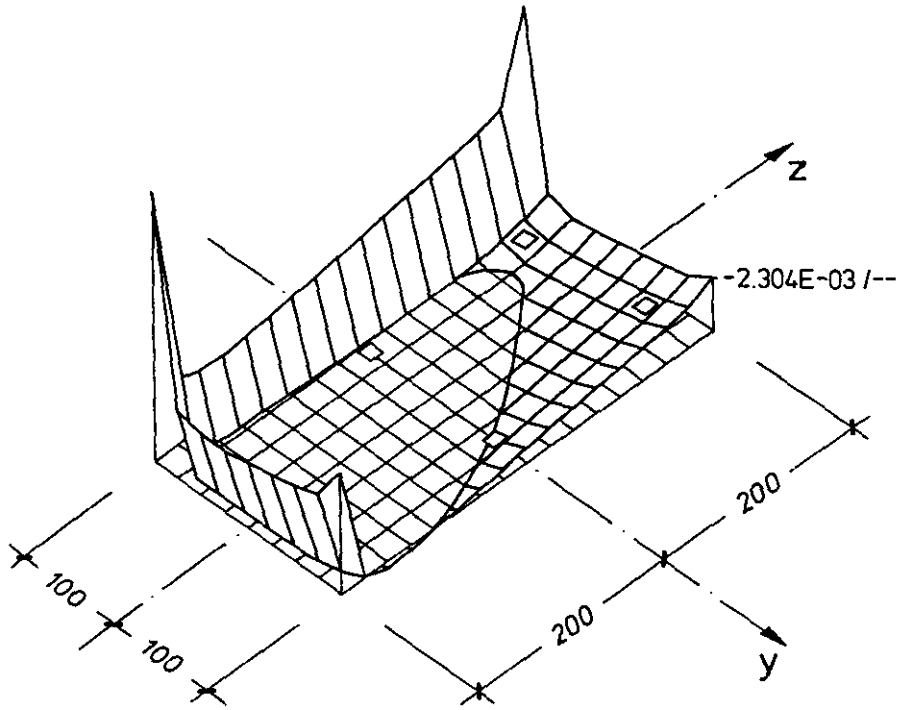


Bild 6.1.5 Verteilung der spannungserzeugenden Dehnungen ϵ^{σ_x} nach 12 Minuten Temperatureinwirkung

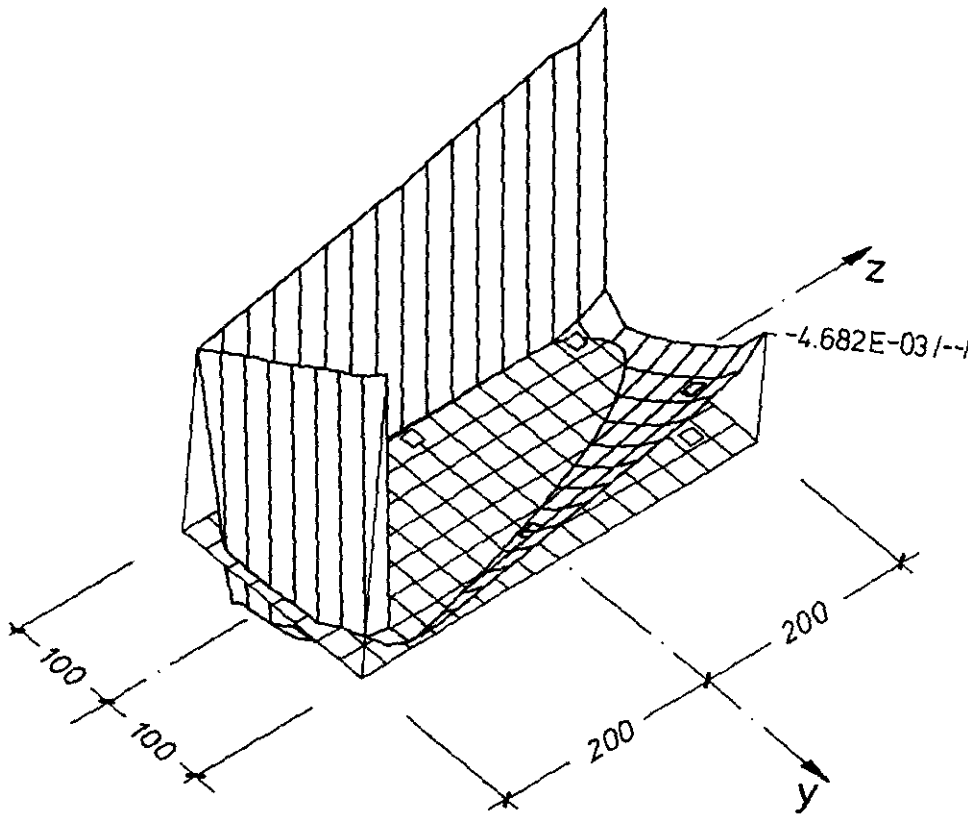


Bild 6.1.6 Verteilung der spannungserzeugenden Dehnungen ϵ^{σ_x} nach 27 Minuten Temperatureinwirkung

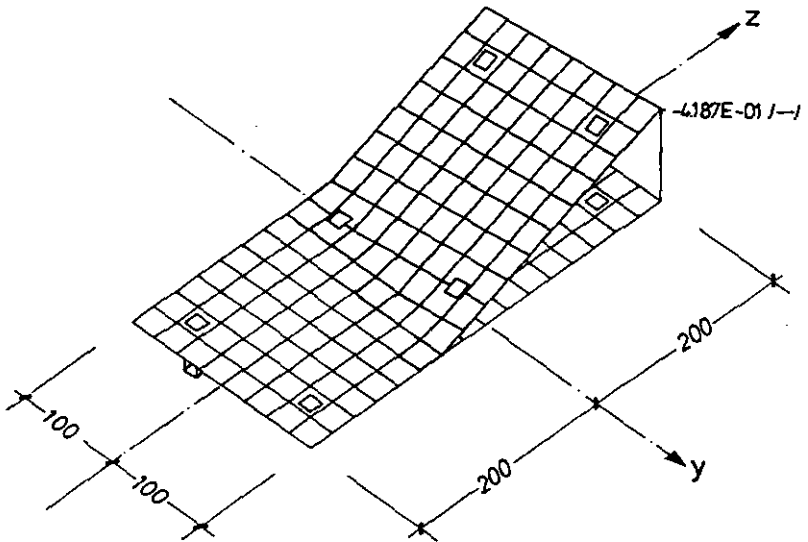
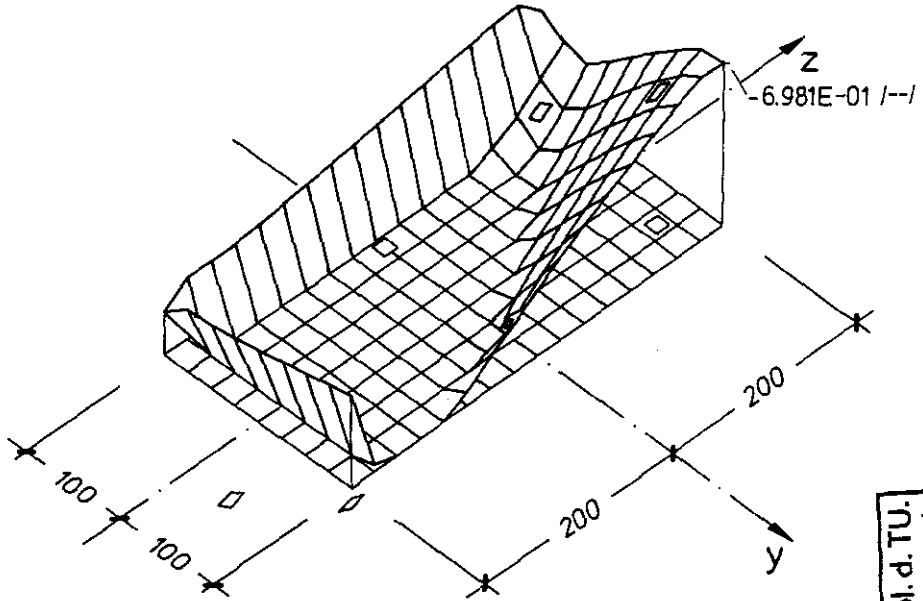


Bild 6.1.7 Verteilung der auf β_e bezogenen Spannungen nach 0 Minuten Temperatureinwirkung



Bibl. d. TU.
Braunschweig

Bild 6.1.8 Verteilung der auf β_c bezogenen Spannungen nach 12 Minuten Temperatureinwirkung

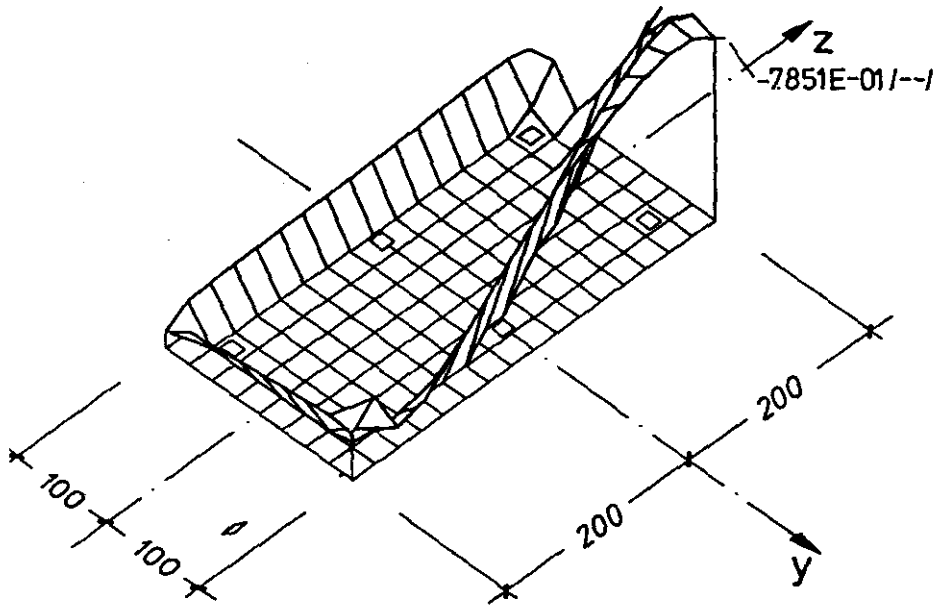


Bild 6.1.9 Verteilung der auf β_c bezogenen Spannungen nach 27 Minuten Temperatureinwirkung

6.2 Rechnerisches Trag- und Verformungsverhalten des Stabes

Nachdem gezeigt worden ist, wie sich ein zweiachsig biegebeanspruchter Stahlbetonquerschnitt unter hohen Temperaturen rechnerisch verhält, soll nun auf das Gesamttragverhalten eines derart beanspruchten Stabes eingegangen werden. Für die weiteren Betrachtungen werden die geometrischen und physikalischen Eigenschaften des Versuchskörpers SB3 vorausgesetzt. Die Stablängskraft wurde als konstant mit 343 kN und exzentrisch in den Stab eingeleitet. Die Exzentrizitäten betragen in Richtung der z-Achse $e_z = 0.15$ m und in Richtung der y-Achse $e_y = 0.01$ m. Daraus ergeben sich Kopf- und Fußmomente von $M_y = -51.45$ kNm und $M_z = 3.43$ kNm.

Die berechneten Durchbiegungen des gewählten statischen Systems unter konstanter äußerer Belastung und veränderlicher Temperaturbeanspruchung sind den Bildern 6.2.1 und 6.2.2 zu entnehmen. Zum besseren Verständnis wurden die Werte der Durchbiegungen auf ein festes mit dem Ausgangszustand zusammenfallendes rechtwinkliges Koordinatensystem bezogen. Infolge der äußeren Belastung stellt sich anfänglich eine Verformungssituation ein, in der die Durchbiegung in Richtung der z-Achse überwiegt. Nachdem die Stützen erwärmt werden, wachsen die Durchbiegungen in Richtung der y-Achse rasch an. Nach etwa sechs Minuten zweiseitiger Temperaturbeanspruchung sind die Durchbiegungen in Richtung der y-Achse größer als die in Richtung der z-Achse. Dies ist zum einem die Folge der Steifigkeitsveränderungen der Stabquerschnitte infolge der Temperatur und zum anderen der Einfluß der Verformungen auf die Gleichgewichtslage des Stabes.

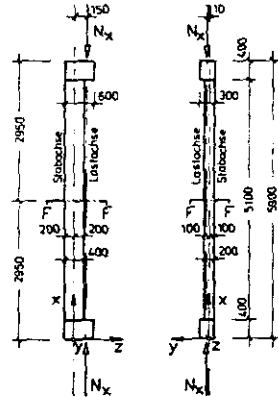
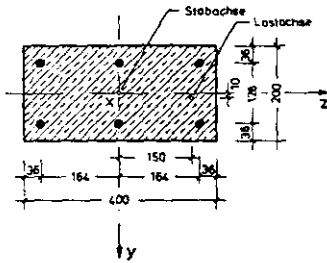
Zum besseren Verständnis sind die Verformungen des Querschnitts der Stabmitte in der Darstellung 6.2.3 abgebildet, wobei die Kontur des Querschnitts im verkleinerten Maßstab eingezeichnet wurde. Dabei ist deutlich die Zunahme der Durchbiegungen in Richtung der y -Achse zu erkennen. Außerdem tritt vereinbarungsgemäß keine Verdrehung des Querschnitts auf. Eine Verdrehung der Querschnitte gegeneinander konnte auch bei den Versuchen nicht festgestellt werden. Der Stab weicht danach rascher in Richtung der y -Achse aus und die inneren Kraftgrößen nehmen wegen des Einflusses der Theorie 2.Ordnung überproportional zu. Die Abbildungen 6.2.4 und 6.2.5 zeigen die Momentenverläufe über die Stablänge in Abhängigkeit der Zeit.

Rechnerisch erreicht die Stütze nach 28 Minuten Temperatureinwirkung ihren Versagenszustand und demzufolge keinen im Gleichgewicht mehr befindlichen Tragwerkszustand. Üblicherweise stellt die Versagenszeit den letzten Zeitpunkt dar, bei dem eine Stütze mit ihren Beanspruchungen noch im Gleichgewicht steht. Wird diese Angabe in vollen Minuten vorgenommen so ist in diesem Falle die 27.-te Minute der Versagenszeitpunkt. Der Wert der Determinante der Iterationsmatrix, der die Veränderung des Tragverhaltens bei gefundener Gleichgewichtslage wiedergibt, nimmt vor Erreichen des Versagenszustandes stark ab. Die Abbildung 6.2.6 stellt den Verlauf des Wertes der Determinante als Funktion der Zeit dar. Deutlich ist die Abnahme des Rechenwertes zu erkennen.

Im Versuch trat das Versagen nach 21 Minuten auf. Ich bin der Meinung, daß diese Unterschiede noch im Rahmen der Streuungen der geometrischen Größen, der Materialeigenschaften und des Erwärmungsverhaltens liegen. Wenn man bedenkt mit welcher einfachen Rechenannahmen trotz des hohen Rechenaufwandes diese Ergebnisse erzielt werden, ist es nicht verwunderlich,

daß die Resultate zwischen Rechnung und Versuch nicht identisch sind.

Querschnitt F-F



- = Zeit : 0.000E+0 /Min/
- = Zeit : 5.000E+0 /Min/
- △ = Zeit : 1.200E+01 /Min/
- + = Zeit : 1.800E+01 /Min/
- × = Zeit : 2.400E+01 /Min/
- ◇ = Zeit : 2.500E+01 /Min/
- ⊕ = Zeit : 2.600E+01 /Min/
- × = Zeit : 2.700E+01 /Min/

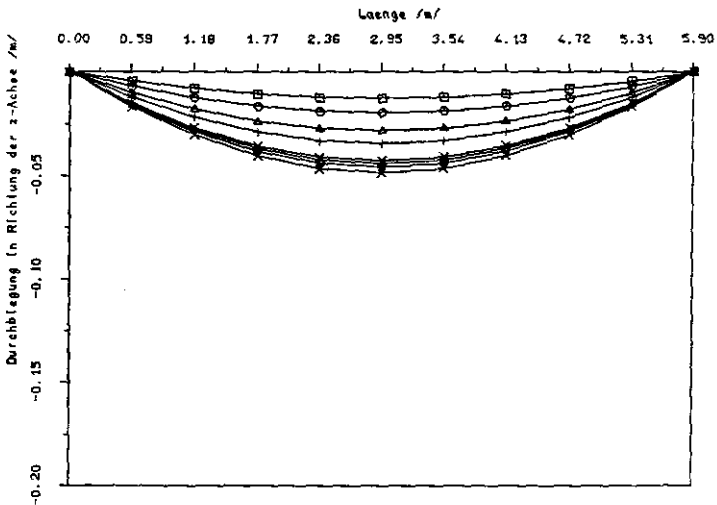
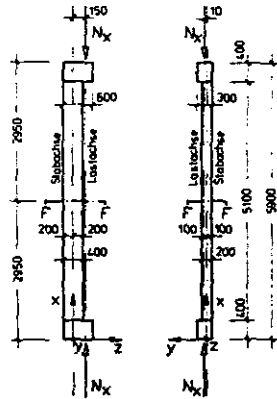
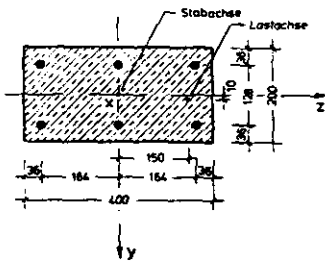


Bild 6.2.1 Durchbiegungen des Stabes in Richtung der z-Achse

Querschnitt F - F



- = Zeit : 0.000E+0 /Min/
- = Zeit : 5.000E+0 /Min/
- ▲ = Zeit : 1.200E-01 /Min/
- + = Zeit : 1.800E-01 /Min/
- x = Zeit : 2.400E-01 /Min/
- ⊙ = Zeit : 2.500E-01 /Min/
- ⊕ = Zeit : 2.600E-01 /Min/
- ⊗ = Zeit : 2.700E-01 /Min/

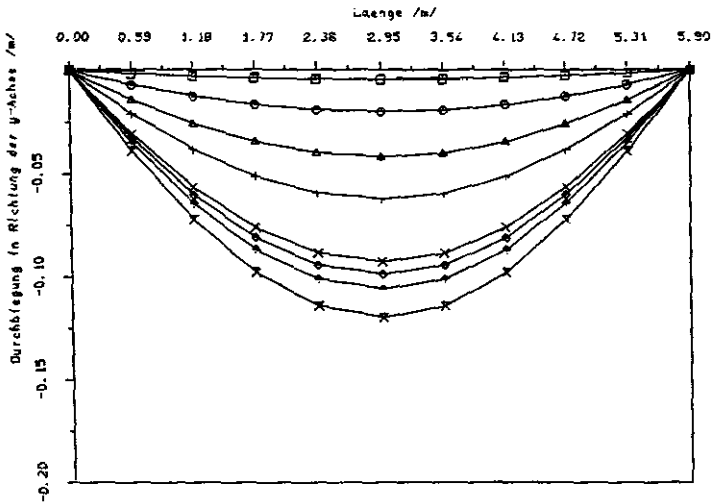


Bild 6.2.2 Durchbiegungen des Stabes in Richtung der y-Achse

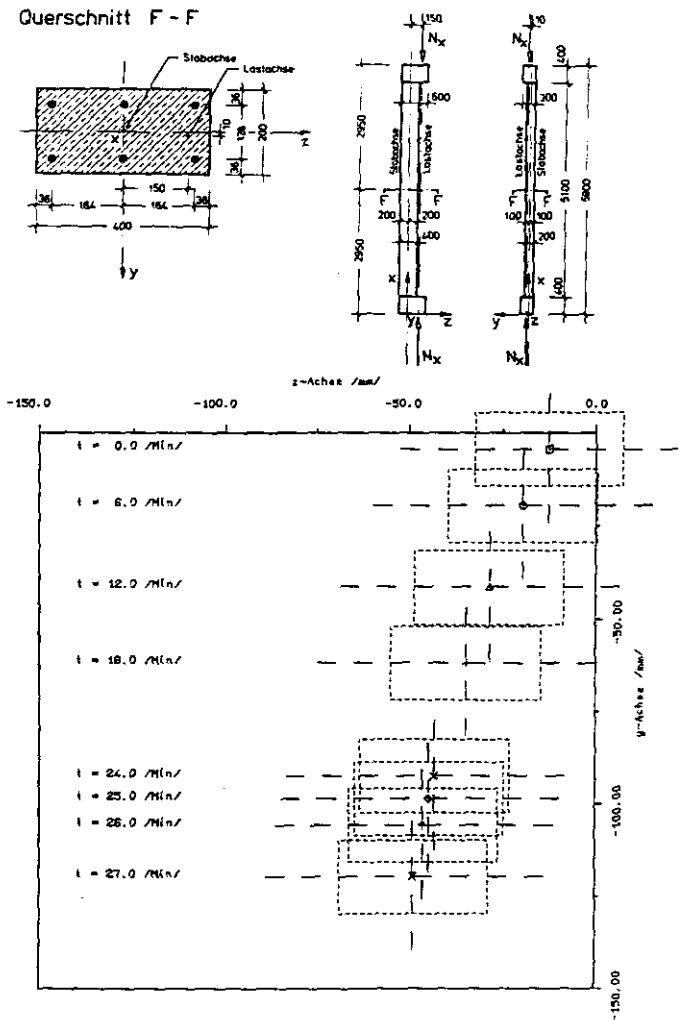
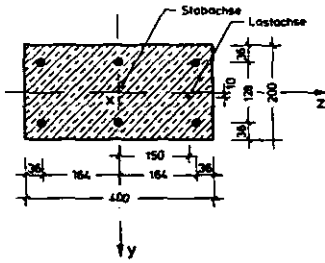


Bild 6.2.3 Verformungen des Querschnitts in Stabmitte

Querschnitt F-F



□	=	Zeit :	0.000E+0	/Min/
○	=	Zeit :	5.000E+0	/Min/
△	=	Zeit :	1.200E+01	/Min/
+	=	Zeit :	1.900E+01	/Min/
×	=	Zeit :	2.400E+01	/Min/
◇	=	Zeit :	2.500E+01	/Min/
+	=	Zeit :	2.600E+01	/Min/
x	=	Zeit :	2.700E+01	/Min/

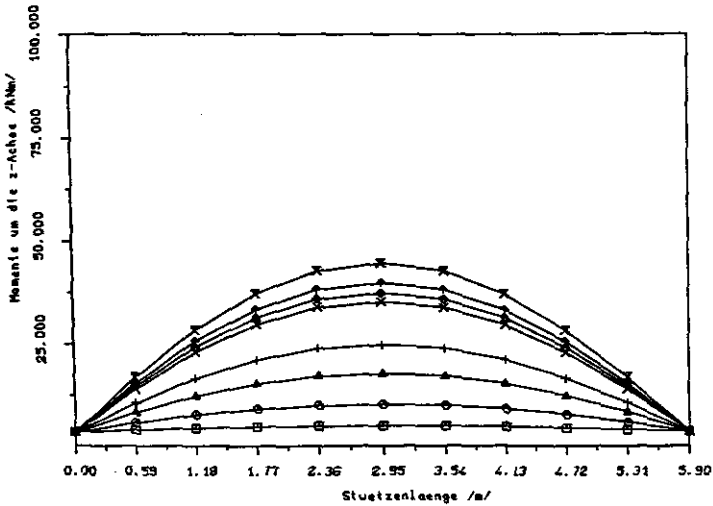
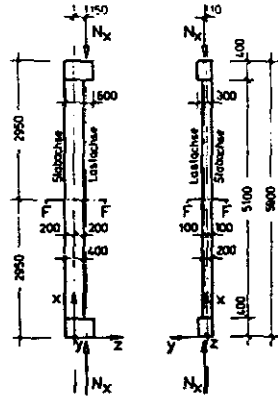
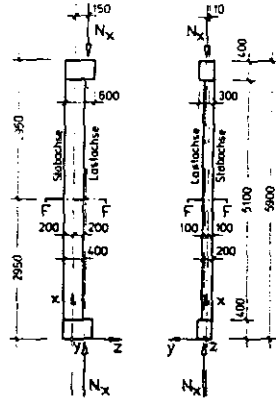
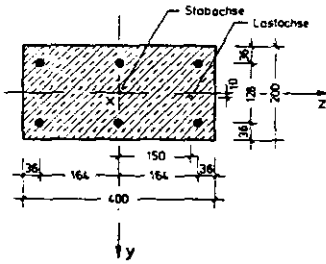


Bild 6.2.4 Biegemomente des Stabes um die z-Achse

Querschnitt F - F



- = Zeit : 0,000E+0 /Min/
- = Zeit : 6,000E+0 /Min/
- △ = Zeit : 1,200E+01 /Min/
- + = Zeit : 1,800E+01 /Min/
- x = Zeit : 2,400E+01 /Min/
- = Zeit : 2,500E+01 /Min/
- ↑ = Zeit : 2,500E+01 /Min/
- x = Zeit : 2,700E+01 /Min/

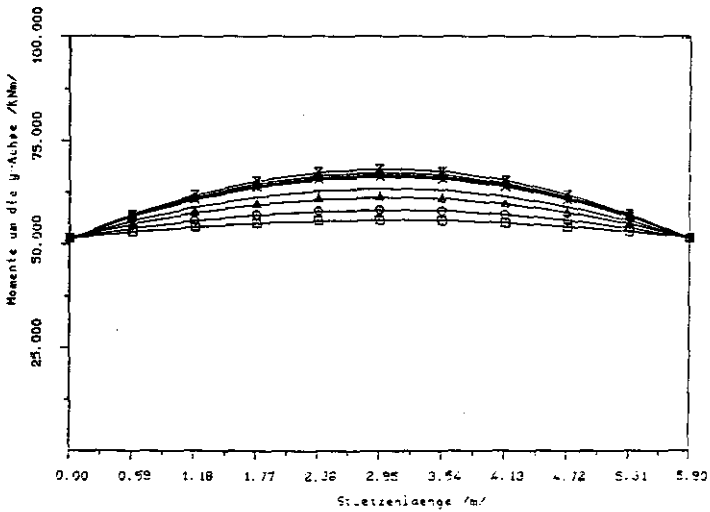


Bild 6.2.5 Biegemomente des Stabes um die y-Achse

Querschnitt F - F

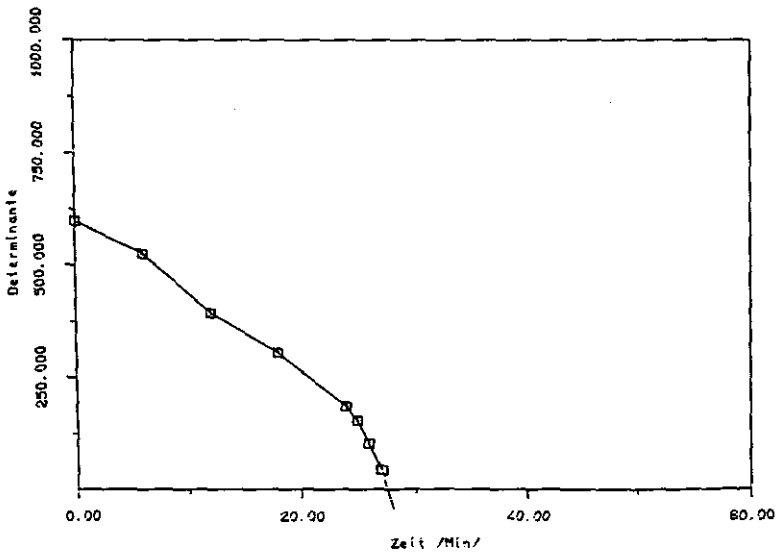
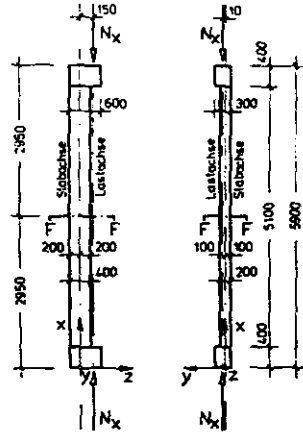
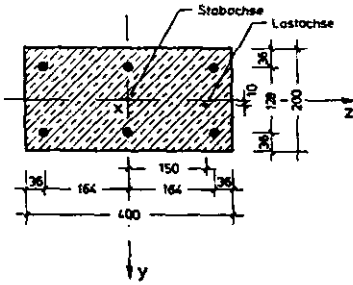


Bild 6.2.6 Rechenwerte der Determinante der Iterationsmatrix als Funktion der Zeit

6.3 Traglastbetrachtungen

Zur Beurteilung der Tragfähigkeit einer zweiachsig biegebeanspruchten Stahlbetonstütze unter hohen Temperaturen erscheint es sinnvoll, die maximale aufnehmbare äußere Belastung in Abhängigkeit der zur verschiedenen Zeiten auftretenden Temperaturverteilungen in den Querschnitten zu ermitteln. Dementsprechend kann dann abgeschätzt werden, welchen Widerstand gegenüber dieser Temperatureinwirkung eine Stütze unter angegebener Belastung hat.

Im folgenden Diagramm 6.3.1 ist die maximal rechnerisch aufnehmbaren Normalkräfte bei gleichbleibender Exzentrizität als Funktion der Zeit aufgetragen. Zusätzlich sind die Kurven infolge jeweils einachsiger exzentrischer Normalkraftbelastung hinzugefügt, um zu verdeutlichen, welchen Einfluß die zweiachsige Beanspruchung ausmacht. Man erkennt, daß die zweiachsig biegebeanspruchte Stütze nach längerer Temperatureinwirkung sich wie eine in Richtung der y -Achse (schwache Achse) belastete Stütze verhält. Dies ist sicherlich dadurch begründet, daß sich infolge der Duchwärmung der Querschnitte die tragfähigen Querschnittsteile zu ungunsten der schwächeren Achse vermindern. Dadurch wird das Steifigkeitsverhältnis von EI_{yy}/EI_{zz} und die Verformungsfähigkeit in Richtung der schwachen Achse größer. Unter Maßgabe des Einflusses der Verformungen auf den Beanspruchungszustand des Querschnitte - Theorie 2.Ordnung - nimmt die Verformung in Richtung der schwachen Achse überproportional zu und führt schließlich zum Versagen der Stütze. Unter Berücksichtigung dieses Verhaltens liegt der Schluß nahe, daß die brandschutztechnische Beurteilung von zweiachsig biegebeanspruchten Stützen durch zwei in ihre Hauptachsenrichtungen getrennte Nachweise durchgeführt werden kann, sofern die hier vorliegenden Voraussetzungen eingehalten

Querschnitt F - F

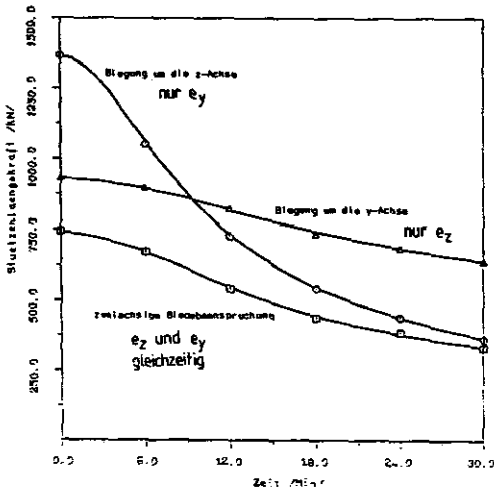
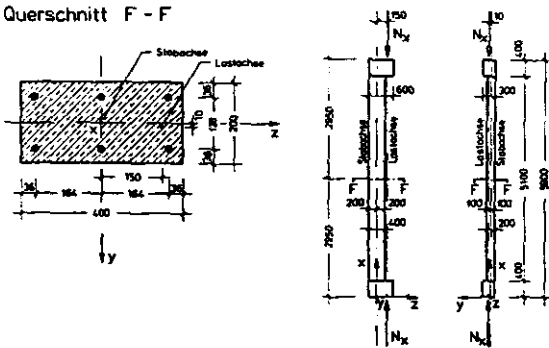


Bild 6.3.1 Traglastkurven als Funktion der Zeit

werden. Eingehendere Parameteruntersuchungen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wurden, würden für die in der Praxis vorkommenden Fälle die notwendigen Ergebnisse liefern.

Der Einfluß der Stablänge auf die maximal rechnerisch aufnehmbare Normalkraft ist für einen bestimmten Einzelfall der Abbildung 6.3.2 zu entnehmen. Die beiden Kurven gelten für Temperatureinwirkungen nach ETK von 30

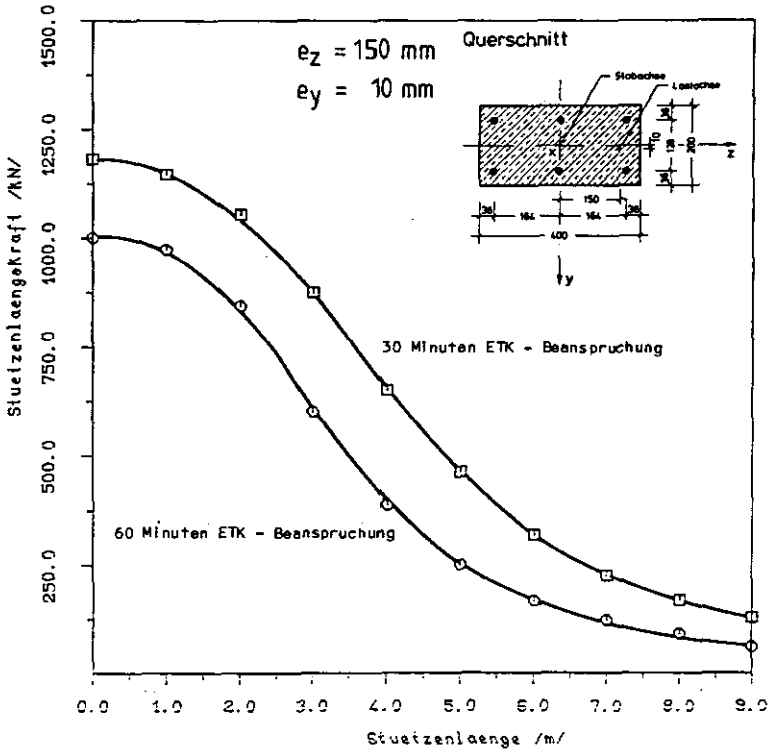


Bild 6.3.2 Traglastkurven als Funktion der Stablänge

und 60 Minuten. Die Abbildung zeigt einen anfänglich raschen Abfall der Traglasten, der sich mit zunehmender Stablänge verkleinert. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da der Einfluß der Durchbiegungen auf das Tragverhalten mit zunehmender Stablänge rasch ansteigt.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Arbeit war es, ein theoretisches Modell zu entwickeln, um zweiachsig biegebeanspruchte Stahlbetonstützen unter hohen Temperaturen zutreffend numerisch behandeln zu können. Bei entsprechender Formulierung der Rechenfunktionen (siehe Kapitel 4) anderer Materialien lassen sich auch Stahl- und Stahl-Verbund-Stützen berechnen. Dieses gilt auch für Stützen unter Raumtemperatur. Die Grundlagen an das zu entwerfende Rechenverfahren sind in Abschnitt 1 dargestellt. Durch die zweiachsige Biegebeanspruchung unter gleichzeitig wirkender Normalkraft, verliert ein Stahlbetonquerschnitt, aufgrund seines Materialverhaltens, wesentlich mehr an Steifigkeit gegenüber einer einachsigen Biegebeanspruchung. Hinzu kommt der steifigkeitsmindernde Einfluß hoher Temperaturen. Daraus folgt, daß für die Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens eine möglichst genaue Kenntnis der Zusammenhänge notwendig ist.

Unter Berücksichtigung des in Kapitel 2 bis 4 beschriebenen theoretischen Modells zur Berechnung zweiachsig biegebeanspruchter Stützen unter hohen Temperaturen konnten die aus Großversuchen hinsichtlich des Trag- und Verformungsverhaltens gewonnenen Ergebnisse an Stahlbetonstützen mit hinreichender Genauigkeit nachgerechnet werden. Eigens dazu wurde ein Programmpaket (PBQST) entwickelt, das zur Berechnung von Querschnitten und Stäben auch unter hohen Temperaturen geeignet ist und die in dieser Arbeit beschriebenen theoretischen Grundlagen enthält. Neben einer Vielzahl von Ein- und Ausgabemöglichkeiten können damit Querschnitts- und Stabberechnungen durchgeführt werden. Die Eingabe der Geometrie, der Rechengesetze der Materialeigenschaften, der Temperaturverteilungen und der statischen Belastung und Lagerungsbedingungen kann

im Rahmen der genannten Voraussetzungen vollständig frei gestaltet werden. Durch vielfältige Möglichkeiten der Ausgabegestaltung können die berechneten Ergebnisse dargestellt und ausgedruckt werden.

Das Berechnungsverfahren zur Ermittlung des Trag- und Verformungsverhaltens eines Stabes setzt sich aus folgenden gedanklich zu trennenden Einzelschritten zusammen:

- Ermittlung der instationären Temperaturverteilungen der Stabquerschnitte durch eine äußere Temperaturbeanspruchung
- Berechnung der Kraftgrößen/Verzerrungs-Beziehungen der Stabquerschnitte infolge der inneren statischen
- Integration der Zustandsgrößen über die Stablängsachse zu einem mit den Randbedingungen verträglichen Gleichgewichtszustand des Stabes

Die Berechnung der instationären Temperaturverteilungen der Stahlbetonquerschnitte wird hauptsächlich durch die Vorgabe einer zeitlich veränderlichen oder auch konstanten äußeren Temperaturbeanspruchung und der dazugehörigen Wärmeübergangsbedingungen beeinflusst. Die daraus hervorgerufenen thermischen Dehnungen ergeben unter Zuhilfenahme der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte stark unsymmetrische Spannungsverteilungen. Aus der Aufsummierung der Spannungen erhält man, die zu dem Verzerrungszustand der Dehnebene zugeordneten Kraftgrößen. Die Integration der Verzerrungsgrößen und der Kraftgrößen über die Längsachse liefert schließlich den inneren Beanspruchungszustand eines Stabes, der mit den äußeren Beanspruchungen im Gleichgewicht steht und die Lagerungsbedingungen erfüllen muß. Da es sich hierbei um hochgradig geometrisch und physikalische nicht-lineare Zusammenhänge handelt, kann die Lösung des

Problems ausschließlich auf iterativem Wege erreicht werden.

In Abschnitt 5 wird in knapper Form auf Großversuche eingegangen, die zu diesem Problem im Sonderforschungsbereich 148 'Brandverhalten von Bauteilen' in Braunschweig durchgeführt wurden. Dabei handelt es sich um relativ schlanke Stahlbetonstützen, die durch eine exzentrisch Normalkrafteinleitung zweiachsig biegebeansprucht wurden. Unter dem Einfluß hoher Temperaturen wurde ein frühzeitiges Versagen festgestellt. Der Vergleich zwischen den Versuchs- und Rechenergebnissen zeigt gute Übereinstimmungen.

Zur Veranschaulichung der dabei auftretenden Phänomene wurde eine detaillierte Nachrechnung an einem ausgewählten Beispiel einer zweiachsigen biegebeanspruchten Stahlbetonstütze unter hohen und unsymmetrisch verteilten Temperaturen durchgeführt. Die rechnerisch ermittelten Ergebnisse sind in Abschnitt 6 zusammengefaßt und erläutert.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß das entwickelte Rechenverfahren zur Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens von zweiachsig biegebeanspruchten Stützen unter hohen Temperaturen vertrauenswürdige Ergebnisse liefert. Wegen der Vielzahl von Einflußgrößen, die sich unterschiedlich auf die Rechenergebnisse auswirken, kann von einer verhältnismäßig guten Übereinstimmung mit dem in den Versuchen beobachteten Tragverhalten gesprochen werden. Zumal verschiedene Größen, wie Ribbildung und räumliche Spannungszustände durch die vorhandenen Rechengesetze nur vereinfacht wiedergegeben werden. Mit dem beschriebenen Rechenmodell lassen sich ebenfalls andere gerade stabförmige Bauteile berechnen, deren Querschnitte aus den verschiedensten Materialien bestehen können. Dabei können neben stationären und

instationären Temperaturverteilungen auch unterschiedliche Belastungen und Lagerungsarten berücksichtigt werden. Eine Vielzahl von geometrischen und physikalischen, linearen und nicht-linearen Beanspruchungen lassen mit Hilfe des dargestellten Rechenmodells behandeln.

Treten neben den vorausgesetzten Einflüssen in zunehmender Weise auch andere Beanspruchungsarten bezüglich eines Stabes auf, so sind diese durch erweiternde theoretische Ansätze zu berücksichtigen. Da jedoch das Materialverhalten unter hohen Temperaturen infolge Torsions- und Querkraftbeanspruchungen von Betonbauteilen überhaupt nicht oder zu mindestens unzureichend geklärt erscheint, müßten hier zunächst eingehende Untersuchungen stattfinden, bevor eindeutige theoretische Ansätze formuliert werden könnten. Ebenso erscheint das Gesamtragverhalten einer komplexen Stahlbetonkonstruktion unter hohen Temperaturen noch nicht hinreichend geklärt zu sein, um die genauen Rückkopplungen zwischen 'kalten' und 'heißen' Bauteilen ermitteln zu können. Insbesondere für den Fall der Eck- und Randstützen lassen sich die tatsächlichen Verhältnisse in Verbindung mit den horizontal aussteifenden Decken nicht zufriedenstellend beurteilen. Dasselbe gilt auch für unsymmetrische Temperaturbeanspruchungen von Teilbereichen der Gesamtkonstruktionen.

8 Literaturverzeichnis

- /1/ Becker, J., Bizri, H., Bresler, B.; FIRE-ST; A Computer-program for the FIRE response of Structures-Thermal; Report No.: UCB FRG 74-1, January 1974
- /2/ Becker, J., Bresler, B.; FIRE-RC; A computer program for the fire response of structures-reinforced concrete frames; Report No. UCB FRG 74-3; July 1974
- /3/ Bronstein - Semendjajew; Taschenbuch der Mathematik; Verlag Harri Deutsch, 1973
- /4/ Haß, R., Klingsch, W.; Parameteruntersuchungen zum Brandverhalten von Stahlbetonstützen - Versuche und theoretische Begleitung; SFB 148, Arbeitsbericht 1978 - 1980, Teil I
- /5/ Hell, F.; Grundlagen der Wärmeübertragung; VDI-Verlag Düsseldorf
- /6/ Herschelmann, F., Rudolph, K.; Berücksichtigung der Betonfeuchtigkeit auf das Erwärmungsverhalten in Stahl-Verbund-Trägern unter Brandbeanspruchung; SFB 148 Arbeitsbericht 1981 - 1983, Teil I
- /7/ Hoffend, F.; Zum Brandverhalten von Stahlbauteilen - Versuchsergebnisse und rechnerische Untersuchungen; SFB 148, Arbeitsbericht 1981 - 1983, Teil I
- /8/ Kersten, R.; Das Reduktionverfahren der Baustatik; Springer-Verlag, 2.Auflage

- /9/ Kordina, K., Meyer-Ottens, C.; Beton Brandschutz-Taschenbuch; Beton-Verlag
- /10/ Kordina, K., Klingsch, W.; Brandverhalten von Stahlstützen im Verbund mit Beton und von Vollprofil-Stützen ohne Beton; Studiengesellschaft für Anwendungstechnik für Eisen und Stahl e.V.; P35; 1983
- /11/ Olsen, P.C.; Benutzeranleitung für die Programme STBSTG und STBSTS; unveröffentlicht
- /12/ Quast, U.; Geeignetes Verfahren für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt; Dissertation 1970, Braunschweig
- /13/ Quast, U.; Programmgesteuerte Berechnungen im Massivbau; Braunschweig, Vorlesungen SS 1978
- /14/ Quast, U., Haß, R., Rudolph, K.; STABA-F; A Computer Program for the Determination of Load-Bearing and Deformation Behaviour of Uni-Axial Structural Elements under Fire Action; Braunschweig, März 1984
- /15/ Richter, E., Scharf, Th., Schmidtke, F.; Benutzeranleitung für die Programme FIRE und SDL-T; unveröffentlicht
- /16/ Richter, F.; Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften von 52 Eisenwerks; Verlag Stahleisen m. b. H., 1973

- /17/ Rudolph, K.; Versuche an zweiachsig biegebeanspruchten Stahlbetonstützen unter hohen Temperaturen; SFB 148 Arbeitsbericht 1984 - 1986, Teil I
- /18/ Schaumann, P.; Zur Berechnung stählerner Bauteile und Rahmentragwerke unter Brandbeanspruchung; Ruhr Universität Bochum, Oktober 1984
- /19/ Schneider, U., Diederichs, U., Weiß R.; Hochtemperaturverhalten von Festbeton; SFB 148 Arbeitsbericht 1975 - 1977, Teil II
- /20/ Schneider, U., Diederichs, U.; Physikalische Eigenschaften von Beton von 20 °C bis zum Schmelzen; Beton + Fertigteil-Technik 3/81
- /21/ Szilard Galgoul, N.; Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung; Dissertation 1978, München Verlag Stahleisen m.b.H.; 1973
- /22/ Wickström, U.; TASEF; A Computerprogram for Temperature Analysis of Structures Exposed to Fire; Report No.: 79-2; Lund Institut of Technology, Sweden

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, die im Selbstverlag herausgegeben wird, sind bisher erschienen: (ISSN 0178-5796)

- Heft 1: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öligler Holzschutzmittel (Dissertation). (1962)
von Rolf Deters -vergriffen-
- Heft 2: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. (1963)
von Karl Kordina -vergriffen-
- Heft 3: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen (Diss.) (1963).
von Josef Eibl -vergriffen-
- Heft 4: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung. Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos. (1964)
von Karl Kordina und Josef Eibl -vergriffen-
- Heft 5: Über den Schalungsdruck von Frischbeton (Diss.). (1964)
von Helmut Ertingshausen
- Heft 6: Transportphänomene in Betonporen (Diss.). (1966)
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. (Diss.) (1967).
von Herbert Ehm -vergriffen-
- Heft 8: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (Diss.). (1967)
von Joachim Steinert -vergriffen-
- Heft 9: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln (Diss.). (1967)
von Axel Lämmke -vergriffen-
- Heft 10: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger und gerader, flächenartiger Träger (Diss.) (1968).
von Kamal Fouad Rafia -vergriffen-
- Heft 11: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten - Brazier-Effekt - (Diss.). (1968)
von György Iványi -vergriffen-
- Heft 12: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der Klasse A 2. (1969)
von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-

- Heft 13: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes. (Diss.) (1969).
von Günther Fuchs -vergriffen-
- Heft 14: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff. (1970)
von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 15: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongütewürfeln und -bohrproben (Diss.). (1970)
von Ralf Lewandowski -vergriffen-
- Heft 16: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten. (Diss.) (1970).
von Fritz Joachim Neubauer -vergriffen-
- Heft 17: Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton. (1970)
von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung - Grundlagen und Bemessungsvorschläge -. (Diss.) (1971).
von Wilfried Bödeker
- Heft 19: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften - Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken -. (1971)
von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 20: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern (Diss.). (1972)
von Kurt Liermann
- Heft 21: Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerksrahmen aus Stahlbeton. (Diss.) (1972).
von Béla Jankó
- Heft 22: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse (Diss.). (1972)
von Ulf Nürnberger
- Heft 23: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung. (Diss.) (1972).
von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 24: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand (Diss.). (1973)
von Hassan Taha El-Arousy

- Heft 25: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (Diss.). (1973)
von Günter Rieche
- Heft 26: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons (Diss.). (1974)
von Eckhard Tennstedt
- Heft 27: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (Diss.) (1973).
von Ulrich Schneider -vergriffen-
- Heft 28: Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (Diss.). (1974)
von Jürgen Neisecke -vergriffen-
- Heft 29: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern. (1974)
von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken. (1974)
von Josef Eibl und György Iványi -vergriffen-
- Heft 31: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau. (1974)
von Karl Kordina und Béla Jankó
- Heft 32: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten (Diss.) (1976).
von Olaf Hjorth -vergriffen-
- Heft 33: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung. (Diss.) (1976).
von Wolfram Klingsch -vergriffen-
- Heft 34: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton (Diss.). (1977)
von Farid Djamous -vergriffen-
- Heft 35: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall (Diss.). (1977)
von Ataman Haksever -vergriffen-
- Heft 36: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden (Diss.) (1977).
von Karl-Heinz Storkebaum
- Heft 37: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall (Diss.). (1977)
von Rolf Bechtold

- Heft 38: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten. (1978)
von Joachim Steinert
- Heft 39: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone (Diss.) (1978).
von Rolf Weiß
- Heft 40: Zum Schwingkriechen von Beton (Diss.). (1978)
von Willi Alda
- Heft 41: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (Diss.). (1979)
von Manfred Teutsch
- Heft 42: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. (Habil.-Schr.)(1979).
von Ulrich Schneider -vergriffen-
- Heft 43: Veröffentlichungen 1967 - 1979.(1979).
- Heft 44: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde. (1979)
von Karl Kordina und Helmut Fröning
- Heft 45: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung. (Diss.) (1980).
von Volker Henke -vergriffen-
- Heft 46: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil 1). (1981)
von Ulrich Schneider und Aysen Haksever -vergriffen-
- Heft 47: Partiiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken - Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell - (Diss.). (1981)
von Robert Walter
- Heft 48: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit (Diss.). (1981)
von Björn Svensvik
- Heft 49: Veröffentlichungen 1967 - 1981.(1981).
- Heft 50: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. (1982)
von Surendra K. Ojha
- Heft 51: Zusammenstellung und Anwendung Bayes'scher Verfahren bei der Stichprobenbeurteilung. (1982)
von Volker Henke

- Heft 52: Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitten bei natürlichen Bränden (Habil.-Schr.TU Istanbul). (1982)
von Ataman Haksever
- Heft 53: Untersuchung des RiB- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbetonbauteile (Diss.). (1982)
von Viggo Weber ISBN 3-89288-017-4
- Heft 54: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton - Geklebte Bewehrung -. (Diss.) (1982).
von Ernst-Holger Ranisch ISBN 3-89288-010-7
- Heft 55: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton. (Diss.) (1982).
von Günter Wiedemann -vergriffen-
- Heft 56: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen(Diss.)(1982).
von Reiner Timm ISBN 3-89288-018-2
- Heft 57: Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton bei hohen Temperaturen (Diss.). (1983)
von Ulrich Diederichs ISBN 3-89288-019-0
- Heft 58: Wärmebilanzrechnungen in Verbindung mit Versuchen in Brandräumen (Teil II). (1983)
von Ulrich Schneider ISBN 3-89288-020-4
- Heft 59: Wärmebilanzrechnungen in Brandräumen unter Berücksichtigung der Mehrzonenmodellbildung (Teil III). (1983)
von Dobbernack; Schneider ISBN 3-89288-021-2
- Heft 60: Verbesserungen und Erweiterungen von Ultraschallprüfverfahren zur zerstörungsfreien Fehlstellen- und Qualitätskontrolle von Betonbauteilen (Diss.). (1983)
von Wolfgang Hillger ISBN 3-89288-014-X
- Heft 61: Zur Wirklichkeitsnähe der Lastannahmen in Silovorschriften für Zellen aus Stahlbeton und Spannbeton. (Diss.)(1984).
von Franz Blume ISBN 3-89288-013-1
- Heft 62: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton - Tragverhalten, Berechnung, Bemessung - (Diss.). (1984)
von Diederich Nölting ISBN 3-89288-012-3
- Heft 63: Tragverhalten von Stahlbetonplatten im baupraktischen Einbauzustand bei Brandbeanspruchung (Diss.). (1985)
von Jürgen Wesche ISBN 3-89288-009-3
- Heft 64: Untersuchungen zur Technologie des Gleitschalungsbau (Diss.). (1985)
von Siegfried Droese ISBN 3-89288-000-X

- Heft 65: Forschungsarbeiten 1978 -1983. (1984)
Hrsg.: Inst. für Baustoffe ISBN 3-89288-001-8
- Heft 66: Einfluß der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit
von Spannbetonbalken. (Diss.)(1985).
von Josef Hegger ISBN 3-89288-002-6
- Heft 67: Zum Tragverhalten von Verankerungen für hochfeste
Stäbe aus Glasfaserverbundwerkstoff als Bewehrung
im Spannbetonbau (Diss.). (1985)
von Bernhard Kepp ISBN 3-89288-003-4
- Heft 68: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbund-
verhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben
(Diss.). (1985)
von Helmut Sager ISBN 3-89288-004-2
- Heft 69: Zur praxiserichteten brandschutztechnischen Beur-
teilung von Stützen aus Stahl und Beton (Diss.).
(1986)
von Rüdiger Haß ISBN 3-89288-005-0
- Heft 70: 17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschus-
ses für Stahlbeton. März 1986. Kurzfassungen
der Beiträge. (1986) ISBN 3-89288-006-9
- Heft 71: Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton
unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Tempe-
raturen. (Diss.) (1986).
von Christian Ehm ISBN 3-89288-007-7
- Heft 72: Zum Riß- und Verformungsverhalten von stahlfaser-
verstärkten Stahlbetonstäben unter Längszug.
(Diss.). (1986).
von Kurt Hartwich ISBN 3-89288-008-5
- Heft 73: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und
Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. (Diss.).
(1987).
von Jochen Scheuermann ISBN 3-89288-011-5
- Heft 74: Strukturorientierte Analyse und Modellbeschrei-
bung der thermischen Schädigung von Beton.
(Diss.). (1987).
von Konrad Hinrichsmeyer ISBN 3-89288-015-8
- Heft 75: Fachseminar Neue Bemessungsregeln durch Änderung
der Stahlbeton- und Spannbetonvorschriften DIN
1045, DIN 4227. Kurzfassungen der Beiträge.
(1986). ISBN 3-89288-022-0
- Heft 76: Zum Einfluß erhöhter Temperatur auf Festigkeit
und Verformung von Beton mit unterschiedlichen
Feuchtegehalten. (Diss.). (1987).
von Harald Budelmann ISBN 3-89288-016-6

- Heft 77: Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normalbeton unter Zugbeanspruchung. (Diss.). (1987).
von Fritz Großmann ISBN 3-89288-023-9
- Heft 78: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen. (Diss.). (1987).
von Annette Rohling ISBN 3-89288-024-7
- Heft 79: Zwangrißbildung und Bewehrung von Stahlbetonwänden auf steifen Unterbauten. (Diss.). (1987).
von Wolfgang Henning ISBN 3-89288-025-5
- Heft 80: Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spannbetonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze (Diss.). 1987.
von Ekkehard Richter ISBN 3-89288-026-3
- Heft 81: Nichtlineare Berechnung ebener Stahlbetonflächen-tragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung. (Diss.). (1987).
von Michael Kiel ISBN 3-89288-027-1
- Heft 82: Polymerspezifische Auswirkungen auf das Tragverhalten modifizierter zementgebundener Betone (PCC). (Diss.). (1988).
von Andreas Konietzko ISBN 3-89288-028-X
- Heft 83: Zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen unter besonderer Berücksichtigung der schiefen Biegung (Diss.). (1988).
von Rainer Grzeschkowitz ISBN 3-89288-030-1
- Heft 84: Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter partieller Brandbeanspruchung (Diss.). (1988).
von Jürgen Wiese ISBN 3-89288-031-X
- Heft 85: Traglastberechnung zweiachsig biegebeanspruchter Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung (Diss. 1987). (1988).
von Karl Rudolph ISBN 3-89288-032-8

