

2672-284 1

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

**ZUM TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN
SCHLANKER STAHLBETONSTÜTZEN
UNTER BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG
DER SCHIEFEN BIEGUNG**

von
Rainer Grzeschkowitz

Heft 83

BRAUNSCHWEIG

1988

ISBN 3-89288-030-1
ISSN 0178-5796

F. R + TA+ (Tabelle Braunschweig (Qualitätsbeurteilung))

Diese Arbeit ist die vom Fachbereich für Bauingenieur-
und Vermessungswesen der Technischen Universität Braun-
schweig genehmigte Dissertation des Verfassers.

Eingereicht am: 24.03.1988

Mündliche Prüfung am: 30.06.1988

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. H. Duddeck

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. D. Hossler

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. U. Quast

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig.

Anregung zu dieser Arbeit erhielt ich durch die Bearbeitung von Forschungsarbeiten zum Themengebiet "zweiachsiges Knicken von Stahlbetonstützen", die dankenswerterweise vom niedersächsischen Minister für Wissenschaft und Kunst sowie vom Minister für Stadtentwicklung, Wohnen und Verkehr des Landes Nordrhein-Westfalen in finanzieller Hinsicht gefördert wurden.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hossler für seine stete Diskussionsbereitschaft in der entscheidenden Phase der Arbeit und für die Übernahme der Berichterstattung.

Ebenso danke ich den Herren Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Heinz Duddeck und Prof. Dr.-Ing. Ulrich Quast für die Mitberichterstattung und die Förderung der Arbeit durch viele sachdienliche Hinweise.

Herrn o. Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Karl Kordina danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Abschließend soll allen Mitarbeitern des Institutes gedankt sein, deren Unterstützung und Mitarbeit an den verschiedenen Forschungsvorhaben diese Arbeit erst ermöglichte.

Braunschweig, im August 1988



INHALTSVERZEICHNIS

BEZEICHNUNGEN	VI
1 EINLEITUNG	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung der Arbeit	4
1.3 Gliederung der Arbeit	5
2 GRUNDLAGEN UND STAND DES WISSENS	7
2.1 Allgemeines	7
2.2 Baupraktische Gegebenheiten bei Stahlbetonstützen, ein Modell von der Wirklichkeit	7
2.3 Umsetzung des Modells von der Wirklichkeit in ein Rechenmodell	10
2.3.1 Im Rechenmodell berücksichtigte Einflußgrößen	10
2.3.2 Rechenvereinfachungen und Idealisierungen	11
2.4 Methoden zur Berechnung von Stahlbetonstäben	13
2.4.1 Allgemeines	13
2.4.2 Rechenverfahren	13
2.4.3 Iterationsverfahren	14
2.4.4 Querschnittsintegration	14
2.4.5 Spannungsdehnungslinien für den Beton	15
2.4.6 Spannungsdehnungslinien für den Betonstahl	16
2.5 Literaturüberblick	16
2.5.1 Allgemeines	16
2.5.2 Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung	16
2.5.3 Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons auf Zug ...	21

3	DAS WERKSTOFFVERHALTEN DES STAHLBETONS	23
3.1	Allgemeines	23
3.2	Anforderungen an die numerische Formulierung der Spannungsdehnungslinien	23
3.3	Stoffgesetze des Betons	25
3.3.1	Allgemeines	25
3.3.2	Die Spannungsdehnungslinie der Betondruckzone	27
3.3.3	Die Spannungsdehnungslinie der Betonzugzone	29
3.4	Stoffgesetze für den Betonstahl	32
3.5	Verbund zwischen Beton und Betonstahl	34
3.5.1	Allgemeines	34
3.5.2	Berücksichtigung der Ribbildung	35
3.5.3	Installiertes Betongesetz im Zugbereich	36
3.5.4	Einschränkungen	41
3.6	Zusammenfassung	43
4	BESCHREIBUNG DES RECHENMODELLS	45
4.1	Allgemeines	45
4.2	Das Rechenprogramm STBSTS	45
4.3	Erweiterung der Aufgabenstellung - das Programm STBSTZ	49
4.3.1	Allgemeines	49
4.3.2	Rechenannahmen und Idealisierungen	49
4.3.3	Lösungsverfahren	50
4.3.4	Nichtlineare Berechnung eines Stahlbetonstabes	51
4.3.5	Querschnittsanalyse	54
4.3.6	Integration der Spannungen und Steifigkeiten eines zweiachsig beanspruchten Stahlbetonquerschnittes ...	57
4.3.7	Iteration des Querschnittgleichgewichts	59
4.3.8	Änderung des Iterationsverfahrens des Gesamtstabes zur Verbesserung der Konvergenz	61
4.4	Zusammenfassung	63

5	VERIFIKATION DES RECHENMODELLS	65
5.1	Allgemeines	65
5.2	Planmäßig zweiachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt	65
5.3	Planmäßig zweiachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit I-förmigem Querschnitt	71
5.4	Planmäßig einachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt	72
5.5	Zusammenfassung	74
6	STUDIE ZUM TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN SEHR SCHLANKER STAHLBETONSTÜTZEN	75
6.1	Allgemeines	75
6.2	Untersuchung zum Trag- und Verformungsverhalten von sehr schlanken Stahlbetonstützen	75
6.2.1	Allgemeines	75
6.2.2	Einfluß der Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit	75
6.2.3	Variation der Werkstoffkennwerte	77
6.2.4	Vereinfachte Berücksichtigung des wirklichkeitsnahen Ursprungsmoduls des Betons	79
6.2.5	Einfluß der Lastexzentrizität e_y	81
6.3	Versagenskriterien	84
6.3.1	Allgemeines	84
6.3.2	Gerade Biegung	85
6.3.3	Schiefe Biegung	86
6.4	Ableitungen am Stahlbetonrechteckquerschnitt	86
6.4.1	Allgemeines	86
6.4.2	Transformation ins Hauptachsensystem	87
6.4.3	Zusammenhang zwischen Momentenvektor und Krümmungs- vektor	89
6.4.4	Berechnung der Lage der Dehnungsnulllinie	90
6.4.5	Wertung	91

6.5	Grundlagenrechnungen für die Entwicklung eines Näherungsverfahrens	91
6.5.1	Allgemeines	91
6.5.2	Traglastkurven	92
6.5.3	Kontrolle des Versagenskriteriums	96
6.6	Zusammenfassung der Ergebnisse	99
7	HINWEISE ZUR NÄHERUNGSWEISEN BERECHNUNG SEHR SCHLANKER STAHLBETONSTÜTZEN	101
7.1	Allgemeines	101
7.2	Geltende Vorschriften	101
7.3	Das seitliche Ausweichen einachsig gedrückter Stützen	103
7.4	Kurzer Überblick über Bemessungsverfahren für schlanke Stützen unter schiefer Biegung	106
7.4.1	Allgemeines	106
7.4.2	Näherungsverfahren für schiefe Biegung	107
7.4.3	Bemessungshilfen	108
7.5	Untersuchung des Rafla-Verfahrens	108
7.6	Entwurf eines Näherungsverfahrens	110
7.6.1	Allgemeines	110
7.6.2	Ermittlung der äquivalenten Exzentrizitäten	111
7.6.3	Ablauf einer näherungsweisen Berechnung	114
7.6.4	Wertung	115
7.7	Zur Frage der ungewollten Ausmitte	115
7.7.1	Allgemeines	115
7.7.2	Anwendung für schiefe Biegung	117
7.7.3	Eigener Vorschlag	118
7.8	Zusammenfassung	119

8	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	121
8.1	Ausgangsposition	121
8.2	Zielsetzung	121
8.3	Durchführung	122
8.4	Schlußfolgerungen und Ausblick	123
9	LITERATUR	125
ANHANG		131

BEZEICHNUNGEN

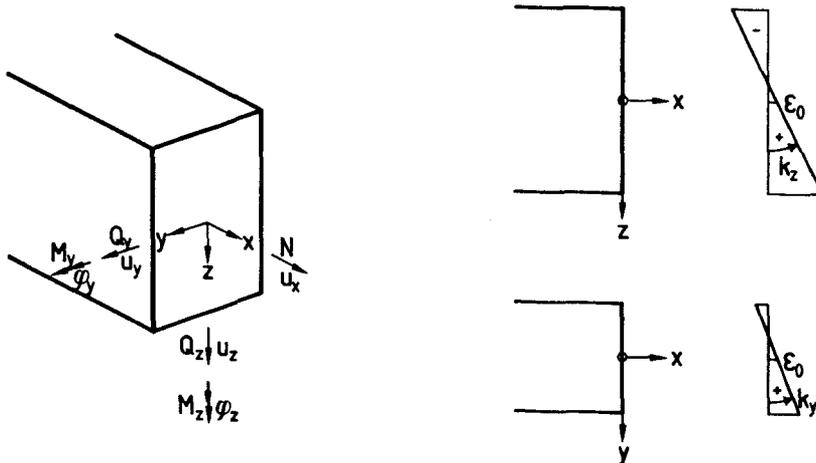
Die folgenden Begriffe und Formelzeichen richten sich weitestgehend nach den Vorgaben in DIN 1080, Teil 1 (6.76) und Teil 3 (3.80) sowie ergänzend nach DIN 1045 (12.78).

$b, (b_y)$	Querschnittsbreite
$d, (b_z)$	Querschnittshöhe
h	Nutzhöhe des Querschnitts
d_1	Abstand der Druckbewehrung vom Betondruckrand
d_2	Abstand der Zugbewehrung vom Betonzugrand
x	Stablängsachse
y	Koordinatenachse
z	Koordinatenachse
F_x, N	Längskraft, Normalkraft
F_y, Q_y	Querkraft in y -Richtung
F_z, Q_z	Querkraft in z -Richtung
M_y, M	Biegemoment um die y -Achse
M_z	Biegemoment um die z -Achse
u_x	Verschiebung in Richtung der Längsachse x
u_y	Ausbiegung in Richtung der y -Achse
u_z	Ausbiegung in Richtung der z -Achse
φ_y	Drehung um die y -Achse
φ_z	Drehung um die z -Achse
A	Querschnittsfläche $A = \int dA$
A_y	Flächenmoment 1. Grades (Statisches Moment) um die y -Achse $A_y = \int y \cdot dA$
A_z	Flächenmoment 1. Grades (Statisches Moment) um die z -Achse $A_z = \int z \cdot dA$
A_{yy}	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment) um die y -Achse $A_{yy} = \int y^2 \cdot dA$
A_{yz}	Flächenmoment 2. Grades (gemischtes Trägheitsmoment) $A_{yz} = \int y \cdot z \cdot dA$
A_{zz}	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment) um die z -Achse $A_{zz} = \int z^2 \cdot dA$
A_s	Fläche der Bewehrung
A_b	Betonfläche
e	Lastexzentrizität $e = M/N $
e_y	Lastexzentrizität in y -Richtung $e_y = -M_z/N$
VI	

e_z	Lastexzentrizität in z-Richtung $e_z = M_y/N$
E_b	Elastizitätsmodul des Betons
E_0	Ursprungsmodul des Betons
E	Tangentenmodul
E_s	Elastizitätsmodul des Stahls
ϵ	Dehnung oder Stauchung
k	Krümmung
ϵ_0	Dehnung/Stauchung im Koordinaten-Nullpunkt
k_y	Krümmung in y-Richtung (= Krümmung um die z-Achse)
k_z	Krümmung in z-Richtung (= Krümmung um die y-Achse)
β_R	Rechenwert der Betonfestigkeit, Scheitelwert
β_P	Prismenfestigkeit des Betons
β_W	Würfeldruckfestigkeit des Betons
	β_{W150} für 150er Würfel
	β_{W200} für 200er Würfel
β_{WN}	Nennfestigkeit des Betons
β_{WS}	Serienfestigkeit des Betons
β_{BZ}	Biegezugfestigkeit des Betons
	$\beta_{BZ,5}$ 5%-Fraktile
	$\beta_{BZ,95}$ 95%-Fraktile
ϵ_{bS}	Scheitelstauchung des Betons
ϵ_{bu}	maximale Stauchung des Betons
ϵ_{BZ}	Rißdehnung des Betons
ϵ_{zu}	Dehnung, bei der die Mitwirkung des Betons auf Zug endet
β_S	rechnerische Streckgrenze des Bewehrungsstahls
ϵ_{sS}	Dehnung (Stauchung) an der Streckgrenze des Bewehrungsstahls
ϵ_{su}	maximale Dehnung (Stauchung) der Bewehrung
μ	Geometrisches Bewehrungsverhältnis $\mu = A_s/A_b$
ω	Mechanisches Bewehrungsverhältnis $\omega = \mu \cdot \beta_S / \beta_R$
σ_b	Spannung des Betons
σ_s	Spannung des Bewehrungsstahls
d_s	Durchmesser des Bewehrungsstabes
s	Stablänge
s_K	Knicklänge
e_v	ungewollte Ausmitte
γ	Sicherheitsbeiwert
λ	Schlankheit

EA	Dehnsteifigkeit des Querschnitts $EA = \int E \cdot dA$
EA _y	Steifigkeit des Querschnitts $EA_y = \int E \cdot y \cdot dA$
EA _z	Steifigkeit des Querschnitts $EA_z = \int E \cdot z \cdot dA$
EA _{yy}	Biegesteifigkeit des Querschnitts $EA_{yy} = \int E \cdot y^2 \cdot dA$
EA _{yz}	Steifigkeit des Querschnitts $EA_{yz} = \int E \cdot y \cdot z \cdot dA$
EA _{zz}	Biegesteifigkeit des Querschnitts $EA_{zz} = \int E \cdot z^2 \cdot dA$
EA ₀	Ursprungsdehnsteifigkeit des Querschnitts $EA_0 = \int E_0 \cdot dA$
EA _{y0}	Ursprungssteifigkeit des Querschnitts $EA_{y0} = \int E_0 \cdot y \cdot dA$
EA _{z0}	Ursprungssteifigkeit des Querschnitts $EA_{z0} = \int E_0 \cdot z \cdot dA$
EA _{yy0}	Ursprungsbiegesteifigkeit des Querschnitts $EA_{yy0} = \int E_0 \cdot y^2 \cdot dA$
EA _{yz0}	Ursprungssteifigkeit des Querschnitts $EA_{yz0} = \int E_0 \cdot y \cdot z \cdot dA$
EA _{zz0}	Ursprungsbiegesteifigkeit des Querschnitts $EA_{zz0} = \int E_0 \cdot z^2 \cdot dA$
r _v	Verbundspannung
() ^I	() nach Theorie 1. Ordnung
() ^{II}	() nach Theorie 2. Ordnung
() _I	() nach Zustand I
() _{II}	() nach Zustand II

Koordinatensystem und Vorzeichenregeln



1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

Das Bestreben, wirtschaftlicher zu bauen, führt zu einer immer stärkeren Ausschöpfung der Tragfähigkeit der Bauteile. Ein Beispiel sind sehr schlanke Stahlbetonstützen und -pfeiler. Diese sind meist planmäßig einachsig beansprucht; tatsächlich treten jedoch aufgrund der Randbedingungen und der Imperfektionen zweiachsige Beanspruchungen auf. Sie können bei vom Quadrat abweichenden Querschnittsformen zu drastischen Tragfähigkeitseinbußen führen. DIN 1045 berücksichtigt diese Imperfektionen quer zur Lastebene bei einachsiger Lastausmitte nicht.

Die wirklichkeitsnahe Berechnung von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonstützen ist mit der heute verfügbaren Rechentchnik kein grundsätzliches Problem mehr, dafür stehen eine Reihe von Programmen zur Verfügung. Deutlich schlechter sieht es im Bereich der vereinfachten Berechnung aus. Wie die Untersuchungen von Olsen und Quast /O-Q82/ zeigen, ist im Moment in DIN 1045 (12.78) kein Näherungsverfahren niedergelegt, welches auf einfache Weise eine sichere Bemessung der häufigsten in der Praxis auftretenden Last- und Lagerungsfälle gestattet. Die angebotenen Näherungsverfahren

- Getrennte Nachweise für jede Hauptachsenrichtung und
- das Verfahren nach Heft 220 des DAfStb /GKQ79/

weisen Schwächen auf, wenn die Stützen in den beiden Hauptachsenrichtungen sehr unterschiedliche Schlankheiten haben. Dabei ist es gleichgültig, ob diese Schlankheitsunterschiede aus den Lagerungsbedingungen oder aus dem Seitenverhältnis resultieren. Ursache dafür ist, daß diese Näherungsverfahren das Trag- und Verformungsverhalten einer zweiachsig gedrückten Stahlbetonstütze auf das allgemein bekannte Verhalten einer einachsig gedrückten Stütze zurückführen. Das Verhalten der schief gebogenen Stütze unterscheidet sich jedoch so grundlegend vom Verhalten der gerade gebogenen Stütze, daß diese Näherungsnachweise nur unter gewissen Randbedingungen gelingen können. Entsprechende

Anwendungsgrenzen sind jedoch in DIN 1045 und in den dort benannten Bemessungshilfen nicht vollständig angegeben.

Somit erscheint es angebracht, das Trag- und Verformungsverhalten von sehr schlanken Stahlbetonstützen näher zu untersuchen, um die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von gerader und schiefer Biegung herauszuarbeiten. Dabei soll das besondere Interesse der sehr schlanken, zweiachsig exzentrisch gedrückten Stahlbetonstütze gelten. Der Sonderfall der einachsig exzentrisch gedrückten Stütze wird in Hinblick auf das Seitwärtsknicken und aus Vergleichsgründen im angemessenen Umfang berücksichtigt.

Die Bemessung von Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt gehört zu den Standardaufgaben des Bauingenieurs. Für gerade Biegung sind ihm dafür eine Reihe von bewährten Bemessungshilfen an die Hand gegeben, wie sie beispielsweise in Heft 220 des DAFStb /GKQ79/ aufgeführt sind. Diese bauen auf dem sogenannten Ersatzstabverfahren auf, bei dem ersatzweise eine beidseitig gelenkig gelagerte Stütze berechnet wird. Die tatsächlichen Randbedingungen werden indirekt über die Knicklänge des Ersatzstabes berücksichtigt. Dann kann der mechanische Bewehrungsgrad unter Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte und des Kriecheinflusses einfach aus den Nomogrammen von Kordina/Quast /GKQ79/ abgelesen werden. Setzt man voraus, daß ein Seitwärtsknicken der Stütze durch konstruktive Maßnahmen ausgeschlossen wird, ist so eine einfache und sichere Bemessung möglich.

Für schiefe Biegung trifft dies nicht im gleichen Maße zu. Hier sind vergleichbare, einfache Bemessungshilfen auch kaum vorstellbar, da die Anzahl der kombinierbaren Parameter deutlich größer ist. Schon die grafische Aufbereitung bereitet Probleme, da mit den drei Schnittgrößen N , M_y und M_z bereits die drei Dimensionen eines Diagramms vergeben sind. Ein allgemeiner Zusammenhang wäre nur in einem mindestens vierdimensionalen Bild darstellbar.

Da das Trag- und Verformungsverhalten der gerade gebogenen Rechteckstütze grundsätzlich erforscht ist, lag es nahe, das zweiachsige Problem zu vereinfachen und auf das einachsige Problem zu reduzieren. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, daß die

verfügbaren Bemessungshilfen für einachsige Biegung genutzt werden können. Von Nachteil ist allerdings, daß die dem Stahlbeton anhaftenden Eigenschaften, insbesondere das nichtlineare Materialverhalten und die Ribbildung, nicht gebührend beachtet sind. Aufgrund dieser beiden Eigenschaften muß nämlich eine Interaktion der beiden Hauptachsenrichtungen berücksichtigt werden.

In DIN 1045 (12.78) wird für zweiachsig exzentrisch gedrückte Stützen folgende Regelung getroffen:

- Wenn die Exzentrizität der Last nur unwesentlich von einer der beiden Hauptachsen abweicht, dürfen getrennte Nachweise für jede der beiden Hauptachsenrichtungen geführt werden. Die größere der beiden ermittelten Bewehrungsmengen ist dann einzulegen.
- Sind größere Lastexzentrizitäten für beide Hauptachsenrichtungen zu berücksichtigen, ist ein strenger Nachweis zu führen. Zur Vereinfachung darf jedoch das im Heft 220 /GKQ79/ angegebene Näherungsverfahren verwendet werden, das von Rafla /Raf74/ entwickelt wurde.

Erst die zunehmende Verbreitung leistungsfähiger Rechenanlagen erlaubte eine strenge Berechnung von zweiachsig exzentrisch belasteten Stahlbetonstützen. Mit Hilfe eines solchen Programmes stellte Galgoul /Gal78/ als einer der ersten fest, daß unter gewissen Randbedingungen, nämlich wenn die Schlankheiten der beiden Hauptachsenrichtungen deutlich voneinander abweichen, mit den in DIN 1045 angegebenen Näherungsverfahren die Tragfähigkeit der Stützen zum Teil drastisch überschätzt wird. Er prägte auch den Begriff "Seitwärtsknicken", der zum Ausdruck bringen soll, daß in diesen Fällen die Ausbiegerichtung deutlich von der Lastebene abweicht. Diesen Umstand hatte Habel schon im Jahre 1958 in seinem Aufsatz "Knicken senkrecht zur Kraftebene" /Hab58/ diskutiert. Lehren daraus wurden jedoch vorerst nicht gezogen. Olsen und Quast griffen die Problematik auf und führten mit den von Olsen entwickelten Programmen STBSTG und STBSTS /Ols81/ eine umfangreiche Studie über die Anwendungsgrenzen von vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig beanspruchte Stahlbetondruckglieder /O-Q82/ durch. Sie deckten dabei die Bereiche auf, in denen die in DIN 1045 genannten Näherungs-

verfahren deutlich die Tragfähigkeit der Stahlbetonstützen überschätzen. Dies betrifft im wesentlichen sehr schlanke Stützen ($s_K/d \geq 30$) mit ausgeprägtem Rechteckquerschnitt ($b/d \leq 0.67$) und geringer Längsbewehrung.

1.2 Zielsetzung der Arbeit

In dieser Arbeit soll zunächst das Trag- und Verformungsverhalten von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonstützen untersucht werden. Dazu ist im ersten Schritt eine Abbildung der Wirklichkeit in ein "Modell von der Wirklichkeit" notwendig, das die wesentlichen Einflußgrößen berücksichtigt. Dieses Modell gibt bestimmte Aspekte der Realität wieder, nicht jedoch die Wirklichkeit selbst. Weniger wichtige oder nicht klar zu spezifizierende Größen sind deshalb herauszufiltern. Im zweiten Schritt folgt die Umsetzung in ein Rechenmodell, das von Duddeck /Dud83/ auch als Forschungsmodell bezeichnet wird. Von diesem wird eine hohe Übereinstimmung mit der Wirklichkeit verlangt. Das Modell soll dem Studium und der Erklärung von Phänomenen dienen, die beispielsweise in experimentellen Untersuchungen festgestellt wurden und so zur Gewinnung neuer Erkenntnisse beitragen. Es ist also die mathematisch-mechanische Umsetzung des Modells von der Wirklichkeit. Auch mit der heute verfügbaren Rechenteknik müssen hier weitere Einschränkungen hinsichtlich der zu berücksichtigenden Einflußgrößen gemacht werden. Trotzdem soll dieses Rechenmodell das Verhalten einer Stahlbetonstütze unter schiefer Biegung noch wirklichkeitsnah beschreiben können, was durch Nachrechnung von Versuchen nachzuweisen ist. Nachdem die Tauglichkeit des Rechenprogramms sichergestellt ist, können Parameterstudien zur Erklärung der in der Natur und im Experiment beobachteten Phänomene angestellt werden.

Im letzten und sicherlich schwierigsten Schritt sollen die studierten Phänomene in ein stark vereinfachtes Modell umgesetzt werden, um eine allgemeine Anwendbarkeit zu gewährleisten. Dazu sind weitere Vereinfachungen und Idealisierungen vorzunehmen. Eine Abbildung der Wirklichkeit wird nun auch nicht mehr vorausgesetzt, jedoch sind Anforderungen hinsichtlich der Sicherheit

einzuhalten. Duddeck spricht in diesem Zusammenhang von der "Kunst des richtigen Weglassens" /Dud83/.

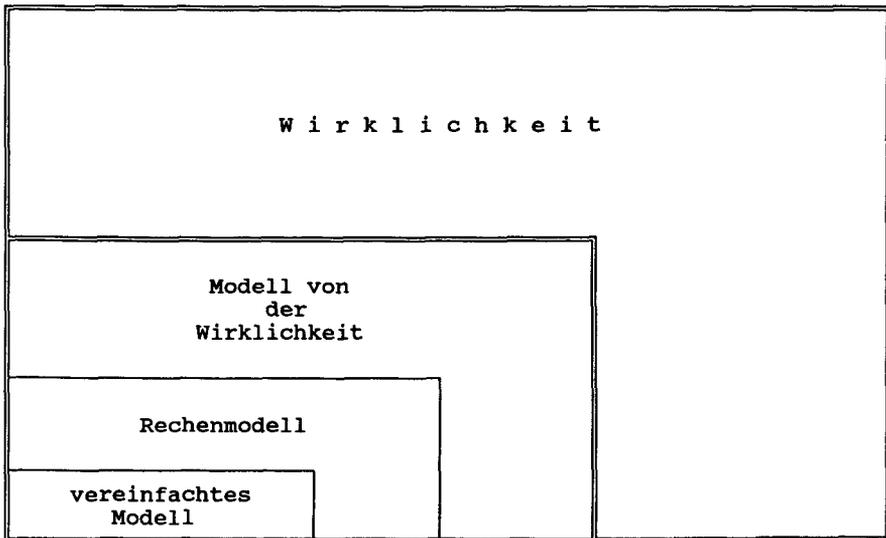


Bild 1.1: Modellbildung

1.3 Gliederung der Arbeit

Zur Verwirklichung des gesteckten Ziels, nämlich der wirklichkeitsnahen Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von sehr schlanken Stahlbetonstützen, können mehrere Lösungswege beschritten werden. In Kapitel 2 werden deshalb in knapper Form die Grundlagen und der Stand des Wissens aufgezeigt. Weiterhin wird der Weg der Modellbildung vorgestellt.

Im Kapitel 3 werden die im Programm berücksichtigten Werkstoffgesetze erläutert. Dabei wird das Hauptaugenmerk auf die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug und auf das Verbundverhalten gerichtet.

Für die Berechnungen auf der Grundlage von DIN 1045 stand das von Olsen entwickelte Programm STBSTS /Ols81/ bereit. Im Kapitel 4 wird das zugrundeliegende Modell dargestellt und für die Aufgabenstellung erweitert.

Zur Verifikation des Rechenmodells werden im Kapitel 5 Versuchsergebnisse verschiedener Forscher nachgerechnet.

Anschließend können im Kapitel 6 durch eine Studie des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonstützen das Wissen erweitert und Grundlagen für Näherungsverfahren geschaffen werden. Ergänzt wird dies durch die Ableitung von mechanischen Zusammenhängen am Stahlbetonquerschnitt.

Im Kapitel 7 werden Hinweise zur näherungsweisen Berechnung sehr schlanker Stahlbetonstützen gegeben. Es werden die verfügbaren Hilfsmittel kurz erläutert und für spezielle Randbedingungen eine sichere Nachweismethode vorgestellt. Weiterhin werden die Schwierigkeiten aufgezeigt, die die Herleitung eines allgemeingültigen Bemessungsverfahrens mit sich bringen.

Kapitel 8 enthält die Zusammenfassung dieser Arbeit und zeigt einen Ausblick auf weitere Entwicklungen.

2 GRUNDLAGEN UND STAND DES WISSENS

2.1 Allgemeines

Das Trag- und Verformungsverhalten eines Tragwerks wird durch eine Vielzahl von Faktoren beeinflusst. Will man dieses Verhalten durch ein Modell wirklichkeitsnah beschreiben, setzt das die genaue Kenntnis der Einflußparameter voraus. Sinnvollerweise werden diese nicht alle berücksichtigt; es sind vielmehr die maßgebenden auszusuchen und weniger wichtige zu vernachlässigen oder gegebenenfalls näherungsweise durch Beiwerte zu berücksichtigen. Wichtig ist jedoch eine Aussage über die Güte der in das Modell einfließenden Parameter. Wenn diese stark streuen, kann es trotz bester Modellbildung nicht gelingen, eine "exakte" Berechnung zu erreichen. Gerade bei einem so unstetigen Verbundwerkstoff wie dem Stahlbeton führen schon geringe Einflüsse - wie z.B. mikroskopisch kleine Schwindrisse - zu mehr oder weniger starken Streuungen der Materialeigenschaften entlang der Stabachse. Trotzdem gelingt es immer wieder, das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen mit wenigen maßgebenden Einflußparametern realitätsnah zu approximieren, wenn eindeutige Anwendungsgrenzen gesetzt werden.

2.2 Baupraktische Gegebenheiten bei Stahlbetonstützen, ein Modell von der Wirklichkeit

Die Wirklichkeit bei Stahlbetonstützen vollständig beschreiben zu wollen, wäre sicher vermessen und würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Daher soll im folgenden in loser Aufzählung mitgeteilt werden, welche Größen das Trag- und Verformungsverhalten maßgeblich beeinflussen und deshalb in das Rechenmodell einfließen müssen:

- Last- und Lagerungsbedingungen:

Eine Berücksichtigung der tatsächlichen Last- und Lagerungsverhältnisse ist zwar gewünscht, aber oftmals nicht möglich. Gerade indirekt in die Stütze eingeleitete Last- oder Zwangsgrößen sind aufgrund der nichtlinearen Interaktion mit angren-

zenden Bauteilen nur schwer in einfache Belastungsgrößen umsetzbar. Gleiches gilt für Einspannungen in angrenzende Bauteile. Geringe Einspannungen können das Trag- und Verformungsverhalten häufig verbessern, bei Zwang aber auch verschlechtern. Im allgemeinen werden für die Berechnung idealisierte Annahmen getroffen (Eulerfall 1 bis 4, linear-elastisch gefederte Lagerungen).

- **Lasteinleitung:**

Die Lasteinleitung in die Stütze kann direkt oder indirekt, über Kräfte, Momente oder Zwang erfolgen. Zur Vermeidung oder Verminderung der Rißbildung wird bei hoher Beanspruchung an der Lasteinleitungsstelle zusätzliche Bewehrung eingelegt. Diese wird in der Rechnung im allgemeinen vernachlässigt, was für den Gesamtstab auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse bedeutet.

- **Lastexzentrizitäten:**

Stahlbetonstützen werden meistens durch planmäßig exzentrisch angreifende Längskräfte beansprucht. Diese können, sofern sie bekannt sind, richtig berücksichtigt werden. Anders sieht es bei unplanmäßigen Exzentrizitäten aus. Sie sind in der Regel nicht quantifizierbar und deshalb nur durch zusätzliche Sicherheitselemente, wie z.B. die ungewollte Ausmitte, abzudecken.

- **Querschnittsabmessungen:**

Sie lassen sich meistens genau in die Rechnung einführen, was angesichts ihres großen Einflusses auch erforderlich ist. Bei komplizierten Querschnittsformen können Vereinfachungen nötig werden.

- **Längsbewehrung:**

Die Längsbewehrung hat einen entscheidenden Einfluß auf das Trag- und Verformungsverhalten. Wichtig sind Stabdurchmesser, Lage und Verteilung im Querschnitt, Festigkeitseigenschaften (Stahl III oder IV, RK oder RU) und Verbundverhalten. Mit Ausnahme des Verbundverhaltens lassen sich diese Einflüsse auf einfache Weise erfassen.

- **Verteilung der Längsbewehrung im Querschnitt:**
Für zweiachsig beanspruchte Querschnitte spielt die Verteilung der Längsbewehrung (auf den Umfang verteilt, an zwei gegenüberliegenden Rändern oder in den Ecken konzentriert) eine wichtige Rolle. Sie kann einfach berücksichtigt werden.
- **Festigkeiten von Beton und Betonstahl:**
Wie schon die Abmessungen prägen auch die Festigkeiten von Beton und Betonstahl wesentlich das Trag- und Verformungsverhalten der Stahlbetonstütze. Die richtige Erfassung dieser Größen ist zwar noch keine Garantie für eine "exakte" Rechnung, aber man liegt im Hinblick auf die Verformungen näher an der Wirklichkeit. Die Bestimmung der Festigkeiten an Begleitkörpern ist unproblematisch, wird jedoch nur in der experimentellen Forschung - und hier oftmals unvollständig - durchgeführt. Genauso wichtig ist die Kenntnis der Verteilung dieser Festigkeitsgrößen über den Querschnitt und entlang der Stabachse. Deren Berücksichtigung übersteigt jedoch zur Zeit noch die vorhandenen rechentechnischen Möglichkeiten. Hier muß daher stark idealisiert werden.
- **Verbundverhalten zwischen Beton und Betonstahl:**
Durch den Verbund zwischen Beton und Betonstahl wird das Verformungsverhalten der Stahlbetonstütze stark beeinflusst. Es gibt einige Faktoren, die das Verbundverhalten verbessern (Rippen auf dem Betonstahl, Zugfestigkeit des Betons) oder verschlechtern (glatter Betonstahl, Risse). Sie können in der "normalen" Rechnung nur näherungsweise, z.B. über Tension Stiffening, erfaßt werden.
- **Einflüsse der Zeit und der Umgebung auf den Beton:**
Die Eigenschaften des Betons sind stark zeitabhängig. So erreicht Beton erst mit der Zeit die maximale Festigkeit, und diese ist noch von der Belastung (Größe, zeitlicher Verlauf) und den Umgebungsbedingungen (Feuchtigkeit, Temperatur) abhängig. In das Rechenmodell geht die Zeitabhängigkeit wegen des komplexen Geschehens nur näherungsweise und recht grob ein, so beispielsweise im Falle von Schwinden und Kriechen. Die Zeitabhängigkeit der Zugfestigkeit - sie wird mit zunehmender Zeit kleiner - und der Rißweiten - sie werden mit zunehmender Zeit

größer - bleibt i.a. trotz großer Wichtigkeit für die Gebrauchsfähigkeit außer acht.

- **Eigenspannungen:**

Eigenspannungen haben viele Ursachen, wie z.B. Temperatur, Abbindeprozeß, Schwinden, Relaxation, die aber im wesentlichen nicht berücksichtigt werden können, da sie nicht quantifizierbar sind. Eigenspannungen verringern die Zugfestigkeit und führen allgemein zu mikroskopisch kleinen Rissen.

- **Imperfektionen:**

Eine Stahlbetonstütze weist immer Imperfektionen bezüglich des Materials - schlecht verdichtete Bereiche, Kiesnester - und der Geometrie - zu weiche Schalung, ungenaue Ausführung - auf; diese können nicht auf einfache Weise festgestellt werden. Aufgrund der Imperfektionen erfolgt häufig eine Beanspruchung in beiden Hauptachsen, was nicht oder nur in stark vereinfachter Form berücksichtigt wird, obwohl damit starke Traglastminderungen verbunden sind.

- **Interaktion zwischen Längskraft und resultierendem Biegemoment:**

Das Biegetragvermögen der Stahlbetonstütze ist stark von der Längskraft abhängig. Bei geringen Druckkräften wächst die Momententragfähigkeit mit den Druckkräften bis zum Maximum an (der sog. Balance-Point). Bei weiterer Steigerung der Druckkraft verringert sich die Momententragfähigkeit. Dies ist besonders dann wichtig, wenn verschiedene Lastfälle untersucht werden müssen. Hier sind meist alle möglichen Lastkombinationen zu untersuchen.

2.3 Umsetzung des Modells von der Wirklichkeit in ein Rechenmodell

2.3.1 Im Rechenmodell berücksichtigte Einflußgrößen

Im folgenden werden die im Rechenmodell berücksichtigten Einflußgrößen aufgeführt. Dabei muß beachtet werden, daß viele nur näherungsweise erfaßbar (Werkstoffgesetze, Lagerungsbedingungen

gen), andere dagegen in guter Übereinstimmung mit der Realität (Querschnittsabmessungen) sind.

- Querschnittsabmessungen,
- Last- und Lagerungsbedingungen (nur teilweise),
- Materialkennwerte, integriert in vereinfachte Spannungsdehnungslinien,
- Verbundverhalten (siehe 2.3.2),
- Bewehrungsgehalt,
- Verteilung der Bewehrung im Querschnitt,
- Kriechen (siehe 2.3.2),
- Lastexzentrizitäten,
- Verhältnis Längskraft/Biegemoment,
- geometrische und materialbedingte Imperfektionen durch Vorgabe der an der Knicklänge orientierten ungewollten Ausmitte,
- Betonüberdeckung.

2.3.2 Rechenvereinfachungen und Idealisierungen

Neben der Beschränkung der Einflußgrößen müssen weitere Rechenvereinfachungen und Idealisierungen hingenommen werden, da auch Forschung und Wissenschaft hinsichtlich der Rechnerkapazitäten stark eingeschränkt sind.

- Es wird vorausgesetzt, daß ebene Querschnitte auch nach der Beanspruchung eben bleiben (Bernoulli-Hypothese). Man verzichtet damit bewußt auf die Berücksichtigung der Auswirkungen der Schubspannungen, die eine Verwölbung der Querschnitte zur Folge haben. Bei Stützen mit geringen Querkraften ist diese Vereinfachung gerechtfertigt. Die Nachteile, die eine Aufgabe der Bernoulli-Hypothese mit sich bringen würde, sind gravierend, da der Einfluß der Querkraft auf die Dehnungsverteilung zu berücksichtigen wäre.
- Die Mitwirkung des Betons auf Zug (Tension Stiffening) wird näherungsweise durch die Vorgabe einer Spannungsdehnungslinie im Betonzugbereich beschrieben.

- Aufgrund des großen Rechenaufwandes ist eine direkte Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrungsstab nicht möglich. Es bietet sich aber an, den Verbund zusammen mit der Mitwirkung des Betons in der Zugzone durch das sogenannte Tension Stiffening zu berücksichtigen.
- Die Auswirkungen des Kriechens können näherungsweise durch eine Verminderung der Materialkennwerte erfaßt werden. Allerdings ist zu beachten, daß bei Zwangbeanspruchung dadurch unter Umständen falsche Ergebnisse erzielt werden.
- Die Verbügelung wird bei Stützenberechnungen außer acht gelassen. Diese Vereinfachung ist aufgrund des geringen Einflusses gerechtfertigt.
- Die Art der Lasteinleitung wird nicht berücksichtigt. Dies ist vertretbar, da nur das Verhalten der Stütze als Ganzes betrachtet wird und nicht z.B. das der Lasteinleitungszonen, die speziellen Gegebenheiten unterworfen sind.
- Es wird grundsätzlich der einachsiale Spannungs-Dehnungs-Zustand vorausgesetzt. Diese Vereinfachung hat sich bewährt, da die Unterschiede zum mehrachsialen Spannungs-Dehnungs-Zustand gering sind.
- Stützen stehen in Wechselwirkung mit umgebenden Bauteilen. Die tatsächlichen, häufig nichtlinearen Einspannungsverhältnisse werden nicht berücksichtigt. Vereinfacht können im Rechenmodell lineare Federkennlinien gewählt werden.
- Es wird vorausgesetzt, daß die Verformungsfigur drillfrei ist. Streng genommen ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, aber die Stützenversuche /G-T86a, G-T86b/ sowie Nachrechnungen mit streng rechnenden Programmen /Wie85/ haben gezeigt, daß nur geringe Verdrillungen auftreten.
- Das Rechenmodell schreibt einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung vor. Zu einer Dehnung darf nur eine einzige Spannung gehören, ansonsten wäre die Lösung mindestens doppeldeutig und damit zufallsbedingt. Die umgekehrte Ein-

schränkung, nämlich daß zu einer Spannung nur eine Dehnung gehören darf, ist nicht notwendig.

- Berücksichtigung von Imperfektionen:
 - Abweichungen der äußeren Geometrie sind prinzipiell erfaßbar, allerdings mit großem Aufwand. Angesichts der meist geringen Auswirkungen wird in dieser Arbeit davon Abstand genommen.
 - Stoffliche Imperfektionen, wie z.B. Mikrorisse, kleine Löcher und nicht vollständig umschlossene Zuschlagskörner, können nur durch Verminderung der dem Stoffgesetz zugrundegelegten Festigkeiten erfaßt werden. Problematisch ist dabei jedoch eine Abschätzung der anzusetzenden Verminderung.
 - Bei zweiachsig beanspruchten Querschnitten tritt das Problem auf, daß ehemals gezogene Bereiche aufgrund der Drehung der Dehnungsnulllinie wieder überdrückt werden und ehemals gedrückte Bereiche nun gezogen werden. Diese Effekte können nur durch die Formulierung eines reversiblen Stoffgesetzes mit Be- und Entlastungsmoduln berücksichtigt werden. Dieser interessante Aspekt wird jedoch mit Rücksicht auf die drastisch anwachsende Rechenzeit nicht weiterverfolgt.

2.4 Methoden zur Berechnung von Stahlbetonstäben

2.4.1 Allgemeines

Im folgenden werden kurz die wichtigsten, generellen Methoden zur Berechnung von Stahlbetonstäben aufgeführt. Eine detaillierte Beschreibung dieser Arbeit zugrundeliegenden Rechenmodells findet sich in den folgenden Kapiteln.

2.4.2 Rechenverfahren

Es gibt zur Berechnung von Stahlbetonstützen eine Anzahl von Rechenverfahren:

- Differenzenverfahren,
- Mehrstellenverfahren,

- Kraftgrößenverfahren,
- Übertragungsverfahren,
- Weggrößenverfahren,
- Finite Element Methode.

Eine abgesicherte Aussage darüber, welches Rechenverfahren optimale Ergebnisse liefert, liegt nicht vor. Vor- und Nachteile der Verfahren können meist nur in Hinblick auf den Rechenaufwand angegeben werden. Die Anpassungsfähigkeit an im Versuch gemessene Ergebnisse wird durch die Güte des Ansatzes und die Anzahl der Freigrößen bestimmt.

Das dieser Arbeit zugrundeliegende Rechenprogramm basiert auf dem Weggrößenverfahren, wobei die besonderen Eigenschaften des Stahlbetons berücksichtigt werden.

2.4.3 Iterationsverfahren

Nichtlinearer Systeme können nur iterativ berechnet werden. Einige typische Iterationsverfahren sind:

- Newton-Raphson-Verfahren,
- modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren,
- dynamische Relaxation,
- inkrementelles Verfahren.

An die Wahl eines Iterationsverfahrens sind gewisse Anforderungen geknüpft. So erfordert eine Iteration nach dem Newton-Raphson-Verfahren die Formulierung des Problems in der Tangentschreibweise. Dies erweist sich als Vorteil, da nur so eine eindeutige Aussage über die Stabilität des untersuchten Systems getroffen werden kann, was eine Grundforderung für die im folgenden untersuchten Probleme ist.

2.4.4 Querschnittsintegration

Die Integration der Spannungen und Spannungsgradienten über dem Querschnitt zu Schnittgrößen und Steifigkeiten stellt die am häufigsten verwendete Teilaufgabe in der Berechnung eines Stahl-

betonstabes dar. Dabei sind Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit und Geschwindigkeit zu erfüllen. Im wesentlichen sind zwei Verfahren zu unterscheiden:

- Fasermodell, (bei einachsiger Rechnung Schichtenmodell),
- Integration mittels Umfahrungsintegral.

Das Fasermodell hat Vorzüge wegen der Einfachheit, jedoch ist die Güte sowohl vom Beanspruchungszustand als auch von der Größe der Elemente abhängig. Mit der Elementanzahl wachsen Genauigkeit und Rechenaufwand. Die Bewehrungsstäbe werden verschmiert oder als Einzelstäbe berücksichtigt. Vorteilhaft ist die Unabhängigkeit vom Stoffgesetz.

Eine genaue Bestimmung der Schnittgrößen und Steifigkeiten gelingt durch die analytische oder numerische Integration mittels Umfahrungsintegral (Satz von Gauß-Green). Dazu müssen jedoch die zu integrierenden Funktionen (Spannungsdehnungslinie und deren Ableitung) zumindestens stückweise stetig sein. Die Bewehrungsstäbe werden als Einzelstäbe erfaßt.

2.4.5 Spannungsdehnungslinien für den Beton

Es wurden eine Vielzahl von Spannungsdehnungslinien für den Beton veröffentlicht. Diese sind meistens experimentell an kleinen Probekörpern ermittelt und algebraisch formuliert worden. Aussagen über die Güte der Funktionen sind nicht immer leicht, da die Übereinstimmung mit dem wirklichen Verhalten des Betons bereichsweise gut oder auch schlecht sein kann. Sicher ist jedoch, daß diejenigen Linien Vorzüge aufweisen, die viele Freiwerte besitzen. Andererseits haben einfache Linien, wie beispielsweise das Parabel-Rechteck-Diagramm, Vorteile wegen der festigkeitsunabhängigen Formulierung. Im folgenden sind einige bekannte Spannungsdehnungslinien aufgelistet:

- Parabel-Rechteck-Diagramm,
- Dreieck-Rechteck-Diagramm,
- Spannungsblock,
- Polygonzug /Wie85/,
- Polynome höherer Ordnung,

- allgemeine Parabel /Puc53, Qua80/,
- Popovics /Pop73/,
- Grasser /Gra68/,
- Sargin /Sar71/.

2.4.6 Spannungsdehnungslinien für den Betonstahl

Aufgrund des weitestgehend linearen Verhaltens des Betonstahls sind bilineare oder trilineare Arbeitslinien am verbreitetsten. Sollen jedoch die Effekte des Bewehrungsfließens berücksichtigt werden, ist die Verwendung wirklichkeitsnäherer Funktionen angebracht:

- Arbeitslinie nach Menegotto/Pinto /M-P77/,
- Ramberg-Osgood-Polynom /E-I76/.

2.5 Literaturüberblick

2.5.1 Allgemeines

Die Literatur, die sich mit dem Knicken von Stahlbetonstäben befaßt, hat einen Umfang angenommen, der einen vollständigen Überblick im Rahmen dieser Arbeit nicht sinnvoll erscheinen läßt. Es werden deshalb einige ausgesuchte Literaturstellen zu den Themen "Schiefe Biegung" und "Mitwirkung des Betons auf Zug" diskutiert.

2.5.2 Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung

Kordina /Kor56/ gehört zu den ersten, die sich mit dem Problem des Knickens von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonstützen beschäftigten. Er macht den Vorschlag, die auf die am ungerissenen Querschnitt ermittelten Kernweiten bezogenen Lastexzentrizitäten m_x und m_y zu einer Ersatzexzentrizität m_r zusammenzufassen und die Stütze für einen so belasteten Ersatzstab mit einem flächengleichen Kreisquerschnitt zu bemessen. Dessen

Schlankheit setzt er gleich der Schlankheit der schwächeren Hauptachsenrichtung der zu untersuchenden Stütze. Dieses Bemessungsverfahren kann als Vorläufer des in Heft 220 des DAFStb angegebenen Näherungsverfahrens angesehen werden.

Habel /Hab58/ befaßte sich schon 1958 mit dem Problem des Knickens senkrecht zur Kräfteebene. Er hatte erkannt, daß nicht nur bei zentrisch gedrückten Stützen ein Ausweichen in Richtung der schwächeren Hauptachse erfolgt, sondern daß es auch bei kleineren Lastexzentrizitäten in Richtung der stärkeren Hauptachse zum Ausweichen quer dazu kommen kann. Er schlägt vor, eine Zusatzberechnung für die senkrecht zur Kräfteebene ausknickende, am unvermeidbaren Fehlerhebel $h_g/400$ belastete Stütze anzustellen. Die planmäßige Lastexzentrizität bleibt bei diesem Nachweis außer acht. Diesem Vorschlag wurde jedoch nicht die gebührende Beachtung geschenkt.

Cranston und Sturrock /C-S71/ beschreiben in ihrer Arbeit die Kurzzeitversuche an acht Stahlbetonstützen der Abmessungen $b/d = 100/400$ mm und $s \approx 5000$ mm. Die Lagerung der Stützenenden ließ durch Anordnung von Kugelkalotten eine freie Verdrehbarkeit zu. Die Exzentrizität wurde in Richtung der starken Achse (fünf Versuche) und in Richtung der schwachen Achse (drei Versuche) angeordnet. Auch für die ersten fünf untersuchten Fälle trat das Versagen durch Ausweichen in Richtung der schwachen Achse auf. Als Grund dafür geben die Autoren die Verminderung des Tragvermögens der schwachen Achse bedingt durch den Steifigkeitsverlust infolge der Lastexzentrizität in der starken Achse an. Die Autoren stellen weiterhin fest, daß die durchgeführten Computerstudien dann gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zeigen, wenn die Zugfestigkeit des Betons berücksichtigt wird.

Kordina, Rafla und Hjorth /KRH73, KRH76/ berichten über experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Tragverhalten von schlanken Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung mit Achsdruck. Ziel war es, ein verbessertes Verfahren des Knicksicherheitsnachweises für schiefe Biegung zu entwickeln. Dazu wurden achtzehn Großversuche an 5 m langen Stahlbetonstützen ($s_K/b \approx 30$) mit quadratischen ($b/d = 17,1/17,1$ cm) und rechteckigen ($b/d = 17,1/26,4$ cm) Querschnitten und unterschiedlichen Bewehrungs-

graden durchgeführt. Es wurden zehn Stützen im Alter zwischen 164 und 899 Tagen und acht Stützen im Alter zwischen 28 und 35 Tagen geprüft. Die Lasteinleitung erfolgte über jeweils zwei gekreuzte, exzentrisch angeordnete Linienkipplager. Die Ergebnisse sind in /KRH73/ sehr ausführlich dokumentiert. Aus den experimentell gewonnenen und rechnerisch ergänzten Ergebnissen wurde ein praktisches Verfahren für die Bemessung hergeleitet (siehe auch /Raf74/), welches jedoch das Knicken senkrecht zur Biegeebene nicht berücksichtigt. Weiterhin wird vorausgesetzt, daß die Stütze beidseitig gelenkig gelagert ist und daß die Druckkraft auf einer Querschnittsdiagonalen angreift. Das Verfahren wurde in Heft 220 des DAfStb /GKQ79/ übernommen. Es darf anstelle der strengen Rechnung angewendet werden, wenn das Führen von getrennten Nachweisen für die Hauptachsenrichtungen nicht mehr zulässig ist.

Warner /War74/ entwickelt ein Rechenverfahren, welches das Verhalten einer Stütze mit beliebiger Querschnittsform unter einer zeitlich veränderlichen Dauerbelastung schrittweise simuliert. Dabei werden die schiefe Biegung und der Kriecheinfluß berücksichtigt. Näherungsweise setzt Warner voraus, daß die Biegelinie in einer Ebene liegt, obwohl er feststellt, daß dies für eine schiefgebogene Stütze im allgemeinen nicht zutrifft. Die Querschnittsintegration erfolgt mittels Fasermodell. Als Spannungsdehnungslinie des Betons unter Kurzzeitbelastung setzt er bis zum Erreichen der Druckfestigkeit ein Polynom 3. Ordnung an, dem sich ein parabelförmig abfallender Ast anschließt. Für abnehmende Stauchungen wird der Entlastungsmodul dem Ursprungsmodul gleichgesetzt, so daß die Belastungs-Zeit-Geschichte berücksichtigt werden kann. Die maximal erreichbare Last definiert Warner durch den Ausdruck $dP/dw_0 = 0$, d.h. es ist bei zunehmender Ausbiegung keine Laststeigerung mehr möglich.

Fouré /Fou77/ beschreibt in seinem Beitrag den Unterschied zwischen seitlichem Ausknicken (lateral buckling) und Knicken infolge zweiachsiger Biegung. Seine Berechnungsansätze beschränken sich auf Stützen, für die der Torsionsanteil an der Knicklast vernachlässigt werden kann, also Stützen mit rechteckigen, dickwandigen oder kastenförmigen Querschnitt. Weiterhin schränkt er

ein, daß der Querschnitt über die Höhe konstant ist und daß Lagerung und Lasteinleitung mit denen des Ersatzstabes übereinstimmen. Das Gleichgewicht wird nur an dem am stärksten beanspruchten Querschnitt kontrolliert. Wie später auch Galgoul sowie Olsen und Quast kommt Fouré zum Ergebnis, daß bei Seitenverhältnissen $b/d < 0,67$ für den Ersatzstab ein seitliches Ausweichen die Versagensursache sein kann. Diese Arbeit kann als richtungsweisend im Hinblick auf die Berücksichtigung des Seitwärtsknickens angesehen werden.

Galgoul /Gal78, Gal85/ beschreibt in seiner Arbeit ein Rechenverfahren, das die Bemessung von schlanken Stahlbetonstäben für schiefe Biegung mit Normalkraft unter Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung erlaubt. Auch er stößt in seinen Studien auf das Problem, daß Stützen quer zur Lastebene ausweichen können. Er prägt dafür den Ausdruck "Seitwärtsknicken". Weiterhin stellt Galgoul ein Näherungsverfahren zur Bemessung von zweiachsig exzentrisch gedrückten Stahlbetonstützen vor, welches jedoch höhere Anforderungen an den Benutzer stellt. Einfacher zu handhabende Bemessungshilfen werden in /G-G86/ angekündigt.

FURLONG /Fur79/ berichtet über 23 Versuche an zweiachsig beanspruchten Stahlbetondruckgliedern. Davon wurden neun Versuchskörper mit rechteckigem Querschnitt $b/d = 127/229$ mm und vierzehn mit rechteckigem Querschnitt und abgerundeten Ecken $b/d = 127/279$ mm getestet. Die Länge der Stützen betrug einheitlich 1937 mm. Furlong schreibt, daß die Schlankheitseffekte bei zweiachsiger Biegung stark von der schwachen Achse bestimmt werden. Es wurde ein signifikanter Unterschied zwischen der Neigung der Spannungsnulllinie und der Orthogonalen der Lastebene beobachtet. Eine Verdrehung der Längsachse konnte nur im geringen Maße festgestellt werden.

Olsen und Quast /O-Q82/ haben systematisch die Anwendungsgrenzen der vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig exzentrisch beanspruchte Stahlbetondruckglieder rechnerisch-theoretisch untersucht. Sie kommen zum Schluß, daß die untersuchten Bemessungsverfahren nicht in jedem Fall die erforderliche Sicherheit gewährleisten. Probleme treten bei Stützen mit Schlankheiten größer 70 auf, wenn sich die Schlankheiten in den

beiden Hauptachsenrichtungen deutlich unterscheiden. Als Grund geben sie an, daß die Abminderung der Steifigkeit in Richtung der schwächeren Hauptachse infolge der Ribbildung durch die Beanspruchung in Richtung der stärkeren Hauptachse nicht berücksichtigt wird.

Al-Noury und Chen leiten in /A-C82/ ein Berechnungsverfahren für zweiachsig belastete Stahlbetonstützen her. Diesem Verfahren liegen die Tangentensteifigkeiten zugrunde. Der Querschnitt wird in Elemente aus Beton und Stahl unterteilt (Fasermodell). Neben der ausführlichen Herleitung des Verfahrens wird ein Vergleich von Nachrechnungen der experimentellen Untersuchungen von Abdel-Sayed /A-S74/ durchgeführt. Die Übereinstimmung bezüglich der Traglast und der Größe der resultierenden Ausbiegungen ist gut, obwohl die Zugfestigkeit des Betons nicht berücksichtigt wird. Abweichungen der Ausbiegungen im Bereich des Versagens werden auf Schwierigkeiten bei der Messung während des Experimentes zurückgeführt. Ein Vergleich zwischen den rechnerisch und experimentell ermittelten Ausbiegerichtungen wird nicht mitgeteilt.

Neuere Versuche zum Trag- und Verformungsverhalten von sehr schlanken, zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonstützen ($\max s_K/b = 53$) wurden von Grzeschkowitz und Teutsch /G-T86a, G-T86b/ an zwölf Versuchskörpern durchgeführt. Mit diesen Versuchen sollten auf experimentellem Wege die rechnerisch-theoretisch gewonnenen Ergebnisse von Olsen und Quast /O-Q82/ überprüft werden. Im besonderen wurde das Problem des Seitwärtsknickens untersucht. Die Versuchsergebnisse bestätigen die Ergebnisse von Olsen und Quast. Weiterhin wurde gezeigt, daß die Mitwirkung des Betons auf Zug zwar zu deutlich kleineren Ausbiegungen im Gebrauchslastbereich führt, daß aber die Auswirkungen bezüglich der Traglast für die untersuchten Stützen eher gering sind. Ein signifikantes Verdrillen der Stützen wurde nicht festgestellt.

Bei der Durchsicht der in der Literatur mitgeteilten experimentellen Ergebnisse wurde immer wieder das Fehlen wichtiger Angaben zum Werkstoff und zum Verformungsverhalten festgestellt. Dies erschwert Nachrechnungen, da die fehlenden Größen nachträg-

lich zu wählen sind, was zum "Hinrechnen" der Ergebnisse führen kann.

2.5.3 Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons auf Zug

In letzter Zeit vermehren sich die Publikationen über die Mitwirkung des Betons auf Zug. Sie umfassen Untersuchungen an zentrisch gezogenen Betonstäben zur Bestimmung der Zugfestigkeit sowie Verbundkriechversuche. Eine umfassende Darstellung der Untersuchungen bis ins Jahr 1974 wurde von Eibl und Iványi /E-I76/ niedergeschrieben. Einen Überblick über Verbundmodelle für nichtlineare FEM-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen gibt Keuser in /Keu85/. An dieser Stelle werden nur einige wenige, für diese Arbeit wichtige Literaturstellen genannt.

Statistisch abgesicherte Umrechnungsformeln zur Ableitung der Betonzugfestigkeit aus der Würfelfestigkeit sind in /Hei69, HHF69, Rüs75/ zu finden. Sie können immer dann weiterhelfen, wenn kein genaueres Datenmaterial vorliegt.

Koch /Koc76/ entwickelt ein Verbundgesetz, bei dem er die Verbundspannungsverteilung näherungsweise durch einen trapezförmigen Verlauf idealisiert. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird aus der möglichen Verbundübertragung abgeleitet. Damit ist es möglich, Verbundbeiwerte zu bestimmen, die in Abhängigkeit von Betongüte und Bewehrungsstabdurchmesser tabellarisch angegeben sind.

Schwennicke /Sch83/ entwickelt mit Hilfe der von Koch ermittelten Verbundbeiwerte ein Modell für das Zusammenwirken von Beton und Bewehrungsstahl. Er berücksichtigt dabei, ausgehend von der Normalkraft-Dehnung-Beziehung des zentrisch gezogenen Verbundstabes, die Betonzugfestigkeit, den Bewehrungsgrad, den verschieblichen Verbund zwischen Bewehrungsstab und Beton, die Verteilung der Zugfestigkeit entlang der Stabachse und die Rißentwicklung. Mit diesem Modell kann der Verlauf der Spannungsdehnungslinie des Betons im Zugbereich bestimmt werden.

3 DAS WERKSTOFFVERHALTEN DES STAHLBETONS

3.1 Allgemeines

Unter dem Werkstoffverhalten eines Materials wird dessen innere Reaktion auf eine äußere Beanspruchung verstanden, beispielsweise die Stauchung des Betons infolge einer Druckbeanspruchung. Dieses Werkstoffverhalten wird je nach Material von unterschiedlich vielen Faktoren beeinflusst. Beton verhält sich aufgrund seiner inneren Struktur ausgeprägt nichtlinear, während Betonstahl bis kurz vor dem Fließen ein linearelastisches Verhalten aufweist. Das Verhalten des Verbundwerkstoffes Stahlbeton leitet sich aus dem der beiden Einzelkomponenten und aus deren Zusammenwirken, also dem Verbund, ab.

In Rechenprogrammen für Tragwerksanalysen wird das Werkstoffverhalten durch mehr oder weniger stark idealisierte Stoffgesetze der Einzelkomponenten und des Verbundverhaltens berücksichtigt. Diese Stoffgesetze wurden im wesentlichen aus experimentellen Beobachtungen und Untersuchungen abgeleitet. Die Anpassung an die speziellen Festigkeitseigenschaften erfolgt durch eine Anzahl prägnanter Freiwerte.

Im Stoffgesetz spiegelt sich das mechanische Verhalten des Werkstoffes wieder. Dieses Verhalten wird phänomenologisch betrachtet, das heißt es wird analysiert, was passiert, wenn dem Werkstoff eine Beanspruchung aufgezwungen wird. Beschränkt man sich dabei auf die maßgebenden Werte, kann man einfache funktionale Zusammenhänge, z.B. Spannungsdehnungslinien, ableiten. Die sich im Inneren des Werkstoffes abspielenden Prozesse sind für diese makroskopische Betrachtungsweise weniger wichtig. Aufgrund ihrer Komplexität sind sie auch mit den heute verfügbaren Rechenanlagen zur Berechnung ganzer Bauteile noch nicht verwertbar.

3.2 Anforderungen an die numerische Formulierung der Spannungsdehnungslinien

Für die realistische Behandlung von Stahlbetonquerschnitten ist die Formulierung von Spannungsdehnungslinien $\sigma = f(\epsilon)$ notwendig,

die dem mechanischen Verhalten der Werkstoffe Beton und Betonstahl Rechnung tragen. Zusätzlich muß aber auch deren erste Ableitung $E(\epsilon) = d\sigma/d\epsilon$ gut mit dem tatsächlichen E-Modulverlauf übereinstimmen. Eine falsche Approximation des Werkstoffverhaltens führt zwar nicht unbedingt zur Divergenz des Rechenverfahrens, es wird jedoch eine falsche Tangentensteifigkeitsmatrix gebildet. So ist der beste "Härtetest" für eine Werkstoff-Approximation bezüglich der Numerik ihre Anwendung auf Stabilitätsprobleme, bei denen eine genaue Tangentensteifigkeitsmatrix notwendig ist /Kri77/.

Aufgrund des Rechenmodells sind einige wichtige Anforderungen an die Stoffgesetze zu stellen. Bei den Programmen STBSTS und STBSTZ wird die Iteration des Gleichgewichts mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens durchgeführt. Die Konvergenz dieses Lösungsverfahrens ist nur unter gewissen Randbedingungen gewährleistet /O-R70/. So kommen nur mindestens stückweise stetige Funktionen als Stoffgesetz in Betracht. Für die Querschnittsintegration sind dementsprechend Integrationsgrenzen einzuführen. Dies gilt natürlich auch für die Spannungsgradienten, deren Integration bekanntlich die Steifigkeiten ergibt.

Weiterhin muß die Spannungsdehnungslinie eindeutig definiert sein, d. h. jeder Dehnung darf nur eine Spannung zugeordnet werden. Eine weitere Forderung ist die nach der Beschränktheit; sowohl für die Spannung als auch für den Tangentenmodul dürfen nur endliche Werte auftreten. Die Forderung, daß bei Be- und Entlastung die gleiche Spannungsdehnungslinie gilt, daß also elastisches Verhalten vorliegt, ist nicht zwingend, vereinfacht aber die Berechnung. Es besteht damit nämlich die Berechtigung, der Tangente an die Spannungsdehnungslinie $d\sigma/d\epsilon$ die mechanische Bedeutung eines Elastizitätsmoduls $E(\epsilon)$ zuzuerkennen /A-D74/. Die Annahme eines elastischen Verhaltens ist zwar nicht wirklichkeitsgetreu, reicht aber zur Untersuchung des Tragverhalten bei üblicherweise monotoner Laststeigerung aus. Bei zweiachsig beanspruchten Stahlbetonstützen mit Schlankheitsunterschieden in den Hauptachsenrichtungen tritt jedoch mit wachsender Last ein Drehen der Dehnungsnulldlinie auf. Mit dem Drehen der Dehnungsnulldlinie kommt es bereichsweise zu Entlastungen des Quer-

schnitts, d.h. ehemals überdrückte Bereiche werden entlastet und zum Teil auch gezogen, während gerissene Bereiche unter Umständen überdrückt werden. Dies macht eigentlich die Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Entlastungs- und Wiederbelastungsastes notwendig. Inwieweit es zu Fehlern führt, wenn man auf eine Unterscheidung der beiden Äste verzichtet, wurde rechen-technisch noch nicht untersucht. Es ist jedoch zu vermuten, daß der Einfluß gering ist. Die betreffenden Bereiche weisen in der Regel quasi einen linearen Spannungszuwachs auf, so daß Be- und Entlastungsmodul annähernd gleich sind. Erst bei größeren Stau- chungen würde die Berücksichtigung des Entlastungsmoduls, der etwa dem Ursprungsmodul gleichzusetzen ist, zu größeren Steifig- keiten führen. Dies ist beispielsweise beim Betonkriechen zu be- achten.

In der Berechnung wird ein homogener Körper unterstellt. Homoge- nität existiert jedoch nur im integralen Sinne durch eine Mittele- lung des Verformungsverhaltens im betrachteten Bereich. Dies gilt besonders in bezug auf die Rißbildung. Sie muß in den be- trachteten Querschnitten für einen ganzen Rechenabschnitt be- rücksichtigt werden. Damit entfällt die Notwendigkeit, Rißab- stände und zugehörige Rißweiten zu ermitteln. Es reicht i.a. vollkommen aus, wenn die versteifende Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone verschmiert durch Tension Stiffening er- faßt wird.

Bei der in STBSTS und STBSTZ gewählten numerischen Querschnitts- integration ist weiterhin zu untersuchen, ob das Verhalten der Spannungsdehnungslinie und deren erster Ableitung mit der ge- wählten Stützstellenzahl des Integrationsverfahrens ausreichend genau beschrieben wird.

3.3 Stoffgesetze des Betons

3.3.1 Allgemeines

Beton ist ein heterogener, künstlich erzeugter Baustoff, der im erhärteten Zustand aus Zuschlagsstoffen und Zementstein besteht

(Zweistoffsystem). Die Betoneigenschaften werden im wesentlichen durch folgende drei Einflußgrößen geprägt /Bon87/:

- die Eigenschaften des Zementsteins,
- die Eigenschaften des Zuschlags und
- die Haftung zwischen Zementstein und Zuschlag.

Die Analogie zum Verbundwerkstoff Stahlbeton ist unverkennbar. Sowohl die Zuschlagsstoffe als auch der Zementstein weisen keine einheitlichen Kennwerte auf. So gibt es weichere oder härtere, runde, plattige oder eckige Zuschlagskörner. Die Verdichtung des Betons kann örtlich verschieden sein, und es gibt verschieden gut durchgemischte Bereiche.

Trotzdem ist es berechtigt, Beton makroskopisch als einen homogenen Baustoff anzusehen. Dabei wird ein integrales, auf einige wenige, an Proben gemessene Stoffkennwerte (β_W , β_{BZ} , E_0 etc.) gegründetes Stoffgesetz angenommen. Das Stoffgesetz selbst stellt die algebraische Formulierung des Zusammenhanges zwischen einer Stoffeigenschaft und dem korrespondierenden Verformungswert dar, beispielsweise ausgedrückt als Spannungsdehnungslinie $\sigma = f(\epsilon)$.

Die maßgebenden Kennwerte des Widerstandes des Betons gegenüber äußeren Beanspruchungen werden in Kurzzeitversuchen bestimmt, deren Durchführung in Richtlinien wie DIN 1048 genau festgelegt ist. Diese Werte sind bislang die einzigen Parameter, die den in der Praxis anwendbaren Stoffgesetzen zugrundegelegt werden können.

Die reale Betondruckfestigkeit im Bauteil weicht aufgrund verschiedener Einflüsse wie Betonzusammensetzung, Verdichtung, Nachbehandlung, Schwindrisse, Abmessungen, Zeit etc. von der am häufigsten gemessenen Würfelfestigkeit ab. Daher wird die Nennfestigkeit auf eine Rechenfestigkeit abgemindert, die primär die gegenüber der Würfelfestigkeit geringere Bauteilfestigkeit und die Festigkeitsabnahme bei Langzeitbeanspruchung berücksichtigt. Für Stabilitätsnachweise hat sich die Wahl der Prismenfestigkeit als Rechenfestigkeit bewährt, da sie etwa der Bauteilfestigkeit bei Kurzzeitbeanspruchung entspricht.

Betrachtet man die Betonzugfestigkeit, treten die oben genannten Effekte in viel stärkerem Maße auf. Gerade die Bildung von mikroskopisch kleinen Schwindrissen kann zu einer starken Herabsetzung der Betonzugfestigkeit führen. Diese Anfälligkeit war mit ein Grund, die direkte Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug in DIN 1045 zu verbieten.

Beton hat auch unter kurzzeitiger Beanspruchung ein von der Belastungs-Zeit-Geschichte abhängiges Stoffgesetz. Dieses wird jedoch nur in Ausnahmefällen, wie z.B. von Molzahn /Mol86/, herangezogen, da die damit verbundene dynamische Betrachtungsweise einen deutlichen Mehraufwand bei der Modellbildung und der Berechnung mit sich bringt. In der vorliegenden Arbeit bleibt der Einfluß der Zeit unberücksichtigt.

3.3.2 Die Spannungsdehnungslinie der Betondruckzone

Zur Beschreibung des Verhaltens von Beton unter beliebiger Beanspruchung wird bei Stabtragwerken meistens eine einaxiale, nichtlinear-elastische Spannungsdehnungslinie benutzt. Diese wird polygonal oder durch Funktionen höherer Ordnung beschrieben. Die Stoffeigenschaften werden dabei durch bekannte oder angenommene Freiwerte wie Prismenfestigkeit, zugehörige Dehnung und Ursprungsmodul gesteuert.

Für die Beschreibung des Verhaltens der Betondruckzone haben sich parabolische Spannungsdehnungslinien bewährt. Wenn sie allgemein formuliert sind, wie beispielsweise nach Pucher /Puc53/, kann das Trag- und Verformungsverhalten auf einfache Weise ausreichend genau approximiert werden. Zur Bestimmung des Spannungsverlaufs sind drei Angaben nötig:

- die anzusetzende Betondruckfestigkeit β_P ,
- die zugehörige Stauchung ϵ_{bS} und
- der Ursprungsmodul E_0 .

Mit diesen drei Größen kann der Grad n_1 der Parabel bestimmt werden, wobei sich n_1 als rationale Zahl größer oder gleich 1,0 ergibt:

$$n1 = E_0 \cdot \epsilon_{bS} / \beta_P \quad (3.1)$$

$$\sigma(\delta) = \beta_P \cdot [1 - (1 - \delta)^{n1}] \quad (3.2)$$

$$E(\delta) = E_0 \cdot (1 - \delta)^{n1 - 1} \quad (3.3)$$

mit $\delta = \epsilon / \epsilon_{bS}$.

Für $\epsilon_{bS} = -2 \text{ mm/m}$ und $n1 = 2$ erhält man die quadratische Parabel, wie sie vom Parabel-Rechteck-Diagramm gemäß DIN 1045, Bild 11 bekannt ist. Der Ursprungsmodul ergibt sich dann zu $E_0 = 1000 \cdot \beta_P$. Das Parabel-Rechteck-Diagramm zeichnet sich vor allem dadurch aus, daß es unabhängig vom Scheitelwert der Spannung verwendet werden kann. Das ist beispielsweise für die Erstellung von allgemeinen Bemessungshilfen wichtig. Bei den realistischen Stoffgesetzen ist diese Normierung nicht mehr möglich, weil der Ursprungsmodul nicht unmittelbar durch einen konstanten Faktor mit der Druckfestigkeit verknüpfbar ist.

Im Gegensatz zum Parabel-Rechteck-Diagramm wurde für den Bereich $\epsilon < \epsilon_{bS}$ ein hyperbolisch abfallender Ast (Strain Softening) nach /CUR81/ definiert:

$$\sigma(\delta) = \beta_P / (1 + n2 \cdot (1 - \delta)^2) \quad (3.4)$$

mit $\delta = \epsilon / \epsilon_{bS}$ und $n2 \geq 0$.

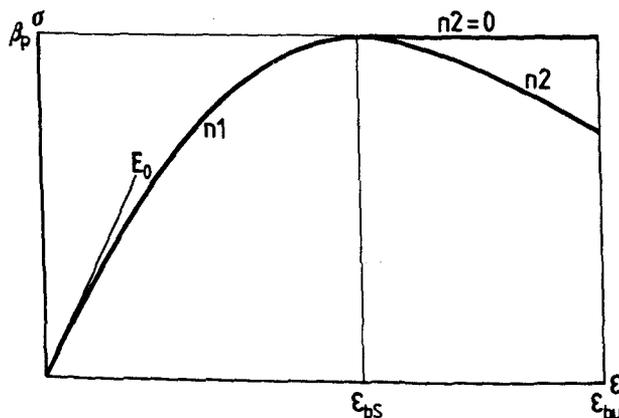


Bild 3.1: Parabolische Spannungsdehnungslinie mit hyperbolisch abfallendem Ast

Durch Differenzierung erhält man den Tangentenmodul:

$$E(\delta) = 2 \cdot \beta_P \cdot n_2 \cdot (1-\delta) / (\epsilon_{bS} \cdot (1+n_2 \cdot (1-\delta)^2)^2) \quad (3.5)$$

Die Annahme $n_2 = 0$ führt auf den Rechteckblock.

Eigene Untersuchungen an Stahlbetonquerschnitten haben gezeigt, daß der abfallende Ast mit Augenmaß anzusetzen ist. Ein zu großer Wert n_2 kann im Bereich hoher Druckkräfte mit geringer Exzentrizität zu negativen Hauptachsensteifigkeiten führen. Mechanisch bedeuten negative Hauptachsensteifigkeiten, daß die Ausbiegungen bei positiven Kräften kleiner werden, was für die betrachtete Stabilitätsanalyse als illegal angesehen werden muß.

Die nötigen Werkstoffkenngrößen β_P und E_0 können gegebenenfalls aus der Würfelsteifigkeit abgeleitet werden. Dabei gelten folgende Zusammenhänge:

$$\beta_P = 0,85 \cdot \beta_{W,200}, \quad (3.6)$$

für zentrische Belastung

$$\begin{aligned} E_C &= 72000 \cdot \sqrt{f_C'} && \text{in psi bzw.} \\ E_0 &= 5979 \cdot \sqrt{\beta_P} && \text{in MPa} \end{aligned} \quad (3.7)$$

und für exzentrische Belastung

$$\begin{aligned} E_C &= 78700 \cdot \sqrt{f_C'} && \text{in psi bzw.} \\ E_0 &= 6535 \cdot \sqrt{\beta_P} && \text{in MPa.} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Beziehungen zwischen dem Ursprungsmodul und der Zylinderdruckfestigkeit, die etwa der Prismenfestigkeit gleichzusetzen ist, hat Sargin /Sar71/ in einer umfangreichen Studie ermittelt.

Die Scheitelstauchung ϵ_{bS} ist nichtlinear von der Druckfestigkeit abhängig, wobei mit wachsender Festigkeit auch die Stauchung anwächst. Für Betone mittlerer Festigkeit hat sich der Ansatz $\epsilon_{bS} = -2 \text{ mm/m}$ bewährt.

3.3.3 Die Spannungsdehnungslinie der Betonzugzone

Die Spannungsdehnungslinie der Betonzugzone hat einen großen

Einfluß auf das Verformungsverhalten der Stützen. Die Auswertung einiger Arbeiten /HHF69, Hei76, Sch87/ bezüglich des Verhaltens von Beton unter Zugspannungen sowie neuerer Arbeiten zum Verbundverhalten von Stahlbetonzugstäben /KGM86, Sch84/ ergab, daß die Spannungsdehnungslinie fast bis zur Rißdehnung ϵ_{BZ} ein lineares Verhalten aufweist. Bei verformungsgesteuerten Versuchen an unbewehrten Probekörpern und bei bewehrten Probekörpern schließt sich dann ein abfallender Ast an. Dieser kann allerdings sehr unterschiedlich ausgebildet sein. Bei schwacher Bewehrung tritt näherungsweise ein allmählicher, fast linearer Abfall auf, bei starker Bewehrung fällt die Spannung dagegen nahezu sprunghaft ab. Mit dem Erreichen der Fließdehnung der Bewehrung erschöpft sich zumeist die versteifende Mitwirkung des Betons. Charakteristisch für die Betonzugfestigkeit ist die starke Streuung, selbst wenn die Probekörper aus der gleichen Mischung stammen.

Die Zugfestigkeit des Betons kann auf drei verschiedene Arten ermittelt werden:

- als axiale Zugfestigkeit β_{bZ} ,
- als Biegezugfestigkeit β_{BZ} und
- als Spaltzugfestigkeit β_{SZ} .

Der einfachen Prüfmethode wegen wird i. a. die Biegezugfestigkeit β_{BZ} gemessen.

Heilmann /Hei69/ und Rüsç /Rüs75/ formulierten einen Zusammenhang zwischen der Betondruckfestigkeit und der Betonzugfestigkeit:

$$\beta_Z = c \cdot (\beta_W)^{2/3}. \quad (\beta_W \text{ in MPa}) \quad (3.9)$$

Der Faktor c ist Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Es muß jedoch beachtet werden, daß Heilmann die tatsächliche Würfelfestigkeit einsetzt, Rüsç hingegen die Nennfestigkeit β_{WN} . Die in der Rechnung anzusetzende Zugfestigkeit ist zusätzlich von verschiedenen Faktoren abhängig, die beispielsweise bei Mayer /May67/ zu finden sind. Diese sind im Kapitel 3.5 näher beschrieben.

Art	Heilmann			Rüsch (B25/B35)		
	5%	Mittel	95%	5%	Mittel	95%
Biegezugfestigkeit	0,35	0,45	0,56	0,40	0,60	0,80
Spaltzugfestigkeit	0,22	0,27	0,32	0,26	0,37	0,47
zentr. Zugfestigkeit	0,17	0,24	0,29	0,19	0,32	0,45

Tabelle 3.1: Beiwerte nach Heilmann und Rüsch

In der Betonzugzone werden zwei Bereiche unterschieden, nämlich der ungerissene und der gerissene Bereich. Während die Rißdehnung ϵ_{BZ} hauptsächlich von den Betoneigenschaften abhängt, wird die Mitwirkung des Betons auf Zug nach der Rißbildung (Tension Stiffening) zusätzlich stark von der Bewehrung beeinflusst. Hier sind vor allem der Bewehrungsgrad $\mu = A_s/A_D$, die Rippung und der Stabdurchmesser zu nennen. Durch diese Faktoren wird das Verbundverhalten der beiden Werkstoffe maßgebend mitbestimmt. Daher kann die Spannungsdehnungslinie im Tension-Stiffening-Bereich des Querschnitts nicht unabhängig von der Bewehrung betrachtet werden. Die Festlegung der Freiößen β_{BZ} und ϵ_{BZ} sowie der den ansteigenden und abfallenden Ast steuernden Größen soll deshalb im Kapitel 3.5 in Verbindung mit dem Verbundverhalten untersucht werden.

Verschiedene Forscher definieren eine Spannungsdehnungslinie für die Betonzugzone, deren Freiwerte bevorzugt durch Nachrechnungen von Balkenversuchen und nicht nur durch Dehnkörperversuche ohne Querbewehrung überprüft werden. Quast /Qua80/ setzt die allgemeine Parabel mit anschließendem Rechteckteil auch in der Betonzugzone an, wobei er die geringer werdende Mitwirkung des Betons bei höheren Bewehrungsdehnungen durch eine lineare Abminderung des Rechenwertes der Betonzugfestigkeit berücksichtigt. Durch die Wahl der Dehnung ϵ_{BZ} kann die Biegezugfestigkeit des Betons β_{BZ} angepaßt werden. Für seine Nachrechnungen /Qua80/ setzt Quast einheitlich $\epsilon_{BZ} = 0,1 \text{ mm/m}$ an, wobei er von der bewährten Annahme ausgeht, daß die Biegezugfestigkeit etwa 1/20-tel der Betondruckfestigkeit entspricht. Die Mitwirkung des Betons auf Zug endet, wenn die maßgebende Stahlfaser ins Fließen kommt.

Gilbert und Warner geben in /G-W78/ neben stetig abfallenden Kurven auch einen bei Rißbildung sprunghaft verändernden und

einen sägezahnartigen Verlauf an. Im Rahmen der Gleichgewichtsiterationen ist bei diesen Spannungsdehnungslinien wegen der Unstetigkeiten mit Iterationsschwierigkeiten zu rechnen.

Andere Forscher /in E-I76/ setzen einen linearen Anstieg bis zum Erreichen der Betonzugfestigkeit an, wobei der Ursprungsmodul erhalten bleibt. Eine Mitwirkung des Betons auf Zug nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit wird entweder gar nicht oder durch einen stetig (oder auch unstetig) abfallenden Ast berücksichtigt.

Unabhängig von der Art der angesetzten Spannungsdehnungslinie sind die Frei Größen β_{BZ} und ϵ_{BZ} sowie die den ansteigenden und abfallenden Ast steuernden Größen festzulegen. Liegen keine Meßwerte vor, können bewährte Größen angenommen werden. So hat sich die Annahme $\epsilon_{BZ} = 0,1$ mm/m bewährt. Im Kapitel 3.5 werden Hinweise gegeben, wie aus den bei Versuchen gemessenen Werkstoffkenngrößen und den Abmessungen des Versuchskörpers diese Werte einheitlich bestimmt werden können.

3.4 Stoffgesetze für den Betonstahl

Betonstahl weist bis zum Fließen i.a. ein linear-elastisches Verhalten auf. Es ist jedoch das Verhalten von naturharten und kaltverformten Stählen zu unterscheiden.

Naturharter Stahl zeichnet sich durch einen linearen Anstieg mit ausgeprägter Streckgrenze aus. Diese fehlt beim kaltverformten Stahl. Der lineare Anstieg reicht bis zur technischen Streckgrenze $\beta_{0,01}$ (0,01% bleibende Dehnung), anschließend weist der Stahl ein nichtlineares Verhalten auf. Als Streckgrenze wird mit $\beta_{0,2}$ die Spannung vereinbart, bei der die bleibende Dehnung $\epsilon_s = 0,2\%$ auftritt.

In DIN 1045 (12.78) wird für beide Betonstahlsorten vereinfacht eine bilineare Spannungsdehnungslinie vereinbart. Sie gibt, wie oben gezeigt, in weiten Bereichen gut die Realität wieder, jedoch wird weder das allmählich einsetzende Fließen des kaltverformten Betonstahls noch die Verfestigung berücksichtigt.

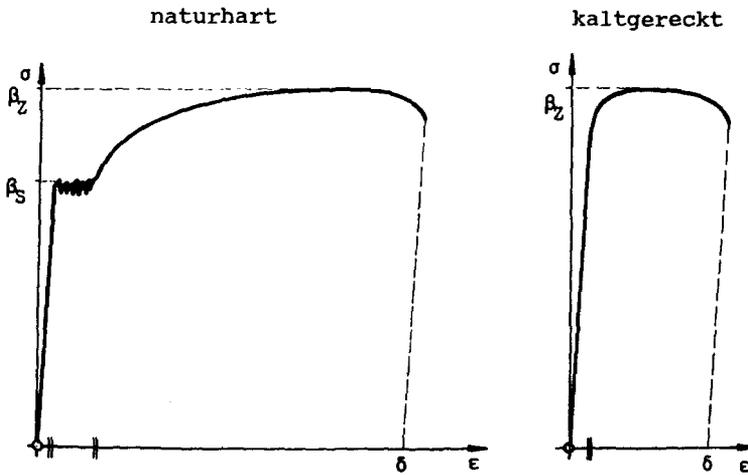


Bild 3.2: Spannungsdehnungslinien für Betonstäbe (verzerrt)

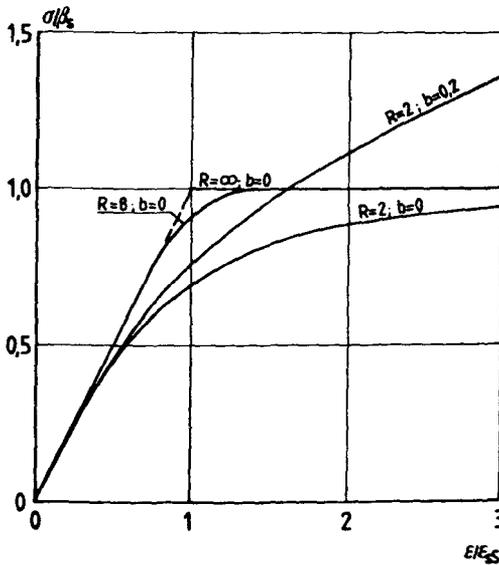


Bild 3.3: Spannungsdehnungslinie nach Menegotto/Pinto /M-P77/

Eine aus Zugversuchen an Betonstahlstäben abgeleitete Spannungsdehnungslinie wird in /M-P77/ angegeben:

$$\sigma(\epsilon) = \beta_S \cdot \delta \cdot (b + (1-b)/(1+\delta^R)^{(1/R)}), \quad (3.10)$$

mit $\delta = \epsilon/\epsilon_{SS}$ und den beiden Freigrößen b und R .

Der Tangentenmodul ergibt sich nach Differenzieren zu:

$$E(\epsilon) = \beta_s \cdot (b + (1-b)/(1+\delta^R) (1+1/R)) / \epsilon_{sS} \quad (3.11)$$

3.5 Verbund zwischen Beton und Betonstahl

3.5.1 Allgemeines

In der Natur herrscht kein starrer Verbund zwischen Bewehrungsstab und umgebendem Beton. In Berechnungen, die das Verhalten realer Stahlbetonstützen approximieren sollen, muß daher das reale Verbundverhalten berücksichtigt werden, was grundsätzlich auf drei verschiedene Arten geschehen kann:

- Sehr feine Diskretisierung der Bewehrungsstäbe einschließlich der Rippen und des umgebenden Betons, so daß unter Berücksichtigung des wirklichen Materialverhaltens kein Verbundgesetz benötigt wird,
- Berücksichtigung des Verbundes durch Verbundelemente, die zwischen Betonelement und Bewehrungselement angeordnet werden oder
- indirekte Berücksichtigung des Verbundes im Stoffgesetz von Beton oder Betonstahl (Tension Stiffening).

Auf welche Art das Verbundverhalten beschrieben wird, hängt von der Aufgabenstellung, der zu erreichenden Genauigkeit und dem zugrundeliegenden Rechenprogramm ab. Stabwerksprogramme berücksichtigen den Verbund i.a. zusammen mit der Betonzugfestigkeit als Tension Stiffening im Stoffgesetz von Beton oder Betonstahl. Einen umfassenden Überblick über Verbundmodelle für nichtlineare FEM-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen gibt Keuser /Keu85/.

Die in der Literatur angegebenen Spannungsdehnungslinien für den Zugbereich sind - mit Ausnahme von /Qua80/ - im wesentlichen aus experimentellen Untersuchungen an zentrisch oder exzentrisch gezogenen Beton- oder Stahlbetonstäben abgeleitet worden. Es war daher vor der Übernahme in das Stützenprogramm die Frage zu stellen, ob der gewählte Ansatz für die Spannungsdehnungslinie

auch zur Beschreibung des Tension Stiffening bei auf Biegung mit Druckkraft beanspruchten Stäben gilt. Da zur Klärung dieser Frage keine Untersuchungsergebnisse bekannt sind, konnte nur die Formulierung des entsprechenden Stoffgesetzes und die Anwendung bei den Versuchsnachrechnungen weiterhelfen.

Im Rahmen eines Forschungsvorhabens /Grz88/ habe ich verschiedene Spannungsdehnungslinien zwecks Eignung für das Programm STBSTZ getestet. Von diesen hat sich in erster Linie der Ansatz von Schwennicke /Sch83/ als brauchbar erwiesen, der auch vom mechanischen Hintergrund her überzeugte. Schwennicke entwickelte mit Hilfe der von Koch /Koc76/ ermittelten Verbundbeiwerte ein Modell für das Zusammenwirken von Beton und Betonstahl. Dabei werden neben der Betonzugfestigkeit und dem Bewehrungsgrade auch der verschiebliche Verbund zwischen Beton und Betonstahl, die Verteilung der Zugfestigkeit des Betons längs der Stabachse und die Rißentwicklung berücksichtigt. Mit diesem Ansatz ist es möglich, die Form des abfallenden Astes zu bestimmen.

Ausgehend von der mittleren Biegezugfestigkeit $\beta_{BZ,m}$ des Betons werden die 5%- und die 95%-Fraktile ($\beta_{BZ,5}$ und $\beta_{BZ,95}$) bestimmt, wobei $\beta_{BZ,5}$ etwa die Erstrißbildung und $\beta_{BZ,95}$ das abgeschlossene Rißbild charakterisiert. Man kann sich auf diese Weise recht einfach zwei Punkte des Zugastes berechnen. Ein dritter Punkt kann durch die vereinfachte Vorgabe ermittelt werden, daß nach Überschreiten der Fließdehnung der Bewehrung keine Mitwirkung des Betons mehr stattfindet. Durch diese drei Punkte läßt sich eine allgemeine Parabel legen. Der häufig verwendete lineare Abfall ist als Sonderfall enthalten.

3.5.2 Berücksichtigung der Rißbildung

Das Programm STBSTZ basiert auf dem Weggrößenverfahren, so daß die Berücksichtigung einer diskreten Rißbildung nicht möglich ist. Vielmehr wird das Rißverhalten in den Elementen integral im Werkstoffgesetz des Betons erfaßt. Da hier das wirklichkeitsnahe Trag- und Verformungsverhalten für den Stabilitätsnachweis (Knicksicherheitsnachweis) im Vordergrund steht, ist eine Aussage über das Rißbild von untergeordneter Bedeutung. Aus der Be-

rechnung des abfallenden Astes der Spannungsdehnungslinie im Zugbereich ergibt sich jedoch ein mittlerer Rißabstand (vgl. Gl. 3.22).

Bei der Rißbildung werden die vom Beton freigesetzten Energien auf den Bewehrungsstab übertragen. Das hat eine Erhöhung der Stahldehnung zur Folge und somit natürlich eine sprunghafte Änderung des Verzerrungszustandes. Diese sprunghafte Änderung muß durch die Iteration des Querschnittsgleichgewichtes ausgeglichen werden, wobei die nun anders zusammengesetzten inneren Kräfte den äußeren Kräften anzupassen sind. Ist die Spannungsdehnungslinie unstetig, kann es zur Divergenz kommen. Im Bereich der Sprungstelle ist es nämlich kaum möglich, das Gleichgewicht auszuiterieren. Kleine Veränderungen des Verzerrungszustandes hätten dann große Änderungen der Schnittgrößen und Steifigkeiten zur Folge.

Weiterhin muß dafür Sorge getragen werden, daß die Bewehrung bei der Rißbildung nicht ins Fließen gerät, weil die Stütze sonst versagt. Damit wird klar, daß gerade die Beschreibung der Rißbildung für die Berechnung der Stahlbetontragwerke entscheidend ist, wenn die Mitwirkung des Betons auf Zug beachtet wird.

3.5.3 Installiertes Betongesetz im Zugbereich

Das Betongesetz der Zugzone lehnt sich stark an das von Schwenicke /Sch83/ vorgestellte an. Der im folgenden erläuterte Algorithmus erscheint aufgrund des Umfanges und der benötigten Angaben zum Werkstoffverhalten nur für Versuchsnachrechnungen oder Studien zum Trag- und Verformungsverhalten als sinnvoll anwendbar. Allerdings ist die Umsetzung in ein Rechenprogramm sehr einfach möglich.

Die nötigen Vorgaben sind:

- die mittlere Betonbiegezugfestigkeit $\beta_{BZ,m}$
- die Verbundspannung τ_{v0} ,
- der Ursprungsmodul E_0 des Betons,
- der E-Modul E_s des Betonstahls,
- der Bewehrungsgrad $\mu_z = A_{s,z}/A_{b,z}$ der Betonzugzone,

- der Stabdurchmesser ϕ der Bewehrung und
- die Dehnung ϵ_{zu} , an der die Mitwirkung der Betons auf Zug endet.

Schwennicke geht davon aus, daß ein Stahlbetonprisma im Zustand abgeschlossener Rißbildung genau 20 Risse aufweist. Damit wird bei normalverteilter Biegezugfestigkeit dem Erstriß die 5%-Fraktile und dem letztmöglichen Riß die 95%-Fraktile der Biegezugfestigkeit zugewiesen. Die 5%- und 95%-Fraktile werden durch Vorgabe oder Ermittlung des Variationskoeffizienten bestimmt. Für die Versuche /G-T86a, G-T86b/ ergibt sich der Variationskoeffizient der Biegezugfestigkeit für die 36 Biegezugprismen (3 je Versuch) zu $V_K = 9,96\%$. In der Rechnung wird näherungsweise $V_K = 10\%$ gewählt. Dieser Wert stimmt mit dem von Schwennicke angegebenen überein.

Die mittlere Betonbiegezugfestigkeit $\beta_{BZ,m}$ wird nach Mayer /May67/ ermittelt. Er gibt folgenden Zusammenhang an:

$$\beta_{BZ,m} = \beta_{BZ}^{(0)} \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_E \cdot m_Z \cdot m_S \cdot (m_V \cdot m_N \cdot m_D) \quad (3.12)$$

Hierin sind:

$\beta_{BZ}^{(0)}$	= Grundzahl der Biegezugfestigkeit
m_t	= Einfluß der zeitlichen Entwicklung
m_d	= Einfluß der Balkenhöhe
m_E	= Einfluß einer Einzellast in Feldmitte
m_Z	= Einfluß der Art des Zuschlagsgesteins
m_S	= Einfluß der Austrocknung des Querschnitts
m_V	= Einfluß der Belastungsgeschwindigkeit
m_N	= Einfluß von Wechsellasten
m_D	= Einfluß einer Dauerbelastung

Mayer gibt für diese 8 Einflußfaktoren Diagramme und Tabellen an, so daß zur Bestimmung der Biegezugfestigkeit bei Versuchsnachrechnungen ausreichende Grundlagen vorhanden sind. Bei der Bestimmung der Biegezugfestigkeit für die Bemessung muß mit Näherungswerten (z.B. gemäß Tabelle 3.1) gearbeitet werden, die gegebenenfalls in einem zweiten Rechenlauf zu korrigieren sind.

Die Berechnung des Verlaufs des abfallenden Astes der Spannungs-

dehnungslinie läuft wie folgt ab (vgl. /Sch83/):

Für die Erstrißbildung gilt (5%-Fraktile):

$$\beta_{BZ,5} = (1+u_5 \cdot V_K) \cdot \beta_{BZ,m} = 0,835 \cdot \beta_{BZ,m} \quad (3.13a)$$

Ein abgeschlossenes Rißbild wird erreicht bei (95%-Fraktile):

$$\beta_{BZ,95} = (1+u_{95} \cdot V_K) \cdot \beta_{BZ,m} = 1,165 \cdot \beta_{BZ,m} \quad (3.13b)$$

Darin sind

$$u_5 = (\beta_{BZ,5} - \beta_{BZ,m})/s \quad \text{und} \quad (3.14a)$$

$$u_{95} = (\beta_{BZ,95} - \beta_{BZ,m})/s \quad (3.14b)$$

mit s = Standardabweichung der normalverteilt angenommenen Biegezugfestigkeit und V_K = Variationskoeffizient (z.B. $V_K = 0,10$).

Die zum Erstriß gehörende Dehnung ergibt sich bei linearem Verhalten des Betons zu:

$$\epsilon_{BZ} = \beta_{BZ,5}/E_0 \quad (3.15)$$

und die zugehörige Stahlspannung zu:

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_{BZ} \quad (3.16)$$

Mit dem geometrischen Bewehrungsverhältnis $\mu_z \approx A_s/A_b$ beträgt die zentrische Zugkraft, die zum Erstriß führt:

$$N_{Ri\beta 1} = A_b \cdot (\beta_{BZ,5} + \mu_z \cdot \sigma_s) \quad (3.17)$$

und die zugehörige Stahlspannung:

$$\sigma_{s,Ri\beta 1} = N_{Ri\beta 1}/A_s \quad (3.18)$$

Die zur Bildung des letzten Risses gehörende Stahlspannung lautet:

$$\sigma_{s,Ri\beta 2} = \beta_{BZ,95}/\mu_z \quad (3.19)$$

Tatsächlich ergibt sich dabei eine Stahlspannung (lineares Verhalten beim Beton vorausgesetzt) von:

$$\sigma_{s0,95} = E_s \cdot \beta_{BZ,95}/E_0 \quad (3.20)$$

Damit kann nach Koch /Koc76/ der Verbundbeiwert bestimmt werden:

$$k_{v,95} = k_{v0} + k_{v1} \cdot \sigma_{s0,95} \quad (3.21)$$

Der mittlere Rißabstand ermittelt sich zu:

$$x_B = -\tau_{v0}/k_v + \sqrt{(\tau_{v0}/k_v)^2 + \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{s,RiB2} - \sigma_{s0,95}) \cdot \phi / k_v} \quad (3.22)$$

und die mittlere Stahldehnung bei abgeschlossener Rißbildung zu:

$$\epsilon_{s2,m} = (\sigma_{s,RiB2} - \tau_{v0} \cdot x_B / \phi - 5 \cdot k_{v,95} \cdot x_B^2 / (6 \cdot \phi)) / E_s \quad (3.23)$$

Damit ergibt sich die vom Beton zu tragende Normalkraft zu:

$$N_{b,RiB2} = (\sigma_{s,RiB2} - E_s \cdot \epsilon_{s2,m}) \cdot A_s \quad (3.24)$$

und die mittlere Betonzugspannung zu:

$$\sigma_{b,RiB2} = N_{b,RiB2} / A_b \quad (3.25)$$

Somit liegt nun eine weitere Dehnung mit zugehöriger Spannungsordinate fest und man kann mit der maximal ausnutzbaren Dehnung ϵ_{zu} den Exponent m_2 berechnen:

$$m_2 = \lg(\sigma_{b,RiB2} / \beta_{BZ,95}) / \lg(1 - (\epsilon_{s2,m} - \epsilon_{BZ}) / (\epsilon_{zu} - \epsilon_{BZ})) \quad (3.26)$$

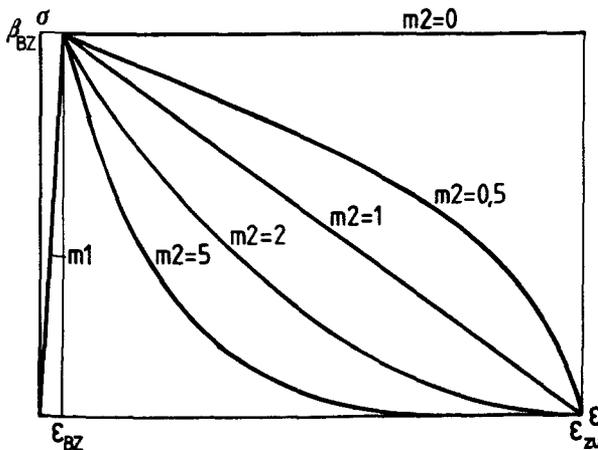


Bild 3.4: Spannungsdehnungslinie im Zugbereich

Als Ergebnis erhält man die folgende Spannungsdehnungslinie:

$$\sigma(\epsilon) = \beta_{BZ} \cdot [1 - (1 - \epsilon / \epsilon_{BZ})^{m1}] \quad 0 < \epsilon \leq \epsilon_{BZ} \quad (3.27)$$

$$\sigma(\epsilon) = \beta_{BZ} \cdot [1 - (\epsilon - \epsilon_{BZ}) / (\epsilon_{zu} - \epsilon_{BZ})]^{m2} \quad \epsilon_{BZ} < \epsilon \leq \epsilon_{zu} \quad (3.28)$$

mit dem E-Modul-Verlauf:

$$E(\epsilon) = E_0 \cdot (1 - \epsilon / \epsilon_{BZ})^{m1-1} \quad 0 < \epsilon \leq \epsilon_{BZ} \quad (3.29)$$

$$E(\epsilon) = -\beta_{BZ} \cdot m2 \cdot [1 - (\epsilon - \epsilon_{BZ}) / (\epsilon_{zu} - \epsilon_{BZ})]^{(m2-1)} / (\epsilon_{zu} - \epsilon_{BZ}) \quad \epsilon_{BZ} < \epsilon \leq \epsilon_{zu} \quad (3.30)$$

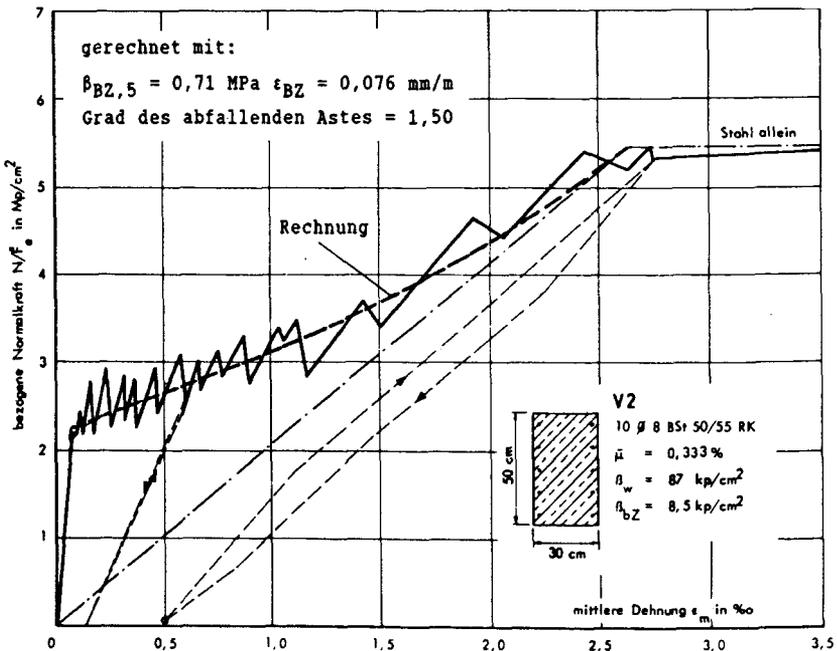


Bild 3.5: Nachrechnung des Versuches V2 /RKL76/

Die Wirklichkeitsnähe der in Bild 3.4 dargestellten Spannungsdehnungslinie wurde zunächst bei der Nachrechnung von zentrischen Zugversuchen an Stahlbetonstäben überprüft, aus deren Ergebnissen die Spannungsdehnungslinie ja abgeleitet ist. Als Beispiel eines zentrisch gezogenen Stahlleichtbetonstabes wurde beispielsweise Versuch V2 von Rostásy/Koch/Leonhardt /RKL76/ nachgerechnet. Dabei wurde $\beta_{BZ,5} = 0,835 \cdot \beta_{BZ,m} = 0,835 \cdot 0,85 = 0,71$ MPa und $\beta_{BZ,95} = 1,165 \cdot \beta_{BZ,m} = 0,99$ MPa angesetzt. Die zu-

gehörige Erstrißdehnung ergibt sich zu $\epsilon_{BZ} = \beta_{BZ,5}/E_0 = 0,71/9,34 = 0,076$ mm/m. Der Grad des abfallenden Astes ermittelt sich entsprechend zu $m_2 = 1,50$. Bild 3.5 zeigt die sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung.

3.5.4 Einschränkungen

Die obigen Ableitungen zeigten, daß es für die realistische Erfassung des Tension Stiffening nicht ausreicht, bewährte Pauschalwerte wie z.B. $\epsilon_{BZ} = \epsilon_{bS}/20$ vorzugeben. Hier spielt gerade das Verbundverhalten zwischen Beton und Betonstahl eine wichtige Rolle.

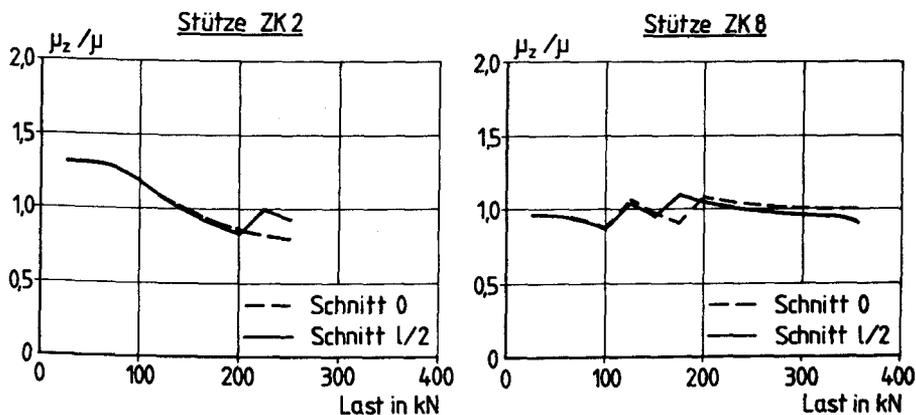


Bild 3.6: Der Verlauf der Bewehrungsgrade μ_z in Abhängigkeit von der Last

Ein weiterer, wichtiger Aspekt bei der Berechnung der wirksamen Biegezugfestigkeit ist deren enge Verknüpfung mit dem Bewehrungsgrad der Betonzugzone $\mu_z = A_{S,z}/A_{b,z}$. Es kann strenggenommen nur dann von einer einheitlichen Spannungsdehnungslinie ausgegangen werden, wenn μ_z für alle auftretenden Beanspruchungen annähernd konstant ist. Diese Forderung ist bei zweiachsig beanspruchten Stützen näherungsweise dann erfüllt, wenn die Bewehrung gleichmäßig und fein über den Umfang verteilt angeordnet wird, da dann μ_z auch bei Veränderung der Dehnungsnulllinienlage

weitestgehend konstant bleibt. Damit können die an Zugstäben ermittelten Zusammenhänge verwendet werden, bei denen dieses Verhältnis immer konstant ist.

Zur Abklärung wurde der Verlauf der Bewehrungsgrade μ_z während der Laststeigerung für die Traglastrechnungen zu den Versuchen /G-T86a, G-T86b/ untersucht. Im Bild 3.6 ist die Bandbreite der Ergebnisse dargestellt. Es zeigt sich eine annehmbare Übereinstimmung mit dem Bewehrungsgrad $\mu = A_s/A_b$. Ermittelt man sich die Exponenten m_2 nach Gl. 3.26 für die Extremwerte, erhält man zwar deutliche Unterschiede, die sich in der Stütztraglast allerdings nur mit $\pm 3\%$ auswirken.

Ein weiterer Aspekt ist, daß auch der Bewehrungsstabdurchmesser in die Rechnung eingeht, so daß nur bei konstanten Durchmessern eine gute Annäherung gefunden wird. Weiterhin muß genügend Bewehrung eingelegt sein, damit die beim Riß freiwerdende Energie des Betons auf den Betonstahl umgelagert werden kann. Anderenfalls läßt sich der oben abgeleitete Algorithmus nicht anwenden. Bei Stahlbetonstützen wird diese Forderung in der Regel durch das Einlegen einer Mindestbewehrung erfüllt.

Als Fazit ist zu sagen, daß mit der vorgestellten Spannungsdehnungslinie für den Zugbereich die Mitwirkung des Betons auf Zug im Rahmen dieser Arbeit sehr zufriedenstellend berücksichtigt werden kann. Für die Bemessungspraxis sind jedoch vereinfachte, abgesicherte Werte vorzugeben, um den Aufwand für die Ermittlung des Parameters m_2 zu reduzieren. Entsprechende Untersuchungen stehen noch aus.

Es soll noch einmal ganz deutlich festgestellt werden, daß der von mir gewählte Ansatz von Schwennicke vielleicht nicht der bestmögliche Ansatz ist. Aber er hat sich sowohl programmtechnisch bezüglich der Konvergenz des Verfahrens als auch in Vergleich mit den im Versuch ermittelten Ergebnissen als sehr brauchbar erwiesen. Vereinzelt Berechnungen nicht längskraftbeanspruchter Stahlbetonstäbe zeigten ebenfalls gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung.

3.6 Zusammenfassung

Zur Verifikation des Rechenmodells ist es erforderlich, Versuche wirklichkeitsnah nachzurechnen. Dabei ist neben einer guten Übereinstimmung bezüglich der Tragfähigkeit auch eine realistische Beschreibung des Verformungsverhaltens angestrebt. Eine Grundvoraussetzung dafür ist ein einfaches, aber gut an die Realität angepaßtes Werkstoffgesetz für den Verbundwerkstoff Stahlbeton. Dieses wurde für die Komponenten Beton und Betonstahl abgeleitet. In der Spannungsdehnungslinie der Betonzugzone wurde zusätzlich der Verbund berücksichtigt. Fragen der Anwendbarkeit für zweiachsige Biegung und die Einschränkungen bezüglich der Anwendung wurden diskutiert.

4 BESCHREIBUNG DES RECHENMODELLS

4.1 Allgemeines

Im Kapitel 2 wurde das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen qualitativ beschrieben (Modell von der Wirklichkeit) und die maßgebenden Einflußparameter wurden aufgeführt. Es soll nun die Umsetzung dieses Modells in ein Rechenmodell erfolgen. An das Rechenmodell wird die Anforderung gestellt, das Trag- und Verformungsverhalten einer Stahlbetonstütze wirklichkeitsnah zu approximieren. Das von Olsen entwickelte Programm STBSTS (Stahlbetonstab, schiefe Biegung) /Ols81/ leistet dies nicht, es stand aber als Basis für das erweiterte Rechenmodell zur Verfügung.

4.2 Das Rechenprogramm STBSTS

Grundgedanke für die Entwicklung des Programms STBSTS war die programmtechnische Lösung der beiden Aufgabenstellungen:

- Ermittlung des Gleichgewichtszustandes und
- Ermittlung der Traglast

eines Stahlbetonstabes unter schiefer Biegung. Die Lösung baupraktischer Fragen, z.B. hinsichtlich einer Bemessung unter Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte nach DIN 1045 affin zur Biegelinie, standen nicht im Vordergrund; das Programm wurde primär zum Zwecke der Forschung entwickelt und eingesetzt.

Grundlage des Programms bildet das allgemein bekannte Weggrößenverfahren. Für den ideal-elastischen Werkstoff (Hooke'scher Werkstoff) ist es beispielsweise in /A-D80/ ausführlich vorgestellt worden. Die Steifigkeitsmatrizen für Theorie 1. und 2. Ordnung entsprechen weitestgehend den in der Literatur angegebenen. Sie wurden jedoch für die zweiachsige Biegung erweitert. Zur Berücksichtigung des nichtlinear-elastischen Materialverhaltens des Stahlbetons sind nämlich die Längskraftgrößen mit den Biegegrößen zu koppeln. Das /ZSK85/ entnommene Bild 4.1 zeigt dies in anschaulicher Weise.

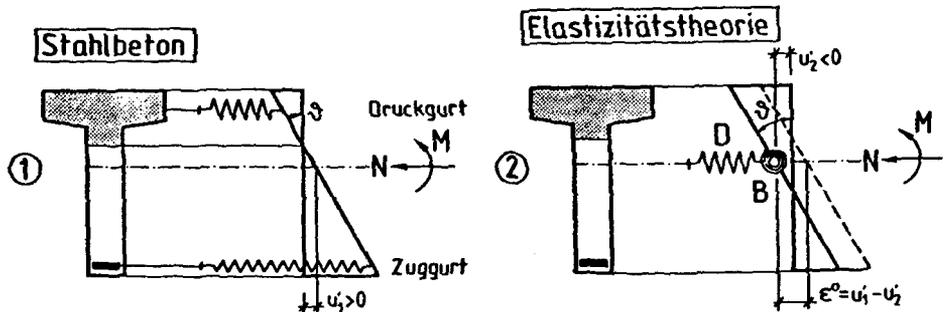


Bild 4.1: Unterschiede im Verhalten zwischen Stahlbeton und Hooke'schem Werkstoff (aus /ZSK85/)

Der Stahlbetonquerschnitt läßt sich wirklichkeitsnah nur durch zwei in der Regel verschieden steife Längskraftfedern für den Druck- und Zuggurt ersetzen, während dies bei Hooke'schem Werkstoff durch eine Längskraft- und eine Biegefeder erfolgen kann. Es ist leicht einsehbar, daß die beiden Federpaare nicht gleichwertig sind. Beim Hooke'schen Werkstoff ändert sich nämlich mit der Längskraft nur die Längsdehnung, beim Stahlbeton dagegen aufgrund der ungleichen Federsteifigkeiten auch die Krümmung. Damit entfällt zwangsläufig die für die Rechnung so vorteilhafte Entkoppelung von Längskraft- und Biegegrößen.

An Unstetigkeitsstellen (Einzellasten, Einzelfedern) sind Stabunterteilungen vorzunehmen. Abweichend von der Elastizitätstheorie ist für Stahlbetonstäbe zusätzlich der veränderlichen Steifigkeitsverteilung entlang der Stabachse Rechnung zu tragen, die aus der materialbedingten Nichtlinearität des Verbundwerkstoffes Stahlbeton resultiert. Zu diesem Zweck wird der Stab in Rechenabschnitte mit veränderlichen, aber im Abschnitt selbst konstanten Steifigkeiten unterteilt. Die Abschnittssteifigkeiten werden als Mittelwert der Querschnittssteifigkeiten der beiden Endquerschnitte des Abschnitts berechnet. Es hat sich gezeigt, daß für Stabilitätsberechnungen in der Regel 10 Rechenabschnitte ausreichen, um die Steifigkeitsverteilung genügend genau wiederzugeben. Allerdings ist zu beachten, daß mit den üblichen Ansätzen des Weggrößenverfahrens für die Biegelinie und dem näherungsweise linear angenommenen Steifigkeitsverlauf im allgemeinen ein zu steifes Verhalten der Rechenabschnitte erreicht wird.

In STBSTS sind die Werkstoffgesetze nach DIN 1045 implementiert. Dabei wurden das Parabel-Rechteck-Diagramm für den Beton und die bilineare Arbeitslinie für den Betonstahl zugrundegelegt. Weiterhin wurde voller Verbund zwischen Bewehrungsstab und umgebendem Beton angenommen. Die Mitwirkung des Betons auf Zug und zeitabhängige Effekte fanden keine Berücksichtigung.

Die Bearbeitung der beiden angegebenen Aufgabenstellungen hatte bezüglich der Wahl des Rechenverfahrens einen entscheidenden Einfluß. So ist für die Beurteilung eines Gleichgewichtszustandes notwendig, daß die Tangentensteifigkeitsmatrix bekannt ist. Nur wenn diese positiv definit wird, ist eine sichere Aussage über die Stabilität des berechneten Gleichgewichtszustandes möglich. Anderenfalls herrscht folgerichtig kein stabiles, sondern labiles Gleichgewicht. Die sichere Klärung dieser Frage spielt bei der Traglastberechnung eine wichtige Rolle, so daß damit die Forderung verbunden ist, mit Tangentensteifigkeiten zu rechnen. Im folgenden wird, wenn nicht ausdrücklich anders gesagt, unter Steifigkeit immer die Tangentensteifigkeit verstanden.

Wegen des nichtlinearen Materialverhaltens ist das Auffinden von Gleichgewichts- und Traglastzuständen nur auf iterativem Wege möglich. Iterationen sind bei der Querschnittsanalyse erforderlich, um die Schnittgrößen und die beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten zu berechnen, und für die Berechnung des Gesamtstabes, um den Gleichgewichtszustand und letztlich die Traglast (inkrementelle Laststeigerung) zu bestimmen. Für die Iteration des Querschnittsgleichgewichts wurde das bewährte Newton-Raphson-Verfahren gewählt, das sich, bei genügend guten Ausgangswerten, durch eine schnelle und sichere Konvergenz auszeichnet. Die Ausgangswerte der Querschnittsiteration werden erfolgreich dadurch ermittelt, daß die Verzerrungen (ϵ_0 , k_y und k_z) aus dem letzten Gleichgewichtszustand des Gesamtstabes gewählt werden. Im ersten Rechenschritt werden diese Werte aus den Ursprungssteifigkeiten errechnet.

Die Querschnittsanalyse erfolgt im Programm STBSTS, indem das Umfahrungsintegrals als gleichwertiger Ersatz für die Integration des Spannungs- bzw. Spannungsgradientenvolumens bestimmt wird. Die Grundlage bildet der Satz von Gauß-Green.

Das Gleichgewicht des Gesamtstabes wird analog zur Elastizitätstheorie ermittelt. Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen Belastung und Verformungen muß jedoch iterativ vorgegangen werden. In jedem Iterationsschritt wird die Steifigkeitsverteilung entlang des Stabes verändert, bis die Biegelinien zweier aufeinanderfolgender Iterationsschritte genügend genau übereinstimmen.

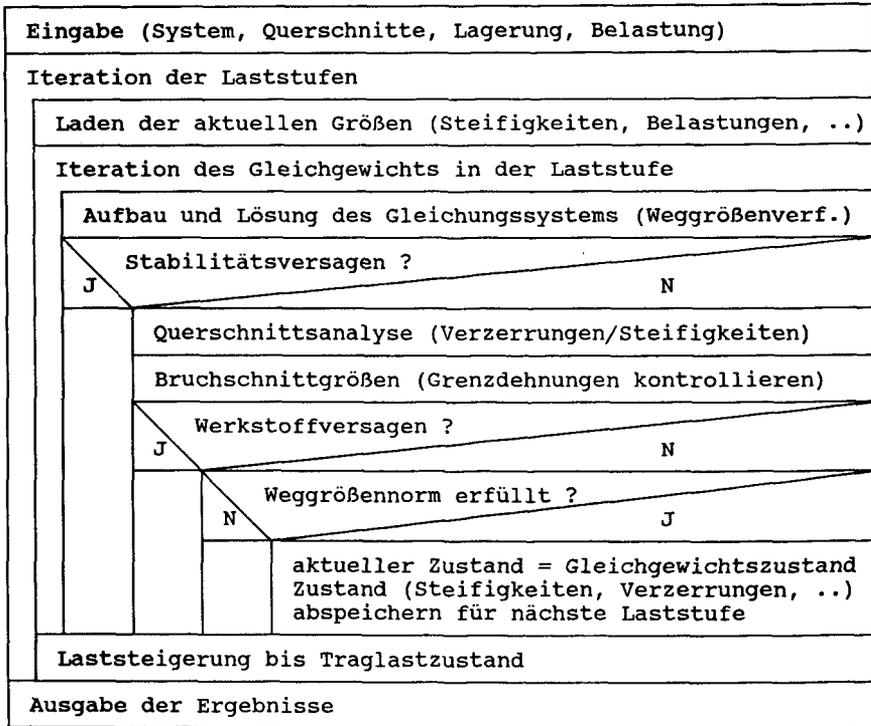


Bild 4.2: Vereinfachter Ablauf einer Traglastrechnung

Eine Traglastrechnung setzt sich aus der mehrmaligen Berechnung des Stabgleichgewichts mit jeweils gesteigerter Last zusammen. Im Bild 4.2 ist der Ablauf vereinfacht dargestellt.

Eine Vielzahl von Rechnungen, unter anderem auch die sehr umfangreiche rechnerische Studie von Olsen und Quast /O-Q82/, haben die Tauglichkeit des Programms STBSTS für DIN-gemäße Berech-

nungen unter Beweis gestellt. Versuchsnachrechnungen mit STBSTS zeigten, daß zwar bezüglich der Traglast brauchbare Übereinstimmungen zu erreichen sind, nicht jedoch bezüglich des Verformungsverhaltens im Gebrauchslastbereich. Hier fehlt ein wirklichkeitsnäheres Werkstoffgesetz für den Beton, welches auch die Frage der Mitwirkung des Betons auf Zug befriedigend berücksichtigt. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, wurde das Programm STBSTS im Rahmen eines Forschungsvorhabens /Grz88/ erweitert. Das erweiterte Programm wurde zur Unterscheidung STBSTZ (Stahlbetonstab, schiefe Biegung mit Zug) /Grz87/ genannt.

4.3 Erweiterung der Aufgabenstellung - das Programm STBSTZ

4.3.1 Allgemeines

Vom Programm STBSTS wurden im wesentlichen die das Weggrößenverfahren betreffenden Programmroutinen übernommen. Die Querschnittsroutinen und die Iterationssteuerung für die Querschnittsanalyse und den Gesamtstab mußten an die neuen Werkstoffgesetze angepaßt werden. Zusätzlich wurde die Möglichkeit der grafischen Darstellung der Ergebnisse eröffnet.

4.3.2 Rechenannahmen und Idealisierungen

Es gelten folgende Annahmen:

- Ebene Querschnitte bleiben auch nach der Verformung eben (Bernoulli-Hypothese).
- Es existiert ein zumindest stückweise stetiger und eindeutiger Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen.
- Die Verformungen bleiben klein gegenüber den Stababmessungen.
- Die Verformungen und die Rißbildung infolge Querkraft und Torsion bleiben unberücksichtigt.
- Die Lasten sind richtungstreu.
- Die Verformungsfigur wird als drillfrei unterstellt.
- Die Traglast wird erreicht durch:
 - Stabilitätsversagen (bei Verwendung von Tangentenstei-

figkeiten: nicht positiv definite Systemmatrix).

- Erreichen eines vorzugebenden Grenzdehnungszustandes (z.B. gemäß Bild 13 in DIN 1045).

Im Hinblick auf ein realistisches Werkstoffverhalten werden folgende Ergänzungen eingeführt:

- Das Verbundverhalten im Zugbereich wird näherungsweise durch Einarbeitung des Tension Stiffening in das Werkstoffmodell des Betons berücksichtigt (siehe Kapitel 3.5). Im Druckbereich wird voller Verbund angesetzt.
- Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen kann berücksichtigt werden.

4.3.3 Lösungsverfahren

Die Bestimmung des Gleichgewichtszustandes erfolgt nach dem Weggrößenverfahren unter Ansatz des durch Integration der Spannungsgradienten gewonnenen Steifigkeitsverlaufes. Es kann wahlweise nach Theorie 1. Ordnung oder nach Theorie 2. Ordnung gerechnet werden. Die Einzelsteifigkeitsmatrizen werden durch die bekannten Formeln der Stabstatik gewonnen; neben der Erweiterung auf das zweiachsige Problem wird die Koppelung der Biegegrößen mit den Längskraftgrößen berücksichtigt. Jeder Stababschnitt wird zur Erfassung des veränderlichen Steifigkeitsverlaufs in beliebig viele Rechenabschnitte unterteilt. Schnittgrößen und Steifigkeiten werden durch numerische Integration der Spannungen und Spannungsgradienten des polygonal umrandeten Querschnitts sowie durch Summation der Bewehrungsanteile ermittelt.

Es wird dem Benutzer freigestellt, ob mit den Sekantensteifigkeiten oder mit den Tangentensteifigkeiten zu rechnen ist, wobei jedoch letzteren generell der Vorzug zu geben ist. Das Auffinden des Gleichgewichtszustandes entspricht der Nullstellensuche einer nichtlinearen Vektorfunktion, die bei Verwendung der Tangentensteifigkeiten dem Newton-Raphson-Verfahren entspricht. Die Systemmatrix des Weggrößenverfahrens ist als Bandmatrix mit eingearbeiteten Randbedingungen abgespeichert. Das nichtlineare Gleichungssystem wird iterativ gelöst.

4.3.4 Nichtlineare Berechnung eines Stahlbetonstabes

Das Weggrößenverfahren basiert auf kinematisch verträglichen Verschiebungsansätzen, d. h. die Formfunktionen für die Weggrößen werden so gewählt, daß sie verträglich sind. Die Unbekannten (Freigrößen) sind die Knotenverschiebungen und -verdrehungen. Das Gleichgewicht wird durch die Lösung des Gleichungssystems (4.1) gebildet.

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{k} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

mit \mathbf{S} = Gesamtsteifigkeitsmatrix des Stabes,

\mathbf{v} = Knotenweggrößenvektor,

\mathbf{k} = Knotenlastvektor und

$\mathbf{0}$ = Nullvektor.

Wegen des nichtlinearen Verhaltens des Werkstoffes Stahlbeton ist die Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} nicht konstant, sondern funktional abhängig vom aktuellen Verzerrungszustand der Querschnitte und damit von den Knotenweggrößen \mathbf{v} . Das nichtlineare Gleichungssystem (4.1) ist somit nur iterativ lösbar, wobei sich bei Verwendung der Newton-Raphson-Iteration die Steifigkeitsmatrix mit jedem Iterationsschritt ändert.

Im Programm wird für die Ermittlung eines Gleichgewichtszustandes ein iteratives Vorgehen und zur Bestimmung der Traglast ein inkrementell-iteratives Vorgehen gewählt. Dabei wird von einem frei bestimmbareren Anfangswert aus die Last in Inkrementen aufgebracht. Für jede Laststufe wird dann der Gleichgewichtszustand iterativ bestimmt. Unabhängig davon, ob Sekanten- oder Tangentensteifigkeiten verwendet werden, wird im ersten Iterationsschritt die Ursprungssteifigkeitsmatrix \mathbf{S}_0 gebildet und so die erste Annäherung berechnet. Für die weiteren Iterationsschritte unterscheidet sich das Vorgehen, wie in Bild 4.3 dargestellt.

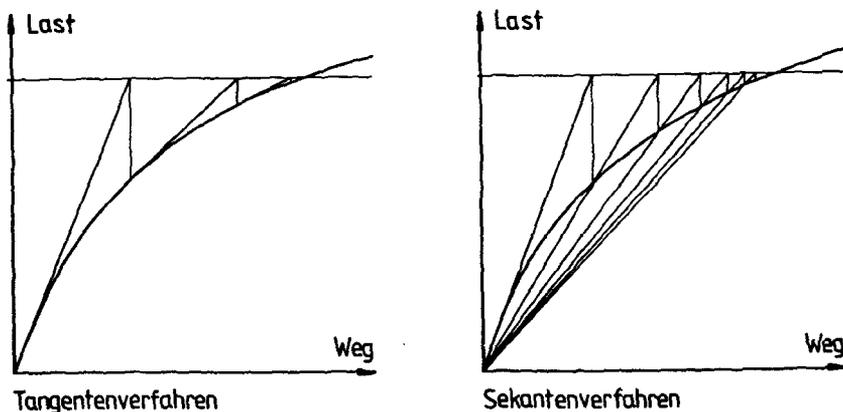


Bild 4.3: Iteration mit Tangenten- und Sekantensteifigkeiten

Die Tangentensteifigkeitsmethode weist meistens eine schnelle Konvergenz auf, da die aktuellen Steifigkeiten (Steigung der Kurve im Bild 4.3) stets neu ermittelt werden und dem Kurvenverlauf gut angepaßt sind. Bei der Sekantensteifigkeitsmethode ist diese Anpassung weniger gut, so daß allgemein deutlich mehr Iterationsschritte erforderlich sind. Ausschlaggebend für die Bevorzugung der Tangentensteifigkeiten ist jedoch, daß nur durch deren Verwendung eine "echte" Stabilitätsanalyse möglich ist; die Stabilitätslast ist nämlich durch die Singularität der Gesamttangentensteifigkeitsmatrix (notwendige Bedingung) gekennzeichnet /Tim82/.

Da die Bestimmung der Traglast eines Stahlbetonstabes inkrementell erfolgt, d.h. die Last in Inkrementen (Laststufen) aufgebracht wird, kann das Last-Verformungsverhalten Schritt für Schritt verfolgt werden. Für einen Lastschritt ist das Vorgehen in Bild 4.4 dargestellt.

Es wird angenommen, daß sich der Stab für den Lastvektor \mathbf{k}_0 im Gleichgewicht befindet. Die aktuellen, zu diesem Gleichgewichtszustand gehörenden Steifigkeiten sind in der Steifigkeitsmatrix \mathbf{B}_0 berücksichtigt; die zugehörigen Verschiebungen sind im Vektor \mathbf{v}_0 enthalten. Von diesem Punkt ausgehend wird die Last um das Inkrement $\Delta \mathbf{k}$ auf $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 + \Delta \mathbf{k}$ gesteigert. Da die Verzerrungen für den Lastvektor \mathbf{k}_1 nicht bekannt sind, kann die zugehörige

Steifigkeitsmatrix S_1 nicht gebildet werden. Deshalb wird näherungsweise von einer nach dem linearen Glied abgebrochenen Taylorreihe ausgegangen:

$$v_1^{(1)} = v_0 + (S_0)^{-1} \cdot (k_1 - k_0) \quad (4.2a)$$

Dabei ist $(S_0)^{-1}$ die inverse Steifigkeitsmatrix der letzten im Gleichgewicht befindlichen Laststufe. Ist das Gleichungssystem nicht lösbar, also die Steifigkeitsmatrix nicht positiv definit, liegt Stabilitätsversagen vor, und der Lastvektor muß reduziert werden.

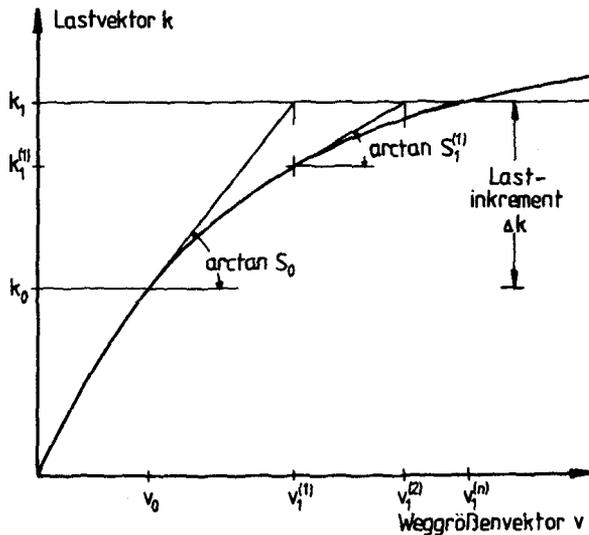


Bild 4.4: Iteration einer Laststufe (mehrparametrisches Diagramm)

Aus der Lösung des Gleichungssystems (4.2a) ergeben sich die Knotenweggrößen $v_1^{(1)}$. Die (1) weist dabei auf den ersten Iterationsschritt hin. Mit diesen Knotenweggrößen werden durch Einsetzen in die Elementsteifigkeitsmatrizen die Knotenschnittgrößen $k_1^{(1)}$ ermittelt. Zu diesen können dann die zugehörigen Verzerrungszustände und die Steifigkeiten berechnet werden. Anschließend wird durch Kontrolle der Bruchschnittgrößen ein Werkstoffversagen untersucht. Aufgrund des nichtlinearen Werkstoffverhaltens des Stahlbetons sind die Knotenschnittgrößen $k_1^{(1)}$ des ersten Iterationsschrittes kleiner als die gewünschten. Das

ist darauf zurückzuführen, daß zunächst mit den Ursprungssteifigkeiten ein zu steifes Verhalten angenommen wurde. Der Zustand $\mathbf{v}_1^{(1)}$ und $\mathbf{k}_1^{(1)}$ ist zwar für sich ein Gleichgewichtszustand, aber noch nicht der gesuchte. Mit den neu berechneten Steifigkeiten wird eine aktualisierte Steifigkeitsmatrix $\mathbf{s}_1^{(1)}$ berechnet. Ausgehend vom Punkt $\mathbf{v}_1^{(1)}$ wird nun die Iteration fortgesetzt. Nach dem zweiten Iterationsschritt wird geprüft, ob die Biegelinien der beiden letzten Iterationsschritte genügend genau übereinstimmen. Zeigt sich keine ausreichende Übereinstimmung, wird ein weiterer Iterationsschritt ausgeführt, bis die Differenz der Verformungsvektornorm zweier aufeinanderfolgender Iterationsschritte eine vorgegebene Schranke unterschreitet. Die Iterationsvorschrift lautet:

$$\mathbf{v}_1^{(n+1)} = \mathbf{v}_1^{(n)} + (\mathbf{s}_1^{(n)})^{-1} \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_1^{(n)}) \quad (4.2b)$$

Bei der Berechnung mit den Sekantensteifigkeiten ist der Iterationsprozeß gleich, während der Iteration einer Laststufe wird lediglich mit der Sekantensteifigkeitsmatrix gerechnet.

4.3.5 Querschnittsanalyse

Die Querschnittsanalyse bildet das Rückgrat eines Programms zur nichtlinearen Stabwerksberechnung. Abweichend von den nur zur Querschnittsberechnung entwickelten Programmen sind neben den Schnittgrößen auch die Querschnittssteifigkeiten zu ermitteln. Aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens lassen sich die Verzerrungen zu vorgegebenen Schnittgrößen nicht direkt, sondern nur auf iterativem Weg bestimmen. Für den Programmablauf heißt dies, daß die Verzerrungen durch wiederholte Benutzung der Querschnittsintegrationsroutine ermittelt werden, die zu vorgegebenen Verzerrungen die Schnittgrößen und Steifigkeiten berechnet.

Zum Auffinden des gesuchten Verzerrungszustandes (ϵ_0 , k_y und k_z) wird vorteilhaft die Iteration nach dem Newton-Raphson-Verfahren benutzt. Dies setzt jedoch eine brauchbare Anfangslösung voraus, die dann schrittweise verbessert wird. Bei Stahlbetonquerschnitten sind die Ursprungssteifigkeiten größer als die dem Beanspruchungszustand zugeordneten Steifigkeiten, so daß bei deren Ver-

wendung ein zu steifes Verhalten unterstellt wird. Das ist eine gute Voraussetzung für den ersten Iterationsschritt, da so trotz der anfänglich starken Abweichungen vom gesuchten Verzerrungszustand eine konvergente Iteration erreicht werden kann. Würden dagegen anfänglich zu große Verzerrungen und damit ein zu weiches Verformungsverhalten gewählt, könnte dies zum divergenten Verhalten der Iteration führen. Dieser Sachverhalt ist im Bild 4.5 dargestellt.

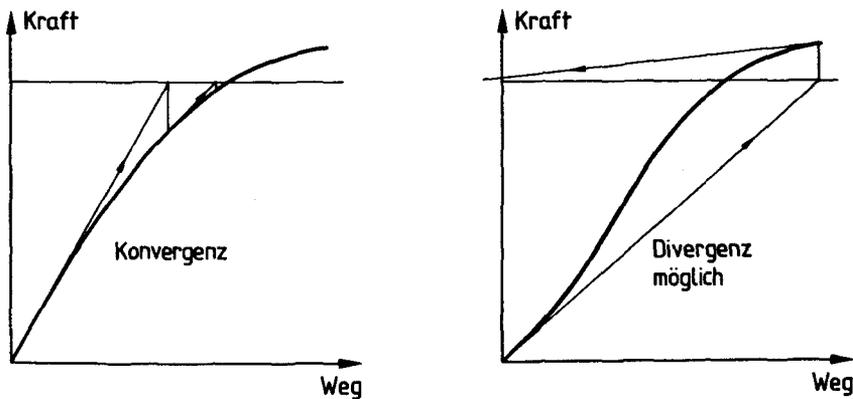


Bild 4.5: Konvergenzverhalten der Iteration (nach /Zie84/)

Schnittgrößen und Steifigkeiten erhält man durch Integration der Spannungen und der Spannungsgradienten. Es hat sich als vorteilhaft erwiesen, die aufwendige Integration eines Mehrfachintegrals auf die einfachere Integration eines Umfahungsintegrals zurückzuführen (Satz von Gauß-Green). Mathematisch gesehen erfolgt eine Umwandlung des Flächenintegrals in ein Randintegral mit anschließender Integration. Vereinfacht wird der Querschnitt durch einen geschlossenen, geradlinigen Polygonzug dargestellt, wobei auch aufgelöste Querschnitte berücksichtigt werden können. Ein Algorithmus zur Integration krummliniger Bereiche könnte zwar entwickelt werden, aber es hat sich noch keine Notwendigkeit gezeigt. Die Fehler infolge der Approximation durch einen Polygonzug sind bei ausreichender Unterteilung vernachlässigbar klein. Der mathematische Hintergrund ist beispielsweise in

/Tim82/ erläutert. Eine Grundvoraussetzung für eine erfolgreiche Integration sind stetige Funktionen. Im Kapitel 3 wurde dies als Anforderung an die Spannungsdehnungslinien aufgeführt. Will man also Steifigkeiten aufintegrieren, muß auch hier die Stetigkeit des Spannungsgradientenverlaufs (Tangentenmodul) beachtet werden.

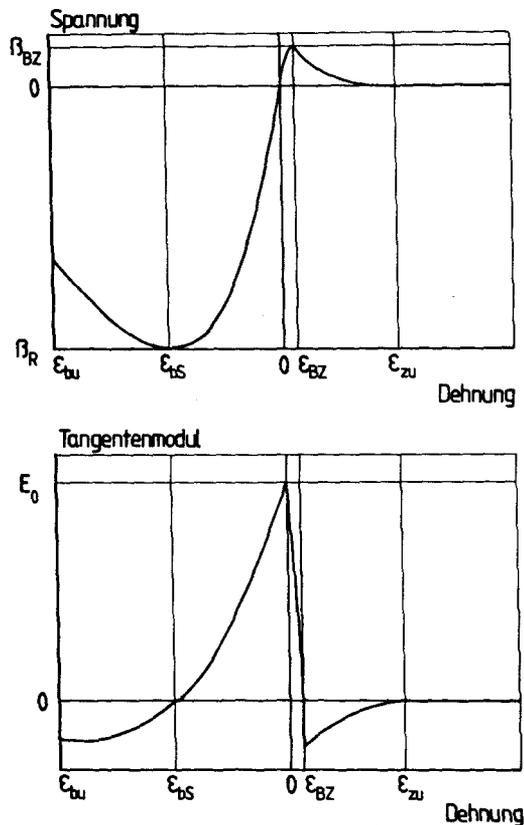


Bild 4.6: Spannungsdehnungslinie und Tangentenmodulverlauf

Im Bild 4.6 sind eine typische Spannungsdehnungslinie und der Verlauf des Tangentenmoduls aufgetragen. Man erkennt, daß die Funktionen nur stückweise stetig sind. An den Unstetigkeitsstellen ist auf jeden Fall eine Integrationsgrenze einzuführen, wenn man ein sicheres Ergebnis erzielen möchte. Damit ist eine weitere Anforderung an die Querschnittsanalyse aufgezeigt; sie muß

mehrere Integrationsgebiete berücksichtigen. Die Anzahl der Integrationsgebiete richtet sich zum einen nach der gewählten Spannungsdehnungslinie und zum anderen nach dem Verlauf des zugehörigen Tangentenmoduls. Die Unstetigkeitsstellen des Spannungs- und Tangentenmodulverlaufs stimmen für die im Kapitel 3 vorgestellten Spannungsdehnungslinien überein (vgl. Bild 4.6). Somit ist der Querschnitt in folgende Integrationsbereiche zu unterteilen:

- Strain-Softening-Bereich ($\epsilon \leq \epsilon_{bS}$)
- Parabelbereich ($\epsilon_{bS} \leq \epsilon \leq 0$)
- Bereich des ansteigenden Zugastes ($0 < \epsilon \leq \epsilon_{BZ}$)
- Tension-Stiffening-Bereich ($\epsilon_{BZ} < \epsilon \leq \epsilon_{zu}$) und
- nicht zu berücksichtigender Bereich ($\epsilon > \epsilon_{zu}$).

Darin ist ϵ_{zu} die Grenzdehnung, ab der die Mitwirkung des Betons auf Zug nicht mehr berücksichtigt wird. Der Einfachheit halber kann sie der Fließdehnung der Bewehrung gleichgesetzt werden.

4.3.6 Integration der Spannungen und Steifigkeiten eines zweiachsig beanspruchten Stahlbetonquerschnittes

Zunächst wird der Querschnitt in die Hauptkrümmungsrichtung gedreht. Anschließend sind die Integrationsgrenzen und damit die Integrationsgebiete festzulegen. Die Schnittgrößen N , M_y und M_z des Querschnittes lassen sich bei gegebenen Verzerrungen ϵ_0 , k_y und k_z wie folgt ermitteln (mit $\epsilon(y, z) = \epsilon_0 + k_y \cdot y + k_z \cdot z$):

$$\sigma_b = \sigma(\epsilon(y, z)) \quad (4.3)$$

$$E_b = E(\epsilon(y, z)) \quad (4.4)$$

$$N = \int \sigma_b(\epsilon) \cdot dA + \sum \sigma_{si}(\epsilon_{si}) \cdot A_{si} \quad (4.5a)$$

$$M_y = \int \sigma_b(\epsilon) \cdot z \cdot dA + \sum \sigma_{si}(\epsilon_{si}) \cdot z_{si} \cdot A_{si} \quad (4.5b)$$

$$M_z = \int \sigma_b(\epsilon) \cdot y \cdot dA + \sum \sigma_{si}(\epsilon_{si}) \cdot y_{si} \cdot A_{si} \quad (4.5c)$$

Für die Steifigkeiten gelten die folgenden Zusammenhänge (mit $E_b(\epsilon) = d\sigma_b(\epsilon)/d\epsilon$):

$$EA = \int E_b(\epsilon) \cdot dA + \sum E_{si}(\epsilon_{si}) \cdot A_{si} \quad (4.6a)$$

$$EA_y = \int E_b(\epsilon) \cdot y \cdot dA + \sum E_{si}(\epsilon_{si}) \cdot y_{si} \cdot A_{si} \quad (4.6b)$$

$$EA_z = \int E_b(\epsilon) \cdot z \cdot dA + \sum E_{si}(\epsilon_{si}) \cdot z_{si} \cdot A_{si} \quad (4.6c)$$

$$EA_{yy} = \int E_b(\epsilon) \cdot y^2 \cdot dA + \sum E_{Si}(\epsilon_{Si}) \cdot y_{Si}^2 \cdot A_{Si} \quad (4.6d)$$

$$EA_{yz} = \int E_b(\epsilon) \cdot y \cdot z \cdot dA + \sum E_{Si}(\epsilon_{Si}) \cdot y_{Si} \cdot z_{Si} \cdot A_{Si} \quad (4.6e)$$

$$EA_{zz} = \int E_b(\epsilon) \cdot z^2 \cdot dA + \sum E_{Si}(\epsilon_{Si}) \cdot z_{Si}^2 \cdot A_{Si} \quad (4.6f)$$

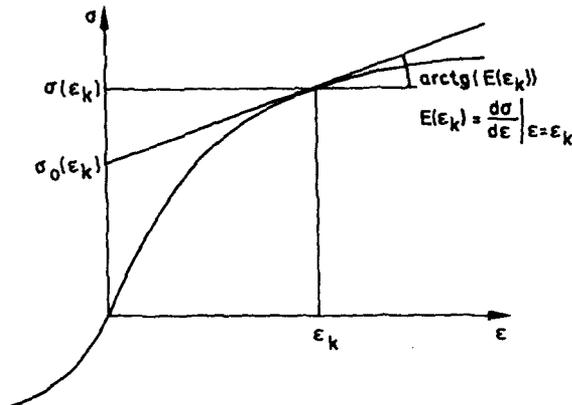


Bild 4.7: Spannungsdehnungslinie in Tangentenschreibweise

Bild 4.7 zeigt die Spannungsdehnungslinie in Tangentenschreibweise. Dabei läßt sich die Spannung $\sigma_k = \sigma(\epsilon_k)$ durch folgenden Ausdruck ersetzen:

$$\sigma(\epsilon_k) = \sigma_0(\epsilon_k) + E(\epsilon_k) \cdot \epsilon_k \quad (4.7)$$

Mathematisch bedeutet die Gleichung (4.7) die nach dem linearen Glied abgebrochene Taylor-Reihe an der Entwicklungsstelle ϵ_k .

Die Spannung σ_0 stellt den Achsenabschnitt der an der Entwicklungsstelle linearisierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung dar. Integriert man die Spannung σ_0 über den Querschnitt auf, erhält man die Schnittgrößen N_0 , M_{y0} und M_{z0} :

$$N_0 = \int \sigma_{b0}(\epsilon) \cdot dA \quad (4.8a)$$

$$M_{y0} = \int \sigma_{b0}(\epsilon) \cdot z \cdot dA \quad (4.8b)$$

$$M_{z0} = \int \sigma_{b0}(\epsilon) \cdot y \cdot dA \quad (4.8c)$$

Diese Schnittgrößen können als Anfangsschnittgrößen aufgefaßt werden. Sie sind charakteristisch für die Tangentenschreibweise /A-D74/ (siehe auch Gleichung 4.9).

Mit Hilfe des Gauß-Greenschen Integralsatzes wird das Flächenintegral in ein Randintegral überführt. Für das Parabel-Rechteck-Diagramm hat Lauer /Lau82/ diese Integration analytisch ausgeführt und einfache Summationsformeln vorgestellt, die ein direktes Anschreiben der Spannungsergebnisse für den zweiachsig exzentrisch beanspruchten Querschnitt erlauben.

In den Programmen STBSTS und STBSTZ wird die Integration numerisch mittels Gauß-Quadratur ausgeführt. Im Unterschied zum bekannten Simpson-Verfahren sind die Abstände der Stützstellen nicht äquidistant. Das ist jedoch kein Nachteil, da ohnehin für jede Stützstelle die Spannungs- und Tangentenmodulordinate bestimmt werden müssen. Als eindeutiger Vorteil ist zu sehen, daß durch die geschickte Auswahl der Stützstellen deren Anzahl bei gleicher Genauigkeit des Ergebnisses minimiert werden kann. So ist es mittels Gauß-Quadratur möglich, mit n Stützstellen ein Polynom von $(2 \cdot n - 1)$ ter Ordnung exakt zu integrieren. Einschränkend muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß dies natürlich nur für Polynome mit ganzzahligen Exponenten gilt. Bei rationalen Exponenten ist eine exakte Integration numerisch nicht möglich. Hier hilft nur eine Untersuchung zur Abschätzung der Güte, in dem für unterschiedliche Stützstellenanzahl die Integration ausgeführt wird.

4.3.7 Iteration des Querschnittgleichgewichts

In Tangentschreibweise kann zwischen den Schnittgrößen und den Verzerrungen folgender Zusammenhang hergestellt werden:

$$N = N_0 + EA \cdot \epsilon_0 + EA_Y \cdot k_Y + EA_Z \cdot k_Z \quad (4.9a)$$

$$-M_Z = -M_{Z0} + EA_Y \cdot \epsilon_0 + EA_{YY} \cdot k_Y + EA_{YZ} \cdot k_Z \quad (4.9b)$$

$$M_Y = M_{Y0} + EA_Z \cdot \epsilon_0 + EA_{ZY} \cdot k_Y + EA_{ZZ} \cdot k_Z \quad (4.9c)$$

Dabei sind die Größen N_0 , M_{Y0} und M_{Z0} die in Gleichung 4.8 aufgeschriebenen Anfangsschnittgrößen.

Aufgrund des nichtlinearen Werkstoffverhaltens ist eine direkte Ermittlung der Verzerrungen aus den Schnittgrößen nicht möglich. Es muß auch hier ein iteratives Verfahren gewählt werden. Dabei wird von einem bekannten Verzerrungszustand ausgehend dieser

schrittweise verbessert, bis die aufintegrierten Schnittgrößen den vorgegebenen entsprechen. Im ersten Iterationsschritt werden vorteilhaft die Ursprungssteifigkeiten EA_0 , EA_{yy0} und EA_{zz0} angesetzt und damit die Näherungswerte

$$\epsilon_0 = N_{\text{Soll}}/EA_0 \quad (4.10a)$$

$$k_y = -M_{z\text{Soll}}/EA_{yy0} \quad (4.10b)$$

$$k_z = M_{y\text{Soll}}/EA_{zz0} \quad (4.10c)$$

ermittelt. In (4.10) wird stillschweigend ein doppelsymmetrischer Querschnitt vorausgesetzt. Ist dies nicht der Fall, ist ein Gleichungssystem analog zu (4.9) zu lösen, wobei dann die Anfangsschnittgrößen zu Null gesetzt werden.

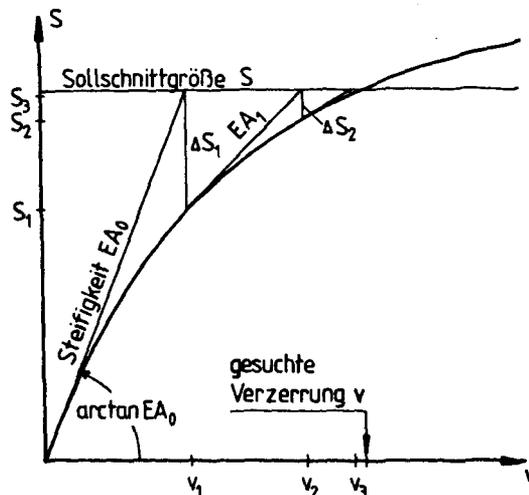


Bild 4.8: Iteration des Querschnittsgleichgewichts

Bild 4.8 zeigt die Gleichgewichtsiteration eines einparametrischen Problems. Dabei ist zur Sollschnittgröße S die Verzerrung v zu ermitteln. Mit der Ursprungssteifigkeit EA_0 wird der erste Näherungsschritt gebildet. Als Ergebnis erhält man die Verzerrungsgröße v_1 . Die Berechnung der dazugehörigen Schnittgröße S_1 zeigt, daß die Ursprungssteifigkeit EA_0 zu groß angesetzt war. Aber man hat eine verbesserte Lösung, auf die im folgenden aufgebaut werden kann. Mit der Steifigkeit EA_1 und der Schnittgrößendifferenz $S - S_1$ lassen sich die Verzerrung v_2 und die zuge-

hörige Schnittgröße S_2 berechnen. Eine Kontrolle zeigt eine bessere Annäherung an die Soll-Schnittgröße S . Mit der Steifigkeit EA_2 und der Differenz $S-S_2$ ergibt sich die Verzerrung v_3 . Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis die Differenz $S-S_n$ genügend klein ist.

Bei stark nichtlinearen Problemen und in der Nähe der Querschnittstragfähigkeit kann es sinnvoll sein, als zusätzliche Schranke eine maximale Differenz der Verzerrungen für zwei aufeinanderfolgende Iterationsschritte (wie für die Weggrößen bei der Iteration des Gesamtproblems) vorzugeben. In diesen Fällen sind nämlich aufgrund der sehr kleinen Steifigkeiten große Verzerrungsunterschiede nötig, um geringe Schnittgrößenänderungen zu erreichen. Dieser Weg ist im Programm STBSTZ noch nicht berücksichtigt.

Man kann leicht erkennen, daß das Verfahren bei einem allmählich weicher werdenden System (konvexer Schnittgrößen-Verzerrungsverlauf) gut konvergiert. Probleme ergeben sich, wenn entweder die Schnittgröße S nicht getragen werden kann oder wenn eine Verfestigung und damit ein Wendepunkt im Schnittgrößen-Verzerrungsverlauf auftritt, wie Bild 4.5 zeigt. Das führt dazu, daß das Tragverhalten bereichsweise als zu weich angenommen wird, was zu große Verzerrungen und gegebenenfalls Divergenz zur Folge hat.

4.3.8 Änderung des Iterationsverfahrens des Gesamtstabes zur Verbesserung der Konvergenz

Durch die Mitwirkung des Betons auf Zug erfolgt bei wenig exzentrisch beanspruchten Stützen das Aufreißen erst kurz vor dem Versagen; unter Umständen ist die Rißlast auch gleich der Bruchlast. Dabei werden die Steifigkeiten zum Teil auf 20% der Ursprungssteifigkeiten reduziert, was sehr starke Veränderungen im Verformungsverhalten nach sich zieht. Im Iterationsprozeß kann das zu einem divergenten Verhalten führen.

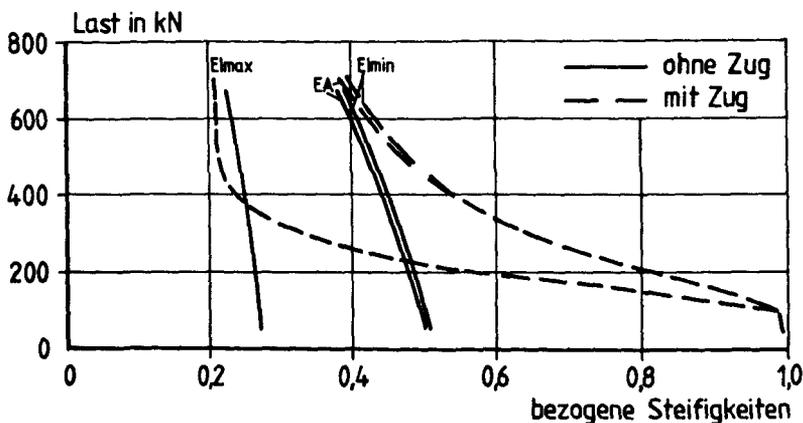


Bild 4.9: Vergleich der bezogenen Steifigkeiten

Das Programm STBSTS begrenzt die Iterationszahl durch eine im Datensatz einzulesenden Schranke MAXITE. Bei Überschreitung der Schranke wird Systemversagen angenommen, und diese Laststufe wird zur oberen Schranke der Traglastrechnung f_0 definiert. Im folgenden Lastschritt wird mit einem reduzierten Lastfaktor $f = \frac{1}{2}(f_0 + f_u)$ gerechnet, wobei f_u die untere Grenze, also den Gleichgewichtszustand mit dem höchsten Lastfaktor repräsentiert. In den folgenden Iterationsschritten nähert sich das System dann der einmal gefundenen oberen Schranke, kann sie jedoch nicht mehr überschreiten. Als Folge gibt das Programm eine zu niedrige Traglast aus. Der Benutzer kann anschließend durch Veränderung der Startlast und der Lastinkremente eine neue Rechnung durchführen und sich so an die richtige Lösung herantasten.

Im Zuge der Überarbeitung wurde eine neue Festlegung getroffen. Eine obere Schranke wird nur dann eingeführt, wenn eindeutig Stabilitätsversagen (Gleichungssystem singulär) oder Materialversagen (Überschreitung vorgegebener Grenzdehnungszustände) festgestellt wird. Bei Überschreitung der zulässigen Iterationszahl oder bei Oszillationen (die Biegelinie kann nicht mehr verbessert werden, obwohl noch kein Gleichgewicht vorliegt) wird der Lastfaktor zwar reduziert, aber nicht als obere Schranke festgelegt. Somit kann diese Laststufe in den folgenden Lastschritten wieder überschritten werden, wenn eine bessere Aus-

gangslösung für die Verzerrungen und Steifigkeiten vorliegt.

Es ist trotzdem nicht absolut sicher, daß die vom Programm ausgegebene Traglast wirklich die im vorgegebenen Genauigkeitsbereich bestmögliche Annäherung an die Traglast darstellt. Hin und wieder kommt es dazu, daß ein Hauptdiagonalelement negativ wird, obwohl die Last eigentlich (bei feineren Lastinkrementen) getragen werden kann. Die Ursache liegt darin, daß die Verzerrungszustände aus dem Vorgängerlastschritt vorgegeben werden. Hier können sehr kleine Differenzen darüber entscheiden, ob ein Diagonalelement gerade noch positiv und damit stabiles Gleichgewicht möglich ist oder ob es schon negativ und somit kein stabiles Gleichgewicht mehr möglich ist. Ein Abfangen ist programmtechnisch kaum möglich und wäre nur von akademischem Interesse, da der "Gewinn" nur bei ca. 1-2% der Traglast liegt.

4.4 Zusammenfassung

Es wurde das Rechenmodell zur Berechnung von schlanken, zweiachsig beanspruchten Stahlbetonstützen vorgestellt, das in das Rechenprogramm STBSTZ umgesetzt wurde. Als Basis diente das bewährte Programm STBSTS. Dieses mußte für die Aufgabenstellung erweitert werden. Dabei ist in erster Linie die Einführung wirklichkeitsnäherer Werkstoffgesetze für den Beton zu nennen. Die sich daraus ergebenden Auswirkungen auf das Rechenmodell wurden mitgeteilt.

5 VERIFIKATION DES RECHENMODELLS

5.1 Allgemeines

Die Verifikation des vorgestellten Rechenmodells erfolgt durch Versuchsnachrechnungen. Dafür sind solche Versuche auszuwählen, bei denen die für das Programm wesentlichen Daten bekannt sind. Fehlen wichtige Daten, dann besteht die Gefahr, daß die Ergebnisse durch Variation dieser Daten hingerechnet werden. Dies wäre nur ein Zeichen für die Flexibilität (viele kleine Schrauben, an denen man drehen kann), nicht aber für die Vertrauenswürdigkeit des Programms.

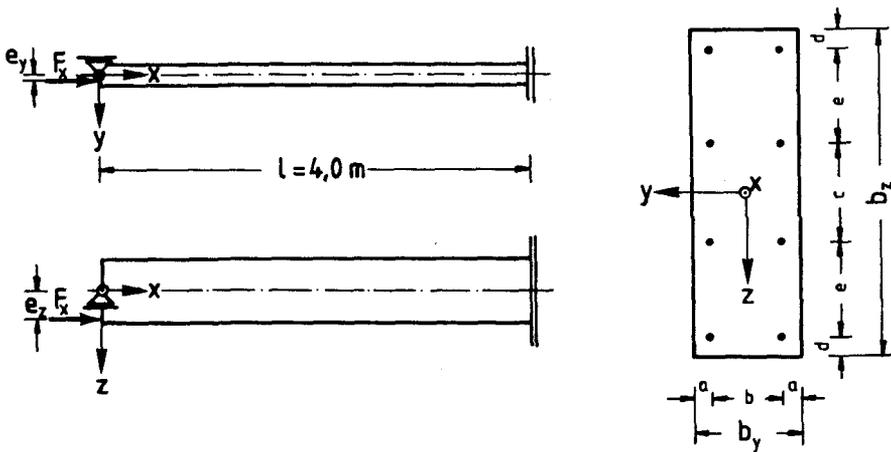
Im folgenden sollen die Vergleichsrechnungen zu fünf Stützenversuchen vorgestellt werden. Drei dieser Versuche wurden vom Verfasser selbst durchgeführt und bieten daher eine optimale Grundlage für die Nachrechnung; die beiden anderen sind der Literatur entnommen.

5.2 Planmäßig zweiachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt

Beginnend mit dem Jahr 1984 wurden im Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz in zwei Forschungsvorhaben experimentelle Untersuchungen an sehr schlanken, zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonstützen /G-T86a, G-T86b/ durchgeführt. Zielsetzung war die experimentelle Absicherung der von Olsen und Quast /O-Q82/ auf rechnerisch-theoretischem Wege gewonnenen Erkenntnisse sowie die Erweiterung des Wissens über das Trag- und Verformungsverhalten. Die Auswahl der Abmessungen und Lastexzentrizitäten erfolgte so, daß die von Olsen und Quast ermittelten Bereiche großer Abweichungen zwischen strenger Rechnung und Näherungsverfahren erfaßt wurden. Die maximale Differenz der Traglasten ergibt sich für die planmäßig einachsige Lastexzentrizität e_2 . Diese wurde jedoch nicht untersucht, weil sonst die nicht exakt bestimmbar geometrischen und materialbedingten Imperfektionen die Ausweichrichtung der Stütze zufallsbedingt vorgeben. Dies ist jedoch aus meßtechnischen Gründen zu vermeiden,

da die induktiven Weggeber nur auf der Seite des Prüfkörpers angeordnet wurden, nach der er nicht ausweicht. Vorteilhaft für die Nachrechnungen ist, daß alle für das Rechenmodell wichtigen Daten bekannt sind. Trotzdem mußten einige Vereinfachungen und Idealisierungen hingenommen werden, über die ausführlich in /Grz88/ berichtet wird.

Die Nachrechnungen der Stützenversuche ZK4 und ZK5 zeigen die Spannbreite der Ergebnisse: für die Stütze ZK4 wurde die beste, für die Stütze ZK5 die schlechteste Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung festgestellt wurde. Zusätzlich wird mit der Nachrechnung der Stütze ZK9 der Einfluß der Betonzugfestigkeit auf das Verformungsverhalten verdeutlicht. Die Nachrechnungen aller Versuche sind ausführlich in /Grz88/ dokumentiert. Der Anhang A enthält die den Berechnungen zugrundegelegten Größen und die wichtigsten Ergebnisse. Das für die Nachrechnungen angenommene System ist in Bild 5.1 gezeigt.



Stütze	b_y mm	b_z mm	a mm	b mm	c mm	d mm	e mm	e_y mm	e_z mm
ZK4	150	750	33	84	224	33	230	7 ⁵	690
ZK5	200	600	36 ⁵	127	182	34	200	29	290
ZK9	200	600	37 ⁵	125	180	35	200	≈0	290

Bild 5.1: Für die Nachrechnungen angenommenes System

Die Nachrechnung jedes Versuchs erfolgte mit den an Begleitkörpern gemessenen Werkstoffkennwerten. Zum Studium der Auswirkungen der Mitwirkung Betons in der Zugzone, wurden alle Versuche mit und ohne Ansatz der Betonzugfestigkeit nachgerechnet. Für den Beton wurden die im Kapitel 3 vorgestellten Spannungsdehnungslinien angenommen, für den Stahl vereinfacht die bilineare Arbeitslinie. Vergleichsrechnungen mit der Arbeitslinie nach Menegotto/Pinto zeigten keine signifikanten Unterschiede. Alle in der Rechnung verwendeten Werkstoffkennwerte sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Stütze	E_0 GPa	β_R MPa	ϵ_{bs} mm/m	ϵ_{bu} mm/m	β_{BZ} MPa	ϵ_{BZ} mm/m	ϵ_{zu} mm/m	n1	n2	m1	m2	E_s GPa	β_s MPa	ϵ_{ss} mm/m	A_s cm ²
ZK4	24,60	24,78	-1,62	-3,50	1,47	0,060	2,26	1,608	0,000	1,000	5,880	201,1	455,3	2,26	8·2,118
ZK5	24,33	28,46	-1,92	-3,50	1,61	0,066	2,32	1,641	0,000	1,000	1,950	201,3	467,7	2,32	8·1,112
ZK9	25,23	28,50	-1,96	-3,50	1,74	0,069	2,51	1,735	0,000	1,000	4,040	202,5	507,7	2,51	8·2,013

Tabelle 5.1: Werkstoffkennwerte der Nachrechnungen

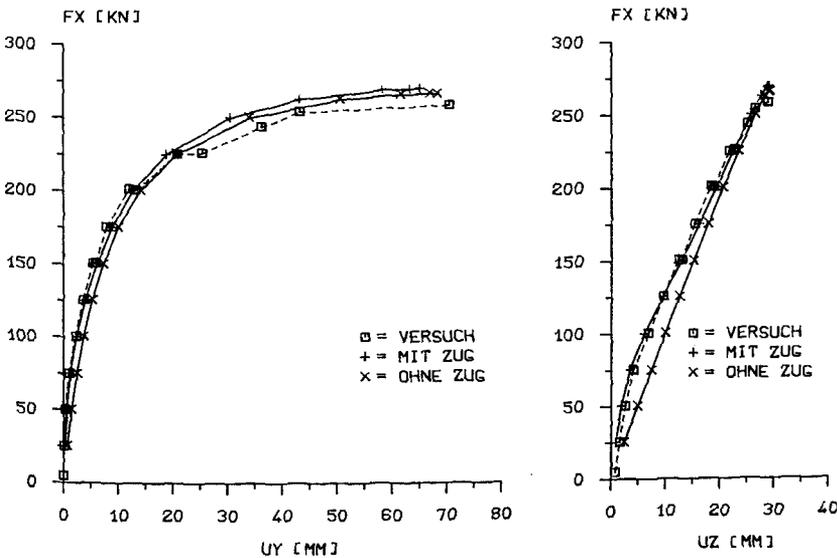


Bild 5.2: Last-Ausbiegungsverlauf für Stütze ZK4

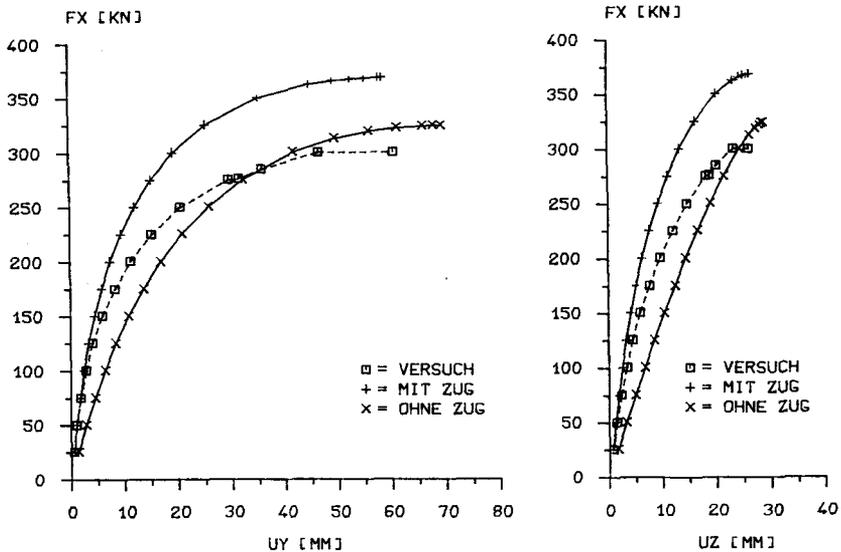


Bild 5.3: Last-Ausbiegungsverlauf für Stütze ZK5

In den Bildern 5.2 und 5.3 sind die Last-Ausbiegungsverläufe der Nachrechnungen den experimentell ermittelten gegenübergestellt. Dabei zeigt sich für Stütze ZK4 bei Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung. Für Stütze ZK5 ergibt sich rechnerisch eine Überschätzung der Tragfähigkeit um 20%. Ohne Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit wird teilweise die Tragfähigkeit besser erfaßt, in keinem Fall aber das Verformungsverhalten.

Auf der Basis aller zwölf Nachrechnungen ergab sich ein mittleres Verhältnis der experimentellen Bruchlast zur rechnerischen Traglast von 1,07 (mit Zug) bzw. 1,00 (ohne Zug). Daraus läßt sich die These ableiten, daß die Mitwirkung des Betons auf Zug unberücksichtigt bleiben kann, weil sie nur eine unnötige Verkomplizierung des Problems darstellt. Diese unter statistischen Gesichtspunkten aufgestellte These ist natürlich unhaltbar, wie der Vergleich des Verformungsverhaltens anschaulich zeigt. Dieses reagiert viel empfindlicher auf die angesetzten Stoffgesetze als die Traglast. Deshalb erfordern Rechnungen, die das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen gut approximieren sollen eine realistische Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf

Zug.

In den experimentellen Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten zweiachsig beanspruchter schlanker Stahlbetonstützen /G-T86a, G-T86b/ wurde der Einfluß der Ribbildung überprüft. Zu diesem Zweck wurden zwei Stützenpaare (ZK9 und ZK10 sowie ZK11 und ZK12) gefertigt, von denen bei jeweils einer Stütze (ZK9 und ZK12) durch Aufbringen einer einachsig exzentrischen Vorlast von 400 kN ein ausgeprägtes Ribbild erzeugt wurde.

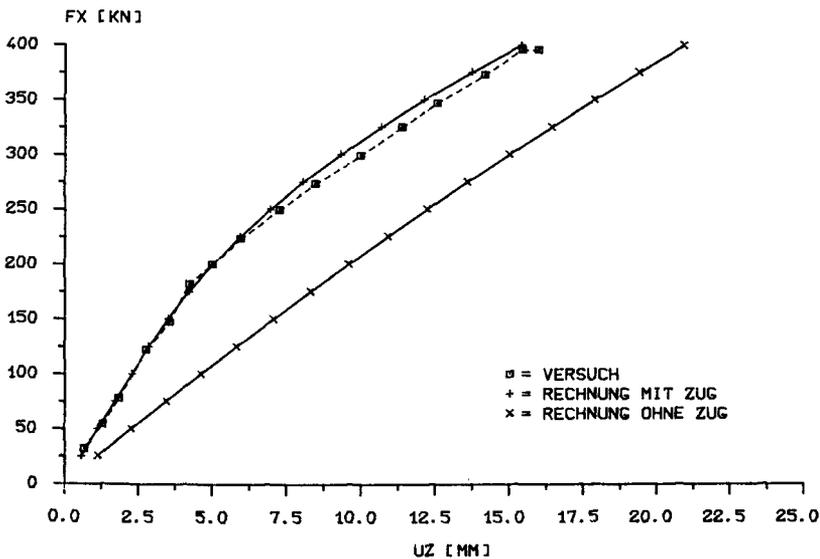


Bild 5.4: Stütze ZK9, einachsige Vorbelastung

Im Bild 5.4 ist für die Stütze ZK9 der Last-Ausbiegungsverlauf während der Vorbelastung den Ergebnissen der Nachrechnungen (mit und ohne Zug) gegenübergestellt. Wiederum zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung, wenn die Betonzugfestigkeit berücksichtigt wird. Nach Erreichen der Vorlast war die Stütze etwa bis zur halben Querschnittshöhe aufgerissen, wobei der Ribabstand dem Bügelabstand von 150 mm entsprach. Details sind den Versuchsberichten /G-T86a, G-T86b/ zu entnehmen. Nach der Entlastung wurde die Stütze dann im Hauptversuch zweiachsig exzentrisch belastet.

Im Anschluß an den Hauptversuch wurde ein Rückbiegeversuch

(Lastexzentrizität e_y in entgegengesetzter Richtung) und ein "Gerade Biegung"-Versuch (Lastexzentrizität $e_y \approx 0$) durchgeführt. Dies war möglich, da der Prüfkörper wegen der Begrenzung der Ausbiegungen u_y auf 85 mm nicht zerstört wurde. Im "Gerade Biegung"-Versuch konnte die einachsig exzentrische Lasteinleitung simuliert werden, indem die Stützenachse in drei Punkten bezüglich der y -Achse als gerade Linie gehalten wurde. Dabei konnte die Last auf $F = 713$ kN gesteigert werden. Anschließend mußte der Versuch aus sicherheitstechnischen Überlegungen abgebrochen werden, da die Kapazität der Versuchsanlage erreicht war.

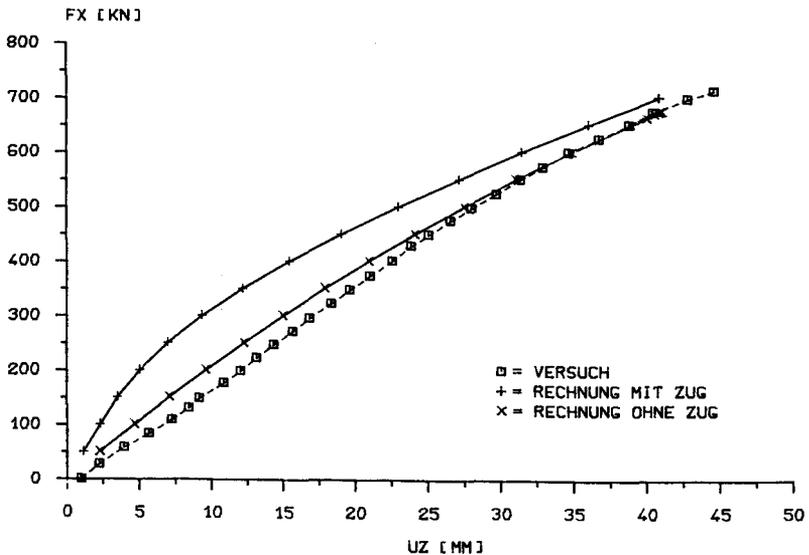


Bild 5.5: Last-Ausbiegungsverlauf für Stütze ZK9 (Gerade Biegung)

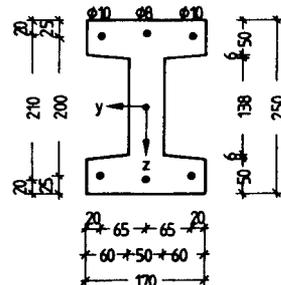
Eine Gegenüberstellung der im Experiment gemessenen Ausbiegungen u_z und der rechnerisch ermittelten Ausbiegungen (mit und ohne Zug) erfolgt in Bild 5.5. Die Ausbiegungsverläufe von Experiment und Rechnung ohne Zug stimmen gut überein.

5.3 Planmäßig zweiachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit I-förmigen Querschnitt

Fouré /Fou77/ teilt die Ergebnisse von experimentellen Untersuchungen an 14 I-förmigen Stützen mit, die von Robinson, Fouré und Belazougui durchgeführt wurden. Drei der Stützen wurden in der schwachen Achse, acht in der starken Achse und drei zweiachsig exzentrisch belastet. Leider fehlen für das Rechenmodell wichtige Angaben. Es ist auch keine Quelle genannt, in der die Versuche beschrieben sind. Trotz mangelhafter Ausgangsdaten erschien eine Nachrechnung sinnvoll, da aufgrund der für Stützen sonst ungebrauchlichen Querschnittsform ein von den Rechteckstützen abweichendes Trag- und Verformungsverhalten vermutet wurde.

Fouré teilt für die zweiachsig beanspruchte Stütze II.5 folgende Daten mit:

- $s_K = 4,60$ m
- $e_y = 4$ mm
- $e_z = 75$ mm
- $\beta_P = 35,4$ MPa
- $E_0 = 32,18$ GPa
- $\beta_S = 450$ MPa



Die Abschätzung der fehlende Daten erfolgte nach den in Kapitel 3 mitgeteilten Näherungsformeln. Die der Rechnung zugrundegelegten Werkstoffkennwerte sind in Tabelle 5.2 angegeben:

Stütze	E_0 GPa	β_R MPa	ϵ_{bs} mm/m	ϵ_{bu} mm/m	β_{BZ} MPa	ϵ_{BZ} mm/m	ϵ_{zu} mm/m	n1	n2	m1	m2	E_s GPa	β_s MPa	ϵ_{ss} mm/m
II.5	32,18	35,40	-2,20	-3,50	1,84	0,057	2,20	2,000	0,000	1,000	1,000	205,0	450,0	2,20

Tabelle 5.2: Werkstoffkennwerte der Nachrechnungen

Trotz teilweise willkürlicher Vorgaben stimmt die rechnerische Traglast $F_R = 314$ kN sehr gut mit der im Versuch festgestellten ($F_y = 317$ kN) überein. Eine Aussage über das Verformungsverhalten kann hingegen nicht getroffen werden, da dieses in /Fou77/

nicht dokumentiert ist. Entgegen den Annahmen war trotz der I-förmigen Querschnittsform kein auffälliger Unterschied im Trag- und Verformungsverhalten festzustellen.

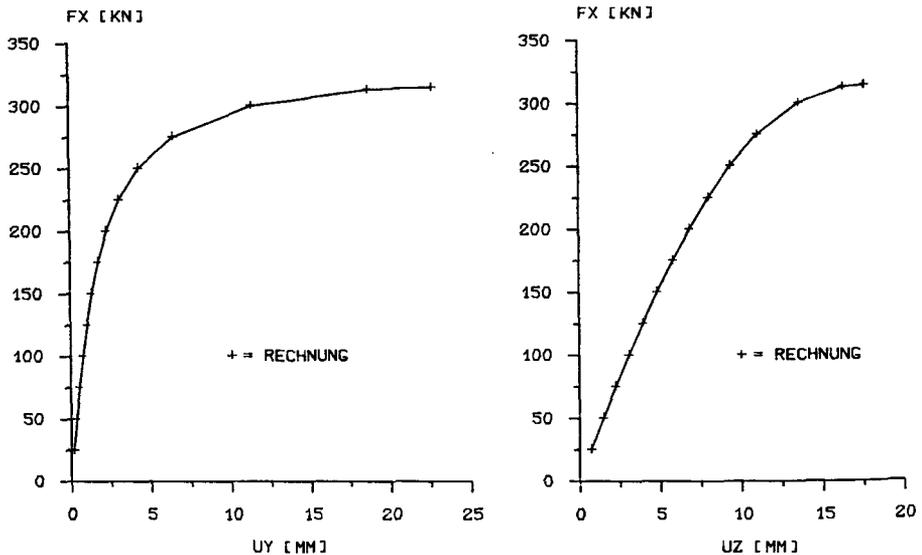


Bild 5.6: Rechnerischer Last-Ausbiegungsverlauf für Stütze II.5

5.4 Planmäßig einachsig beanspruchte Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt

Cranston und Sturrock /C-S71/ haben wohl als erste sehr schlanke Stahlbetonstützen mit dem ungünstigen Seitenverhältnis $b/d = 1/4$ experimentell untersucht. Die Lastexzentrizitäten wurden einachsig in Richtung der Hauptachsen angeordnet. Von den insgesamt acht beidseitig gelenkig gelagerten Versuchskörpern wurden fünf mit Lastexzentrizität in Richtung der starken Achse und drei mit Lastexzentrizität in Richtung der schwachen Achse geprüft. Cranston und Sturrock teilen mit, daß alle acht Versuchskörper durch Ausweichen in Richtung der schwachen Achse versagten. Für die in Richtung der starken Achse belasteten Stützen wurde als Versagensursache ein Verlust der Querbiegesteifigkeit infolge Aufreibens des Querschnitts angegeben.

Nachrechnungen von Cranston /Cra82/ zeigten deutlich geringere

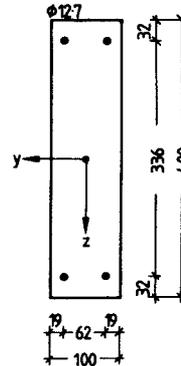
Traglasten als die im Versuch gemessenen. Aus den acht Versuchen wurde Stütze 4 ausgewählt, die in Cranstons Nachrechnungen die größten Unterschiede bezüglich der Traglast aufwies.

In /C-S71/ sind nur die folgenden Materialkennwerte mitgeteilt:

- $f_{Cu} \approx \beta_W = 50 \text{ MPa}$,
- $E_S = 200 \text{ GPa}$ und
- $\beta_S = 435 \text{ MPa}$.

Für Nachrechnungen mit einem Programm für gerade Biegung wurden in /C-S71/ folgende Größen angesetzt:

- $\beta_R = 0.67 \cdot f_{Cu} = 33,5 \text{ MPa}$,
- $\epsilon_{bS} = \sqrt{f_{Cu}/4080} = 1,733 \text{ mm/m}$,
- $E_0 = 4500 \cdot \sqrt{f_{Cu}} = 31,82 \text{ GPa}$,
- $\beta_{BZ} = 0,1 \cdot f_{Cu} = 5 \text{ MPa}$ und
- $\epsilon_{BZ} = \beta_{BZ}/E_0 = 0,157 \text{ mm/m}$.



Sie stehen im Widerspruch zu den in Kapitel 3 angegebenen Beziehungen. Gerade die starke Abminderung der Rechenfestigkeit erscheint ungerechtfertigt. Weiterhin ist die angesetzte Betonzugfestigkeit zu hoch. Die erste Nachrechnung (4/R1) wurde trotzdem mit diesen Werten durchgeführt; in einer zusätzlichen Nachrechnung (4/R2) wurden dann die Werkstoffkennwerte nach den in Kapitel 3 angegebenen Näherungsansätzen berechnet:

$$\beta_R = \beta_P = 0,85 \cdot \beta_W = 42,5 \text{ Mpa}$$

$$E_0 = 6535 \cdot \sqrt{\beta_P} = 42,6 \approx 42,5 \text{ GPa} \quad (\text{nach Gl. 3.8})$$

$$\beta_{BZ}^{(0)} = 0,40 \cdot (\beta_{WN})^{2/3} = 5 \text{ MPa} \quad (\text{mit } \beta_{WN} = 45 \text{ MPa})$$

$$\beta_{BZ} = 0,835 \cdot 0,5 \cdot \beta_{BZ}^{(0)} = 2,09 \approx 2,0 \text{ MPa}$$

Stütze	E_0 GPa	β_R MPa	ϵ_{bS} mm/m	ϵ_{bU} mm/m	β_{BZ} MPa	ϵ_{BZ} mm/m	ϵ_{zu} mm/m	n1	n2	m1	m2	E_S GPa	β_S MPa	ϵ_{sS} mm/m
4/R1	31,82	33,50	-1,73	-3,50	5,00	0,157	2,18	2,000	0,000	1,000	1,000	200,0	435,0	2,18
4/R2	42,50	42,50	-2,00	-3,50	2,00	0,047	2,18	2,000	0,000	1,000	2,000	200,0	435,0	2,18

Tabelle 5.3: Werkstoffkennwerte der Nachrechnungen für Stütze 4

Um die im Experiment festgestellte Ausbiegung in Richtung der schwachen Achse zu erhalten, wurde bei den Nachrechnungen eine Exzentrizität $e_y = 0,5$ mm angesetzt.

Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist bezüglich der Werkstoffkennwerte $4/R2$ deutlich besser als bei den Werkstoffkennwerten $4/R1$. Obwohl das Verformungsverhalten sehr gut erfaßt wird, liegt die rechnerische Traglast bei nur 86% der im Versuch festgestellten Bruchlast. Erstaunlich ist der Einfluß der Lastexzentrizität $e_y = 0,5$ mm auf das Verformungsverhalten.

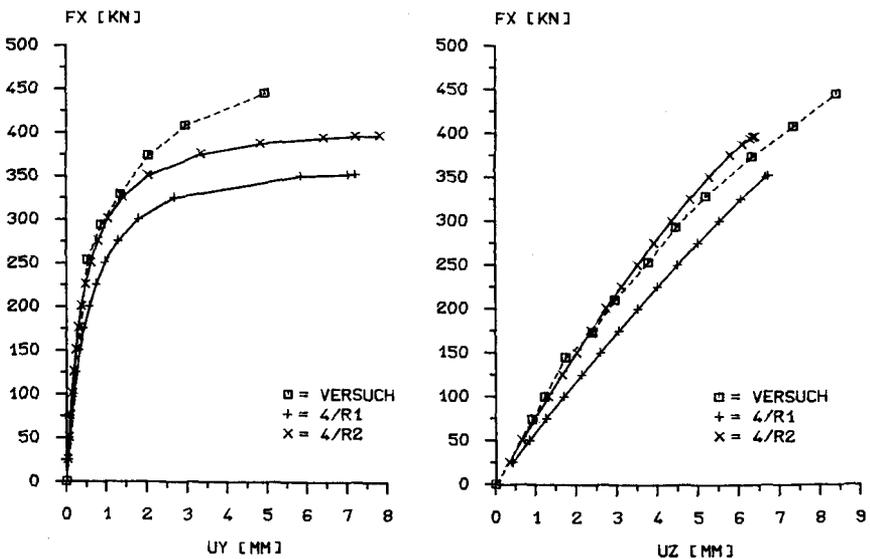


Bild 5.7: Nachrechnung der Stütze 4 nach Cranston und Sturrock

5.5 Zusammenfassung

Die kleine Auswahl von Versuchsnachrechnungen hat gezeigt, daß das dem Rechenprogramm STBSTZ zugrundeliegende Rechenmodell eine gute Beschreibung des im Versuch gefundenen Trag- und Verformungsverhaltens zuläßt. Die Streubreite der Ergebnisse liegt im akzeptablen Rahmen. Erfreulich ist vor allem, daß das Werkstoffgesetz der Betonzugzone den Anforderungen gerecht wird, was aus der relativ guten Übereinstimmung des Verformungsverhaltens von Experiment und Rechnung gefolgert werden kann.

6 STUDIE ZUM TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN SEHR SCHLANKER STAHLBETONSTÜTZEN

6.1 Allgemeines

In Kapitel 5 wurde die Tauglichkeit des Programms STBSTZ für wirklichkeitsnahe Berechnungen sehr schlanker Stahlbetonstützen anhand von Versuchsnachrechnungen demonstriert. Das Programm bietet sich somit an, verschiedene Einflußgrößen auf rechnerischem Wege zu studieren, für die experimentelle Untersuchungen zu kostspielig oder technisch nur schwer möglich sind (Lastexzentrizität $e_y \neq 0$). In Hinblick auf die Überarbeitung der Näherungsverfahren sind auch die Unterschiede zwischen gerader und schiefer Biegung aufzudecken; denn die eingeführten Näherungsverfahren reduzieren das zweiachsige Problem auf ein oder zwei einachsige Probleme.

6.2 Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von sehr schlanken Stahlbetonstützen

6.2.1 Allgemeines

Im Rahmen wirklichkeitsnaher Nachrechnungen /Grz88/ der Stützenversuche /G-T86a, G-T86b/ wurden die wesentlichen Einflußgrößen untersucht. Ziel dieser Studie war die Bestimmung der Größenordnung von Tragfähigkeitsänderungen aufgrund variiertener Eingangsgrößen. Im Hinblick auf einachsig beanspruchte Stützen wurde außerdem der Einfluß der Lastexzentrizität e_y auf das Trag- und Verformungsverhalten untersucht.

6.2.2 Einfluß der Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit

Zum Studium des Einflusses der Betonzugfestigkeit wurden die Traglasten von Stahlbetonstützen mit DIN-gemäßen Parabel-Rechteck-Diagramm (DIN) denen mit ergänztem Zugast (DIN+Zug) gegenübergestellt. Dabei wurde ein Beton B35 und Betonstahl BST 500 gewählt. Nach den Ansätzen aus Kapitel 3 ergibt sich eine

Biegezugfestigkeit $\beta_{BZ} = 2,25$ MPa. In der Studie wurde jedoch auf der sicheren Seite liegend $\beta_{BZ} = 1,50$ MPa angesetzt. Der vereinfacht bilinear angenommene Verlauf der Spannungsdehnungslinie im Zugbereich ($m_1 = 1$ und $m_2 = 1$ nach Bild 3.4) stellt für den gewählten mechanischen Bewehrungsgrad tot $\omega_0 = 0,2$ eine gute Annäherung dar. Die Bewehrung wurde mit 32 Stäben gleichmäßig auf den Umfang verteilt angesetzt. Mit den Seitenverhältnissen $b_y/b_z = 0,2$ und $0,5$ sollte zum einen der Grenzbereich zwischen Stütze und Wand untersucht werden, für den Olsen und Quast die größten Unterschreitungen der erforderlichen Sicherheit feststellten, und zum anderen ein noch praxisübliches Seitenverhältnis. Die Untersuchung umfaßt die maximalen Schlankheiten $\lambda = 100, 150$ und 200 . Die Lastexzentrizitäten e_y wurden durch den Scharparameter $k = |(e_y/b_y)/(e_z/b_z)| = 0, 0,1$ und $0,2$ bestimmt. Somit wäre nach DIN 1045 immer eine getrennte Nachweisführung möglich. In Bild 6.1 ist das den Rechnungen zugrundegelegte System dargestellt.

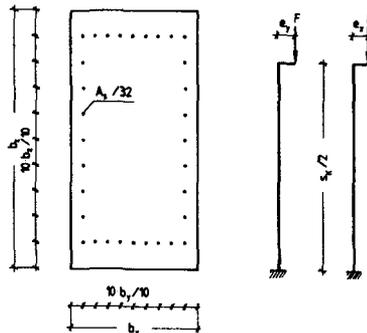


Bild 6.1: Der Parameterstudie zugrundegelegtes System

Die in den Bildern 6.2 und 6.3 aufgetragenen Ergebnisse zeigen durch die Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit Tragfähigkeitssteigerungen von bis zu 35 %. Das Maximum stellt sich, abhängig vom Seitenverhältnis b_y/b_z und von der Schlankheit λ bei bezogenen Exzentrizitäten $e_z/b_z = 0,30$ bis $0,40$ ein. Eine Vergrößerung dieser Lastexzentrizität führt zu einer Verringerung des Einflusses. So erklären sich auch bei den Stützen ZK1 bis ZK12 die nur geringen Tragfähigkeitssteigerungen durch Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit.

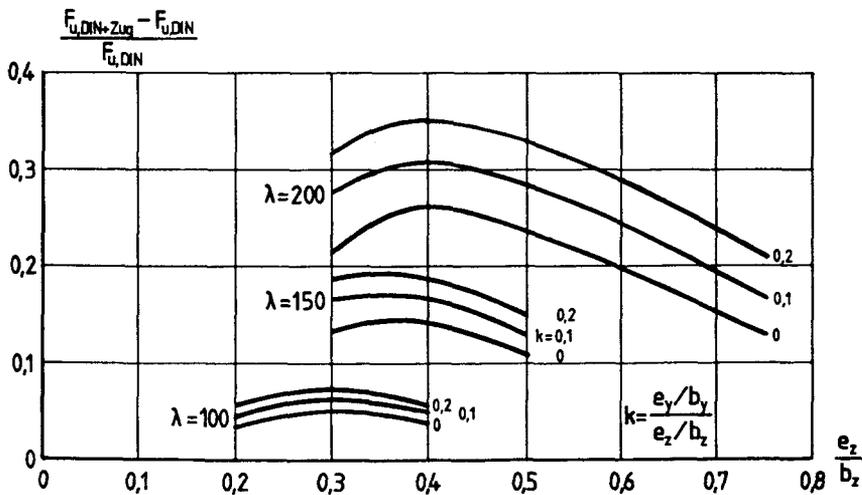


Bild 6.2: Traglaststeigerung durch Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit für $b_y/b_z = 0,2$

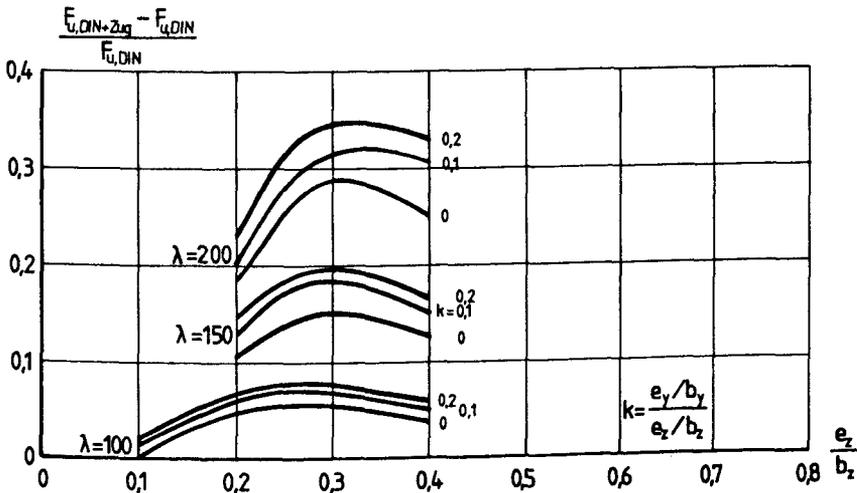


Bild 6.3: Traglaststeigerung durch Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit für $b_y/b_z = 0,5$

6.2.3 Variation der Werkstoffkennwerte

Um den Einfluß einer ungenauen Erfassung der Festigkeiten zu studieren, wurden bei der Stütze ZK5 die versuchsbegleitend ge-

messenen Werkstoffkennwerte β_P , E_0 und ϵ_{bS} variiert (5%- und 95%- Fraktile). Zum Vergleich wurden zusätzlich zwei Rechnungen mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm ($E_0 = 1000 \cdot \beta_R$ und $\epsilon_{bS} = -2$ mm/m) durchgeführt. Dabei erfolgte die Festlegung der Rechenfestigkeit einmal durch die übliche Annäherung $\beta_R = \beta_P = 0,85 \cdot \beta_W$ und zum anderen durch die in /KRH73/ empfohlene Abminderung $\beta_R = 0,90 \cdot \beta_P = 0,765 \cdot \beta_W$.

	β_P MPa	E_0 GPa	ϵ_{bS} mm/m
5%-Frakt.	27,27	21,94	-1,66
Mittelwert	28,46	24,33	-1,92
95%-Frakt.	29,65	26,72	-2,18
$0,85 \cdot \beta_W$	28,22	28,22	-2,00
$0,765 \cdot \beta_W$	25,40	25,40	-2,00

Tabelle 6.1: Angesetzte Betonkennwerte

β_P MPa	E_0 GPa	ϵ_{bS} mm/m	n_1 -	F_u kN	u_y mm	u_z mm
28,46	24,33	-1,92	1,64	368,4	58,46	26,30
27,27	24,33	-1,92	1,71	364,3	56,53	25,86
29,65	24,33	-1,92	1,58	372,1	57,04	26,12
28,46	21,94	-1,92	1,48	359,0	59,44	26,35
28,46	26,72	-1,92	1,80	377,0	56,10	25,98
28,46	24,33	-1,66	1,42	375,9	57,74	26,31
28,46	24,33	-2,18	1,86	363,0	56,46	25,82
28,22	28,22	-2,00	2,00	379,5	54,87	25,76
25,40	25,40	-2,00	2,00	359,6	55,75	25,59

Tabelle 6.2: Ergebnisse der Variationsrechnungen

Die Ergebnisse in Tabelle 6.2 zeigen einen geringen Einfluß der Festigkeitsänderung auf das Trag- und Verformungsverhalten. Die Variation des Ursprungsmoduls zeigt bezüglich der Traglast den größten Einfluß [-2,6%|+2,3%], die Variation der Prismenfestigkeit den kleinsten Einfluß [-1,1%|+1,0%]. Den größten Einfluß auf die Ausbiegung u_y hat die Scheiteldehnung ϵ_{bS} [-1,2%|-3,4%].

Setzt man näherungsweise das Parabel-Rechteck-Diagramm mit der Rechenfestigkeit $\beta_R = 0,85 \cdot \beta_W$ an, führt dies, bezogen auf die wirklichkeitsnah ermittelte Traglast, zu einer 3%-igen Tragfä-

higkeitssteigerung. Eine 10%-ige Abminderung auf $\beta_R = 0,765 \cdot \beta_W$ ergibt eine 2,4%-ige Tragfähigkeitseinbuße. Daraus folgt, daß bei näherungsweise Verwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms und - wie im vorliegenden Fall - deutlichen Abweichungen des Ursprungsmoduls von der Beziehung $E_0 = 1000 \cdot \beta_R$ größere Abweichungen vom wirklichen Trag- und Verformungsverhalten zu erwarten sind. Deshalb soll im folgenden untersucht werden, ob eine vereinfachte Berücksichtigung des wirklichkeitsnahen Ursprungsmoduls bezüglich der Traglast möglich ist.

6.2.4 Vereinfachte Berücksichtigung des gemessenen Ursprungsmoduls des Betons

Der Ursprungsmodul steuert die Völligkeit der Spannungsdehnungslinie und hat daher einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf die Schnittgrößen- und Steifigkeitsverteilung. Beim Parabel-Rechteck-Diagramm nach DIN 1045 liegt der Zusammenhang zwischen Ursprungsmodul und Rechenfestigkeit fest. Das tatsächliche Verhalten des Betons wird damit jedoch nur näherungsweise erfaßt.

In den Kapiteln 3 und 4 wurde mitgeteilt, wie ein realistischer Ursprungsmodul im Stoffgesetz des Betons erfaßt wird. Der damit verbundene deutlich höhere Rechenaufwand bei der Querschnittsintegration wirft jedoch die Frage auf, ob es nicht näherungsweise gelingt, die mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm berechneten Traglasten durch einen einfachen Korrekturwert an die wirklichkeitsnahe Rechnung anzupassen.

Es wurde daher für die Stützen ZK1 bis ZK12 die Traglaststeigerung $F_{\text{Real}}/F_{\text{DIN}}$ durch die an Versuchswerte angepaßte Betonarbeitslinie untersucht. Für die DIN-Rechnung wurden ein Beton B25 und Betonstahl BST 420 zugrundegelegt, während für das reale Tragverhalten die allgemeine Parabel ohne Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit, jedoch mit den versuchsbegleitend gemessenen Festigkeitsgrößen gewählt wurde. Die Ergebnisse sind im Bild 6.4 aufgetragen. Der aus einfachen Überlegungen abgeleitete Korrekturwert θ ergibt sich aus dem Verhältnis der Exponenten der Spannungsdehnungslinien im Druckbereich ($n_{\text{DIN}}/n_{\text{Real}}$) und dem tatsächlichen Bewehrungsverhältnis ($(\mu_{\text{DIN}} \cdot E_{s,\text{DIN}})/(\mu_{\text{Real}} \cdot E_{s,\text{Real}})$).

Der Exponent n_1 repräsentiert den Zusammenhang zwischen Rechenfestigkeit, Ursprungsmodul und Bruchdehnung für den Beton (vgl. Gl. (3.1)). Für das Parabel-Rechteck-Diagramm ergibt sich $n_{1,DIN} = 2,0$.

$$\theta = (n_{1,DIN}/n_{1,Real}) \cdot (\mu_{DIN} \cdot E_{s,DIN}) / (\mu_{Real} \cdot E_{s,Real}) \quad (6.1)$$

Die Übereinstimmung ist gut. Für die untersuchten Stützen kann daher die Aussage getroffen werden, daß die Traglast einer wirklichkeitsnah - allerdings ohne Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit - berechneten Stütze in guter Näherung der mit dem Faktor θ multiplizierten Traglast einer mit Parabel-Rechteck-Diagramm gerechneten Stütze entspricht. Eine Verallgemeinerung dieser Aussage und eine eventuell mögliche Erweiterung des Korrekturwertes für die Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit muß jedoch durch weitere Rechnungen überprüft werden.

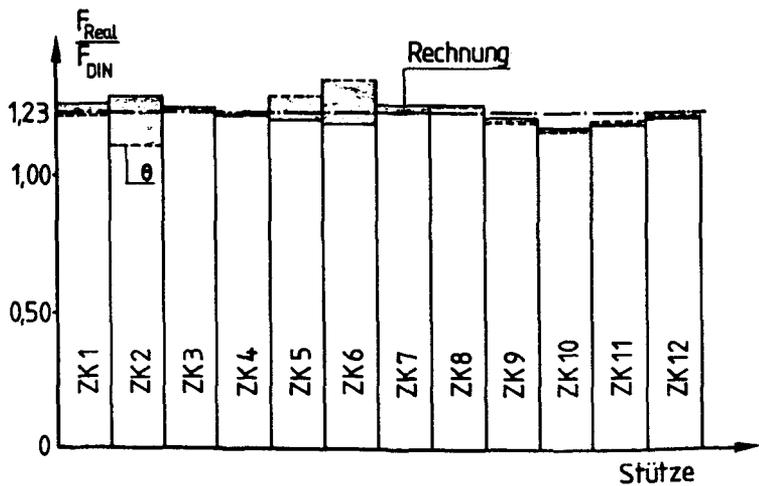


Bild 6.4: Gegenüberstellung der Traglasten für exzentrische Beanspruchung

Stütze	$\frac{n_{DIN}}{n_{Real}}$	$\frac{\mu_{DIN} \cdot E_{DIN}}{\mu_{Real} \cdot E_{Real}}$	θ (Gl. 6.1)	$\frac{F_{Real}}{F_{DIN}}$
ZK1	1,190	1,018	1,21	1,26
ZK2	1,087	1,018	1,11	1,29
ZK3	1,246	0,992	1,24	1,24
ZK4	1,244	0,992	1,23	1,21
ZK5	1,219	1,061	1,29	1,20
ZK6	1,276	1,061	1,35	1,19
ZK7	1,238	0,991	1,23	1,26
ZK8	1,275	0,991	1,26	1,26
ZK9	1,153	1,036	1,19	1,21
ZK10	1,106	1,053	1,16	1,18
ZK11	1,135	1,056	1,20	1,19
ZK12	1,170	1,056	1,24	1,21
		Mittelwert	1,23	1,23
		Standardabw.	0,06	0,04

Tabelle 6.3: Gegenüberstellung der Traglasten für exzentrische Beanspruchung

6.2.5 Einfluß der Lastexzentrizität e_y

Eine wesentliche Einflußgröße für das Trag- und Verformungsverhalten einer Stahlbetonstütze stellt die Lastexzentrizität dar. Deshalb soll im folgenden studiert werden, inwieweit sich Veränderungen der Lastexzentrizität e_y auf die Stützentraglast auswirken. Dazu wird wiederum die Stütze ZK5 betrachtet. Die Abhängigkeit von der Lastexzentrizitäten in Richtung der starken Hauptachse wird mit $e_z = 150$ und 290 mm untersucht; die Lastexzentrizität e_y wird im Bereich 0 bis 150 mm variiert.

Bild 6.5 zeigt deutlich die starken Auswirkungen selbst kleiner Ungenauigkeiten bei der Lasteinleitung in Richtung der schlankeren y -Achse auf die Stützentraglast. Es ist dabei wichtig festzuhalten, daß für die Lastexzentrizität $e_y = 0$ die mit dem zweiachsigen Programm ermittelten Traglasten zugrundegelegt wurden. Eine Rechnung mit dem einachsigen Programm führt zu noch deutlicheren Unterschieden, wie aus Tabelle 6.4 ersichtlich ist.

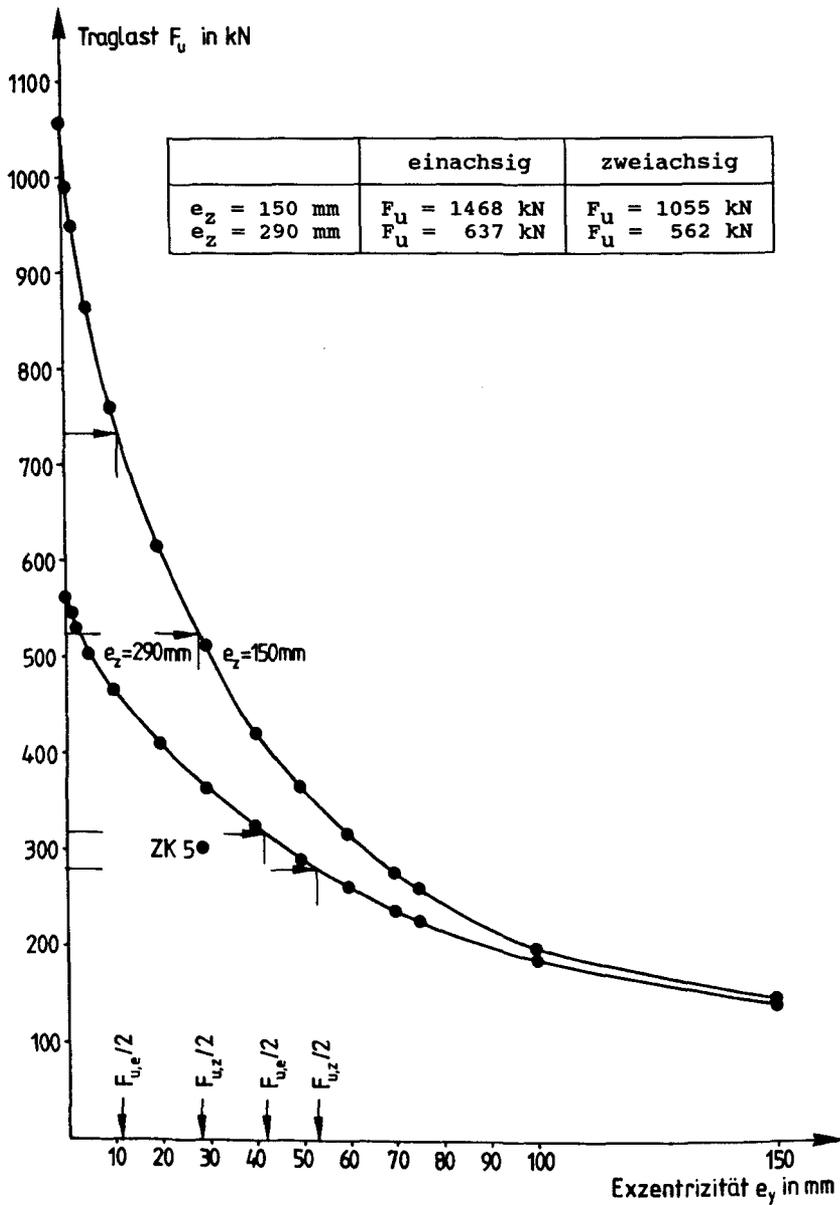


Bild 6.5: Einfluß der Lastexzentrizität e_y auf die Traglast

	einachsig	zweiachsig	$F_{u,e}/F_{u,z}$
$e_z = 150 \text{ mm}$	$F_u = 1468 \text{ kN}$	$F_u = 1055 \text{ kN}$	1,39
$e_z = 290 \text{ mm}$	$F_u = 637 \text{ kN}$	$F_u = 562 \text{ kN}$	1,13

Tabelle 6.4: Unterschied zwischen einachsiger ($F_{u,e}$) und zweiachsiger ($F_{u,z}$) Traglast

Im Bild 6.5 sind weiterhin die Lastexzentrizitäten e_y eingetragen, bei denen die Traglast halbiert wird. Für die Lastexzentrizität $e_z = 150 \text{ mm}$ und einachsige Rechnung würde beispielsweise eine Exzentrizität $e_y = 11 \text{ mm}$ ausreichen, um die Tragfähigkeit zu halbieren. Rechnet man hingegen mit dem zweiachsigen Programm, wäre dazu eine Lastexzentrizität $e_y = 28 \text{ mm}$ erforderlich. Zum Vergleich: Für die Knicklänge $s_K = 8000 \text{ mm}$ ergibt sich nach DIN 1045 eine ungewollte Ausmitte $e_v = 27 \text{ mm}$. Diese ist bei einachsiger Exzentrizität e_z - fälschlicherweise - in Richtung der Lastexzentrizität e_z anzusetzen.

Die Rechnungen zeigen, daß beim Seitenverhältnis $b_y/b_z = 0,33$ schon kleinste Lastexzentrizitäten e_y zu drastischen Traglastreduzierungen führen. Liegt e_y in der Größenordnung der ungewollten Ausmitte e_v , führt das zu einer Halbierung der Traglast. Wie die ausführliche Untersuchung von Olsen und Quast /O-Q82/ zeigt, treten jedoch schon ab dem Seitenverhältnis $b_y/b_z = 0,67$ stärkere Tragfähigkeitseinbußen infolge seitlichen Ausweichens auf, wenn auch nicht in gleicher Größenordnung.

Weiter zeigt das obige Beispiel, daß streng einachsig gedrückte Stützen aufgrund der Ribbildung und der daraus resultierenden Steifigkeitsabminderung quer zur Lastebene weniger tragfähig sind, als dies durch einachsige Rechnung ermittelt wird. Je kleiner die bezogene Exzentrizität e_z/b_z , desto größer der Traglastunterschied (siehe Tabelle 6.4). In diesen Fällen kann nur eine strenge zweiachsige Rechnung zur richtigen Einschätzung der Tragfähigkeit führen.

Die eben mitgeteilten Ergebnisse wurden an einer sehr schlanken, in beiden Richtungen ideal gelenkig gelagerten Stütze mit ausgeprägtem Rechteckquerschnitt festgestellt. Gleiches gilt aber

auch für quadratische Stützen mit ungleichen Randbedingungen und damit unterschiedlichen Schlankheiten in den beiden Hauptachsen. Konstruktiv bedingte Einspannungen für die Querrichtung verbessern im allgemeinen das Trag- und Verformungsverhalten, und die Verminderung der Tragfähigkeit fällt geringer aus. Daraus jedoch den Schluß zu ziehen, daß diese Systemreserven die Fehler der Näherungsverfahren in der Bemessung ausgleichen, wäre leichtfertig. Richtiger ist es, bei deutlich ungleichen Schlankheitsverhältnissen in den Hauptachsenrichtungen die Bemessung aufgrund einer zweiachsigen Rechnung unter Berücksichtigung der konstruktiven Einspannungen durchzuführen.

6.3 Versagenskriterien

6.3.1 Allgemeines

Ziel einer Bemessung ist der Nachweis einer ausreichenden Sicherheit gegen das Versagen des untersuchten Bauteils. Dabei ist zu unterscheiden, ob das Bauteil überwiegend auf Biegung beansprucht wird und ein Festigkeitsproblem (Werkstoffversagen) auftritt oder ob es überwiegend auf Druck beansprucht wird und ein Stabilitätsproblem vorliegt.

Werkstoffversagen wird angenommen, wenn die Dehnung bzw. Stauchung einer Querschnittsfaser einen definierten Grenzwert überschreitet. Solche Grenzdehnungszustände sind beispielsweise in Bild 13 von DIN 1045 (12.78) angegeben. Die zu diesen Grenzdehnungen gehörenden Schnittgrößen werden als Bruchschnittgrößen bezeichnet.

Für Stahlbetondruckglieder kann jedoch schon vor Erreichen der Bruchschnittgrößen ein Versagen eintreten. Deshalb ist mit dem Knicksicherheitsnachweis zu untersuchen, ob die Stütze auf geringe Laststeigerungen mit rasch anwachsenden Ausbiegungen reagiert und deshalb die Stabilität der eingenommenen Biegeform verliert oder ob nur geringe Ausbiegungszuwächse stattfinden und die Biegeform stabil bleibt. Bürgermeister und Steup /B-S57/ geben folgende Definition an:

'Wir nennen einen Gleichgewichtszustand in Anlehnung an die energetische Betrachtungsweise "stabil", wenn er beständig ist, also zu einer kleinen Störung dieser Lage ein äußerer positiver Arbeitsaufwand nötig ist. Demgegenüber ist das Gleichgewicht "labil", wenn bei einer geringen Störung diese Lage verlassen wird und das System dabei Arbeit leistet. Der Grenzzustand des "indifferenten" Gleichgewichts ist dadurch ausgezeichnet, daß bei einer geringen störenden Verformung der Gleichgewichtslage keinerlei Arbeit umgesetzt wird.'

Da der Ausbiegungsverlauf von der Steifigkeitsverteilung geprägt wird, kommt es dann zum Stabilitätsversagen, wenn die minimale Biegesteifigkeit im maßgebenden Querschnitt einen Mindestwert unterschreitet. In der Elastizitätstheorie wird dieser Zusammenhang zwischen Traglast und minimaler Biegesteifigkeit durch die Eulersche Knicklast $P_K = \pi^2 \cdot \text{MIN}(EA_{YYH}, EA_{ZZH}) / s_K^2$ charakterisiert. Bei Stahlbetonstäben sind die idealen Voraussetzungen nicht gegeben; trotzdem kann - wie im folgenden gezeigt - ein entsprechendes Kriterium definiert werden.

6.3.2 Gerade Biegung

Bei gerader Biegung wird für das Stabilitätsversagen nur die Biegesteifigkeit in der Lastebene betrachtet. Die aus dem nicht-linearen Werkstoffverhalten, im besonderen aus der Ribbildung herrührende Verminderung der Biegesteifigkeit quer zur Lastebene wird vom Ansatz her nicht berücksichtigt. Daraus resultiert der schon aufgezeigte Unterschied in der Traglast, wenn eine einachsig gedrückte Stütze mit einem Programm für zweiachsige Biegung berechnet wird. Der in DIN 1045 geforderte zusätzliche Nachweis für die Querrichtung reicht hingegen nicht aus, da das Aufreißen des Querschnitts infolge der planmäßigen Lastexzentrizität bei diesem Nachweis unberücksichtigt bleibt /O-Q82/.

Es ist der Schluß zu ziehen, daß unter noch genauer zu definierenden Randbedingungen für gerade Biegung immer eine Bemessung aufgrund einer zweiachsigen Rechnung erfolgen muß, wenn die erforderliche Sicherheit eingehalten werden soll. Die Traglast ergibt sich nämlich in Abhängigkeit von der minimalen Hauptachsen-

steifigkeit zu:

$$F_u = f(\text{MIN}(EA_{yyH}, EA_{zzH})) \quad (6.2)$$

6.3.3 Schiefe Biegung

Für schiefe Biegung muß grundsätzlich das gleiche Kriterium gelten, da die Stütze nicht "weiß", ob sie gerade oder schief gebogen wird. Es bleibt also, dieses Kriterium für die Stahlbetonstütze näher auszuarbeiten. Dazu sind zunächst einige Ableitungen am Stahlbetonquerschnitt anzustellen.

6.4 Ableitungen am Stahlbetonrechteckquerschnitt

6.4.1 Allgemeines

In der Elastizitätstheorie sind aufgrund des linearen Spannungs-Dehnungs-Zusammenhanges einfache Verknüpfungen zwischen den Schnittgrößen und den Verzerrungen (bzw. Spannungen) möglich. Als grafische Hilfsmittel hat sich hier die Trägheitsellipse bewährt, die zur Bestimmung der Richtung der Dehnungsnulllinie herangezogen werden kann. Die Ausbiegerichtung der Stütze steht bekanntermaßen senkrecht auf der Dehnungsnulllinie.

Auch das von Rafla /Raf74/ entwickelte Näherungsverfahren bedient sich dieser Zusammenhänge, um die Ersatzgrößen e_r und s_{Kr} zu ermitteln.

Im folgenden wird gezeigt, daß dieselben Ableitungen auch auf den Stahlbetonquerschnitt übertragbar sind, wenn mit den Tangentensteifigkeiten gearbeitet wird.

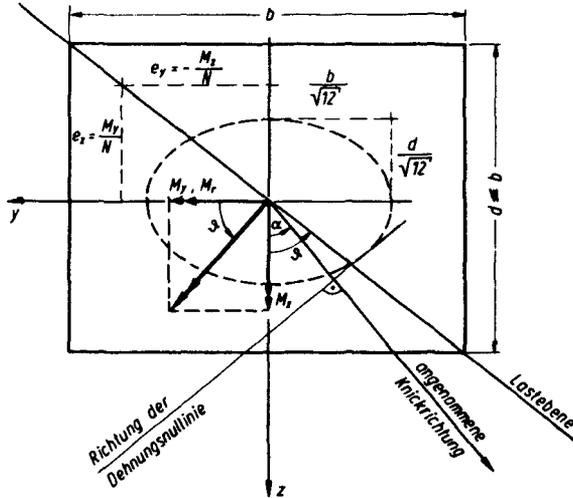


Bild 6.6: Trägheitsellipse nach der Elastizitätstheorie (aus /K-Q88/)

6.4.2 Transformation ins Hauptachsensystem

Für ein beliebiges rechtshändiges Bezugssystem wird der Zusammenhang zwischen den Schnittgrößen und den Verzerrungen durch Gleichung (6.3) ausgedrückt:

$$N - N_0 = EA \cdot \epsilon_0 + EA_Y \cdot k_Y + EA_Z \cdot k_Z \quad (6.3a)$$

$$M_{z0} - M_z = EA_Y \cdot \epsilon_0 + EA_{YY} \cdot k_Y + EA_{YZ} \cdot k_Z \quad (6.3b)$$

$$M_y - M_{y0} = EA_Z \cdot \epsilon_0 + EA_{ZY} \cdot k_Y + EA_{ZZ} \cdot k_Z \quad (6.3c)$$

Dabei repräsentieren die Terme N_0 , M_{y0} und M_{z0} die für die Tangenschreibweise charakteristischen Anfangsschnittgrößen nach Gl. (4.8). Für linear-elastische Werkstoffe verschwinden diese Terme.

Zur Bestimmung der Trägheitsellipse ist es notwendig, Schnittgrößen und Steifigkeiten in das mechanische Hauptachsensystem (Fußzeiger H) zu transformieren. Die Schwerpunktskoordinaten ergeben sich entsprechend der linear-elastischen Rechnung zu:

$$Y_S = EA_Y / EA \quad (6.4a)$$

$$z_S = EA_Z / EA \quad (6.4b)$$

Die Schwerachsensteifigkeiten (Fußzeiger S) werden durch Berücksichtigung der Steiner-Anteile berechnet:

$$EA_{YYs} = EA_{YY} - EA \cdot (Y_S)^2 \quad (6.5a)$$

$$EA_{YZs} = EA_{YZ} - EA \cdot Y_S \cdot z_S \quad (6.5b)$$

$$EA_{ZZs} = EA_{ZZ} - EA \cdot (z_S)^2 \quad (6.5c)$$

Der Hauptachsenwinkel ϕ ergibt sich entsprechend zu:

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \text{ATAN}[-2 \cdot EA_{YZs} / (EA_{ZZs} - EA_{YYs})] \quad (6.6)$$

und die Hauptachsensteifigkeiten zu:

$$EA_{YYH} = \frac{1}{2} \cdot (EA_{YYs} + EA_{ZZs}) - \sqrt{\frac{1}{4} (EA_{ZZs} - EA_{YYs})^2 + (EA_{YZs})^2} \quad (6.7a)$$

$$EA_{ZZH} = \frac{1}{2} \cdot (EA_{YYs} + EA_{ZZs}) + \sqrt{\frac{1}{4} (EA_{ZZs} - EA_{YYs})^2 + (EA_{YZs})^2} \quad (6.7b)$$

Allgemein gelten die Transformationsbeziehungen:

$$Y_H = (Y - Y_S) \cdot \cos\phi + (z - z_S) \cdot \sin\phi \quad (6.8a)$$

$$z_H = (z - z_S) \cdot \cos\phi - (Y - Y_S) \cdot \sin\phi \quad (6.8b)$$

Natürlich müssen auch die Schnittgrößen in das Hauptachsensystem transformiert werden:

$$M_{Ys} = M_Y - N \cdot z_S \quad (6.9a)$$

$$M_{Y0s} = M_{Y0} - N_0 \cdot z_S \quad (6.9b)$$

$$M_{zs} = M_z + N \cdot Y_S \quad (6.9c)$$

$$M_{z0s} = M_{z0} + N_0 \cdot Y_S \quad (6.9d)$$

$$M_{YH} = M_{Ys} \cdot \cos\phi + M_{zs} \cdot \sin\phi \quad (6.10a)$$

$$M_{Y0H} = M_{Y0s} \cdot \cos\phi + M_{z0s} \cdot \sin\phi \quad (6.10b)$$

$$M_{zH} = M_{zs} \cdot \cos\phi - M_{Ys} \cdot \sin\phi \quad (6.10c)$$

$$M_{z0H} = M_{z0s} \cdot \cos\phi - M_{Y0s} \cdot \sin\phi \quad (6.10d)$$

Für die in das Hauptachsensystem transformierten Größen gelten die entkoppelten Beziehungen:

$$N - N_0 = EA \cdot \epsilon_{0H} \quad (6.11a)$$

$$M_{z0H} - M_{zH} = EA_{YYH} \cdot k_{YH} \quad (6.11b)$$

$$M_{YH} - M_{Y0H} = EA_{ZZH} \cdot k_{ZH} \quad (6.11c)$$

Diese entsprechen denen der Elastizitätstheorie, nur sind wegen der dem Stahlbeton anhaftenden Nichtlinearität die Terme N_0 , M_{Y0} und M_{z0} berücksichtigt.

Mit diesen Schnittgrößen und Hauptachsensteifigkeiten kann nun die Trägheitsellipse bestimmt werden. Interessant ist aber auch das Studium des Verlaufs der Hauptachsensteifigkeiten. So kann gezeigt werden, daß sowohl im Strain-Softening-Bereich als auch im Tension-Stiffening-Bereich des Betons keine beliebigen Spannungsdehnungslinien angenommen werden dürfen. Im Gegensatz zu den auf das Bezugssystem bezogenen Steifigkeiten können sonst unter ungünstigen Randbedingungen mechanisch irrelevante negative Hauptachsensteifigkeiten auftreten. Auf ein Studium dieses Teilproblems wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

6.4.3 Zusammenhang zwischen Momentenvektor und Krümmungsvektor

Bekanntermaßen steht der Krümmungsvektor, und damit auch die Ausbiegungsrichtung, bei einachsiger Rechnung senkrecht auf dem Momentenvektor. Bei zweiachsig exzentrisch beanspruchten Stahlbetonquerschnitten besteht dieser einfache Zusammenhang nicht mehr. Vielmehr leitet er sich aus den folgenden Gleichungen ab:

$$\alpha_{MH} = \text{ATAN}[(M_{ZH} - M_{ZO}) / (M_{YH} - M_{YO})] \quad (6.12a)$$

$$\alpha_{KH} = \text{ATAN}(k_{ZH} / k_{YH}) \quad (6.12b)$$

Setzt man in Gleichung (6.12a) die Beziehungen (6.11) ein, so ergibt sich:

$$\alpha_{MH} = \text{ATAN}[(-EA_{YYH} \cdot k_{YH}) / (EA_{ZZH} \cdot k_{ZH})] \quad (6.13)$$

Mit Gleichung (6.13) wird deutlich, daß der Zusammenhang zwischen Momentenrichtung und Hauptkrümmungsrichtung vom Verhältnis der Hauptachsensteifigkeiten EA_{YYH} und EA_{ZZH} geprägt wird. Da dieses Verhältnis jedoch aufgrund des nichtlinearen Werkstoffverhaltens und der Rißbildung nicht konstant bleibt, sondern sehr stark vom Beanspruchungszustand abhängt, kann die Ableitung eines einfachen Näherungsansatzes nicht gelingen.

Für einachsige Biegung in z-Richtung ergibt sich $\alpha_{MH} = 0$. Daraus folgt nach Gleichung 6.11b, daß die Krümmung k_{ZH} zu Null werden muß. Die Größe der Steifigkeit EA_{YYH} ist in diesem Fall also unwichtig.

6.4.4 Berechnung der Lage der Dehnungsnulllinie

Im Gegensatz zur einachsig gedrückten Stahlbetonstütze liegt bei der zweiachsig gedrückten Stütze die Richtung der Dehnungsnulllinie nicht mehr fest. Lage und Richtung der Dehnungsnulllinie sind abhängig von der Lasthöhe und vom Ort auf der Stabachse. Die Verdrehung der Dehnungsnulllinie ist auf die Zusatzbeanspruchung infolge Theorie 2. Ordnung zurückzuführen. Dies ist leicht einsehbar, da sich bei Rechteckquerschnitten aufgrund der verschiedenen Hauptachsensteifigkeiten unterschiedlich große Ausbiegungen u_y und u_z einstellen. Daraus resultiert ein unterschiedliches Anwachsen der Verformungsmomente ΔM_y und ΔM_z und eine Drehung der Dehnungsnulllinie. Am Stützenkopf, wo keine 2. Ordnungseffekte auftreten, verschiebt sich die Dehnungsnulllinie deshalb parallel zur ursprünglichen Richtung.

In /KRH73/ wird zur Bestimmung der Nulllinienrichtung folgende, aus der Elastizitätstheorie abgeleitete Formel angegeben:

$$\tan \delta = e_y \cdot (b_z - 2 \cdot b_z')^2 / (e_z \cdot (b_y - 2 \cdot b_y')^2) \quad (6.14)$$

wobei δ die Neigung der Nulllinie ist, e_y und e_z die Lastexzentrizitäten, b_y und b_z die Querschnittsabmessungen und b_y' und b_z' die Betonüberdeckungen sind.

Diese Formel gilt bestenfalls für den Stützenkopf, nicht jedoch für den meist beanspruchten Querschnitt. Da die Dehnungsnulllinie senkrecht auf der Hauptkrümmungsrichtung steht, kann Gleichung (6.12b) zusammen mit den Gleichungen (6.11b,c) zur Bestimmung ausgewählt werden:

$$\tan(\delta \pm 90^\circ) = [(M_{yH} - M_{yOH}) / EA_{zZH}] / [(M_{zOH} - M_{zH}) / EA_{yYH}] \quad (6.15)$$

Es ist unschwer zu erkennen, daß dieser Zusammenhang auf einfache Weise nicht weiter zu vereinfachen ist. Hinter den Ausdrücken stecken die im Kapitel 4 aufgeführten Integrale und die eben gezeigten Hauptachsentransformationen. Diese sind jedoch stark vom unbekanntem Verzerrungszustand abhängig. Damit steht fest, daß für schiefe Biegung auf theoretischem Wege auch nicht näherungsweise eine Angabe über die Richtung der Dehnungsnulllinie möglich ist.

6.4.5 Wertung

Es konnte gezeigt werden, daß die von der Elastizitätstheorie bekannten Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Verzerrungen auch für den Stahlbetonquerschnitt ableitbar sind, wenn man sich der Tangentenschreibweise bedient. Einfache Zusammenhänge als Grundlage für ein Näherungsverfahren wurden jedoch nicht gefunden, da alle Größen stark nichtlinear vom Verzerrungszustand abhängen. So verändert sich auch das Hauptachsensystem mit kleinsten Schnittgrößenänderungen.

Um ein Näherungsverfahren für schiefe Biegung zu entwickeln, muß deshalb ein anderer Weg beschritten werden. Dazu werden im folgenden Abschnitt die Grundlagen geschaffen.

6.5 Grundlagenrechnungen für die Entwicklung eines Näherungsverfahrens

6.5.1 Allgemeines

Mit einer Parameterstudie sollen Grundlagen für ein verbessertes Näherungsverfahren zur Bemessung von zweiachsig exzentrisch gedrückten Stahlbetonstützen geschaffen werden. Damit wird auch die Überprüfung des in Gleichung (6.2) angegebenen Kriteriums für Stabilitätsversagen möglich. Im Rahmen dieser Arbeit muß die Studie natürlich auf einen engen Bereich beschränkt bleiben.

Es wird die frei auskragende Stütze mit der Schlankheit $\max \lambda = 150$ betrachtet. Als Seitenverhältnis wird $b_y/b_z = 0,5$ gewählt. Kleinere Seitenverhältnisse sind nicht praxisüblich, bei größeren Seitenverhältnissen werden die ebenfalls zu beachtenden Einflüsse des Seitwärtsknickens kleiner. Die Berücksichtigung der Abhängigkeit des Bewehrungsgrades erfolgt durch $\omega_0 = 0,2286$ und $1,143$. Es wird ein Beton B 25 und ein Betonstahl BSt 500 gewählt.

Die wesentlichen Einflußparameter sind die Lastexzentrizitäten. Als Scharparameter dient wiederum $k = |(e_y/b_y)/(e_z/b_z)|$.

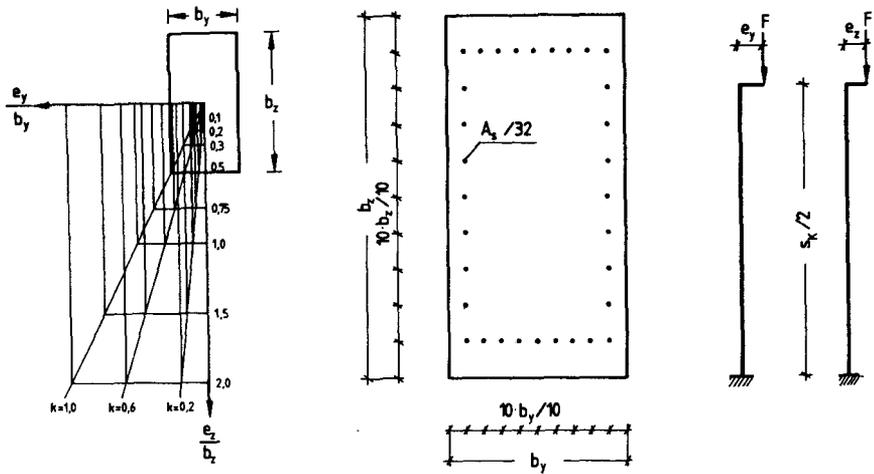


Bild 6.7: Grundlagen der Parameterstudie

6.5.2 Traglastkurven

Die Traglastkurven sind in den Bildern 6.8 und 6.9 aufgetragen.

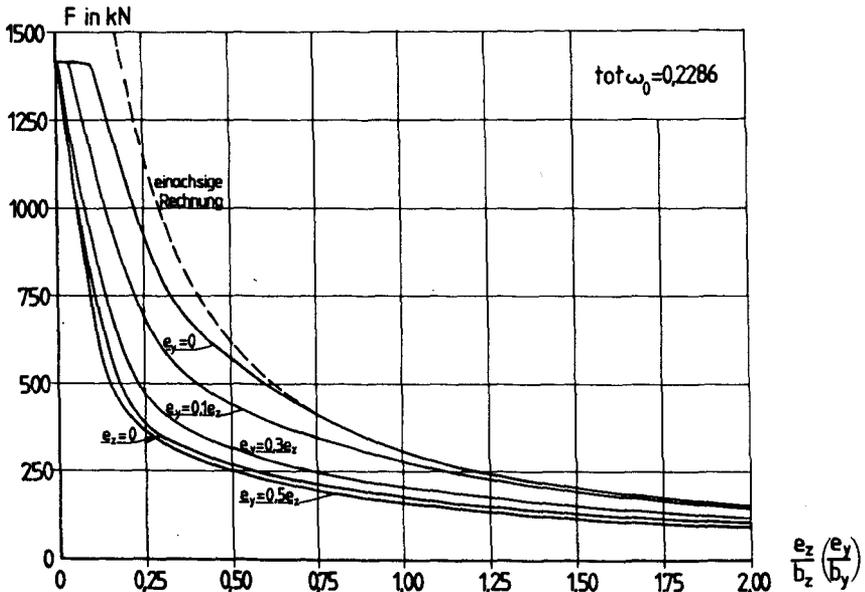


Bild 6.8: Traglastkurven für $\text{tot } \omega_0 = 0,2286$

Alle Rechnungen wurden mit den Programmen STBSTG (gerade Biegung) und STBSTS (schiefe Biegung) /Ols81/ durchgeführt, da nur

Stoffgesetze nach DIN 1045 Verwendung fanden. Die Hauptachsensteifigkeiten wurden nach den im Kapitel 6.4.2 angegebenen Algorithmen berechnet. Die Bestimmung der als einachsig bezeichneten Traglasten erfolgte mit dem Programm STBSTG. Zum Vergleich sind mit dem Programm STBSTS Rechnungen für die Exzentrizität $e_y = 0$ durchgeführt worden. Es zeigen sich für die bezogenen Exzentrizitäten $e_z/b_z \leq 0,75$ zum Teil deutlich kleinere Traglasten.

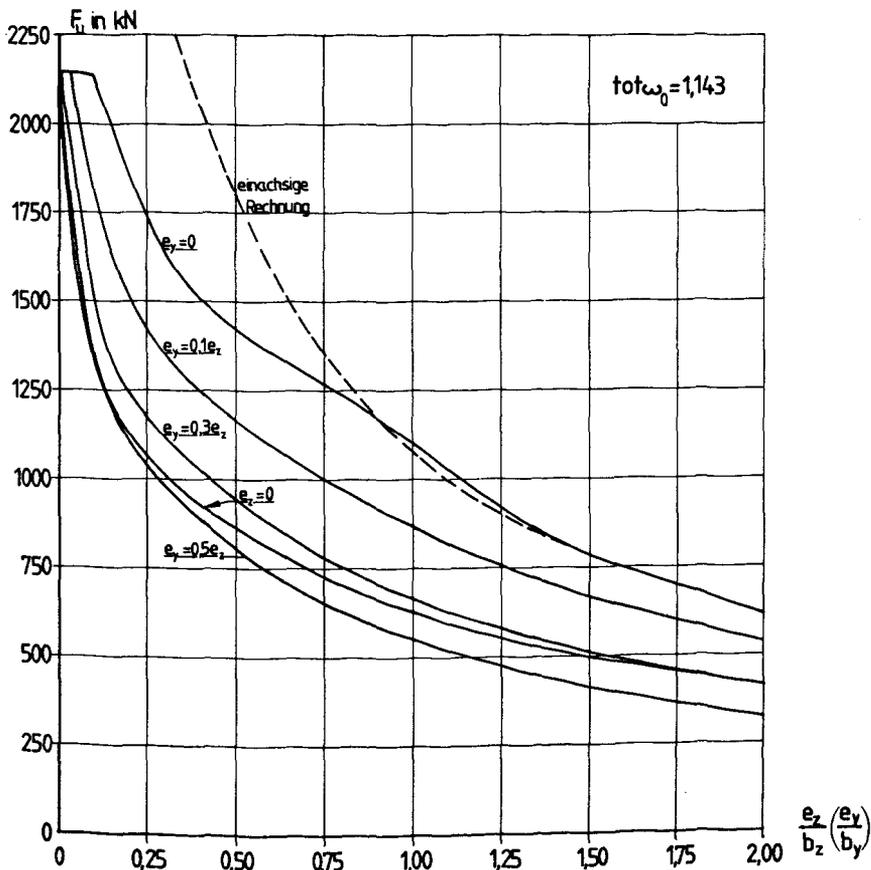


Bild 6.9: Traglastkurven für $\text{tot } \omega_0 = 1,143$

Um einen Anhalt über die Auswirkungen der Lastexzentrizitäten bezüglich gleicher Traglasten zu erhalten, sind in den Bildern 6.10 und 6.11 Linien gleicher Traglasten aufgetragen. Es ist ein näherungsweise elliptischer Verlauf zu erkennen. Eine genauere Betrachtung ergibt den folgenden Zusammenhang:

$$(e_x)^n = 1/[(\cos\theta/e_{y0})^n + (\sin\theta/e_{z0})^n] \quad (6.16)$$

mit $\tan\theta = e_z/e_y$, $e_{y0} = e_y(F, e_z=0)$ und $e_{z0} = e_z(F, e_y=0)$.

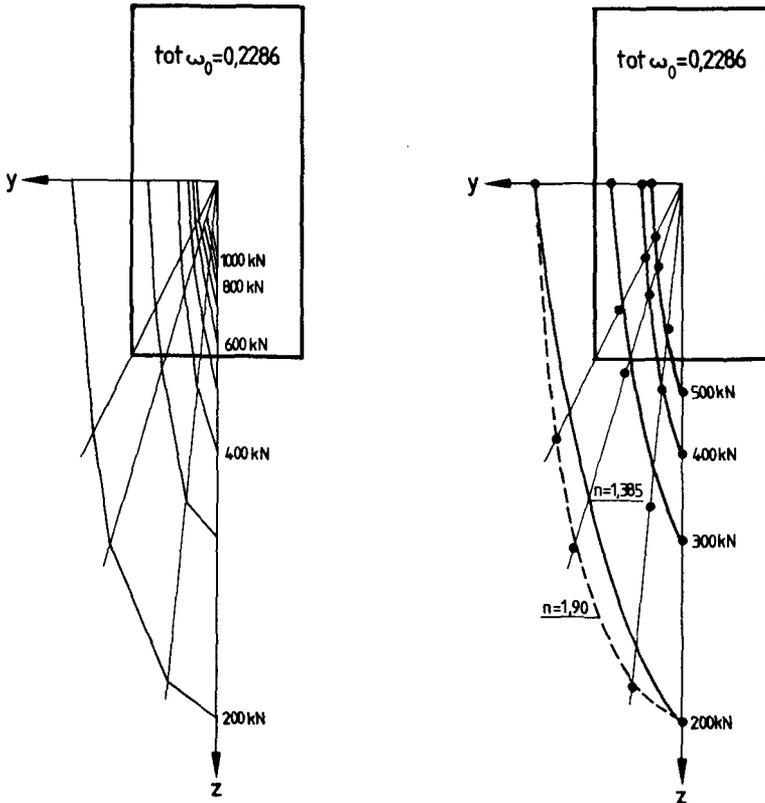


Bild 6.10: Linien gleicher Traglasten (tot $\omega_0 = 0,2286$)

Dieser Zusammenhang entspricht dem von Rafla /Raf74/ angegebenen für die Ermittlung der Ersatzkernweite k_x . Der Exponent n gibt darin die Abhängigkeit vom Bewehrungsgehalt und der Betongüte an. Er kann näherungsweise durch die Gleichung /O-Q82/:

$$n = 1,6295 - 0,3705 \cdot \log_{10}(10^4 \cdot \text{tot } \omega_0 / \beta_s) \quad (6.17)$$

abgeschätzt werden.

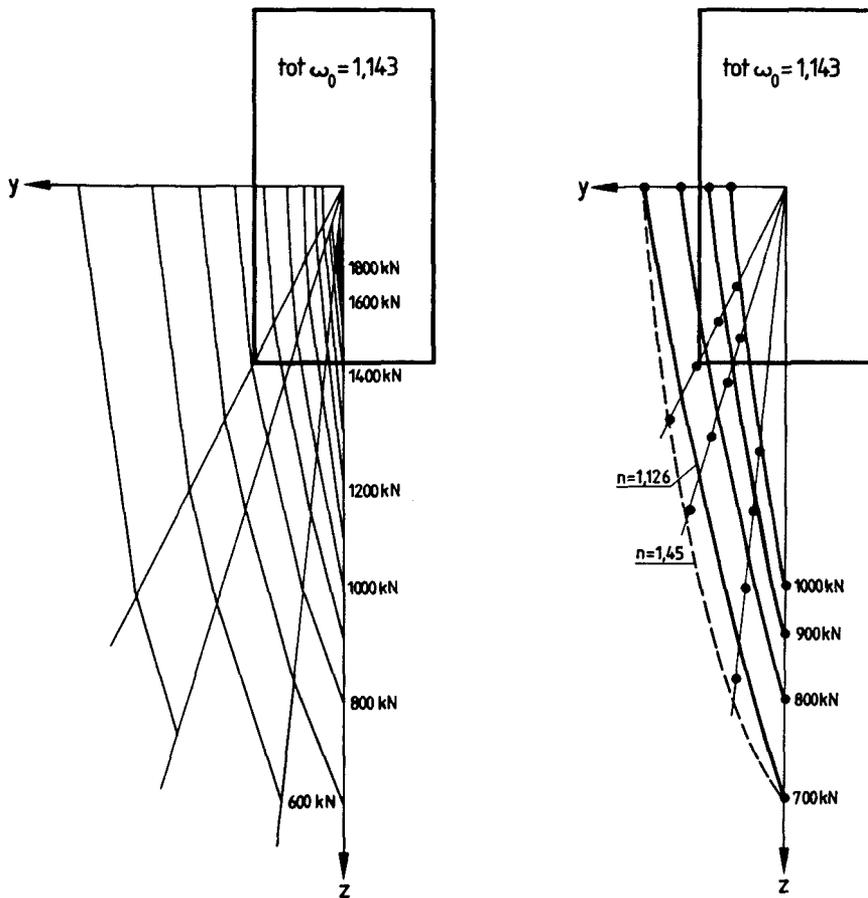


Bild 6.11: Linien gleicher Traglasten (tot $\omega_0 = 1,143$)

Die Abhängigkeit vom Exponenten n ist im rechten Bildteil für einige ausgewählte Traglasten aufgetragen. Dabei sind die Linien mit Exponent nach Gleichung (6.17) jeweils durchgezogen dargestellt. Die Übereinstimmung ist teilweise nicht ganz zufriedenstellend. Die gestrichelte Kurve zeigt jedoch, daß durch einen besser angepaßten Exponenten eine sehr gute Approximation erzielt wird.

Mit Gleichung (6.16) gelingt es, auf recht einfache Weise Linien gleicher Traglast zu ermitteln. Dafür sind die Berechnung von nur drei Traglastkurven nötig, nämlich $e_y/b_y = 0$, $e_z/b_z = 0$ und

beispielsweise $k = 1$ (Last auf der Diagonalen). Da das Seitwärtsknicken mit erfaßt werden soll, ist die Traglastkurve für die z -Richtung mit dem zweiachsigen Programm zu berechnen.

6.5.3 Kontrolle des Versagenskriteriums

Für den Bewehrungsgrad $\omega_0 = 0,2286$ sind in den Bildern 6.12 bis 6.14 in Abhängigkeit von den bezogenen Lastexzentrizitäten die bezogenen Biegesteifigkeiten EA_{yyH}/EA_{yy0} und EA_{zzH}/EA_{yy0} für den Traglastzustand aufgetragen. EA_{yy0} ist dabei die Ursprungsteifigkeit in Richtung der y -Achse. Zusätzlich ist ein Versagenskriterium gemäß Gleichung (6.2) eingetragen. Es zeigt sich eine akzeptable Übereinstimmung.

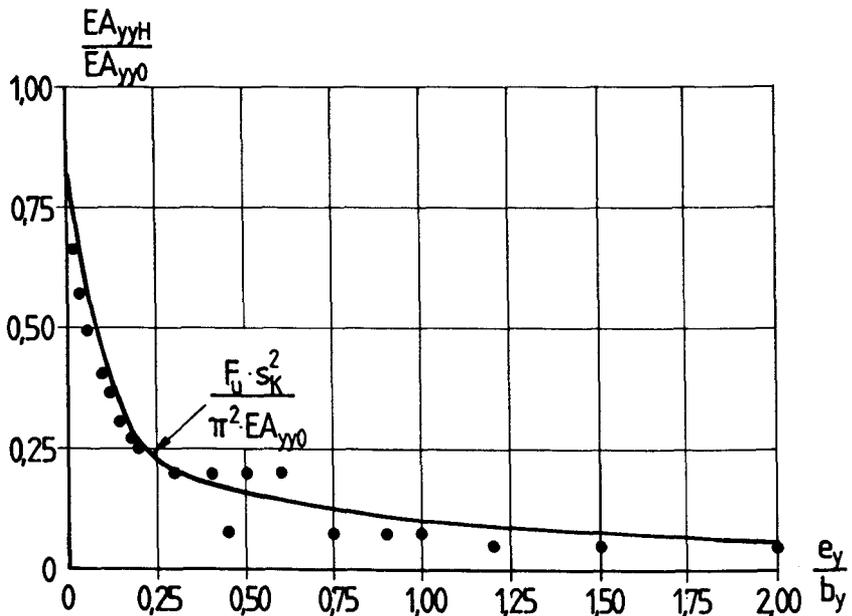


Bild 6.12: Bezogene Steifigkeiten für einachsige Biegung (y-Achse, einachsiges Programm)

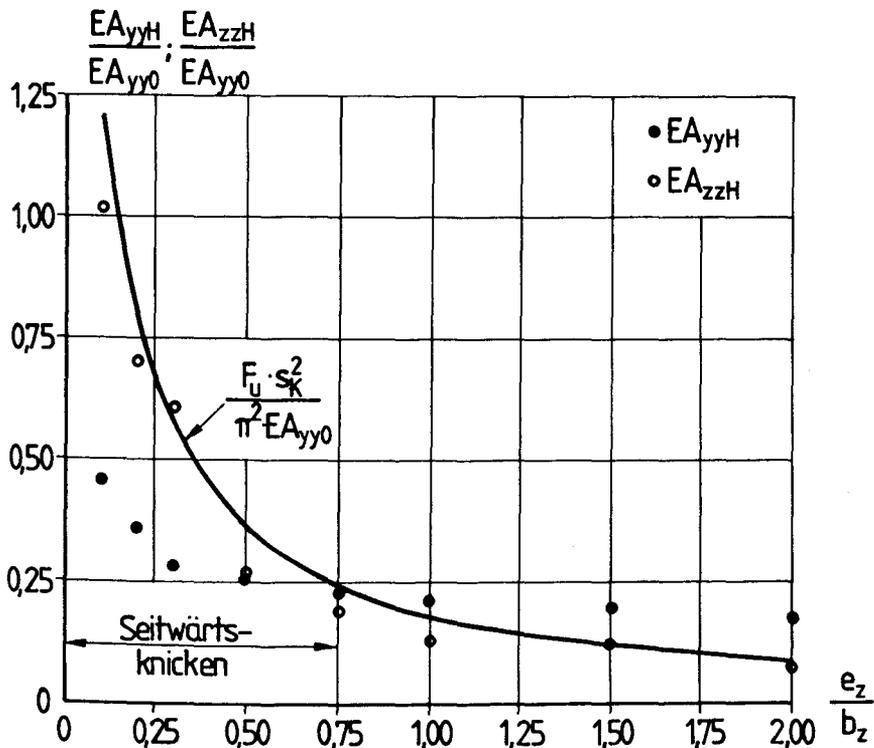


Bild 6.13: Bezogene Steifigkeiten für einachsige Biegung (z-Achse, einachsiges Programm)

In Bild 6.12 (Lastexzentrizität e_y) wurden die Werte EA_{zzH}/EA_{yy0} nicht eingetragen, da sie deutlich höher liegen und deshalb nie maßgebend werden. Anders sieht es für die Lastexzentrizität e_z aus (Bild 6.13). Hier wurde die Traglast F_u mit dem Programm STBSTG (gerade Biegung) ermittelt. Es ist deutlich zu sehen, daß im Bereich $e_z/b_z < 0,75$ die Steifigkeit in Richtung der schwachen Achse (EA_{yyH}) kleiner und damit maßgebend ist. Da diese Biegesteifigkeit in dem Programm vom Ansatz her nicht berücksichtigt wird, greift das Kriterium nicht, und es wird eine zu große Traglast ausgewiesen. Es besteht, abhängig von der Lagerung in y-Richtung, die Gefahr des Ausweichens quer zur Lastebene. Im Bereich $e_z/b_z \geq 0,75$ wird dann aufgrund der großen Lastexzentrizität die Steifigkeit EA_{zzH} der Lastebene maßgebend.

In Bild 6.14 sind die mit dem Programm STBSTS ermittelten Werte

aufgetragen. Hier zeigt sich der Einfluß der Biegesteifigkeit EA_{yyH} . Im Bereich $e_z/b_z < 0,75$ sind nämlich die Steifigkeiten EA_{yyH} maßgebend, im Bereich $e_z/b_z \geq 0,75$ dann, wie auch bei einachsiger Rechnung, die Steifigkeiten EA_{zzH} .

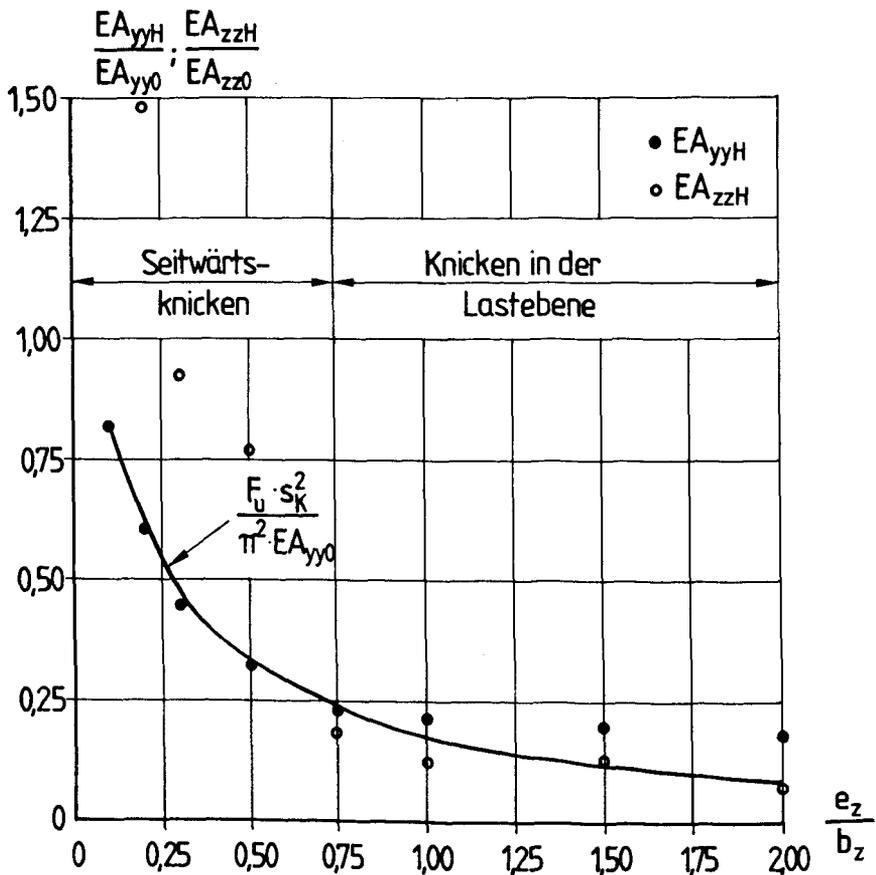


Bild 6.14: Bezogene Steifigkeiten für einachsige Biegung (z-Achse, zweiachsiges Programm)

Damit kann nun für Stahlbetonquerschnitte ein allgemeines Kriterium für das Stabilitätsversagen definiert werden:

$$F_u = \pi^2 \cdot \text{MIN}(EA_{yyH}, EA_{zzH}) / (s_K)^2 \quad (6.18)$$

6.6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Im ersten Teil wurden die Einflußfaktoren für Versuchsnachrechnungen untersucht. Es konnte festgestellt werden, daß geringe Streuungen der Werkstoffkenngrößen im Bereich der 5%- und 95%-Fraktile für die betrachtete Stütze ZK5 nur geringe Auswirkungen auf die Traglast haben. Den größten Einfluß hat dabei der Ursprungsmodul.

Weiterhin konnte mit dem Parameter θ nach Gleichung (6.1) ein Korrekturfaktor gefunden werden, mit dem die mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm berechneten Traglasten an den gemessenen Ursprungsmodul angepaßt werden können. Einschränkend muß jedoch gesagt werden, daß hier noch weitere Untersuchungen ausstehen, um diesen Parameter allgemeingültig zu bestätigen.

Im zweiten Teil gelang die Ableitung der Schnittgrößen-Verzerrungs-Zusammenhänge des Stahlbetonquerschnitts. Mit diesen Beziehungen ist es möglich, die aus der Elastizitätstheorie bekannten Hilfsmittel, wie beispielsweise die Trägheitsellipse, zu nutzen. Einfache Ansätze für die Herleitung eines Näherungsverfahrens konnten jedoch aufgrund der Komplexität des Zusammenhänge nicht gelingen.

Es wurde ein Weg aufgezeigt, um mit minimalen Aufwand Linien gleicher Traglast zu ermitteln. Dies ist gerade für die Entwicklung von Näherungsverfahren von großem Vorteil, da nur drei Traglastkurven für jede untersuchte Schlankheit und jedes betrachtete Seitenverhältnis berechnet werden müssen.

Mit den ins Hauptachsensystem transformierten Steifigkeiten EA_{yyH} und EA_{zzH} wurde ein einfaches Kriterium für den Stabilitätsnachweis formuliert. Damit ist es beispielsweise möglich, die Ausweichrichtung streng einachsiger gedrückter Stützen zu bestimmen.

Bibl. d. TU.
Braunschweig

7 HINWEISE ZUR NÄHERUNGSWEISEN BERECHNUNG SEHR SCHLANKER STAHLBETONSTÜTZEN

7.1 Allgemeines

Die Grundlage gängiger Näherungsverfahren bildet das Ersatzstabverfahren. Dabei wird aus einem Gesamtsystem ein beliebig gelagerter und beliebig belasteter Stab herausgeschnitten und ersatzweise als beidseitig gelenkig gelagerter Einzelstab berechnet. Die Randbedingungen werden indirekt in der nach der Elastizitätstheorie ermittelten Knicklänge berücksichtigt. Dieses Vorgehen hat sich in der Vergangenheit bewährt. Bei sehr schlanken Stützen mit großen Schlankheitsunterschieden in den Hauptachsenrichtungen wurden in jüngerer Zeit jedoch Unsicherheiten aufgezeigt /Gal78, O-Q82/.

Ziel dieses Kapitels ist es daher, Hinweise zur näherungsweisen Bemessung sehr schlanker Stahlbetonstützen nach dem Ersatzstabverfahren zu geben. Dabei werden sowohl einachsig als auch zweiachsig gedrückte Stützen behandelt. Die Grundlagen wurden in den vorherigen Kapiteln erläutert. Nun soll durch Vereinfachungen und Idealisierungen ein Vorschlag für ein Bemessungsverfahren ausgearbeitet werden, das den üblichen Sicherheitsanforderungen gerecht wird. Dazu werden zunächst ausgewählte Näherungsverfahren dahingehend analysiert, ob sie den Ansprüchen genügen oder ob sie zu verbessern sind.

7.2 Geltende Vorschriften

Grundlage von Berechnungen im Stahlbetonbau bildet DIN 1045 (12.78). Nach Abschnitt 17.4 ist bei Druckgliedern neben einer Bemessung für die Schnittgrößen am unverformten System auch die Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Stabauslenkungen zu ermitteln (Nachweis der Knicksicherheit nach Theorie 2. Ordnung unter 1,75-fachen Gebrauchslasten). Damit soll der Möglichkeit Rechnung getragen werden, daß ein Druckglied infolge geometrischer und stofflicher Nichtlinearitäten bei entsprechender Belastung auch dann keinen stabilen Gleichgewichtszustand findet,

wenn die Bruchschnittgrößen noch nicht erreicht sind. Das folgende Bild soll diesen Sachverhalt veranschaulichen.

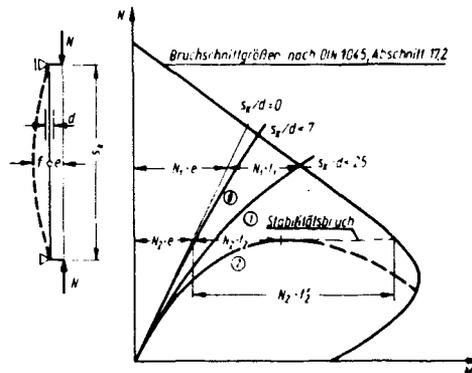


Bild 7.1: Ausbiegungen und Schnittgrößen in $s_K/2$ von schlanken Stützen (aus /K-Q88/)

Nach DIN 1045 sind zur Berechnung der Bruchschnittgrößen und der Auslenkungen nach Theorie 2. Ordnung für den Beton das Parabel-Rechteck-Diagramm und für den Betonstahl die bilineare Arbeitslinie zu wählen. Die Mitwirkung des Betons auf Zug darf für die Berechnung der Formänderungen näherungsweise durch eine um 10% vergrößerte Zugbewehrung berücksichtigt werden. Als Sicherheitselement ist eine ungewollte Ausmitte $e_v = s_K/300$ affin zur Knickfigur oder vereinfacht als zusätzliche Ausmitte der Lasten anzusetzen.

Für einachsige gedrückte Stützen mit großer Schlankheit wird auf die im Heft 220 /GKQ79/ angegebenen Näherungsverfahren und Rechenhilfen verwiesen. Kann das Druckglied nach zwei Richtungen (Hauptachsenrichtungen) ausweichen, bietet DIN 1045, Abschnitt 17.4.8 drei Alternativen für den Knicksicherheitsnachweis an:

- die "strenge" Rechnung,
- das Führen von getrennten Nachweisen und
- das Näherungsverfahren aus Heft 220.

Die strenge Lösung ist die einzig sichere Methode, allerdings wird sie wegen mangelnder Verbreitung geeigneter Hilfsmittel (Programme nach strenger Theorie) am wenigsten genutzt. Das Füh-

ren von getrennten Nachweisen ist nur unter stark eingeschränkten Bedingungen (Abschnitt 17.4.8) erlaubt. Diese Bedingungen sind jedoch nicht ausreichend gefaßt, wie die Studie von Olsen und Quast /O-Q82/ und eigene Versuche /G-T86a und G-T86b/ zeigen. Das Näherungsverfahren nach Heft 220 ist dann anwendbar, wenn das Führen von getrennten Nachweisen nicht erlaubt ist. Allerdings ist auch dieses Verfahren nicht in jedem Fall sicher /O-Q82/.

Damit ergibt sich die unbefriedigende Situation, daß keines der in DIN 1045 angegebenen Näherungsverfahren eine in jedem Fall sichere Bemessung erlaubt. Aufgrund der im Kapitel 6 erläuterten Zusammenhänge gilt dies sowohl für gerade als auch für schiefe Biegung.

7.3 Das seitliche Ausweichen einachsiger gedrückter Stützen

Untersuchungen von Galgoul /Gal78/ und Olsen und Quast /O-Q82/ zeigten, daß auch bei einachsiger Exzentrizität ein Ausweichen des Stabes quer zur Lastebene erfolgen kann. Galgoul prägte für diese Erscheinung den Begriff "Seitwärtsknicken", der dem im Englischen eingeführten "lateral buckling" /Fou77/ entspricht. Den Umstand des seitlichen Ausweichens hatte Habel /Hab58/ schon 1958 theoretisch untersucht. Er kam zum Schluß, daß es genügt, für die Querrichtung einen Nachweis mit der Lastexzentrizität $s_K/400$ zu führen. Bei diesem Nachweis sollte die planmäßige Lastexzentrizität nicht berücksichtigt werden. Dieser Vorschlag fand in den Vorschriften keine Berücksichtigung.

Beim Knicksicherheitsnachweis einachsiger exzentrisch beanspruchter Stahlbetondruckglieder mit großer Schlankheit wird in der Regel auf die Nomogramme oder die vereinfachten Rechengrundlagen nach Heft 220 /GKQ79/ zurückgegriffen. Dabei wird der Bewehrungsgehalt ω_0 ermittelt, der unter den in ungünstigster Anordnung einwirkenden 1,75-fachen Gebrauchslasten nötig ist, um einen stabilen Gleichgewichtszustand nach Theorie 2. Ordnung sicherzustellen. Allerdings kann keine Aussage über die Biegesteifigkeit der Querrichtung (im folgenden auch als Querbiegesteifigkeit bezeichnet) getroffen werden, die - wie in Kapitel 6

gezeigt - zur Beurteilung der tatsächlichen Tragfähigkeit benötigt wird.

Eine Lösung könnte so aussehen, daß aus den Nomogrammen das Moment 2. Ordnung abgegriffen wird und mit Hilfe eines Querschnittsprogramms die zugehörigen Biegesteifigkeiten ermittelt werden. Eine Kontrolle dieses Vorgehen erfolgt anhand eines Beispiels.

Es ist eine gelenkig gelagerte Stütze (Pendelstab) zu bemessen. Vereinfachend wird auf eine Berücksichtigung des Kriechens verzichtet. Die Abmessungen und Belastungen lauten:

$$b/d/\bar{d}_1/s_K = 0,20/0,40/0,06/9,00 \text{ m}$$

Beton B25 Betonstahl BSt 500

$$N = -300 \text{ kN}$$

$$e = 0,05 \text{ m} \Rightarrow M = 15 \text{ kNm}$$

$$\lambda = 0,289 \cdot 9,00/0,40 = 78 > 70$$

$$s_K/d = 9,00/0,40 = 22,5$$

$$e/d = 0,125 \ll 3,5 \cdot 78/70 = 3,9$$

Es ist ein Knicksicherheitsnachweis für Druckglieder mit großer Schlankheit zu führen.

Knicksicherheitsnachweis mit Tafel 4.10a (Heft 220):

$$n = -0,30/(0,20 \cdot 0,40 \cdot 17,50) = -0,214$$

$$m = 0,015/(0,20 \cdot 0,40^2 \cdot 17,50) = 0,027$$

abgelesen:

$$\text{tot } w_0 = 0,285 \Rightarrow A_{S1} = A_{S2} \approx 4,0 \text{ cm}^2$$

$$m^{II} = 0,12 \quad \Rightarrow M^{II} = 67,2 \text{ kNm}$$

Für die Querrichtung soll nun die geforderte 1,75-fache Sicherheit überprüft werden. Dazu werden vereinfacht die 1,75-fachen Schnittgrößen angesetzt und die zugehörigen Steifigkeiten ermittelt:

$$N = 1,75 \cdot (-300,0) = -525 \text{ kN}$$

$$M = 1,75 \cdot 67,2 = 117,6 \text{ kNm}$$

Es ergeben sich mit einem Querschnittsprogramm folgende Werte:

$$\epsilon_{b1} = -3,12 \text{ mm/m} \quad \epsilon_{s2} = 2,31 \text{ mm/m} (\approx \epsilon_{sS}, \text{Zugbewehrung fließt})$$

$$EA_{zzH} = 3,71 \text{ MNm}^2 \quad EA_{yyH} = 1,56 \text{ MNm}^2$$

Die zulässige Knicklänge der Querrichtung kann mit der umgestellten Gleichung (6.18) berechnet werden:

$$\text{zul } s_{Ky} = \pi \cdot \sqrt{(1,56/0,525)} = 5,42 \text{ m} \approx 0,60 \cdot s_K$$

Aus diesem Ergebnis folgt, daß die Stütze in Querrichtung beidseitig fast starr eingespannt sein müßte, um eine 1,75-fache Sicherheit gegen Seitwärtsknicken zu gewährleisten. Es soll deshalb untersucht werden, ob zumindestens für den Gebrauchszustand richtig bemessen wurde.

Für $N = -300 \text{ kN}$ und $M = 67,2 \text{ kNm}$ ergibt sich mit der Querbiegesteifigkeit $EA_{yyH} = 2,26 \text{ MNm}^2$ eine zulässige Knicklänge $\text{zul } s_{Ky} = 8,62 \text{ m} \approx 0,96 \cdot s_K$. Ein Ausweichen quer zur Lastebene unter Gebrauchslast ist also nicht zu erwarten.

Zum Vergleich werden die strengen Traglasten ermittelt. Dabei wird sowohl mit dem einachsigen als auch mit dem zweiachsigen Programm gerechnet. Die ungewollte Ausmitte $e_v = s_K/300$ findet als Zusatzexzentrizität in Richtung der planmäßigen Last Berücksichtigung.

einachsiges Programm:

$$N_u = -587 \text{ kN} \quad N_u/N = -587/(-300) = 1,96 > 1,75$$

Die Traglast deutet auf eine sichere Bemessung hin. Das maximale Moment ergibt sich zu $M^{II} = 94,8 \text{ kNm}$, die Querbiegesteifigkeit zu $EA_{yyH} = 2,06 \text{ MNm}^2$ und damit die zulässige Knicklänge der Querrichtung zu $\text{zul } s_{Ky} = 5,89 \text{ m} \approx 0,65 \cdot s_K$.

Wie schon beim Näherungsverfahren ist die Stütze nur dann ausreichend bemessen, wenn sie in Querrichtung entweder beidseitig elastisch eingespannt oder zumindestens einseitig voll eingespannt wird.

zweiachsiges Programm:

$$N_u = -441 \text{ kN} \quad N_u/N = -441/(-300) = 1,47 < 1,75$$

Diese Rechnung ergibt eine deutlich geringere Sicherheit als in DIN 1045 gefordert. Das maximale Moment errechnet sich zu $M^{II} = 47,6 \text{ kNm}$, die Querbiegesteifigkeit zu $EA_{yyH} = 3,53 \text{ MNm}^2$ und die zulässige Knicklänge zu $zul\ s_{Ky} = 8,89 \text{ m} \approx s_K$.

Die Stütze kann bei frei drehbarer Lagerung folglich nur die 1,47-fache Gebrauchslast tragen. Für die 1,75-fache Gebrauchslast ist eine Bewehrung $A_{S1} = A_{S2} = 7,10 \text{ cm}^2$ einzulegen. Das bedeutet eine 78%-ige Steigerung.

Es wurde gezeigt, daß ein Nachweis mit Hilfe der Nomogramme aus Heft 220 für dieses Beispiel keine ausreichend sichere ($\gamma = 1,75$) Bemessung ermöglicht. Aber auch mit dem einachsigen strengen Traglastprogramm wird die Tragfähigkeit überschätzt. Weiter konnte nachgewiesen werden, daß die zulässige Knicklänge in Querrichtung auf einfache Weise zu ermitteln ist. Eine Angabe über zusätzlich einzulegende Bewehrung kann jedoch nicht abgeleitet werden. Hierzu müssen Bemessungsprogramme für einachsiges Knicken so erweitert werden, daß sie auch die Querbiegesteifigkeit erfassen. Dies ist bei "streng" rechnenden Programmen problemlos möglich. Man erspart sich so eine deutlich aufwendigere zweiachsige Rechnung. Eine Einarbeitung des Seitwärtsknickens in die vorliegenden Nomogramme ist nicht empfehlenswert, da diese das Seitenverhältnis b_y/b_z nicht berücksichtigen.

7.4 Kurzer Überblick über Bemessungsverfahren für schlanke Stützen unter schiefer Biegung

7.4.1 Allgemeines

Der strenge Knicksicherheitsnachweis schlanker Stützen unter schiefer Biegung ist nur mittels umfangreicher Rechenprogramme möglich. Deshalb wurden Näherungsverfahren entwickelt, die das zweiachsige Problem auf das deutlich einfachere einachsige Knicken reduzieren. Einen ersten Vorschlag dazu machte Kordina /Kor56/. Er ermittelte am homogenen Querschnitt auf die Kernweiten bezogene Exzentrizitäten m_x und m_y , die er zu einer Ersatzexzentrizität $m_r = \sqrt{(m_x)^2 + (m_y)^2}$ zusammenfaßte. Die Bemess-

sung erfolgte für eine Ersatzstütze, der die größere Schlankheit und ein flächengleicher Kreisquerschnitt zugeordnet wurde. Damit hat Kordina den Lösungsweg aufgezeigt, der später von anderen Forschern auf ähnliche Weise beschrritten wurde.

7.4.2 Näherungsverfahren für schiefe Biegung

Im Gegensatz zur einachsig gedrückten Stütze sind nur wenige Näherungsverfahren für schiefe Biegung bekannt. Rafla /Raf74/ leitete aufgrund experimenteller und rechnerisch-theoretischer Untersuchungen ein Bemessungsverfahren ab, welches ähnlich dem von Kordina /Kor56/ eine Ersatzknicklänge s_{Kr} und eine Ersatzexzentrizität e_r für einen einachsig beanspruchten Ersatzstab bestimmt. Mit diesen beiden Werten kann auf die bewährten Bemessungshilfen für einachsige Biegung (z.B. Nomogramme) zurückgegriffen werden. Das Verfahren wurde erstmals in /KRH73/ vorgestellt und Versuchsergebnissen gegenübergestellt, die an Quadrat- und Rechteckquerschnitten mit dem Seitenverhältnis $b_y/b_z = 0,67$ ermittelt wurden. Raflas Verfahren wurde mit kleinen Verbesserungen hinsichtlich der Anwendbarkeit in Heft 220 /GKQ79/ als Ersatz für die strenge Rechnung übernommen. Untersuchungen von Olsen und Quast /O-Q82/ deckten jedoch Schwächen des Verfahrens auf, wenn die Schlankheiten in beiden Hauptachsenrichtungen deutlich unterschiedlich sind. Da das Verfahren in die Praxis eingeführt ist und sich durch einfache Anwendbarkeit auszeichnet, bietet es sich für eine Überarbeitung an.

Galgoul /Gal78, Gal85/ leitet ein Verfahren ab, welches ebenfalls das zweiachsige Bemessungsproblem auf zwei einachsige Nachweise zurückführt. Dem Seitwärtsknicken wird durch einen Beiwert für die zugehörige Querbelastung Rechnung getragen. Die Handhabung des Verfahrens ist deutlich aufwendiger als die des Rafla-Verfahrens; dafür werden jedoch die Sicherheitsanforderungen nach DIN 1045 erfüllt. Nachteilig erscheint, daß zur Anwendung Bemessungsdiagramme erforderlich sind, die einen konstanten Sicherheitsbeiwert $\gamma = 1,75$ aufweisen. Derartige Hilfsmittel waren zum Zeitpunkt der Veröffentlichung des Beitrags /G-G86/ erst in Vorbereitung. Eine Verbesserung des Verfahrens wird in dieser Arbeit nicht angestrebt.

7.4.3 Bemessungshilfen

Wichtig bei der Entwicklung von Bemessungsverfahren sind die verfügbaren Hilfsmittel. Für die Bemessung einachsig gedrückter, schlanker Stahlbetonstützen haben sich die Nomogramme und Zahlentafeln von Kordina und Quast /GKQ79/ bewährt. Sie sind für Querschnitte mit verschiedenen Bewehrungstypen verfügbar. Vorteilhaft ist die Möglichkeit, aus den Nomogrammen das Moment nach Theorie 2. Ordnung abzugreifen.

Die Zahlentafeln lassen sich für Bemessungen mit vereinfachten Rechengrundlagen, z.B. /K-Q88/, nutzen. Dieses Vorgehen ergibt allgemein eine bessere Übereinstimmung mit der strengen Rechnung.

Computerprogramme für den Knicksicherheitsnachweis setzen sich immer stärker durch. Es wird damit allerdings kein Fortschritt erreicht, wenn die Programme nur die Bemessungshilfen abbilden, indem beispielsweise die Zahlentafeln aus Heft 220 in Form von approximierten Funktionen gespeichert werden. Damit erspart man sich zwar Zeit, erhält aber trotz leistungsfähiger Computer keine besseren oder sichereren Ergebnisse. Hier können nur nach strenger Theorie rechnende Programme einen Fortschritt bewirken.

7.5 Untersuchung des Rafla-Verfahrens

Beim Rafla-Verfahren werden die Ersatzgrößen s_{Kx} und e_x am homogenen Querschnitt abgeleitet. Um vom Querschnitt unabhängig zu werden, bezieht Rafla die Exzentrizität e auf die Kernweite k ($m = e/k$). Die Kernweite des Ersatzquerschnitts schätzt er mit einem empirisch gefundenen Ansatz ab (siehe auch Bild 7.2):

$$(k_x)^n = 1/[(\cos\theta/k_x)^n + (\sin\theta/k_y)^n], \quad (7.1)$$

worin $\tan\theta = e_y/e_x$, $k_x = b/6$ und $k_y = d/6$ bedeuten. Der Exponent n ist vom geometrischen Bewehrungsgrad ges μ und von der Betongüte β_R abhängig. Rafla stellte fest, daß zwischen n und ges μ/β_R eine logarithmische Beziehung besteht. Für n sind nur Werte zwischen 1 und 2 von Bedeutung, wobei $n = 1$ eine Gerade und $n = 2$ eine Ellipse bedeutet.

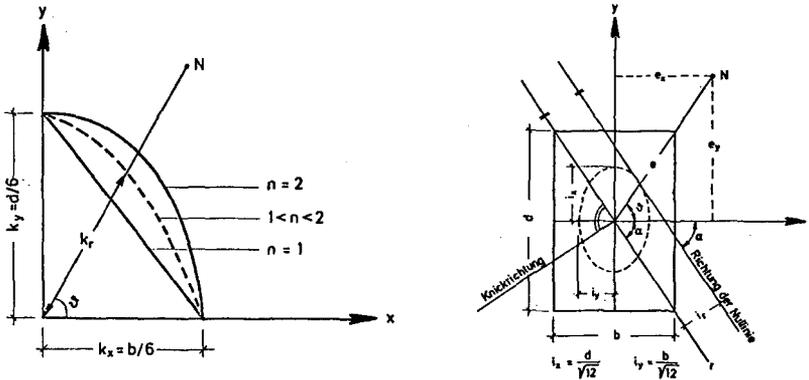


Bild 7.2: Definitionen des Rafla-Verfahrens (aus /KRH73/)

Für den homogenen, isotropen Werkstoff läßt sich die Richtung der Dehnungsnulldirektion einfach bestimmen:

$$\tan \alpha = (e_x/e_y) \cdot (d/b)^2 \quad (7.2)$$

Der Trägheitshalbmesser i_r der Ersatzstütze kann wie folgt berechnet werden:

$$i_r = \sqrt{(d^2/12) \cdot \cos^2 \alpha + (b^2/12) \cdot \sin^2 \alpha} \quad (7.3)$$

Um die Anwendbarkeit zu vereinfachen, wurde das Verfahren für Heft 220 weiter aufbereitet. Dabei wurde ein abweichendes Koordinatensystem definiert. Statt des früher verbreiteten x-y-Systems wird das heute gebräuchliche y-z-System verwendet.

In Abhängigkeit vom Exponenten n und von $k = |(e_y \cdot d)/(e_z \cdot b)|$ wird der Faktor

$$k_1 = (1 + k^n)^{1/n} \quad (7.4)$$

ermittelt. Die Ersatzkniclänge ergibt sich zu

$$s_{Kr} = s_K \cdot \sqrt{[1 + k^2 \cdot (d/b)^2] / [1 + k^2]} \quad (7.5)$$

und die Ersatzexzentrizität zu

$$e_r = k_1 \cdot e_z. \quad (7.6)$$

Aus Gleichung (7.6) folgt, daß die Ersatzexzentrizität e_r , für

den Parameter $k = \text{konst}$, linear von der Exzentrizität e_z abhängig ist. Wie in Kapitel 7.6 gezeigt wird, ist diese Annahme nicht allgemeingültig. Tatsächlich findet man aus strenger Rechnung näherungsweise einen bilinearen Zusammenhang. Aus diesem Grunde gelingt es nicht, allein durch die Ermittlung wirklichkeitsnäherer Tafelwerte eine Verbesserung des Rafla-Verfahrens zu erreichen. Daher soll im nächsten Abschnitt ein neues Verfahren entwickelt werden.

7.6 Entwurf eines Näherungsverfahrens

7.6.1 Allgemeines

Für die Entwicklung eines Näherungsverfahrens bieten sich zwei mögliche Wege an, um einen vereinfachten Nachweis in der Hauptachsenrichtung mit der größten Stabschlankheit zu führen:

- Ermittlung einer mitwirkenden Breite oder
- Ermittlung einer äquivalenten Exzentrizität.

Hinter der ersten Lösung steckt der Gedanke, daß das Aufreißen des Stützenquerschnitts infolge der Exzentrizität in Hauptachsenrichtung mit der geringeren Schlankheit eine Verminderung der effektiven Breite für die andere Hauptachsenrichtung bewirkt. Wenn man beide Richtungen getrennt und nacheinander beansprucht denkt, reißt der Querschnitt beispielsweise infolge der Lastexzentrizität e_z auf. Für die Abtragung der Beanspruchung in der y -Achse steht dann nur noch die Druckzonenhöhe als effektive Breite zur Verfügung. Man könnte also einfach die Fläche der Druckzone ermitteln und daraus eine mitwirkende Breite ableiten. Für die in /G-T86a, G-T86b/ untersuchten Stützen konnte beispielsweise eine annähernd konstante mitwirkende Breite $b_{\text{Ersatz}} = 0,5 \cdot b$ gefunden werden. Dieser Lösungsweg erschien aber zu aufwendig, um damit ein allgemeingültiges Bemessungsverfahren zu schaffen. Weiterhin ist zu bedenken, daß die Steifigkeit nicht nur durch das Aufreißen des Querschnitts, sondern auch durch die Verteilung des Tangentenmoduls beeinflußt wird. Auch für ungerissene Querschnitte ist also eine Abminderung vorzunehmen.

Im folgenden soll deshalb der zweite Weg aufgezeigt werden. Wie in Kapitel 6 mit Gleichung (6.18) gezeigt, hängt die Traglast einer Stahlbetonstütze letztlich von der minimalen Hauptachsenbiegesteifigkeit ab. Dies gilt sowohl für einfache als auch für schiefe Biegung. Somit liegt es nahe, systematisch eine Vielzahl von Traglastrechnungen für die wichtigsten Einflußparameter durchzuführen und die Ergebnisse denen für die in der schlankeren Richtung einachsiger gedrückte Stütze gegenüberzustellen. Man kann so bezüglich der Tragfähigkeit "äquivalente Exzentrizitäten" e_{yE} ableiten. Bei diesem Vorgehen wird selbstverständlich auch das Seitwärtsknicken erfaßt, wenn für $e_y = 0$ mit einem zweiachsigen Programm gerechnet wird. Mit Gleichung (6.16) kann der rechnerische Aufwand zur Ermittlung der äquivalenten Exzentrizität deutlich reduziert werden. Eine Abminderung der Knicklänge ist nicht mehr notwendig. Das grundsätzliche Vorgehen soll im folgenden auf der Grundlage der im Kapitel 6 beschriebenen Parameterstudie überprüft werden. Dabei ist zu beachten, daß die ungewollte Ausmitte nach DIN 1045 nicht eingearbeitet wurde. Dies konnte aufgrund der unbefriedigenden Regelung in Abschnitt 17.4.6 nicht erfolgen. Die in diesem Zusammenhang auftretenden Probleme sollen deshalb in Kapitel 7.7 gesondert diskutiert werden.

7.6.2 Ermittlung der äquivalenten Exzentrizitäten

Zur Ermittlung der äquivalenten Exzentrizitäten e_{yE} wurden aus den Traglastkurven (Bilder 6.8 und 6.99 für einige Laststufen die zugehörigen Exzentrizitäten abgegriffen und in den Bildern 7.3 und 7.4 aufgetragen. Ein Vergleich der beiden Bilder zeigt trotz deutlich verschiedener Bewehrungsgrade ein ähnliches Verhalten. Zunächst wächst die bezogene Ersatzexzentrizität e_{yE}/b_y für kleine k -Werte nur langsam an, um dann ab einer gewissen bezogenen Lastexzentrizität e_z/b_z stark und nahezu linear anzuwachsen. Für $k = 1$ (Last auf der Querschnittsdiagonale) zeigt sich dagegen ein durchgehend lineares Verhalten.

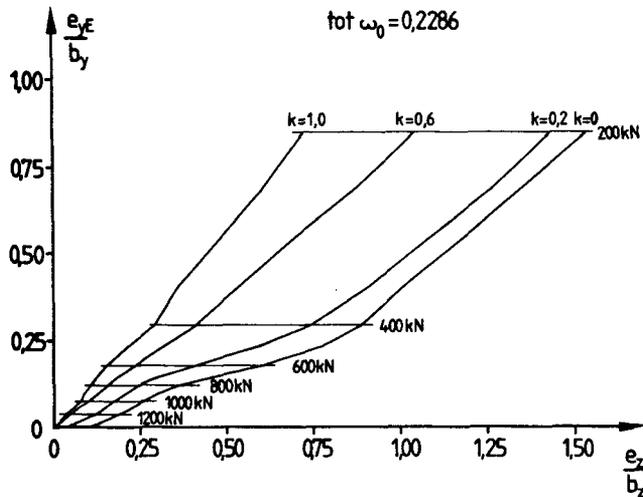


Bild 7.3: Äquivalente Exzentrizitäten für $\text{tot } \omega_0 = 0,2286$

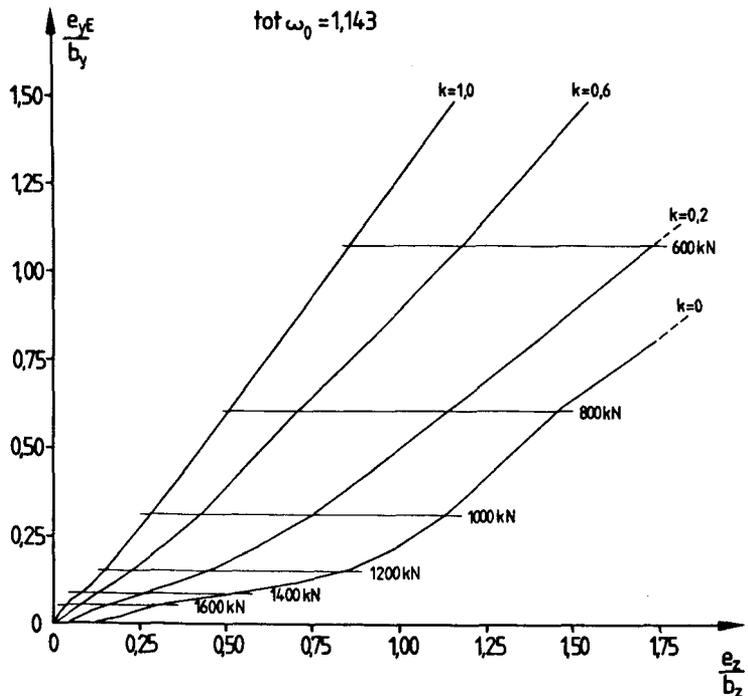


Bild 7.4: Äquivalente Exzentrizitäten für $\text{tot } \omega_0 = 1,143$

Rafla hatte in seinen Untersuchungen nur die auf einer Quer-

schnittsdiagonalen angreifende Last untersucht. Deshalb konnte er nur ein lineares Verhalten feststellen. Die Unsicherheiten des Rafla-Verfahrens sind nach /O-Q82/ im Bereich kleiner k -Werte zu finden.

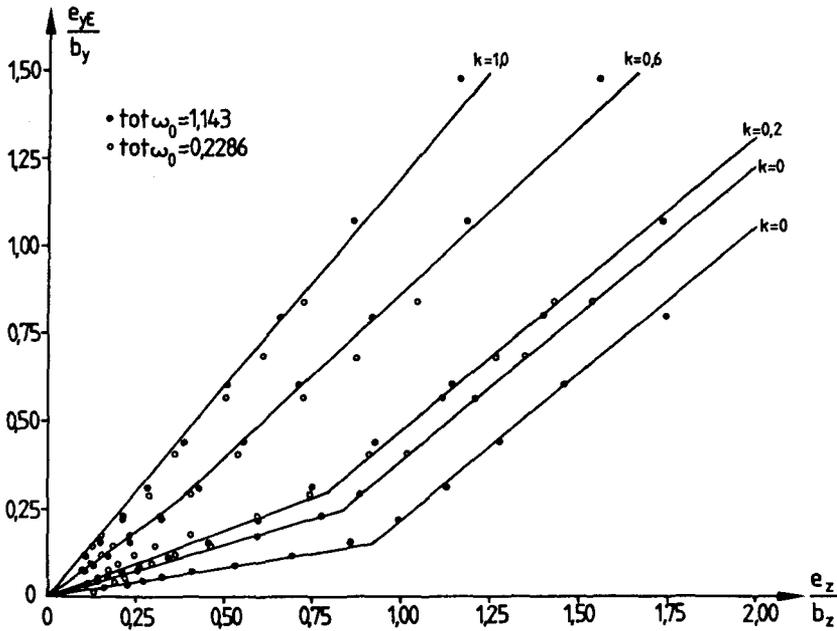


Bild 7.5: Linearisierung der Beziehungen

In Bild 7.5 wurden die Verläufe der äquivalenten Exzentrizität bilinear angenähert für die beiden Bewehrungsgrade dargestellt. Dabei zeigt sich näherungsweise eine Unabhängigkeit vom Bewehrungsgrad. Eine Ausnahme bildet die planmäßig einachsig gedrückte Stütze ($k = 0$). Hier wirkt sich der höhere Bewehrungsgrad positiv aus; die äquivalente Exzentrizität nimmt mit größer werdender Exzentrizität e_z weniger stark zu. Somit ist die äquivalente Exzentrizität für diese Fälle in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad zu bestimmen. Zusätzliche Linien für andere k -Werte können mit wenig Aufwand mittels Gleichung (6.16) berechnet werden.

Zur Frage der Genauigkeit ist folgendes zu sagen: Liegen die

eingetragenen Punkte oberhalb oder links der zugehörigen Linie, wird mit der Näherungsgeraden eine zu geringe äquivalente Exzentrizität ermittelt. Liegen sie hingegen unter oder rechts der Linie, wird eine zu große äquivalente Exzentrizität bestimmt. Für die eingetragenen Punkte zeigt sich jedoch eine gute bis sehr gute Anpassung.

7.6.3 Ablauf einer näherungsweisen Berechnung

Zur Überprüfung soll noch einmal das obige Beispiel der einachsigen exzentrischen Stütze betrachtet werden. Die Schlankheit in y -Richtung beträgt $\lambda = 156$. Aus der zweiachsigen Rechnung folgte für die 1,75-fache Gebrauchslast eine einzulegende Bewehrung $A_{S1} = A_{S2} = 7,10 \text{ cm}^2$, so daß sich der Bewehrungsgrad $\omega_0 = 0,508$ ergibt. Da dieser von den untersuchten Bewehrungsgraden abweicht, wird interpoliert. Es ergibt sich $e_{yE}/b_y = 0,04$ bzw. $e_{yE} = 0,008 \text{ m}$. Mit einer Traglastrechnung wird für diese äquivalente Exzentrizität eine 1,68-fache Sicherheit ermittelt. Die kleine Differenz zur geforderten 1,75-fachen Sicherheit ist baupraktisch ohne Bedeutung.

Als zweites Beispiel soll eine zweiachsig gedrückte Stütze untersucht werden. Es werden das Seitenverhältnis $b_y/b_z = 0,2$ und die maximale Schlankheit $\lambda = 200$ ausgewählt. Der Bewehrungsgrad wird zu $\omega_0 = 0,2$ und die Lastexzentrizitäten zu $e_z/b_z = 0,75$ und $e_y/b_y = 0,15$ vorgegeben. Damit beträgt $k = |(e_y/b_y)/(e_z/b_z)| = 0,2$, so daß nach DIN 1045 das Führen von getrennten Nachweisen erlaubt wäre.

Die zweiachsige Rechnung ergibt eine Traglast $F_{uz} = 288 \text{ kN}$. Mit Bild 7.5 wird eine äquivalente Exzentrizität $e_{yE}/b_y = 0,28$ ermittelt. Die Traglast der einachsigen Rechnung ergibt sich zu $F_{ue} = 250 \text{ kN}$. Das bedeutet eine um 13% kleinere Traglast für den Näherungsnachweis und damit ein auf der sicheren Seite liegendes Ergebnis, da die erforderliche Bewehrung erhöht werden würde, um die Last zu tragen. Mit Rücksicht darauf, daß die Schlankheit und das Seitenverhältnis dieses Beispiels deutlich von denen abweichen, die Grundlage des Bildes 7.5 sind, kann man von einer sehr guten Annäherung sprechen.

7.6.4 Wertung

Mit Bild 7.5 ist die Grundlage eines ausreichend sicheren Näherungsverfahrens geschaffen. Zur allgemeinen Anwendbarkeit sind jedoch zusätzliche Rechnungen für weitere Schlankheiten, abweichende Seitenverhältnisse und Bewehrungsgrade durchzuführen. Mit vereinzelt Rechnungen mit unterschiedlichen Randbedingungen konnte der in Bild 7.5 aufgezeigte Trend bestätigt werden; für eine allgemeingültige Aussage reicht dies jedoch noch nicht aus.

In den Beziehungen in Bild 7.5 ist die ungewollte Ausmitte nach DIN 1045 nicht enthalten. Somit werden bei Anwendung von Bemessungshilfen, in die die ungewollte Ausmitte schon eingearbeitet ist (z.B. die Nomogramme aus Heft 220), zu große Bewehrungsmengen ermittelt. Dies führt zu unwirtschaftlichen Lösungen.

Eine Fortentwicklung dieses Vorschlags in ein allgemeingültiges Näherungsverfahren sollte unter Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte erfolgen. Nur so wären die bewährten Nomogramme weiterhin nutzbar. Dazu sind jedoch die Bestimmungen in Abschnitt 17.4.6 von DIN 1045 an die Gegebenheiten der schiefen Biegung anzupassen. Ein Weg wird im nächsten Abschnitt aufgezeigt.

7.7 Zur Frage der ungewollten Ausmitte

7.7.1 Allgemeines

Die ungewollte Ausmitte e_v wurde in DIN 1045 als zusätzliches Sicherheitselement eingeführt, um u. a. folgende Unsicherheiten abzudecken:

- geometrische Imperfektionen,
- stoffliche Imperfektionen,
- nicht exakt erfaßbare Randbedingungen.

Nach Abschnitt 17.4.6 ist die ungewollte Ausmitte affin zur Knickfigur anzusetzen. Diese Forderung wirft solange keine Probleme auf, wie die Stütze einachsig beansprucht ist und keine Tendenz zum Seitwärtsknicken zeigt.

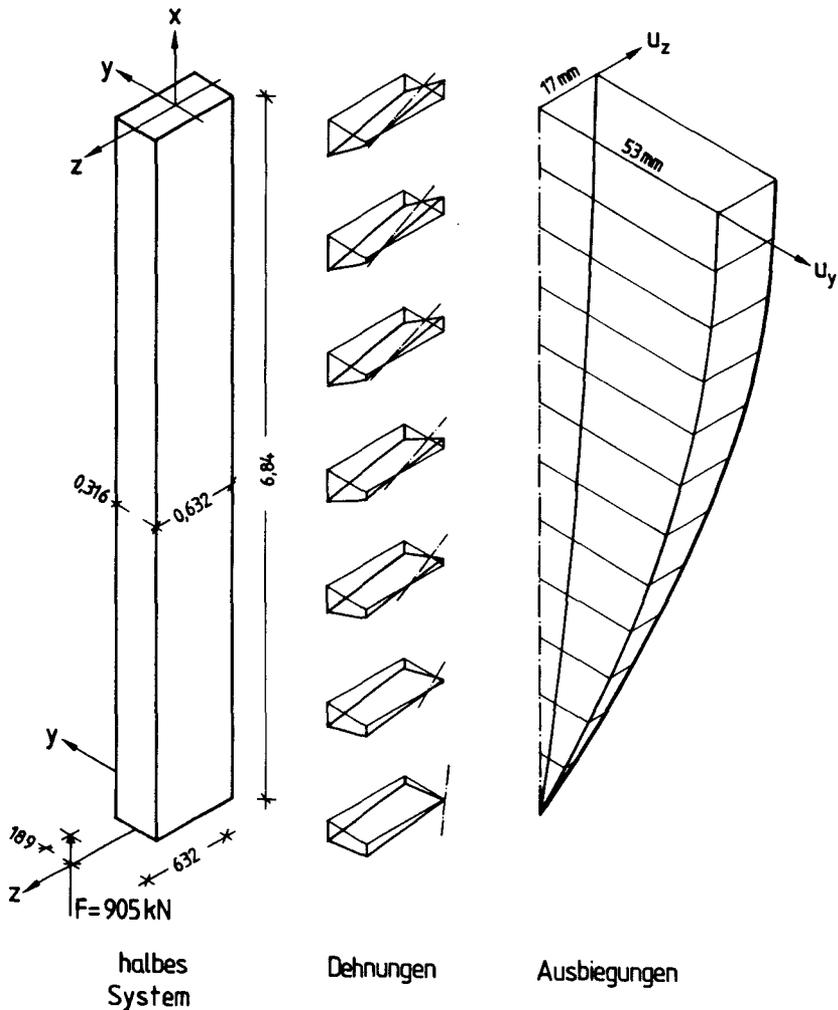


Bild 7.6: Ausbiegungsfigur einer zweiachsig gedrückten Stütze

Für zweiachsig beanspruchte Stützen und für solche, die seitlich ausweichen können, ist diese Regelung praktisch nicht anwendbar. Im Gegensatz zur einachsig gedrückten Stütze gibt es dann nämlich keine Ausbiegungsebene mehr; vielmehr stellt sich eine räumlich gekrümmte Biegelinie ein. Dies wird bei der Betrachtung des Bildes 7.6 deutlich. Die sich entlang der Stabachse ständig

ändernde Ausbiegungsrichtung kann, wie im Kapitel 6 nachgewiesen wurde, nicht einmal näherungsweise vorherbestimmt werden. Damit kann die ungewollte Ausmitte strenggenommen nur durch eine iterative Anpassung an die sich aus der zweiachsigen Rechnung ergebende Ausbiegungsfigur vorgegeben werden. Die Ausbiegungsrichtung dreht sich bei stark unterschiedlichen Schlankheiten in den Hauptachsenrichtungen eindeutig zur schwachen Achse. Im folgenden soll die Konsequenz daraus aufgezeigt werden.

7.7.2 Anwendung für schiefe Biegung

Für die im Bild 7.6 gezeigte Stütze (es wurde das halbe System aufgetragen) mit den Lastexzentrizitäten $e_y = 189,6$ mm und $e_z = 632$ mm ergeben sich ohne Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte unter der Bruchlast von 905 kN die Ausbiegungen $u_y = 53$ mm und $u_z = 17$ mm. Damit liegen Ausbiegungsfigur und Ausbiegerichtung im maßgebenden Schnitt fest. Im Sinne der DIN 1045 sollte die ungewollte Ausmitte $e_v = s_K/300 = 46$ mm affin zu dieser Biegefigur angeordnet werden. Vereinfacht man, indem man die ungewollte Ausmitte nach den maximalen Ausbiegungen im maßgebenden Schnitt ausrichtet, ergibt sich für die y-Richtung $e_{vy} = 0,95 \cdot e_v = 43$ mm und für die z-Richtung $e_{vz} = 0,31 \cdot e_v = 14$ mm. Die planmäßige Exzentrizität e_y wird also um 23% vergrößert, die Exzentrizität e_z lediglich um 2%. Würde man die ungewollte Ausmitte ausschließlich in Richtung der y-Achse ansetzen, ergäbe sich eine 24% Vergrößerung dieser Exzentrizität. Die Berechnung für die in beiden Richtungen vergrößerten Lastexzentrizitäten, ergibt eine Traglast von 836 kN mit den Ausbiegungen $u_y = 55$ mm und $u_z = 17$ mm. Vergrößert man nur die Exzentrizität e_y ergeben sich für die Bruchlast von 834 kN die Ausbiegungen $u_y = 53$ mm und $u_z = 16$ mm. Ein zweiter Iterationsschritt ist für diese Stütze nicht notwendig, da sich die Ausbiegerichtung im maßgebenden Querschnitt kaum verändert hat.

Dieses kleine Beispiel macht deutlich, wie kompliziert die Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte für zweiachsig beanspruchte Stützen ist. Es bedarf immer einer iterativen, strengen Rechnung. Die Abhängigkeit der Ausbiegerichtung von der Lastexzentrizität e_y ist im Bild 7.7 für die Stütze ZK5 dargestellt.

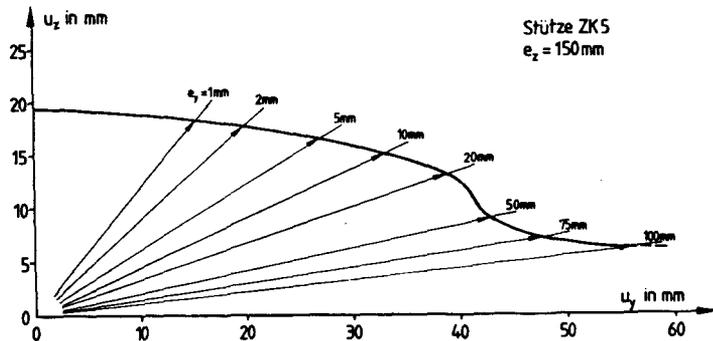


Bild 7.7: Veränderung der Ausbiegerichtung aufgrund einer Lastexzentrizität in der schlankeren Hauptachsenrichtung

Wie Bild 7.7 zeigt, führen schon geringste Lastexzentrizitäten e_y zu einer stark von der Lastebene abweichenden Ausbiegerichtung. So ist bei einer Exzentrizität $e_y = 1 \text{ mm}$ mit einer unter 40° ausweichenden Stütze zu rechnen.

7.7.3 Eigener Vorschlag

Es erscheint ratsam, die ungewollte Ausmitte bei Stützen mit stark unterschiedlichen Schlankheiten in den Hauptachsenrichtungen vereinfacht in die Richtung mit der größeren Schlankheit anzusetzen. Das würde allerdings bedeuten, daß auch einachsig gedrückte Rechteckstützen zweiachsig gerechnet werden müßten. Deshalb sollte man den Vorschlag von Habel /Hab58/ aufgreifen und einen zusätzlichen Nachweis für eine noch festzulegende Exzentrizität e_{yy} ohne Berücksichtigung der planmäßigen Exzentrizität e_z fordern. Die Gefahr des Seitwärtsknickens dürfte bei Berücksichtigung solch einer ungewollten Ausmitte gebannt sein.

Der Rechenablauf könnte folgendermaßen aussehen:

Die Richtung der ungewollten Ausmitte wird in Abhängigkeit vom Verhältnis der Schlankheiten der Hauptachsenrichtungen festgelegt. Dabei ergibt sich bei gleichen Schlankheiten ein Winkel $\alpha_{ev} = 45^\circ$. Sind die Schlankheitsunterschiede $\lambda_y/\lambda_z > 2$, wird die

ungewollte Ausmitte vollständig der schlankeren Hauptachsenrichtung zugewiesen. Dazwischen könnte beispielsweise linear interpoliert werden; entsprechende Untersuchungen stehen noch aus. Für die vergrößerten Lastexzentrizitäten e_y und e_z wird die äquivalente Exzentrizität e_{yE} ermittelt. Um das Seitwärtsknicken zu erfassen, darf eine Mindestexzentrizität, etwa die von Habel geforderte $s_K/400$, nicht unterschritten werden.

Einschränkend muß gesagt werden, daß der eben aufgezeigte Weg noch nicht abgesichert ist.

7.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Hinweise zur näherungsweise Berechnung von Druckgliedern mit großer Schlankheit gegeben. Zunächst wurden die üblichen Näherungsverfahren beschrieben und insbesondere bei dem in der Praxis häufig verwendeten Rafla-Verfahren Schwächen aufgezeigt. Anschließend wurde auf der Grundlage der im Kapitel 6 mitgeteilten Ergebnisse ein Näherungsverfahren entwickelt, das diese Schwächen vermeidet. Das Verfahren kann jedoch vorerst nur in dem Anwendungsbereich empfohlen werden, der im Rahmen dieser Arbeit durch eine begrenzte Parameterstudie abgedeckt wurde. Dabei entfällt auch die Anwendbarkeit der Nomogramme, da aufgrund der unbefriedigend geregelten ungewollten Ausmitte diese nicht berücksichtigt werden kann. Es konnte jedoch gezeigt werden, daß der vorgeschlagene Lösungsweg prinzipiell gangbar ist. Für den Ansatz der ungewollten Ausmitte e_v nach DIN 1045 wird für Druckglieder mit schiefer Biegung oder Gefahr des Seitwärtsknickens eine einfache Möglichkeit aufgezeigt.

8 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

8.1 Ausgangsposition

Die in DIN 1045 angegebenen Näherungsverfahren erlauben keine in jedem Fall sichere Bemessung von sehr schlanken Stahlbetonstützen, wenn diese in den beiden Hauptachsenrichtungen sehr unterschiedliche Schlankheiten aufweisen. Dabei spielt es keine Rolle, ob diese Stützen ein- oder zweiachsig exzentrisch gedrückt sind. Ursache dafür ist, daß die Näherungsverfahren die Interaktion der beiden Tragrichtungen nicht berücksichtigen, die sich aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens, insbesondere der Ribbildung, ergibt.

Die üblichen Näherungsverfahren nach DIN 1045 bzw. Heft 220 führen das Verhalten der zweiachsig gedrückten Stütze auf das allgemein bekannte Verhalten einer (oder zweier) einachsig gedrückten Stütze zurück. Das Verhalten der schief gebogenen Stütze unterscheidet sich jedoch so grundlegend von dem der gerade gebogenen Stütze, daß die Näherungsnachweise nur unter gewissen, von Olsen und Quast aufgezeigten Randbedingungen gelingen können.

Für die planmäßig einachsig gedrückte Stütze ergibt sich das Problem des Seitwärtsknicken. Damit ist gemeint, daß die Stütze schräg zur Lastebene ausweicht. Dieses Verhalten wird mit den gängigen Näherungsverfahren bislang nicht erfaßt.

8.2 Zielsetzung

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst das Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen untersucht. Dabei ist das Hauptaugenmerk auf die schiefe Biegung gerichtet. Ausgehend von einem Modell von der Wirklichkeit wird ein Rechenmodell entwickelt, das die wirklichkeitsnahe Berechnung der Stahlbetonstütze gestattet. Dabei wird das reale Werkstoffverhalten erfaßt, wobei insbesondere Fragen der Mitwirkung des Betons auf Zug und des Verbundverhaltens berücksichtigt werden. Nach der Verifikation des Rechenmodells werden Parameterstudien zur Erklärung der in der Natur und im Experiment beobachteten Phäno-

mene angestellt. Im letzten Schritt wird ein stark vereinfachtes Modell entwickelt. Dieses ermöglicht Bemessungen von Stahlbetonstützen, die hinsichtlich DIN 1045 alle Anforderungen der Sicherheit erfüllen.

8.3 Durchführung

Kapitel 1 gibt eine ausführliche Einführung in die Problematik.

In Kapitel 2 werden die Grundlagen und der Stand des Wissens aufgezeigt. Es wird ausgehend von baupraktischen Gegebenheiten bei Stahlbetonstützen die Realität in ein Modell von der Wirklichkeit abgebildet. Die anschließende Umsetzung in ein Rechenmodell erfolgt unter Erfassung des realen Werkstoffverhaltens des Stahlbetons. Vereinfachungen und Idealisierungen werden diskutiert und bewertet.

Im Kapitel 3 wird das dem Rechenmodell zugrundeliegende Verhalten des Verbundwerkstoffes Stahlbeton vorgestellt. Dabei stehen vor allem die Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit und des Verbundes zwischen Beton und Betonstahl im Vordergrund. Das im Rechenprogramm STBSTZ installierte Werkstoffgesetz wird erläutert.

Die Beschreibung des Rechenmodells erfolgt in Kapitel 4. Dabei wird auf der Basis des Programms STBSTS die Aufgabenstellung für das Programm STBSTZ erweitert. Es werden insbesondere die mit der Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit auftretenden Probleme diskutiert und Lösungswege aufgezeigt.

Anschließend wird das Rechenmodell im Kapitel 5 anhand einiger Versuchsnachrechnungen verifiziert. Die festgestellte Übereinstimmung des Trag- und Verformungsverhaltens in Experiment und Rechnung ist gut bis sehr gut.

Nachdem die Tauglichkeit des Rechenprogramms nachgewiesen ist, werden in Kapitel 6 Parameterstudien durchgeführt, mit denen der Einfluß verschiedener, für das Trag- und Verformungsverhalten wichtiger Parameter untersucht wird. Die gewonnenen Erkenntnisse werden durch die theoretische Ableitung der mechanischen Zusam-

menhänge am Stahlbetonquerschnitts unter Zugrundelegung der Tangentensteifigkeiten erweitert. Dabei muß festgestellt werden, daß näherungsweise Zusammenhänge zwischen dem Momenten- und dem Krümmungsvektor sowie für die Lage der Dehnungsnulllinie nicht ableitbar sind. Trotzdem kann ein Stabilitätskriterium ähnlich der aus der Elastizitätstheorie bekannten Eulerschen Knicklast formuliert werden. Weiterhin wird die Möglichkeit aufgezeigt, mit geringem Aufwand für beliebige Exzentrizitätsverhältnisse Linien gleicher Traglast zu ermitteln.

Anschließend folgt in Kapitel 7 eine kritische Betrachtung der in DIN 1045 genannten Näherungsverfahren für die Bemessung von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung. Nach kurzer Vorstellung der gängigen Verfahren werden deren Schwächen aufgedeckt und Vorschläge für eine dem Problem gerechter werdende Bemessung unterbreitet. Darin wird auch das Seitwärtsknicken einachsrig exzentrisch gedrückter Stahlbetonstützen einbezogen. Zum Abschluß wird die für schiefe Biegung nicht unmittelbar anwendbare ungewollte Ausmitte nach DIN 1045 untersucht. Es wird ein verbesserter Ansatz vorgeschlagen.

8.4 Schlußfolgerungen und Ausblick

Die im Programm installierten Werkstoffgesetze erlauben eine wirklichkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonstützen. Damit steht ein Werkzeug zur Verfügung, mit dem Stützenversuche nachgerechnet und interpretiert werden können. Noch nicht experimentell abgeklärte Phänomene können künftig zunächst auf rechnerischem Wege studiert werden, bevor sie dann im Experiment untersucht werden. Mit diesem Vorgehen lassen sich Versuchsdurchführungen sehr genau planen. Weiterhin ist es bei einer entsprechenden Versuchstechnik möglich, parallel zum Experiment vergleichend zu messen. Das bringt den unschätzbaren Vorteil mit sich, daß Unstimmigkeiten zwischen Versuch und Rechnung schon während des Versuchsablaufs festgestellt werden können und nicht erst Tage oder gar Wochen später.

Es wurde ein Stabilitätskriterium formuliert, mit dem eine Aussage getroffen werden kann, ob die Stütze in der Lastebene oder

schräg dazu ausweicht. Damit ist es auch möglich, mit einer einachsigen Rechnung die Gefahr des Seitwärtsknickens auszuschließen. Für streng rechnende Programme ist dafür nur die Berücksichtigung der Biegesteifigkeit in Querrichtung nötig.

Bei starker Einschränkung der Anwendungsgrenzen wurde ein Näherungsverfahren abgeleitet, mit dem eine sichere Bemessung ein- und zweiachsig beanspruchter Stahlbetonstützen gelingt. Weiterhin wurde ein Vorschlag unterbreitet, wie die ungewollte Ausmitte für diese Stützen sinnvoll angesetzt werden sollte.

Trotzdem erscheint nach all den inzwischen erworbenen Erkenntnissen bezüglich des Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stützen nur die strenge Rechnung als der einzig sinnvoller Weg zu einer optimalen Bemessung. Viele Klimmzüge, wie die Ermittlung der Knicklänge, blieben dem Ingenieur erspart. In diesem Zusammenhang sei deshalb auch auf den von Quast anlässlich des Abschlußkolloquiums des Sonderforschungsbereich 148 ausgesprochenen Satz verwiesen:

"Es ist einfacher, nicht zu vereinfachen, sondern exakt zu rechnen."

DIN 1045, Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin, Dezember 1978.

DIN 1048 Teil 1, Prüfverfahren für Beton; Frischbeton, Festbeton gesondert hergestellter Probekörper, Beuth Verlag, Berlin, Dezember 1978.

- /A-C82/ Al-Noury, S.I. und Chen, W.F.: Finite Segment Method for Biaxially Loaded RC Columns. Journal of the Structural Division. ASCE. April 1982. Page 780-799.
- /A-D74/ Ambos, G. und Dietz, H.-D.: Zur Frage der Biege- und Dehnsteifigkeit von Stahlbeton-Querschnitten bei Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze. Forschungsbericht Nr. 21 aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, 1974.
- /A-D80/ Ahrens, H. und Duddeck, H.: Berechnung von Stabtragwerken. In: Betonkalender 1980/II, Seite 511-618. Verlag W. Ernst & Sohn, 1980.
- /A-S74/ Abdel-Sayed, I.: Behavior of Slender Reinforced Concrete Columns Under Biaxially Eccentric Loading. University of Ottawa, Canada. 1974.
- /B-S57/ Bürgermeister, G. und Steup, H.: Stabilitätstheorie. Teil I. Akademie-Verlag, Berlin 1957.
- /Bon87/ Bonzel, J.: Beton. In: Betonkalender 1987 - Teil I. Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin 1987.
- /C-S71/ Cranston, W.B. and Sturrock, R.D.: Lateral Instability of Slender Reinforced Concrete Columns. Proceedings of the RILEM Symposium on Buenos Aires. September 1971. Page 117-141.
- /Cra82/ Cranston, W.B.: Analysis of Slender Biaxially Loaded Restrained Columns. Paper prepared for presentation to CEB Commission III - Buckling and Instability. October 1982.
- /CUR81/ CUR-VB, Report 108, Aanvangsspanningen in voorgespannen lichtbeton, October 1981.
- /Dud83/ Duddeck, H.: Die Ingenieuraufgabe, die Realität in ein Berechnungsmodell zu übersetzen. Die Bautechnik, Heft 7, 1983, Seite 225-234.
- /E-I76/ Eibl, J. und Iványi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. DAFStb Heft 260. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1976.

- /Fou77/ Fouré, B.: Lateral Buckling of Columns (Torsion Neglected): Comparison with Planar Buckling Considered as a Limiting Case of Biaxial Buckling. Seminar on Stability of Concrete Structures of the CEB. Kopenhagen Juni 1977.
- /Fur79/ Furlong, R.W.: Concrete Columns Under Biaxially Eccentric Thrust. ACI Journal. October 1979. Page 1093-1118.
- /G-G86/ Grasser, E. und Galgoul, N.S.: Praktisches Verfahren zur Bemessung schlanker Stahlbetonstützen unter Berücksichtigung zweiachsiger Biegung. Beton- und Stahlbetonbau 7/1986. Seite 173-177.
- /G-T86a/ Grzeschkowitz, R. und Teutsch, M.: Experimentelle Untersuchungen des Trag- und Verformungsverhaltens planmäßig zweiachsig ausmittig beanspruchter schlanker Stahlbetondruckglieder. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1986.
- /G-T86b/ Grzeschkowitz, R. und Teutsch, M.: Schlanke Stahlbetondruckglieder mit zweiachsiger Ausmitte. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1986.
- /G-W78/ Gilbert, R.I. und Warner, R.F.: Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs. Journal of the Structural Division. ASCE. December 1978. Page 1885-1900.
- /Gal78/ Galgoul, N.S.: Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung. Dissertation. TU München. München 1978.
- /Gal85/ Galgoul, N.S.: Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung. DAFStb Heft 361. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1985.
- /GKQ79/ Grasser, E.; Kordina, K.; Quast, U.: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen. DAFStb Heft 220. Verlag W. Ernst & Sohn. 2. Auflage, Berlin 1979.
- /Gra68/ Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Dissertation. TU München. 1968.
- /Grz87/ Grzeschkowitz, R.: Source-Code des Programms STBSTZ. Unveröffentlicht.
- /Grz88/ Grzeschkowitz, R.: Erweiterung von Traglastprogrammen für schlanke Stahlbetondruckglieder. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1988.

- /Hab58/ Habel, A.: Knicken senkrecht zur Kraftebene. Beton- und Stahlbetonbau 8/1958, Seite 197-202.
- /Hei69/ Heilmann, H.G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. Beton 2/69, Seite 68-70.
- /Hei76/ Heilmann, H.G.: Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung. DAFStb Heft 269. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1976.
- /HHF69/ Heilmann, H.G.; Hilsdorf, H.; Finsterwalder, K.: Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen. DAFStb Heft 203. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1969.
- /K-Q88/ Kordina, K. und Quast, U.: Bemessung der Stahlbetonbauteile II - Bemessung von schlanken Bauteilen - Knick-sicherheitsnachweis. In: Betonkalender 88. Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin 1988.
- /Keu85/ Keuser, M.: Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen. VDI Verlag. Düsseldorf 1985.
- /KGM86/ Kollegger, J.; Günther, G.; Mehlhorn, G.: Zug- und Zug-Druckversuche an Stahlbetonscheiben. Forschungsberichte aus dem Fachgebiet Massivbau Nr. 1. Gesamthochschule Kassel 1986.
- /Koc76/ Koch, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Dissertation. Universität Stuttgart 1976.
- /Kor56/ Kordina, K.: Stabilitätsuntersuchungen an Beton- und Stahlbetonsäulen. Dissertation. TU München 1956.
- /KRH73/ Kordina, K.; Rafla, K.; Hjorth, O.: Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung mit Achsdruck. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig, 1973.
- /KRH76/ Kordina, K.; Rafla, K.; Hjorth, O.: Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung. DAFStb Heft 265. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1976.
- /Kri77/ Kristjansson, R.: Physikalisch und geometrisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten mit Hilfe Finiter Elemente. Dissertation. TH Darmstadt 1977.
- /Lau82/ Lauer, H.: Der einachsige Spannungs- und Deformationszustand in beliebigen Stahlbetonquerschnitten bei räumlicher Beanspruchung unter Beachtung der Stoffgesetze nach DIN 1045. Institut für Mechanik und Statik der Hochschule der Bundeswehr München, 1982.

- /M-P77/ Menegotto, M. und Pinto, P.E.: Slender RC Compressed Members in Biaxial Bending. Journal of the Structural Division. ASCE. March 1977. Page 578-605.
- /May67/ Mayer, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen. DAFStb Heft 194. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1967.
- /Mol86/ Molzahn, R.: Ein Modell zur elastokinetischen Analyse ebener Betonstabtragwerke und seine Anwendung zur Überprüfung der Rechengrundlagen für Leichtbeton. Dissertation. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1986.
- /O-Q82/ Olsen, P.C. und Quast, U.: Anwendungsgrenzen von vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig ausmittig beanspruchte Stahlbetondruckglieder. DAFStb Heft 332. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1982.
- /O-R70/ Ortega, J.M. und Rheinboldt, W.C.: Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables. Academic Press. New York 1970.
- /Ols81/ Olsen, P.C.: Benutzeranleitung für die Programme STBSTG und STBSTS. Interner Bericht des Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig. 1981.
- /Pop73/ Popovics, S.: A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete. Cement and Concrete Research, Vol.3, 1973, Page 583-599.
- /Puc53/ Pucher, A.: Lehrbuch des Stahlbetonbaues. Springer-Verlag Wien, 1953
- /Qua80/ Quast, U.: Rechenansätze in Form einer Spannungsdehnungsbeziehung für das Mitwirken des Betons in der gerissenen Zugzone von Stahlbetonquerschnitten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1980.
- /Raf74/ Rafla, K.: Praktisches Verfahren zur Bemessung schlanker Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt bei schiefer Biegung mit Achsdruck. Der Bauingenieur 11/74, Seite 429-436.
- /RKL76/ Rostásy, F.S., Koch, R. und Leonhardt, F.: Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. DAFStb Heft 267. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1976.
- /Rüs75/ Rüsich, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. Beton 2/75, Seite 55-58.

- /Sar71/ Sargin, M.: Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections. Solid Mechanics Division. Study No. 4. University of Waterloo. Ontario. 1971.
- /Sch83/ Schwennicke, A.: Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Bericht D83 aus dem Konstruktiven Ingenieurbau der TU Berlin, 1983.
- /Sch84/ Schober, H.: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation. Institut für Massivbau der Universität Stuttgart, 1984.
- /Sch87/ Scheidler, D.: Experimentelle und analytische Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Bruchschnittgrößen unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung. DAFStb Heft 379. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1987
- /Tim82/ Timm, R.: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen. Dissertation. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1982.
- /War74/ Warner, R.F.: Tragfähigkeit und Sicherheit von Stahlbetonstützen unter ein- und zweiachsig exzentrischer Kurzzeit- und Dauerbelastung. DAFStb Heft 236. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1974
- /Wie85/ Wienecke, U.J.: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonstäben nach einer konsequenten Theorie II. Ordnung unter allgemeiner Belastung. Dissertation. TH Darmstadt 1985.
- /Zie84/ Zienkiewicz, O.C.: Methode der finiten Elemente. Hanser Verlag München, 2. Auflage 1984.
- /ZSK85/ Zillich, H.; Sparowitz, L.; Kernbichler, K.: Vorpannung ohne Verbund im Strassenbrückenbau (Zugbandvorspannung). Graz 1985.

ANHANG

		ZK1	ZK2	ZK3	ZK4	ZK5	ZK6
Herstellung		25.06.84	26.07.84	09.08.84	28.08.84	11.12.84	10.01.85
Versuch		17.07.84	23.08.84	04.09.84	19.09.84	24.01.85	07.02.85
Prüfalter	Tage	21	28	24	22	44	28
b_y/b_z	m/m	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,20/0,60	0,20/0,60
β_{W28}	MPa	34,79±1,12	33,23±1,96	30,93±0,22	29,33±0,86	27,81±0,54	31,76±0,93
$\beta_{W,VD}$	MPa	28,74±2,43	32,16±1,37	30,21±1,11	29,96±0,87	33,23±1,13	36,68±1,38
$\beta_{P,VD}$	MPa	28,50±0,82	28,18±0,99	26,24±1,08	24,78±0,27	28,46±1,19	28,24±0,94
$\beta_{BZ,VD}$	MPa	2,79±0,08	2,76±0,35	2,53±0,94	2,49±0,64	2,68±0,30	2,86±0,23
$E_{0,VD}$	GPa	25,33±0,72	28,03±2,12	26,00±2,58	24,60±1,51	24,33±2,39	23,80±0,00
$\epsilon_{Scheitel}$	mm/m	1,89±0,42	1,85±0,20	1,62±0,27	1,62±0,14	1,92±0,26	1,86±0,15
Anzahl, \emptyset , Sorte		8 \emptyset 12 mm BSt420/500 RK		8 \emptyset 16 mm BSt420/500 RK		8 \emptyset 12 mm BSt420/500 RK	
A_S/A_b	%	0,80		1,43		0,75	
Stabfläche	cm ²	1,159		2,118		1,112	
$\beta_{0,2}$	MPa	462,3±18,3		455,3±12,3		467,7±18,8	467,3±18,8
β_7	MPa	549,3±11,2		542,7± 9,4		558,7±19,3	558,3±18,7
E-Modul	GPa	201,3±13,8		201,1± 2,7		?	?
e_y (So11)	mm	7,5	7,5	17,5	7,5	29	40
e_z (So11)	mm	430	540	540	690	290	315
F_y	kN	299	268	238	258	306	275
$f_y=F_y/(A_b \cdot \beta_p)$	-	0,093	0,085	0,081	0,093	0,090	0,081
u_y (F=0,9·F _y)	mm	15,2	4,2	31,7	29,2	33,2	32,5
u_z (F=0,9·F _y)	mm	13,2	20,2	12,5	21,9	17,3	15,9
u_y/u_z (F=0,9·F _y)		1,15	0,21	2,54	1,33	1,91	2,04

* Das Ergebnis wurde nach einachsig exzentrischer Vorbelastung von 400 kN erzielt.

Tabelle A1: Aufstellung der wichtigsten Versuchsergebnisse

		ZK7	ZK8	ZK9	ZK10	ZK11	ZK12
Herstellung		24.01.85	21.02.85	28.02.85	28.03.85	11.04.85	25.04.85
Versuch		25.02.85	14.03.85	25.03.85	26.04.85	14.05.85	30.05.85
Prüfalter	Tage	32	21	22	29	33	35
b_y/b_z	m/m	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,15/0,75	0,15/0,75
β_{W28}	MPa	30,84±0,86	33,20±1,49	36,34±2,10	33,41±12,6	30,71±1,33	32,44±3,16
$\beta_{W,VD}$	MPa	32,19±0,89	34,86±1,83	34,92±2,00	30,67±0,48	33,91±1,67	32,53±1,74
β_p,VD	MPa	25,89±0,84	27,66±1,65	28,50±0,32	28,03±0,59	25,90±0,88	27,45±1,80
$\beta_{BZ,VD}$	MPa	2,82±0,61	2,77±0,37	2,89±0,33	2,65±0,62	3,19±0,55	2,48±1,11
E_0,VD	GPa	24,90±0,50	25,27±2,35	25,23±4,05	24,13±0,29	24,40±1,38	25,00±0,00
$\epsilon_{Scheitel}$	mm/m	1,68±0,84	1,72±0,08	1,96±0,40	2,10±0,25	1,87±0,25	1,88±0,31
Anzahl, \varnothing , Sorte		8 \varnothing 16 mm BSt420/500 RK		8 \varnothing 16 mm BSt420/500 RU		8 \varnothing 16 mm BSt420/500 RU	
A_s/A_b	%	1,34		1,34		1,43	
Stabfläche	cm ²	2,119		2,013	1,980	1,974	
$\beta_{0,2}$	MPa	475,0± 2,5		507,7± 2,9	471,3± 1,4	474,7± 9,4	
β_Z	MPa	554,3± 5,2		622,0± 6,6	605,7± 2,9	605,3± 3,8	
E-Modul	GPa	?		?	?	202,5± ?	
e_y (So11)	mm	25	40	29	29	7,5	7,5
e_z (So11)	mm	325	460	290	290	430	430
F_V	kN	395	313	412*	406	300	362*
$f_V=F_V/(A_b \cdot \beta_p)$	-	0,127	0,094	0,120	0,121	0,103	0,117
u_y (F=0,9·F _V)	mm	33,3	46,5	31,8	43,3	18,2	17,4
u_z (F=0,9·F _V)	mm	19,8	26,8	18,5	19,9	11,3	15,9
u_y/u_z (F=0,9·F _V)		1,68	1,73	1,71	2,18	1,61	1,09

		ZK1	ZK2	ZK3	ZK4	ZK5	ZK6
b_y/b_z	m/m	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,20/0,60	0,20/0,60
e_y	mm	7,5	7,5	17,5	7,5	29	40
e_z	mm	429,5	539,5	539,5	689,5	289,5	314,5
E_0	GPa	25,33	28,03	26,00	24,60	24,33	23,80
β_R	MPa	28,50	28,18	26,24	24,78	28,46	28,24
ϵ_{bS}	mm/m	1,89	1,85	1,62	1,62	1,92	1,86
Grad der Parabel		1,680	1,840	1,605	1,608	1,641	1,568
β_{BZ}	MPa	1,64	1,63	1,49	1,47	1,61	1,72
ϵ_{BZ}	mm/m	0,065	0,058	0,058	0,060	0,066	0,072
ϵ_{zu}	mm/m	2,30	2,30	2,26	2,26	2,32	2,32
Grad der Parabel		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Grad abfall. Ast		2,20	2,22	5,70	5,88	1,95	1,77
E_s	GPa	201,3	201,3	201,1	201,1	201,3	201,3
β_s	MPa	462,3	462,3	455,3	455,3	467,7	467,3
ϵ_{sS}	mm/m	2,30	2,30	2,26	2,26	2,32	2,32
Stabfläche	cm ²	1,159	1,159	2,118	2,118	1,112	1,112
F_R	kN	288	251	259	270	368	317
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,091	0,080	0,088	0,097	0,109	0,094
F_R / F_V	-	0,96	0,94	1,09	1,05	1,20	1,15
u_y	mm	-37,55	-46,13	-67,43	-65,02	-58,46	-62,69
u_z	mm	-16,59	-23,65	-19,05	-28,94	-26,30	-25,50
α_u	°	-156,2	-152,9	-164,2	-156,0	-155,8	-157,9
M_y	kNm	-128,7	-141,6	-144,6	-193,8	-116,4	-107,8
M_z	kNm	12,99	13,48	21,98	19,56	32,22	32,55
α_M	°	174,2	174,6	171,4	174,2	164,5	163,2
ϵ_0	mm/m	0,166	0,407	0,306	0,444	0,324	0,366
k_y	1/km	-5,755	-7,076	-10,28	-9,955	-8,968	-9,549
k_z	1/km	-2,204	-3,097	-2,467	-3,705	-3,644	-3,514
α_k	°	-159,1	-156,4	-166,5	-159,6	-157,9	-159,8
maxEI	MNm ²	26,33	22,49	41,89	39,16	18,27	17,90
minEI	MNm ²	1,770	1,571	1,542	1,700	2,129	1,873
ψ_H	°	5,96	4,49	1,62	1,91	8,71	7,54
$u_y (F=0,9 \cdot F_R)$	mm	15,5	17,8	33,5	26,2	28,3	33,8
$u_z (F=0,9 \cdot F_R)$	mm	12,3	17,8	15,5	24,7	17,2	17,8
$u_y/u_z (F=0,9 \cdot F_R)$		1,26	1,00	2,16	1,06	1,65	1,90
$F_E (\approx \text{Euler})$	kN	794	852	849	808	1361	1358
F_R/F_E	-	0,36	0,29	0,31	0,33	0,27	0,23

Tabelle A2: Nachrechnung mit Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug

		ZK7	ZK8	ZK9	ZK10	ZK11	ZK12
b_y/b_z	m/m	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,15/0,75	0,15/0,75
e_y	mm	25	40	29	29	7,5	7,5
e_z	mm	324,5	459,5	289,5	289,5	429,5	429,5
E_0	GPa	24,90	25,27	25,23	24,13	24,40	25,00
β_R	MPa	25,89	27,66	28,50	28,03	25,90	27,45
ϵ_{bS}	mm/m	1,68	1,72	1,96	2,10	1,87	1,88
Grad der Parabel		1,616	1,569	1,735	1,808	1,762	1,71
β_{BZ}	MPa	1,70	1,66	1,74	1,59	1,88	1,46
ϵ_{BZ}	mm/m	0,068	0,066	0,069	0,066	0,077	0,059
ϵ_{zu}	mm/m	2,36	2,36	2,51	2,33	2,34	2,34
Grad der Parabel		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Grad abfall. Ast		4,53	4,63	4,04	4,42	3,93	5,30
E_s	GPa	201,1	201,1	202,5	202,5	202,5	202,5
β_s	MPa	475,0	475,0	507,7	471,3	474,7	474,7
ϵ_{sS}	mm/m	2,36	2,36	2,51	2,33	2,34	2,34
Stabfläche	cm ²	2,119	2,119	2,013	1,980	1,974	1,974
F_R	kN	468	358	458	440	324	317
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,151	0,108	0,134	0,131	0,112	0,103
F_R / F_V	-	1,18	1,14	1,11	1,08	1,08	0,88
u_y	mm	-79,21	-83,06	-75,15	-78,50	-42,85	-46,23
u_z	mm	-33,56	-42,97	-27,77	-28,12	-15,87	-16,56
α_u	°	-157,0	-152,6	-159,7	-160,3	-159,7	-160,3
M_y	kNm	-167,5	-179,7	-145,3	-139,9	-144,5	-141,2
M_z	kNm	48,74	44,00	47,70	47,32	16,33	17,00
α_M	°	163,8	166,2	161,8	161,3	173,6	173,1
ϵ_0	mm/m	0,354	0,646	0,304	0,322	0,105	0,154
k_y	1/km	-12,10	-12,64	-11,51	-12,01	-6,576	-7,079
k_z	1/km	-4,496	-5,808	-3,752	-3,781	-2,093	-2,168
α_k	°	-159,6	-155,3	-161,9	-162,5	-162,4	-163,0
maxEI	MNm ²	26,77	18,20	28,29	27,57	40,49	41,24
minEI	MNm ²	2,801	2,074	2,734	2,640	2,012	1,961
φ_H	°	5,21	9,22	4,94	4,38	4,34	3,42
$u_y (F=0,9 \cdot F_R)$	mm	40,0	49,3	36,6	38,3	17,3	19,3
$u_z (F=0,9 \cdot F_R)$	mm	25,6	34,4	20,0	20,6	12,0	13,1
$u_y/u_z (F=0,9 \cdot F_R)$		1,56	1,43	1,83	1,86	1,44	1,47
$F_E (\approx \text{Euler})$	kN	1456	1498	1465	1403	791	814
F_R/F_E	-	0,32	0,24	0,31	0,31	0,41	0,39

		ZK1	ZK2	ZK3	ZK4	ZK5	ZK6
b_y/b_z	m/m	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,20/0,60	0,20/0,60
e_y	mm	7,5	7,5	17,5	7,5	29	40
e_z	mm	429,5	539,5	539,5	689,5	289,5	314,5
E_0	GPa	25,33	28,03	26,00	24,60	24,33	23,80
β_R	MPa	28,50	28,18	26,24	24,78	28,46	28,24
ϵ_{bS}	mm/m	1,89	1,85	1,62	1,62	1,92	1,86
Grad der Parabel		1,680	1,840	1,605	1,608	1,641	1,568
E_s	GPa	201,3	201,3	201,1	201,1	201,3	201,3
β_s	MPa	462,3	462,3	455,3	455,3	467,7	467,3
ϵ_{sS}	mm/m	2,30	2,30	2,26	2,26	2,32	2,32
Stabfläche	cm ²	1,159	1,159	2,118	2,118	1,112	1,112
F_R	kN	241	228	249	266	324	275
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,075	0,072	0,084	0,095	0,095	0,081
F_R / F_V	-	0,81	0,85	1,05	1,03	1,06	1,00
u_y	mm	-44,83	-51,42	-71,84	-68,20	-69,35	-79,65
u_z	mm	-18,90	-25,41	-19,24	-29,14	-28,68	-27,94
α_u	°	-157,1	-153,7	-165,0	-156,9	-157,5	-160,7
M_y	kNm	-108,1	-129,0	-139,1	-191,4	-103,1	-94,08
M_z	kNm	12,61	13,45	22,23	20,15	31,87	32,87
α_M	°	173,3	174,0	170,9	174,0	162,8	160,8
ϵ_0	mm/m	0,328	0,530	0,356	0,476	0,503	0,598
k_y	1/km	-6,851	-7,877	-10,97	-10,46	-10,56	-12,06
k_z	1/km	-2,440	-3,261	-2,463	-3,724	-3,789	-3,652
α_k	°	-160,4	-157,5	-167,3	-160,4	-160,3	-163,2
maxEI	MNm ²	28,47	26,68	43,01	40,09	17,84	14,47
minEI	MNm ²	1,485	1,415	1,499	1,645	1,955	1,404
ψ_H	°	2,37	1,99	0,83	1,59	3,06	6,07
F_E (\approx Euler)	kN	794	852	849	808	1361	1358
F_R / F_E	-	0,30	0,27	0,29	0,33	0,24	0,20

Tabelle A3: Nachrechnung ohne Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug

		ZK7	ZK8	ZK9	ZK10	ZK11	ZK12
b_y/b_z	m/m	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,15/0,75	0,15/0,75
e_y	mm	25	40	29	29	7,5	7,5
e_z	mm	324,5	459,5	289,5	289,5	429,5	429,5
E_0	GPa	24,90	25,27	25,23	24,13	24,40	25,00
β_R	MPa	25,89	27,66	28,50	28,03	25,90	27,45
ϵ_{bS}	mm/m	1,68	1,72	1,96	2,10	1,87	1,88
Grad der Parabel		1,616	1,569	1,735	1,808	1,762	1,71
E_s	GPa	201,1	201,1	202,5	202,5	202,5	202,5
β_s	MPa	475,0	475,0	507,7	471,3	474,7	474,7
ϵ_{sS}	mm/m	2,36	2,36	2,51	2,33	2,34	2,34
Stabfläche	cm ²	2,119	2,119	2,013	1,980	1,974	1,974
F_R	kN	457	352	439	426	292	298
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,147	0,106	0,128	0,127	0,100	0,096
F_R / F_y	-	1,16	1,13	1,07	1,05	0,97	0,82
u_y	mm	-80,92	-89,35	-87,26	-88,06	-48,54	-49,78
u_z	mm	-34,01	-43,97	-28,97	-29,01	-17,10	-17,26
α_u	°	-157,2	-153,8	-161,6	-161,7	-160,6	-160,9
M_y	kNm	-163,9	-177,3	-139,7	-135,7	-130,4	-133,2
M_z	kNm	48,41	45,53	50,99	49,86	16,36	17,07
α_M	°	163,5	165,6	160,0	159,8	172,9	172,7
ϵ_0	mm/m	0,399	0,717	0,418	0,412	0,204	0,214
k_y	1/km	-12,31	-13,69	-13,36	-13,46	-7,421	-7,610
k_z	1/km	-4,500	-5,936	-3,840	-3,844	-2,205	-2,226
α_k	°	-159,9	-156,6	-164,0	-164,1	-163,5	-163,7
maxEI	MNm ²	27,02	18,37	27,97	27,43	43,00	43,42
minEI	MNm ²	2,825	2,031	2,662	2,608	1,824	1,832
φ_H	°	4,20	8,17	3,33	3,24	2,08	2,01
F_E (\approx Euler)	kN	1456	1498	1465	1403	791	814
F_R / F_E	-	0,31	0,23	0,30	0,30	0,37	0,37

		ZK1	ZK2	ZK3	ZK4	ZK5	ZK6
b_y/b_z	m/m	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,15/0,75	0,20/0,60	0,20/0,60
e_y	mm	7,5	7,5	17,5	7,5	29	40
e_z	mm	429,5	539,5	539,5	689,5	289,5	314,5
E_0	GPa	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
β_R	MPa	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
ϵ_{bS}	mm/m	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Grad der Parabel		2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
E_s	GPa	210,0	210,0	210,0	210,0	210,0	210,0
β_s	MPa	420,0	420,0	420,0	420,0	420,0	420,0
ϵ_{sS}	mm/m	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Stabfläche	cm ²	1,131	1,131	2,011	2,011	1,131	1,131
F_R	kN	191	177	201	219	269	232
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,074	0,068	0,078	0,085	0,097	0,084
F_R / F_V	-	0,64	0,66	0,84	0,85	0,88	0,84
u_y	mm	-49,31	-56,12	-80,64	-70,80	-70,75	-75,33
u_z	mm	-17,66	-23,08	-18,52	-27,25	-27,94	-27,18
α_u	°	-160,3	-157,6	-167,1	-158,9	-158,5	-160,2
M_y	kNm	-85,52	-99,81	-112,4	-156,8	-85,46	-79,36
M_z	kNm	10,86	11,29	19,76	17,13	26,85	26,78
α_M	°	172,8	173,5	170,0	173,8	162,6	161,4
ϵ_0	mm/m	0,242	0,376	0,275	0,345	0,372	0,436
k_y	1/km	-7,565	-8,602	-12,32	-10,84	-10,74	-11,33
k_z	1/km	-2,284	-2,962	-2,377	-3,484	-3,718	-3,607
α_k	°	-163,2	-161,0	-169,1	-162,2	-160,9	-162,3
maxEI	MNm ²	26,41	24,63	38,91	36,52	13,80	13,42
minEI	MNm ²	1,161	1,101	1,248	1,386	1,349	1,285
ψ_H	°	2,23	1,86	1,05	1,58	8,34	7,39
F_E (\approx Euler)	kN	547	547	585	585	948	948
F_R / F_E	-	0,35	0,32	0,34	0,37	0,28	0,24

Tabelle A4: Nachrechnung nach DIN 1045

		ZK7	ZK8	ZK9	ZK10	ZK11	ZK12
b_y/b_z	m/m	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,20/0,60	0,15/0,75	0,15/0,75
e_y	mm	25	40	29	29	7,5	7,5
e_z	mm	324,5	459,5	289,5	289,5	429,5	429,5
E_0	GPa	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
β_R	MPa	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
ϵ_{bS}	mm/m	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Grad der Parabel		2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
E_s	GPa	210,0	210,0	210,0	210,0	210,0	210,0
β_s	MPa	420,0	420,0	420,0	420,0	420,0	420,0
ϵ_{sS}	mm/m	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Stabfläche	cm ²	2,011	2,011	2,011	2,011	2,011	2,011
F_R	kN	363	280	362	362	246	246
$f_R = F_R / (A_b \cdot \beta_R)$	-	0,132	0,101	0,131	0,131	0,095	0,095
F_R / F_V	-	0,92	0,89	0,88	0,89	0,82	0,68
u_y	mm	-75,77	-93,50	-81,89	-81,89	-52,59	-52,59
u_z	mm	-32,59	-42,70	-28,24	-28,24	-16,27	-16,27
α_u	°	-156,7	-155,5	-161,0	-161,0	-162,8	-162,8
M_y	kNm	-129,5	-140,8	-115,0	-115,0	-109,6	-109,6
M_z	kNm	36,55	37,42	40,12	40,12	14,78	14,78
α_M	°	164,2	165,1	160,8	160,8	172,3	172,3
ϵ_0	mm/m	0,264	0,551	0,237	0,237	0,131	0,131
k_y	1/km	-11,51	-14,28	-12,32	-12,32	-8,026	-8,026
k_z	1/km	-4,358	-5,801	-3,741	-3,741	-2,098	-2,098
α_k	°	-159,3	-157,9	-163,1	-163,1	-165,4	-165,4
maxEI	MNm ²	19,29	16,46	25,39	25,39	41,19	41,19
minEI	MNm ²	1,907	1,711	2,429	2,429	1,546	1,546
φ_H	°	9,21	8,45	4,06	4,06	1,96	1,96
$F_E (\approx \text{Euler})$	kN	1029	1029	1029	1029	585	585
F_R / F_E	-	0,35	0,27	0,35	0,35	0,42	0,42

