

2665 - 1721

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

Direktoren:

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. K. Kordina

Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy

**ZWANGRISSBILDUNG UND BEWEHRUNG
VON STAHLBETONWÄNDEN AUF STEIFEN
UNTERBAUTEN**

von

Wolfgang Henning

HEFT 79

BRAUNSCHWEIG

1987

ISSN 0178-5796

ISBN 3-89288-025-5

Z.T. R + TÜ + (Inst. Baustoffkunde Stahlbetonbau)

K
BA
N
601
(79)



Diese Arbeit ist die vom Fachbereich für Bauingenieur- und
Vermessungswesen der Technischen Universität Braunschweig
genehmigte Dissertation des Verfassers.

Eingereicht am 23.4.1987
Mündliche Prüfung am 18.8.1987

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. F.S. Rostásy
Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. H. Duddeck

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig. Sie enthält wesentliche Ergebnisse der von mir bearbeiteten Forschungsvorhaben zum Thema Zwangsrissbildung. Die Mittel zur Durchführung der Versuche wurden in dankenswerter Weise von der Arbeitsgemeinschaft Industrieller Forschungsvereinigungen und vom Deutschen Beton-Verein in Form von Sachbeihilfen zur Verfügung gestellt.

Angeregt und ermöglicht wurde diese Arbeit durch Herrn Prof. Dr.-Ing. F.S. Rostásy, dessen besonderes wissenschaftliches Interesse seit langem der hier behandelten Thematik gilt. Herr Prof. Rostásy hat durch sein Engagement für die Sache und durch seine uneingeschränkte Diskussionsbereitschaft die Entstehung der Arbeit nachhaltig gefördert. Ihm gilt mein ganz besonderer Dank.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Duddeck, der den Mitbericht übernahm, danke ich für seine Unterstützung. Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Hering danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes und Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Hossler für die Beteiligung an der Prüfung.

Stellvertretend für alle Mitarbeiter des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, die zur Bewältigung der versuchs- und meßtechnischen Probleme beigetragen haben, spreche ich Herrn B. Kraska meinen Dank für die gewissenhafte Durchführung der Versuche aus.

Zahlreiche wissenschaftliche Hilfskräfte haben Versuchsergebnisse ausgewertet, Zeichnungen angefertigt und programmtechnische Arbeiten durchgeführt. Stellvertretend für sie alle bedanke ich mich bei Herrn H.-H. Stute für die umfangreiche Unterstützung und bei Frau M.-Sprenger für das Schreiben des Manuskripts.

Braunschweig, im September 1987



INHALTSVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Vorgehensweise und Ziel	2
2. URSACHEN UND ENTWICKLUNG DES ZWANGS	5
2.1 Definitionen	5
2.2 Temperaturdifferenzen zwischen Bauteil und Umgebung	9
2.2.1 Entstehung und Abfluß der Hydratationswärme	9
2.2.1.1 Der adiabatische Temperaturanstieg	9
2.2.1.2 Wärmeabfluß	15
2.2.2 Witterungsbedingte Temperaturänderungen	17
2.2.2.1 Schwankungen der Lufttemperatur	17
2.2.2.2 Der konvektive Wärmeübergang	18
2.2.2.3 Der Wärmeübergang durch Strahlung	19
2.3 Temperaturfelder	19
2.3.1 Ursachen nichtlinearer Temperaturverteilungen	19
2.3.2 Berechnung instationärer Temperaturfelder	21
2.3.2.1 Lösung der DGL für unendlich guten Wärmeübergang	25
2.3.2.2 Temperaturfeld bei endlichem Wärmeübergang	26
2.4 Maßgebende Temperaturdifferenzen in Bauteilen	27
2.5 Temperaturdehnungen	30
2.6 Schwindverformungen	30
2.6.1 Definitionen	30
2.6.2 Mechanismen des Schwindens	30
2.6.3 Einflüsse auf das Schwinden	31
2.6.3.1 Einfluß der Betonkomponenten	31
2.6.3.2 Einfluß der Umweltbedingungen	32
2.6.3.3 Einfluß der Bauteildicke	34
2.6.4 Analytische Beschreibung des Schwindens	34
2.6.5 Baupraktische Bedeutung des Schwindens	35
3. MECHANISCHES VERHALTEN DES JUNGEN BETONS	37
3.1 Allgemeines	37
3.2 Druckfestigkeitsentwicklung	37
3.3 Zugfestigkeit	38
3.3.1 Bestimmung und Streuung von Laborwerten	38

3.3.2 Zugfestigkeit im Bauwerk	42
3.4 Kriechen und Relaxation	47
3.4.1 Allgemeines	47
3.4.2 Zugkriechen des jungen Betons	48
3.4.3 Zugrelaxation des jungen Betons	53
3.5 Elastische Verformungen des Betons bei Druck- und Zugbeanspruchung	58
3.5.1 Bestimmung des Druck-E-Moduls	58
3.5.2 Der E-Modul bei zentrischer Zugbeanspruchung	60
3.5.3 Zeitliche Entwicklung des Ursprungsmoduls	61
3.6 Zugbruchmechanismus	62
3.6.1 Vollständige Spannungs-Dehnungslinie	62
3.6.2 Strukturelement und Stoffgesetz	64
3.6.3 Auswirkung einer Zugspannungsgradienten	65
3.7 Entwicklung der Zugbruchdehnung	66
3.8 Ein Ausfallkettenmodell für zentrischen Zug	69
 4. ZWANG- UND EIGENSPANNUNGEN	74
4.1 Allgemeines	74
4.2 Zwangsspannungen infolge des Abflusses der Hydratationswärme	74
4.2.1 Zusammenhang zwischen Temperatur- und Spannungsgeschichte	74
4.2.2 Berechnung der Zwangzugspannungen	78
4.3 Eigenspannungen infolge Wärmeabfluß	85
4.3.1 Entstehung	85
4.3.2 Instationäre Spannungsfelder	86
4.3.3 Beispielhafte Berechnungen	88
4.3.4 Nullinientiefe und maximale Randspannung	92
4.4 Überlagerung von Zwang- und Eigenspannungen	94
4.5 Nichtlineares Spannungs-Dehnungsverhalten	96
4.6 Vorgehensweise bei praktischen Berechnungen	97
 5. MECHANISMUS DER RISSBILDUNG IM BEWEHRTEN BAUTEIL	98
5.1 Modellbildung, Abstraktionen	98
5.2 Grundlagen	99
5.2.1 Dehnungen und Spannungen am Riß	99
5.2.2 Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds	101

5.2.3 Verbundgesetze	102
5.3 Stand der Kenntnisse	104
5.3.1 Einleitungslänge und Rißabstand	104
5.3.2 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen	108
5.3.2.1 $N-E_m$ -Verläufe bei Last- und Zwangbeanspruchung	108
5.3.2.2 Globale Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung	109
5.3.2.3 Verbundorientierte Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung	110
5.3.2.4 Zusammenstellung	112
5.4 Eigener Ansatz	114
5.4.1 Rißabstand	114
5.4.2 Rißbreite bei Zwangbeanspruchung	115
5.5 Der veränderte Rißbildungsmechanismus bei dicken Bauteilen	117
5.5.1 Ausstrahlung der Kräfte in den Beton	117
5.5.2 Ansätze für die wirksame Betonzugfläche	117
5.5.3 Vergleichsberechnungen an FE-Modellen	118
5.6 Eigenspannungseinrisse	122
5.6.1 Eingrenzung der Einrißtiefe ($\mu = 0$)	122
5.6.2 Einrißtiefe in bewehrten Querschnitten	124
6. THEORIE DER GEZWÄNGTEN SCHEIBE	127
6.1 Problemstellung und Kenntnisstand	127
6.2 Spannungen und Dehnungen der einseitig starr festgehaltenen Wandscheibe	128
6.3 Elastische Koppelung von Wand und Fundament	132
6.3.1 Beziehungen der Zweischichtentheorie	132
6.3.2 Eingrenzung der Steifigkeitszahlen	134
6.3.3 Schnittkräfte im Zweischichtensystem	135
6.3.4 Randdehnungen und Anrißbedingung	138
6.3.5 Durchrißbedingung	142
6.4 Rißbreitenverlauf	148
6.4.1 Rißbreite des Durchrisses in einer unbewehrten Wand	148
6.4.2 Rißbreite des Durchrisses in einer bewehrten Wand	152
6.5 Berechnung der Vorformungen eines Wand-Fundament-Systems mit einem FE-Scheibenmodell	155
6.5.1 Modell und Vorgehensweise	155
6.5.2 Ergebnisse der FE-Modellrechnungen	156

7. EIGENE VERSUCHE, ÜBERBLICK	164
7.1 Veranlassung und Ziel der Versuche	164
7.2 Versuche an horizontalen Wandausschnitten	164
7.2.1 Modellvorstellung, Versuchskörper	164
7.2.2 Programm und Versuchsdurchführung	165
7.2.3 Versuchsergebnisse	167
7.2.3.1 Temperaturverteilung	167
7.2.3.2 Normalkraft-Dehnungs-Verhalten	168
7.2.3.3 Rißbildung	169
7.2.4 Folgerungen aus den Versuchsergebnissen	173
7.3 Versuche an einseitig gezwängten Wandscheiben	175
7.3.1 Versuchskörper, Modellmaßstab	175
7.3.2 Materialeigenschaften, Versuchsprogramm	177
7.3.3 Versuchsergebnisse	179
7.3.3.1 Randdehnungen	179
7.3.3.2 Rißbildungsmechanismus	179
7.3.3.3 Rißbreitenverlauf	181
7.3.3.4 Stahlspannungen	185
7.3.3.5 Ergebnisse der Langzeitmessungen	185
7.3.4 Zusammenfassung	187
8. AUSLEGUNG DER OBERFLÄCHENBEWEHRUNG IN GEZWÄNGTEN STAHLBETON-SCHEIBEN	188
8.1 Allgemeines	188
8.2 Festlegen der Parameter	189
8.2.1 Zwangantrieb	189
8.2.2 Behinderungsgrad	190
8.2.3 Reißwiderstand bei Zwangbeanspruchung	192
8.3 Rißkriterien	192
8.4 Kriterien zur Begrenzung von Durchrißbreiten	195
8.4.1 Standsicherheit	195
8.4.2 Dauerhaftigkeit	195
8.4.3 Gebrauchsfähigkeit	196
8.4.4 Aussehen	196
8.4.5 Kritische Rißbreite	197
8.5 Bemessung auf der Grundlage einzuhaltender Rißbreiten	198
8.5.1 Ein Bemessungsverfahren für breite Zugstäbe	198

8.5.2 Die Bemessung auf Grundlage der Scheibenwirkung in der Wand	202
8.6 Mindestbewehrung	207
8.7 Vergleich von Versuch und Theorie	208
9. ZUSAMMENFASSUNG, OFFENE PROBLEME	212
10. LITERATUR	215

BEZEICHNUNGEN *

Kleinbuchstaben

a	Temperaturleitzahl, Koeffizient
b, b_{ef}	Bauteildicke, Dicke der effektiven Betonzugfläche
b_r	Restdicke nach Eigenspannungseinrissen
c	Betondeckung, spezifische Wärme, Faktor
d_s	Stabdurchmesser
d_w	wirksame Körperdicke
d_E	Kantenlänge der RVE
e	Exzentrizität
f	Durchbiegung (Stich)
g	Zuschlaggehalt
h, h_{ef}	Bauteilhöhe, Höhe der effektiven Betonzugfläche
i, j	Zähler
k	Behinderungsgrad
k, k_1 bis k_7	Vorfaktoren
k_e	Zeitfaktor f. E-Modul
k_r	Faktor zur Beschreibung der Querschnittsschwächung durch Eigenspannungseinrisse
k_t	Zeitfaktor f.d. Betondruckfestigkeit
k_E	Einflußfaktor für Eigenspannungen
k_R	Relaxationsfaktor
k_Z	Einflußfaktor für die Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus
l_E	Einleitungslänge
l_s	Stahlfederlänge
m	bezogenes Moment
n	Verhältnis der E-Moduln von Stahl zu Beton, bezogene Normalkraft
p	Höhenbeiwert
q, q_k	Wärmestromdichte, infolge Konvektion
r	Einrißtiefe
s	Stababstand

* soweit im Text nicht nur einmal verwendet und dort erklärt

s_r, s_{rm}, s_{rme}	Rißabstand, mittlerer - , Endrißabstand
Δs	Rißuferverschiebung
t, t_0, t_x	Zeit, Belastungsbeginn, betrachteter Zeitpunkt
u	Feuchtigkeit
u_s	Stabumfang
v	Windgeschwindigkeit, Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton
v_0	verbundfreie Länge
w, w_0	Rißbreite, im unbewehrten Bauteil
w	Wassergehalt
x_z	Nullinientiefe
x, y, z	kartesische Koordinaten
z	Zementgehalt

Großbuchstaben

A, A_{bef}	Fläche, wirksame Betonzugfläche
A_{br}	Restquerschnitt nach Eigenspannungseinrissen
B_i	Biot-Zahl
D_{ij}	D-Funktionen
$\max D_K$	Größtkorndurchmesser
E, E_0	E-Modul, Ursprungsmodul
H	Hydratationswärmemenge, Wandhöhe
I	Flächenträgheitsmoment
L, L_K	Wandlänge, Länge der Einleitungszone
L	Wandlänge mit ebenem Dehnungszustand
M, M_r, M_F	Biegemomente
N, N_r, N_F	Normalkräfte
O	Oberfläche
Q	Wärmemenge
R	Relaxationsfunktion
S_D, S_B	Dehn-, Biegesteifigkeitszahl
T	Temperatur
V	Volumen, Variationskoeffizient

Griechische Buchstaben

α_u	Wärmeübergangszahl
α_K	Kriechmaß
α_T	Wärmedehnzahl
β	Festigkeit
ϵ	Dehnung
$\Delta \epsilon_s$	Dehnungsanteil, der die Mitwirkung des Betons beschreibt
$\Delta \epsilon_{sr}$	Dehnungsänderung über l_E (Dehnungssprung)
η	bezogene Exzentrizität
ϑ	Thetafunktionen
$\kappa, \bar{\kappa}$	bezogene Zeitmaße
κ	Krümmung
λ	Wärmeleitzahl
μ, μ_{ef}	Gesamtbewehrungsgrad, effektiver -
ν	Faktor zur Beschreibung des Scheinkörpers
$\xi, \bar{\xi}$	bezogene Ortsveränderliche in x-Richtung
ρ	Rohdichte, Relaxationskennwert
$\sigma, \bar{\sigma}$	Spannung, bezogene -
$\Delta \sigma_s, \Delta \sigma_{sr}$	siehe Dehnungen
τ	Schubspannung
τ_v, τ_{vm}	(mittlere) Verbundspannung
ψ, ψ_z	(Zug)kriechzahl
ψ, ψ_s	bezogene Einrißtiefe ohne, mit Bewehrung
Δ	Differenz

Indizes, soweit nicht zuvor im Zusammenhang erwähnt

a	Entschalen
ad	adiabatisch
b	Beton
dEm	Mittelwert über Kantenlänge der RVE
e	Endwert
el	elastisch
f	Fließanteil
fb	Frischbeton
g	Zuschlag
l	Luft

m	mittlere(r)
mE	gemittelt über die Einleitungslänge
o	oben
obs	beobachtet, meßbar
r	an der Rißspitze bzw. den Riß auslösend
s	Stahl
so, sr	Stahl, Zustand I, im Riß
u	unten
v	Verlust, verzögert elastisch
w	wirksame(r), Wasser
x, y, z	Richtung von Spannungen, Dehnungen
z	Zement
BZ	Biegezug
C	Zylinder
D	Druck
E	Eigenspannung
F	Fundament
K	Kriechen (Dehnung), kritische (Rißbreite)
R	rißauslösende Schnittgröße
S	Serien
SN	Stahl, Nennwert (0,2%-Dehngrenze)
SZ	Spaltzug
W	Wand, Würfel
Z	Zwang, Zug
ż	Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus
0(null)	frei angestrebt (Dehnung), ohne Relaxationseinfluß (Spannung)
0,1	erste
0,2 = m0	zweite Nullspannung
3,4,7,28 ...	Betonalter [d]
5%, 95%	Fraktileswerte
150, 200	Würfelkantenlänge [mm]

Kopfzeiger

a	nach Schleeh /94/, Fall a zu berechnen
1	beim ersten Riß

1. EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

In langen Stahlbetonkonstruktionen wie Tunnels, fugenlosen Wänden, Widerlagern, Schleusen, Staumauern, Trögen, Auffangwannen u.a.m. werden in der Praxis häufig klaffende Risse beobachtet, die durch Zwang entstehen. Solche Risse wirken sich auf die Tragfähigkeit i.d.R. nicht negativ aus. Sie können jedoch die Dauerhaftigkeit, die Dichtigkeit und das Aussehen der Bauteile beeinträchtigen, wenn ihre Breite ein vertretbares Maß überschreitet. Dies geschieht immer dann, wenn beim Entwurf Verformungen, die nicht aus Lastbeanspruchungen herrühren, unterschätzt oder gar vergessen wurden und wenn diesen frei angestrebten Verformungen durch Verschiebungsfest angeschlossene Bauteile eine hohe Behinderung entgegensteht.

Die wichtigsten zwangerzeugenden Größen sind das Betonschwinden, Baugrundbewegungen sowie Temperaturänderungen. Insbesondere die rasche Abkühlung beim Abfließen der Hydratationswärme führt oft zu Rissen bereits kurze Zeit nach dem Entschalen, wenn die Betonzugfestigkeit noch niedrig ist. Spätere Risse, etwa durch Schwinden, kommen meist nicht hinzu.

In dicken Wänden sind zusätzlich Eigenspannungen zu berücksichtigen, die durch Temperaturunterschiede über den Querschnitt entstehen und die den Zwangspannungen vorausseilen. Sie können zum Einreißen der Wandränder und damit zu einer Vorschädigung des Querschnitts führen, die sich in der später einsetzenden Zwangsrissbildung niederschlägt.

In Wänden auf steifen Unterbauten bilden sich wandhohe Durchrisse und Anrisse, die, ausgehend von der Arbeitsfuge, nur bis zu einer Teilhöhe der Wand vordringen. Die Art der Zwangsrisse sowie der Rißbreitenverlauf über die Wandhöhe werden einerseits von den Verhältnissen der Dehn- und Biegesteifigkeit von Wand und Fundament, von deren Längen-Höhen-Verhältnis, und andererseits von der Oberflächenbewehrung in der Wand bestimmt.

Lediglich bei sehr hohen Wänden geringer Länge kann angenommen werden, daß sich ausschließlich Anrisse, die wesentlich schmäler als Durchrisse sind, bilden werden. In Wänden mit üblichem Längen-Höhen-Verhältnis ($L/H \geq 4$) muß jedoch in den meisten Fällen mit DurchrisSEN gerechnet

werden. Ihre Breite ist durch Bewehrung zu beschränken.

Neben der Rißkontrolle durch Bewehrung werden vor allem betontechnologische Maßnahmen (Zementart, -menge, Rezeptur, Frischbetontemperatur u.a.m.) eingesetzt, um die Abbindewärme des Betons und damit den wichtigsten Zwangsantrieb herabzusetzen. Auch Maßnahmen wie eine verlängerte Einschaltdauer, wärmedämmende Schalungen, Kühlung der Betonkomponenten oder Innenkühlung zielen auf die Herabsetzung des Zwangsantriebs.

Eine gängige Maßnahme gegen unkontrollierte Zwangrisse ist die Anordnung von Dehnfugen in langen Wänden. Über den Abstand und die konstruktive Ausbildung solcher Fugen herrschen unterschiedliche Auffassungen, auf die in der vorliegenden Arbeit nicht näher eingegangen wird.

Eine gezielte Kontrolle der Rißbreiten ist nur durch Oberflächenbewehrung möglich. Durch geeignete Wahl der Bewehrung lassen sich statt einzelner breiter Risse schmale erzwingen, die die Gebrauchsfähigkeit nicht beeinträchtigen. Die Zusammenhänge zwischen Bauteil- bzw. Systemgeometrie, Art und Anordnung der Oberflächenbewehrung und Art und Breite von ZwangrisSEN werden in der vorliegenden Arbeit untersucht.

1.2 Vorgehensweise und Ziel

Bei der Herleitung der Gesetzmäßigkeiten, denen die Zwangsbildung in Wänden folgt, sind zahlreiche Einzelprobleme zu behandeln, die in Bild 1.1 zusammengestellt wurden.

Im Abschnitt 2 wird vom Antrieb des Zwangs vor allem der Aufbau und Abfluß der Hydratationswärme untersucht. Dabei geht es im Hinblick auf Zwangsspannungen um den zeitlichen Verlauf der mittleren Bauteiltemperatur, aber auch um jenen von Temperaturunterschieden über den Querschnitt, die zu Eigenspannungen führen.

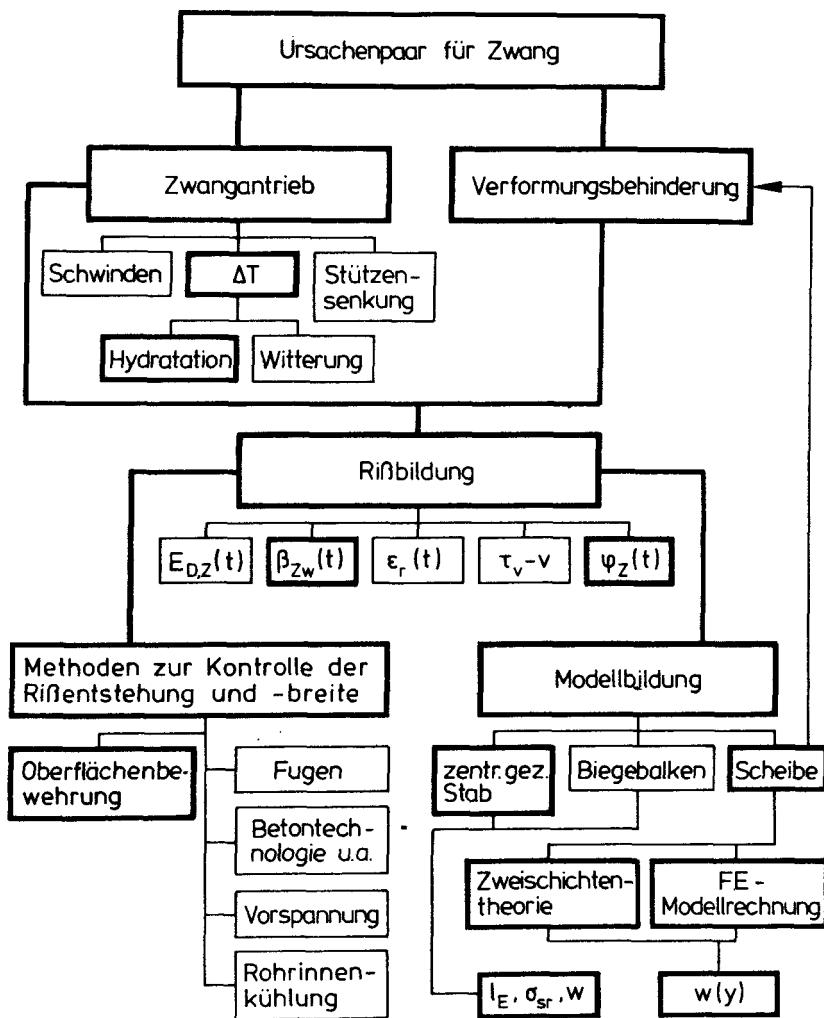


Bild 1.1: Problemkreis der Zwangsrissbildung

Im Abschnitt 3 werden die Materialeigenschaften des jungen Betons behandelt, die während des Abflusses der Hydratationswärme maßgebend sind. Dabei wird auch der Zugbruchmechanismus von Strukturelementen untersucht.

Abschnitt 4 enthält Angaben über die Berechnung von Zwang- und Eigenspannungen.

Im Abschnitt 5 werden die grundlegenden Gesetzmäßigkeiten des Rißbildungsmechanismus von Zugstabmodellen mit Verformungsbehinderung an den Endpunkten dargelegt und durch eine Anpassung an die besonderen Gegebenheiten in dicken Bauteilen ergänzt. Das wirklichkeitsnahe Rißgeschehen in über Fußschub durch Fundamente gezwängten Wandscheiben kann jedoch nur an solchen Versuchs- oder Berechnungsmodellen simuliert werden, die die Wand-Fundament-Systeme ganzheitlich abbilden. Im Abschnitt 6 werden Kriterien für das Auftreten von AnrisSEN und DurchrisSEN sowie Verfahren zur Rißbreitenberechnung in unterschiedlichen Wandhöhen vorgestellt.

Abschnitt 7 enthält die wesentlichen Ergebnisse von Versuchen mit breiten Zugstäben und mit kompletten Wand-Fundament-Systemen. Auf sie wird an anderen Stellen der Arbeit Bezug genommen.

Hinweise und Empfehlungen zur Auslegung der Oberflächenbewehrung und zur Vorgehensweise bei ihrer Bemessung, die aus den vorangegangenen Abschnitten abgeleitet wurden, werden im Abschnitt 8 zusammengestellt.

Es ist das Ziel der Arbeit, die Ursachen für Zwangsrisse und Eigenspannungseinrisse in Stahlbetonwänden sowie ihre Umsetzung in Spannungen unter Beachtung der Zeitabhängigkeit zu quantifizieren. Darauf aufbauend werden die Mechanismen der Trennriß-, Einriß-, Durchriß- und Anrißbildung durch Versuche und theoretisch untersucht und durch analytische oder empirische Ansätze beschrieben. Ihre Kenntnis ermöglicht die Bemessung der Oberflächenbewehrung als dem einzigen wirksamen Instrument zur Rißbreitenkontrolle. Die bisherigen Regeln der Zwangsbemessung wurden für zentrisch gezogene Stahlbetonstäbe unter Vorgabe der Zwangdehnung entwickelt. Sie sind auf Wände auf Fundamenten nicht übertragbar. In dieser Arbeit wird ein neues Bemessungskonzept für über Fußschub gezwängte Wände vorgestellt.

2. URSAECHEN UND ENTWICKLUNG DES ZWANGS

2.1 Definitionen

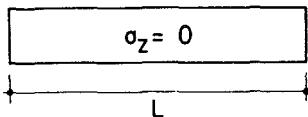
Zwang ist definiert als "Aktion verhindern, unterdrücken, begrenzen, aufhalten" /2/. Im Bauwesen versteht man unter Zwang eine lastunabhängige Beanspruchung, die immer dann entsteht, wenn man einen Körper eines Gesamtsystems allein betrachtet und die diesem Körper eingeprägten Verformungen behindert werden. Zwang entsteht also nur dann, wenn das Ursachenpaar eingeprägte Verformungen und Behinderung gemeinsam auftritt. In praktischen Fällen gilt es, den verhinderten und am Bauwerk nicht meßbaren Anteil an der freien Verformung zu ermitteln, weil dieser die Zwangsspannungen bestimmt. Dieser Anteil wächst mit dem Grad der Verformungsbehinderung an. In Sonderfällen, z.B. bei statisch bestimmt gelagerten Bauteilen, ist dieser Anteil gleich Null (siehe Bild 2.1b).

Bei den meisten Betonbauteilen sind lastunabhängige Verformungen bis zu einem bestimmten Grad behindert, sei es durch angrenzende Bauteile oder durch Unterteilung des Bauteils in Abschnitte mit unterschiedlichem Verformungsbegehrten (Bild 2.1 c, d). Von Interesse sind im allgemeinen die Zwangskräfte, die Zugspannungen erzeugen, weil sie wegen der geringen Zugfestigkeit des Betons zu Rissen führen können.

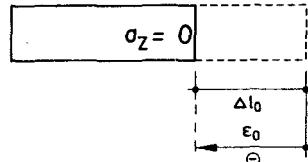
Einen zweiten Sonderfall stellt die totale Behinderung der freien Verformung dar. Er hat jedoch bei der Wandscheibe nur die Bedeutung eines Grenzfalls, da stets eine gewisse Nachgiebigkeit gegeben ist.

Ursachen des Zwangs sind vor allem Temperaturänderungen im Zusammenhang mit der Herstellung der Bauteile sowie aufgrund von Witterungseinflüssen. Weiterhin ist das Schwinden des Betons von Bedeutung, das im Zuge der Austrocknung über einen langen Zeitraum abläuft und dessen Auswirkungen daher durch Spannungsrelaxation stets deutlich vermindert werden. Auf Stützensenkungen, die zu beträchtlichem Zwang führen können, wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

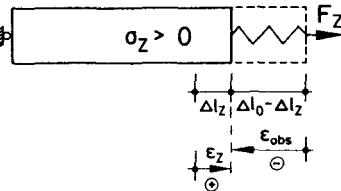
- a) spannungsloser Ausgangszustand



- b) spannungsloser Endzustand bei zwangsfreier Lagerung



- c) Endzustand bei geringer Verformungsbehinderung



- d) Endzustand bei grosser Verformungsbehinderung

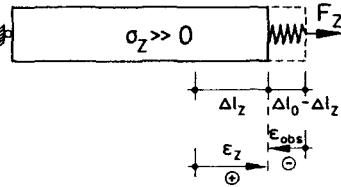


Bild 2.1: Axial gezwängter Zugstab

Eingeprägte Dehnungen ϵ_0 (Zwangantrieb), die von einer Temperaturabnahme oder vom Schwinden herrühren, sind stets negativ. Auch der unbehinderte und am Bauteil messbare Dehnungsanteil ϵ_{obs} ist negativ. Die spannungserzeugende Dehnung ϵ_z (Antwort des Systems, positiv) ist die Differenz aus beiden (siehe Bild 2.1):

$$\epsilon_z = \epsilon_{obs} - \epsilon_0 \quad (2.1)$$

Das Verhältnis ϵ_z/ϵ_0 ist von den Dehn- und Biegesteifigkeiten der beteiligten Bauteile abhängig. Mit fortschreitender Rißbildung und dem damit verbundenen Steifigkeitsverlust des gezwängten Bauteils wächst dieses Verhältnis an.

In der Literatur wird manchmal zwischen äußerem und innerem Zwang unterschieden /49, 76, 83/. Der äußere Zwang entspricht dem zuvor definierten Zwang. Mit dem Begriff "innerer Zwang" werden die Eigenspannungen bezeichnet, die durch die ungleichförmige Verteilung der freien Temperatur- oder Schwinddehnung über den Querschnitt entstehen. Eigenspannungen haben die gleichen Ursachen wie der äußere Zwang. Sie treten stets dann auf, wenn im Zuge von Abkühlung oder Austrocknung eine ungleichförmige Verteilung der Temperatur- oder der Schwinddehnung vorhanden ist. Eigenspannungen treten auch in statisch bestimmt gelagerten Bauteilen auf. Sie führen zu keiner resultierenden Schnittkraft. Je nach Randbedingung treten Zwang und Eigenspannungen allein oder gemeinsam auf (siehe Bild 2.2).

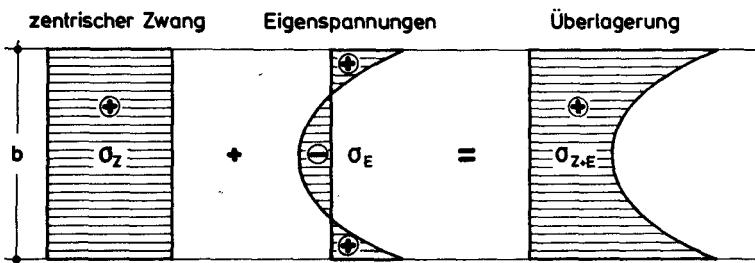


Bild 2.2: Verteilung der Zwang- und Eigenspannungen über den Querschnitt

Zur Erläuterung dieser Begriffe werden in Bild 2.3 beispielhaft die Entstehung und die zeitliche Entwicklung der Spannungen in einer beidseitig abkühlenden Wand dargestellt. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Spannung wird in Abschnitt 4 erläutert. In Bild 2.3 sind die dem Antrieb von Zwang und Eigenspannungen bestimmenden Temperaturdifferenzen dargestellt.

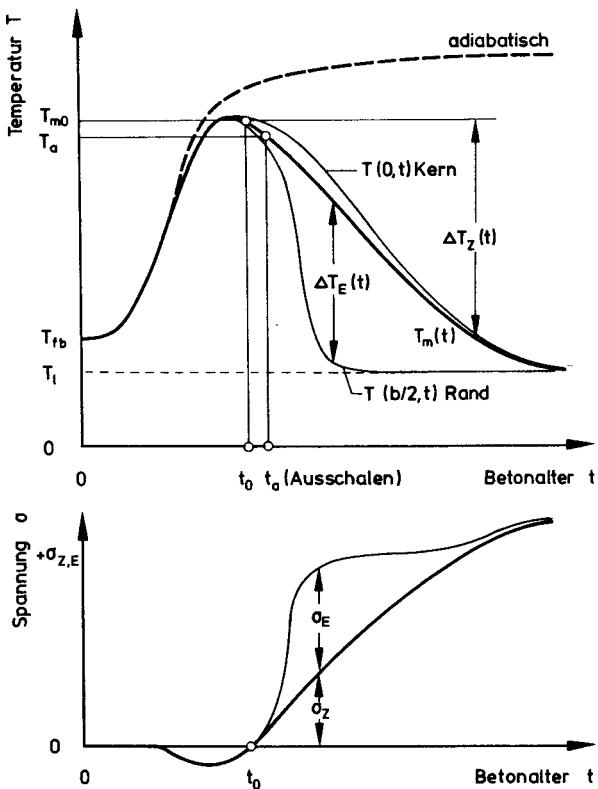


Bild 2.3: Qualitativer Verlauf von Temperatur und Spannung beim Aufbau und Abfluß der Hydratationswärme

Das verformungsbehinderte Bauteil erfährt bereits im eingeschaltenen Zustand einen meist geringen Zwang /102/. Nach anfänglichem geringen Druck entstehen ab dem Zeitpunkt t_0 Zugspannungen. Die für den Zwang maßgebende Differenz der mittleren Bauteiltemperaturen beträgt nach /81/:

$$\Delta T_z(t) = T_{m0} - T_m(t) \quad (2.2)$$

Sie ist für dünne Wände geringer und erreicht schneller den Endwert

$$\max \Delta T_z(t) = T_{m0} - T_l \quad (2.3)$$

Demgegenüber werden Zugeigenspannungen in der Bauteiloberfläche durch die Temperaturdifferenz

$$\Delta T_E \left(\frac{b}{2}, t \right) = T \left(\frac{b}{2}, t \right) - T_m (t) \quad (2.4)$$

bestimmt, die im Zuge des Temperaturausgleichs wieder auf Null abfällt. Quantitative Angaben über die Ursachen von Zwang und Eigenspannungen enthalten die folgenden drei Abschnitte.

2.2 Temperaturdifferenzen zwischen Bauteil und Umgebung

2.2.1 Entstehung und Abfluß der Hydratationswärme

Die Hydratation des Zementsteins ist ein exothermer Prozeß. Er bewirkt einen Temperaturanstieg des Betons im Bauteil während des Erstarrens und Erhärtens, der durch den Wärmeabfluß an die Umgebungsluft wieder rückgängig gemacht wird. Die mit der Erwärmung verbundene Volumenzunahme führt im verformungsbehinderten Bauteil zu nur geringen Druckspannungen infolge von Zwang (siehe Bild 2.3), da der junge Beton ein hohes Relaxationsvermögen besitzt.

Der anschließende Temperaturrückgang erzeugt Zugspannungen, deren Größtwert nach erfolgtem Temperaturausgleich erreicht wird. Sie werden durch Relaxation deutlich weniger abgebaut als die zuvor genannten Druckspannungen. Die Größe dieser Zugspannungen hängt vor allem von der Temperaturdifferenz $\Delta T_Z (t)$ gemäß Gl. (2.2) und von einer Reihe von Parametern ab, auf die im folgenden eingegangen wird.

2.2.1.1 Der adiabatische Temperaturanstieg

Die Erwärmung eines Betonbauteils hängt primär von der vom Zement abgegebenen adiabatischen Temperaturdifferenz ab. Dieser Anstieg über die Frischbetontemperatur kann nach /7/ wie folgt geschrieben werden:

$$\Delta T_{ad} (t) = \frac{H(t) \cdot z}{c_b \cdot \rho_b} \quad (2.5)$$

Das Produkt im Nenner von Gl. (2.5) aus spezifischer Wärme und Rohdichte des Frischbetons ist praktisch für alle üblichen Normalbetone gleich /115/ und beträgt etwa $2300 \div 2400 \text{ kJ/m}^3\text{K}$. Der Temperaturanstieg lässt sich demnach nur durch die Zementmenge z und die Hydratationswärmemenge $H(t)$ beeinflussen. Letztere ist i.w. von der chemischen Zusammensetzung und von der Mahlfeinheit des Zements abhängig.

Die Klinkerphasen des Portlandzements tragen in sehr unterschiedlichem Maße zur Wärmeentwicklung bei. Bild 2.4 /77/ zeigt die zeitliche Wärmeentwicklung für die vier Klinkerminerale des Zements sowie für Hochofenschlacke. An den Kurven ist rechts der theoretische Endwert für vollständige Hydratation angegeben.

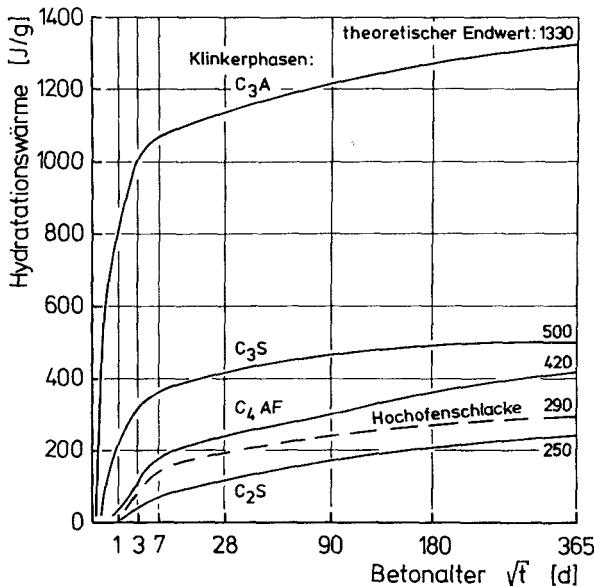


Bild 2.4: Hydratationswärmeeentwicklung der Klinkerminerale des Portlandzements und der Hochofenschlacke

Bild 2.5 zeigt die Hydratationswärmeeentwicklung der Normzemente /116/. Der teilweise Ersatz von PZ-Klinker durch Hochofenschlacke, Traß, aber auch Flugasche, Silicafume bzw. Puzzolane senkt die Hydratationswärmeeentwicklung. Zwar besteht ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen der

entwickelten Wärmemenge und der Zement-Normendruckfestigkeit /98/; jedoch liegen Hochofenzemente mit höherem Hüttensandgehalt, der Traßzement sowie Portlandzemente mit niedrigem C_3A - und C_3S -Gehalt hinsichtlich der Wärmeentwicklung am unteren Rand des Spektrums. Außerdem laufen bei diesen Zementen die chemischen Reaktionen langsamer ab.

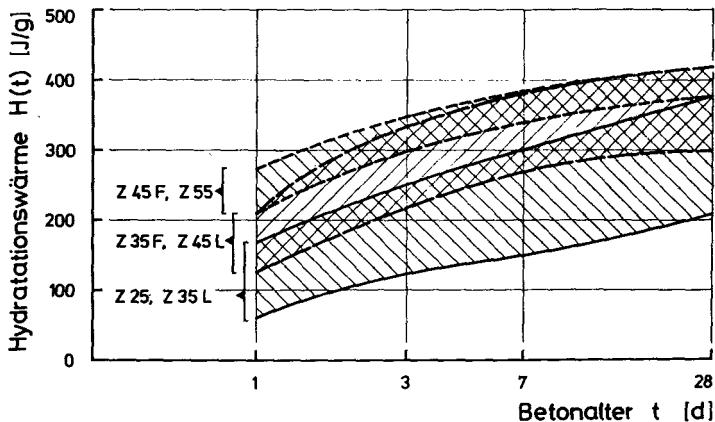


Bild 2.5: Hydratationswärmeentwicklung verschiedener Zemente /116/

Bild 2.6 zeigt die Entwicklung der Abbindewärme von Massenbetonen aus unterschiedlichen Normzementen. Dabei wurde der Zementgehalt mit 300 kg/m^3 konstant gehalten.

In den USA wird Massenbeton mit sogenannten low-heat-Zementen mit niedriger Wärmetönung hergestellt. Dieser low-heat-Zement (Typ IV nach ASTM C150) darf nicht mehr als 35 M.-% C_3S und 7 M.-% C_3A enthalten /115/. Die zeitliche Wärmeentwicklung sowie die Zement- und Puzzolan-Anteile bei mit moderate-heat (Typ II)-Zementen hergestellten Betonen sind in Bild 2.7 dargestellt /4/. Es ist ersichtlich, daß der geringe Temperaturanstieg von den sehr niedrigen Zementgehalten herröhrt, die allerdings geringe Betonfestigkeiten nach sich ziehen. Der Austausch von Zement gegen Puzzolan beeinflußt die Endfestigkeit der hier verglichenen Betone jedoch nicht. Puzzolane entwickeln etwa die Hälfte der Hydratationswärme von Zement und dies über einen wesentlich längeren Zeitraum.

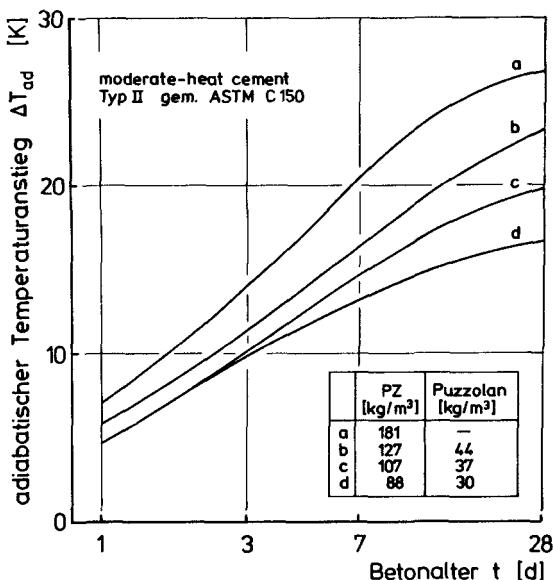


Bild 2.6: Adiabatischer Temperaturanstieg verschiedener Massenbetone /4/

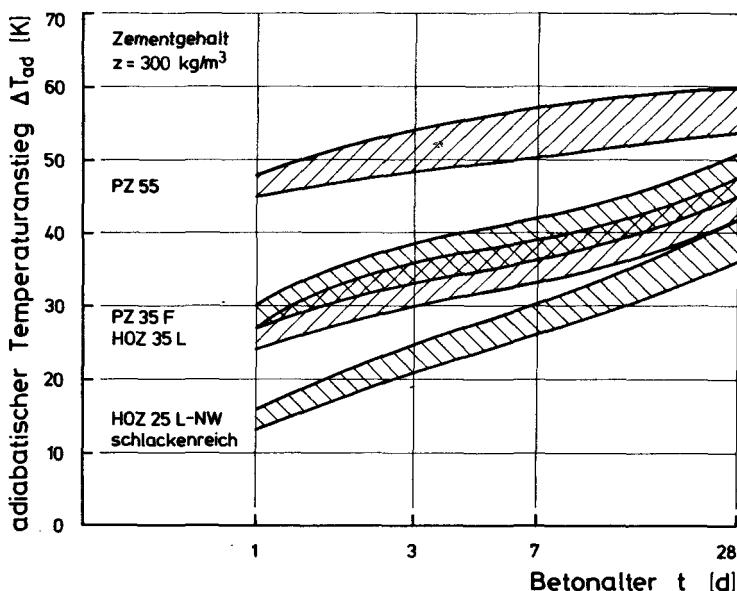


Bild 2.7: Adiabatischer Temperaturanstieg von mit verschiedenen Zementen hergestellten Betonen /7/

Die Hydratationswärmeentwicklung von Beton hängt aber auch noch von der Mahlfeinheit des Zements, von der Frischbetontemperatur und der Umgebungstemperatur ab. Mit zunehmender Mahlfeinheit nimmt die Wärmefreisetzungsr率e v.a. im jungen Alter zu. Bild 2.8 zeigt den Einfluß der Mahlfeinheit auf die Geschwindigkeit der Wärmeentwicklung /2/.

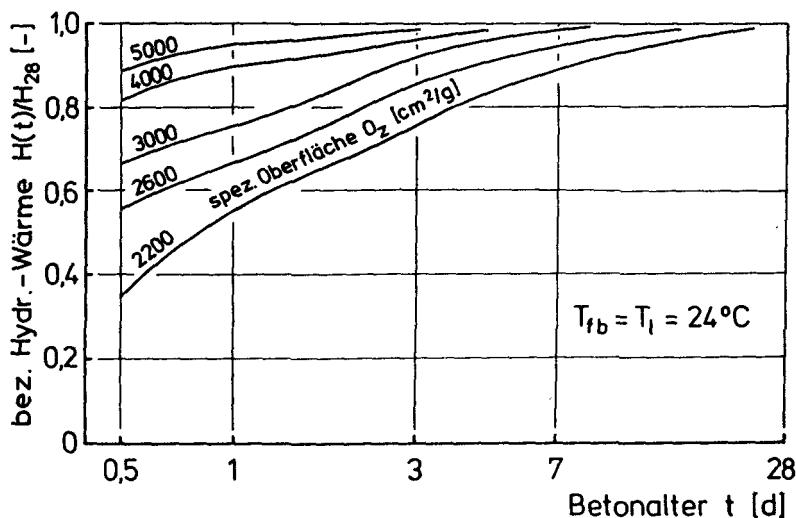


Bild 2.8: Einfluß der Mahlfeinheit des Zements auf die Wärmeentwicklung

Hohe Frischbetontemperaturen beschleunigen die Hydratation innerhalb der ersten Tage. Wie Bild 2.9 /7/ zeigt, bewirkt eine um 10 K abgesenkte Frischbetontemperatur unter sonst gleichen Bedingungen nur in den ersten 24 Stunden nach der Betonherstellung eine verzögerte Wärmeentwicklung. Danach übertrifft der adiabatische Temperaturanstieg des kühler eingebrachten Betons sogar den des anfangs wärmeren. Wegen der niedrigen Frischbetontemperatur wird die maximale adiabatische Temperatur dennoch geringer sein.

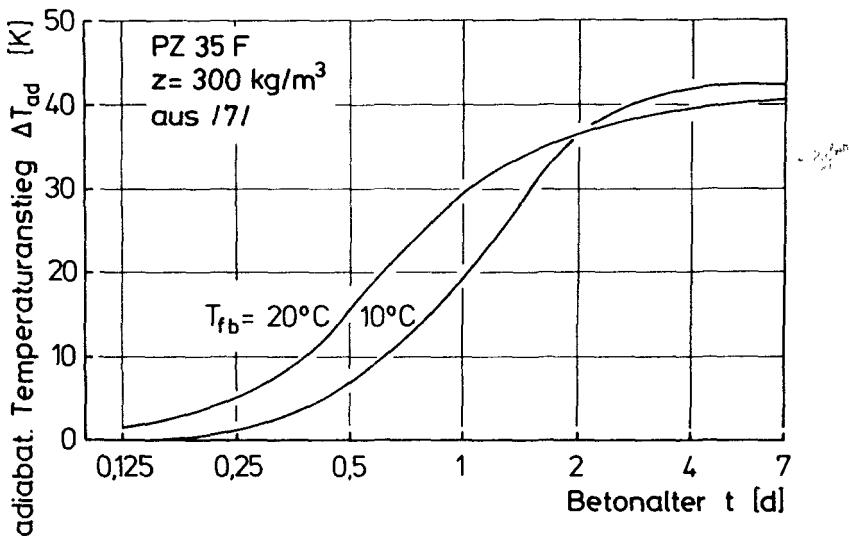


Bild 2.9: Einfluß der Frischbetontemperatur auf die Wärmeentwicklung

Beim Betonieren bei heißem Wetter kann es erforderlich werden, die Beton-temperatur durch Kühlung der Betonkomponenten abzusenken. Die Frischbetontemperatur erhält man rechnerisch aus den Temperaturen, den Mengenanteilen und den Stoffwärmern der Einzelkomponenten nach der Beziehung

$$T_{fb} = \frac{T_z \cdot z \cdot c_z + T_w \cdot w \cdot c_w + T_g \cdot g \cdot c_g}{z \cdot c_z + w \cdot c_w + g \cdot c_g} \quad (2.6)$$

Für die Stoffwärmen kann man setzen

$$c_z \approx c_g = 0.85 \text{ J/gK} \quad \text{und} \quad c_w = 4.19 \text{ J/gK}$$

Mit diesem Verhältnis der Stoffwärmen läßt sich Gl. (2.6) vereinfachen /115/:

$$T_{fb} = \frac{T_z \cdot z + 5 T_w \cdot w + T_g \cdot g}{z + 5w + g} \quad (2.7)$$

Die Kühlung einzelner Komponenten übt damit einen sehr unterschiedlichen Einfluß auf die Senkung der Frischbetontemperatur aus. Er nimmt in der Reihenfolge Zuschlag, Wasser, Zement ab. Bild 2.10 zeigt das Ergebnis der Kühlung einer Komponente um 10 K in Abhängigkeit von den Mischungsverhältnissen /7/.

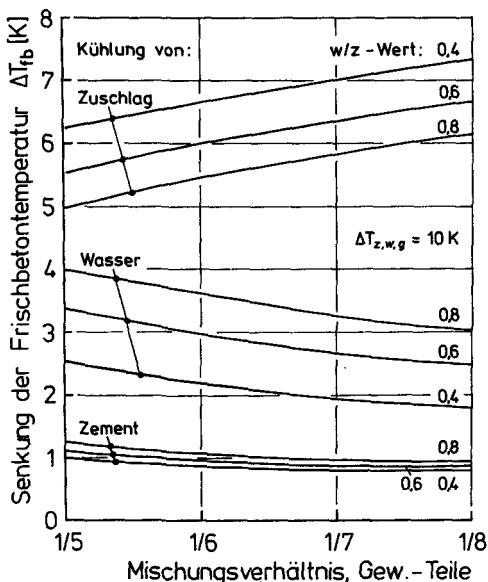


Bild 2.10: Senkung der Frischbetontemperatur durch Senkung der Temperatur einer Betonkomponente um 10 K

Das Kühlen des Anmachwassers ist sicher am einfachsten. Am wirkungsvollsten allerdings ist die Kühlung des Zuschlags. Über Methoden der Kühlung wird eingehend in /3/ berichtet. Betonzusatzmittel, die die Verarbeitungszeit des Betons verzögern, dämpfen auch die anfängliche Wärmeabsetzungsrage. Ihre Wirkungsdauer ist jedoch auf wenige Stunden begrenzt.

2.2.1.2 Wärmeabfluß

In der Praxis gibt es keine adiabatischen Verhältnisse. Vielmehr findet gleichzeitig mit der Wärmeentwicklung stets ein Wärmeabfluß statt, der

den Temperaturanstieg dämpft und letztlich rückgängig macht. Der Wärmeabfluß wird durch folgende Parameter beeinflußt:

- Mittlere Temperatur der Umgebungsluft T_1 , der angrenzenden Bauteile und des Baugrunds
- Wärmedurchlaßzahl der Schalung
- Entschalzeitpunkt
- Luftfeuchtigkeit und Windgeschwindigkeit nach dem Entschalen (Wärmeübergang)
- Bauteilabmessungen (Verhältnis $0/V$)
- Nachbehandlung u.a

Nach dem Entschalen wird der Wärmeabfluß durch die Umgebungstemperatur T_1 und der von der relativen Luftfeuchte und vom Wind abhängigen Wärmeübergangszahl $\alpha_{ü}$ bestimmt.

Der Wärmeabfluß wird mit steigender Bauteildicke erheblich verzögert. Wie sich die Bauteildicke in Abhängigkeit von der Zeit auf die Temperatur im Querschnittskern auswirkt, zeigt Bild 2.11.

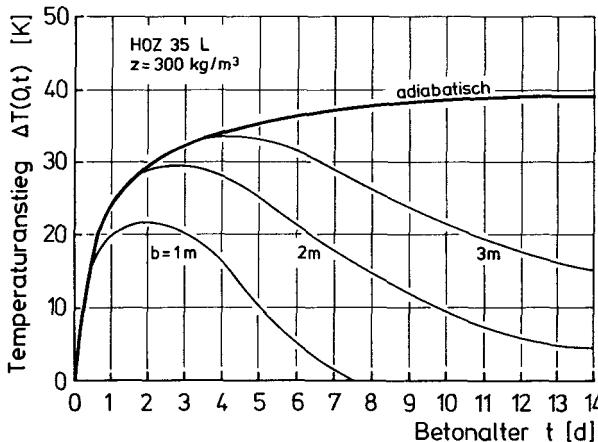


Bild 2.11: Temperaturverlauf im Querschnittskern bei unterschiedlicher Bauteildicke /7/

Die Höchsttemperatur $\max T(0,t)$ im Kern steigt mit der Bauteildicke an. Basalla /7/ hat nachgewiesen, daß die Zeitspannen bis zum Erreichen der Höchsttemperatur $\max T(0,t)$ und jene bis zum Temperaturausgleich $t(T_m=T_1)$ praktisch nur von der Bauteildicke b abhängen. Basalla gibt die Zeit für das Erreichen des Maximums mit

$$t(\max T) \approx 0,8 b + 1 \quad [d] \quad (2.8)$$

und jene für den Temperaturausgleich mit

$$t(T_m = T_1) \approx 12 b - 5 \quad [d] \quad (2.9)$$

an (b = Bauteildicke in m).

Die Gln. (2.8) und (2.9) liefern Anhaltswerte für einen etwaigen Wärmeschutz oder für eine verlängerte Einschaltdauer massiger Bauteile. Für die Abschätzung der Reißneigung sind sie ungeeignet.

2.2.2 Witterungsbedingte Temperaturänderungen

2.2.2.1 Schwankungen der Lufttemperatur

Im Anschluß an die einmalige Temperaturgeschichte des Hydratationsprozesses erfährt das Bauteil die oft wiederkehrenden Temperaturunterschiede infolge Witterung. Diese resultieren aus dem jahreszeitlichen und dem täglichen Gang der Lufttemperatur. Weiterhin können betriebsbedingte Temperaturänderungen auftreten.

Die jahreszeitlichen Schwankungen umfassen selbst unter gemäßigten klimatischen Bedingungen, wie sie in Mitteleuropa herrschen, im oberflächennahen Bereich bis zu rd. 60 K /23/. Die täglichen Temperaturänderungen der Luft können, wie Bild 2.12 zeigt, bis zu 20 K betragen.

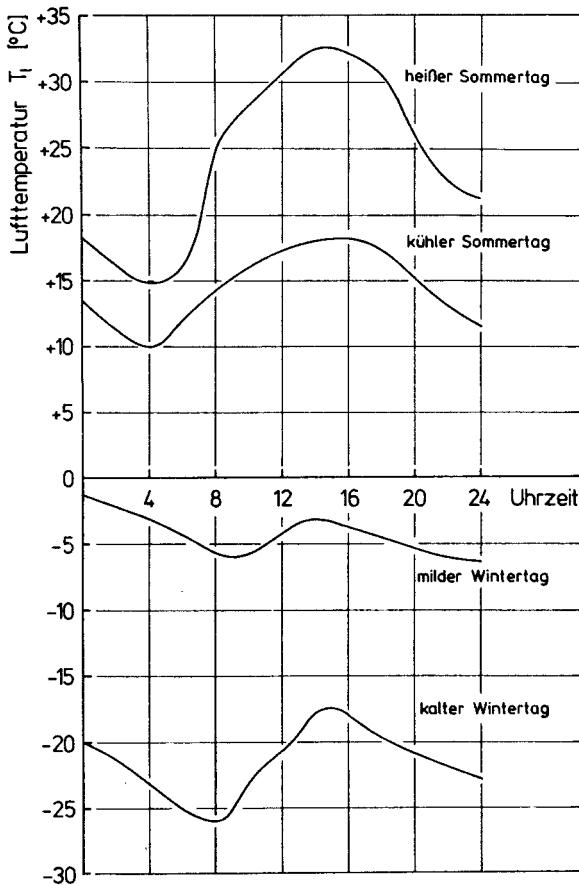


Bild 2.12: Beispielhafte Tagestemperaturgänge /23/

2.2.2.2 Der konvektive Wärmeübergang

Der Wärmetausch zwischen Bauteil und Umgebungsluft wird durch den konvektiven Wärmeübergang beeinflußt. Die Dichte des durch die Bauteiloberfläche fließenden Wärmestroms wird durch Gl. (2.10) ausgedrückt:

$$q_k = \alpha_u [T(\frac{p}{2}, t) - T_l] \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.10)$$

Die Wärmeübergangszahl α_{ij} hängt vor allem von der Windgeschwindigkeit ab. Nach /25/ gilt folgende Abschätzung:

$$\alpha_{ij} \approx 8,7 + 4,1 \cdot v \quad (2.11)$$

mit v der Windgeschwindigkeit in m/s. In Näherung kann man setzen:

im Sommer: $\alpha_{ij} = 17 \text{ W/m}^2\text{K}$

im Winter: $\alpha_{ij} = 29 \text{ W/m}^2\text{K}$

Dies entspricht Windgeschwindigkeiten von rd. 2,0 m/s bzw. 5,0 m/s.

2.2.2.3 Der Wärmeübergang durch Strahlung

Neben der Wärmeübertragung durch Konvektion gibt es eine solche durch Strahlung. Die Globalstrahlung, die die direkte Sonnenstrahlung und die diffuse Himmelsstrahlung zusammenfaßt, bewirkt, daß Bauteiloberflächen weit über die Lufttemperatur aufgeheizt werden können. Die Strahlungsdichte wird hauptsächlich von der geographischen Lage und dem Trübungsfaktor der Luft bestimmt. Welcher Anteil der auftreffenden Strahlung in Wärme umgesetzt wird, hängt vom Absorptions- und vom Reflexionsvermögen der Bauteile ab /77/. Unter extremen Bedingungen können sich dunkle Oberflächen bis auf +80°C aufheizen. Normal verschmutzte Betonoberflächen erreichen bis zu 65°C. Damit ist der Strahlungseinfluß stets zu berücksichtigen, wenn Temperaturänderungen in Bauteilen, die der direkten Sonneneinstrahlung ausgesetzt sind, zu untersuchen sind.

2.3 Temperaturfelder

2.3.1 Ursachen nichtlinearer Temperaturverteilungen

Bei einem plötzlichen oder allmählichen Absinken der Umgebungstemperatur stellen sich in einem anfangs gleichmäßig temperierten Bauteil endlicher Dicke wegen verzögerten Wärmeabflusses nichtlineare Temperaturverteilungen über den Querschnitt ein. Mit der Bauteildicke b nehmen die Temperaturdifferenz zwischen Rand und Kern sowie die Dauer ihres Einwirkens zu. Nach dem Erreichen eines Maximums wird die Temperaturdifferenz im Zuge des Temperaturausgleichs wieder abgebaut. Bild 2.13 zeigt qualitativ den

zeitlichen Verlauf der Rand- und Kerntemperatur einer beidseitig abkühlenden Wand nach einem plötzlichen Abfall der Umgebungstemperatur von T_a auf T_1 . Dieser Temperatursturz bildet die Verhältnisse beim Entschalen nach. Bild 2.13 zeigt auch einen instationären Temperaturverlauf zwischen den gleichmäßigen Verläufen vor dem Entschalen und nach dem Temperaturausgleich.

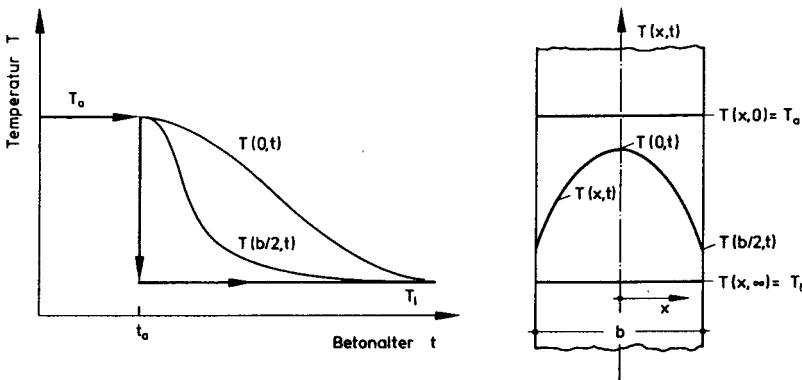


Bild 2.13: Verlauf der Rand- und Kerntemperatur nach plötzlichem Temperaturabfall

Witterungsbedingte Schwankungen der Umgebungstemperatur erzeugen wiederkehrende instationäre Temperaturfelder. In Bild 2.14 sind beispielhaft die täglichen Temperaturbewegungen in einem sonnenbeschieneßen Hohlkasten dargestellt worden. Nach innen fortschreitend kommt es zu einer Dämpfung der Temperaturamplitude. Hieraus resultieren Temperaturunterschiede zwischen Außen- und Innenfläche von 28 K.

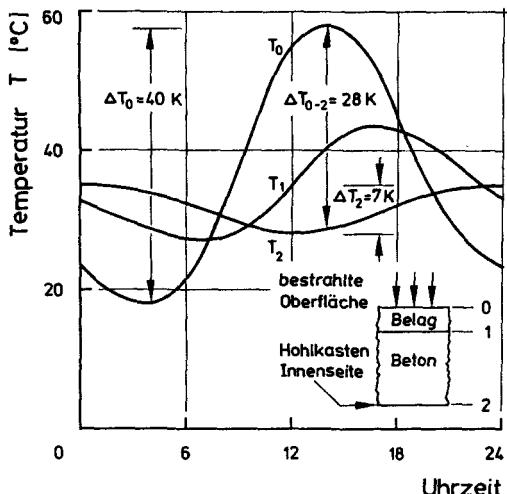


Bild 2.14: Temperaturbewegungen in einem Hohlkastenquerschnitt im Tagesrhythmus /64/

2.3.2 Berechnung instationärer Temperaturfelder

Ausgangspunkt der Betrachtung ist das Bauteil mit ausgeglichener Temperatur T_a , das einen plötzlichen Abfall der Außentemperatur auf T_1 erfährt (siehe Bild 2.13). Das Temperaturfeld $T(x, y, z, t)$, das sich daraufhin einstellt, wird mit der Fourierschen DGL beschrieben:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{c \rho}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

Sie gilt für ein wärmequellenfreies, homogenes und isotropes Kontinuum /27, 11, 119/. Die Hydratationswärmeentwicklung kann nach /46/ durch Hinzufügen eines Gliedes

$$\frac{\partial H(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

auf der linken Seite von Gl. (2.12) erfaßt werden. Bei einer Wand der Dicke b , deren Länge und Höhe sehr groß sind, findet der Wärmeaustausch vereinfacht nur in x -Richtung statt (siehe Bild 2.13), so daß sich Temperaturnivea auf Flächen parallel zu den Wandoberflächen ($y-z$ -Ebene) gemäß

Bild 2.15 einstellen. In diesem Fall reduziert sich das Temperaturfeld auf den eindimensionalen Fall $T = T(x,t)$. Bild 2.15 zeigt qualitativ auch einen Schnitt durch das wirkliche dreidimensionale Temperaturfeld mit Wärmeabfluß in Richtung Wandkrone, Fundament und zu den Stirnflächen. Bei Vernachlässigung der Wärmeentwicklung vereinfacht sich Gl. (2.12) damit zu

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{c \rho}{\lambda} \cdot \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (2.13)$$

Mit der Temperaturleitzahl

$$\alpha = \frac{\lambda}{c \rho} \quad [\text{m}^2/\text{h}] \quad (2.14)$$

geht Gl. (2.13) über in

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

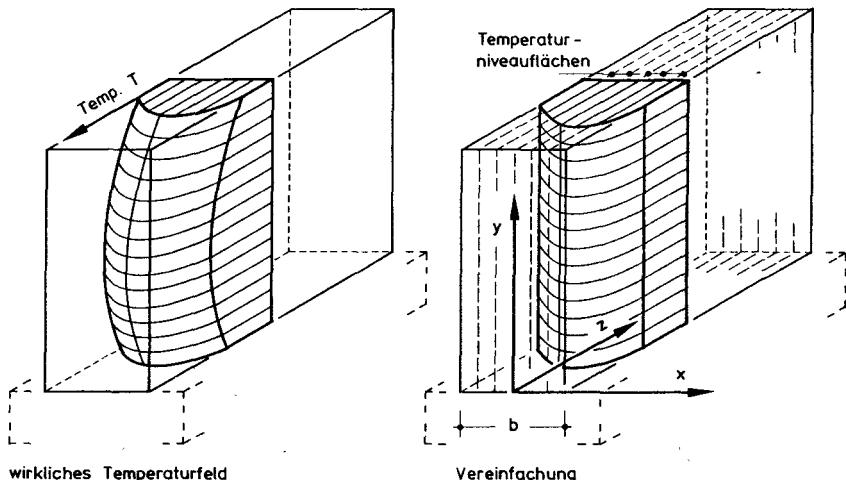


Bild 2.15: Flächen gleicher Temperatur in abkühlenden Wänden

Die Temperaturleitzahl α nimmt für Beton Werte zwischen 0,002 und 0,005 m^2/h an. Die Funktion $T(x,t)$ muß neben der DGL (2.15) auch zeitliche und räumliche Randbedingungen erfüllen. Die Anfangsbedingungen erhält man, indem man zur Zeit $t = 0$ in der Wand eine gleichmäßige Temperatur T_a voraussetzt. Nach erfolgtem Temperaturausgleich zur Zeit $t = \infty$ hat die Wand an jeder Stelle die Temperatur der Umgebungsluft erreicht (vgl. Bild 2.13).

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 : T(x, 0) = T_a = \text{const.} \\ t = \infty : T(x, \infty) = T_l = \text{const.} \end{array} \right\} \quad (2.16)$$

Die räumliche Randbedingung beschreibt den Wärmeübergang an der Bauteiloberfläche über das Newtonsche Abkühlungsgesetz. Dieses besagt, daß die ausgetauschte Wärmemenge dem Temperaturunterschied zwischen Oberfläche und Umgebungsluft proportional ist.

$$dQ = \alpha_u [T(\frac{b}{2}, t) - T_l] dA dt \quad (2.17)$$

bzw.

$$q(\frac{b}{2}, t) = \alpha_u [T(\frac{b}{2}, t) - T_l] \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.18)$$

Die durch Gl. (2.18) beschriebene Wärmestromdichte ist auch der Temperaturgradient am Bauteilrand, ausgedrückt durch die Steigung der Tangente an den Temperaturverlauf, proportional (siehe Bild 2.16).

$$q(\frac{b}{2}, t) = -\lambda \frac{\partial T(\frac{b}{2}, t)}{\partial x} \quad (2.19)$$

Durch Gleichsetzen der Gln. (2.18) und (2.19) erhält man die Wärmeübergangsbedingung:

$$\frac{\partial T(\frac{b}{2}, t)}{\partial x} = -\frac{\alpha_u}{\lambda} [T(\frac{b}{2}, t) - T_l] \quad (2.20)$$

Hierin wird der Wert von λ/α_u [m] als Richtpunktstrecke gemäß Bild 2.16 bezeichnet.

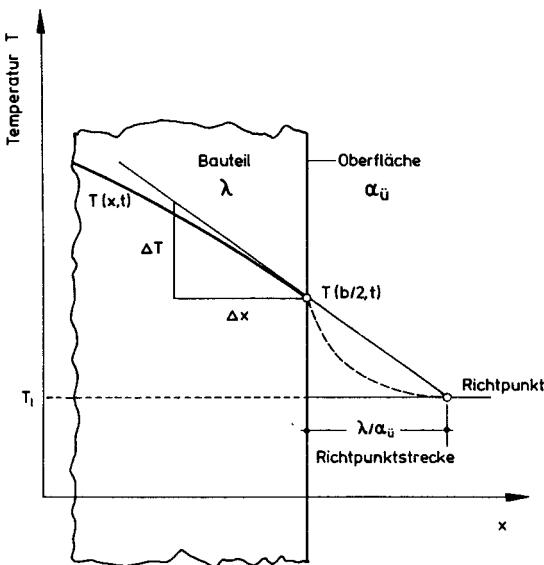


Bild 2.16: Modell für den Wärmeübergang

Für die praktische Anwendung sind dimensionslose Größen vorteilhaft. Für die weiteren Betrachtungen gelten die folgenden Beziehungen (b =Wanddicke) des eindimensionalen Temperaturausgleichs:

Ortskoordinate:

$$\xi = x/b \quad (-0,5 \leq \xi \leq +0,5) \quad (2.21)$$

Zeitkoordinate:

$$\kappa = t \frac{4 \pi a}{b^2} \quad \text{bzw.} \quad t = \kappa \frac{b^2}{4 \pi a} \quad (0 \leq \kappa \leq \infty) \quad (2.22)$$

Biot-Zahl zur Beschreibung des Wärmeübergangs:

$$Bi = \frac{\alpha_{ü} b}{\lambda} \quad (2.23)$$

2.3.2.1 Lösung der DGL für unendlich guten Wärmeübergang

Zur Vereinfachung der räumlichen Grenzbedingung sei zunächst eine unendlich große Wärmeübergangszahl angenommen.

$$\alpha_0 = \infty \quad \hat{=} \quad Bi = \infty$$

Damit wird die Richtpunktstrecke in Bild 2.16 zu Null und die Temperaturen von Oberfläche und Umgebungsluft sind zu jeder Zeit gleich:

$$T\left(\frac{b}{2}, t\right) \equiv -T_1$$

Die Lösung von Gl. (2.15) wird nun auf die Jacobische Thetafunktion 1. Ordnung zurückgeführt /27, 11, 119/:

$$[T(x,t) - T_i] = [T(\xi, \kappa) - T_i] \quad (2.24)$$

$$= -2(T_a - T_i) D_{11}(\xi, \kappa)$$

Hierin bezeichnet $D_{11}(\xi, x)$ das einfache Integral der Thetafunktion 1. Ordnung über die Ortsveränderliche ξ in der von Tölke /105/ eingeführten Definition. Bild 2.17 zeigt den qualitativen Verlauf der D_{11} -Funktion in den Grenzen $-0,5 \leq \xi \leq +0,5$ für frei vorgegebene Zeitveränderliche x .

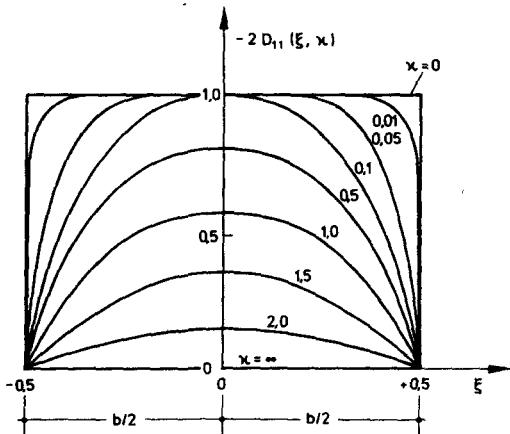


Bild 2.17: Qualitativer Verlauf der D_{11} -Funktion

2.3.2.2 Temperaturfeld bei endlichem Wärmeübergang

Eine endliche Wärmeübergangszahl ist stets mit einem Temperatursprung $T(\frac{b}{2}, t) - T_1 \neq 0$ an der Oberfläche verbunden. Zur Beschreibung des Temperaturfeldes wird meist eine Näherungslösung gewählt, die auf Gl. (2.24) basiert. Dabei wird dem betrachteten Bauteil (beidseitig auskühlende Wand) ein Scheinkörper umschrieben, dessen Dicke stets größer als die des tatsächlichen Körpers und mit der Zeit veränderlich ist (Bild 2.18). Man berechnet nun das Temperaturfeld des Scheinkörpers für $\alpha_{\text{ü}} = \infty$ mit Gl. (2.24) und führt dieses über eine Transformation der Orts- und Zeitkoordinaten auf das Temperaturfeld des tatsächlichen Körpers mit endlichem Wärmeübergang zurück.

Die Koordinaten des Scheinkörpers $\bar{\xi}, \bar{x}$ sind über den zeitabhängigen Faktor $v(x)$ mit denen des tatsächlichen Körpers verknüpft:

$$\bar{\xi} = v \cdot \xi \quad (2.25)$$

$$\bar{x} = v^2 \cdot x \quad (2.26)$$

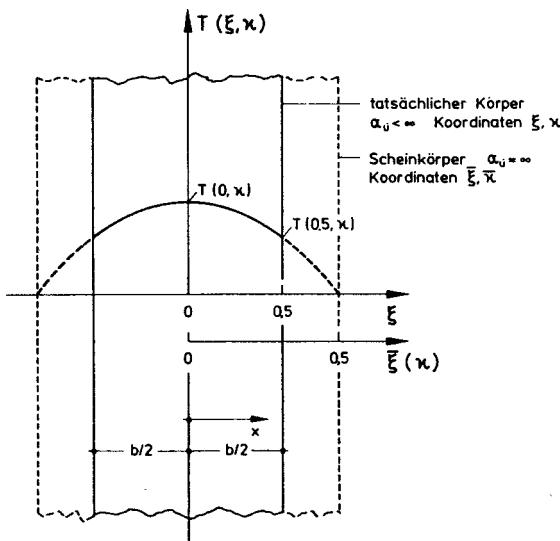


Bild 2.18: Zusammenhang zwischen tatsächlichem Körper und Scheinkörper

Das bei endlichem Wärmeübergang sich einstellende Temperaturfeld kann nun mit der modifizierten Gl. (2.24) beschrieben werden:

$$\begin{aligned}[T(x,t) - T_1] &= [T(\xi, \kappa) - T_1] \\ &= -2(T_a - T_1) D_{11}(\nu \xi, \nu^2 \kappa)\end{aligned}\quad (2.27)$$

Die Übereinstimmung zwischen dieser Näherung und der exakten Lösung nimmt mit dem Zeitparameter zu /27/. Sie ist für praktische Berechnungen völlig ausreichend.

Die mittlere Temperatur im Querschnitt erhält man durch erneute Integration der D_{11} -Funktion über ξ zu /11/.

$$[T_m(t) - T_1] = \left(-\frac{4}{\nu}\right) (T_a - T_1) D_{12}\left(\frac{\nu}{2}, \nu^2 \kappa\right) \quad (2.28)$$

Da im Abschnitt 4 Spannungsfelder berechnet und Beispiele angegeben werden, wird an dieser Stelle auf beispielhafte Darstellungen verzichtet.

2.4 Maßgebende Temperaturdifferenzen in Bauteilen

Für die praktische Berechnung von Temperaturfeldern oder die in Abschnitt 4 behandelten Zwangsspannungen und Spannungsfelder gilt es, die antreibende Temperaturdifferenz $\Delta T = T_a - T_1$, die z.B. in Gl. (2.28) einfließt, festzulegen bzw. einzugrenzen. Die Vorgehensweise ist in Bild 2.19 erläutert.

Ausgangspunkt ist die als bekannt vorausgesetzte Frischbetontemperatur T_{fb} . Von ihrem Niveau erfolgt der adiabatische Temperaturanstieg ΔT_{ad} bis zum Zeitpunkt des Ausschalens t_a . Er kann anhand der Bilder 2.6, 2.7 oder 2.5 in Verbindung mit Gl. (2.5) ermittelt werden.

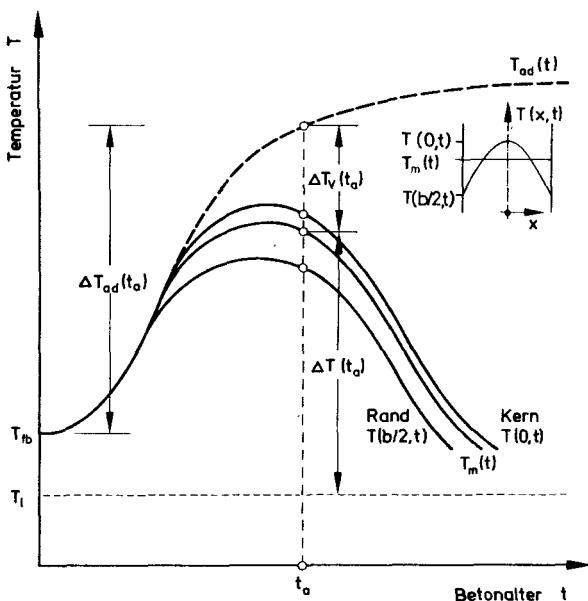


Bild 2.19: Qualitativer Verlauf der Temperaturen im eingeschalten Bauteil

Ein Teil der entwickelten Wärmemenge fließt durch die Schalung ab. Der damit verbundene Temperaturrückgang ΔT_v ist umso größer, je dünner das Bauteil und je länger die Schalungszeit ist (siehe Bild 2.13). Dabei ist unter ΔT_v die Differenz zwischen der adiabatischen Temperaturkurve und jener für die mittlere Bauteiltemperatur $T_m(t)$ zu verstehen, denn durch den Wärmeabfluß entsteht schon vor dem Entschalen eine nichtlineare Temperaturverteilung im Querschnitt. Anhaltswerte für den Temperaturverlust ΔT_v , der das maßgebende ΔT dämpft und sich damit günstig auswirkt, lassen sich aus /7/ und /121/ ableiten. Beide Arbeiten enthalten Verläufe der Kerntemperaturen unterschiedlich dicker Bauteile; in /121/ ist für einige Beispiele auch der zeitliche Verlauf der Temperaturdifferenz zwischen Kern und Rand (in Schalung) angegeben. Die Auswertung von /7/ und /121/ ergibt einen mit der Zeit linear ansteigenden Verlauf von ΔT_v . Vereinfachend kann angenommen werden, daß der Temperaturverlust je Zeiteinheit nur von der Bauteildicke abhängt. Bei den in Bild 2.20 dargestellten $\Delta T_v(t)$ -Verläufen wurde die Differenz zwischen Kern- und mittlerer Temperatur pauschal berücksichtigt:

$$[T(0, t) - T_m(t)] \approx \frac{1}{3} [T(0, t) - T\left(\frac{b}{2}, t\right)] \quad (2.29)$$

Damit ist ein ermäßigter Wert $T_m(t_a)$ gefunden, der für den ideellen Wert T_a eingesetzt werden kann. Man erhält die bei der Berechnung von Temperatur- und Spannungsfeldern maßgebende Temperaturdifferenz zu:

$$\Delta T(t_a) = T_{fb} + \Delta T_{ad}(t_a) - \Delta T_v(t_a) - T_i \quad (2.30)$$

Durch Verlängerung der Schalungszeit lässt sich diese absenken.

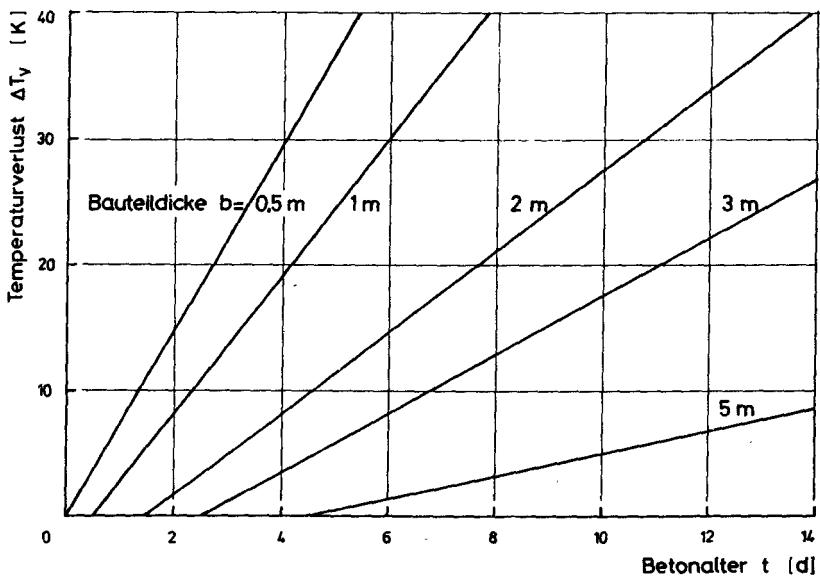


Bild 2.20: Anhaltswerte für den Temperaturverlust ΔT_v eingeschalter Bau- teile unterschiedlicher Dicke

2.5 Temperaturdehnungen

Aus den Temperaturdifferenzen lassen sich über die Beziehung

$$\epsilon_0 = -\alpha_T \Delta T \quad (2.31)$$

die frei angestrebten Temperaturdehnungen errechnen. Die lineare Wärmedehnzahl α_T des Betons hängt i.w. von den Betonkomponenten, deren Stoffraumanteilen und von der Betonfeuchte ab. Sie liegt bei Normalbeton zwischen $9 \cdot 10^{-6} \text{ K}$ und $12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und wird hier zu $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} = \text{const.}$ angenommen.

2.6 Schwindverformungen

2.6.1 Definitionen

Eingeprägte Verformungen der Betonbauteile können auch durch Schwinden hervorgerufen werden. Der Begriff Schwinden wird für alle last- und temperaturunabhängigen Längenänderungen nach dem Erhärten des Betons verwendet. Das Schwinden wird durch die Trocknung des Betons verursacht und folgt unterschiedlichen Mechanismen.

2.6.2 Mechanismen des Schwindens

Voraussetzung für die Austrocknung ist eine Feuchtedifferenz zwischen Beton und Umgebungsluft. In verschiedenen z.T. parallel verlaufenden Teilprozessen verdunstet das Wasser aus immer tiefer gelegenen und immer engeren Porenräumen /77/. Den wesentlichen Beitrag zum Schwinden des Zementsteins liefert der Abbau des Spaltdrucks zwischen den Gelteilchen und die Zunahme von Oberflächenkräften (siehe Bild 2.21 aus /77/). Die Volumenverminderung infolge von Kapillarwirkung ist nur bei Trocknung an Luft hoher Feuchte von Bedeutung.

Das Schwinden ist teilweise reversibel, wenn der Umkehrprozeß, das Quellen, einsetzt. Das Quellen läuft schneller ab als das Schwinden.

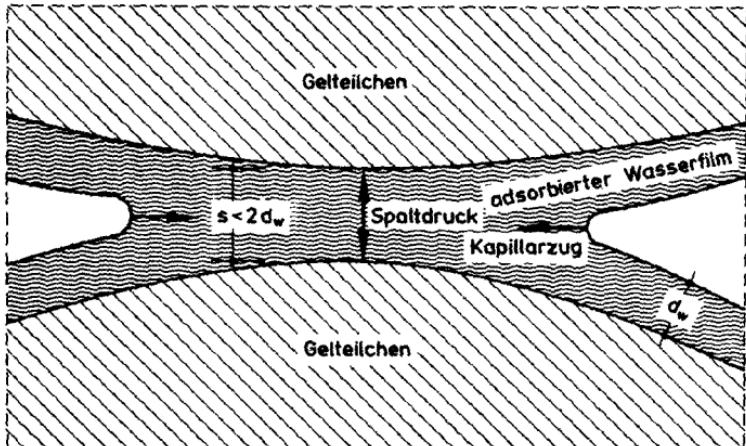


Bild 2.21: Spaltdruck zwischen eng benachbarten Gelteilchen

Die schwindfähige Masse ist der Zementstein. Die Zuschläge, die rd. 65-75% des Volumens einnehmen, behindern das freie Schwinden. Man schätzt das Schwindmaß des Betons auf 1/4-1/10 jenes des Zementsteins /4, 77/. Die Zuschläge üben damit einen inneren Zwang aus, in dessen Folge sich Mikrorisse entlang der Korngrenzen oder im Zementstein bilden.

2.6.3 Einflüsse auf das Schwinden

2.6.3.1 Einfluß der Betonkomponenten

Das Schwinden verläuft etwa proportional zum Trocknungsverlust. Es nimmt daher mit dem Wassergehalt, dem w/z-Wert und dem Wasserrückhaltevermögen der betreffenden Mischung zu. Bild 2.22 zeigt den Einfluß der beiden erstgenannten Parameter auf das Endschwindmaß. Die dargestellten Ergebnisse wurden an kleinen Laborproben ermittelt, um Tendenzen aufzuzeigen; die Schwindmaße in der Praxis sind wesentlich kleiner.

Das Schwindmaß einer Mischung steigt mit der Anmachwassermenge, der Frischbetontemperatur (bei gleichbleibender Konsistenz), dem Gehalt an Mehlkorn, feinkörnigem Zuschlag /118/, bei Zugabe von Puzzolanen sowie beim Einsatz sehr fein gemahlener Zemente an. Grobe Zuschläge mit hohem E-Modul und runder Kornform führen zu geringen Schwindmaßen, weil sie

einerseits den Wasseranspruch herabsetzen und andererseits das Schwinden des Zementsteins wirkungsvoll behindern /20/. Die Sieblinien A und U nach /19/ sind in dieser Hinsicht günstig.

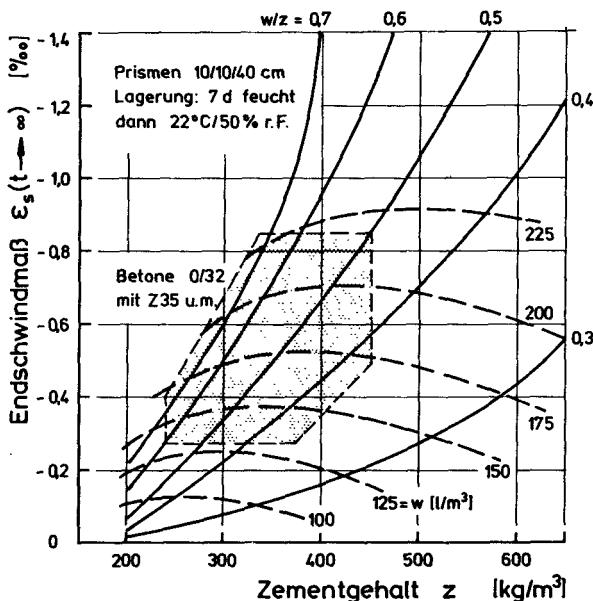


Bild 2.22: Endschwindmaße von Beton nach /16/ abhängig von w, z und w/z

Der Einfluß der Zementart sowie bauaufsichtlich zugelassener Betonzusatzmittel (auch Luftporenbildner und Betonverflüssiger) ist gegenüber den o.g. Einflüssen i.a. vernachlässigbar.

2.6.3.2 Einfluß der Umweltbedingungen

Die Austrocknung und damit das Schwinden wächst mit der Luft- und Beton-temperatur, mit sinkender relativer Luftfeuchtigkeit und mit der Windgeschwindigkeit an. Eine sehr anschauliche Darstellung, die diese Einflüsse erfaßt, zeigt Bild 2.23, das einem ACI-Report /3/ entnommen wurde. Das eingezzeichnete Beispiel gilt für einen durchschnittlichen Sommertag. Der Einfluß der Sonneneinstrahlung (vergl. Abschnitt 2.2.2) kann durch Korrektur der Lufttemperatur erfaßt werden.

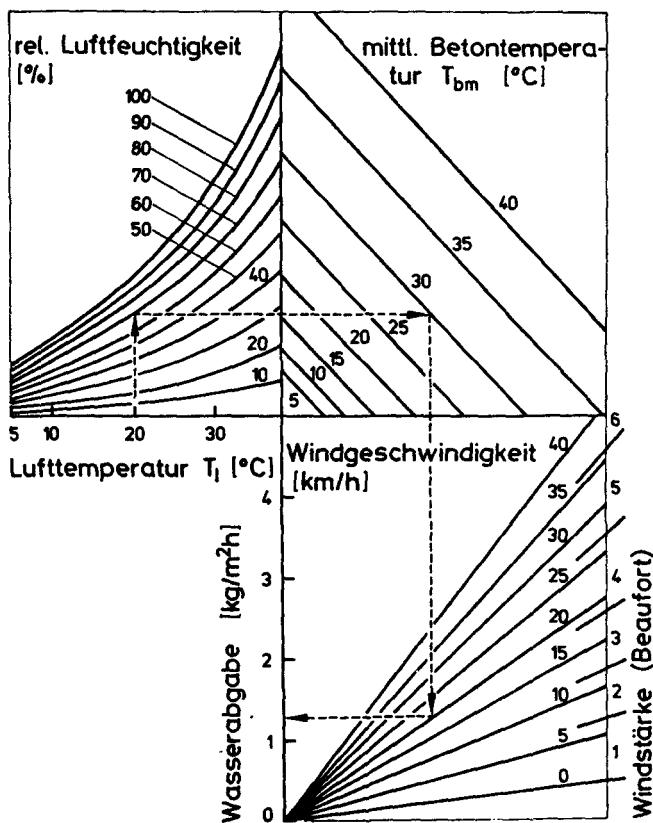


Bild 2.23: Einflüsse auf die Wasserverdunstung an Betonoberflächen

Die relative Luftfeuchtigkeit fällt in Europa kaum unter 60% ab und liegt im Jahresmittel bei 80%. Bei 100% r.F. kommt das Schwinden zum Stillstand. Nachbehandlungsmaßnahmen werden durch Anpassung der Eingangsparameter in Bild 2.23 berücksichtigt. Sie verzögern das Schwinden und geben dem Beton Gelegenheit, Zugfestigkeit zu entwickeln. Der gleichzeitige Anstieg des E-Moduls wirkt dem entgegen.

2.6.3.3 Einfluß der Bauteildicke

Die Trocknung dringt langsam ins Innere der Bauteile vor. Nach /4/ erreicht bei einer konstanten relativen Luftfeuchtigkeit von 50% die Trocknungsfront erst nach einem Jahr eine Tiefe von 20 cm und erst nach 10 Jahren 60 cm unter der Betonoberfläche. Damit ist bei dicken Bauteilen ein gleichmäßiges Austrocknen des Gesamtquerschnitts nicht zu erwarten. Entsprechend muß bei diesen kaum mit Zwang, wohl aber mit Eigenspannungen infolge Schwindens gerechnet werden. Nur bei relativ dünnen Bauteilen und längerer scharfer Austrocknung (z.B. Fahrbahnplatte oder Estrich im Sommer) sind nennenswerte Zwangskräfte zu erwarten. Ein Verfahren zur Abschätzung des Einflusses des Verhältnisses Volumen/Oberfläche auf die Schwinddehnung wird in /32/ angegeben.

2.6.4 Analytische Beschreibung des Schwindens

Das Schwinden wird analytisch meist in der Form

$$\epsilon_s(t) = k_s(t_0, t, d_w, T_l, u) \cdot \epsilon_{s0}(u) \quad (2.32)$$

dargestellt.

Hierin bezeichnet ϵ_{s0} das von der Feuchtigkeit der Umgebungsluft und von der Betonkonsistenz abhängige Grundschwindmaß und k_s einen Beiwert, der sich aus den Einflüssen Trocknungsbeginn, betrachteter Zeitpunkt, wirkende Körpedicke

$$d_w = k_w(u) \frac{2A}{U}, \quad (2.33)$$

Lufttemperatur und Luftfeuchtigkeit zusammensetzt. Von Rüsch/Jungwirth /86/ vorgeschlagene Zahlenwerte für ϵ_{s0} und Zeitverläufe von k_s haben Eingang in die Spannbetonvorschriften /20/ gefunden. Unter ungünstigsten Bedingungen (dünnnes Bauteil, trockener Innenraum, K3) erhält man damit das Endschwindmaß zu $\epsilon_s(t \rightarrow \infty) = 0,6\%/\text{..}$.

Von CEB/FIP /12/ werden Endschwindmaße angegeben, die drei verschiedene Alter t_0 bei Trocknungsbeginn unterscheiden. Die Endschwindmaße nach CEB/FIP sind bei dünnen Bauteilen höher als jene nach DIN 4227 /20/.

In beiden Regelwerken wird durch den Ansatz von d_w der Einfluß der Bauteildicke berücksichtigt.

Ein mathematisches Modell zur Beschreibung der Austrocknung von Betonbauteilen wurde von Rostásy /74, 75/ vorgestellt. Er übertrug die in Abschnitt 2.3 beschriebenen Ansätze für den eindimensionalen Wärmeabfluß auf den Feuchtetransport und -verlust. Hierzu ersetzte er die Temperatur $T(x,t)$ durch die Feuchtigkeit $u(x,t)$ und die Wärmeleitfähigkeit λ durch die Feuchtigkeitsdiffusionskonstante k_c , die den gegenüber dem Wärmeabfluß erheblich verzögerten Feuchteabfluß beschreibt. Die Richtigkeit der dargelegten Theorie wurde in /75/ durch Versuche bestätigt.

2.6.5 Baupraktische Bedeutung des Schwindens

In der Vergangenheit haben sich zahlreiche Forschungsarbeiten mit dem Schwinden des Zementsteins und des Betons befaßt. Man ging davon aus, daß die beobachteten Zwangsrisse durch Schwinden verursacht würden. Bezeichnungen wie Schwindfuge, Schwindbewehrung o.ä. bezeugen dies. Inzwischen weiß man, daß das Schwinden nur in Ausnahmefällen nennenswerte Zwangskräfte erzeugt und auch die Eigenspannungen nur rd. 10 bis 20% der temperaturbedingten Eigenspannungen erreichen /49/.

Hierfür gibt es mehrere Gründe. Zum einen wird die Größe der antreibenden Feuchtigkeitsdifferenz meist überschätzt. Der in DIN 4227 /20/ angegebene Wert von 70% r.F. für Bauteile im Freien ist um 10% zu niedrig, wenn man vom Jahresmittel ausgeht /99/. Zum anderen wird die Wiederbefeuchtung meist nicht berücksichtigt. Bei Außenbauteilen, die im gemäßigten Klima unmittelbar dem Niederschlag ausgesetzt sind, muß Schwinden überhaupt nicht in Rechnung gestellt werden /99, 24/. Die Zeit zwischen zwei Regenfällen reicht i.d.R. nicht aus, um die Trocknungsfront nennenswert in den Beton vorzutreiben. Hingegen dringt das Niederschlagswasser wegen der hydrophilen Eigenschaften des Zementsteins sehr schnell in diesen ein und kompensiert die Trocknung. Langzeitmessungen an Brücken in Großbritannien /109/ ergaben nach 5 Jahren Schwindverkürzungen von nur 0,03%/...

Kennwerte, die heute noch zur Abschätzung der Schwindverkürzungen benutzt werden, basieren meist auf Laborversuchen an kleinen Prismen unter konstanten klimatischen Bedingungen. Die Bedingungen auf der Baustelle sind in mehrfacher Hinsicht günstiger wegen

- niedrigerer Temperaturen
- höherer Luftfeuchtigkeit
- Klimawechsel, Bewitterung
- größerer Zuschläge
- viel größerer Abmessungen der Bauteile

Im übrigen wird ein Großteil der theoretisch möglichen Schwindspannungen wegen der sehr langsamem Vorgänge durch Relaxation abgebaut. In /86/ wird ein Verfahren zur vereinfachten Berechnung der Schwindspannungen mit Berücksichtigung des viskosen Verhaltens angegeben. Seine Anwendung zeigt, daß nur bei dünnen Bauteilen und scharfen Trocknungsbedingungen nennenswerte Spannungen aus Schwinden zu erwarten sind.

Bei der Untersuchung von Zwang und Eigenspannungen speziell bei dicken Bauteilen sollten daher Temperaturunterschiede als die maßgebenden Verursacher im Mittelpunkt des Interesses stehen.

3. MECHANISCHES VERHALTEN DES JUNGEN BETONS

3.1 Allgemeines

Im Abschnitt 2.2.1 wurden Entwicklung und Abfluß der Hydratationswärme als die wesentliche Ursache für Zwang in dicken Bauteilen beschrieben. Zur Abschätzung möglicher Rißgefahr muß dem Zwang der Reißwiderstand des jungen Betons gegenübergestellt werden, der in den ersten Tagen nach der Herstellung ausgeprägt zeitabhängig ist. Nach einem Vorschlag von Wierig /112, 114/ wird ein Beton ab einer meßbaren Druckfestigkeit von $0,1 \text{ N/mm}^2$ bis zum Erreichen des Maximums der Erhärzungsgeschwindigkeit (größte Wärmeentwicklung je Zeiteinheit) als junger Beton bezeichnet. Diese Phase endet nach /112, 114/ 2 bis 24 Stunden nach der Herstellung, zu einem Zeitpunkt also, an dem die nachfolgend beschriebenen Materialkenngrößen ihre stärksten Veränderungen erfahren.

Der Begriff des "jungen Betons" wird in dieser Arbeit bis zu einem wirk samen Alter von 28 Tagen ausgedehnt, um mit ihm jene Betoneigenschaften zu charakterisieren, die mit der Hydratationswärmeentwicklung und deren Abfluß im Zusammenhang stehen.

3.2 Druckfestigkeitsentwicklung

Die Druckfestigkeit des Betons hängt von dessen Zusammensetzung und von den Erhärtungsbedingungen ab. In DIN 1045 /19/ und in der CEB/FIP-Muster vorschrift /12/ wird der Nennwert bzw. der charakteristische Wert der Druckfestigkeit als 5%-Fraktilewert einer Stichprobe festgelegt.

Der Anstieg der Druckfestigkeit bis zum Alter von 28 Tagen kann durch den Zeitfaktor k_t , der von der Probenform unabhängig ist, beschrieben werden.

$$\beta_D(t) = k_t \cdot \beta_{D28} \quad (3.1)$$

In /86/ werden k_t -Verläufe für drei unterschiedliche Zementfestigkeits klassen angegeben. Bild 3.1 zeigt den Verlauf für PZ 35 F und PZ 45 F, der aus zahlreichen Versuchen abgeleitet wurde. Das Bild enthält auch beispielhaft die an 20 cm-Würfeln mit 310 kg PZ 45 F gewonnenen Ergebnisse von /79/ sowie den von CEB/FIP /12/ für die Zylinderdruckfestigkeit

angegebenen Verlauf, der für Portlandzemente gilt. Angaben über den Anstieg der Festigkeit unmittelbar nach der Herstellung von Weigler/Karl /111/ wurden von Zeitler /121/ aufbereitet. Sie sind ebenfalls in Bild 3.1 enthalten. Die Kurve nach /121/ stimmt mit Angaben von Wierig /113/ überein. Die Abweichungen von dem von Rüsch/Jungwirth /86/ vorgeschlagenen k_t -Verlauf, der hier weiter verwendet wird, sind i.a. auf geänderte Betonrezepturen zurückzuführen.

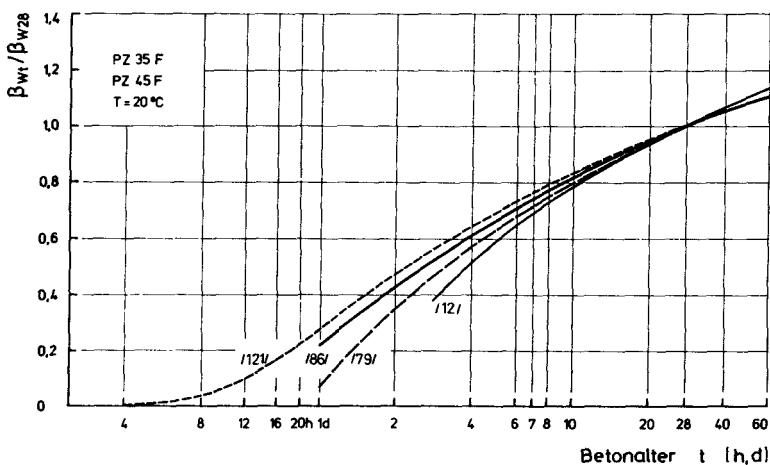


Bild 3.1: Ansätze zur Entwicklung der Würfeldruckfestigkeit des Betons

Für das Betonalter ist in Bild 3.1 das wirksame Betonalter einzusetzen, das nach der Saul'schen Reifeformel ermittelt werden kann:

$$t = \sum \frac{T_m + 10}{30} \Delta t \quad (3.2)$$

3.3 Zugfestigkeit

3.3.1 Bestimmung und Streuung von Laborwerten

Bei Zwangproblemen steht wegen der Rißbildung die Betonzugfestigkeit im Vordergrund. Diese beträchtlich streuende Materialeigenschaft erreicht nur rd. 1/10 der Druckfestigkeit und wächst mit dieser etwa affin an /86/. Die Zugfestigkeit wird im Labor im Biege- oder Spaltzugversuch oder

im zentrischen Zugversuch bestimmt. Zwischen den Ergebnissen besteht bei Prüfung nach DIN 1048 folgender Zusammenhang /85/:

$$\beta_{Zm} = 0,89 \beta_{Sz_m} = 0,53 \beta_{Bz_m} \quad (3.3)$$

Biege- und Spaltzugfestigkeit sind technologische Werte, die von den Probenabmessungen und der Lagerungs- und Belastungsart abhängen. Die axiale Zugfestigkeit hingegen stellt ebenso wie die an Prismen mit $h/d > 3$ bestimmte Druckfestigkeit gewissermaßen die wahre Zugfestigkeit dar. Sie ist die für die Rißbildung maßgebende Festigkeit.

Der Zusammenhang zwischen Druck- und Zugfestigkeit wird i.a. durch die Beziehung

$$\beta_z = c \cdot \beta_D^{2/3} \quad (3.4)$$

beschrieben. Hierin nimmt der dimensionsbehaftete Faktor c sehr unterschiedliche Werte an, je nach Art der Festigkeit, die in Gl. (3.4) einfließt. Für den Mittel- und den Nennwert der Würfeldruckfestigkeit einerseits sowie für die Mittel- und Fraktilenwerte aller Arten der Zugfestigkeit andererseits sind Zahlenangaben für c aus /85, 34/ zu entnehmen. Dabei werden Proben nach DIN 1048 vorausgesetzt. Soll die Zugfestigkeit des jungen Betons ermittelt werden, so ist in Gl. (3.4) der mit dem Zeitfaktor k_t /86/ multiplizierte Wert der 28-Tage-Druckfestigkeit einzusetzen.

Rüsch /85/ hat die Streuungen, denen die Zugfestigkeit unterliegt, aufgeschlüsselt. Er unterscheidet zwischen:

- Streuung des Zusammenhangs zwischen Druck- und Zugfestigkeit, ausgedrückt durch die Streuung der c -Werte

Mit der Betonzusammensetzung verändert sich die Abhängigkeit $\beta_w \beta_z$, insbesondere bei unterschiedlichen Sieblinien. Weiterhin gehen hier Streuungen in der Prüfung beider Festigkeiten ein sowie Unterschiede in der Probennahme, - herstellung und Lagerung. Schließlich streuen die c -Werte auch, weil der durch Gl. (3.4) beschriebene Zusammenhang nicht nachweisbar exakt so ist, sondern empirisch bestimmt wurde. Hier wird

also die Abweichung der Wirklichkeit vom Ergebnis der Regressionsanalyse als Streuung ausgedrückt.

- Mischungsstreuung

Sie berücksichtigt die an Begleitproben festgestellten Druckfestigkeitsunterschiede von nach einem Rezept auf einer oder mehreren Baustellen hergestellten Betonen. Die Mischungsstreuung umfaßt Einflüsse aus Ungenauigkeiten bei der Zugabe der Betonkomponenten sowie aus Unterschieden beim Mischen, Fördern und Verdichten des Betons. Bei der Auswertung von Druckversuchen werden Mischungs- und Prüfstreuung stets gemeinsam erfaßt.

Eine Auswertung der Proben von rd. 500 Baustellen hat ergeben, daß die Druckfestigkeitswerte in guter Näherung normalverteilt sind /87/. Wie in /85/ dargelegt, erhält man die Streuung der Betonzugfestigkeit, ausgedrückt durch den Variationskoeffizienten

$$V_z = \frac{\sigma_z}{\bar{\sigma}_z} \quad (3.5)$$

zu

$$V_z = V_c \sqrt{1 + \left(\frac{2}{3} \frac{V_w}{V_c} \right)^2} \quad (3.6)$$

Hierin bezeichnet V_w den Variationskoeffizienten der Würfeldruckfestigkeit. Vernachlässigt man die in ihm enthaltene Prüfstreuung ($V_p \approx 4\%$), so verbleibt die Mischungsstreuung, und es gilt:

$$\max V_m \approx \max V_w$$

Die Variationskoeffizienten V_m bzw. V_w können bis zu 28% betragen (siehe Bild 3.2). Mit zunehmender Betongüte geht die Mischungsstreuung stark zurück, weil höhere Betongüten in aller Regel mit erhöhter Sorgfalt bei Herstellung und Verarbeitung verbunden sind. Daher beträgt die mittlere Standardabweichung der Druckfestigkeit für übliche Betone einheitlich 5 N/mm² /87/.

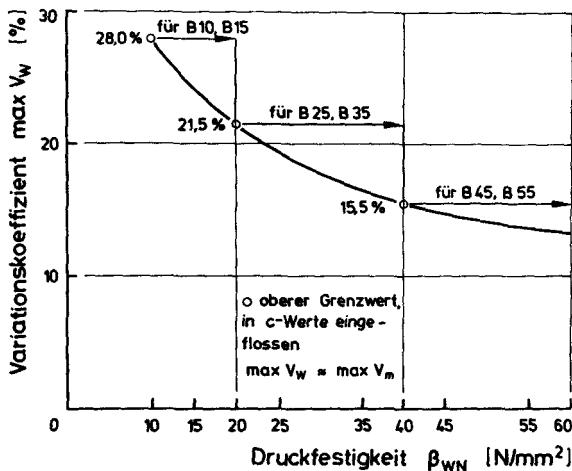


Bild 3.2: Größte Variationskoeffizienten V_w der Würfeldruckfestigkeit β_w in Abhängigkeit von der Betongüte /85/

Der die Streuung der c -Werte beschreibende Variationskoeffizient V_c wird aus den Angaben von Heilmann /34/ nach der Beziehung

$$V_c = \frac{(c_{95\%} - c_{5\%})}{2 \cdot 1,64 \cdot \bar{c}} \quad (3.7)$$

abgeleitet.

In Tabelle 3.1 sind die nach Betonfestigkeitsklassen gestaffelten Variationskoeffizienten V_m und V_z sowie die daraus errechneten verbesserten Werte c' und c^* nach /85/ für die Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit zusammengestellt. Es gilt:

$$\beta_z = c' \beta_w^{2/3} \quad (3.8)$$

bei bekannter mittlerer Druckfestigkeit und

$$\beta_z = c^* \beta_{w5\%}^{2/3} = c^* \beta_w^{2/3} \quad (3.9)$$

wenn z.B. bei der Projektierung nur die angestrebte Betongüte bekannt ist.

β_{WN}	v_c	$\max \frac{v_w}{\approx v_m}$	v_z	$c_{5\%}^+$	\bar{c}^+	$c_{95\%}^+$	$c_{5\%}^*$	\bar{c}^*	$c_{95\%}^*$
10/15	0,187	0,280	0,265	0,137	0,2414	0,346	0,206	0,364	0,521
25/35	0,187	0,215	0,236	0,148	0,2414	0,335	0,198	0,323	0,447
45/55	0,187	0,155	0,214	0,157	0,2414	0,326	0,190	0,294	0,397

Tabelle 3.1: Variationskoeffizienten und c-Faktoren für die rechnerische Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit /85/

Insbesondere Gl. (3.9) ist für den praktischen Gebrauch geeignet, weil mit ihr eine rechnerische Abschätzung der Mittel-, 5%- und 95%-Fraktilenwerte der zentrischen Zugfestigkeit ohne Versuchsergebnisse möglich ist. Entsprechende Werte für die Spaltzugfestigkeit und die Biegezugfestigkeit sind /85/ zu entnehmen.

3.3.2 Zugfestigkeit im Bauwerk

Die an Proben gemäß DIN 1048 ermittelte Zugfestigkeit wird im Bauwerk i.allg. nicht erreicht. Hierfür gibt es mehrere Gründe:

- Die Verdichtung des Bauwerksbetons ist weniger effektiv als die von Laborproben
- Schwächung der Randbereiche durch Mikrorisse infolge von $\Delta S + \Delta T$ (bei dauernd feucht gelagerten Proben ist $\Delta S \approx 0$)
- Abfall der Festigkeit bei Langandauernder Beanspruchung

Für die Ergebnisse von zerstörenden Druckfestigkeitsprüfungen werden in DIN 1048 Teil 2 85% der in DIN 1045 festgelegten Werte gefordert. Eine vergleichbare Regel für die Zugfestigkeit existiert ebensowenig wie durch Versuche belegbare Angaben über die im Bauwerk vorhandene zentrische Zugfestigkeit. Dennoch sollen Anhaltswerte genannt werden.

Nach einem Ansatz von /56/, der auch in /34, 62/ aufgenommen wurde, fällt die Biegezugfestigkeit bei zunehmender Balkenhöhe bis auf 60% des für 10 cm hohe Balken gültigen Wertes ab. Dabei überlagern sich zwei Effekte. Einerseits kann wegen der vorhandenen Spannungsgradienten das Zugversagen erst bei größeren Balkenhöhen durch höher im Querschnitt gelegene Fehlstellen ausgelöst werden. Bei niedrigen Balken ist nur die untere Randlage maßgebend. Andererseits wächst allgemein mit dem zugbeanspruchten Querschnitt die Wahrscheinlichkeit, daß Schwachstellen angetroffen werden. Nur der letztgenannte Effekt gilt für die zentrische Zugfestigkeit gleichermaßen. Bewertet man beide Effekte gleich, so ergibt sich eine Reduktion der zentrischen Zugfestigkeit von der Laborprobe zum Bauwerk von rd. 20% aufgrund von möglichen Fehlstellen. Der Zusammenhang zwischen zentrischer Zugfestigkeit und Biegezugfestigkeit im Bauwerk ändert sich damit gegenüber Gl. (3.3) zu:

$$\beta_{Zmw} = 0,71 \beta_{BZmw} \quad (3.10)$$

Die Schwächung der Randbereiche v.a. durch Temperatureigenspannungsrisse kann anhand der in Abschnitt 4.3.4 hergeleiteten Nullinientiefe von Eigenspannungen recht genau angegeben werden. Minderungen des Bruttoquerschnitts um rd. 40% sind möglich.

Es ist bekannt, daß die Zugfestigkeit durch lang andauernde, v.a. dynamische Beanspruchung stark abgebaut wird. Die Restfestigkeit wird in /49/ pauschal mit 60% angegeben. Scherversuche von /31/ erbrachten nach $2 \cdot 10^6$ Lastwechseln eine Restfestigkeit von nur 54%. Andere durch Versuche abgesicherte Aussagen zur Größe der Restzugfestigkeit im Bauwerk nach Dauerbeanspruchung sind nicht bekannt.

Im Gegensatz zu den vorgenannten Abminderungen wirken sich praxisübliche Überfestigkeiten steigernd aus. Die bei Vorgabe der Betongüte in DIN 1045 geforderten Werte β_{WN} und β_{WS} werden auf der Baustelle meist deutlich überschritten. Der dadurch bedingte systematische Anstieg der Zugfestigkeit ist in den von Rüsch /85/ eingeführten Faktoren c^* enthalten und geht in Gl. (3.9) ein. In Bild 3.3 wurde die zentrische Zugfestigkeit nach den Gln. (3.8) und (3.9) dargestellt. Dabei wurde nach DIN 1045 gesetzt:

$$\bar{\beta}_w = \beta_{ws} = \beta_{WN} + 5 \text{ N/mm}^2$$

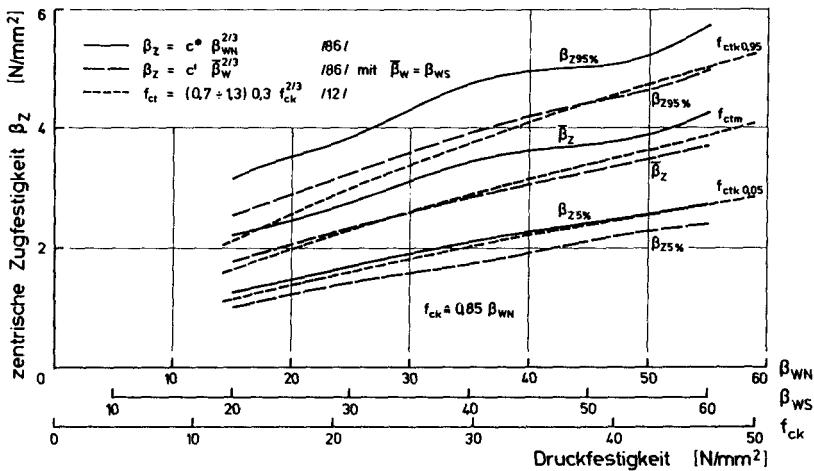


Bild 3.3: Ansätze für den Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit und zentrischer Zugfestigkeit

Die nach Gl. (3.9) ermittelte zentrische Zugfestigkeit fällt deutlich höher aus als die mit dem Mindestwert der Serienfestigkeit errechnete, weil die praxisübliche Überschreitung der Druckfestigkeit berücksichtigt wurde.

Auch die Ergebnisse der mit dem CEB/FIP-Ansatz /12/ ermittelten Zugfestigkeiten wurden in Bild 3.3 eingetragen. Die zentrische Zugfestigkeit wird dabei ebenfalls aus dem Nennwert der (Zylinder)-Druckfestigkeit mit grob festgelegten Vorfaktoren errechnet. Ein Vergleich des Mittelwertes und der 95%-Fraktile mit den entsprechenden Werten von Rüsch zeigt, daß Überfestigkeiten im CEB/FIP-Ansatz unberücksichtigt blieben. Lediglich der Verlauf der 5%-Fraktilen-Werte zeigt hinreichende Übereinstimmung.

Setzt man die Gl. (3.8) und (3.9) gleich, so läßt sich im Rückgriff der Zusammenhang zwischen Nenndruckfestigkeit und mittlerer Druckfestigkeit im Bauwerk und damit die Betonüberfestigkeit bestimmen. Bild 3.4 enthält das Ergebnis der Auswertung, das für alle vier von Rüsch untersuchte

Arten der Zugfestigkeit gleich ist. Die im Bauwerk zu erwartende mittlere Druckfestigkeit lässt sich in guter Näherung wie folgt angeben:

$$\bar{\beta}_w \approx 3,0 \beta_{WN}^{0,8} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (3.11)$$

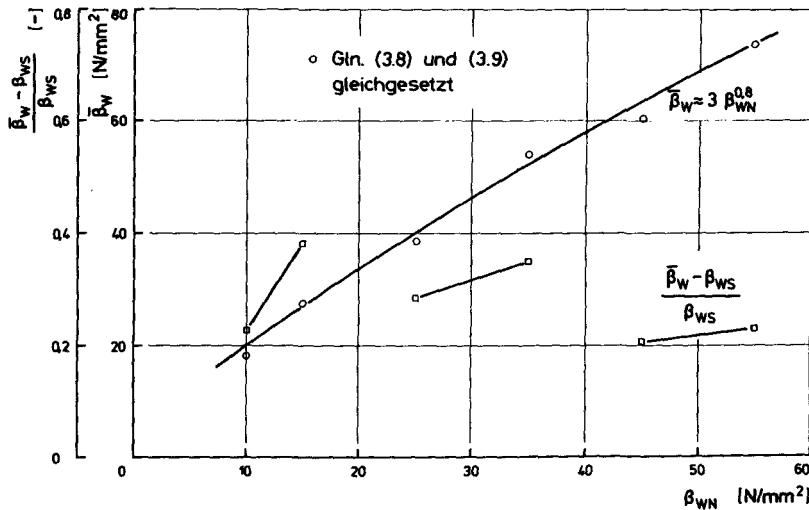


Bild 3.4: Vergleich zwischen Nenndruckfestigkeit und Mittelwert der Druckfestigkeit

Die Differenz $\bar{\beta}_w - \beta_{WN}$ beträgt i.M. 16 N/mm^2 . Der ebenfalls in Bild 3.4 angegebene Quotient

$$\frac{\bar{\beta}_w - \beta_{WN}}{\beta_{WN}}$$

beschreibt das baustellenübliche Überschreitungsmaß, das mit zunehmender Betongüte leicht abnimmt.

In Tabelle 3.2 sind die die Zugfestigkeit im Bauwerk gegenüber Laborwerten mindernden und steigernden Einflüsse und ihnen entsprechende Faktoren zusammengestellt.

Einfluß	Einflußfaktor		Bemerkungen
	mindernd	steigernd	
Fehlstellen infolge ungleichmäßiger Verdichtung	0,8	-	bei Betonen, die unter üblichen Baustellenbedingungen eingebracht und verdichtet werden (keine Versuchskörper) anzusetzen
Schwächung der Randbereiche durch Eigenspannungseinrisse	0,56 ÷ 1,0	-	gemäß Abschnitt 4.3.4 bzw. 5.6.2 zu ermitteln
Dauerbeanspruchung statisch oder dynamisch	0,6 ÷ 0,8	-	nach Standzeit abzuschätzen, bei dynamischer Beanspruchung stärkere Abminderung
Oberfestigkeiten	-	1,2 ÷ 1,38	Einfluß im Faktor c^* (Gl. 3.9) bereits enthalten

Tabelle 3.2: Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit von Laborproben und jener im Bauwerk

Soll Zwang infolge Hydratationswärmeabfluß untersucht werden, so wird man im Höchstfall von der mittleren Zugfestigkeit ausgehen, weil es schwer vorstellbar ist, daß sich erste Risse in einem größeren, unter einheitlichem Zwang stehenden Bauteil an Querschnittsstellen mit dem 95%-Fraktilenwert der Zugfestigkeit bilden sollen. Abschnitt 3.8 enthält einen Vorschlag zur Ermittlung der wirksamen Betonzugfestigkeit mit Hilfe eines statistischen Strukturmodells, das die geometrischen Randbedingungen berücksichtigt. Durch Kombination der Einflußfaktoren von Tabelle 3.2 erhält man die maßgebende Zugfestigkeit für den jungen Beton im Bauwerk zu:

$$\bar{\beta}_{zw}(t) \approx (0,45 \div 0,8) \cdot c^* \cdot (k_t \cdot \beta_{WN})^{2/3} \quad (3.12)$$

Für Überschlagsrechnungen kann gesetzt werden:

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_{zw}(t=4\text{ d}) &\approx (0,45 \div 0,8) \cdot 0,32 \cdot 0,6^{2/3} \cdot \beta_{WN}^{2/3} \\ &\approx (0,1 \div 0,2) \cdot \beta_{WN}^{2/3} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Auch die Werte für den reifen Beton ($t > 28$ d) fallen dann nicht signifikant größer aus, wenn die Belastung ständig wirkt oder pulsiert. In diesem Falle wird nämlich in Gl. (3.12) der anwachsende k_t -Wert durch den abnehmenden Einflußfaktor für Dauerbeanspruchung kompensiert:

$$\bar{\beta}_{zw}(t > 28d) \approx (0,3 \div 0,6) \cdot 0,32 \cdot \beta_{WN}^{2/3}$$
$$\approx (0,1 \div 0,2) \cdot \beta_{WN}^{2/3} \quad (3.14)$$

Dies bedeutet, daß die Zugfestigkeit im Bauwerk altersunabhängig ist. Jaccoud /36/ konnte diesen Sachverhalt anhand des Vergleichs von versiegelten Laborproben und 4,3 m langen Zugkörpern mit $A_b = 1280 \text{ cm}^2$ nachweisen. Die an letzteren im Alter bis 400 Tage bestimmten Zugfestigkeitswerte beim ersten Riß wachsen mit der Zeit nicht nennenswert an. Sie entsprechen etwa der Beziehung:

$$\beta_{zw} = 0,2 \cdot \beta_{WN}^{2/3}$$

Dabei ist zu bedenken, daß auch die Versuchskörper mit großer Sorgfalt im Labor hergestellt wurden. Die von Jaccoud gemessenen Zugfestigkeitswerte können daher als an der oberen Grenze der in praktischen Bauwerken zu erwartenden Werte liegend angenommen werden.

3.4 Kriechen und Relaxation

3.4.1 Allgemeines

Beton hat ein viskoelastisches Verformungsverhalten. Bei Belastung werden neben den elastischen stets auch zeit- und lastabhängige Verformungen beobachtet, die als "Kriechen" bezeichnet werden. Hält man dagegen die Verformung konstant, so wird die zu Anfang einwirkende Spannung durch Relaxation abgebaut.

Kriechen und Relaxation beruhen auf den gleichen physikalischen Mechanismen in der Betonstruktur. Deshalb und weil das Relaxationsproblem wenig experimentell erforscht wurde, werden in der Praxis Relaxationsprobleme meist mit Kriechansätzen behandelt. Dieser Weg wird auch hier beschritten.

Die behinderte Temperaturdehnung infolge Abfluß der Hydratationswärme führt auf ein Relaxationsproblem mit instationärer Zugbeanspruchung im frühen Alter. Bild 3.5 zeigt qualitativ den Anstieg der Zwangsspannung $\sigma_0(t)$ ab dem Zeitpunkt t_0 . Im Zuge des Temperaturausgleichs wächst $\sigma_0(t)$ nach E-Theorie gegen einen Endwert σ_{0e} an. Der tatsächliche Spannungsver-

lauf $\sigma_w(t)$, bei dem die Relaxation berücksichtigt wird, liegt deutlich unterhalb der elastizitätstheoretischen Kurve. Auch nach dem Temperaturausgleich werden die Zwangsspannungen durch Relaxation weiter abgebaut.

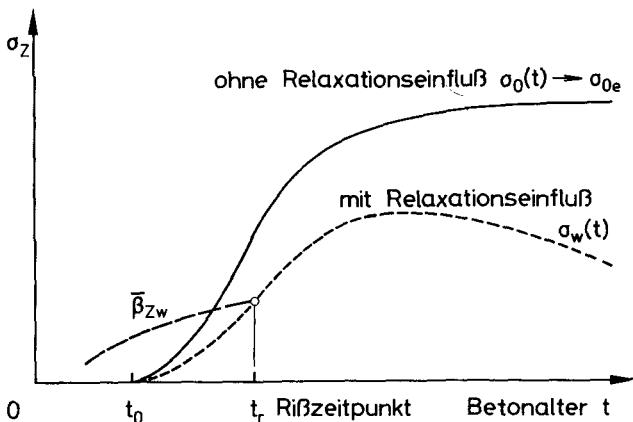


Bild 3.5: Entwicklung der Zwangsspannung beim Abfluß der Hydratationswärme

Für die Zwangsrissbildung interessiert nur der ansteigende Ast der $\sigma_w(t)$ -Kurve. Um abzuschätzen, ob und wann sich Risse bilden werden, muß er der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Betonzugfestigkeitsentwicklung gegenübergestellt werden.

3.4.2 Zugkriechen des jungen Betons

Das Kriechen des Betons beruht im wesentlichen auf der Wechselwirkung des Wassers mit dem Zementsteingefüge und wird von der Feuchtebewegung infolge Trocknung oder Befeuchtung beeinflußt. Man unterscheidet zwischen Grundkriechen und Trocknungskriechen. Das Grundkriechen umfaßt die Verformungen im hygrischen Gleichgewicht, während bei gleichzeitiger Trocknung beide Anteile überlagert auftreten /86, 59/. Unmittelbar nach dem Entschalen ist der Feuchtegehalt des Betons hoch. Wegen der hohen mittleren Luftfeuchtigkeit und der damit verbundenen langsamen Trocknung dicker Bauteile wird die Ausgangsfeuchte des Betons während des Zeitraumes des Temperaturausgleichs kaum abgemindert. Dieser Zeitraum beträgt, je nach Bauteildicke, zwischen 2 und rd. 28 Tagen.

Allgemein steigt das Kriechen an

- bei Zunahme des w/z-Wertes und damit der Porosität
- bei zunehmender Betonfeuchte
- bei zunehmender Differenz von Körper- und Luftfeuchte
- bei erhöhter Temperatur
- bei frühzeitiger Belastung
- bei Zunahme der Spannungen
- bei abnehmender wirksamer Körperfdicke.

Am umfangreichsten ist das Druckkriechen des Betons untersucht worden. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse sind in unterschiedliche Kriechansätze eingeflossen, von denen der Summenansatz der in Europa gebräuchlichste ist. Nach ihm wird das Kriechen als die Summe des Fließens und der verzögert elastischen Verformung dargestellt:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\epsilon_{K(t, t_0)}}{\epsilon_{el}} = \psi_f(t) - \psi_f(t_0) + \psi_v(t - t_0) \quad (3.15)$$

Der Summenansatz wurde in DIN 4227 /20/ und in die CEB/FIP-Mustervorschrift /12/ aufgenommen. Seine Herleitung ist /86/ zu entnehmen. Ausführliche Erläuterungen zu den Kriechtheorien und rheologische Modelle finden sich z.B. in /59/ und /1/. Nachfolgend wird geprüft, ob der Summenansatz mit den in /86/ angegebenen Koeffizienten auch zur Beschreibung des Zugkriechens von jungem Beton geeignet ist.

Es existieren nur wenige Untersuchungen zum Zugkriechen des Betons /79, 58/. Ein darauf abgestimmtes Kriechgesetz ist nicht bekannt. Rostásy und Alda /79/ haben Kriechversuche unter Druck- und Zugbeanspruchung an zylindrischen Versuchskörpern ($d = 200 \text{ mm}$, $l = 1,4 \text{ m}$) durchgeführt. Sie verwendeten stets den gleichen Beton mit 310 kg Zement PZ 45 F ($w/z = 0,56$) und belasteten die Körper im Alter von 2, 7 und 28 Tagen. Die Belastung betrug rd. $0,27 \bar{\beta}_W$ bzw. $0,5 \bar{\beta}_Z$, sie wurde 42 Tage konstant gehalten. Die Versuchskörper waren durch eine dichte Kunststoffhaut vor dem Austrocknen während des Versuchs geschützt; ihr Kriechverhalten kann daher auf massive Bauteile übertragen werden.

Im Bild 3.6 ist das Ergebnis eines Druckkriechversuchs ($t_0=2d$) aufgetragen. Des weiteren enthält es die Annäherung durch einen logarithmischen Ansatz und die Kriechfunktion nach dem Summenansatz von /86/. Letzterer lautet:

$$\varphi(t, t_0) = 0,4 \ k_v (t - t_0) + \varphi_{f0} (k_{ft} - k_{ft0}) \quad (3.16)$$

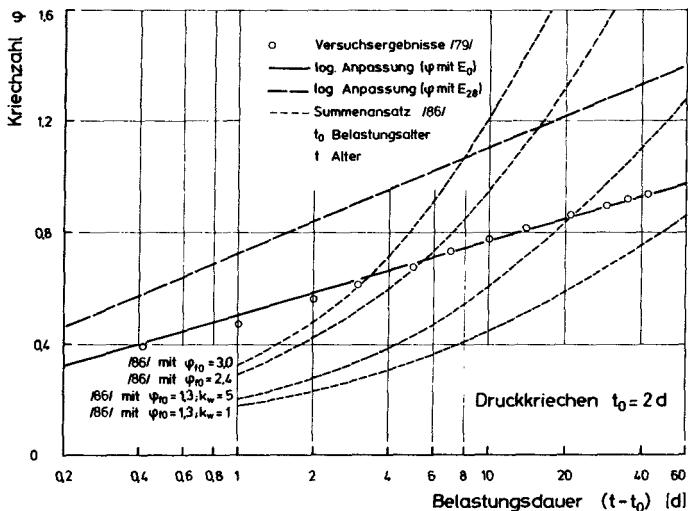


Bild 3.6: Vergleich der Ergebnisse von Druckkriechversuchen mit Rechenansätzen

Scharparameter sind die Grundfließzahl φ_{f0} und der Beiwert k_w für die wirksame Dicke, der in die k_f -Funktion des Fließens eingeht. Es zeigt sich, daß der Summenansatz Gl. (3.16), unabhängig von der relativen Luftfeuchte, das Druckkriechen des jungen Betons nicht beschreiben kann. Dies gilt auch dann, wenn, wie in Gl. (3.16) vorausgesetzt, die Kriechzahl φ aus dem Kriechmaß $\alpha_K = \varphi/E$ mit dem E-Modul im Alter von 28 Tagen berechnet wurde. Die gestrichelte Gerade in Bild 3.6 zeigt die entsprechende Auswertung. Die Kriechkurven der übrigen Zug- und Druckkriechversuche von /79/ verlaufen zu jener des Bildes 3.6 affin, weshalb Gl. (3.16) als zu ihrer Beschreibung ungeeignet verworfen wird. Vielmehr wird aus den Versuchsergebnissen ein eigener empirischer Ansatz abgeleitet.

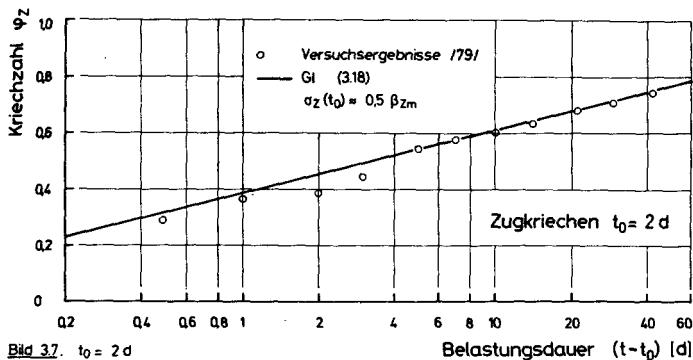


Bild 3.7: $t_0 = 2$ d

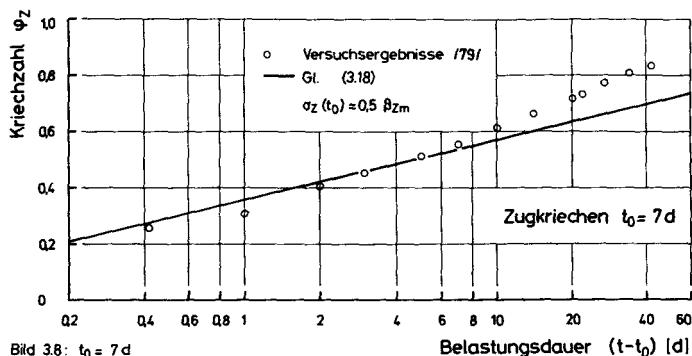


Bild 3.8: $t_0 = 7$ d

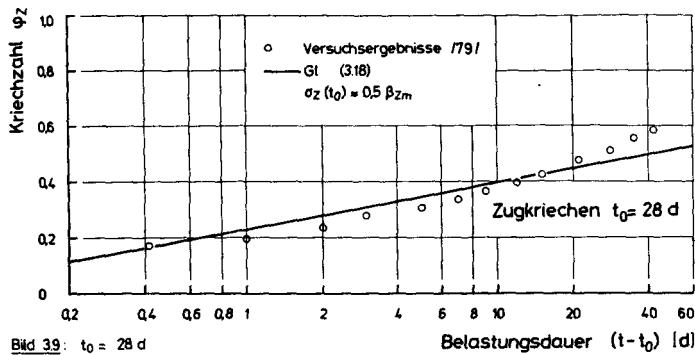


Bild 3.9: $t_0 = 28$ d

Vergleich der Ergebnisse von Zugkriechversuchen mit Rechenansatz

In den Bildern 3.7 bis 3.9 ist auf der logarithmischen Abszisse die Belastungsdauer $t-t_0$ aufgetragen. Die Versuchsergebnisse liegen in guter Näherung auf einer Geraden und folgen der Funktion:

$$\varphi(t, t_0) = a(t_0) + b(t_0) \cdot \ln(t - t_0) \quad (3.17)$$

Die Bilder 3.7 bis 3.9 zeigen die Zugkriechverläufe für unterschiedliche Belastungsalter t_0 im Versuch und nach Gl. (3.17). Die Koeffizienten a und b in Gl. (3.17) wurden durch Vergleich (Bild 3.10) als mit t_0 linear abnehmend festgelegt. Damit erhält man folgenden Ansatz für die Zugkriechzahl des jungen Betons:

$$\varphi_Z(t, t_0) = 0.4 - 0.006 t_0 + (0.1 - 0.001 t_0) \cdot \ln(t - t_0) \quad (3.18)$$

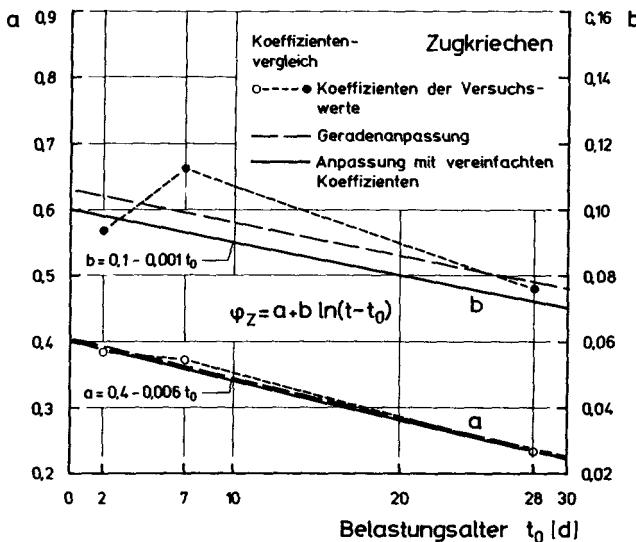


Bild 3.10: Koeffizientenvergleich Zugkriechen von jungem Beton

Hierin sind t und t_0 in Tagen einzusetzen. Der Gültigkeitsbereich von Gl. (3.18) wird mit

$$\left. \begin{array}{l} 2d \leq t_0 \leq 28d \text{ und} \\ 2d < t \leq 70d \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

abgegrenzt. Die Kriechzahl φ_z ist auf den E-Modul bei Belastungsbeginn bezogen:

$$\varphi_z(t, t_0) = \frac{\varepsilon_k(t, t_0)}{\varepsilon_{el}(t_0)} = \frac{\varepsilon_k(t, t_0)}{\sigma(t_0)} E_z(t_0) \quad (3.20)$$

Die Auswertung der Druckkriechversuche von /79/ führt auf ein mittleres Verhältnis

$$\frac{\varphi_z}{\varphi_D} \approx 0,81,$$

das mit t leicht ansteigt.

3.4.3 Zugrelaxation des jungen Betons

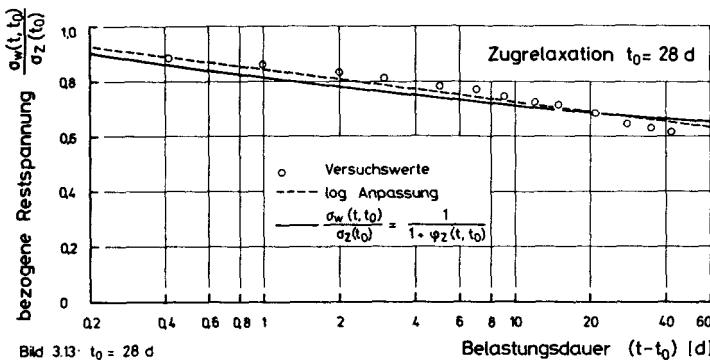
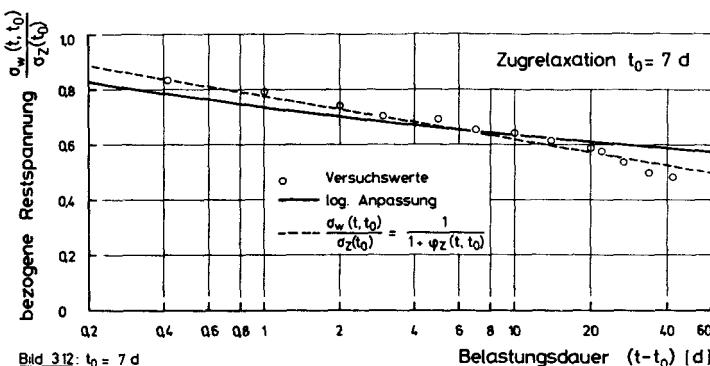
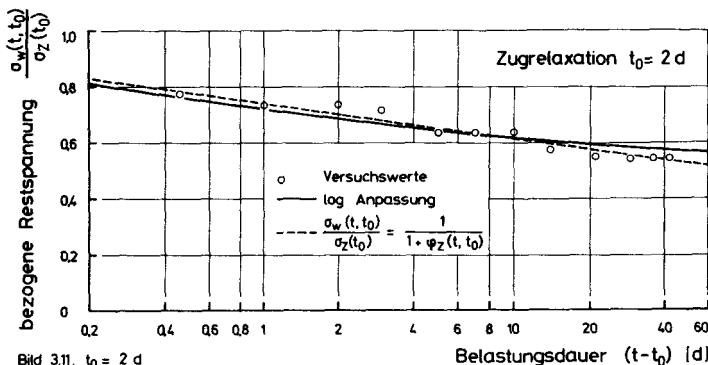
Der Kriechansatz Gl. (3.18) wird nun in einen Relaxationsansatz überführt, der mit den Ergebnissen von ebenfalls in /79/ berichteten Zugrelaxationsversuchen verifiziert werden soll. Dabei erweist sich der Ansatz von Trost /108/

$$\frac{\sigma_w(t, t_0)}{\sigma_z(t_0)} = 1 - \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \rho \varphi(t, t_0)} \quad (3.21)$$

als für jungen Beton geeignet, wenn man den Relaxationskennwert ρ zu 1 setzt. Der Kennwert ρ berücksichtigt den Einfluß der Alterung auf das Kriechen während der Belastungsdauer bei zeitveränderlicher Spannung. Auch während der Relaxation altert der Beton. Vernachlässigt man aber diesen Effekt, dies geschieht bei $\rho = 1$, so wird die Restspannung geringfügig überschätzt. Der Fehler ist umso kleiner, je kürzer die Belastungsdauer $t - t_0$ ist. Trotz der ausgeprägten Alterung des jungen Betons bewegt sich der Kennwert ρ dann gegen 1. Vergleichsrechnungen für einen im Alter von 2 Tagen belasteten Beton ergaben nach 7 Tagen unter Last einen Wert $\rho \approx 0,95$. Damit ist die Näherung $\rho = 1$ für das vorliegende Problem besser geeignet als der von Trost /108/ vorgeschlagene Mittelwert $\rho = 0,8$, der im Hinblick auf den Endwert der Relaxation festgelegt wurde.

Mit Gl. (3.18) geht Gl. (3.21) über in

$$\frac{\sigma_w(t, t_0)}{\sigma_z(t_0)} = \frac{1}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (3.22)$$



Vergleich der Ergebnisse von Zugrelaxationsversuchen mit Rechenansatz

Die Bilder 3.11 bis 3.13 zeigen die Auswertung von Gl. (3.22) für drei Belastungsalter im Vergleich mit den Ergebnissen der Zugrelaxationsversuche von /79/. Die leicht gekrümmten Kurven nach Gl. (3.22) stimmen gut mit den ebenfalls eingetragenen logarithmischen Anpassungen überein. Damit ist ein Zugrelaxationsansatz gefunden, der in den durch Gl. (3.19) festgelegten Grenzen gültig ist. Mit ihm können die Relaxationsfunktionen für beliebige Belastungsalter erstellt werden, siehe Bild 3.14.

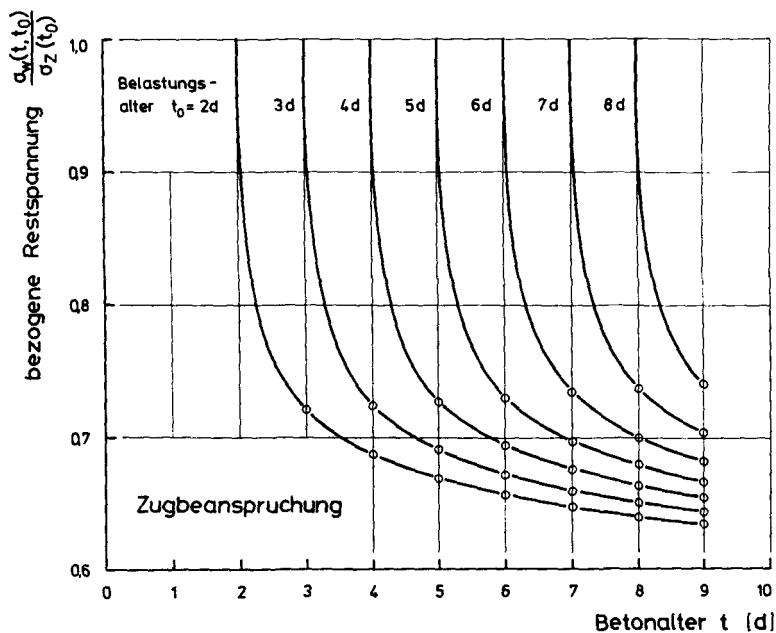


Bild 3.14: Spektrum der Relaxationsfunktion für Zugbeanspruchung bei unterschiedlichem Belastungsalter

Sie enden bei einem Betonalter von 9 Tagen, weil dann der Temperaturaustausch meist so weit fortgeschritten ist, daß der σ_w -Verlauf sein Maximum überschritten hat. Vergleicht man die Punkte mit gleicher Belastungsdauer, aber unterschiedlichem Belastungsalter, so stellt man einen leichten Zuwachs von $\sigma_w(t, t_0)/\sigma_z(t_0)$ mit der Zeit fest. Hierdurch wird ein zweiter Alterungseffekt ausgedrückt, der bei einem allmählichen Spannungsaufbau zu berücksichtigen ist. Im Gegensatz zu dem zuvor erwähnten Effekt, der den Spannungsrückgang bei der Relaxation begleitet, führt er

zu höheren Restspannungen. Bild 3.15 zeigt dies schematisch für drei unterschiedliche Spannungsgeschichten. Trost beschrieb beide Alterungseinflüsse in /107/.

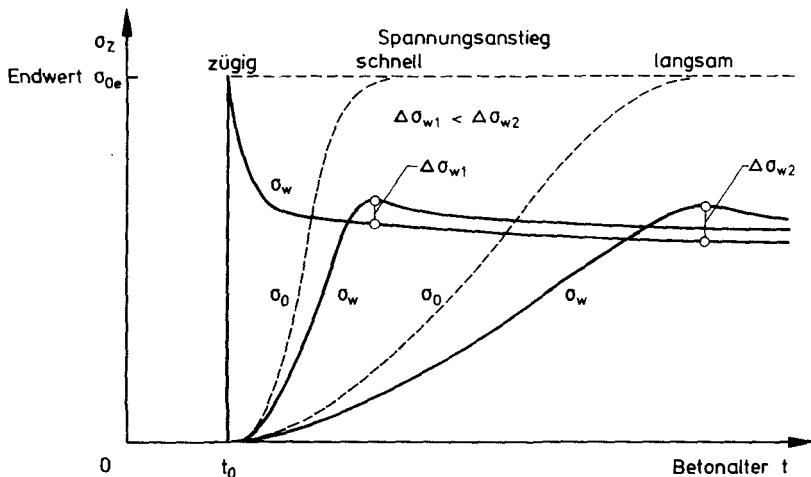


Bild 3.15: Abhängigkeit der Restspannung $\sigma_w(t)$ von der Geschwindigkeit des Spannungsanstiegs (schematisch)

Weil auch der letztgenannte Alterungseffekt nur schwach ausgeprägt ist, kann auch er bei überschlägigen Berechnungen vernachlässigt werden. Für solche Zwecke werden die Relaxationsbeiwerte der Tabelle 3.3 empfohlen, die auf der für $t_0 = 3$ Tage gültigen Kurve des Bildes 3.14 basieren. Sie können für Belastungsalter $2d \leq t_0 \leq 8d$ und Betonalter $t \leq 9d$ verwendet werden.

Belastungs- dauer $(t-t_0)$ [d]	Bezogene Restspannung $\frac{\sigma_w(t)}{\sigma_o(t_0)}$	Bezogener Spannungs- verlust $\frac{\sigma_o(t_0)-\sigma_w(t)}{\sigma_o(t_0)}$	$\sigma_o(t_0)$: Spannung nach E-Theorie, Bezug: $E_Z(t_0)$
			$\sigma_w(t)$: Restspannung nach Relaxation
1	0,72	0,28	
2	0,69	0,31	
3	0,67	0,33	
4	0,66	0,34	
5	0,65	0,35	
6	0,64	0,36	
7	0,63	0,37	

Tabelle 3.3: Überschlägige Relaxationsbeiwerte für jungen Beton unter Zugbelastung

Die Einflüsse eines geänderten wirksamen Betonalters (siehe Gl. (3.2)) oder einer geänderten Zementsorte können aus den Versuchen /79/ nicht abgeleitet werden. Deshalb wird auf den durch Gl. (3.16) beschriebenen Summenansatz zurückgegriffen. In ihm ist der verzögert elastische Verformungsanteil allein von der Belastungsdauer (ohne Berücksichtigung des Reifegrades) abhängig. Der Beiwert k_f für den Fließanteil wächst dagegen mit der Zeit und mit steigender Zementgüte an.

Im Bild 3.16 ist die k_f -Funktion des Fließanteils über einer logarithmischen Zeitachse aufgetragen worden und hat dort im Bereich $t < (10 - 30)$ Tage einen annähernd linearen Verlauf. Anhand der eingezeichneten Beispiele läßt sich erkennen, daß weder die Zementsorte noch der Reife-grad die Differenz $k_{ft} - k_{ft0}$ verändern. Dies gilt auch für alle anderen Werte von d_w . Damit ist Gl. (3.18) maßgebend für Zugkriechvorgänge, die mit dem Abfluß der Hydratationswärme im Zusammenhang stehen, ungeachtet aller sonstigen Parameter.

$$t \leq 9d$$

$$2d \leq t_0 \leq 8d$$

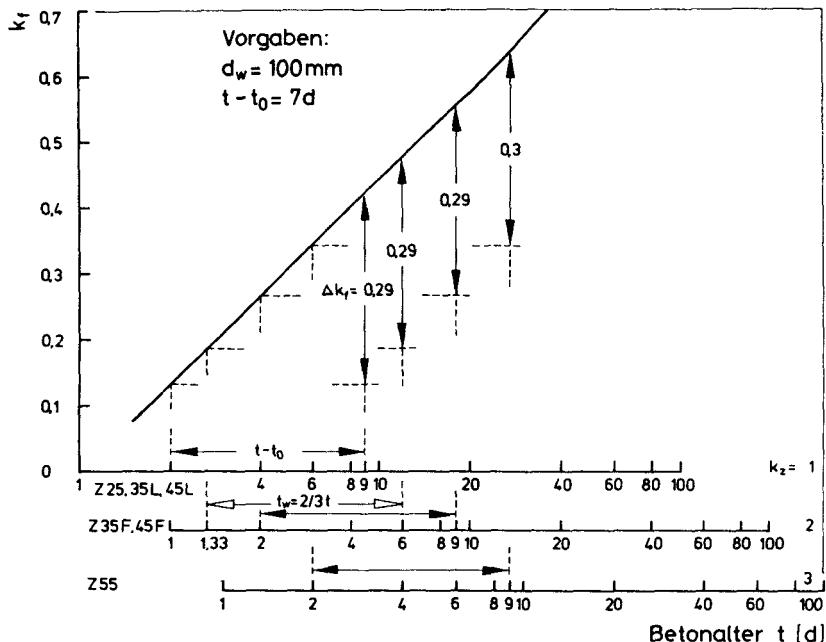


Bild 3.16: Einfluß von Zement und Reifegrad auf den Beiwert k_f der Fließverformung /86/

Im Falle spät einsetzenden Zwangs, der auf reifen Beton trifft, muß auf den Kriechansatz Gl. (3.16) zurückgegriffen werden.

3.5 Elastische Verformungen des Betons bei Druck- und Zugbeanspruchung

3.5.1 Bestimmung des Druck-E-Moduls

Streng genommen ist die Elastizitätstheorie auf Beton nicht anwendbar, weil dessen $\sigma - \epsilon$ -Linie nichtlinear verläuft. Gleichwohl darf man für Druckspannungen unter $\beta_D/3$ das Hooke'sche Gesetz anwenden, das durch den Druckelastizitätsmodul beschrieben wird. Regeln zur experimentellen Bestimmung des Druck-E-Moduls enthält DIN 1048, Teil 1. Sie beziehen sich auf den Sekantenmodul des 11. Belastungssastes bis $\beta_D/3$.

Der E-Modul hängt u.a. von der Betonzusammensetzung, vom Erhärtungsgrad und von der Betonfeuchte ab /9/. Er nimmt mit dem Alter, der Festigkeit des Zementsteins, dem E-Modul der Zuschläge, der Belastungsgeschwindigkeit und mit dem Feuchtegehalt zu und mit der Temperatur ab /77/. Wegen der Schwankungsbreite des Druck-E-Moduls um bis zu $\pm 50\%$ bei Variation der Zuschläge /71/ ist für genaue Berechnungen seine experimentelle Bestimmung unerlässlich.

In DIN 1045 /19/ sind Richtwerte des E-Moduls für die verschiedenen Betonfestigkeitsklassen angegeben, die auf der Auswertung von Versuchen beruhen. Sie gelten für ein wirksames Betonalter von 28 Tagen. Mit dem empirischen Ansatz von /86/

$$E_b = 190 \cdot k_b \cdot \rho_b \cdot (\bar{\beta}_w \cdot 10^4)^{1/3} \quad (3.23)$$

erhält man Ergebnisse, die mit den Angaben in DIN 1045 gut übereinstimmen, wenn für $\bar{\beta}_w$ die Serienfestigkeit eingesetzt wird. Durch die Faktoren k_b und ρ_b wird in /86/ der Einfluß einiger ausgewählter Zuschläge berücksichtigt. In Ermangelung umfassender Angaben kann man vereinfacht setzen:

$$E_b \approx 9600 \bar{\beta}_w^{1/3} \quad (3.24)$$

Die Berücksichtigung baustellenüblicher Überfestigkeiten nach Gl. (3.11) führt mit Gl. (3.24) auf E-Moduln, die um rd. 5% über den in DIN 1045 angegebenen liegen. Bild 3.17 zeigt die Ergebnisse der geschilderten empirischen Ansätze und jene des CEB/FIP-Ansatzes /12/:

$$E_{cm} = 9500 (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (3.25)$$

Einige Versuchsergebnisse, dargestellt in Abhängigkeit von der mittleren Würfeldruckfestigkeit, wurden ebenfalls in Bild 3.17 eingetragen. Sie machen deutlich, daß die vorgestellten Ansätze nur einen groben Anhalt darstellen und daß sie den Druck-E-Modul in vielen Fällen überschätzen.

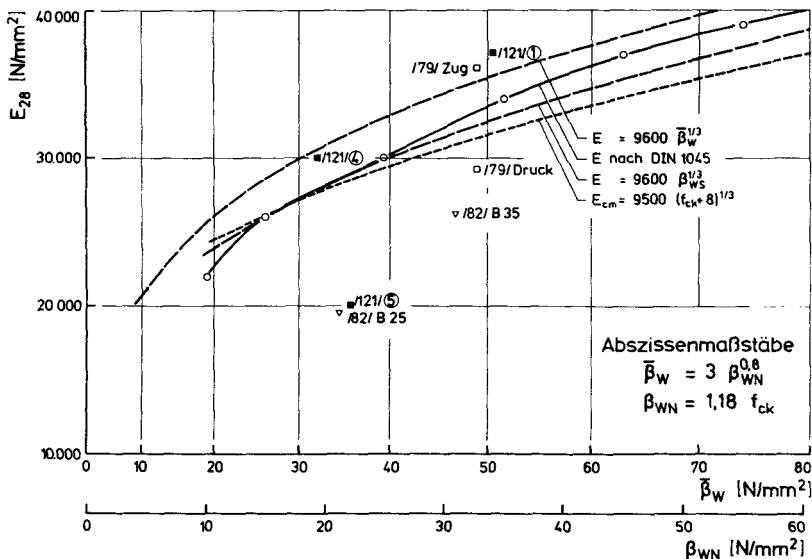


Bild 3.17: Vergleich von gemessenen und berechneten E-Moduln

3.5.2 Der E-Modul bei zentrischer Zugbeanspruchung

Die E-Moduln für Zug- und Druckbelastung sind nicht gleich. Während bei Druckbelastung ab Beanspruchungsbeginn eine progressiv zunehmende Krümmung der Spannungs-Dehnungslinie festzustellen ist, erhält man bei Zugbelastung einen über den gesamten Beanspruchungsbereich nahezu linearen Verlauf. Damit ist es in den meisten Fällen ausreichend, den Zug-E-Modul aus der Steigung der Tangente im Ursprung abzuleiten, weil sich der so erhaltene Wert vom Sekantenmodul kaum unterscheidet. In /77/ wird vorgeschlagen, den Zug-E-Modul gleich dem Ursprungsmodul für Druckbelastung anzunehmen, womit dieser, wie auch in der Praxis beobachtet, stets etwas größer als der Druck-E-Modul ausfällt.

Rechenansätze für den Zug-E-Modul sind nicht bekannt. Auch die wenigen vorhandenen Versuchsergebnisse sind wegen fehlender Angaben zur Versuchsdurchführung in den Regelwerken kaum miteinander vergleichbar. Meist werden die Zugkräfte über angeklebte Kopfplatten in Prismen oder Zylinder eingeleitet. In /79/ wird über Versuche an langen Zylindern $d = 200 \text{ mm}$

berichtet, in denen die Steigung der Sekante zwischen $\sigma_u = 0$ und $\sigma_0 = 0,5 \cdot \beta_z$ bei der ersten Belastung bestimmt wurde. Entsprechende Druckproben wurden unter sonst gleichen Bedingungen bis $\sigma_0 = 0,27 \cdot \beta_w$ belastet. Die Ergebnisse sind in Bild 3.17 wiedergegeben. Das Verhältnis der E-Moduln beträgt $E_{Z28}/E_{D28} = 1,15$.

Angesichts der großen Streuungen des E-Moduls ist es vertretbar, die in DIN 1045 angegebenen oder nach Gl. (3.24) berechneten E-Moduln dann für Druck- und Zugbeanspruchung gleichermaßen anzusetzen, wenn keine Versuchsergebnisse vorliegen. Sind nur Spannungs-Dehnungslinien unter Druckbelastung bestimmt worden, so kann der hieraus abgeleitete Ursprungsmodul als Zug-E-Modul interpretiert werden. Wenn jedoch nur der Zahlenwert des Druck-E-Moduls (Sekantenmodul) bekannt ist, kann man den Zug-E-Modul über die Beziehung

$$E_{Z28} \approx 1,15 E_{D28} \quad (3.26)$$

abschätzen.

3.5.3 Zeitliche Entwicklung des Ursprungsmoduls

Die vorstehenden Bemerkungen gelten für Beton mit einem wirksamen Alter von 28 Tagen. Für den jungen Beton ist ein geringerer, altersabhängiger E-Modul anzusetzen. In /86/ wird ein Faktor k_e des Elastizitätsmoduls für Druckbeanspruchung in Abhängigkeit von der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit angegeben:

$$k_e = k_t^{1/3} = \frac{E_p(t, t_0)}{E_p(28)} \quad (3.27)$$

Empirische Formeln zur Beschreibung von k_e und k_t sind in /110/ angegeben, grafische Darstellungen enthält /86/.

In Bild 3.18 sind die Ergebnisse der Versuche /79/ zur E-Modul-Bestimmung, jetzt für unterschiedliche Betonalter, dargestellt. Die Kurven zeigen die Abminderung der E-Moduln E_{D28} und E_{Z28} nach Gl. (3.27). Man erkennt, daß insbesondere die zeitliche Entwicklung des Zug-E-Moduls durch den Faktor k_e zutreffend beschrieben wird. Demgegenüber werden die

Versuchsergebnisse von Weigler/Karl /111/ leicht unterschätzt, wenn man den im Alter von 14 Tagen bestimmten Wert als Basis ansetzt.

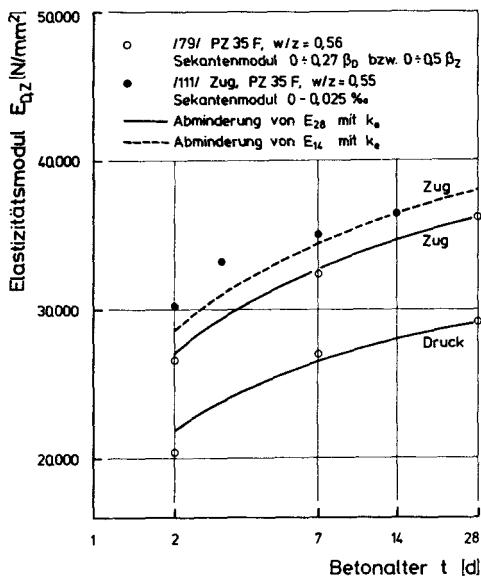


Bild 3.18: Zeitliche Entwicklung des E-Moduls

3.6 Zugbruchmechanismus

3.6.1 Vollständige Spannungs-Dehnungs linie

Der Mechanismus des Zugbruchs von Beton ist in den vergangenen Jahren sehr intensiv studiert worden /73, 89/. Bild 3.19 zeigt schematisch die sogenannte vollständige σ - ϵ - Linie bei zentrischem Zug, die in dieser Form und mit dem fallenden postkritischen Ast nur im dehnungskontrollierten Versuch $\dot{\epsilon} = \text{const.}$ gewonnen werden kann (beim kraftkontrollierten Versuch mit $\dot{\sigma} = \text{const.}$ kann das Maximum $\sigma = \beta_{Zw}$ nicht überfahren werden). Aus versuchstechnischen Gründen werden solche Versuche stets an beidseitig gekerbten Versuchskörpern durchgeführt. Die folgenden Aussagen sind hiervon unberührt.

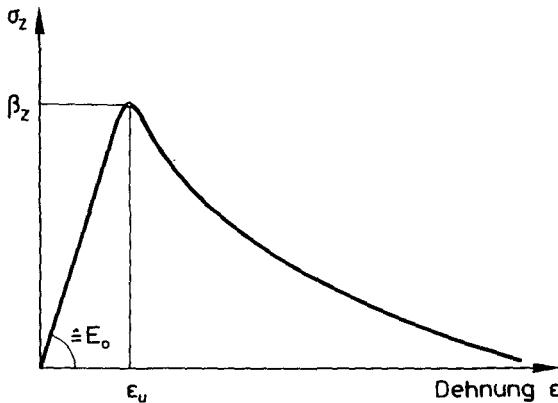


Bild 3.19: Vollständige σ - ϵ -Linie des Betons bei Zugbelastung

Das stabile Rißwachstum beginnt, ausgehend von z.B. Gefügeschwindrissen ab $1/3$ bis $1/2 \beta_{zw}$, es wird ab rd. $0,7$ bis $0,8 \beta_{zw}$ deutlich merkbar durch das Abkrümmen von der Hooke'schen Geraden. Ein makroskopischer Trennriß wird erst nach dem Überfahren von β_{zw} wahrnehmbar, bei einer Dehnung von rd. $0,15$ bis $0,2\%$... Die Werkstofftrennung, also der reale Zugbruch, findet erst nach großen Dehnwegen (genauer: Verformungen in der Rißprozesszone, strain softening) statt. Der postkritische Zugwiderstand wird durch Zugverzahnung und Scherverbund der Zuschlagkörner mit der Zementsteinmatrix erzeugt, die phänomenologische Erklärungen der Vorgänge Rißverzweigung und-arretierung sowie Dissipation von elastischer Energie durch Rißoberflächenbildung darstellen. Wichtig ist die Feststellung, daß der Zugbruch nicht linearelastisch-spröder, sondern linearelastisch-plastischentfestigender Natur ist. Damit wird die Normalspannungshypothese des Zugversagens von Beton durch eine elastoplastische Bruchhypothese abgelöst.

Die vollständige Spannungs-Dehnungslinie des gezogenen Betons ist in der letzten Zeit für das Studium des Zugversagens unbewehrter Bereiche benutzt worden /37, 89/. Am Anfang stand die Suche nach der Erklärung, warum die Biegezugfestigkeit größer ausfällt als die zentrische Zugfestigkeit. Heute werden komplexere Fragestellungen behandelt.

Zur Diskretisierung gezogener Betonbereiche darf aber die σ - ϵ -Linie nicht als kontinuumsmechanische Stoffeigenschaft eines beliebig großen oder kleinen Volumenelements aufgefaßt werden. Weil der fallende Ast von der Betonstruktur (Sieblinie, Zuschlaganteil, maximale Korngröße u.a.m) abhängt, stellt er eine Struktureigenschaft dar.

3.6.2 Strukturelement und Stoffgesetz

Wenn man also die σ - ϵ -Linie zu einem Stoffgesetz modelliert, so muß dies im Zusammenhang mit einer Struktureinheit geschehen, die auch die kleinste Diskretisierungseinheit darstellt. Iványi /35/ prägte den Begriff der repräsentativen Volumeneinheit (RVE) für ein kubisches Strukturelement, dessen Kantenlänge in Abhängigkeit vom mittleren oder Größtkorndurchmesser festgelegt wird. Von König/Jahn /44/ wird die Würfelkantenlänge der RVE mit

$$d_E \approx 2,3 \cdot \max D_K \quad (3.28)$$

angegeben. Das mechanische Verhalten der RVE muß nun durch ein Stoffgesetz beschrieben werden. Hierzu existieren zahlreiche Vorschläge, Bild 3.20 zeigt zwei von ihnen /73, 89/.

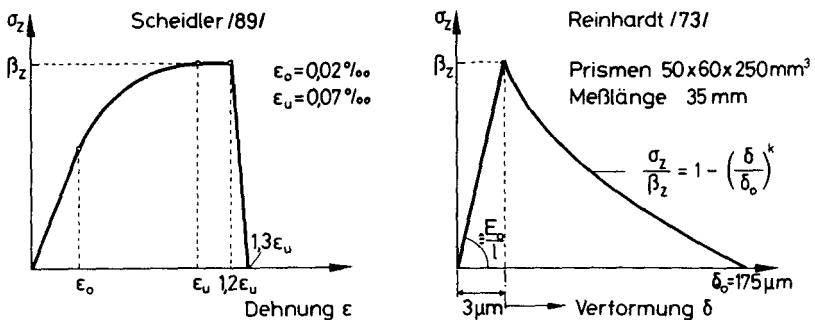


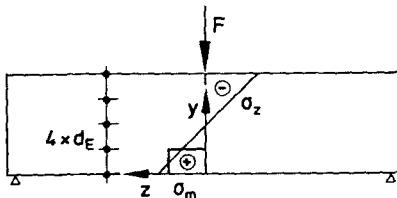
Bild 3.20: Stoffgesetze für Strukturelemente bei Zugbelastung

3.6.3 Auswirkung einer Zugspannungsgradienten

Die Zugbruchkraft eines mittig gezogenen unbewehrten Betonstabs ist vom abfallenden Ast der σ - ϵ -Linie unabhängig. Der maßgebende Werkstoffwert im konstanten und homogenen Spannungsfeld ist die Zugfestigkeit. Die Gesamtverformung setzt sich aus den Verformungen der Rißprozesszone und jenen der elastischen Restbereiche zusammen.

Die Vorstellung eines aus Strukturelementen zusammengesetzten Betonquerschnitts gewinnt dann eine Bedeutung, wenn eine Spannungsgradienten, etwa bei Biegebeanspruchung oder bei Eigenspannungen, vorhanden ist. Diese durchwandert die RVE, wobei deren Volumen allmählich von einer Seite zur anderen durchplastiziert. Dabei geraten immer mehr Volumenanteile der RVE vom elastischen auf den abfallenden Ast der σ - ϵ -Linie, bis ein labiler Spannungszustand zum Versagen der RVE führt.

Vereinfachend kann auf den Einbezug des abfallenden Astes der σ - ϵ -Linie in die Überlegungen verzichtet werden, wenn als Grenzkriterium für die RVE das Überschreiten der Zugfestigkeit durch die über die Abmessungen der RVE gemittelten Zugspannungen (siehe Bild 3.21) definiert wird. Anstelle der theoretischen Randspannung wird dann die mittlere Spannung über die (untere) RVE der Zugfestigkeit gegenübergestellt. Risse können nur dann auftreten, wenn die Ausdehnung des Zugspannungskeils etwa gleich der Kantenlänge d_E oder größer ist. Die Rißlänge ist theoretisch stets ein ganzzahliges Vielfaches von d_E .



$$\text{Bedingung für Einrisse: } \sigma_m = \frac{1}{d_E} \int_{y=0}^{d_E} \sigma_z \, dy \geq \beta_{zw}$$

Bild 3.21: Kleiner Biegebalken aus repräsentativen Volumeneinheiten (RVE)

3.7 Entwicklung der Zugbruchdehnung

Die Bruchdehnung des jungen Betons ist eine zeitveränderliche Größe, denn die Entwicklung der Zugfestigkeit und des Zug-E-Moduls vollzieht sich nicht synchron. Beim Übergang von Frischbeton (grüne Phase) zum Festbeton im Alter von 6 bis 12 Stunden tritt ein Minimum der Bruchdehnung auf. Bild 3.22 zeigt den qualitativen Verlauf der Zugbruchdehnung nach Wierig /114/. Das Bruchdehnungsminimum liegt bei Druckbelastung später, 1 bis 3 Tage nach dem Betonieren. Danach wächst die Bruchdehnung langsam an. Zwangbeanspruchungen aus dem Abfluß der Abbindewärme treffen auf diesen ansteigenden Ast der Kurve. Das Minimum der Bruchdehnung stellt demnach kein Kriterium für Zugversagen dar.

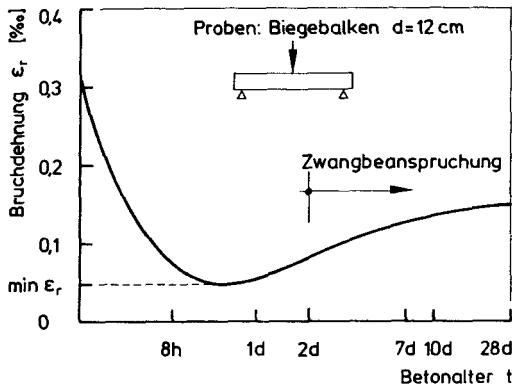


Bild 3.22: Zeitliche Entwicklung der Zugbruchdehnung von jungem Beton /114/

Zugversuche von Weigler/Karl /111/ an Proben aus B 35 mit konischen Köpfen erbrachten Bruchdehnungen zwischen 0,08 und 0,1% für Beton, der zwischen 2 und 14 Tagen alt war. Ergebnisse in gleicher Größenordnung hat Wierig /112, 113/ in Form von Bruchbiegepfeilen biegebeanspruchter Betonplatten aufgezeichnet. Die Betonbruchdehnung im Bauwerk wird stets kleiner ausfallen als solche an Laborproben oder auf indirektem Wege bestimmten Werte. Die Gründe hierfür sind die gleichen wie in Abschnitt 3.3.2 anhand der Zugfestigkeit erläutert. Aus den Verläufen der wirksamen Betonzugfestigkeit und des Zug-E-Moduls lassen sich praxisgerechte Betonbruchdehnungen über die Beziehung

$$\epsilon_r(t) = \frac{\beta_{zw}(t)}{E_z(t)} \quad (3.29)$$

ableiten. Bild 3.23 enthält das mit Gl. (3.29) ermittelte Ergebnis für einen "guten" Beton B 35 mit $\beta_{w28} = 49 \text{ N/mm}^2$ und $E_{z28} = 36000 \text{ N/mm}^2$. Die wirksame Zugfestigkeit wurde mit $\beta_{zw}(t = 28d) = 2,0 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt. Damit erhält man Betonbruchdehnungen im Bauwerk unter $0,05\%$ bis zu einem Betonalter von rd. 7 Tagen. Bei Betonen niedriger Festigkeitsklassen oder bei Verwendung von L-Zementen kann dieser Wert unter $0,03\%$ absinken.

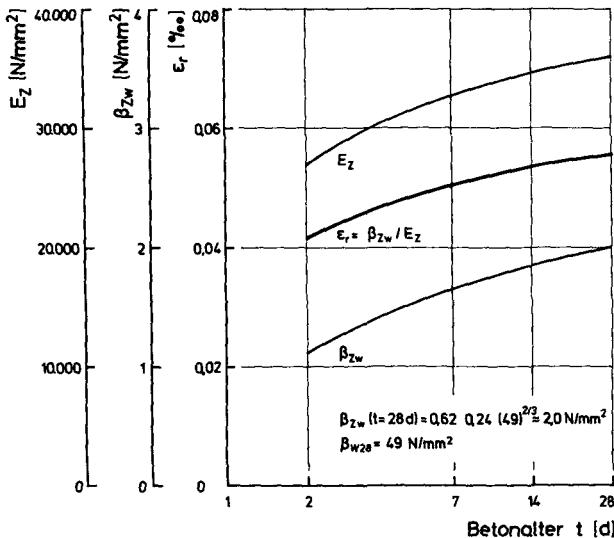


Bild 3.23: Beispiel für die Entwicklung der Betonzugbruchdehnung bei Kurzzeitbelastung

Die vorstehenden Überlegungen gelten für Beton, der im Kurzzeitversuch zügig bis zum Bruch belastet wird. Durch Kriechvorgänge, die gleichzeitig mit der Spannungsrelaxation ablaufen, werden bei langsamer Belastung die Bruchdehnungen erheblich größer als im Kurzzeitversuch ausfallen. Bild 3.24 zeigt den Zuwachs an Zugbruchdehnung in prinzipieller Darstellung für verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten.

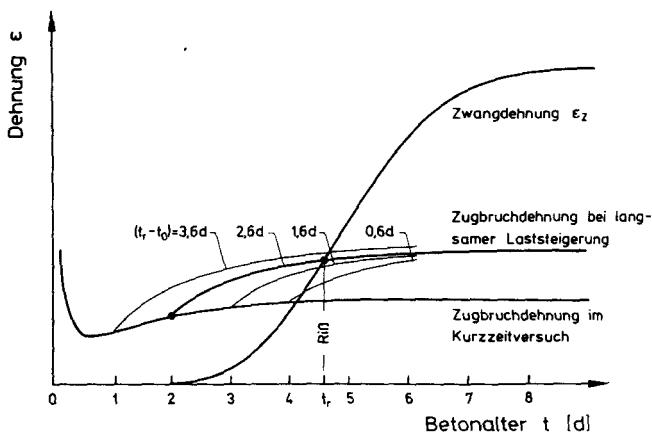


Bild 3.24: Prinzipieller Verlauf der Zugbruchdehnung bei unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten

Aussagen über das Maß der Zugbruchdehnung bei langsamer Belastungsgeschwindigkeit lassen sich nur aus Versuchen ableiten. Leider sind Versuche mit dieser Zielrichtung an jungem Beton bislang nicht durchgeführt worden. Lediglich die in /40/ berichteten Ergebnisse zeigen die beschriebene Tendenz auf (Bild 3.25). Sie wurden aus Zugversuchen an sehr jungen Betonen ($t \leq 24$ h) abgeleitet, indem die Zeitspanne vom Belastungsbeginn bis zum Bruch variiert wurde. Zwar betrug der Höchstwert dieser Zeitspanne nur 90 Minuten, die Zunahme der Zugbruchdehnung in diesem Bereich erreichte für den 24 Stunden alten Beton aber immerhin 25%. Aus den Kurven des Bildes 3.25 kann man schließen, daß die Zunahme der Zugbruchdehnung bei Betonen im Alter von 2-7 Tagen für die dargestellten Belastungsgeschwindigkeiten weniger ausgeprägt sein wird (Kurven werden flacher). Längere Belastungszeiten von z.B. 5 Tagen steigern jedoch die Zugbruchdehnung, wenn man die Kurven in Form einer e-Funktion extrapoliert.

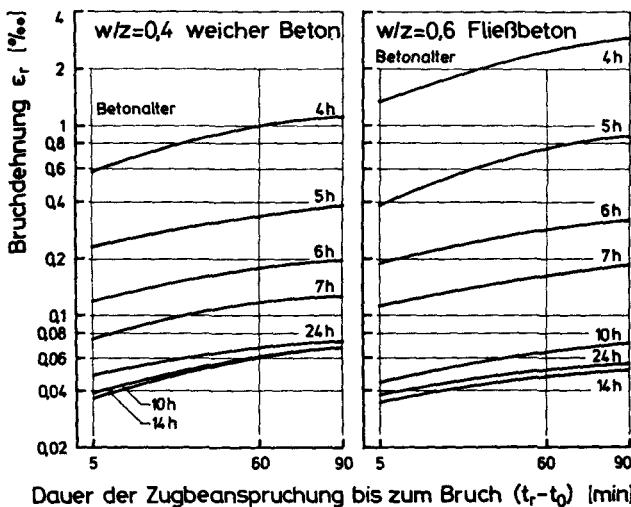


Bild 3.25: Zugbruchdehnung junger Betone bei verzögertem Spannungsaufbau /40/

In Ermangelung von durch Versuche abgesicherten Angaben über den Zuwachs der Zugbruchdehnung wird angenommen, daß dieser etwa affin zum Zugkriechen erfolgt. Mit Gl. (3.22) erhält man die Zugbruchdehnung bei verzögertem Spannungsaufbau zu

$$\epsilon_{rv}(t, t_0) \approx \epsilon_r(t) \frac{\sigma_z(t_0)}{\sigma_w(t, t_0)} = \epsilon_r [1 + \varphi_z(t, t_0)] \quad (3.30)$$

Wendet man diese Gleichung auf die in Bild 3.25 dargestellten Beispiele an, so erhält man einen Bruchdehnungszuwachs von nur 12% nach 90 Minuten Belastungsdauer. Er ist deutlich kleiner als in /40/ angegeben. Damit ist es hinreichend, zur Beurteilung des Zugversagens von gezwängten Betonbauteilen die Spannung $\sigma_w(t)$ der wirksamen Zugfestigkeit $\beta_{Zw}(t)$ gegenüberzustellen.

3.8 Ein Ausfallkettenmodell für zentrischen Zug

Das nachfolgend skizzierte Modell ermöglicht es, Ort und Zeitpunkt eines makroskopischen Risses in einem zentrisch gezogenen Betonkörper mit beliebigen Abmessungen analytisch zu bestimmen. Der Körper bestehe aus

kubischen RVE, deren Anzahl n von der Geometrie und dem Größtkorn abhängt. Die RVE sind regelmäßig in Schichten angeordnet.

Die Betonzugfestigkeit innerhalb des Stabes wird nach /87/ als normalverteilt angenommen und Eckwerte zunächst vereinfacht wie folgt festgelegt: $\beta_{Zm} = 2,0 \text{ N/mm}^2$, $\beta_{Z5\%} = 1,0 \text{ N/mm}^2$, $\beta_{Z95\%} = 3,0 \text{ N/mm}^2$. Sodann werden n Werte β_{Zi} aus diesem Streuband bestimmt und über einen Zufallsgenerator (Pseudo-Zufallszahlen) den RVE im Zugstab zugewiesen. Bild 3.26 zeigt ein solches Modell und auch das angenommene Materialverhalten: Ideal-elastisch bis zum Erreichen von β_{Zi} , danach ideal-plastisch. Das Verhalten nach dem Auftreten des Gefügerisses in der RVE entspricht damit dem eines Fließgelenks. Hierdurch wird berücksichtigt, daß nach dem Versagen des Haftverbunds noch Zugkräfte über die Zementmatrix übertragen werden. Der ideal-plastische Verlauf stellt eine Näherung dar, die den Widerstand der betroffenen RVE überschätzt.

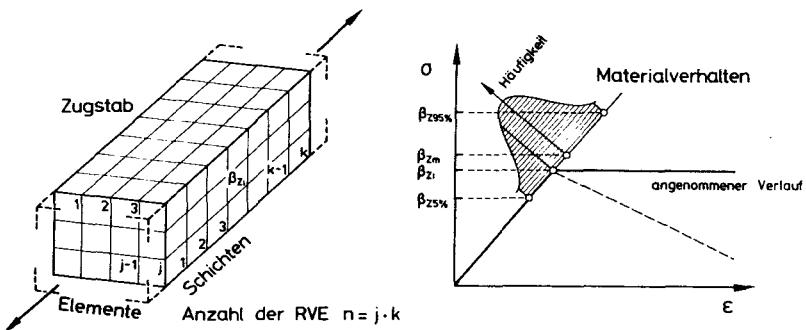


Bild 3.26: Modell eines Zugstabes

Nach dem durch das Erreichen von β_{Zi} charakterisierten "Ausfall" von RVE übernehmen die intakten Elemente der betroffenen Schicht mehr Lastanteile als Elemente ungeschädigter Schichten. Wegen der Zufälligkeit der β_{Zi} -Verteilung ist die Festigkeitsrangfolge nicht mit der Ausfallreihenfolge identisch. Wenn man voraussetzt, daß der E-Modul konstant ist und die Querschnitte (Schichten) eben bleiben, dann wird die Position einer RVE innerhalb der Schicht bedeutungslos. Die Dehnung der Elemente ist in jeder Schicht einheitlich, jedoch von Schicht zu Schicht verschieden. Der Bruch tritt ein, wenn alle Elemente einer Schicht ausgefallen sind. Ziel

der Untersuchung ist es, die dann, bezogen auf den ungeschwächten Bruttoquerschnitt, anliegende Spannung zu ermitteln und dem normalverteilten Zugfestigkeitsspektrum gegenüberzustellen.

Bild 3.27 zeigt die Ausfallkette eines einfachen Zugstabes aus nur 20 RVE in 5 Schichten, dargestellt anhand der Spannungen in jeder Schicht. Die Schrittweite wird durch die Ausfälle bestimmt. Die beim Riß im 9. Schritt anliegende Spannung beträgt rd. $1,7 \text{ N/mm}^2$. Sie entspricht der 32%-Fraktille der vorgegebenen Zugfestigkeitsverteilung. Die Zugfestigkeit derjenigen RVE, deren Ausfall letztlich den Riß einleitet (B4), liegt deutlich höher. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf des Zugstabes weicht im Zuge des Ausfalls von Elementen von der ideal-elastischen Linie ab.

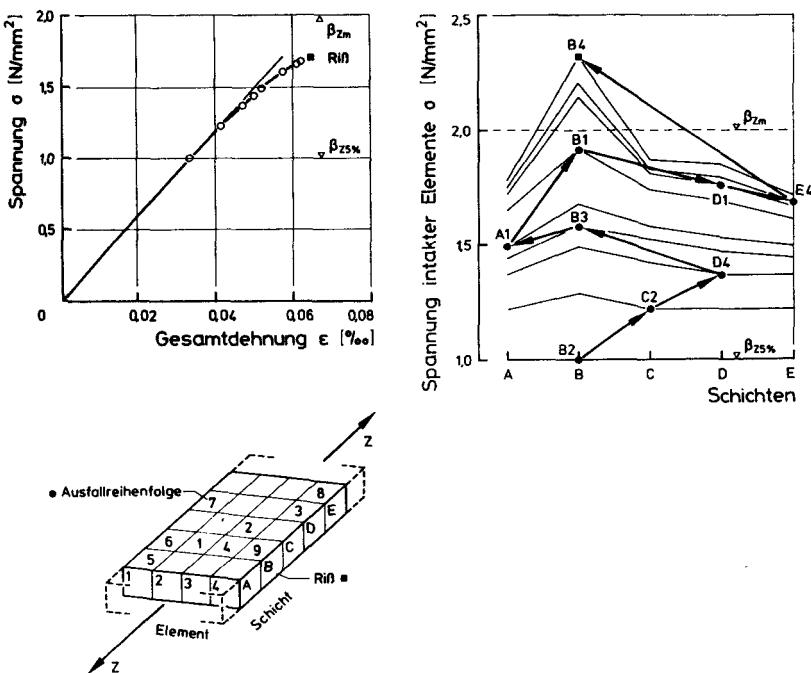


Bild 3.27: Ausfallkette eines Zugstabes aus 20 RVE

Um zu klären, welchen Einfluß die Geometrie eines Zugstabes auf jene Spannung hat, bei der der makroskopische Riß eintritt, wurde mit Hilfe einer Rechenanlage eine Simulation durchgeführt. Mit den o.a. Vorgaben wurden Ausfallketten für Zugstäbe aus je 3000 Elementen berechnet, wobei die Stabschlankheit $\lambda = k/\sqrt{j}$ variiert wurde. Für vorgegebene Werte λ wurden je 25 Durchläufe mit zufälliger Zuweisung der Einzelfestigkeiten durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Bild 3.28 aufgetragen. Das Streuband im oberen Teil des Bildes gibt den Einfluß der Zugfestigkeitsverteilung wieder. Im unteren Teil ist jener mittlere Fraktilenwert der Zugfestigkeit angegeben, der der beim Riß anliegenden Spannung entspricht. Dieser Wert nimmt mit wachsender Schlankheit ab. Steigt bei gleicher Schlankheit die Gesamtanzahl der RVE an, so nimmt auch der Fraktilenwert zu.

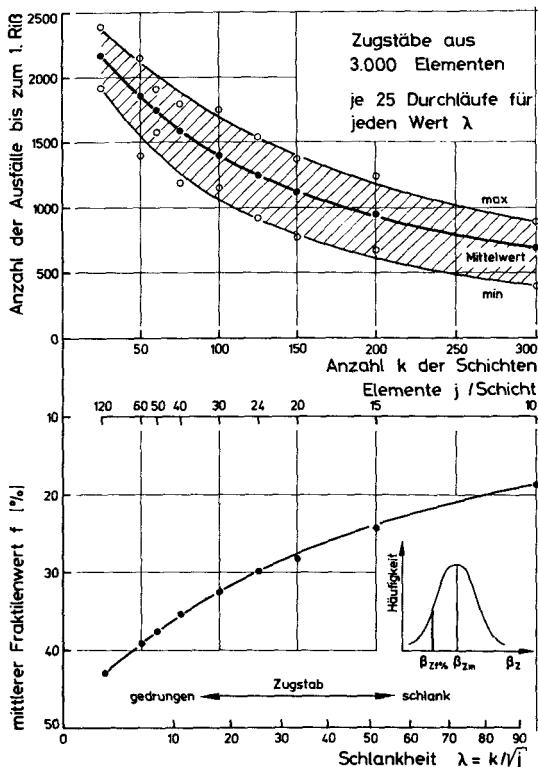


Bild 3.28: Ergebnis der Rechnersimulation von RVE-Ausfallketten

Bild 3.28 gilt allgemein bei normalverteilter Zugfestigkeit in Zugstäben, die aus 3000 RVE bestehen. Bei einem Beton mit $\max D_K = 16$ mm ist dies mit Gl. (3.28) z.B. ein Stab der Abmessungen $24 \times 24 \times 260$ cm³ mit $\lambda = 11$.

Eine Vertiefung des hier skizzierten statistischen Strukturmodells würde den Rahmen der Arbeit sprengen. Bei der praktischen Anwendung ist folgendes zu beachten:

- Die vorgegebene Zugfestigkeitsverteilung muß auf Proben mit den Abmessungen einer RVE bezogen sein.
- Es sollte ein Materialverhalten mit abfallendem Ast nach Erreichen von β_{Zi} vorgegeben werden.
- Zur Simulation von Fehlstellen, deren Ausdehnung die einer RVE überschreitet (Nester), sollte die Festigkeitsdifferenz benachbarter RVE zahlenmäßig begrenzt werden.

Das vorgestellte Ausfallkettenmodell dient der Ermittlung der wirksamen Betonzugfestigkeit in Zugstäben bei Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen. Dabei muß zumindest der Mittelwert der an Proben mit RVE-Abmessungen bestimmten Zugfestigkeit bekannt sein. Das Modell lässt sich auf Bauteile mit Spannungsgradienten übertragen, indem die am Zugrand gelegene RVE-Ebene als Zugstab idealisiert wird (vergl. Bild 3.27).

4. ZWANG- UND EIGENSPANNUNGEN

4.1 Allgemeines

Die in Abschnitt 2 beschriebenen Temperaturänderungen erzeugen Spannungen im Beton, wenn die eingeprägten Dehnungen behindert werden. Gleches gilt für behinderte Schwinddehnungen u.a.. Überlegungen zum Grad der Behinderung folgen im Abschnitt 6. Mit den Materialeigenschaften des Betons von Abschnitt 3 soll hier ein Weg zur Berechnung der Spannungen aufgezeigt werden, die einerseits beim Temperaturzwang und andererseits infolge einer nichtlinearen Temperaturverteilung über den Querschnitt entstehen. Diese Spannungen sind, ebenso wie die Betonzugfestigkeit, zeitabhängig. Es geht also auch darum, einen kritischen Zeitraum während des Abflusses der Hydratationswärme abzuschätzen, innerhalb dessen mit Rissen zu rechnen ist.

4.2 Zwangsspannungen infolge des Abflusses der Hydratationswärme

4.2.1 Zusammenhang zwischen Temperatur- und Spannungsgeschichte

Um Aufschluß über die zeitveränderlichen Spannungen, die sich im Zuge des Temperaturausgleichs einstellen, zu erhalten, ist es erforderlich, die Temperaturen und die Spannungen ab dem Betonieren zu verfolgen. Diesen Weg hat Springenschmid et al. /102, 100, 101, 99/ bei den sog. Reißrahmenversuchen eingeschlagen, um die Reißneigung unterschiedlicher Betonzusammensetzungen im jungen Alter zu klären.

Die prinzipielle Temperatur- und Spannungsentwicklung von Versuchskörpern, die am Ort der Prüfung betoniert und total verformungsbehindert gelagert wurden, zeigt Bild 4.1 (Reißrahmenversuch). Dabei wurde die Umgebungstemperatur T_1 nach zwei Zeitverläufen a und b geregelt. Nach einer anfänglichen Ruhephase steigt die Betontemperatur im Stadium II langsam an. Druckspannungen entwickeln sich erst im Stadium III, ab der ersten Nullspannungstemperatur $T_{0,1}$. Zuvor ist keine meßbare Festigkeit vorhanden. Am Übergang zum Stadium IV wird die Hydratationswärmeentwicklung vom Wärmeabfluß eingeholt und damit die maximale mittlere Betontemperatur $\max T_m$ erreicht. Zugspannungen entstehen ab der zweiten Nullspannungstemperatur $T_{0,2}$ (Stadium V). Diese liegt weit über $T_{0,1}$. Bei $T_{0,2}$

sind die Druckspannungen durch Temperaturrückgang und Relaxation vollständig abgebaut.

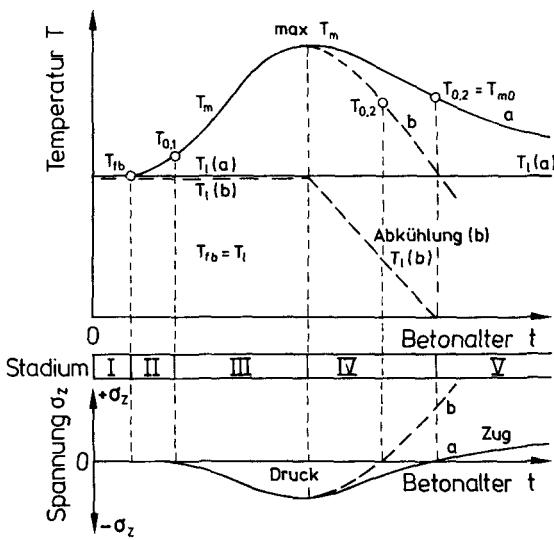


Bild 4.1: Temperatur- und Zwangspannungsverlauf unter definierten Abkühlungsbedingungen /99/

Nach /99/ nimmt die Reißneigung mit der 2. Nullspannungstemperatur $T_{0,2} = T_{m0}$ zu. Die Relaxation der Zugspannungen wird in Abschnitt 3.4.3 beschrieben.

In den Versuchen von Springenschmid wurden dünne Stäbe geprüft, die zur Simulation praktischer Bedingungen beliebig temperiert werden konnten. Um die Verhältnisse in massigen Bauteilen nachzubilden, wurden die Versuchskörper ab dem Entschalzeitpunkt definiert langsam abgekühlt. Wie aus Bild 4.2 hervorgeht, nimmt die Reißneigung mit der Bauteildicke zu, weil die zweite Nullspannungstemperatur anwächst. Andererseits wird durch den verlangsamten Temperaturausgleich die Zugrelaxation gegenüber dünnen Bauteilen begünstigt. Zur Verminderung der Reißneigung wird eine möglichst niedrige zweite Nullspannungstemperatur angestrebt. Dies ist durch eine Betonzusammensetzung mit niedriger Abbindewärme, durch eine niedrige Frischbetontemperatur und ggf. durch Kühlung zu erreichen.

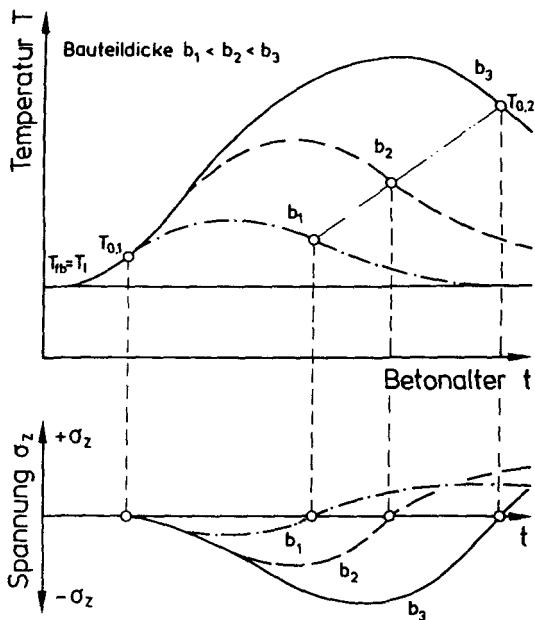


Bild 4.2: Einfluß der Bauteildicke auf den Temperatur- und Zwangspannungsverlauf /101/, schematisch

Die Größe der Druckrelaxation läßt sich bestimmen, wenn man die maximale Bauteiltemperatur $\max T_m$ konstant hält, siehe Bild 4.3 /101/. Die geringe Druckrelaxation von rd. $0,17 \sigma_1$ ist dadurch zu erklären, daß im vorliegenden Fall die Höchsttemperatur im Beton erst nach rd. 4 Tagen erreicht wird, während in der Praxis die Temperaturkurve schon nach der Hälfte dieser Zeit wieder abfällt, die Druckspannungen also den jüngeren Beton beanspruchen /101/. Das Maß der Zugrelaxation ist an der Abweichung der Spannungskurve vom linearen Verlauf abzulesen.

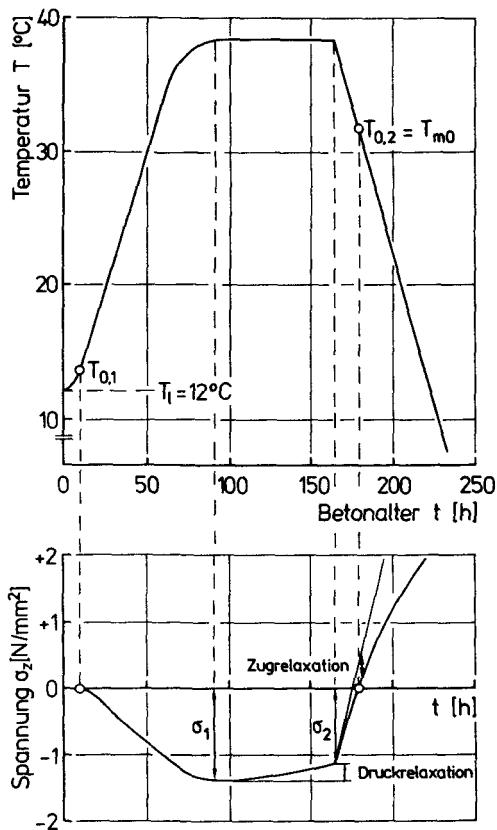


Bild 4.3: Druck- und Zugrelaxation im Reißrahmen /101/

Zur Absenkung der zweiten Nullspannungstemperatur T_{m0} und damit zur Minderung der Rißgefahr sind solche Betone günstig, die einerseits mit höheren aber nicht vollständig relaxierenden Druckspannungen und andererseits mit stark relaxierenden Zugspannungen verbunden sind. Neben dieser schwer zu erfüllenden Forderung soll sich der Beton möglichst langsam erwärmen und vor allem langsam wieder abkühlen. Zuschläge mit geringer Wärmedehnung sowie Luftporenbildner vermindern die Reißneigung erheblich /101/. Das gleiche gilt für Quellmittel, die ihre Wirkung erst jenseits des plastischen Zustands entfalten, in der Bundesrepublik jedoch gegenwärtig nicht zugelassen sind.

4.2.2 Berechnung der Zwangzugspannungen

Zur Berechnung der Zwangzugspannungen in abkühlenden Betonbauteilen ist die Kenntnis des Verlaufs der mittleren Bauteiltemperatur ab T_{m0} erforderlich. Mit der als konstant vorausgesetzten Temperaturdehnzahl α_T erhält man über $T_m(t) \leq T_{m0}$ den Verlauf der freien Dehnung $\epsilon_0(t)$. Sie wächst, wie in Bild 4.4b beispielhaft für eine 1 m dicke Wand dargestellt, innerhalb von rd. 7 Tagen auf einen Endwert an. Dann ist der Temperaturausgleich vollzogen. Der abfallende Ast der Temperaturkurve in Bild 4.4a entspricht etwa jener des Bildes 2.11 für $b = 1$ m. Welcher Anteil der frei angestrebte Dehnung infolge Zwang noch möglich ist, hängt vom Behinderungsgrad k ab (siehe Abschnitt 6):

$$\begin{aligned}\epsilon_z(t) &= -\epsilon_0(t) k = \Delta T_m(t) \alpha_T k \\ &= [T_{m0} - T_m(t)] \alpha_T k\end{aligned}\quad (4.1)$$

mit

$$(0 \leq k \leq 1)$$

Hierbei zählt t ab dem zu T_{m0} gehörenden Alter t_0 .

Zur Spannungsermittlung benötigt man die zeitliche Entwicklung des Zug-E-Moduls (siehe Abschnitt 3.5.3). Bild 4.4c zeigt den Verlauf von $E_z(t)$ bei Vorgabe von $E_{z28} = 35000 \text{ N/mm}^2$, Bild 4.4d den damit berechneten Zwangspannungsverlauf $\sigma_0(t)$, bei dem der Einfluß der Relaxation noch nicht berücksichtigt wurde:

$$\begin{aligned}\sigma_0(t) &= \epsilon_z(t) E_z(t) \\ &= [T_{m0} - T_m(t)] \alpha_T k E_{z28}\end{aligned}\quad (4.2)$$

Die beim jungen Beton sehr ausgeprägte Spannungsrelaxation reduziert $\sigma_0(t)$ auf die tatsächliche Zwangzugspannung $\sigma_w(t)$. Wie nachfolgend gezeigt werden wird, weist der Verlauf von $\sigma_w(t)$ ein Maximum auf, kurz bevor der Temperaturausgleich vollzogen ist. Er fällt danach langsam wieder ab (vgl. Bild 3.15).

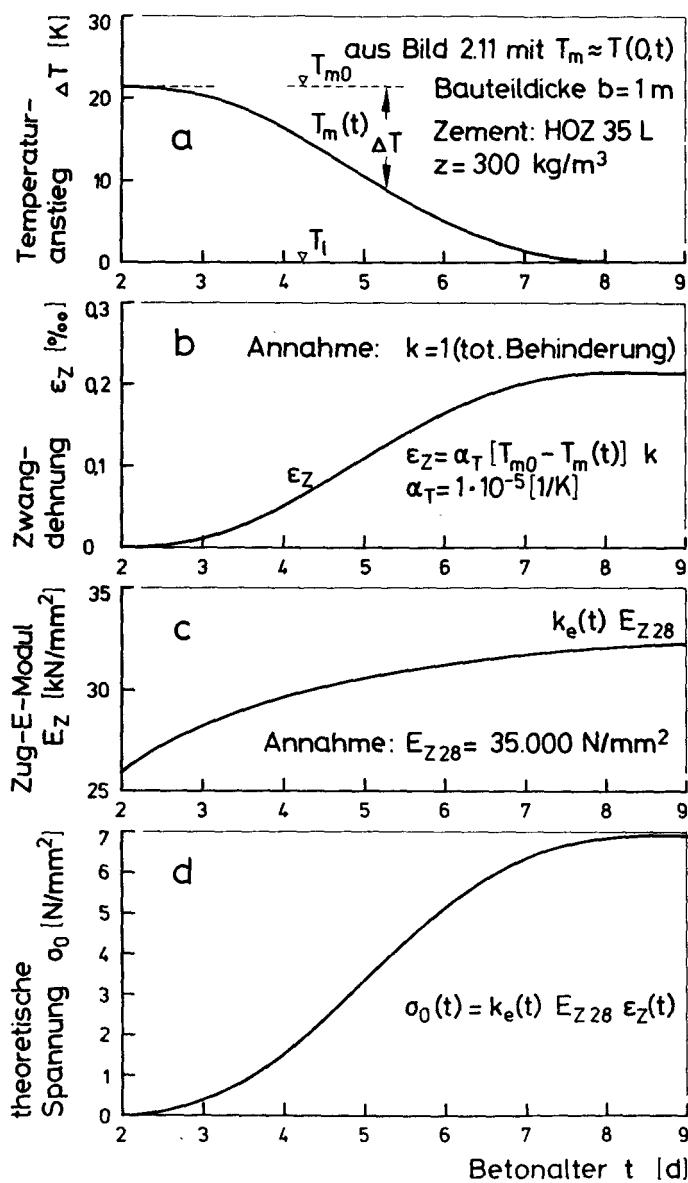


Bild 4.4: Ermittlung der theoretischen Zwangsspannung σ_0 ab dem Betonalter $t_0=2d$ (Alter beim Ausschalen) - Beispiel

Eine zeitveränderliche Zwangdehnung $\varepsilon_Z(t)$ nach Bild 4.4b führt nach Verknüpfung mit dem ebenfalls zeitabhängigen E-Modul $E_Z(t)$ und der Relaxationsfunktion

$$R(t_x, t) = \frac{1}{1 + \varphi_Z(t_x, t)}$$

auf die resultierende Zwangsspannung zum Zeitpunkt t_x :

$$\sigma_w(t_x) = \int_0^{t_x} \frac{\partial \varepsilon_Z(t)}{\partial t} E_Z(t_x, t) R(t_x, t) dt$$

bzw.

$$\frac{\sigma_w(t_x)}{E_{Z28}} = k \alpha_T \int_0^{t_x} \frac{\partial}{\partial t} [T_{m0} - T_m(t)] k_e(t_x, t) R(t_x, t) dt \quad (4.3)$$

Da die Zeitverläufe von ε_Z und k_e entweder nicht funktionalisiert sind oder aber in Form komplizierter mathematischer Formulierungen vorliegen, ist Gl. (4.3) i.allg. nicht geschlossen lösbar. Man greift deshalb meist auf inkrementelle Lösungen zurück, bei denen $\varepsilon_Z(t)$ in Form einer Dehnungssprungfunktion vorgegeben wird. Der Zeitbeiwert k_e wird mit der Vereinfachung

$$k_e(t_x, t_i) \approx k_e(t_i)$$

als schrittweise veränderlich und je Dehnungsstufe bis zum betrachteten Zeitpunkt konstant angesetzt. Mit den Gln. (3.22) und (4.2) erhält man die einzelnen Glieder der gesuchten Spannungssprungfunktion zu

$$\Delta \sigma_w(t_x, t_i) = k \alpha_T E_{Z28} k_e(t_i) [T_m(t_i) - T_m(t_i + \Delta t)] \cdot \frac{1}{1 + \varphi_Z(t_x, t_i)} \quad (4.4)$$

Hierin bezeichnet t_i den Zeitpunkt des auslösenden Dehnungssprunges und t_x den Zeitpunkt, für den das Restspannungssinkrement bestimmt wird.

Die Auswertung einer beliebigen Zwangsgeschichte gemäß Bild 4.5 ergibt nach n Schritten (Spannungsstufen) zum Zeitpunkt t_x die Spannung

$$\sigma_w(t_x) = E_{Z28} k \alpha_T \sum_{i=1}^n k_{ei} \{ T_m[t_0 + (i-1) \Delta t] - T_m(t_0 + i \Delta t) \} \cdot \frac{1}{1 + \varphi_Z(t_x, t_0 + i \Delta t)} \quad (4.5)$$

wobei $t_x = n \cdot \Delta t$ ist. Durch Einsetzen von Gl. (3.18) erhält man

$$\sigma_w(t_x) = E_{Z28} k \alpha_T \sum_{i=1}^n k_{ei} \{ T_m[t_0 + (i-1) \Delta t] - T_m(t_0 + i \Delta t) \} \cdot \frac{1}{\frac{1}{14 - 0,006[t_0 + (i-1) \Delta t] + (0,1 - 0,001[t_0 + (i-1) \Delta t]) \ln[t_x - t_0 + (i-1) \Delta t]} \cdot \Delta t} \quad (4.6)$$

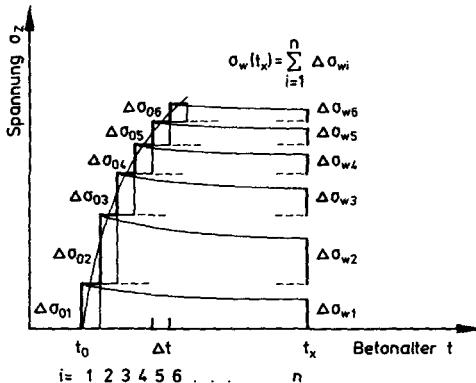


Bild 4.5: Schrittweise Berechnung von σ_w bei beliebigem Zwangverlauf

Bei der Grenzwertbetrachtung $\Delta t \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ stellt der Bruch in der Summe die partielle Ableitung nach t dar. Dabei sind die Temperaturdifferenz und der Zeitbeiwert für den E-Modul als Konstante zu betrachten. Für die Integration jedoch, die auch beim Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ auftritt, sind ΔT und k_e als Funktion von t aufzufassen. Damit erhält man die folgende Integralgleichung für die Ermittlung der Zwangsspannung bei Berücksichtigung des Relaxationseinflusses zum Zeitpunkt t_x :

$$\sigma_w(t_x) = E_{Z28} k \alpha_T \int_{t_0}^{t_x} k_e(t) [T_{m0} - T_m(t)] \cdot \frac{0,006 + \left(\frac{0,1 - 0,001 t}{t_x - t} \right) + 0,001 \ln(t_x - t)}{[14 - 0,006 t + (0,1 - 0,001 t) \ln(t_x - t)]^2} \cdot dt \quad (4.7)$$

bzw. mit $\varphi'_z = \frac{\partial \varphi_z}{\partial t}$

$$\sigma_w(t_x) = E_{228} k \alpha_T \int_{t_0}^{t_x} k_e(t) [T_{m0} - T_m(t)] \cdot \left[-\frac{\varphi'_z}{(1 + \varphi_z)^2} \right] dt \quad (4.8)$$

Wird in die Relaxationsfunktion Gl. (3.21) ein Relaxationskennwert $\rho \neq 1$ eingesetzt, so wie von Trost /108/ vorgeschlagen, dann geht Gl. (4.8) über in

$$\sigma_w(t_x) = E_{228} k \alpha_T \int_{t_0}^{t_x} k_e(t) [T_{m0} - T_m(t)] \cdot \left[-\frac{\varphi'_z}{(1 + \rho \varphi_z)^2} \right] dt \quad (4.9)$$

Der Gültigkeitsbereich der Gln. (4.8) und (4.9) ist durch

$$2d \leq t_0 \leq 28d$$

eingegrenzt.

Das Ergebnis einer Berechnung des Restspannungsverlaufs $\sigma_w(t)$ ist in Bild 4.6 wiedergegeben. Es basiert auf dem in Bild 4.4d gezeigten Spannungsverlauf $\sigma_0(t)$ und wurde unter Anwendung von Gl. (4.6) ermittelt. Bei einer Schrittweite von $\Delta t = 1d$ erhält man die in Bild 4.6 als "grob" bezeichnete σ_w -Kurve. Nach abgeschlossenem Temperaturausgleich rd. 9 Tage nach dem Betonieren erhält man den Quotienten k_R der Spannungen mit und ohne Relaxationseinfluß zu

$$k_R(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_0(t)} = 0,65$$

Es sei darauf hingewiesen, daß dieses Verhältnis sich von dem durch Gl. (3.22) beschriebenen unterscheidet, weil hier von einer sich bis zum Zeitpunkt t langsam aufbauenden Spannung $\sigma_0(t)$ ausgegangen wird.

Bei einer Schrittweite von nur $0,2d$ liegt die σ_w -Kurve (fein) in Bild 4.6 im ansteigenden Bereich höher, geht aber im Zuge des Temperaturausgleichs in die grobe Kurve über, so daß die Quotienten σ_w/σ_0 beim Temperaturausgleich etwa gleich ausfallen. Kontrollrechnungen haben gezeigt, daß sich

dieses Verhältnis bei weiterer Verkleinerung der Schrittweite kaum noch verändert. Weiterhin zeigte sich, daß k_R über rd. 90% des Zeitraumes, der für den Temperaturausgleich benötigt wird, in guter Näherung als konstant angenommen werden kann:

$$k_R(t) = \frac{\sigma_w(t)}{\sigma_0(t)} = \text{konst. für } \frac{T_{m0} - T_m}{T_{m0} - T_l} < 0,9 \quad (4.10)$$

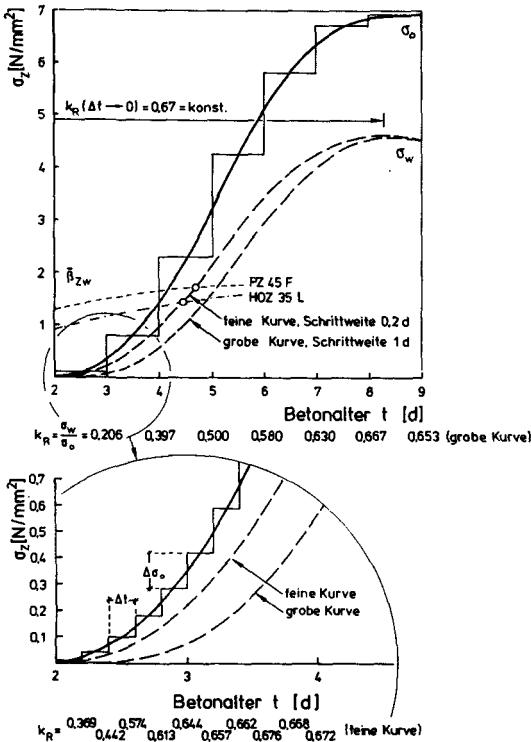


Bild 4.6: Beispielhafte Spannungsberechnung

Der Zeitraum, in dem Gl. (4.10) Gültigkeit hat, entspricht jenem bis zum Erreichen von $\max \sigma_w$. Für das Beispiel in Bild 4.6 beträgt $k_R \approx 0,67$. Wie bereits aus Bild 3.15 qualitativ abzulesen ist, fällt der Wert k_R ab, wenn die Zeit bis zum Temperaturausgleich länger wird. Das Ergebnis einer entsprechenden rechnerischen Auswertung ist in Bild 4.7 dargestellt. Damit ist es möglich, eine Näherungslösung für Gl. (4.8) anzugeben, die

nach Einsetzen des Relaxationsfaktors k_R aus Bild 4.7 zufriedenstellende Ergebnisse für die wirksame Zwangsspannung in Bauteilen beim Abfluß der Hydratationswärme liefert:

$$\sigma_w(t) = E_{Z28} k_e \left(\frac{t_0+t}{2} \right) k \alpha_T [T_{m0} - T_m(t)] k_R \quad (4.11)$$

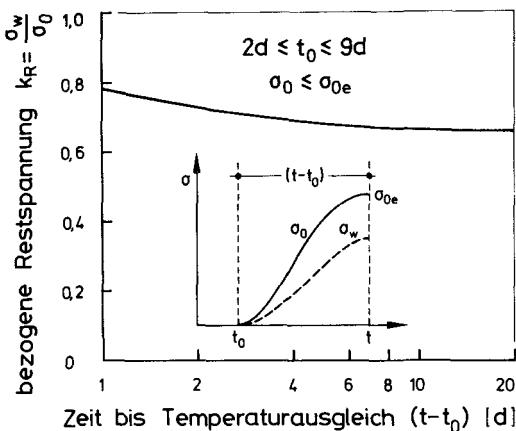


Bild 4.7: Abhängigkeit der bezogenen Restspannung von der Zeit bis zum Temperaturausgleich

Mit dieser Gleichung wird $\sigma_w(t)$ unmittelbar aus $\sigma_0(t)$ errechnet, wobei ein mittlerer Zeitbeiwert k_e für das Intervall $(t - t_0)$ anzusetzen ist. Eine schrittweise Berechnung kann damit in Fällen mit üblichen Genauigkeitsanforderungen entfallen.

Um abzuschätzen, ob und wann sich in einem gezwängten Bauteil Risse bilden werden, wird abschließend der σ_w -Verlauf jenem der Betonzugfestigkeit gegenübergestellt. Der in Bild 4.6 gestrichelt eingetragene $\bar{\beta}_{Zw}$ -Verlauf wurde, ausgehend von einem Wert $\bar{\beta}_{W28} = 49 \text{ N/mm}^2$ für die Versuche in /79/, gemäß Abschnitt 3.3.2 ermittelt. Der Schnittpunkt beider Kurven gibt an, wann Risse auftreten werden. Bei niedrigen Zwangsspannungen kann der σ_w -Verlauf gänzlich unterhalb des Zugfestigkeitsverlaufes liegen. Sind bis zum Maximum von σ_w keine Risse aufgetreten, so kann der aus dem Abfluß der Hydratationswärme entstandene Zwang auch keine weiteren auslösen.

4.3 Eigenspannungen infolge Wärmeabfluß

4.3.1 Entstehung

Die in Abschnitt 2.3 beschriebene nichtlineare Temperaturverteilung über den Bauteilquerschnitt zieht Eigenspannungen $\sigma_E(x, t)$ nach sich. Im Falle der Abkühlung eines Körpers entstehen in den Randbereichen Zugspannungen und im Inneren Druckspannungen (Bild 4.8). Eigenspannungen besitzen keine Schnittkraftresultante. Die Maxima der Randzugspannungen treten bei dicken Bauteilen bald nach dem Entschalen auf (siehe Bild 2.3), also in einer Zeitspanne, innerhalb der sich noch keine nennenswerte Zwangsspannung aufbauen konnte.

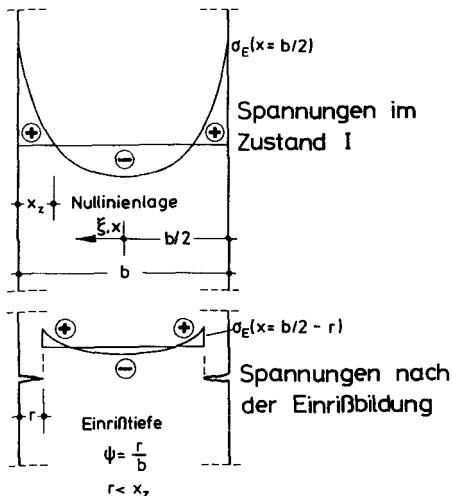


Bild 4.8: Eigenspannungen, Nulllinienlage und Einrißtiefe bei beidseitiger Abkühlung der Scheibe

Bei dicken Bauteilen ($b > 40$ cm) können die Randzugspannungen die Zugfestigkeit des jungen Betons erreichen und Einrisse erzeugen, die etwa bis zur Spannungsnulllinie des ungerissenen Zustands vordringen.

Wegen ihrer geringen Rißbreiten beeinflussen Risse die Temperaturverteilung über den Querschnitt nicht. Entlang der Ufer des Risses verschwinden die Eigenspannungen. Im noch ungerissenen Bereich entsteht eine

neue Spannungsverteilung mit einer reduzierten Zugzone, für die die Temperaturdifferenz zwischen Rißspitze und Querschnittskern maßgebend ist (siehe Bild 4.8).

4.3.2 Instationäre Spannungsfelder

Mit den in Abschnitt 2.3.2 für die dort beschriebenen eindimensionalen Temperaturfelder getroffenen Voraussetzungen werden nun mit der Theorie der elastischen Scheiben die Beziehungen für eindimensionale Spannungsfelder entwickelt. Dazu wird der in Bild 4.9 gezeigte Ausschnitt der Dicke Δz aus einer in y- und z-Richtung unendlich ausgedehnten Wand scheibe betrachtet, deren Material homogen und isotrop ist und die von einem Wärmestrom in x-Richtung durchflossen wird. Das Materialverhalten wird als ideal-elastisch angenommen.

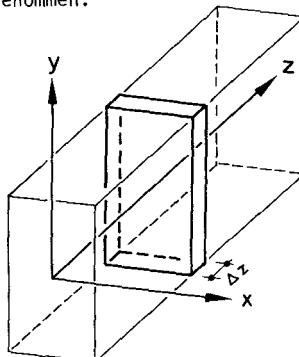


Bild 4.9: Wandausschnitt

Eine Auswertung der allgemeinen Scheibengleichung mit den Randbedingungen des ebenen Formänderungszustands (der in Bild 4.9 gezeigte Ausschnitt bleibt stets eben) führt auf gleiche Spannungen in y- und z-Richtung. Die Spannungen in x-Richtung dagegen sind Null. Eine genaue Ableitung der Zusammenhänge kann den Arbeiten /27, 11, 119/ entnommen werden. Danach gilt für den Innenbereich (nicht jedoch für St. Venantsche Einleitungsbereiche) einer wärmequellenfreien Scheibe für die Spannungen beim Wärmeabfluß:

$$\sigma_x = 0, \quad \tau = 0, \quad \sigma_y = \sigma_z = -\frac{\alpha_T E_w}{1-\mu} [T(x, t) - T_m(t)] \quad (4.12)$$

Die Spannung $\sigma_z = \sigma_E$ in Längsrichtung einer Wand hat die gleiche Richtung wie die Zwangsspannung σ_z .

Unter Anwendung der Gln. (2.27) und (2.28) sowie (2.21), (2.22), (2.25) und (2.26) läßt sich die Eigenspannungsverteilung $\sigma_E(x, t)$ für endlichen Wärmeübergang mit Hilfe der D-Funktionen beschreiben:

$$\sigma_E(x, t) = - \frac{\alpha_T E_w}{1-\mu} (T_a - T_l) 2 \left[\frac{2}{v} D_{12} \left(\frac{v}{2}, v^2 x \right) - D_{11} (v \xi, v^2 x) \right] \quad (4.13)$$

Eigenspannungen sind damit i.w. von der maßgebenden Temperaturdifferenz (vgl. Abschnitt 2.4), der Bauteildicke und dem E-Modul abhängig. Es liegt auf der Hand, daß der Ansatz eines konstanten E-Moduls im Rahmen einer Spannungsberechnung nach Gl. (4.13) nur eine grobe Näherung darstellen kann, wenn die Spannungen nach lang andauerndem Wärmeabfluß ermittelt werden sollen. Zum einen ist der E-Modul des jungen Betons, wie in Abschnitt 3.5.3 beschrieben, stark altersabhängig, zum anderen muß durch den Wert E_w auch das ausgeprägte Relaxationsvermögen in dieser Phase erfaßt werden. Im übrigen gilt der Wert E_w für Zug- und Druckbelastung gleichermaßen.

Bei kurzen Zeitintervallen ergibt sich der "wirksame" E-Modul zu

$$E_w(t) = E_{28} \frac{k_e(t)}{1 + \varphi(t)} \quad (4.14)$$

Dabei ist für E_{28} das Mittel aus E_D und E_Z , für $\varphi(t)$ der Wert $\varphi_Z(t)$ nach Gl. (3.18) und k_e nach Gl. (3.28) einzusetzen. Genaue Spannungsberechnungen nach länger andauernden Wärmeausgleichsvorgängen können, ähnlich der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen σ_w -Berechnung, schrittweise durchgeführt werden. Dabei wird für jeden Berechnungsschritt ein geänderter E_w -Wert eingesetzt und in Gl. (4.13) die Temperaturdifferenz $\Delta T = (T_a - T_l)$ durch $[T_m(t_i) - T_m(t_i + \Delta t)]$ ersetzt, wobei t_i den Anfangspunkt des Berechnungsschrittes und Δt die Schrittweite bezeichnet.

Giesecke gibt in /28/ ein Näherungsverfahren an, mit dem Eigenspannungen bei bereichsweise mit t linear ansteigendem E-Modul berechnet werden können. In /26/ beschreibt der gleiche Autor ein anderes Verfahren, bei dem die bislang vernachlässigte Wärmeentwicklung durch fortschreitende Hydratation in die Temperatur- und Spannungsverteilung mit einfließt. Auch hier liegt eine lineare Zeitabhängigkeit zugrunde.

Für praktische Berechnungen genügt es im allgemeinen, die Spannungsspitzen und den Zeitpunkt ihres Auftretens zu erfassen. Da letzterer meist kurz nach dem Entschalen liegt, reicht eine einzige Berechnung nach Gl. (4.13) aus. Dabei ist die Festlegung des wirksamen E-Moduls von entscheidender Bedeutung für ein zutreffendes Ergebnis. Dies zeigt sich z.B. in /27/, wo der die Kriechfähigkeit des jungen Betons berücksichtigende E-Modul zu nur $E = 10000 \text{ N/mm}^2$ abgeschätzt wird. Der Ansatz von E_w etwa nach DIN 1045 führt keinesfalls zu zutreffenden Ergebnissen.

Die Querdehnzahl wird i.a. mit $\mu = 0,15$ und die Wärmedehnzahl mit $\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ eingesetzt.

4.3.3 Beispielhafte Berechnungen

Nachfolgend wird anhand von drei Beispielen die Spannungsverteilung in Wänden mit großer Länge und Höhe ermittelt. Die Abkühlung der Seitenflächen erfolgt schockartig, wie im linken Teil von Bild 4.10 dargestellt, und entspricht damit annähernd den Verhältnissen beim Ausschalen. Allerdings wird bis zum Temperatursprung vereinfachend eine über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Temperatur vorausgesetzt. Im rechten Teil des Bildes 4.10 ist eine geregelte Abkühlung mit linearem Verlauf dargestellt, die z.B. in /119/ untersucht wurde.

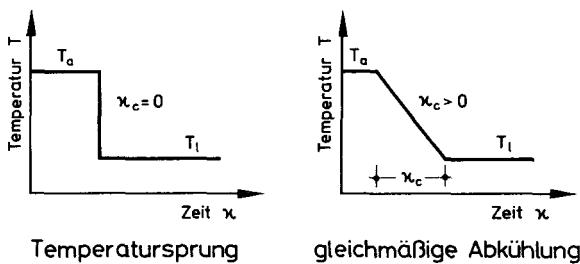


Bild 4.10: Arten der Abkühlung

Die Charakterisierung der Fallbeispiele erfolgt anhand der dimensionslosen Biot-Zahl nach Gl. (2.23).

Fall I: Dünne Wand, mäßiger Wärmeübergang

$$b = 0,25 \text{ m}, \alpha_{\text{ü}} = 17 \text{ W/m}^2 \text{ K}, \lambda = 2,1 \text{ W/m K}$$

$$Bi = 2$$

Fall II: Dicke Wand, mittlerer Wärmeübergang

$$b = 1,0 \text{ m}, \alpha_{\text{ü}} = 20 \text{ W/m}^2 \text{ K}, \lambda = 2,0 \text{ W/m K}$$

$$Bi = 10$$

Fall III: Massiges Bauteil, ausgeprägter Wärmeübergang

$$b = 2,0 \text{ m}, \alpha_{\text{ü}} = 30 \text{ W/m}^2 \text{ K}, \lambda = 2,0 \text{ W/m K}$$

$$Bi = 30$$

Mit diesen Beispielen ist der praktische Bereich von Bi in etwa abgedeckt. Werte $Bi > 30$ sind bei Zunahme der Bauteildicke über 2,0 m möglich, Werte $Bi < 2$ sind selten und die damit berechneten Eigenspannungen meist sehr gering.

Die Eigenspannungen werden in bezogener Form dargestellt:

$$\bar{\sigma}(\xi, \alpha) = \bar{\sigma}(x, t) = \sigma(x, t) \frac{1-\mu}{\alpha_T E_w \Delta T} \quad (4.15)$$

Ihre Berechnung anhand von Gl. (4.13) wird mit Hilfe einer Rechenanlage durchgeführt, wobei der zeitabhängige Faktor v , der die Koordinatentransformation beschreibt, aus der transzendenten Gleichung

$$v = -Bi \frac{D_{11} \left(\frac{v}{2}, v^2 \alpha\right)}{v_1 \left(\frac{v}{2}, v^2 \alpha\right)} \quad (4.16)$$

iterativ bestimmt werden muß.

Die Ergebnisse der Berechnung sind für die betrachteten Fälle und für den allein interessierenden Bereich der Randzugspannungen in den Bildern 4.11 bis 4.13 dargestellt. Scharparameter ist der auf den Scheinkörper bezogene Zeitparameter \bar{x} nach Gl. (2.26) und Gl. (2.22). Es zeigt sich, daß bei gleicher Größe des Spannungsumsetzers

$$\frac{\alpha_T E_w \Delta T}{1-\mu}$$

die Randzugspannungen mit der Biot-Zahl deutlich zunehmen. Sie wachsen innerhalb kurzer Zeit auf einen Maximalwert an und klingen dann zeitdegressiv wieder ab. Dabei geht die Krümmung der Spannungsverteilung im Zugbereich zurück.

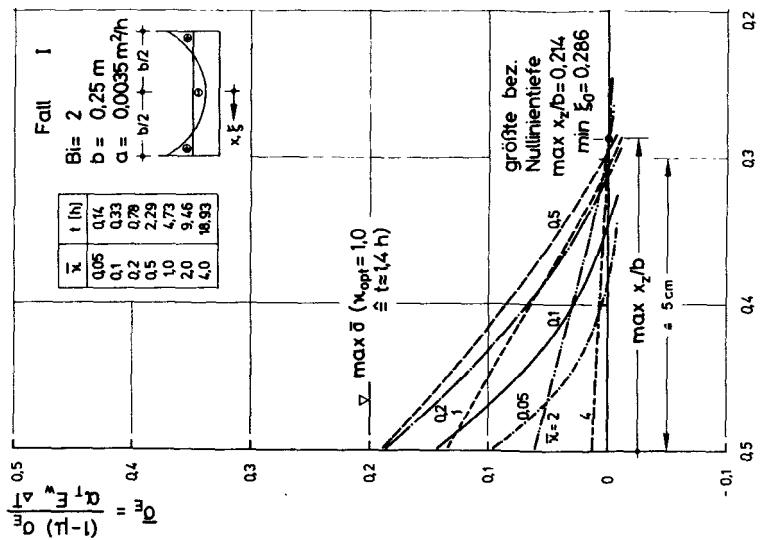


Bild 4.11: Zugspannungsverteilungen in einer 0,25 m dicken Wand

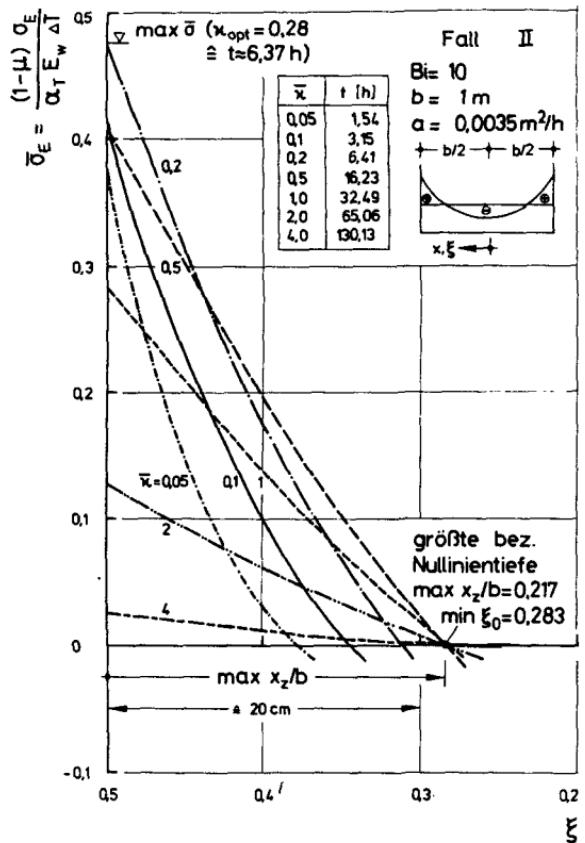


Bild 4.12: Zugspannungsverteilungen in einer 1,0 m dicken Wand

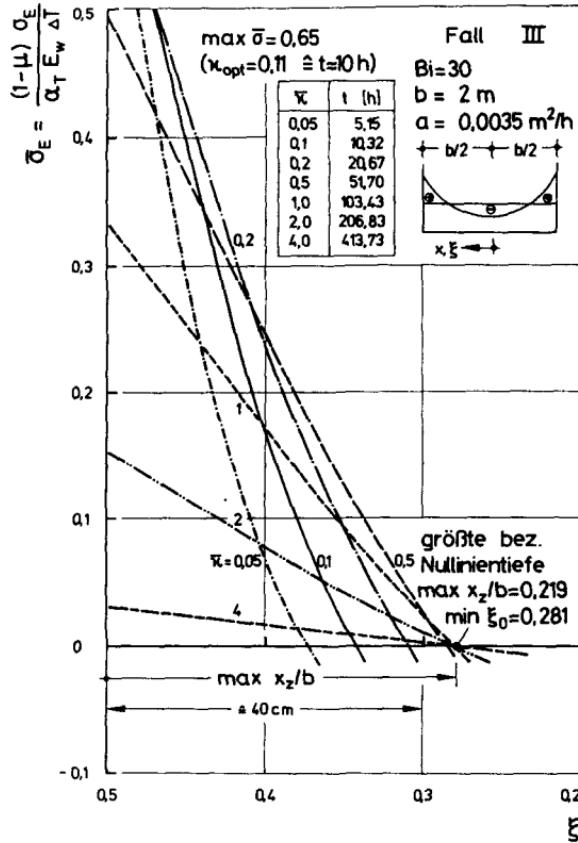


Bild 4.13: Zugspannungsverteilungen in einer 2,0 m dicken Wand

4.3.4 Nullinientiefe und maximale Randspannung

Den Bildern 4.11 bis 4.13 ist zu entnehmen, daß die Zugspannungskeile im Laufe der Zeit ins Bauteilinnere vordringen. Der Nulldurchgang der Spannungsverteilung hat jedoch einen Endwert, der umso eher erreicht wird, je kleiner die Biot-Zahl ist. Der Transformationsfaktor v ist ab dann konstant. Der Endwert der Nullinientiefe

$$x_z = \frac{b}{2} - x_0 \text{ bzw. } \frac{x_z}{b} = \frac{1}{2} - \frac{x_0}{b} = \frac{1}{2} - \xi_0$$

wird zur Abschätzung der möglichen Einrißtiefe benötigt. Bei den in den Bildern 4.11 bis 4.13 gezeigten Beispielen bewegt er sich in einem sehr engen Bereich:

$$0,214 \leq x_z \leq 0,219$$

Nachrechnungen auf Grundlage der aus Gl. (4.13) abgeleiteten Bedingung für den Nulldurchgang

$$D_{11} \left(\frac{v}{2}, v^2 \chi \right) = \frac{2}{v} D_{12} \left(\frac{v}{2}, v^2 \chi \right) \quad (4.17)$$

haben gezeigt, daß die maximale Nullinientiefe in beidseitig abkühlenden Wänden für beliebige Biot-Zahlen mit

$$\max \frac{x_z}{b} = 0,22 \text{ bzw. } \min \frac{x_0}{b} = 0,28 \quad (4.18)$$

eingrenzbar ist. Die zeitliche Entwicklung der bezogenen Nullinientiefe ist anhand der o.g. Beispiele in Bild 4.14 dargestellt worden. Hohe Wärmeübergangszahlen und Bauteildicken verzögern die Entwicklung, dämpfen aber nicht den Endwert.

Aus Bild 4.14 läßt sich auch ablesen, welche Nullinientiefe z.B. beim Erreichen der maximalen Randzugspannung möglich ist. Der entsprechende im Bild hervorgehobene Wert fällt mit wachsender Biot-Zahl ab. Der zeitliche Verlauf der Randzugspannung, dessen Kenntnis neben der der Nullinientiefe zur Abschätzung der Einrißwahrscheinlichkeit und -tiefe erforderlich ist, geht aus Bild 4.15, das /119/ entnommen wurde, hervor. Wenn der Spannungsumsetzer und die Biot-Zahl bekannt sind, dann läßt sich die maximale

Randzugspannung aus der fettgezeichneten Kurve für $\max \bar{\sigma} (\xi = 0,5, x_{opt})$, die die Spannungsmaxima verbindet, direkt ableiten. Entsprechende Werte für die Beispiele des Abschnittes 4.3.3 sind in den Bildern 4.11 bis 4.13 angegeben.

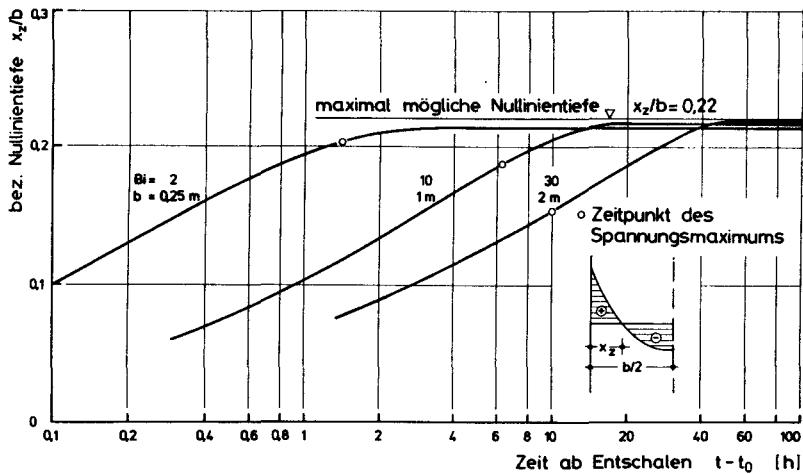


Bild 4.14: Entwicklung der Nullinientiefe x_z

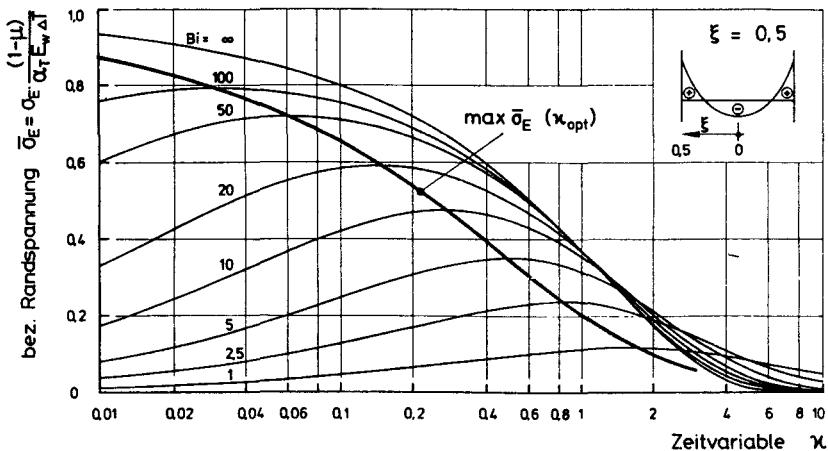


Bild 4.15: Größe und Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen nach /119/, E-Theorie

4.4 Überlagerung von Zwang- und Eigenspannungen

Beim Wärmeabfluß aus Bauteilen treten Zwang- und Eigenspannungen stets gemeinsam auf. Ihre gemeinsame Berücksichtigung ist jedoch nur bei dicken Bauteilen erforderlich, weil nur bei diesen eine Vorschädigung des Querschnitts durch Eigenspannungseinrisse möglich ist. In konkreten Fällen wird man die Wahrscheinlichkeit der Einrißbildung anhand des Bildes 4.15 abschätzen. Nähere Angaben hierzu enthält Abschnitt 5.6.

Auch bei massigen Bauteilen genügt zur Abschätzung der Einrißbildung die alleinige Betrachtung der Eigenspannungen in Randnähe. Zwangzugspannungen treten in nennenswerter Größe erst dann auf, wenn die Eigenspannungen bereits wieder abklingen. Dies zeigen die Bilder 4.16 und 4.17, in denen auf Grundlage der durch die Bilder 4.6, 4.12 und 4.13 illustrierten Beispiele der zeitliche Zusammenhang zwischen Zwang- und Eigenspannungen dargestellt ist. Der Anstieg der Randzugspannung erfolgt in beiden Fällen gewissermaßen in zwei großen Stufen, zwischen denen infolge der Überlagerung von σ_w und σ_E die Randzugspannung für einige Zeit etwa auf dem Niveau von $\max \sigma_E$ ($x = b/2$) gehalten wird.

Zwangrisse (Trennrisse) treten erst dann auf, wenn die Zugspannungen auch im Bauteilinneren die Zugfestigkeit des Betons erreichen. Da gleichzeitig einwirkende Eigenspannungen zwar die Randzugspannung anheben, jedoch die Spannung im Kern durch Druck abschwächen (Bilder 4.16 und 4.17), kann man annehmen, daß Eigenspannungen allein die Trennrißbildung nicht begünstigen. Allerdings bilden die vorhandenen Einrisse Initialstellen für Trennrisse, indem die Rißorte durch eine gewisse Kerbwirkung vorgezeichnet werden. Dies haben auch die in Abschnitt 7 berichteten Versuche gezeigt. Weiterhin setzen Einrisse die Steifigkeit des gezwängten Bauteils herab und erhöhen so den Behinderungsgrad k (siehe Abschnitt 6). Die bereits in den ersten Stunden nach dem Entschalen eintretende Querschnittsschwächung durch Einrisse kann, wie noch gezeigt werden wird, bei der Festlegung der Mindestbewehrung mindernd berücksichtigt werden.

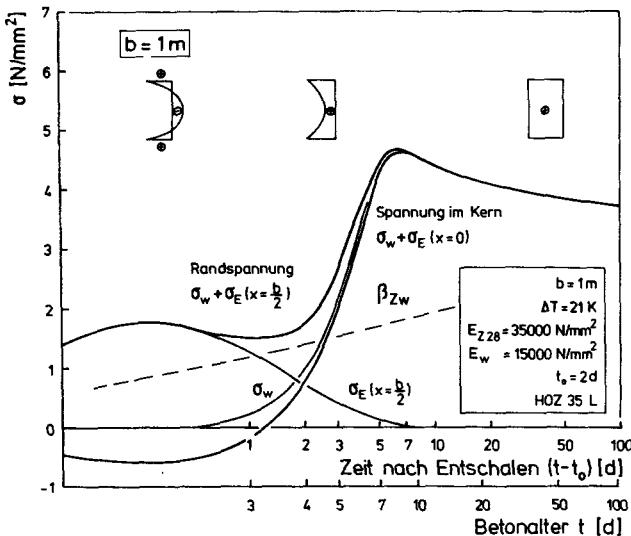


Bild 4.16: Überlagerung von Zwang- und Eigenspannungen in einer 1 m dicken Wand

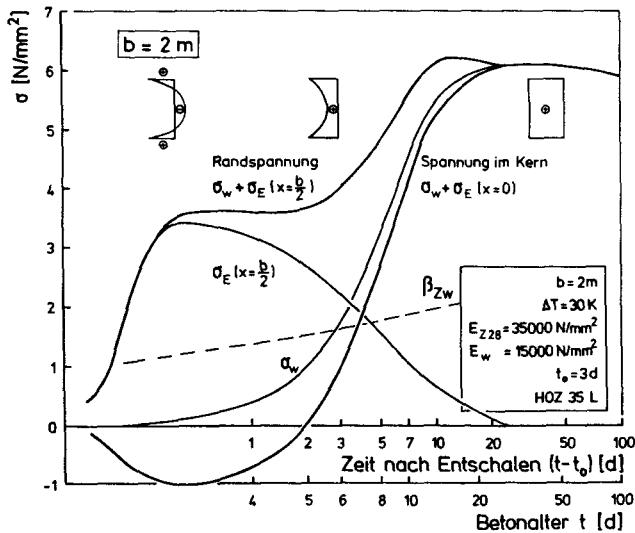


Bild 4.17: Überlagerung von Zwang- und Eigenspannungen in einer 2 m dicken Wand

Der Höchstwert der Zwangsspannung wird von Eigenspannungen kaum mehr beeinflußt, da diese dann schon weitgehend abgeklungen sind. Es zeigt sich also, daß die Spannungsmaxima von σ_w und σ_E in praktischen Fällen ($b \leq 2 \text{ m}$) voneinander entkoppelt sind, weshalb eine Überlagerung i.a. nicht erforderlich ist. Dies gilt, wie Nachrechnungen ergeben haben, auch bei Verwendung anderer als der in Bild 4.16 angegebenen Zementsorten und auch dann, wenn man bei der Eigenspannungsberechnung eine anhaltende Wärmeentwicklung durch Hydratation mit berücksichtigt.

4.5 Nichtlineares Spannungs-Dehnungsverhalten

Die vorstehenden Überlegungen setzen ein linear-elastisches Spannungs-Dehnungsverhalten des Betons unter Zugbeanspruchung voraus, das durch einen spröden Trennbruch beendet wird. Es gilt unter der Voraussetzung kurzzeitig einwirkender Beanspruchung nach Festlegung des E-Moduls $E_z(t)$. Diese Annahme ist zu rechtfertigen, weil im Zusammenhang mit Zwang vor allem die zu Rissen im Beton führenden Zugspannungen von Interesse sind, welche nach Abschnitt 3.5.2 in guter Näherung linear mit der Dehnung anwachsen. Auch die Druckanteile bei Eigenspannungen können in dieser Weise berücksichtigt werden, weil diese Beanspruchungen niedrig sind und sich daher im annähernd geradlinigen Bereich der Druckspannungs-Dehnungslinie bewegen. Gleiches gilt für Druckzonen von biegebeanspruchten Bauteilen, wenn ausschließlich Zwang einwirkt.

Bei langsam ansteigender bzw. lang andauernder Beanspruchung muß insbesondere beim jungen Beton die Vorstellung des linear-elastischen Stoffverhaltens verlassen werden, indem die Zeitabhängigkeit des E-Moduls sowie die Spannungsrelaxation Eingang in die Betrachtungen finden. Das in Abschnitt 4.2.2 skizzierte Berechnungsverfahren berücksichtigt daher von Schritt zu Schritt veränderliche E-Modulen und Kriechzahlen.

Der folgende Abschnitt enthält stichpunktartige Angaben zur Durchführung von Spannungsberechnungen im Anwendungsfall.

4.6 Vorgehensweise bei praktischen Berechnungen

Zur Ermittlung der Eigen- und Zwangspannungen wird folgende Vorgehensweise empfohlen:

- 1) Berechnen der Biot-Zahl, Ablesen von $\max \bar{\sigma}$ und κ_{opt} aus Bild 3.15
- 2) Berechnen der Temperaturleitzahl α nach Gl. (2.14) und t_{opt} nach Gl. (2.22). Hieraus ergibt sich der Zeitpunkt des Eigenspannungsmaximums
- 3) Vorgabe der Werte T_{m0} (unter Anwendung von Bild 2.20) und T_1 und des zeitlichen Verlaufs von T_m (z.B. nach Bild 2.11 o.ä.)
- 4) Berechnen des wirksamen E-Moduls $E_w(t_{opt})$ für Eigenspannungen
$$E_w(t_{opt}) = k_e \left(\frac{t_a + t_{opt}}{2} \right) \cdot E_{Z28} \cdot \frac{1}{1 + \varphi_Z(t_{opt}, t_a)}$$
mit φ_Z nach Gl. (3.18)
- 5) Berechnen des Spannungsumsetzers und der maximalen Randzugsspannung

$$\max \sigma_E(x = b/2) = \max \bar{\sigma} \cdot 1,18 \cdot 10^{-5} \cdot E_w \cdot \Delta T \quad [\text{N/mm}^2]$$

- 6) Berechnen der Zugfestigkeit $\beta_{Zw}(t_{opt} + 0, 1, 2, 3 \dots \text{ Tage})$ nach Abschnitt 3.3.2, Vergleich mit σ_E , Abschätzen der Einrißwahrscheinlichkeit (siehe auch Abschnitt 5.6)
- 7) Berechnen des theoretischen Endwertes σ_{0e} der Zwangsspannung mit dem unter 3) ermittelten $\max \Delta T$
$$\sigma_{0e} = \Delta T \cdot \alpha_T \cdot k_e \cdot E_{Z28} \cdot k \quad (\text{mit } k_e \text{ etwa in der Mitte des Temperatursaugszeitraumes})$$
Der Spannungsverlauf $\sigma_0(t)$ wird etwa affin zu den Verläufen der Bilder 4.4 und 4.5 angenommen.

Für eine genaue Berechnung der durch Relaxation verminderten Zwangsspannungen muß nach Gl. (4.4) schrittweise vorgegangen werden. Eine angehöerte Berechnung kann mit Gl. (4.14) und k_R gemäß Bild 4.7 durchgeführt werden.

5. MECHANISMUS DER RISSBILDUNG IM BEWEHRTE BAUTEIL

5.1 Modellbildung, Abstraktionen

Erreichen Last- oder Zwangspannungen in einem Bauteil die Betonzugfestigkeit, so bilden sich Risse, und es erhebt sich die Frage nach der Art der Rissbildung hinsichtlich Abstand und Breite der Risse. Die zahlreichen Untersuchungen zum Verhalten von Stahlbetonbauteilen im Zustand II wurden meist an Dehnkörpern und Biegebalken durchgeführt, weil diese Modelle nicht nur als Grundfälle sondern sowohl experimentell als auch analytisch am einfachsten zu behandeln sind (Bild 5.1). Im Regelfall werden die Modellkörper mit geringen Querschnittsabmessungen ausgestattet, woraufhin folgende Vereinfachungen vorausgesetzt werden können:

- Für das Materialverhalten der Komponenten Stahl und Beton gilt stets das Hooke'sche Gesetz.
- Die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte wird, insbesondere auch für die Rißquerschnitte, vorausgesetzt.

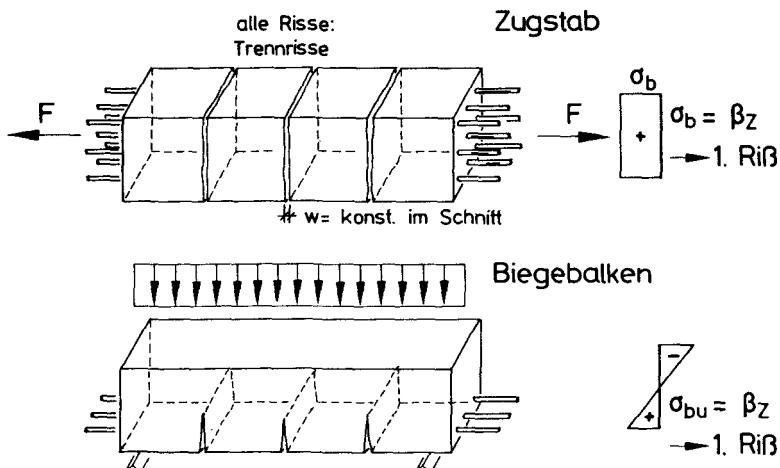


Bild 5.1: Modelle zur Beschreibung gerissener Stahlbetonbauteile

- Jeder Riß ist ein Trennriß, der bei Zugstäben den gesamten Querschnitt, bei Biegebalken die Zugzone durchtrennt.
- Die Zugzone ist mit Bewehrung eng durchsetzt.
- Der erste Riß tritt auf, wenn bei Zugstäben die zentrische Zugspannung bzw. bei Biegebalken die Spannung am Zugrand einen vorgegebenen Wert, z.B. $\beta_{Z5\%}$, erreicht.

Ziel der bisherigen Untersuchungen war es, den Einfluß verschiedener Parameter, insbesondere jenen der Oberflächenbewehrung, auf die maximale und mittlere Rißbreite durch Rechenansätze zutreffend zu beschreiben. Daneben sind die mit zunehmender Rißbildung abnehmende Gesamtsteifigkeit und die Mitwirkung des Betons auf Zug Gegenstand der Untersuchungen. Es werden sehr unterschiedliche Wege beschritten, die keineswegs zu übereinstimmenden Ergebnissen führen. Meist werden Versuchsergebnisse zur Bestätigung oder Korrektur der gefundenen Ansätze verwendet. Dabei ist zu bedenken, daß solche Ergebnisse in Abhängigkeit der gewählten Randbedingungen sowie infolge der heterogenen Betonstruktur starken Schwankungen unterliegen.

Im folgenden werden die Grundlagen der Rißbildung in Zugstäben sowie die wichtigsten theoretischen Ansätze für den Rißbildungsmechanismus zusammengestellt.

5.2 Grundlagen

5.2.1 Dehnungen und Spannungen am Riß

Gemeinsame Grundlage aller Theorien ist die Koppelung von Bewehrungsstab und umgebendem Beton über Verbund. Bei Annahme einachsiger Spannungen sowie gleichmäßig über den Umfang eines Bewehrungsstabes verteilter Verbundspannungen sind letztere an jeder Stelle der Änderung von Stahl- und Betonspannung proportional. Für ein Zugstabelement der Länge dz nach Bild 5.2 gilt damit die Beziehung für das Kräftegleichgewicht

$$\tau_v(z) \cdot u_s \cdot dz = d\sigma_b(z) \cdot A_b = -d\sigma_s(z) \cdot A_s \quad (5.1)$$

$$\tau_v(z) = - \frac{d\sigma_s(z)}{dz} \cdot \frac{A_s}{u_s} = - \frac{d\sigma_s(z)}{dz} \cdot \frac{4}{4}$$

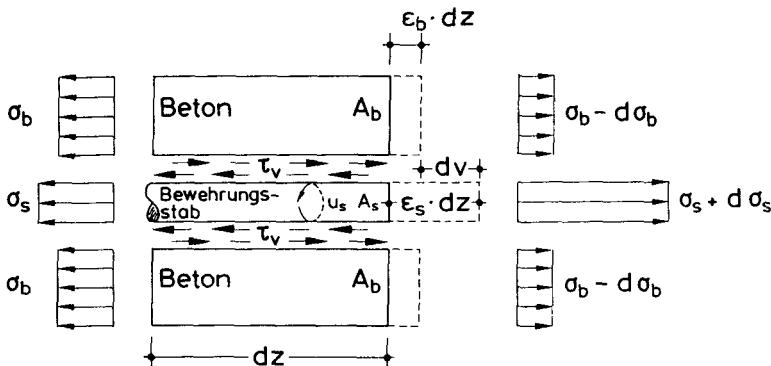


Bild 5.2: Spannungen und Verschiebungen eines Zugstabelementes in Rißnähe

Zunächst wird vom sogenannten Erstrißzustand ausgegangen, bei dem zwischen benachbarten Rissen noch Bereiche mit unverschieblichem Verbund existieren. Bei einem diskreten Riß nimmt die Betonspannung entlang der Einleitungslänge von einem Wert σ_{b0} , der in Bereichen im Zustand I konstant ist, auf Null ab. Gleichzeitig steigt die Stahlspannung von $\sigma_{s0} = n \sigma_{b0}$ auf die Stahlspannung im Riß σ_{sr} an. Beide Verläufe sind etwa parabelförmig (Bild 5.3). Die Einleitungslänge, die sich in Rißbreite und -abstand niederschlägt, lässt sich aus Gl. (5.1) durch Integration über l_E ableiten.

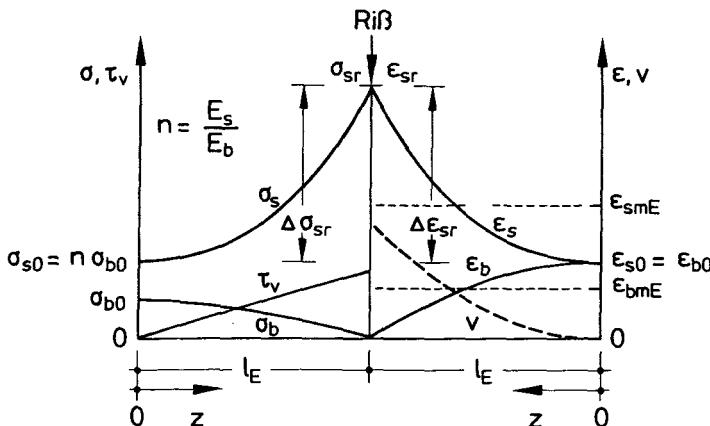


Bild 5.3: Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen am Einzelriß

Mit $A_s/A_b = \mu$ erhält man:

$$\tau_v(z) dz = d\sigma_b \cdot \frac{d_s}{4\mu} \quad (5.2)$$

$$\int_{z=0}^{l_E} \tau_v(z) dz dz = \frac{d_s}{4\mu} \int_{z=0}^{l_E} d\sigma_b dz \quad (5.3)$$

$$\tau_{vm} \cdot l_E = \frac{d_s}{4\mu} (\sigma_{b0} - \sigma_{br})$$

$$l_E = \frac{\sigma_{b0}}{\tau_{vm}} \cdot 0,25 \frac{d_s}{\mu} = \frac{\beta_{zw}}{\tau_{vm}} \cdot 0,25 \frac{d_s}{\mu} \quad (5.4)$$

Hierin ist τ_{vm} die mittlere Verbundspannung über l_E und $\sigma_{b0} = \beta_{zw}$ die den 1. Riß auslösende Betonspannung. Gl. (5.4) bildet die Grundlage für die halbempirischen Rißtheorien, auf die in Abschnitt 5.3.1 eingegangen wird.

Weiterhin läßt sich nach /66/ die Verträglichkeitsbedingung am Zugstabelement formulieren. Sie besagt, daß die Differenz von Stahl- und Betonverformung der Relativverschiebung $dv(z)$ über dem Stabdifferential dz entspricht.

$$dv(z) = \epsilon_s(z) dz - \epsilon_b(z) dz \quad (5.5)$$

Die Relativverschiebung am Riß, die der halben Rißbreite entspricht, erhält man durch Integration von Gl. (5.5) über l_E :

$$\frac{w}{2} = v(l_E) = \int_{z=0}^{l_E} (\epsilon_s - \epsilon_b) dz \quad (5.6)$$

5.2.2 Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds

Wegen des vorausgesetzten linearen Zusammenhangs zwischen Spannungen und Dehnungen kann Gl. (5.5) umgeformt werden zu

$$\frac{dv}{dz} = \frac{1}{E_s} [\sigma_s(z) - n \sigma_b(z)] \quad (5.7)$$

Hierin läßt sich σ_b durch σ_s ausdrücken, wenn vom Anfangspunkt von l_E , an dem der Zustand I herrscht, ausgegangen wird (siehe Bild 5.3).

$$\sigma_b(z) = \sigma_{b0} - [\sigma_s(z) - \sigma_{s0}] \mu \quad (5.8)$$

Gl. (5.8) in (5.7) eingesetzt ergibt

$$\frac{dv}{dz} = \frac{1+n\mu}{E_s} \left[\sigma_s(z) - \sigma_{s0} \right] \quad (5.9)$$

Differenziert man diese Gleichung nach dz , so läßt sich Gl. (5.1) einsetzen, wenn man das Vorzeichen von τ_v , das keine Bedeutung hat, umkehrt:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{1+n\mu}{E_s} \cdot \frac{d\sigma_s(z)}{dz} = \frac{1+n\mu}{E_s} \cdot \frac{4}{d_s} \cdot \tau_v(z) \quad (5.10)$$

Rehm hat in /66/ erstmals experimentell nachgewiesen, daß ein funktionaler Zusammenhang der Form

$$\tau_v(z) = f(v) \quad (5.11)$$

besteht und diesen als Grundgesetz des Verbundes bezeichnet. Damit läßt sich in Gl. (5.10) die Verbundspannung eliminieren, und man erhält die Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{1+n\mu}{E_s} \cdot \frac{4}{d_s} \cdot f(v), \quad (5.12)$$

aus der sich der Dehnungsverlauf von Beton und Stahl entlang der Einleitungsstrecke l_E sowie der Zusammenhang zwischen Spannungen und Verschiebungen und damit die Rißbreite ableiten lassen. Gl. (5.12) ist allerdings nur für bestimmte τ_v -v-Beziehungen, auf die im folgenden Abschnitt eingegangen wird, und bei Einführung von Vereinfachungen lösbar /66, 53, 47, 95, 61/. Meist werden numerische Lösungen in Form von schrittweiser Integration empfohlen /53, 95/. Näheres hierzu folgt im Abschnitt 5.3.2.3.

5.2.3 Verbundgesetze

Die Kraftübertragung vom gerippten Bewehrungsstab auf den umgebenden Beton erfolgt über Haftverbund, Reibungswirkung und vor allem über die Scherwirkung aus der Verzahnung der Stahlrippen mit dem umgebenden Beton. Die mit der Scherwirkung verbundene unstetige Kraftübertragung wird als über den Stabumfang gleichmäßig und über die Stablänge stetig verteilt idealisiert, die schräge Krafteinleitung in den Beton i.a. vernachlässigt.

Der Verbundwiderstand hängt nach /90/ v.a. von folgenden Größen ab:

- Betongüte
- Zusammensetzung und Konsistenz des Frischbetons
- Betonfeuchte
- Oberflächenausbildung des Bewehrungsstabes
- Betondeckung, Querbewehrung
- Verbundlage
- Beanspruchungs- und Betonierrichtung
- Beanspruchungsart, -dauer und -geschwindigkeit
- Stahlspannung
- Temperatur

Eine systematische Zusammenfassung der Einflüsse dieser Parameter ist in /84/ wiedergegeben. Ihre Bestimmung erfolgt heute weitgehend in Ausziehversuchen mit kurzer Verbundlänge unter Annahme einer konstanten mittleren Verbundspannung. Die Versuchsergebnisse fließen in Stoffgesetze des Verbundes ein, die den Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung in zumeist nichtlinearer Form beschreiben. Bild 5.4, das auf /88/ zurückgeht, zeigt einige davon, in der unteren Reihe jene mit der größten Wirklichkeitsnähe, auf die z.Z. meist zurückgegriffen wird. Sie gelten für stetige Belastung, jedoch, da Maxima fehlen, nur im Gebrauchslastbereich.

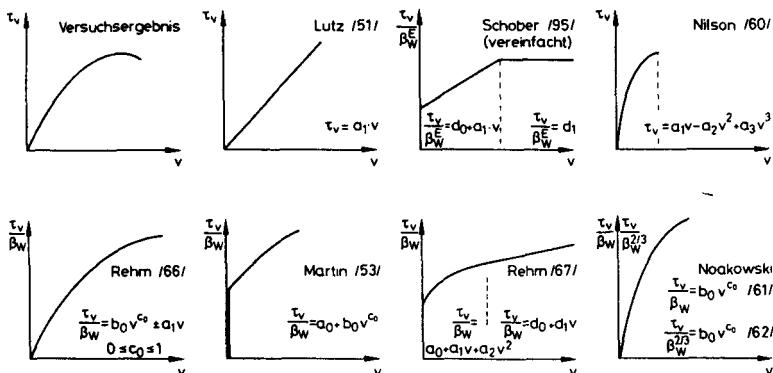


Bild 5.4: Ergebnis eines Ausziehversuchs und gebräuchliche Stoffgesetze des Verbundes

Es gilt als abgesichert, daß die Verbundspannung entweder mit der Betondruckfestigkeit oder mit der Betonzugfestigkeit sowie mit der bezogenen Rippenfläche annähernd linear anwächst. Dabei ist zu bedenken, daß diese Aussage auf der Basis von Versuchen an reifen Betonen ($t \geq 28d$) unterschiedlicher Festigkeit getroffen wurde. Man setzt allgemein voraus, daß sie sich auf Betone, die im jungen Alter beansprucht werden, übertragen läßt. In der Literatur gibt es hierzu kaum verwertbare Aussagen. In /54/ wird aufgrund einiger Einzelergebnisse, die allerdings eine statistisch gesicherte Auswertung nicht zulassen, der Schluß gezogen, daß das Betonalter keinen Einfluß auf das Verbundverhalten ausübt. Demgegenüber wird in /50/ behauptet, daß die Verbundfestigkeit bei früher Beanspruchung nicht ausreicht, um trotz dichter Bewehrung breite Risse zu verhindern, auch dies aufgrund von Einzelbeobachtungen an Brückenkappen.

Leider fehlen bislang systematische Untersuchungen zum Verbundverhalten von Bewehrungsstäben in jungem Beton. Deshalb muß im Rahmen dieser Arbeit eine lineare Abhängigkeit des Verbundwiderstandes von der Betondruckfestigkeit, auch bei früh einsetzender Beanspruchung, vorausgesetzt werden. Bezuglich der Einflüsse aus anderen Baustoffeigenschaften, der Bauteilgeometrie und der Belastungszustände auf das Verbundverhalten wird auf die Literatur verwiesen /84, 13, 120/ u.a..

5.3 Stand der Kenntnisse

5.3.1 Einleitungslänge und Rißabstand

Aus der Länge der Einleitungsbereiche und den Dehnungsverläufen von Beton und Stahl auf diesen Strecken erhält man nach Gl. (5.6) die Breite erster (diskreter) Risse, deren Einleitungsbereiche sich nicht überschneiden

$$w = 2v(l_E) = 2(\epsilon_{smE} - \epsilon_{bmE}) \cdot l_E \quad (5.13)$$

mit $s_{rm} \geq 2l_E$

Nimmt man nun an, daß neben diesen Rissen bei weiterer Kraftsteigerung ein benachbarter erst in einem Abstand $s_r = l_E$ entstehen kann, weil erst dort die größtmögliche Zugkraft in den Beton eingeleitet wurde, so entspricht der mittlere Endrißabstand s_{rme} , der sich bei stabilisiertem

Rißbild einstellt, der Einleitungslänge. Setzt man s_{rme} in Gl. (5.13) ein, so erhält man stets die Breite diskreter Risse, die in Bild 5.5 mit w_1 bezeichnet wird. Die Breite eng benachbarter Risse ($l_E \leq s_{r2} < 2 l_E$) hingegen wird mit Gl. (5.13) überschätzt, denn bei diesen werden die Relativverschiebungen nur über die Länge

$$z_2 = \frac{s_{r2}}{2} < l_E$$

aufsummiert.

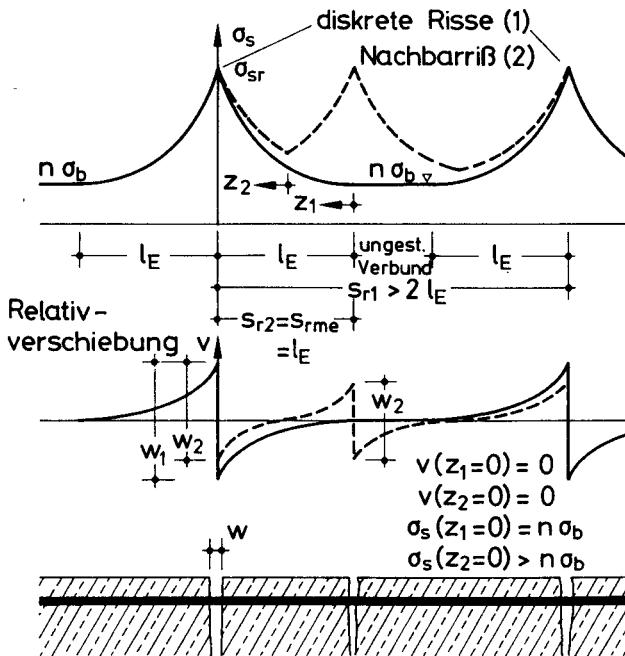


Bild 5.5: Spannungen und Verschiebungen bei fortschreitender Rißbildung

Die Praxis und Versuche zeigen, daß das Rißbild bei üblicher Zwangbeanspruchung mit Dehnungen $\varepsilon_z \leq 0,5\%/\text{..}$ nicht ausgeprägt bleibt. In eigenen Versuchen, über die in Abschnitt 7 berichtet wird, stellte sich das abgeschlossene Rißbild mit stabilem Rißabstand erst bei Dehnungen um $1,8\%/\text{..}$ ein. Man muß daher im Falle einer Zwangbeanspruchung von den Verformungen am diskreten Riß ausgehen, die von denen anderer, weit davon entfernter

Risse unbeeinflußt bleiben. Nach /38/ ist dieser Sachverhalt bis zu Zwangdehnungen von 0,6% beweisbar. Die Rißabstände werden bei nicht abgeschlossenem Rißbild von Schwachstellen im Betongefüge bestimmt, sind damit zufällig und deterministisch nicht erfaßbar. Nur der mittlere Endwert des Rißabstandes erlaubt den Rückschluß auf die Einleitungslänge.

Der mittlere Endrißabstand geht nach Gl. (5.4) für hohe Bewehrungsgrade gegen Null. Dies ist aus Gründen der Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton nicht möglich. Es muß deshalb noch ein Glied hinzugefügt werden, das nach /55/ von der Betondeckung, dem Stababstand und dem Stabdurchmesser abhängt. Die Richtigkeit des additiven Formelaufbaus

$$s_{rme} = f(c, s, d_s) + 0,25 k_3 \cdot \frac{\beta_{zw}}{\tau_{vm}} \cdot \frac{d_s}{\mu} \quad (5.14)$$

wurde durch zahlreiche Versuche wie auch durch theoretische Ableitungen /42/ bestätigt.

In der grundlegenden, von Rehm/Martin /70/ angegebenen Beziehung

$$s_{rme} = 1,5c + 0,25 k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu} \quad (5.15)$$

beschreibt k_2 das Verhältnis von Betonzugfestigkeit zu mittlerer Verbundfestigkeit. Unter der Voraussetzung, daß sich beide Festigkeitskennwerte gleichartig entwickeln, ergibt sich für bestimmte Verbundeigenschaften des Stahlstabes ein konstanter Wert k_2 , der in /55, 70/ u.a. für gerippte Stäbe mit $k_2 = 0,5$ angegeben wird. Oft wird der Vorfaktor 0,25 in k_2 einbezogen. Der Faktor k_3 beschreibt die Art der Beanspruchung:

$k_3 = 0,5$ für Biegung

$k_3 = 1,0$ für zentrischen Zug (nach /55/).

Die von /55/ verbesserte Rißabstandsformel lautet:

$$s_{rme} = 50 + 0,25 k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{ef}} \quad [mm] \quad (5.16)$$

In ihr wurde aufgrund von Versuchsergebnissen ein konstanter Wert für den von c abhängigen Summanden sowie der auf die wirksame Betonzugfläche bezogene Bewehrungsgrad

$$\mu_{\text{ef}} = \frac{A_s}{A_{\text{bef}}} ,$$

auf den in Abschnitt 5.6 eingegangen wird, eingeführt. Im Aufbau ähnliche Beziehungen für den mittleren Endrißabstand stammen von Beeby /8/:

$$s_{\text{rme}} = 2c + k_1 \cdot \frac{d_s}{\mu_{\text{ef}}} \quad (5.17)$$

Hierin fällt der Faktor k_1 mit dem Verhältnis Betondeckung zu Zugzonenhöhe ab.

Leonhardt /48/ führte einen zusätzlichen Summanden für Bereiche mit völlig gestörtem Verbund zu beiden Seiten des Risses ein:

$$s_{\text{rme}} = \frac{1}{2} v_0 + k_1(c, s) + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{\text{ef}}} \quad (5.18)$$

Solche Bereiche sind jedoch durch den Faktor k_2 bereits abgedeckt, weil in ihm die mittlere Verbundspannung über die Einleitungslänge enthalten ist.

Der Ansatz des CEB/FIP /12/ enthält einen Summanden, der den Einfluß des Stababstandes beschreibt:

$$s_{\text{rme}} = 2c + 0,2s + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{\text{ef}}} \quad (5.19)$$

In allen vorstehenden Ansätzen beträgt der Vorfaktor des Quotienten d_s/μ bzw. d_s/μ_{ef} für reine Zugbeanspruchung und gerippte Stäbe rd. $0,1 \div 0,13$. Die übrigen Teile der Beziehungen werden meist anhand von Versuchsergebnissen sehr unterschiedlich festgelegt.

Neben diesen halbempirischen Ansätzen für den Endrißabstand existieren auch anders aufgebaute, rein empirische, von denen hier nur jener von Gergely/Lutz /6/ (siehe auch /69/) erwähnt werden soll, der die Grundlage des ACI-building code 318 darstellt. Im Rahmen dieser Arbeit werden die anfangs erwähnten halbempirischen Ansätze weiter verfolgt.

5.3.2 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

5.3.2.1 $N-\epsilon_m$ -Verläufe bei Last- und Zwangbeanspruchung

In einem zentrisch gezogenen, symmetrisch bewehrten Stahlbetonstab wirkt der Beton zwischen den Rissen bis zum Erreichen der Stahlstreckgrenze auf Zug mit, wodurch die Gesamtdehnung des Stabes gegenüber der des nackten Zustands II um den Betrag $\Delta\epsilon_s$ geringer ausfällt (Bild 5.6). Die Mitwirkung nimmt von ihrem Höchstwert unmittelbar vor dem ersten Riß mit steigender Beanspruchung ab. Sie ist von der Betonzugfestigkeit, dem Bewehrungsgrad, der Verbundgüte, dem Stabdurchmesser sowie von der Höhe und Dauer der Beanspruchung (Verbundkriechen) abhängig. Unter schwelender Beanspruchung geht die Mitwirkung (auch tension stiffening) mehr und mehr verloren. Sie kann an Stelle von $\Delta\epsilon_s$ auch durch die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_s$ ausgedrückt werden.

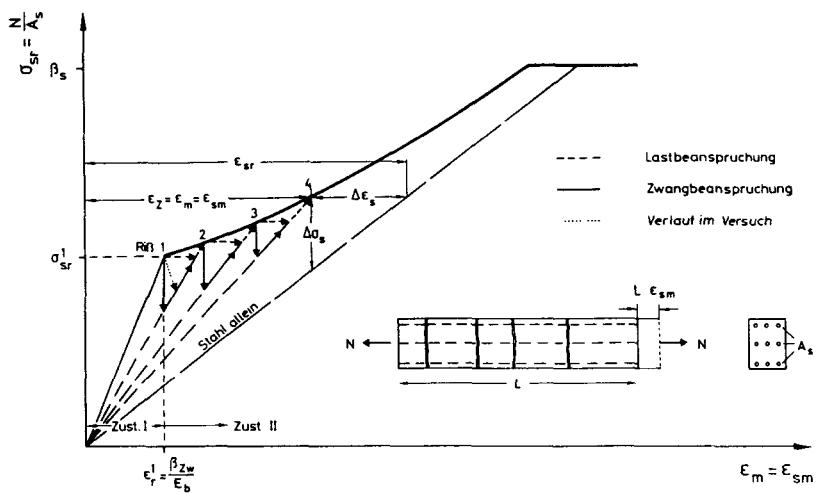


Bild 5.6: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei Last- und Zwangbeanspruchung

Die in Bild 5.6 eingezeichnete Kurve für den $\sigma_{sr}-\epsilon_m$ -Verlauf steht für die globale Betrachtung des gerissenen Zugstabes. Tatsächlich stellt sich bei fortschreitender Rißbildung und Lastbeanspruchung ein treppenförmiger

Verlauf ein, weil jeder Riß einen Dehnungssprung mit sich bringt, während die Spannung in den Rißquerschnitten konstant bleibt. Bei Zwangbeanspruchung hingegen stellt sich ein zackenförmiger Verlauf ein. Jeder Riß wird von einem Spannungsabfall begleitet, und die Gesamtdehnung des Stabes bleibt konstant. Die Größe der Zacken oder Stufen nimmt mit steigendem Bewehrungsgrad, aber auch mit der Stablänge ab. Für $L \rightarrow \infty$ verschwinden Zacken und Stufen, und man erhält die obere Einhüllende. Im Versuch stellt sich wegen der Wechselwirkungen zwischen Versuchskörper und Versuchseinrichtung ein geneigter Verlauf des abfallenden Astes der σ_{sr} - ϵ_m -Linie ein. Der Anstieg bis zur nächstfolgenden Rißspannung erfolgt stets auf einer Geraden durch den Koordinatenursprung, deren Steigung als die jeweilige Steifigkeit des gerissenen Zugstabes interpretiert wird.

5.3.2.2 Globale Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung

Zur Formulierung der die Mitwirkung des Betons beschreibenden Dehnungsdifferenz

$$\Delta \epsilon_s(\sigma_{sr}) = \epsilon_{sr} - \epsilon_{sm} \quad (5.20)$$

existieren zahlreiche unterschiedliche Ansätze. Die meisten gehen auf die für reine Biegung entwickelte Beziehung von Rao /65/ zurück:

$$\Delta \epsilon_s = k(\sigma_{sr}) \cdot \frac{\Delta \sigma_{sr}^1}{E_s} = k(\sigma_{sr}) \cdot \frac{\beta_{zw}}{\mu E_s} \quad (5.21)$$

Hierin sind

$$\Delta \sigma_{sr}^1 = \frac{\beta_{zw}}{\mu} = \sigma_{sr}^1 - \sigma_{s0}^1 \quad (5.22)$$

der Spannungssprung beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II (siehe Bild 5.3) und

$$k(\sigma_{sr}) = 0.18 \cdot \frac{\sigma_{sr}^1}{\sigma_{sr}} \quad (5.23)$$

der die Mitwirkung abmindernde Faktor, dessen Größtwert von Rao aus Biegeversuchen ermittelt wurde. Es sei darauf hingewiesen, daß $\Delta \sigma_{sr}$ nicht identisch mit der die Mitwirkung des Betons auf Zug beschreibenden Spannungsdifferenz $\Delta \sigma_s$ (siehe Bild 5.6) ist. In /76/ wurde der Ansatz auf

beliebige Beanspruchung erweitert. Für zentrischen Zug gilt $\max k = 1,0$. Beim Erreichen der Erstrißkraft springt die Stahlspannung von $\sigma_{s0} = n \beta_{zw}$ auf die Erstrißstahlspannung hoch:

$$\sigma_{sr}^1 = \frac{\beta_{zw}}{\mu} (1 + n\mu) \quad (5.24)$$

Mit Gl. (5.22) erhält man nach /83/ die mittlere Dehnung eines Zugstabes zu

$$\epsilon_z = \epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sr}}{E_s} - \left(\frac{\beta_{zw}}{\mu} \right)^2 \frac{1 + n\mu}{\sigma_{sr} E_s} \quad (5.25)$$

bzw. die mittlere Stahlspannung

$$\sigma_{sm} = \sigma_{sr} \left[1 - \left(\frac{\beta_{zw}}{\mu \sigma_{sr}} \right)^2 (1 + n\mu) \right] \quad (5.26)$$

Einige Autoren /70, 55, 48 u.a./ vernachlässigen den Anteil der Stahlspannung im Zustand I und setzen

$$\Delta \sigma_{sr}^1 \approx \sigma_{sr}^1 \approx \frac{\beta_{zw}}{\mu} , \quad (5.27)$$

wodurch in den Gln. (5.25) und (5.26) das Glied $n\mu$ entfällt:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sr} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{sr}^1}{\sigma_{sr}} \right)^2 \right] \quad (5.28)$$

Diese Formulierung ist in viele Rißbreitenansätze, so auch in die CEB/FIP-Mustervorschrift /12/, eingeflossen. Sie ist auch Grundlage für Abschnitt 17.6 des DIN 1045-Entwurfs vom Juni 1986. Mit der Vereinfachung von Gl. (5.28) wird die Mitwirkung des Betons auf Zug bei hohen Bewehrungsgraden um 10% und mehr unterschätzt.

Hartl /33/ stellte zwei auf der Basis eigener Zugstabversuche entwickelte Rechenverfahren vor, die den Bereich zwischen Erstriß und Fließen der Bewehrung bilinear abbilden.

5.3.2.3 Verbundorientierte Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung

Im Gegensatz zu den halbempirischen Theorien, bei denen eine gleichbleibende, mittlere Verbundspannung auf konstanten Einleitungslängen voraus-

gesetzt wird, beschreiben verbundorientierte Theorien das Verbundverhalten durch ein Stoffgesetz (siehe Bild 5.4) und verknüpfen dieses mit der DGL (5.12) des verschieblichen Verbunds /66, 53, 61, 47/. Es handelt sich dabei um eine lokale Betrachtung am Einzelriß. Die vorgenannten Autoren geben geschlossene Lösungen von Gl. (5.12) an, die mit weitreichenden Vereinfachungen verbunden sind.

Noakowski /61/ und Krips /47/ verwenden das Verbundgesetz

$$\tau_v = A \beta_w v^N \quad (5.29)$$

und legen die Koeffizienten A und N anhand von Versuchsergebnissen fest. In /61/ wird nur die Erstrißbildung behandelt ($s_r \geq 2l_E$). Krips erweiterte die Lösung der DGL (5.12) auf die sog. Zweitrißbildung ($l_E \leq s_r < 2l_E$) durch Einführen additiver Verschiebungsanteile in die DGL sowie auf die sukzessive Rißteilung, d.h. die Rißbildung in Bereichen mit bereits gestörtem Verbund (Bild 5.7).

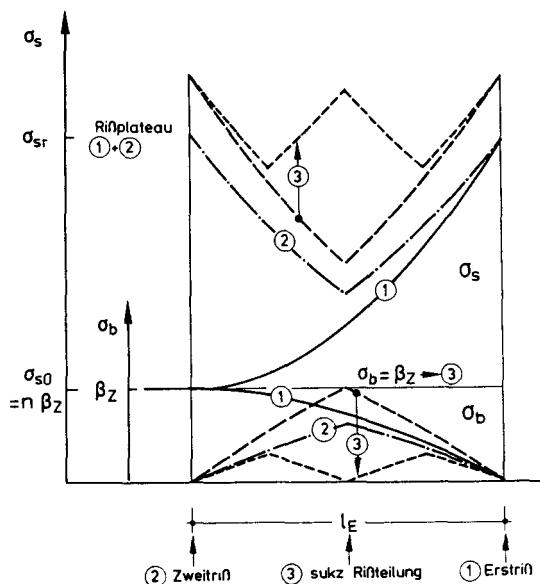


Bild 5.7: Rißsequenz nach /47/

Die Lösungen der DGL, die in /47/ zum Teil als verkürzte Reihenentwicklungen angegeben werden, setzen den Exponenten N in Gl. (5.29) als konstant voraus. Er ist jedoch dimensionsbehaftet; das Verbundgesetz selbst ist dimensionsgebunden, seine Form also nur für die gewählten Einheiten gültig. Ein Wechsel der Einheiten führt einerseits zu beanspruchungsabhängigen Exponenten N (τ_y) und andererseits zu formal unterschiedlichen Ergebnissen, wenn die Lösungen der DGL (5.12) ausgewertet werden.

Koch /42/ entwickelte eine Zwischenlösung, indem er den Verbundspannungsverlauf auf der Einleitungslänge auf der Basis des Stoffgesetzes von /53/ durch eine Gerade approximierte und die Verteilung der Betonzugfestigkeit entlang des Stabes in statistischer Form mit in die Überlegungen einbezog. Schwennicke /96/ stellte eine hierauf basierende numerische Lösung der DGL vor, die auch das nichtlineare Stoffverhalten von Beton und Stahl erfaßt. Schober /95/ gab numerische und geschlossene Lösungen der DGL für ein vereinfachtes Verbundgesetz (vgl. Bild 5.4), für Stabverankerungen sowie für ein starr-plastisches Verbundgesetz (glatte Stäbe, nur Haftverbund) an.

5.3.2.4 Zusammenstellung

Eine Übersicht über die verschiedenen Mitwirkungsansätze vermittelt Bild 5.8, in dem die resultierenden σ_{sr} - ϵ_{sm} -Verläufe qualitativ dargestellt sind. Vielfach wird der Bereich im Zustand II in zwei Abschnitte, vor und nach Abschluß der Rißbildung, unterteilt /22, 33, 21, 95, 61, 96/. Falkner /22/, Eibl /21/, Noakowski /61, 62/ und Krips /47/ setzen voraus, daß alle Risse (Ausnahme: sukz. Rißteilung) auf einem Beanspruchungsplateau entstehen, die Zugfestigkeit im Stab also konstant ist. Diese Vereinfachung wird vom Versuch nicht getragen.

Im Hinblick auf Zwangbeanspruchung betrachten /21, 22/ nur den Rißbildungsbereich. Alle anderen Ansätze beinhalten eine Betonmitwirkung auch nach Abschluß der Rißbildung.

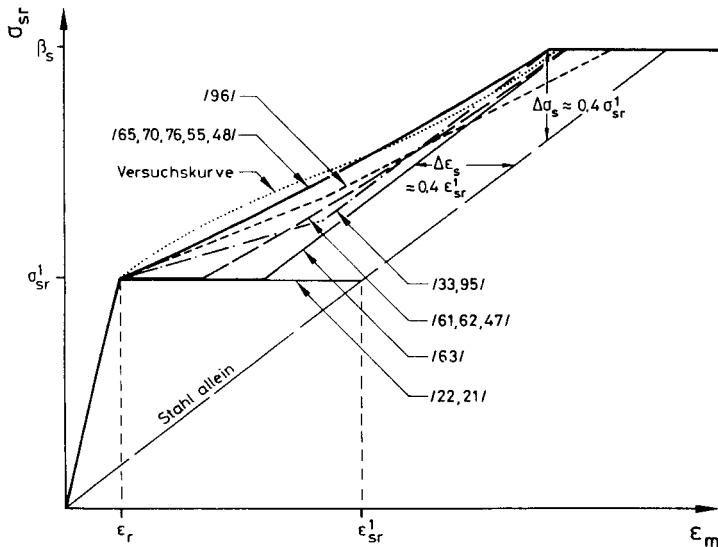


Bild 5.8: Qualitativer σ_{sr} - ϵ_m -Verlauf nach verschiedenen Mitwirkungsansätzen

Eine von Riß zu Riß zunehmende Auslösespannung, die der Zugfestigkeitsverteilung längs des Stabes folgt (vgl. hierzu Abschnitt 3.7.3), berücksichtigen /33, 95, 96/ durch ansteigende Geraden in diesem Bereich.

Die globalen Ansätze /65, 70, 76, 83, 55, 48/ lassen sich als stetige Kurven, welche das Erstrißniveau mit dem des Stahlfließens verbinden, darstellen. Im Versuch erhält man einen doppelt gekrümmten Kurvenverlauf, der, wie auch die verschmierten Ansätze, keinen Hinweis auf das Ende der Rißbildung enthält.

Die dargestellten Ansätze gelten für Kurzzeitbeanspruchung. Unter dauernd einwirkenden Lasten (bzw. Zwang) nimmt die Mitwirkung mit dem Faktor 0,5 /55, 12/ ab.

5.4 Eigener Ansatz

5.4.1 Rißabstand

Die im vorstehenden Abschnitt enthaltenen grundlegenden Beziehungen für den gerissenen Zugstab wurden vom Verfasser im Rahmen eines Forschungsvorhabens /80/ auf die veränderten Gegebenheiten in dicken Bauteilen modifiziert. Weil in solchen nur die oberflächennahen Randbereiche bewehrt werden, entstehen neben Trennrissen auch mehr oder weniger tief unter die Oberfläche reichende Einrisse. Beide Rißarten müssen in einem Ansatz zur Rißbreitenbeschränkung gemeinsam erfaßt werden.

Hierzu wurden die in Abschnitt 7.2 berichteten Versuche an breiten Zugstäben, die einen horizontalen Ausschnitt aus einer dicken Wand darstellen, durchgeführt. Es zeigte sich, daß der mittlere Endrißabstand mit dem halbempirischen Ansatz des CEB/FIP /12/ zutreffend beschrieben werden kann, wenn in Gl. (5.19) die Koeffizienten angepaßt werden. Bei früh einsetzender und kurzzeitig einwirkender zentrischer Zugbeanspruchung erhält man für Bauteile beliebiger Dicke, die mit gerippten Stäben bewehrt sind:

$$s_{rme} = c + 0,29s + 0,116 \cdot \frac{d_s}{\mu_{ef}} \quad (5.30)$$

Hierin weicht das Faktorenprodukt $k_2 \cdot k_3 = 0,116$ von den Ansätzen anderer Autoren /12, 55, 83/ nicht wesentlich ab. Die Versuchsergebnisse ergaben jedoch, daß der Einfluß der Betondeckung geringer und jener des Stababstandes höher zu bewerten sei, als in /12/ angegeben. Weiterhin zeigte sich, daß sich Eigenspannungen (E) auf den Rißabstand verkleinernd, also günstig auswirken. Demgegenüber nimmt der Rißabstand mit fallender Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus (\dot{z}) zu. Diese Wirkungen wurden durch Erweiterung des dritten Terms in Gl. (5.3) berücksichtigt:

$$s_{rme} = c + 0,29s + 0,116 \cdot \frac{d_s}{\mu_{ef}} \cdot k_E \cdot k_2 \quad (5.31)$$

Hierin bedeuten

$$k_E = \frac{T_1 + 80}{100} \leq 1 ; \quad T_1 \leq 20^\circ C \quad (5.32)$$

$$k_z = \frac{18 + \Delta t}{21} ; \Delta t [\text{h}] \quad (5.33)$$

Mit Δt wird der Zeitraum ab Beginn des Zwangs (t_0 bzw. t_a) bis zur Bildung des ersten Trennisses beschrieben, der etwa nach Bild 2.11 abgeschätzt werden kann. Die Koeffizienten k_E und k_z hängen zusammen und entwickeln sich gegenläufig. Praktische Berechnungen haben gezeigt, daß eine Eingrenzung mit

$$0,75 \leq k_E \cdot k_z \leq 1,25 \quad (5.34)$$

sinnvoll ist.

5.4.2 Rißbreite bei Zwangbeanspruchung

Die Breite der Zwangrisse wird nach Gl. (5.13) aus den Dehnungen am Einzelriß bei nicht ausgeprägtem Rißbild ermittelt. Angesichts der geringen Dehnungen aus Zwang ($\varepsilon_z \leq 0,5\%/\text{m}$) kann man annehmen, daß die Rißstahlspannung σ_{sr} bis zum letzten Zwangriß nicht erheblich über σ_{sr}^1 anwächst, womit die Einleitungslänge l_E und der Grundwert

$$\sigma_{s0} = n \sigma_b \approx n \beta_{zw} \quad (5.35)$$

nach Bild 5.3 als konstant vorausgesetzt werden können. (Diese Vereinfachung ist nicht gleichbedeutend mit der Annahme eines horizontalen Verlaufs der $N-\varepsilon_m$ -Linie im Rißbildungsbereich.) Bei Annahme eines einfachen parabolischen Verlaufs der Stahl- und Betondehnungen auf der Einleitungslänge

$$\varepsilon_s(z) = \varepsilon_{b0} + (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{b0}) \frac{z^2}{l_E^2} \quad (5.36)$$

$$\varepsilon_b(z) = \varepsilon_{b0} \left(1 - \frac{z^2}{l_E^2}\right) \quad (5.37)$$

erhält man die Rißbreite mit Gl. (5.6) zu

$$w = 2 \int_{z=0}^{l_E} \left[\varepsilon_{b0} + (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{b0}) \frac{z^2}{l_E^2} - \varepsilon_{b0} + \varepsilon_{b0} \frac{z^2}{l_E^2} \right] dz = \frac{2}{3} \varepsilon_{sr} \cdot l_E \quad (5.38)$$

bzw. mit $l_E = s_{rme}$

$$w = \frac{2}{3} \frac{\sigma_s}{E_s} s_{rme} \quad (5.39)$$

Den Zusammenhang zwischen der Stahlspannung im Riß und der mittleren Zwangdehnung liefert Gl. (5.25) in nach σ_{sr} aufgelöster Form:

$$\sigma_{sr} = \frac{\epsilon_z E_s}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\beta_{zw}}{\epsilon_z E_s \mu} \right)^2 (1 + \eta \mu)} \right] \quad (5.40)$$

Hierin wird bei den für die Zwangsbemessung üblichen kleinen Bewehrungsgraden der quadrierte Klammerausdruck groß gegenüber dem restlichen Wurzelinhalt, so daß man nach /81/ mit ausreichender Genauigkeit setzen kann:

$$\sigma_{sr} \approx \frac{\epsilon_z E_s}{2} \left[1 + \frac{2\beta_{zw}}{\epsilon_z E_s \mu} \right] = \frac{\epsilon_z E_s}{2} + \frac{\beta_{zw}}{\mu} \quad (5.41)$$

Der erste Term liefert bei Zwang nur einen geringen Spannungsanteil gegenüber dem zweiten Term, der den Spannungssprung beim ersten Riß beschreibt.

Nun läßt sich unter Verknüpfung der Gl. (5.41), (5.39) und (5.31) die Beziehung für die mittlere Rißbreite bei zentrischem Zugzwang angeben:

$$w_m = \frac{1}{3} (c + 0.29s + 0.116 \frac{d_s}{\mu_{ef}} \cdot k_E \cdot k_z) \left(\epsilon_z + \frac{2\beta_{zw}}{E_s \mu} \right) \quad (5.42)$$

Es sei angemerkt, daß in ihr sowohl der effektive als auch der Gesamtbewehrungsgrad auftreten. Der mit denselben Vereinfachungen abgeleitete Zusammenhang für Biegezwangbeanspruchung lautet mit Gl. (5.23):

$$w_m = \frac{1}{3} (c + 0.29s + 0.058 \frac{d_s}{\mu_{ef}} \cdot k_E \cdot k_z) \left(\epsilon_z + 0.36 \frac{\beta_{zw}}{E_s \mu} \right) \quad (5.43)$$

Hierin ist in Anlehnung an /55/ das Faktorenprodukt $k_2 \cdot k_3$ halbiert worden.

5.5 Der veränderte Rißbildungsmechanismus bei dicken Bauteilen

5.5.1 Ausstrahlung der Kräfte in den Beton

Bei dünnen, gleichmäßig mit Bewehrung durchsetzten Zugstäben lässt sich das in Wirklichkeit räumliche Problem der Verbundkraftübertragung bei Voraussetzung der Bernoulli-Hypothese auf ein eindimensionales reduzieren. Bei dicken, nur an den Oberflächen bewehrten Betonquerschnitten stellen sich jedoch ungleichmäßig über den Querschnitt verteilte Längszugspannungen und Rißbreiten ein. Um dennoch die Bernoulli-Hypothese und damit die Beziehungen des Abschnittes 5.3 beibehalten zu können, muß eine effektive Betonzugfläche mit annähernd gleichmäßigen Längszugspannungen eingeführt werden. Die Ausdehnung einer solchen Fläche hängt vom Ausstrahlungswinkel und der verfügbaren Übertragungslänge und damit vom Rißabstand ab.

5.5.2 Ansätze für die wirksame Betonzugfläche

Leonhardt /48/ hat erstmals eine rechteckig begrenzte Teilfläche des Betonquerschnitts mit einem Höchstabstand von 6 bis 7 d_s vom Bewehrungsstab als Wirkungszone bezeichnet. Seine Formulierung ging in leicht modifizierter Form in /12/ ein. Mit den Bezeichnungen des Bildes 5.9 erhält man den auf die wirksame Betonzugfläche bezogenen effektiven Bewehrungsgrad

$$\mu_{\text{ef}} = \frac{\text{tot } A_s}{A_{\text{bet}}} = \frac{\text{tot } A_s}{2b_{\text{ef}}h_{\text{ef}}} \geq \mu = \frac{\text{tot } A_s}{A_b} \quad (5.44)$$

mit

$$b_{\text{ef}} = c + 8d_s \leq \frac{b}{2} \quad (5.45)$$

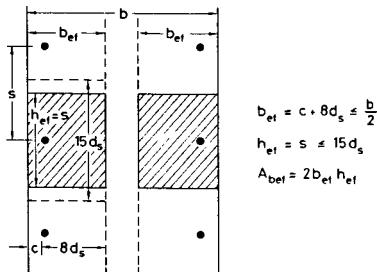


Bild 5.9: Wirksame Betonzugfläche in Wänden

Es sei betont, daß der effektive Bewehrungsgrad für die Beschreibung der mittleren Einleitungslänge nach Gl. (5.31) maßgebend ist. Der Spannungssprung $\Delta\sigma_{sr} \approx \Delta\sigma_{sr}^1$ weit auseinanderliegender Einzelrisse ist demgegenüber nach Gl. (5.22) bzw. (5.41) vom Gesamtbewehrungsgrad μ abhängig. Dabei ist es ohne Bedeutung, daß in diesem Falle die Kräfte erheblich tiefer in den Beton einstrahlen als bei kleinstmöglichem Rißabstand. Auch der Mindestbewehrungsgrad, der beim Übergang vom Zustand I in II gerade das Stahlfließen verhindern muß, ist auf den gesamten oder einen durch Eigenspannungseinrisse in den Randbereichen verminderten Betonquerschnitt zu beziehen (vgl. Abschnitt 8.6).

Die Richtigkeit des Ansatzes für die Tiefe der wirksamen Betonzugfläche nach Gl. (5.45) wurde durch die in Abschnitt 7.2 berichteten Versuche in vollem Umfang bestätigt, indem die Endrißabstände von dicken und dünnen Modellwänden miteinander verglichen wurden (siehe Abschnitt 7.2.4).

Alternativ wird in /93, 17/ ein nur von der Betondeckung abhängiger Ansatz für die Ausdehnung der wirksamen Betonzugfläche vorgeschlagen:

$$b_{ef} = 2(d-h) \quad (5.46)$$

Er wurde ursprünglich in /43/ auf der Basis von Versuchen an nur 30 cm hohen Biegebalken formuliert, und es erscheint zweifelhaft, ob er auf dicke, zentrisch gezogene Bauteile übertragbar ist /38/. Bei solchen erhält man bedeutend kleinere wirksame Betonzugflächen als mit dem durchmesserbezogenen Ansatz Gl. (5.45), der im Rahmen dieser Arbeit angewendet wird.

5.5.3 Vergleichsberechnungen an FE-Modellen

Zur Absicherung des durch Gl. (5.45) beschriebenen Ansatzes wurde eine rechnerische Studie anhand von FE-Scheiben-Modellen durchgeführt. Die Scheiben stellen horizontale, beidseitig symmetrisch bewehrte Ausschnitte aus Wänden unterschiedlicher Dicke b und mit unterschiedlichem Trennrißabstand s_r dar. Bild 5.10 enthält eine Draufsicht auf die Modellscheiben. Die Einleitung der Verbundkräfte $T = 1$ entlang variabler Einleitungslängen l_E erfolgte in Anlehnung an /42/ mit trapezförmiger Verteilung.

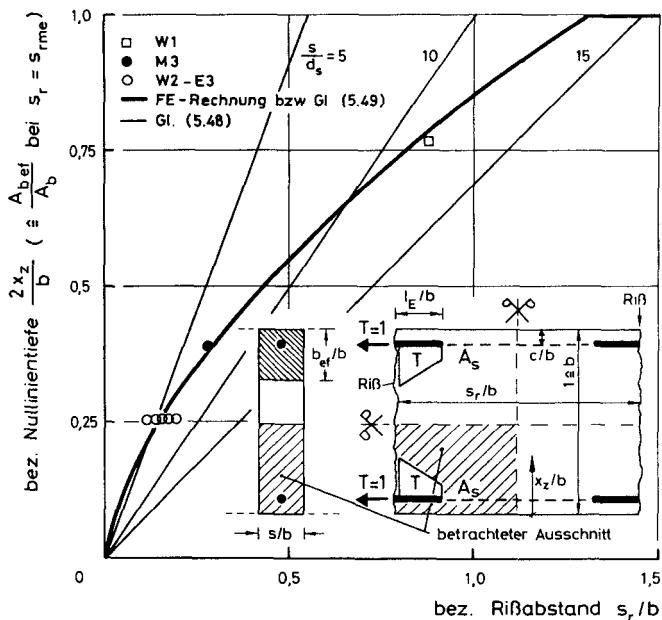


Bild 5.10: Zusammenhang zwischen Rißabstand und Nullinientiefe

Bild 5.11 zeigt als Ergebnis einiger Berechnungen mit der Annahme ideal-elastischen Werkstoffverhaltens Spannungshöhenlinien für Wandausschnitte, bei denen die Einleitungslänge mit $l_E = 0,1 b$ vorgegeben und der Rißabstand variiert wurde. Mit abnehmendem Rißabstand wandert die Spannungsnulllinie, die die Grenze der Krafteinstrahlung in den Beton markiert, zum Bauteilrand. Bild 5.10 enthält eine entsprechende Auswertung. Ist der Endrißabstand erreicht, so läßt sich das Verhältnis des zugbeanspruchten zum gesamten Betonquerschnitt durch den Quotienten

$$\frac{A_{b,eff}}{A_b} = \frac{2b_{ef}}{b} \approx \frac{2x_z}{b} \quad (\text{für } s_r = s_{rme}) \quad (5.47)$$

ausdrücken.

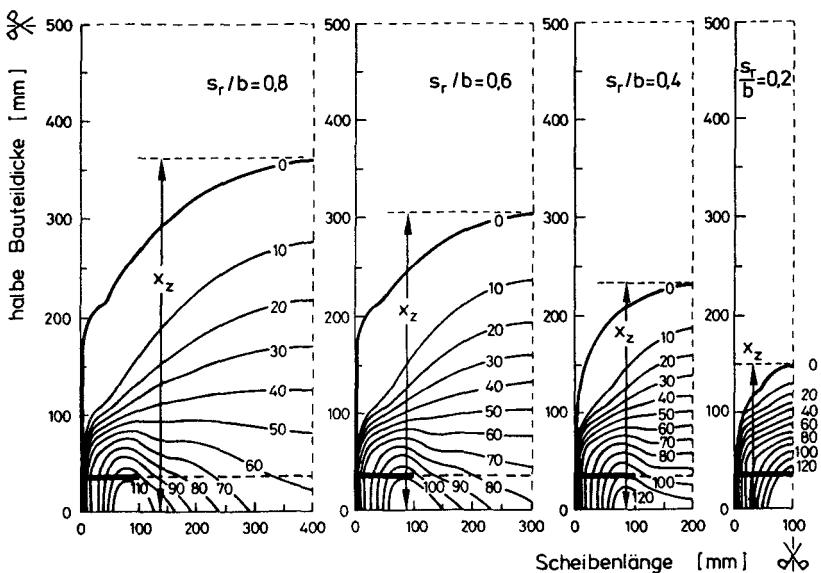
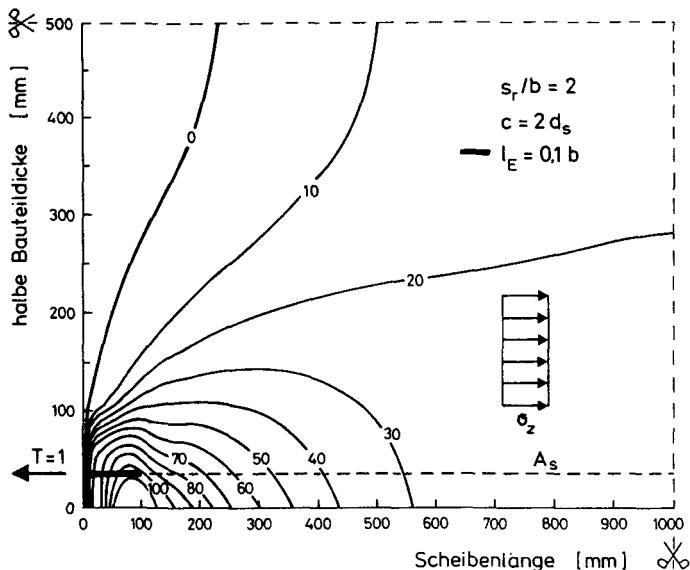


Bild 5.11: Spannungshöhenlinien in horizontalen Wandausschnitten bei verschiedenen Rißabständen

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß unter sonst gleichen Voraussetzungen die Einleitungslänge keinen nennenswerten Einfluß auf die Lage der Spannungsnulllinie ausübt. Letztere ist damit allein vom Rißabstand abhängig. Für übliche Betondeckungen $c \approx 2 d_s$ kann die Kurve des Bildes 5.10 damit auf beliebige Wanddicken und Einleitungslängen angewandt werden.

Ein direkter Bezug zwischen d_s und b_{ef} läßt sich aus Bild 5.10 nicht ableiten, da beide Größen in A_{bef} und s_{rme} eingehen. Durch Verknüpfung der Gl. (5.44), (5.45), (5.30) und mit den Voraussetzungen $c = 2 d_s$ und $s/d_s = \text{konst.}$ läßt sich jedoch eine Geradengleichung der Form

$$\frac{A_{bef}}{A_b} = \frac{20}{(2 + 1.8 \cdot \frac{s}{d_s})} \cdot \frac{s_{rme}}{b} \quad (5.48)$$

entwickeln. Die den praktischen Bereich eingrenzenden, in Bild 5.10 eingezeichneten Geraden hüllen auch die FE-Kurve ein. Sie gelten jedoch streng nur in den Schnittpunkten mit ihr, weil das Verhältnis s/d_s mit den Quotienten A_{bef}/A_b und s_{rme}/b gekoppelt ist.

Der Kurvenverlauf läßt sich sehr genau durch die Anpassung

$$\frac{A_{bef}}{A_b} = 0.84 \left(\frac{s_r}{b} \right)^{0.63} \quad (5.49)$$

beschreiben.

Die in den Versuchen (Abschnitt 7.2) gemessenen Endrißabstände wurden in Bild 5.10 den mit Gl. (5.45) berechneten wirksamen Betonzugflächen gegenübergestellt. Die Punkte liegen eng an der rechnerischen Kurve. Damit wird der durch Gl. (5.45) ausgedrückte Ansatz für Bauteildicken $b \leq 1 \text{ m}$ als abgesichert angesehen. Systematische Untersuchungen an Wänden größerer Dicke sind nicht bekannt.

Auch in /69/ wird über Versuchsergebnisse und Ergebnisse von FE-Berechnungen an räumlichen Balkenmodellen berichtet. Auch durch sie wird der Ansatz für die wirksame Betonzugfläche nach Gl. (5.45) in vollem Umfang bestätigt.

5.6 Eigenspannungseinrisse

5.6.1 Eingrenzung der Einrißtiefe ($\mu = 0$)

Über die rechnerische Erfassung von Eigenspannungen wurde in Abschnitt 4.3 berichtet. Die Breite der durch sie hervorgerufenen Einrisse ist ohne Bedeutung ($w \leq 0,05$ mm). Meist sind die Risse mit dem bloßen Auge nicht wahrnehmbar, und außerdem schließen sie sich nach Abklingen der Eigenspannungen wieder. Sie schwächen jedoch den Querschnitt und bilden überdies Initialstellen für Trennrisse. Dicke Bauteile erfahren damit eine Vorschädigung, die sich in der später einsetzenden Zwangsrissbildung niederschlägt.

Ein Maß für den Grad der Vorschädigung ist die in Bild 4.8 dargestellte Einrißtiefe r , die den Restquerschnitt im Bauteilinneren begrenzt:

$$A_{br} = A_b \left(1 - \frac{2r}{b}\right) = A_b (1 - 2\psi) \quad (5.50)$$

Die Einrißtiefe ist von der maximalen Randzugspannung, dem Zeitpunkt ihres Auftretens und von der Nulllinienlage im Zustand I abhängig.

In einem Spannungsfeld mit steiler Gradienten entstehen erste Einrisse, wenn die mittlere Zugspannung in einer RVE (vgl. Abschnitt 3.6.3) in Randlage die wirksame Betonzugfestigkeit erreicht. Allerdings muß die Ausdehnung der Zugzone, ausgedrückt durch die Nulllinientiefe x_z , mindestens der Kantenlänge d_E der RVE entsprechen (Bild 5.12). Mit der in Abschnitt 4.3.4 hergeleiteten maximal möglichen Nulllinientiefe

$$\max x_z = 0,22 b$$

erhält man ein Kriterium für die Bauteildicke, ab der Einrisse grundsätzlich möglich sind:

$$\min b = \frac{d_E}{0,22} \approx \frac{2,3 \max D_K}{0,22} \approx 11 \max D_K \quad (5.51)$$

Dieser Grenzwert hat allerdings nur theoretische Bedeutung. Beobachtungen der Praxis zeigen, daß Einrisse erst ab Bauteildicken $b \geq 0,5$ m auftreten,

für die der Nulllinienabstand $\max x_z$ bereits deutlich größer als d_E ist (für übliche $D_k \leq 32 \text{ mm}$).

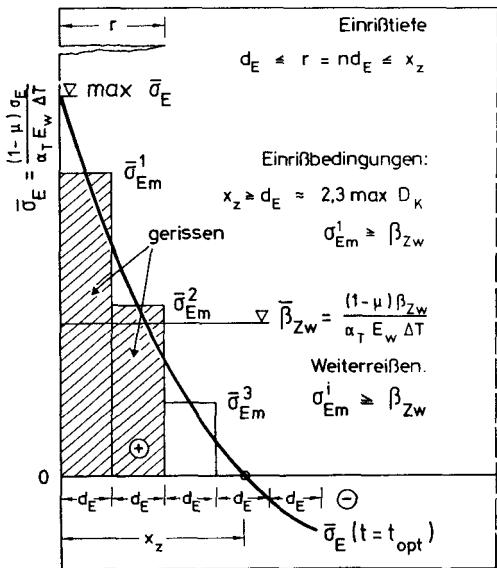


Bild 5.12: Einrißmechanismus, Bestimmung der Einrißtiefe

Aus der Modellvorstellung der RVE läßt sich ein unterer Grenzwert für die Einrißtiefe ableiten:

$$\min r \approx d_E \quad (5.52)$$

Die maximale Einrißtiefe hingegen kann die maximale Nullinientiefe nach Gl. (4.18) nicht übertreffen. Bruyl /11/ hat ein Verfahren zur Berechnung der Spannung an der Rißspitze angegeben. Es beruht auf der Elastizitätstheorie und schließt bruchmechanische Gesichtspunkte nur pauschal ein. Nach diesem Verfahren ist ein Einreißen bis $r = b/2$ theoretisch möglich. Wie jedoch die Praxis zeigt und durch Nachrechnungen belegt werden konnte, sind die Zugspannungskeile nach dem ersten Einreißen nicht mehr in der Lage, den Einriß weiter ins Bauteilinnere voranzutreiben. Hinzu kommt, daß Eigenspannungseinrisse meist kurz sind und daher die Zugspannungen nach dem Einriß durch benachbarte ungeschädigte Querschnitte

abgeschwächt werden (Verziehen der Nulllinie). Damit ist es hinreichend, die Einrißtiefe auf der Grundlage der Spannungsverteilung im Zustand I zu ermitteln. Der obere Grenzwert der Einrißtiefe lautet:

$$\max r \approx x_z \approx 0.22 b \quad (5.53)$$

Eine genaue Bestimmung der Einrißtiefe kann mit den in Abschnitt 4.3 angegebenen Hilfsmitteln erfolgen. Mit der Biot-Zahl nach Gl. (2.23) liest man in Bild 4.15 die maximale bezogene Randzugsspannung ab und berechnet den Zeitpunkt ihres Auftretens mit Gl. (2.22). Die bezogene Nulllinientiefe läßt sich aus Bild 4.14 oder aus den Bildern 4.11 bis 4.13 abgreifen, womit der gesuchte Zugspannungskeil in Anlehnung an die letztgenannten Bilder aufgezeichnet werden kann (Bild 5.12). Die Abmessungen der RVE werden, vom Bauteilrand beginnend, ebenfalls eingetragen, so daß die $\bar{\sigma}_E$ -Kurve durch eine Treppenlinie aus den Mittelwerten über d_E ersetzt werden kann. Abschließend wird der Wert der Zugfestigkeit mit dem Spannungsumsetzer verknüpft, woraufhin die Rißtiefe als ganzzahliges Vielfaches von d_E abgelesen werden kann.

Da die Nulllinie nach Erreichen des Spannungsmaximums speziell bei dicken Bauteilen weiter nach innen wandert, kann es vorkommen, daß der Einriß für diesen späteren Zeitpunkt um $1 \cdot d_E$ weiter eindringt (vgl. Bild 4.13, $\chi = 0,1; 0,2; 0,5$).

Angesichts der mit der Annahme der RVE verbundenen Pauschalisierung - d_E ist ja als Mittelwert zu verstehen - ist die mit dem skizzierten Verfahren erzielbare Genauigkeit für praktische Belange völlig ausreichend.

5.6.2 Einrißtiefe in bewehrten Querschnitten

Eine Oberflächenbewehrung vermindert die Breite und Tiefe von Einrissen. Die Festlegung dieser Abminderung ist jedoch schwierig. Bruy hat in /11/ auf der Grundlage von FE-Modellrechnungen festgestellt, daß die Einrißtiefe mit der an der Oberfläche sichtbaren Rißbreite überproportional anwächst. Ein geringfügiger Rückgang der ohnehin kleinen Rißbreite infolge Bewehrung hat demnach eine deutliche Verkürzung der Einrißtiefe zur Folge. Bruys Versuchsergebnisse bestätigen dieses Verhalten. Aus ihnen läßt sich eine Näherungsbeziehung für die Rißtiefe in bewehrten Querschnitten

ableiten:

$$\Psi_s \approx \Psi \frac{1}{1 + \frac{d_s^2}{s \cdot b} \cdot 10^3} \quad (5.54)$$

Es sind jedoch Zweifel angebracht. Zum einen konnte nur auf die Ergebnisse von drei Versuchen zurückgegriffen werden, wobei die Größtwerte der stark streuenden Rißtiefen angegeben wurden. Zum anderen ist die experimentelle Bestimmung der Rißtiefe generell unsicher, weil die Rißspitze visuell nicht zu erfassen ist und weil die Risse sich schnell wieder schließen. Die Tendenz der Einrißverkürzung durch Bewehrung ist jedoch offensichtlich. Der durch Gl. (5.54) ausgedrückte Zusammenhang konnte durch bislang unveröffentlichte Braunschweiger Versuchsergebnisse bestätigt werden.

Für den praktischen Gebrauch soll ein Näherungsverfahren vorgestellt werden, das auf einen Ansatz in /81, 78/ zurückgeht. In Bild 5.13 grenzen zwei gestrichelte Kurven für $\max D_K = 16 \text{ mm}$ und 32 mm das Einrißgebiet nach links ab. Neben der Kurve für $\max x_z/b$ ist die bezogene Nulllinientiefe zum Zeitpunkt des Spannungsmaximums (vgl. Bild 4.14) dargestellt und der größtmöglichen Einrißtiefe im unbewehrten Querschnitt gleichgesetzt. Die Kurven für $\max \Psi_s$ ermöglichen die Abschätzung der Einrißtiefe in bewehrten Querschnitten.

Mit einem praxisgerechten Mittelwert $\Psi_s/\Psi = 0,4$ ergibt sich für ein 1 m dickes Bauteil eine bezogene Einrißtiefe von $\Psi_s \approx 0,075$. Da in dickeren Bauteilen ein Weiterreißen nach dem Spannungsmaximum nicht auszuschließen ist, wird dieser Wert für $b > 1 \text{ m}$ beibehalten. Zwischen $b = 0,5 \text{ m}$ (Mittelwert, ab dem Einrisse möglich sind) und $b = 1 \text{ m}$ kann linear interpoliert werden. Das Näherungsverfahren führt auf den im unteren Teil des Bildes dargestellten Ansatz für den Restquerschnitt A_{br} .

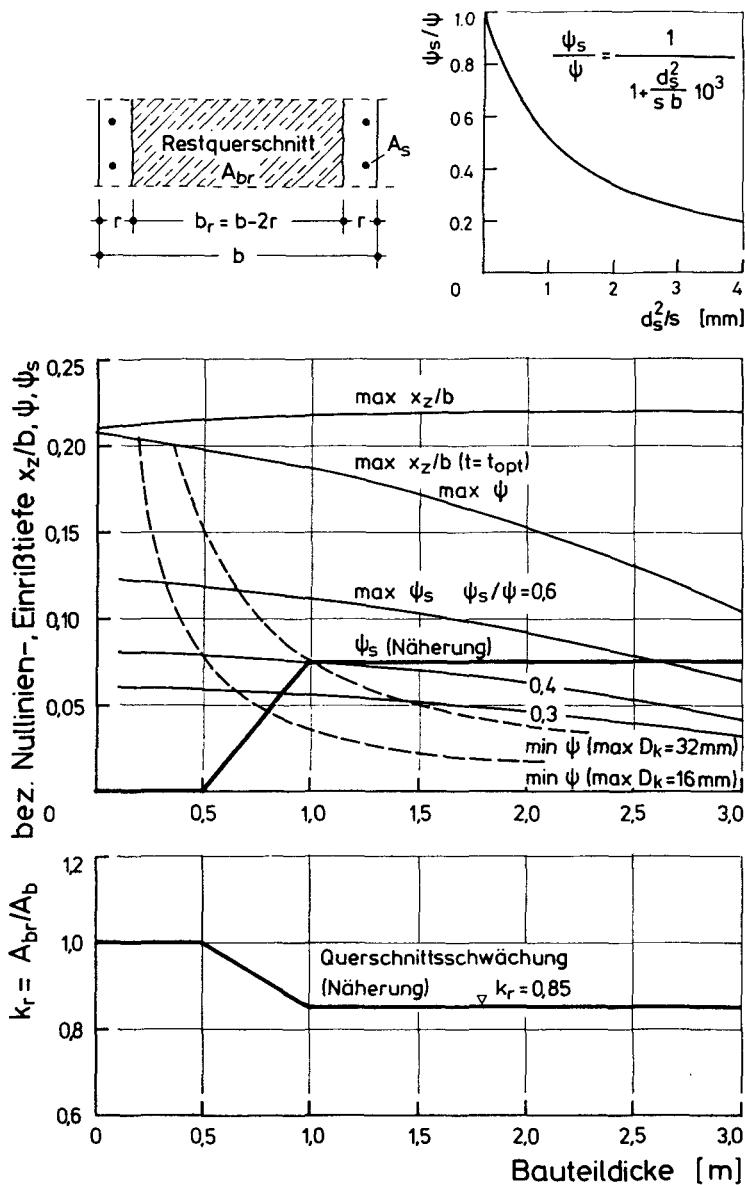


Bild 5.13: Einrißtiefen bzw. Schwächung bewehrter Querschnitte durch Eigenspannungseinrisse bei beidseitigem Wärmeabfluß

6. THEORIE DER GEZWÄNGTEN SCHEIBE

6.1 Problemstellung und Kenntnisstand

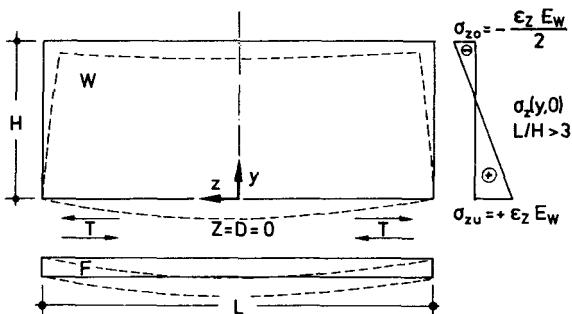
In langgestreckten Bauteilen mit linienförmiger oder flächiger Behinderung wie Keller-, Widerlager-, Schleusen- und Tunnelwände auf Fundamenten, Sohlplatten oder Stützmauern auf Fels u.a. werden vielfach lotrechte Risse beobachtet, die auf Temperaturzwang zurückzuführen sind. Mit dem in Abschnitt 5 entwickelten Reißmechanismus des von den Enden her gezwängten Zugstabs läßt sich das Rißgeschehen in solchen Scheiben nur dann lokal beschreiben, wenn die in der betrachteten Faser einwirkende Zwangskraft bekannt ist. Man benötigt also Angaben darüber, wie die eingeprägte Temperaturdehnung $\epsilon_0 = \alpha_T \Delta T$ in die spannungserzeugende wirksame Dehnung einzelner Fasern umgesetzt wird. Dabei ist zu beachten, daß sich der Dehnungszustand in Rißnähe im Zuge der Rißöffnung ändert.

Die Wand auf einem Fundament ist entlang der gesamten Arbeitsfuge (rauh, bewehrt) verformungsbehindert. Wand und Fundament stehen sowohl im ungerittenen als auch im gerissenem Zustand über Steifigkeitsverhältnisse in Interaktion. Die Art des Zusammenwirkens wird auch durch die Wandschlankheit L/H nachhaltig beeinflußt. Es liegt also ein Scheibenproblem vor, das für den Zustand I für einige Sonderfälle, für den Zustand II jedoch noch nicht untersucht wurde.

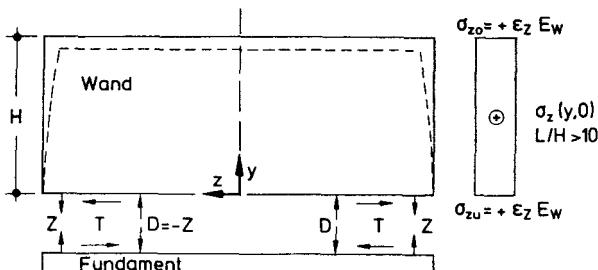
Mehrere Untersuchungen befaßten sich mit der Rißbildung in Widerlagern u.a. /115, 117, 18/ im Hinblick auf das häufige Rißbild und auf praktische Konsequenzen. In /2/ wurden aus Versuchen abgeleitete Spannungsverteilungen in Scheiben mit unterschiedlicher Wandschlankheit angegeben. Die Steifigkeitsverhältnisse können überschlägig berücksichtigt werden. Schleeh /94/ entwickelte analytische Lösungen für die Spannungsverteilung in Scheiben mit zwei Grenzfällen der Verformungsbehinderung. Er setzte die E-Theorie und Zustand I voraus. Im Hinblick auf die Rißbildung in Straßentunneln wurden in den Niederlanden theoretische und experimentelle Untersuchungen an Mikrobetonmodellen durchgeführt /103, 15, 104/. Die dort vorgestellten Ansätze basieren, wie auch die hiernach folgenden Ableitungen, auf der Arbeit von Schleeh /94/, führen jedoch zu anderen Ergebnissen.

6.2 Spannungen und Dehnungen der einseitig starr festgehaltenen Wand-scheibe

Schleeh /94/ betrachtete die Wandscheibe auf dehnstarrem Fundament: $E_F A_F = \infty$, im Grenzfall a das ideal biegeschlaffe: $E_F J_F = 0$, im Grenzfall b das ideal biegestarre Fundament: $E_F J_F = \infty$ (siehe Bild 6.1). Die von der Wand angestrebte gleichförmige Temperaturdehnung $\epsilon_0 = \alpha_T \Delta T$ wird im Fall b vollständig verhindert. Man erhält die Zwangdehnung zu $\epsilon_z(y) = -1,0$ $\epsilon_0 = \text{const.}$ (vgl. Bild 2.1).



Fall a: Fundament dehnstarr $E_F A_F = \infty$
biegeschlaff $E_F J_F = 0$



Fall b: Fundament dehnstarr $E_F A_F = \infty$
biegestarr $E_F J_F = \infty$

Bild 6.1: Grenzfälle der Behinderung einer Wand nach Schleeh /94/

Die Spannungen σ_y , σ_z , τ_{yz} in der Wand sind ortsveränderlich. An den Wandenden existieren St. Venant'sche Einleitungszonen der Länge L_K ,

innerhalb derer die Kräfte durch Fußschub eingeleitet werden. Zwischen den Einleitungszenen herrschen die Spannungen nach Balkenbieglehre. Die Kräfte T, Z und D in Bild 6.1 sind die Resultierenden der Spannungen in der Fuge entlang dieser Einleitungszenen, deren Länge ≈ 1 bis 1,25 H beträgt. In Abschnitten der Länge

$$\bar{L} \approx L - 2L_k ,$$

die von Einleitungszenen eingeschlossen werden, weisen Wände mit $L/H \geq 2$ bis 2,5 demnach von z unabhängige und über y linear veränderliche Längsspannungen $\sigma_z(y)$ nach der Balkenbieglehre auf. Innerhalb der Einleitungszenen hingegen liegt ein Scheibenspannungszustand vor. Wände mit $L/H < 2$ bis 2,5 bestehen nur aus solchen Zonen.

Die maximale Betonlängsspannung $\max \sigma_z$ wird im Grenzfall a über die Länge \bar{L} für jedes Verhältnis L/H in der Wandfaser unmittelbar über der Fuge erreicht. Im Grenzfall b ist sie über die Fläche $\bar{L} \cdot H$ konstant. Sie beträgt bei dehnstarrem Fundament

$$\max \sigma_z = -\alpha_T \Delta T E_w = \epsilon_z \cdot E_w \quad (6.1)$$

und nimmt innerhalb der Einleitungszenen auf Null ab. Die Theorie bestätigt also die Beobachtung: Risse steigen von der Fuge hoch. Die Einleitungszenen bleiben meist ungerissen.

In Bild 6.2 sind für ein Verhältnis $L/H = 4$ die Spannungen σ_y , σ_z und τ_{yz} unmittelbar über der Fuge ($y = 0$) sowie die Längsspannungen in Scheibenmitte $\sigma_z(y, 0)$ für beide Grenzfälle aufgetragen worden. Bei der vorgegebenen Wandschlankheit stellt sich im Fall b noch kein Bereich \bar{L} ein; auf der gesamten Wandlänge L ist also ein Scheibeneinfluß vorhanden. Die nur im Fall b auftretende Spannung σ_y erreicht am Wandende ihren Größtwert, der deutlich über σ_z liegt. Die Arbeitsfuge wird daher in diesem Bereich aufreißen ($\max \sigma_y \approx 2$ bis 3 β_{zw}); der Fugenriß wird durch Anschlußbewehrung überbrückt. In der Folge wird die Einleitung weicher und zur Scheibenmitte hin verlagert. Die nunmehr gekrümmte Wand erfüllt die Voraussetzungen des Grenzfalls b nicht mehr; die Spannungsverteilung ändert sich grundlegend.

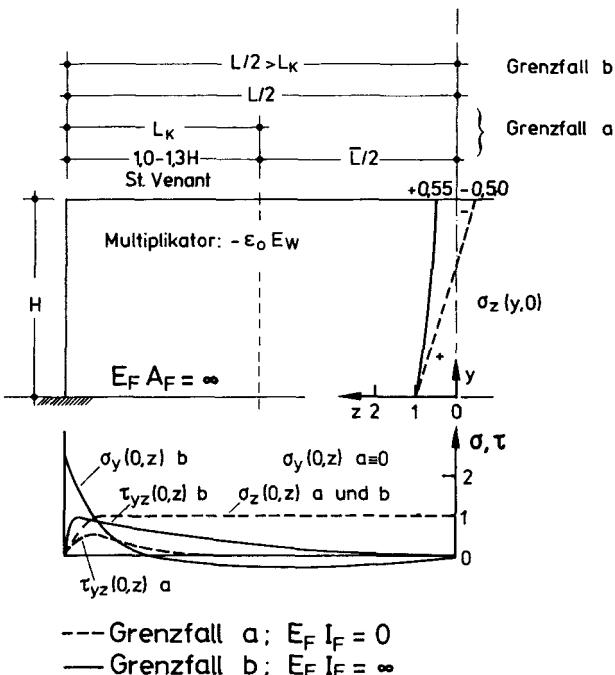


Bild 6.2: Spannungsverteilung in der Anschlußfuge einer Wand nach Schleeh; Beispiel $L/H = 4$

Bild 6.3 enthält das Ergebnis einer Auswertung der von Schleeh angegebenen Scheibenspannungen. Abhängig vom Verhältnis L/H sind in bezogener Form jene Schnittkraftkombinationen N, M angegeben, die die Scheibenspannungen σ_z am besten approximieren. Die bezogene Längskraft n und die bezogene Ausmitte η sind wie folgt definiert:

$$n = \frac{N}{-\epsilon_0 E_w A_w} \quad (6.2)$$

$$\eta = \frac{e}{H} \quad (6.3)$$

Biegemoment und Normalkraft hängen zusammen:

$$M = eN = \eta \cdot H \cdot N \quad (6.4)$$

mit

$$N = -\epsilon_0 E_w A_w \frac{1}{1+6\eta}$$

In Bereichen \bar{L} beträgt bei dehnstarrem Fundament die untere Randspannung der Wand stets

$$\sigma_{Wu} = -\epsilon_0 E_w \leq \beta_{zw} \quad (y = 0) \quad (6.5)$$

und die obere ist:

$$\sigma_{Wo} = -\epsilon_0 E_w \frac{1-6\eta}{1+6\eta} \quad (y = H) \quad (6.6)$$

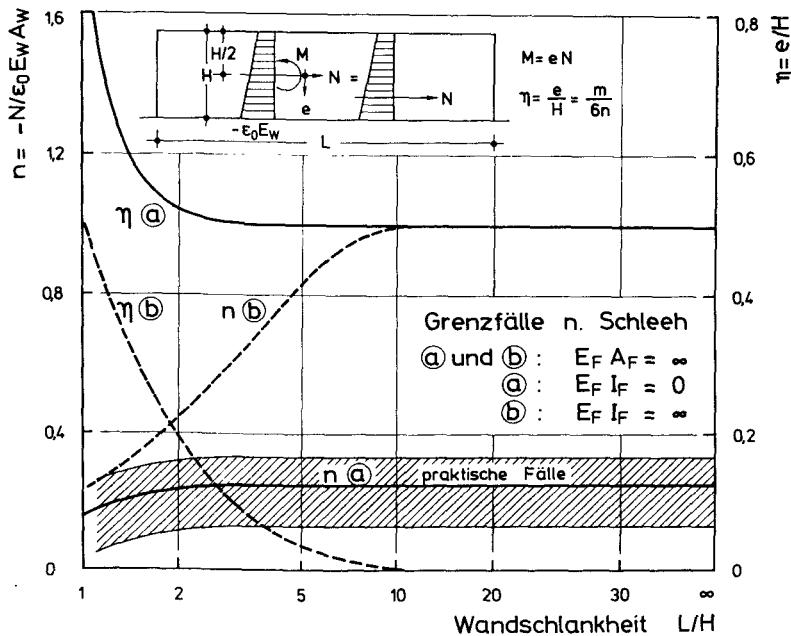


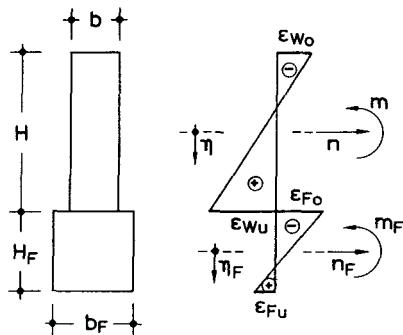
Bild 6.3: Abhängigkeit der Normalkraft von der Wandlänge im Zustand I bei Zwang für die Grenzfälle von Schleeh

Bild 6.3 zeigt, daß der Scheibeneinfluß im Grenzfall a ab $L/H \geq 3$ und im Grenzfall b erst ab $L/H \geq 10$ verschwindet. Stattet man das Fundament mit einer endlichen Dehnsteifigkeit aus, so ändert sich am prinzipiellen Verlauf der n - und η -Linien nichts. Die n -Linien sinken auf ein niedrigeres Niveau ab. Im Vorgriff auf den folgenden Abschnitt wurde der Bereich praktischer Werte für n in Bild 6.3 angelegt.

6.3 Elastische Koppelung von Wand und Fundament

6.3.1 Beziehungen der Zweischichtentheorie

Bei den Grenzfällen von Schleeh werden die Dehn- und Biegesteifigkeit von Wand und Fundament nicht explizit berücksichtigt. Da sie den Reißprozeß maßgeblich beeinflussen, müssen sie in praktische Berechnungen einfließen; es interessieren jedoch nicht die Steifigkeiten der Bauteile als solche, sondern deren Verhältniswerte. Diese werden wie folgt definiert (Bild 6.4):



Dehnsteifigkeitszahl $S_D = \frac{E_W A_W}{E_F A_F}$

Biegesteifigkeitszahl $S_B = \frac{E_W I_W}{E_F I_F}$

Höhenbeiwert $p = \frac{H + H_F}{H}$

Bild 6.4: Begriffe der Zweischichtentheorie

Dehnsteifigkeitszahl:

$$S_D = \frac{E_W A_W}{E_F A_F} \quad \text{mit} \quad 0 \leq S_D \leq \infty \quad (6.7)$$

Biegesteifigkeitszahl:

$$S_B = \frac{E_W I_W}{E_F I_F} \quad \text{mit} \quad 0 \leq S_B \leq \infty \quad (6.8)$$

Nun ist es möglich, den Zweischichtenkörper Wand/Fundament für Schlankheiten $L/H \rightarrow \infty$ mit der Bieglehre zu erfassen. Man erhält bei Wahrung von Gleichgewicht und Verträglichkeit folgende bezogene Schnittkräfte infolge Zwang für die Wand im Zustand I:

$$n = - \frac{N}{\epsilon_0 E_w A_w} = \frac{1 + S_B}{3p^2 S_B + (1 + S_B)(1 + S_D)} \quad (6.9)$$

$$m = - \frac{6M}{\epsilon_0 E_w A_w \cdot H} = \frac{3p S_B}{3p^2 S_B + (1 + S_B)(1 + S_D)} \quad (6.10)$$

bzw. die bezogene Ausmitte zu:

$$\eta = \frac{m}{6n} = \frac{p S_B}{2(1 + S_B)} \quad (6.11)$$

für das Fundament gilt:

$$n_F = - S_D n \quad (6.12)$$

$$m_F = (p - 1) m \quad (6.13)$$

$$\eta_F = \frac{m_F}{6n_F} \quad (6.14)$$

Hierin ist p ein Höhenbeiwert nach Bild 6.4, der für übliche Praxisfälle i.M. zu 1,25 angenommen werden kann. Mit den Steifigkeitszahlen der Grenzfälle a und b sowie mit $p = 1$ erhält man aus den Gln. (6.9) bis (6.11) die n - und η -Werte des Bildes 6.3 für $L/H \geq 10$.

Die Dehn- und Biegesteifigkeitszahl sind stets miteinander gekoppelt. Bei Rechteckquerschnitten - auf solche beziehen sich alle folgenden Betrachtungen - erfolgt die Koppelung über den Höhenbeiwert:

$$S_B = \frac{S_D}{(p-1)^2} \quad (6.15)$$

Die Grenzfälle a und b führen damit auf die rein theoretischen Höhenbeiwerte $p = \infty$ ($\hat{=} H = 0$) und $p = 1$ ($\hat{=} H_F = 0$).

6.3.2 Eingrenzung der Steifigkeitszahlen

Um nicht in jedem Falle den gesamten Wertebereich für S_D und S_B gemäß den in den Gln. (6.7) und (6.8) angegebenen theoretischen Grenzen untersuchen zu müssen, werden die Steifigkeitszahlen nach Bild 6.5 für praktische Verhältnisse eingegrenzt. Das Bild zeigt die Proportionen der den praktischen Grenzwerten zugrundegelegten Zweischichtensysteme. Im Hinblick auf die Beanspruchung des jungen Betons wurde für das Verhältnis der Materialeigenschaften ein unterer Grenzwert $\min E_W/E_F = 0,5$ eingeführt. Um auch ausgedehnte Unterkonstruktionen wie Sohlplatten mit erfassen zu können, muß die Einflußbreite des Fundaments begrenzt werden. Dies geschieht anhand der in Bild 6.5 enthaltenen Skizzen. Die dort eingetragene größte mitwirkende Fundamentbreite kann durch den Grenzwert

$$\max b_F = 5bp \quad (6.16)$$

beschrieben werden.

größte denkbare Fundamentbreite	kleinste Fundamentbreite	Dehnsteifigkeitszahlen	
		$E_W = E_F$	$E_W = 0,5 E_F$
$p = 1,1$ 		$\min S_D = 1,82$ $\max S_D = 10$ $S_B = 4,77$	$\min S_D = 0,91$ $\max S_D = 5$
$p = 1,25$ 		$\min S_D = 0,64$ $\max S_D = 4$	$\min S_D = 0,32$ $\max S_D = 2$
$p = 1,5$ 		$\min S_D = 0,27$ $\max S_D = 2$	$\min S_D = 0,13$ $\max S_D = 1$
$p = 2,0$ 		$\min S_D = 0,1$ $\max S_D = 1$ $S_B = 0,77$	$\min S_D = 0,05$ $\max S_D = 0,5$

$P = \frac{H + H_F}{H}$ $\max b_F = 5bp$ $S_B = \frac{S_D}{(p-1)^2}$

Bild 6.5: Eingrenzung der Steifigkeitszahlen

Damit lassen sich die den praktischen Bereich kennzeichnenden Steifigkeitszahlen in Abhängigkeit von p wie folgt eingrenzen:

$$\frac{1}{10p(p-1)} \leq S_D \leq \frac{1}{(p-1)} \quad (6.17)$$

und mit Gl. (6.12) gilt:

$$\frac{1}{10p(p-1)^3} \leq S_B \leq \frac{1}{(p-1)^3} \quad (6.18)$$

Der mit den Gln. (6.17) und (6.18) ermittelte praktische Bereich ist in den Bildern dieses Abschnitts kenntlich gemacht worden.

In /103/ wurden die Steifigkeitszahlen für zahlreiche ausgeführte Bauwerke (Tunnel, Keller, Schleusen, Widerlager u.a.) ermittelt. Sie überdecken nur einen Teilbereich der nach den Gln. (6.17) und (6.18) möglichen Werte, der sich wie folgt abstecken lässt:

$$0.2 \leq S_D \leq 2$$

$$2 \leq S_B \leq 50$$

In Bild 6.7 wurde dieser Teilbereich gestrichelt hervorgehoben.

6.3.3 Schnittkräfte im Zweischichtensystem

Die mit den Gln. (6.9) und (6.10) errechneten bezogenen Normalkräfte und Biegemomente wurden für vier verschiedene Höhenbeiwerte in den Bildern 6.6 und 6.7 dargestellt. Wichtig ist die Erkenntnis, daß die Biegebehinderung in praktischen Fällen gering ist. Dies führt im Zusammenhang mit einer endlichen Fundamentdehnsteifigkeit zu einer beträchtlichen Reduktion der Normalzugkraft in der Wand gegenüber dem totalen mittigen Zwang (= Grenzfall b). Nach Bild 6.6 steigt die Normalkraft in praktischen Fällen kaum über

$$N \approx -0.20 \epsilon_0 E_w A_w$$

an. Die Ausmitte bewegt sich im Bereich

$$\eta \approx 0.5 \text{ bis } 0.6$$

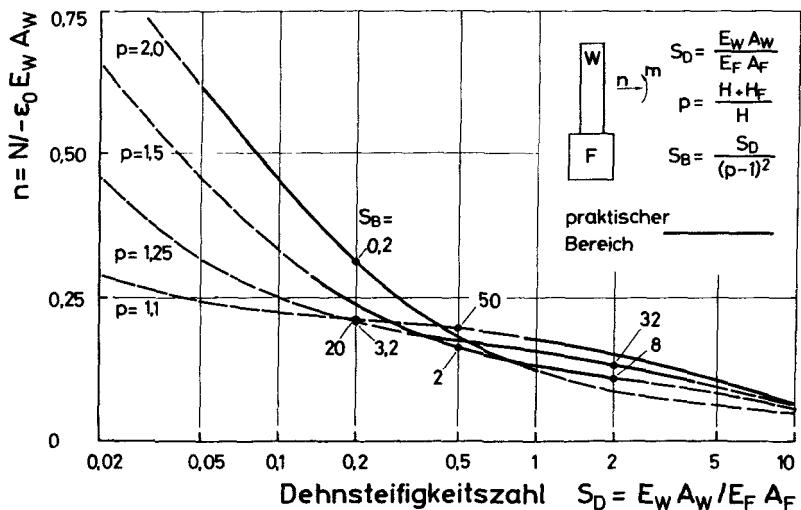


Bild 6.6: Einfluß der Steifigkeitszahlen auf die Normalkraft nach Zweischichtentheorie

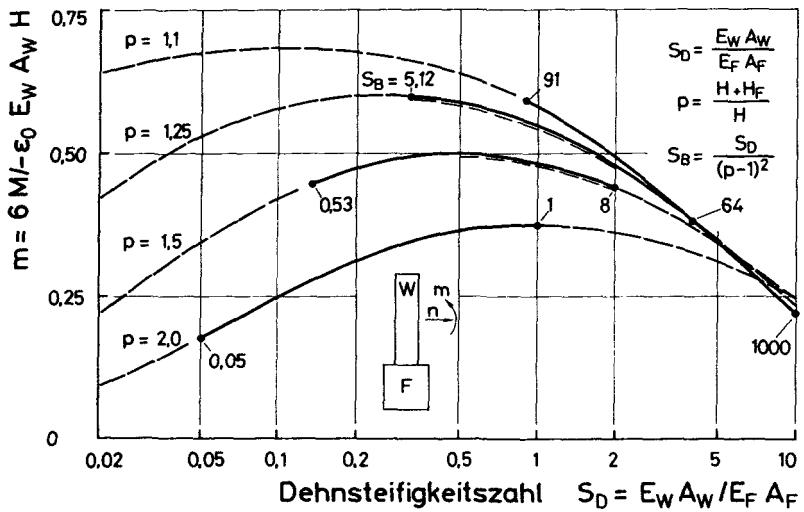


Bild 6.7: Einfluß der Steifigkeitszahlen auf das Biegemoment nach Zweischichtentheorie

Die bezogenen Schnittkräfte in den Bildern 6.6 und 6.7 gelten streng nur für große Wandschlankheiten auf den Abschnitten \bar{L} , nicht jedoch für kurze Wände bzw. Einleitungszenen L_K . Solche Bereiche können näherungsweise erfaßt werden, wenn man die Scheibenspannungszustände von Schleeh, Grenzfall a, biegeschlaffes Fundament ($S_D = 0$, $S_B = \infty$, vgl. Bild 6.3) zugrundelegt. Bild 6.3 zeigt, daß für praktische Fälle der Scheibeneinfluß ab $L/H = 3$ bereits verschwindet. Nun wird die bezogene Normalkraft von Grenzfall a für Wertepaare S_D , S_B des praktischen Bereichs wie folgt affin verzerrt:

$$n(S_D, S_B, L/H) \approx n(S_D, S_B, \infty) \frac{n^a(0, \infty, L/H)}{n^a(0, \infty, \infty)} \quad (6.19)$$

Die Normalkräfte mit dem Kopfzeiger a sind Werte des Grenzfalls a. Das Ergebnis einer Auswertung von Gl. (6.19) für ausgewählte Wertepaare S_D/S_B ist in Bild 6.8 dargestellt. Ab $L/H > 10$ stimmen Scheiben- und Biegetheorie streng miteinander überein. In praktischen Fällen ist jedoch ab

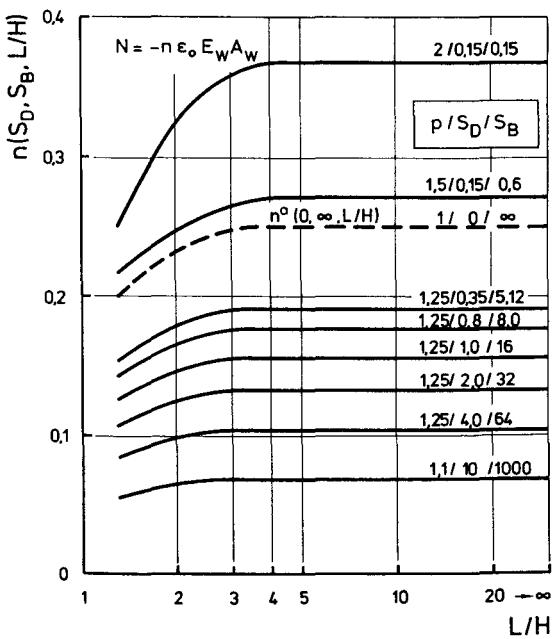


Bild 6.8: Bezugene Normalkräfte infolge Zwang, abhängig von L/H , für ausgewählte Steifigkeitsverhältnisse

$L/H > 3$ kein Scheibeneinfluß mehr vorhanden. Für die beiden oberen Kurven in Bild 6.8, die außergewöhnlich hohe Fundamentsteifigkeiten repräsentieren, wurde abweichend von Gl. (6.19) ein Scheibeneinfluß auch für $L/H > 3$ abgeschätzt. Werte für $L/H < 2$ sind unsicher.

6.3.4 Randdehnungen und Anrißbedingung

Das Rißbild einer über Fußschub gezwängten Wand hängt von den Steifigkeitsverhältnissen und der angestrebten Dehnung ϵ_0 gleichermaßen ab. Sie bestimmen, ob die Betonzugfestigkeit oberhalb der Fuge erreicht wird und damit Risse überhaupt entstehen können. Bei Voraussetzung linear-elastischen Materialverhaltens und ohne Berücksichtigung der Betonstruktur entstehen Risse dann, wenn die Randzugspannung den Wert β_{zw} erreicht:

$$\sigma_{wu} = \beta_{zw} = -\epsilon_0 E_w (n+m) = -\epsilon_0 E_w \frac{1+S_B(1+3p)}{3p^2 S_B + (1+S_B)(1+S_D)} \quad (6.20)$$

Aus dieser Gleichung kann man auch ableiten, in welchem Maße die freie Temperaturdehnung ϵ_0 in Zwangdehnung am Wandfuß umgesetzt wird:

$$-\frac{\epsilon_{wu}}{\epsilon_0} = n + m \quad (6.21)$$

Die oberen Kurven in Bild 6.9 zeigen die Auswertung von Gl. (6.21) für vier Höhenbeiwerte p . Das Verhältnis $-\epsilon_{wu}/\epsilon_0$ bewegt sich im praktischen Bereich innerhalb der Werte

$$0,5 \leq -\frac{\epsilon_{wu}}{\epsilon_0} \leq 0,8$$

Nun kann man aus Gl. (6.20) ableiten, bei welchem Verhältnis $-\epsilon_0/\epsilon_r$, abhängig von der Behinderung, das Anreißen beginnt. Dabei gilt:

$$\epsilon_{wu} = \epsilon_r = \frac{\beta_{zw}}{E_w} \quad (6.22)$$

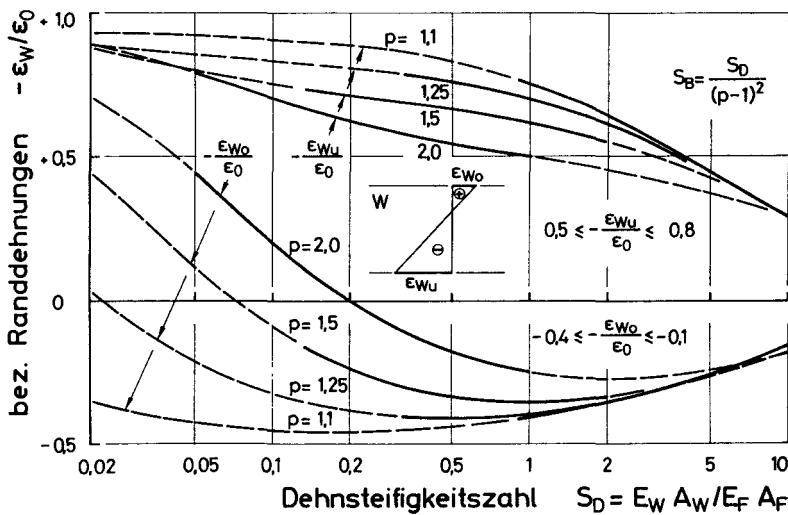


Bild 6.9: Randdehnungen der Wand eines Zweischichtensystems

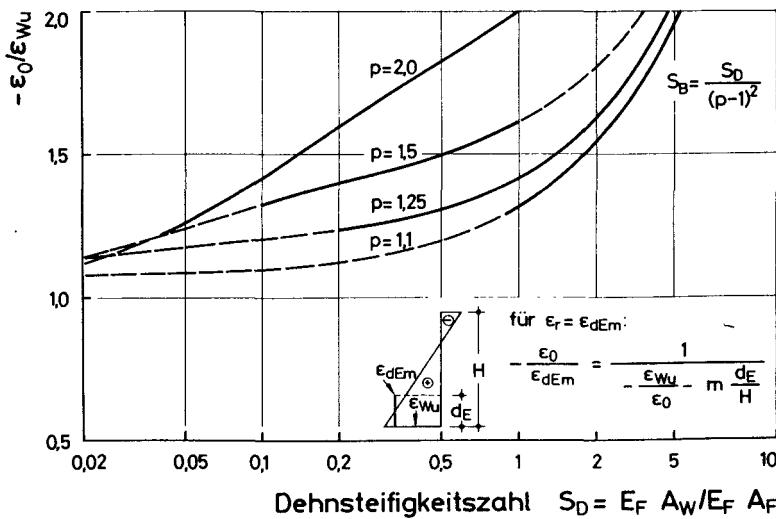


Bild 6.10: Anrißkriterium

Sind die Steifigkeitszahlen eines Systems und die wirksame Betonzugfestigkeit bekannt, so erhält man die ohne Anriß ertragbare freie Dehnung ϵ_0 , wenn man ϵ_r mit dem Ordinatenwert des Bildes 6.10 multipliziert. Bei einem Höhenbeiwert $p = 1,25$ bilden sich demnach erst dann Anrisse, wenn, abhängig von Wand- und Fundamentdicke, $-\epsilon_0 \approx 1,25$ bis $2,00 \epsilon_r$ beträgt.

Die Dehnung des oberen Wandrandes ergibt sich nach Zweischichtentheorie analog zu Gl. (6.21):

$$-\frac{\epsilon_{wo}}{\epsilon_0} = n - m = \frac{1 + S_B(1 - 3p)}{3p^2 S_B + (1 + S_B)(1 + S_D)} \quad (6.23)$$

Eine Auswertung dieser Gleichung ist in Form der vier unteren Kurven ebenfalls in Bild 6.9 enthalten. In praktischen Fällen erhält man stets negative Werte

$$-0,4 \leq -\frac{\epsilon_{wo}}{\epsilon_0} \leq -0,1$$

wenn man den Fall $p = 2$ (sehr steife Unterkonstruktion) einmal außer acht läßt. Damit ist offensichtlich, daß positive Dehnungen der Wandkrone, die dem Grenzfall b von Schleeh nahekommen, unter praktischen Verhältnissen im Zustand I nicht auftreten. In /103/ schlug man vor, die Betonranddehnungen infolge Zwang einheitlich mit

$$-\frac{\epsilon_{wu}}{\epsilon_0} = 0,9 \quad \text{und} \quad -\frac{\epsilon_{wo}}{\epsilon_0} = -0,1$$

anzusetzen, was gem. Bild 6.9 offensichtlich zu pauschal ist.

Analog zu der in Abschnitt 5.6 skizzierten Vorgehensweise bei Eigenspannungen kann nun eine auf strukturorientierten Überlegungen basierende Anrißbedingung abgeleitet werden, indem β_{zw} einer über die Kantenlänge der fugennahen RVE gemittelten Spannung gegenübergestellt wird. Wegen des linearen Verlaufs der Dehnungen ergibt sich die mittlere Dehnung der betreffenden RVE zu:

$$\epsilon_{dem} = \epsilon_{wu} - (\epsilon_{wu} - \epsilon_{wo}) \cdot \frac{d_E}{H} \cdot \frac{1}{2} \quad (6.24)$$

Mit den Gln. (6.20) und (6.22) gilt

$$-\frac{\epsilon_{dEm}}{\epsilon_0} = \frac{1+S_B \left[1+3p \left(1 - \frac{d_E}{H} \right) \right]}{3p^2 S_B + (1+S_B)(1+S_D)} \quad (6.25)$$

Die mittlere Dehnung der RVE kann aus den Bildern 6.9 und 6.10 abgeleitet werden, wenn man sie zu ϵ_{Wu} ins Verhältnis setzt:

$$\frac{\epsilon_{dEm}}{\epsilon_{Wu}} = 1 - \frac{3p S_B \cdot \frac{d_E}{H}}{1+S_B(1+3p)} = 1 + \frac{m \epsilon_0}{\epsilon_{Wu}} \cdot \frac{d_E}{H} \quad (6.26)$$

$$-\frac{\epsilon_{dEm}}{\epsilon_{Wu}} = -\frac{\epsilon_{Wu}}{\epsilon_0} - m \frac{d_E}{H} \quad (6.27)$$

Die Anrißbedingung lautet nun:

$$\epsilon_{dEm} = \epsilon_r = \frac{\beta_{zw}}{E_w} \quad (6.28)$$

und die Werte des Bildes 6.10 können durch die dort angegebene Umrechnung in Abhängigkeit von d_E/H angehoben werden. Bei einer 2 m hohen Wand, $\max D_K = 32 \text{ mm}$, $p = 1,25$ und $S_D = 1$ beträgt die Anhebung rd. 3%. Angesichts dieses geringen Wertes kann die Berücksichtigung der Betonstruktur bei der Anrißbedingung i.a. entfallen.

Die Randdehnungen des Fundaments, deren Kenntnis für die folgenden Abschnitte wichtig ist, sind in Bild 6.11 dargestellt.

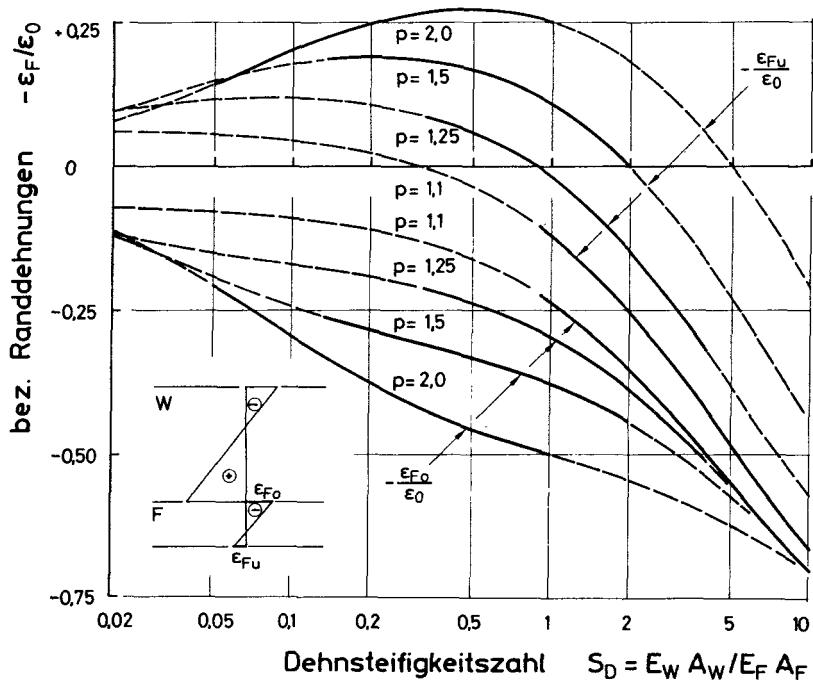


Bild 6.11: Randdehnungen des Fundaments eines Zweischichtensystems

6.3.5 Durchrißbedingung

Die Praxis und die im Abschnitt 7.3 berichteten Versuche zeigen, daß Durchrisse, die die Wand bis zur Krone durchtrennen, viel breiter sind als die nur über Teilhöhen $y/H < 1$ verlaufenden Anrisse. Daher ist es von großem praktischen Interesse, über ein Kriterium zu verfügen, das das Durchreißen zuverlässig prognostiziert. Durchrisse werden in der Praxis häufig beobachtet, obwohl, wie im Abschnitt 6.3.4 gezeigt wurde, an der Wandkrone im Zustand I i.d.R. negative Dehnungen vorliegen. Das Vorhandensein einer Nulllinie im Querschnitt ist also kein Kriterium, nach dem Durchrisse ausgeschlossen werden können.

Wenn ein Anriß von der Fuge aufsteigt, dann nimmt die Dehnung ϵ_r an der Rißspitze vom Anfangswert ϵ_{wu} zunächst ab, und die Form der Dehnungsverteilung im ungerissenen Restquerschnitt der Höhe $H - H_r$ ändert sich (siehe Bild 6.12). Mit zunehmender Rißhöhe H_r geht der Druckspannungskeil mehr und mehr verloren. Stellt sich an der Rißspitze gerade der Wert $\epsilon_r = \beta_{zw}/E_w$ ein bzw. wird er unterschritten, so kommt der Riß zum Stillstand; es bleibt beim Anriß. Dies gilt sinngemäß auch für eine oberhalb von H_r über d_E gemittelte Dehnung bei strukturorientierter Betrachtung.

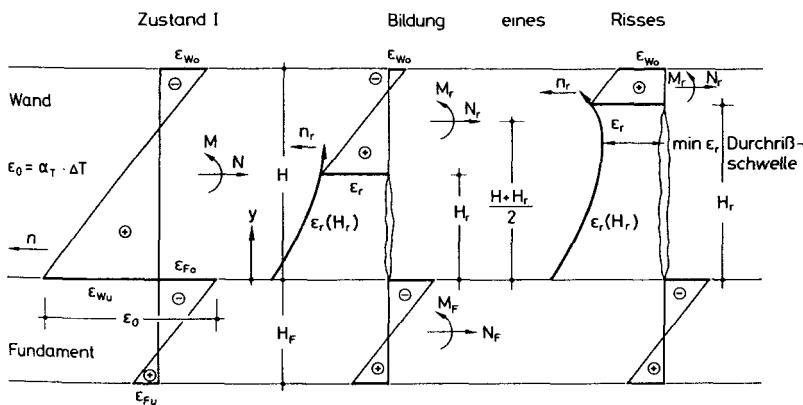


Bild 6.12: Dehnungen und Schnittkräfte bei fortgeschreitender Rißbildung

Wie im folgenden gezeigt werden wird, existiert ein Minimum für den in Bild 6.12 gezeigten Verlauf von $\epsilon_r(H_r)$. Wird es erreicht, so stellt sich ein instabiler Zustand ein; der Querschnitt reißt schlagartig vollends durch. Der durch $\min \epsilon_r$ charakterisierte Zustand wird daher als Durchrißschwelle bezeichnet. Für eine Prognose der Durchrißwahrscheinlichkeit muß dieser minimale Wert von ϵ_r dem Quotienten β_{zw}/E_w gegenübergestellt werden. Angesichts der horizontalen Gradienten des $\epsilon_r(H_r)$ -Verlaufs an der Durchrißschwelle erübrigt sich in diesem Falle eine strukturorientierte Betrachtung.

Mit den Bezeichnungen des Bildes 6.12 gilt in der Schwerachse des Fundamentquerschnitts:

$$M_F + M_r - N_r (H + H_F + H_r) \cdot \frac{1}{2} = 0 \quad (6.29)$$

mit

$$M_F = (\epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo}) \cdot E_F A_F \cdot \frac{H_F}{12} \quad (6.30)$$

$$M_r = (\epsilon_r - \epsilon_{Wo}) \cdot \frac{1}{(H - H_r)} \cdot E_w A_w \left(1 - \frac{H_r}{H}\right) \cdot \frac{(H - H_r)^2}{12}$$

bzw.

$$M_r = (\epsilon_r - \epsilon_{Wo}) \cdot E_w A_w \cdot \frac{(H - H_r)^2}{12 H} \quad (6.31)$$

und

$$N_r = -\epsilon_o \cdot n_r \cdot E_w A_w \left(1 - \frac{H_r}{H}\right) \quad (6.32)$$

Weiterhin wird vorausgesetzt, daß die Krümmungen von Fundament und Restquerschnitt der Wand so lange übereinstimmen, bis der Querschnitt durchreißt:

$$(\epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo}) \cdot \frac{1}{H_F} = (\epsilon_r - \epsilon_{Wo}) \cdot \frac{1}{H - H_r} \quad (6.33)$$

Aus den Gln. (6.29) bis (6.33) erhält man eine Bestimmungsgleichung für n_r :

$$n_r = -\frac{1}{\epsilon_o} \cdot \frac{(\epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo}) \left[\frac{H_F}{(H - H_r) S_D} + \frac{(H - H_r)^2}{H \cdot H_F} \right]}{6 \left(1 + \frac{H_r}{H} + \frac{H_F}{H} \right)} \quad (6.34)$$

Mit der Krümmungsgleichheit

$$(\epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo}) = (\epsilon_{Wu} - \epsilon_{Wo}) \cdot \frac{H_F}{H} \quad (6.35)$$

erhält man die für das Durchreißen maßgebende Dehnung an der Rißspitze über

$$\epsilon_r = \left[-\epsilon_o \cdot n_r + \frac{(\epsilon_{Fu} - \epsilon_{Fo})}{H_F} (H - H_r) \cdot \frac{1}{2} \right] \quad (6.36)$$

zu

$$\epsilon_r = (\epsilon_{wu} - \epsilon_{w0}) \frac{H_F}{H} \left\{ \frac{\left[\frac{H_F}{(H-H_r)S_D} + \frac{(H-H_r)^2}{H \cdot H_F} \right]}{6 \left(1 + \frac{H_r}{H} + \frac{H_F}{H} \right)} + \frac{(H-H_r)}{2H_F} \right\} \quad (6.37)$$

Bild 6.13 enthält für ausgewählte Steifigkeitsverhältnisse eine Auswertung von Gl. (6.37). Die dargestellten Kurven weisen alle ein Minimum für ϵ_r / ϵ_0 auf, das umso tiefer liegt, je größer die Biegesteifigkeit der Wand gegenüber jener des Fundaments ausfällt. Die mögliche Länge H_r stabiler Anrisse steigt mit den Steifigkeitszahlen an. Durch Vergleich der Kurven von Bild 6.13 mit dem Wert $\epsilon_r = \beta_{zw} / E_w$ kann man feststellen, ob sich Durchrisse bilden können.

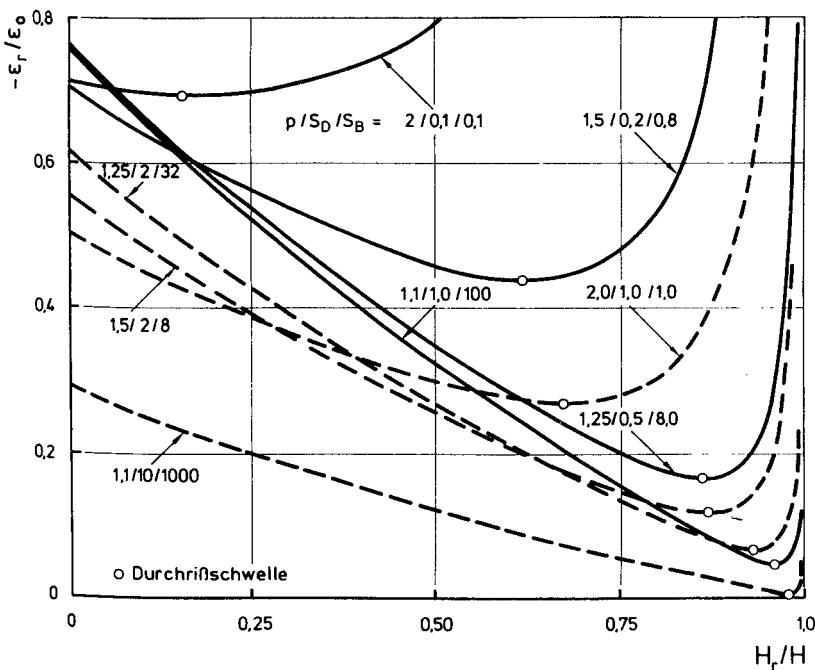


Bild 6.13: Abhängigkeit der Dehnung an der Rißspitze von der Anrißhöhe

Die analytische Ableitung des Durchrißschwellenwertes $\min \epsilon_r$ aus Gl. (6.37) nach der Bedingung

$$\frac{d\epsilon_r}{d\left(\frac{H_r}{H}\right)} = 0$$

führt auf sehr komplizierte Ausdrücke. Die in Bild 6.14 dargestellten bezogenen Durchrißschwellenwerte $\max(-\epsilon_0/\epsilon_r)$ wurden deshalb iterativ aus Gl. (6.37) ermittelt. Im Anwendungsfall ist den Kurven der Wert

$$-\frac{\epsilon_0 E_w}{\beta_{zw}} = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon_r}$$

gegenüberzustellen. Liegt dieser oberhalb der Kurven, so ist mit Durchrissen zu rechnen.

Die Kurven enden an für sie gültigen S_B -Skalen. Die im Bild 6.14 enthaltenen Proportionsskizzen gelten für $E_w = E_f$. Das Bild macht deutlich, daß bei Systemen mit einem Höhenbeiwert $p = 1,1$ mit Durchrissen nicht zu rechnen ist, weil das Fundament zu weich ist, um sie zu erzwingen. Die Durchrißwahrscheinlichkeit steigt mit dem Höhenbeiwert überproportional an. Dies geht auch aus Bild 6.15 hervor, in dem die Höhenlage der Durchrißschwellen aufgetragen ist. Bei sehr steifen Fundamenten ($p = 2,0; S_D < 0,1$) reißt jeder Anriß bis zur Wandkrone durch. Anrisse in Systemen mit üblichen Steifigkeitsverhältnissen hingegen sind bis dicht unterhalb der Wandkrone stabil.

Es muß hinzugefügt werden, daß die Aussage: "Durchriß ja oder nein" mit einem gewissen Sicherheitsabstand getroffen werden muß. Werte, die unmittelbar an den Kurven des Bildes 6.14 liegen, lassen keine eindeutige Aussage zu, denn die Verteilung der Betonzugfestigkeit entlang des Rißweges ist zufällig. Während man annehmen kann, daß Anrisse an Schwachstellen des Betongefüges entstehen, muß an der Durchrißschwelle keineswegs eine solche Schwachstelle angetroffen werden. So ist es zu erklären, daß Anrisse meist auf halber Wandhöhe oder darunter enden. Sie werden von Strukturelementen mit hoher Festigkeit aufgehalten.

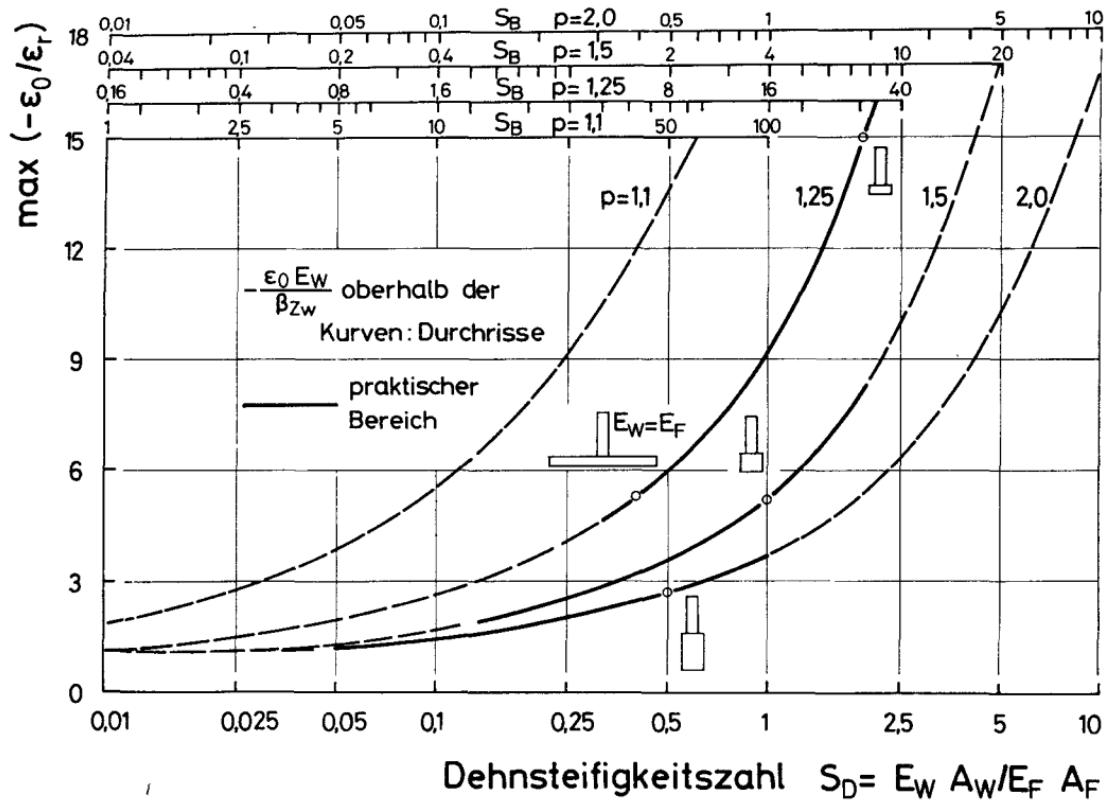


Bild 6.14: Durchrißschwellenwerte

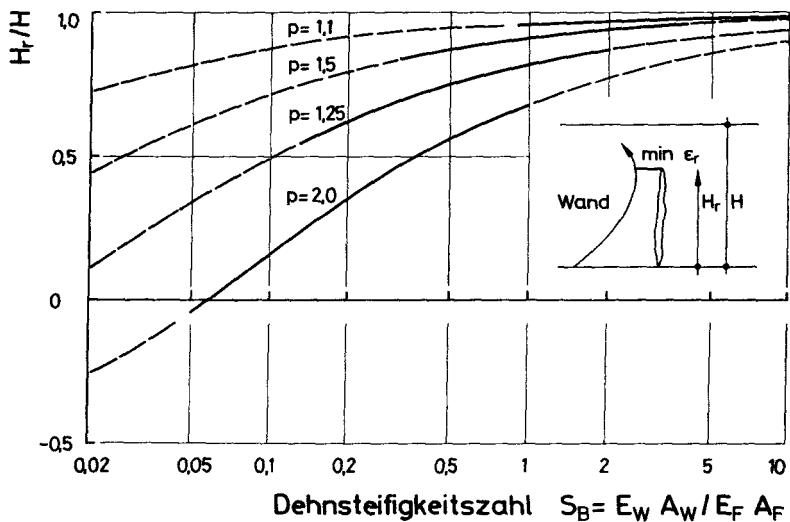


Bild 6.15: Höhenlage der Durchrißschwellenwerte

Die vorstehenden Überlegungen gelten ausschließlich für Bereiche \bar{L} mit geradliniger Dehnungsverteilung und damit für Risse, deren Einleitungszonen sich nicht überschneiden. Die Entstehung von Durchrissen innerhalb von L_K ist wegen der dort vorhandenen geringeren Randdehungen unwahrscheinlich, solange noch Bereiche \bar{L} vorhanden sind. Damit wird in praktischen Fällen der Abstand von Durchrissen den Wert L_K kaum unterschreiten.

6.4 Rißbreitenverlauf

6.4.1 Rißbreite des Durchrisses in einer unbewehrten Wand

Wie durch die Bilder 6.3. und 6.8 belegt wird, ist der unter praxisnahen Steifigkeitsverhältnissen sich einstellende Dehnungsverlauf $\epsilon_z(y)$ dem des Grenzfalls a von Schleeh eng benachbart. Er wird bereits in einer Entfernung $L_K \approx H$ vom Scheibenrand aufgebaut sein. Die Dehnsteifigkeitszahl S_D schlägt sich in der Aufteilung der freien Temperaturdehnung ϵ_0 in Wand und Fundament nieder. Es gilt aus Verträglichkeitsgründen:

$$-\epsilon_o = \epsilon_{wu} - \epsilon_{fo} \quad (6.38)$$

Auf die Dehnungsgradiente hat S_D nur einen geringfügigen Einfluß.

Die Ufer eines unbewehrten Durchrisses verformen sich wie die vertikalen Wandränder an den Wandenden, denn die Verbindung der Rißufer erfolgt ausschließlich über den unterhalb des Risses spannungslosen Fundamentquerschnitt. Damit lassen sich die von Schleeh für die Einleitungszenen angegebenen Scheibenspannungs- bzw. -dehnungszustände für die Rißbreitenberechnung benutzen. Bild 6.16 zeigt in seinem oberen Teil schraffiert die Einleitungszenen beiderseits eines Risses, in denen nichtlineare Dehnungsverteilungen vorliegen. Um nun die Rißöffnung in Höhe y der Wand zu bestimmen, müssen die Verformungen $\epsilon_{wy} \cdot \Delta z$ über die Wandlänge zu einer Rißuferverschiebung aufsummiert werden. Bezugspunkt ist die Verschiebung der Wandunterkante, die keine Rißbreite erzeugt, weil per Definition der Verbund zwischen Wand und Fundament auf den Einleitungszenen erhalten bleibt. Beobachtungen der Praxis bestätigen dies.

Weiterhin ist zu beachten, daß die Krümmung von Wand und Fundament einen rückdrehenden Einfluß ausübt, der bei der Ermittlung der Rißuferverschiebung zu berücksichtigen ist. Bild 6.16 zeigt in seinem unteren Teil schematisch die Verformungen am Durchriß. Die Rißuferverschiebung und damit die halbe Breite eines unbewehrten Risses ergeben sich in allgemeiner Form zu

$$\Delta s(y) = \frac{w_o}{2}(y) = \int_{z=0}^H [\epsilon_{wu}(z) - \epsilon_{wy}(z) - \kappa_F(z) \cdot y] dz \quad (6.39)$$

mit

$$\kappa_F(z) = \frac{\epsilon_{fu}(z) - \epsilon_{fo}(z)}{H_F} \quad (6.40)$$

Angewandt auf Bereiche, in denen die Zweischichtentheorie gilt, ergibt der Ausdruck (6.39) stets Null, da die (scheinbare) Rißuferverschiebung durch den Krümmungsanteil kompensiert wird. Innerhalb der Einleitungszenen ist dies nicht der Fall. Es ist somit ausreichend, in Gl. (6.39) über die Länge der Einleitungszone zu integrieren.

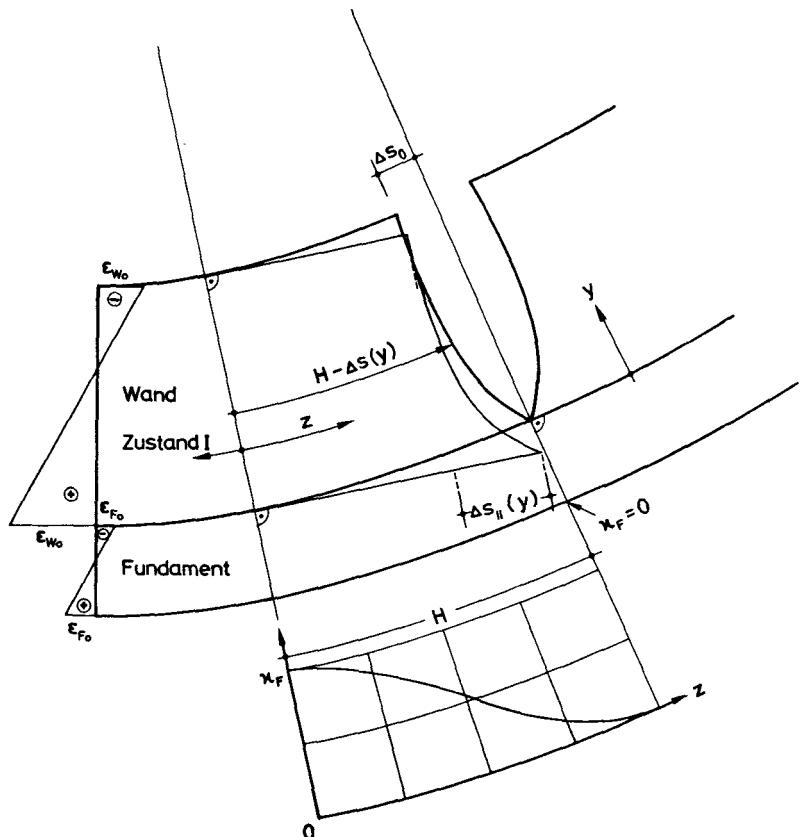
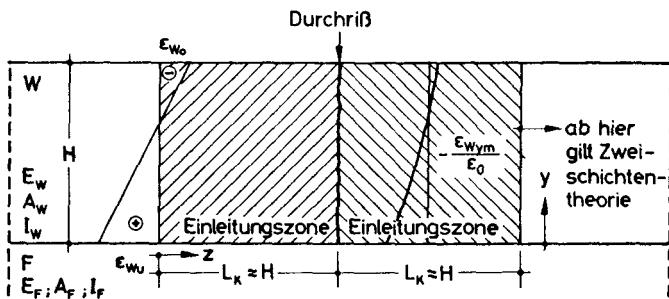


Bild 6.16: Zusammenhang zwischen Fundamentkrümmung und Rißuferverschiebung

Die Ergebnisse der Scheibenrechnungen von Schleeh, Grenzfall a, sind für ein quadratisches Scheibenende ($L_K = H$) in Form von Dehnungsverläufen $\epsilon_{Wym}^a(z)$ im Abstand $y = 0,2 H$ im linken Teil von Bild 6.17 dargestellt. Im rechten Teil des Bildes sind die über L_K gemittelten Werte ϵ_{Wym}^a angegeben. Sie lassen sich nahezu exakt durch eine Potenzfunktion der Form

$$-\frac{\epsilon_{Wym}^a}{\epsilon_0} = 0.9 - \left(1.2954 \cdot \frac{y}{H}\right)^{0.5646} \quad (6.41)$$

approximieren.

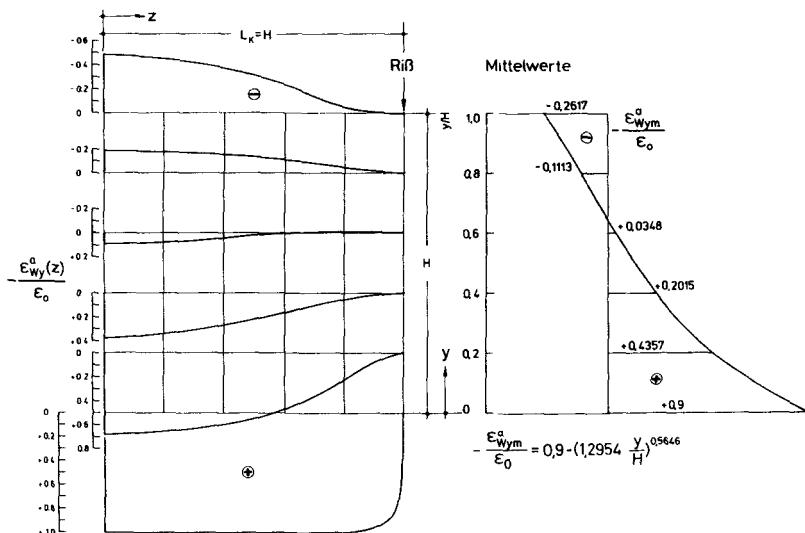


Bild 6.17: Dehnungsverlauf in einer Einleitungszone einer Wandscheibe nach Schleeh, Fall a

Nun kann man die Dehnungen des vorhandenen Systems im Verhältnis der Dehnungen des Grenzfalls a $\epsilon_m^a(L_K)/\epsilon^a(L)$ abmindern und erhält den ebenen Verschiebungsanteil zu:

$$\Delta s_{II}(y) = \left(\epsilon_{Wum}^a \cdot \frac{\epsilon_{Wu}}{\epsilon_{Wu}^a} - \epsilon_{Wym}^a \cdot \frac{\epsilon_{Wy}}{\epsilon_{Wy}^a} \right) \cdot H \quad (6.42)$$

Die Werte ϵ_{wy} des vorhandenen Systems ergeben sich mit den Gln. (6.20) und (6.23) aus den Randdehnungen:

$$\epsilon_{wy} = \epsilon_{wu} - (\epsilon_{wu} - \epsilon_{wo}) \frac{y}{H} \quad (6.43)$$

Für Innenbereiche nach Schleeh a gilt:

$$-\frac{\epsilon_{wy}^a}{\epsilon_0} = 1 - 1,5 \frac{y}{H} \quad (6.44)$$

Von dem Ausdruck (6.42) ist nun noch der Krümmungsanteil nach Gl. (6.40) zu subtrahieren, der allerdings aus Schleehs Scheibenrechnungen nicht abgeleitet werden kann. Der Wert κ_F fällt von einem Anfangswert, der sich aus den Randdehnungen nach Zweischichtentheorie errechnen lässt, innerhalb der Einleitungszone zum Riß hin auf Null ab. Der Verlauf von κ_F wird, wie in Bild 6.16 dargestellt, angenommen. Für die mittlere Krümmung auf L_K erhält man (in Anlehnung an den Festwert $-\epsilon_{wum}^a/\epsilon_0 = 0,9$) einen Formbeiwert $\alpha \approx 0,45$. Mit diesem und den Gln. (6.35), (6.42) und (6.39) lässt sich die Beziehung für die Rißuverschiebung des unbewehrten diskreten Risses anschreiben:

$$\Delta s(y) = \frac{w_0}{2}(y) \approx \left[\left(\epsilon_{wum}^a \cdot \frac{\epsilon_{wu}}{\epsilon_{wu}^a} - \epsilon_{wym}^a \cdot \frac{\epsilon_{wy}}{\epsilon_{wy}^a} \right) - \left(\frac{\epsilon_{wu} - \epsilon_{wo}}{H} \right) \cdot 0,45 \cdot y \right] \cdot H \quad (6.45)$$

Bei Anwendung der Gln. (6.41) und (6.44) ist zu beachten, daß die durch Gl. (6.45) ausgedrückte Funktion an der Stelle $y/H = 2/3$ eine Singularität aufweist, weil die Nulldurchgänge der Funktionen ϵ_{wy}^a und ϵ_{wym}^a nicht zusammenfallen. Werte Δs für

$$0,6 < \frac{y}{H} < 0,73$$

sind damit unsicher und sollten aus benachbarten Werten abgeleitet werden.

6.4.2 Rißbreite des Durchrisses in einer bewehrten Wand

Durch Bewehrung wird die durch Gl. (6.45) beschriebene Rißbreite verringert. Allerdings führt die Betrachtung eines Wand-Fundament-Systems mit

Riß, dessen Ufer durch eine Vielzahl von Bewehrungsstäben verbunden sind, auf ein hochgradig statisch unbestimmtes System, das nur bei Beachtung des veränderlichen Scheibenspannungszustands in den Einleitungszonen lösbar ist. Es soll daher eine Näherung gezeigt werden, bei der die Verschiebung $\Delta s(y)$ nach Gl. (6.45) vereinfachend in voller Größe auf ein gekoppeltes System aus Beton- und Stahlzugstab gemäß Bild 6.18 aufgebracht wird. Diese Art der Betrachtung diskreter horizontaler Stäbe bzw. Schichten vernachlässigt die Anhebung der Dehnungen und der Krümmung in den Einleitungszonen durch die Rißuferkoppelung und den damit verbundenen Rißbreitenrückgang.

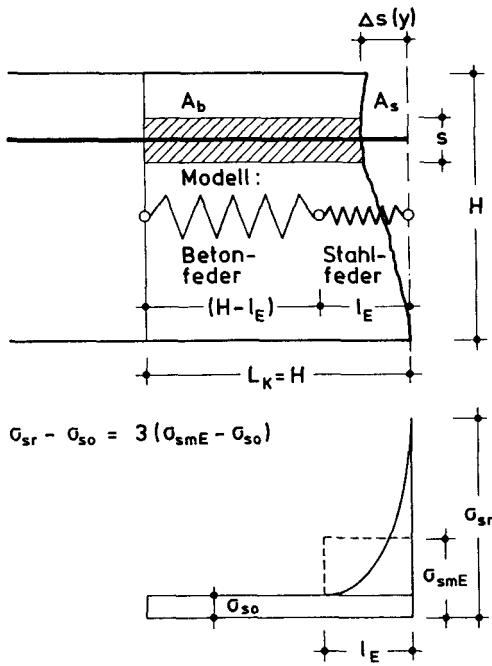


Bild 6.18: Vernähen eines Risses durch Bewehrung

Bei Annahme einer über l_E parabolisch verlaufenden Dehnung nach Gl. (5.36) gilt:

$$\Delta s(y) = \epsilon_{so} \cdot H + (\epsilon_{sr} - \epsilon_{so}) \cdot \frac{1}{3} l_E \quad (6.46)$$

Hierin ist

$$\epsilon_{so} = \epsilon_w \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{so} = n \cdot \sigma_w$$

und

$$\sigma_w = \sigma_{sr} \cdot \frac{\mu}{(1-n\mu)} \quad (6.47)$$

Man erhält die Stahlspannung im Riß in der Höhe y zu:

$$\sigma_{sr}(y) = \frac{\Delta s(y) \cdot E_s}{\left[H \frac{n\mu}{1-n\mu} + \frac{l_E}{3} \left(1 - \frac{n\mu}{1-n\mu} \right) \right]} \quad (6.48)$$

Die Breite des bewehrten Durchisses lässt sich über den durch Gl. (5.39) beschriebenen Zusammenhang wie folgt angeben:

$$w(y) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta s(y) \cdot l_E}{\left[H \frac{n\mu}{1-n\mu} + \frac{l_E}{3} \left(1 - \frac{n\mu}{1-n\mu} \right) \right]} \quad (6.49)$$

Zur Vereinfachung der weiteren Berechnungen wird substituiert:

$$[N] = \left[H \frac{n\mu}{1-n\mu} + \frac{l_E}{3} \left(1 - \frac{n\mu}{1-n\mu} \right) \right] \quad (6.50)$$

Die mit Gl. (6.49) berechnete Rißbreite lässt sich korrigieren, indem durch Einführen eines Wertes x_F im Rißquerschnitt dort die Verträglichkeitsbedingung erfüllt und der in Bild 6.16 dargestellte x_F -Verlauf über die Einleitungszone verändert wird. Über das Kräftegleichgewicht erhält man geringfügig verminderte Rißbreiten und auf iterativem Wege schließlich den endgültigen Rißöffnungszustand, bei dem Gleichgewicht und Verträglichkeit erfüllt sind. Wie durch zahlreiche Nachrechnungen belegt werden konnte, unterscheidet sich dieser kaum vom Ergebnis des zuvor beschriebenen Näherungsverfahrens, weil die Dehnsteifigkeit der gesamten Bewehrung im Vergleich zu jener der ungerissenen Wand gering ist. Der erhebliche Rechenaufwand für die Verbesserung ist angesichts einer erzielbaren Rißbreitenkorrektur von rd. 5% nicht zu rechtfertigen. Dem Bemessungsverfahren von Abschnitt 8.5.2 wird deshalb der durch Gl. (6.49) beschriebene Zusammenhang zugrundegelegt. Er liegt auf der sicheren Seite.

Die Annahme eines diskreten Durchrisses stellt den ungünstigsten Fall im Reißprozess einer Wand dar. Zusätzliche Anrisse innerhalb von L_K oder Durchrisse im Abstand $s_r < 2 L_K$ schwächen den Scheibendehnungszustand in den Einleitungszonen ab und tragen so zu einer Verminderung der Durchrißbreite unter sonst gleichen Voraussetzungen bei.

6.5 Berechnung der Verformungen eines Wand-Fundament-Systems mit einem FE-Scheibenmodell

6.5.1 Modell und Vorgehensweise

Zur Absicherung der in diesem Abschnitt entwickelten theoretischen Ansätze, insbesondere im Hinblick auf den bewehrten Durchriß, wurden auf einer PRIME-Rechenanlage mit dem Programm SAP IV umfangreiche Berechnungen an FE-Scheibenmodellen durchgeführt. Ihr Ziel war es, das Verformungsverhalten von über Fußschub gezwängten Wänden nach Aufbringen einer Temperaturdifferenz im ungerissenen und gerissenen Zustand zu klären.

Die untersuchten Modelle waren gekoppelte Wand- und Fundamentscheiben mit Rechteckquerschnitt und beliebigen Verhältnissen L/H und p . Die Steifigkeitszahlen wurden über die vorgegebenen Höhen und E-Modulen verändert, wobei in letztere auch Dickenunterschiede einflossen. Die Modelle hatten die Einheitsdicke 1. Als Zwangsantrieb wurde einheitlich eine Temperaturdifferenz $\Delta T = 30$ K in der Wand vorgegeben.

Bild 6.19 zeigt eines der untersuchten FE-Rechennetze mit einem Höhenbeiwert $p = 1,4$ und der Wandschlankheit $L/H = 4$.

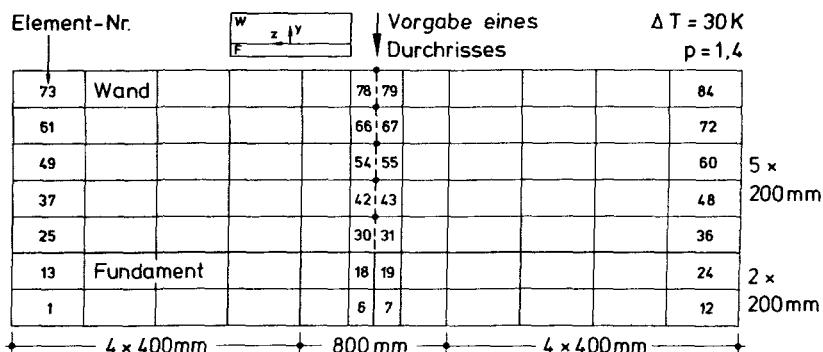


Bild 6.19: FE-Scheibenmodell

Voruntersuchungen hatten ergeben, daß der Einfluß des System-Eigengewichts auf die Verformungen vernachlässigbar war, womit auf die Formulierung von Auflagerbedingungen verzichtet werden konnte. Eine der Realität entsprechende elastische Bettung des Fundaments wirkt sich also auf die Verformungen und damit auf die Rißbildung nicht aus.

Zunächst wurden an Systemen unterschiedlicher Abmessungen die Verformungen im Zustand I studiert, wobei ein linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt wurde. In einem zweiten Schritt wurde in Wandmitte ein Durchriß vorgegeben, im dritten Schritt kam Bewehrung hinzu. Es zeigte sich, daß bei der Berechnung der Verformungen gerissener Wand-scheiben die Vorstellung rein elastischen Materialverhaltens verlassen werden muß. Bei dem benutzten Programm SAP IV ist dies nur in Form einer Näherungslösung möglich, da das Programm ausschließlich nach E-Theorie rechnet.

6.5.2 Ergebnisse der FE-Modellrechnungen

Die Rechenläufe mit ungerissenen Wandscheiben unterschiedlicher Abmessungen und mit verschiedenen Fundamenten führten in den Innenbereichen der Wände stets auf die Ergebnisse der Zweischichtentheorie. Die ebene

Dehnungsverteilung in Wand und Fundament wurde bereits bei einer Wand schlankheit $L/H = 2$ erreicht und zwar auch dann, wenn mit Höhenbeiwerten um $p = 1,5$ eine große Fundamentbiegesteifigkeit vorgegeben wurde. Damit konnte der Ansatz einer quadratischen Einleitungszone mit $L_K = H$ in vollem Umfang bestätigt werden (vgl. Bild 6.16).

In Bild 6.20 ist beispielhaft die Verformungsfigur eines Systems im Zustand I in stark überhöhter Darstellung angegeben. Der geradlinige Dehnungsverlauf gilt in den Grenzen $z = \pm \bar{L}/2$. An den Wandenden erhält man Scheibendehnungszustände, die zu denen von Schleeh /94/ für den Fall a angegebenen affin sind.

$$\begin{aligned} b &= 0,4 \text{ m} & S_0 &= 0,69 & E_w &\approx 20000 \text{ N/mm}^2 \\ b_f &= 1,2 \text{ m} & S_B &= 4,34 & E_f &\approx 24000 \text{ N/mm}^2 \\ p &= 1,4 & & & L/H &= 4 \end{aligned}$$

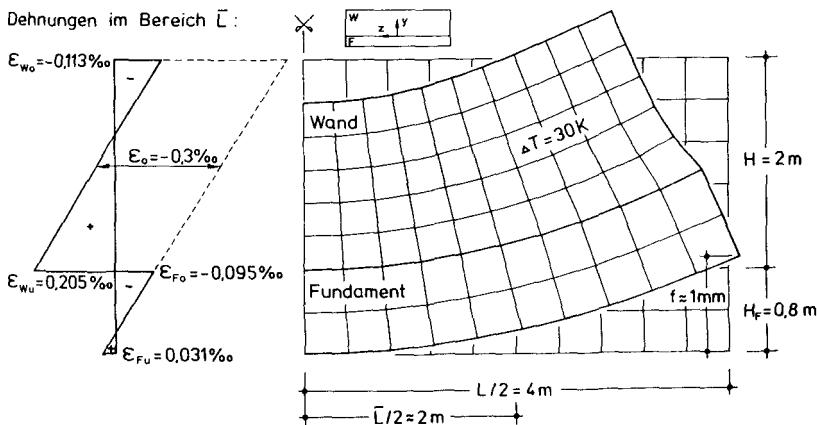


Bild 6.20: Verformung eines Zweischichtensystems infolge ΔT

Die Vorgabe eines Durchrisses durch Lösen der Knotenbindungen in Wandmitte (siehe Bild 6.19) führte zunächst dazu, daß die Riße in der Höhe $y/H \approx 0,7$ bis $0,8$ in Überschneidung gingen, mit den gewählten Vorgaben also nur ein Anriß entstand. Hieran änderte auch die Anhebung der Wand schlankheit auf Werte $L/H > 20$ nichts, und auch die Erhöhung der Fundamentsteifigkeit um den Faktor 10 zeigte kaum Wirkung. Die Ursache dieses

Ergebnisses, das im Widerspruch zu den Beobachtungen von Praxis und Versuch (vgl. Abschnitt 7.3) sowie zu dem Ansatz des Abschnitts 6.3.5 steht, liegt in der Annahme eines rein elastischen Materialverhaltens in der Wand.

Ein Anriß entwickelt sich erst dann zu einem Durchriß, wenn die Betonzugfestigkeit bereits auf einer gewissen Teilhöhe y/H überschritten wurde. Dies gilt auf der gesamten Wandlänge, führt aber nur zu vereinzelten AnrisSEN und DurchrisSEN in großem Abstand. In den Zwischenbereichen, in denen wegen der guten Verbundwirkung zum Fundament β_{zw} ebenfalls überschritten wurde, sorgen Mikrorisse für eine Herabsetzung der globalen Steifigkeit. Dies kann durch Einführen eines nichtlinearen Materialgesetzes erfaßt werden. In dem verfügbaren Programm wird der postkritische Bereich jenseits der Dehnung $\epsilon_r = \beta_{zw}/E_w$ ersatzweise durch Abminderung des E-Moduls beschrieben.

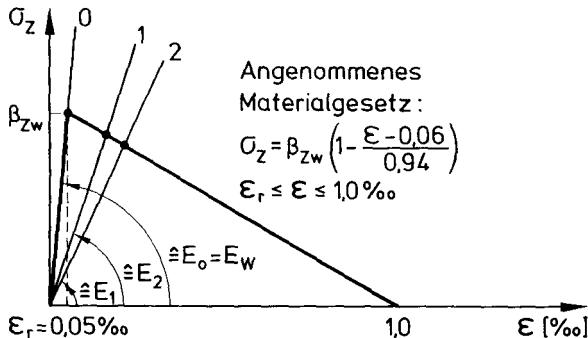
Bild 6.21 zeigt das in Anlehnung an /73/ angenommene Materialgesetz mit linear abfallendem Ast. Bei bekanntem Dehnungsverlauf in der Wand lassen sich mit ihm entsprechend der Höhenlage abgeminderte E-Moduln nach der Beziehung

$$E\left(\frac{y}{H}\right) = \frac{\beta_{zw}}{(0,001 - \epsilon_r)} \left\{ \frac{0,001}{[\epsilon_{wu} - (\epsilon_{wu} - \epsilon_{wo})] \cdot \frac{y}{H}} - 1 \right\} \quad (6.51)$$

im Bereich

$$\frac{y}{H} \leq \frac{\epsilon_{wu} - \epsilon_r}{\epsilon_{wu} - \epsilon_{wo}} \quad (6.52)$$

bestimmen. Sie führen auf die ebenfalls in Bild 6.21 qualitativ angegebene gestützte Spannungsverteilung. In die weiteren Berechnungen wurden nun nach Gl. (6.51) je Schicht für die Elementmittelpunkte berechnete abgeminderte E-Moduln eingeführt. Je nach Vorgabe von β_{zw} wirkten sie sich von der Arbeitsfuge bis etwa $y/H = 0,6$ aus. Der ursprüngliche E-Modul E_w wurde bis auf den 0,1-fachen Wert reduziert.



Dehnungsverlauf : Spannungsverlauf :

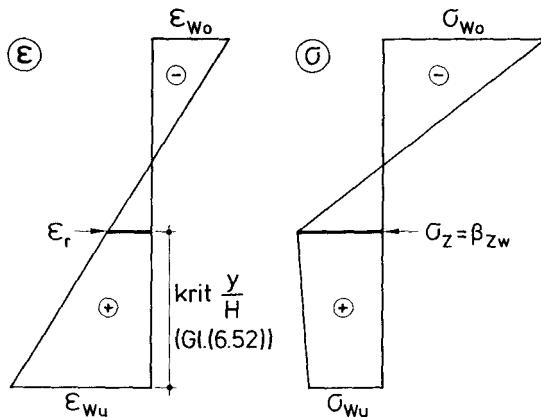


Bild 6.21: Dehnungen und Spannungen bei nichtlinearem Materialverhalten

Bild 6.22 zeigt das Ergebnis einer Verformungsberechnung mit abgemindelter Wandsteifigkeit für die Parameter $L/H = 4$ und $p = 1,4$. Die aus dem Bild abgreifbare Rißbreite entspricht etwa jener, die sich mit Gl. (6.45) für eine unbewehrte Wand errechnen lässt, allerdings liegt das Rißbreitenmaximum hier tiefer ($y/H = 0,5$) als nach Gl. (6.45) ($y/H = 0,8$). Diese Tendenz wurde auch bei allen anderen Rechenläufen mit anderen Steifigkeitsverhältnissen festgestellt, sie trat bei biegeweichen Fundamenten noch ausgeprägter auf. Die maximale Rißbreite stellte sich meist etwas größer als nach Gl. (6.45) ein. Wandschlankheiten über $L/H = 4$ wirkten sich auf den Rißbreitenverlauf nicht aus, solche unter $L/H = 4$ bewirkten

eine fortschreitende Annäherung der Rißufer an der Wandkrone, denn in diesen Fällen waren Zonen \bar{L} nicht mehr vorhanden, die Einleitungszenen aber überschnitten sich. Die Rißbreite nahm bei sonst gleichen Parametern proportional zur Wandhöhe zu.

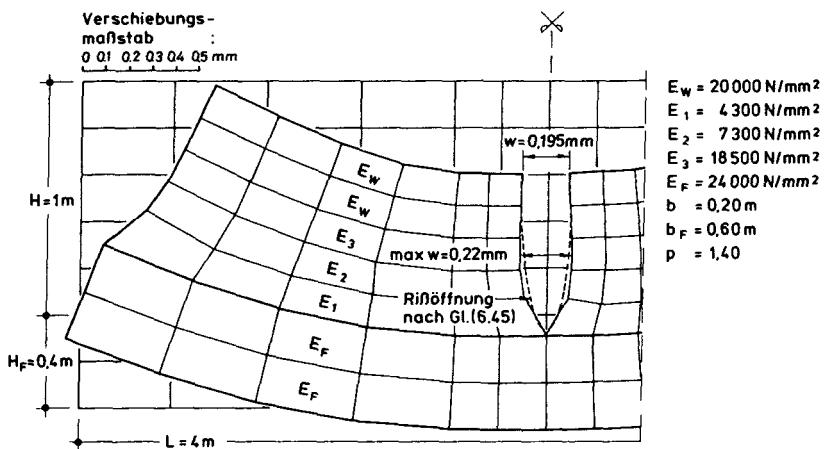


Bild 6.22: Verformung einer unbewehrten Wand mit Durchriß und des angekoppelten Fundaments

Im letzten Schritt erfolgte der Übergang auf die bewehrte Wand. Die den mittigen Durchriß kreuzende Bewehrung wurde durch paarweise in Achse der Elementknoten angeordnete Federn (Bild 6.23) nachgebildet. Da die Spannung der Federn bei Zwangbeanspruchung wesentlich von der Federlänge abhängt, mußten die den Rißufern benachbarten Knotenreihen mit variablen z-Koordinaten ausgestattet werden. Damit ließ sich die Federlänge l_s über die Beziehung

$$l_s = \frac{2}{3} \frac{l_E}{\left(1 - \frac{np}{1+np}\right)} \quad (6.53)$$

stets so einstellen, daß die Federspannung dem Wert σ_{sr} bei parabolisch über l_E anwachsender Stahlspannung entsprach (vgl. Bild 6.18). Durch Variation der Federflächen konnten unterschiedliche Bewehrungsgrade simuliert werden. Die Art der Bewehrung (d_s , s) ging über l_E nach Gl. (5.30) und Gl. (6.53) in l_s ein.

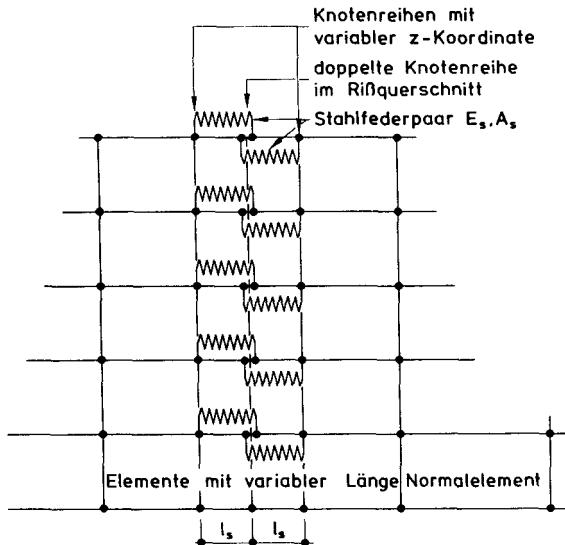
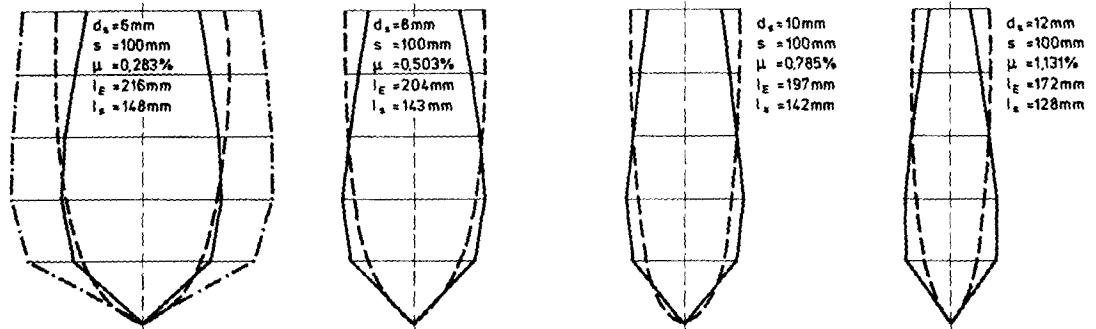


Bild 6.23: Modell des durch Bewehrung überbrückten Durchrisses

In Bild 6.24 sind für die Wand des Bildes 6.22 die Rißbreitenverläufe für einige ausgewählte Bewehrungen angegeben. Zum Vergleich wurden die nach Gl. (6.49) berechneten Rißbreitenverläufe ebenfalls eingetragen. Auch der Rißbreitenverlauf in der unbewehrten Wand wurde entsprechend dem Ergebnis von Bild 6.22 mit eingetragen. Die aus den FE-Modellrechnungen ermittelten Rißbreitenverläufe sind affin. Die Rißform stimmt jedoch mit der nach Gl. (6.49) berechneten nicht überein. Im Gegensatz zu dieser tritt bei den FE-Modellen das Rißbreitenmaximum etwa bei $y/H = 0,4$ und damit deutlich tiefer auf. Zur Wandkrone hin nähern sich die Rißufer deutlich an. Dennoch konnte festgestellt werden, daß die nach beiden Verfahren berechneten Maximalwerte der Rißbreite nur unwesentlich voneinander abweichen.



$H = 1,00\text{m}$ $b = 0,20\text{m}$ $L = 4,00\text{m}$
 $H_F = 0,40\text{m}$ $b_F = 0,60\text{m}$ $p = 1,40$
 $\varepsilon_0 = -0,3\%$

Maßstab der Rißbreite
0 0,05 0,1 mm

—— FE-Modellrechnung
- - - nach Gl.(6.49)
- · - $\mu = 0$

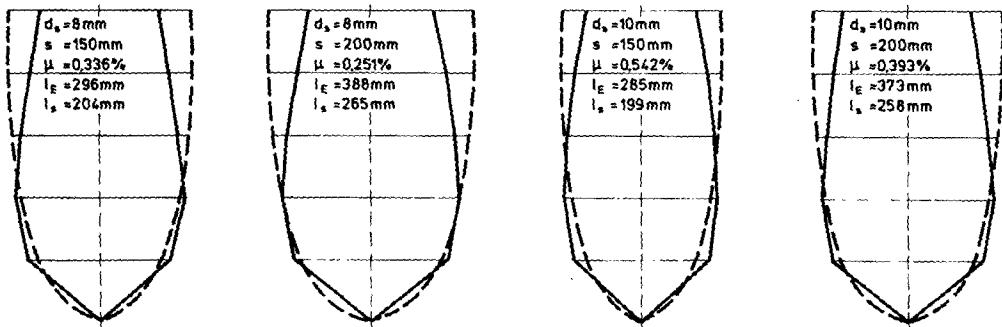


Bild 6.24: Verlauf der Durchrißbreite in einer 1 m hohen Wand, Ergebnisse der FE-Rechnung
<http://publikationsserver.tu-braunschweig.de/get/65273>

Rechenläufe mit anderen Wand-Fundament-Systemen zeigten stets die gleiche Tendenz: Immer entsprach das Rißbreitenmaximum etwa dem mit Gl. (6.49) berechneten Wert, zur Wandkrone ging die Rißbreite stets deutlich zurück, hohe Bewehrungsgrade und eine niedrige Fundamentbiegesteifigkeit begünstigten den Rückgang. Eine Anhebung der Wandschlankheit über $L/H = 4$ wirkte sich auf die Rißbreite nicht aus. Die FE-Modellrechnungen bestätigten auch den durch Gl. (5.39) ausgedrückten linearen Zusammenhang zwischen Rißbreite und Stahlspannung im Riß. Die in den Höhen $y/H = 0,4$ bis 1,0 berechneten Werte der Stahlspannung lagen stets eng an der Geraden nach Gl. (5.39). Lediglich bei $y/H = 0,2$ fielen die Stahlspannungen meist etwas höher aus, als anhand der Rißbreite zu erwarten war. Dies ist mit dem Einfluß des Verbunds zum Fundament zu erklären.

Die Ansätze des Abschnitts 6.4 für den Verlauf unbewehrter und bewehrter Durchrisse konnten durch die FE-Modellrechnungen in groben Zügen bestätigt werden. Abweichungen in der Rißform nach beiden Verfahren werden auf den Näherungsansatz für das nichtlineare Materialverhalten des Betons der Wand zurückgeführt. Im Hinblick auf die Bemessung der Oberflächenbewehrung (vgl. Abschnitt 8.5.2) können die Ergebnisse der FE-Modellrechnungen den analytischen Ansatz Gl. (6.49) dagegen durchaus absichern. Die nach beiden Verfahren berechneten Werte der maximalen Rißbreite wichen in allen untersuchten Fällen nur unwesentlich voneinander ab.

7. EIGENE VERSUCHE, ÜBERBLICK

7.1 Veranlassung und Ziel der Versuche

Zur Verifizierung der in den Abschnitten 5 und 6 niedergelegten theoretischen Ansätze wurden vom Verfasser Versuche durchgeführt, über die hier nur ein gedrängter Überblick gegeben werden kann. In /80/ und /82/ wird ausführlich über die Versuche berichtet.

Der Rißbildungsprozeß wurde an zwei grundsätzlich unterschiedlichen Modellen versuchstechnisch untersucht: An einem breiten Zugstab und an einem vollständigen Wand-Fundament-System. Mit den Versuchen an horizontalen Wandstreifen sollte v.a. der Rißbildungsprozeß in dicken Bauteilen unter der kombinierten Beanspruchung von Zwang- und Eigenspannungen studiert werden. Die Versuche an über ein Fundament gezwängten Wandscheiben hingegen sollten zur Klärung des Reißprozesses und des Rißbreitenverlaufs über die Wandhöhe beitragen. Dabei sollte insbesondere die Entstehungsfolge der in der Praxis beobachteten Durch- und Anrisse studiert werden.

Die letztgenannten Versuche konnten im Labor nur an dünnen Modellwänden durchgeführt werden. Um den praktischen Fall einer gezwängten langen und dicken Wand zu erfassen, in der auch Eigenspannungen wirksam sind, müssen die Ergebnisse aus beiden Versuchsreihen miteinander verknüpft werden.

7.2 Versuche an horizontalen Wandausschnitten

7.2.1 Modellvorstellung, Versuchskörper

Zur Untersuchung der Rißbildung in dicken Stahlbetonwänden unter dem kombinierten Einfluß von Eigen- und Zwangspannungen wurden 9 Versuche an breiten Dehnkörpern durchgeführt. Das Modell ist ein horizontaler Wandstreifen in beliebiger Höhe über der Betonierfuge (Bild 7.1). Der eindimensionale Wärmeabfluß und damit die Fortsetzung der Wand in vertikaler Richtung wurden durch Wärmedämmung nachgebildet.

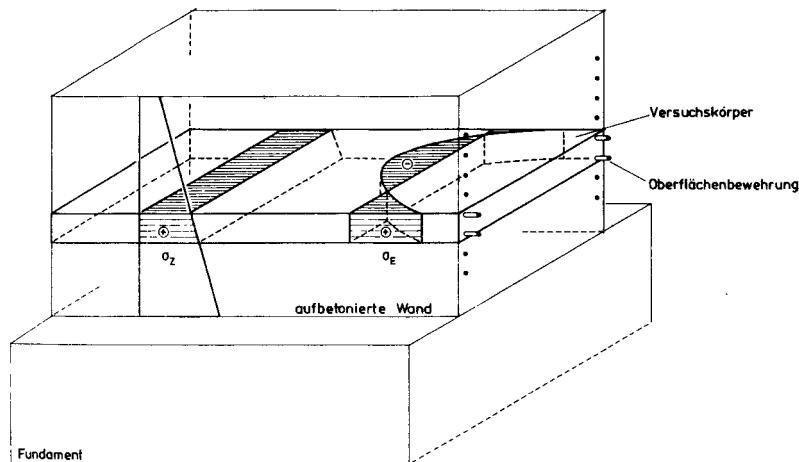


Bild 7.1: Wandausschnitt, Spannungen und Versuchskörper

Es wurden acht Dehnkörper mit den Querschnittsabmessungen $100 \times 16 \text{ cm}^2$ untersucht und außerdem ein Vergleichskörper (dünne Wand) $33 \times 33 \text{ cm}^2$. In den 6 m langen Körpern betrug die Meßlänge (mittig) 4 m. Die zentrische Zugkraft wurde in die daran anschließenden Krafteinleitungsgebiete über Kopfplatten und eine gestaffelte Einleitungsbewehrung eingetragen. Innerhalb der Meßlänge erhielten die Dehnkörper nur eine beidseitige horizontale Oberflächenbewehrung, deren seitliche Betondeckung einheitlich 3 cm betrug.

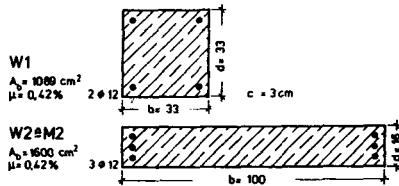
7.2.2 Programm und Versuchsdurchführung

Alle Versuchskörper wurden mit Beton B 25 mit 234 kg/m^3 HOZ 35 L und einem w/z-Wert von 0,88 hergestellt. Die Bewehrung bestand aus Stäben BST 500/550 RU. Der Beton wies im Alter von 28 Tagen eine mittlere Würfelfestigkeit von $\beta_{Wm} = 27 \text{ N/mm}^2$ und eine mittlere zentrische Zugfestigkeit von $\beta_{Zm} = 1,6 \text{ N/mm}^2$ auf.

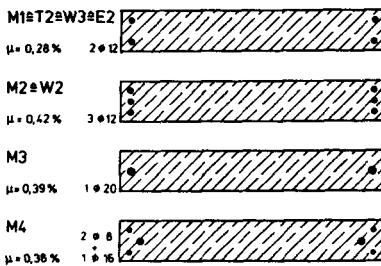
In den Versuchen wurden vier Parameter variiert: Wanddicke, Bewehrung nach Durchmesser und Stababstand, Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus und

Vorschädigung durch Eigenspannungen. Bild 7.2 zeigt die Querschnitte mit Bewehrung sowie die Variablen der Versuchsreihen. Einige Versuchskörper gehörten gleichzeitig mehreren Reihen an.

REIHE W : Einfluß der Wanddicke



REIHE M : Einfluß der Bewehrung



REIHE T : Einfluß der Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus

T1	1 Stunde	zügig
T2	3 Stunden	normal
T3	24 Stunden	langsam

REIHE E : Einfluß der Vorschädigung durch Eigenspannungen infolge unterschiedlicher Außentemperaturen

E1	+	20 °C	warm
E2=M1=W3=T2	+	5 °C	normal
E3	-	20 °C	kalt

Bild 7.2: Versuchskörperquerschnitte, Versuchsreihen und Variable

Die Versuchskörper wurden am Ort der Prüfung in einem horizontalen Rahmen betoniert. Dieser Prüfrahmen war mit einer wärmedämmenden Schalung und Gleitfolien versehen worden. Ein annähernd adiabatischer Temperaturanstieg aus Hydratationswärmeentwicklung wurde durch allseitige Abdeckung der Versuchskörper mit Dämmaterial kurz nach der Herstellung ermöglicht.

Einen Tag nach der Herstellung wurden die seitlichen Schalungen abgerückt, aber nicht entfernt. Durch die beidseitigen Spalte wurde gekühlte Luft (vernebelter Stickstoff als Kühlmittel) geblasen, um eine Temperaturdifferenz über den Versuchskörperquerschnitt und damit Eigenspannungen zu erzeugen. Durch Variation der Kühlwindtemperatur in Reihe E (vgl. Bild 7.2) wurden unterschiedliche Intensitäten der Eigenspannungen und entsprechende Vorschädigungen der Randbereiche erzeugt. Die dehngesteuerte Zugbelastung wurde im Anschluß an die Kühlwindbehandlung im Alter von drei Tagen stufenweise aufgebracht, nachdem, um die Rißbildung visuell und meßtechnisch verfolgen zu können, die Abdeckungen entfernt worden waren.

In Vorversuchen war die zum ersten Trennriß führende Gesamtdehnung zu rd. 0,038%/.. ermittelt worden. Der Zeitraum vom Beginn der Zugzwangbeanspruchung bis zum Erreichen dieses Wertes wurde in Reihe T (vgl. Bild 7.2) variiert. Anschließend wurde die Dehnung jeweils soweit gesteigert, bis der nächste Trennriß auftrat.

Nach jedem Schritt wurden folgende Messungen vorgenommen: Die Gesamtdehnungen über die Risse hinweg wurden auf der Meßlänge von 4 m mit je zwei seitlich angeordneten Wegaufnehmern und Meßuhren und zusätzlich auf vier Meßstrecken mit 500 mm-Setzdehnungsmessern gemessen. Die Breite neu aufgetretener Risse wurde auf vier Meßlinien mit Hilfe einer speziellen Videokamera gemessen. Die Rißaufweitung hingegen wurde an den gleichen Stellen mit einem 50 mm-Setzdehnungsmesser verfolgt. Die Temperatur im Beton wurde über an verschiedenen Stellen des Querschnitts einbetonierte Thermoelemente während der ersten zwei Tage nach dem Betonieren kontinuierlich registriert. Die Versuche endeten mit dem Beginn des Fließens der Bewehrung 5 Tage nach Herstellung der Versuchskörper. Der Endrißzustand wurde stets in rd. 4 Tagen erzeugt.

7.2.3 Versuchsergebnisse

7.2.3.1 Temperaturverteilung

Der Temperaturverlauf in einem Versuchskörper, dessen Seitenflächen~ auf +5°C abgekühlt wurden, ist in Bild 7.3 für drei Meßpunkte wiedergegeben. Danach wurde die die Eigenspannungen bestimmende maßgebende Temperatur-

differenz zwischen Kern und Rand bereits wenige Stunden nach Einsetzen der Randkühlung erreicht. Beim Beginn der Zugbeanspruchung waren nennenswerte Temperaturdifferenzen nicht mehr vorhanden. In keinem Fall konnten Eigenspannungseinrisse visuell festgestellt werden. Die Vorschädigung der Randbereiche durch Mikrorißbildung ging jedoch aus vergleichenden Auswertungen der Versuchsergebnisse deutlich hervor.

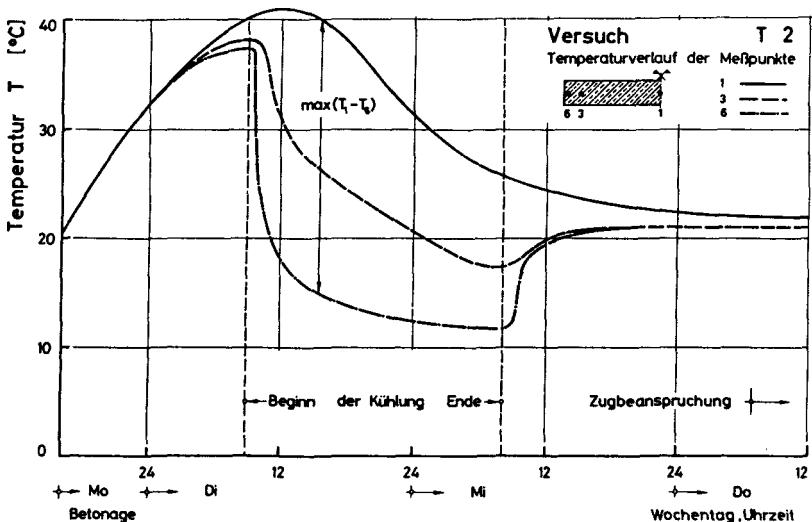


Bild 7.3: Verlauf der Temperaturen im Versuchskörper T2

Im Versuch W1 (dünne Wand) und im Versuch E1 ($T_1 = +20^\circ\text{C}$) betrugen die maximalen Temperaturdifferenzen zwischen Rand und Kern weniger als 10 K, wodurch in diesen Fällen keine nennenswerten Vorschädigungen auftraten. Mit $T_{fb} = 20^\circ\text{C}$ und $T_1 = +5^\circ\text{C}$ wurden in den 1 m dicken Versuchskörpern maximale Temperaturdifferenzen um 25 K erreicht. Bild 7.3 zeigt, daß selbst bei einer Schalung mit 10 cm Wärmedämmung ein Temperaturverlust ΔT_v (vgl. Abschnitt 2.4) auftritt.

7.2.3.2 Normalkraft-Dehnungs-Verhalten

Das Verformungsverhalten der Dehnkörper E1, E2 und E3 ist aus Bild 7.4 zu ersehen. Für die Versuche der Reihe E wurde hier die auf den Bewehrungsquerschnitt bezogene Normalzugkraft über der mittleren Dehnung aufgetragen. Die Versuche unterschieden sich nur durch die Art der Vorbehandlung

(Variation von T_1). Es zeigte sich, daß die Mitwirkung des Betons auf Zug mit der Intensität der Vorschädigung abnimmt. In diesem Zuge sinkt das Plateau der rißauslösenden Kräfte ab, und seine Neigung nimmt zu. Der gleiche Effekt war beim Vergleich der ebenfalls mit 2 Ø 12 je Seite bewehrten dünnen Wand W1 (hier nicht dargestellt) mit den Ergebnissen von Bild 7.4 zu beobachten. Ein langsamer Zwangsaufbau führte zu niedrigeren Erstrißlasten N_R^1 , wirkte sich aber auf den weiteren Verlauf der N/A_s- ϵ_m -Zackenlinie kaum aus.

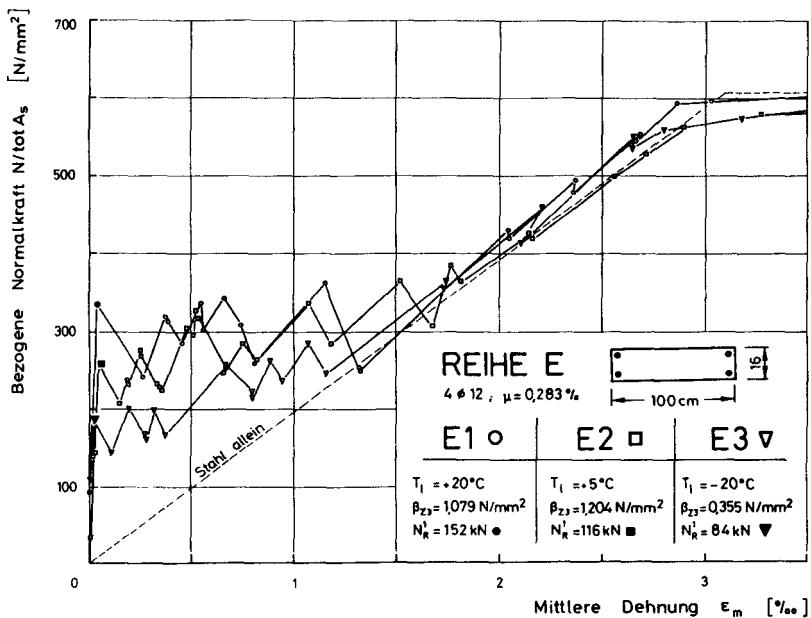


Bild 7.4: Normalkraft-Dehnungs-Verhalten bei unterschiedlicher Vorschädigung

Wegen der Trägheit der Belastungseinrichtung sind die abfallenden Äste der Zackenlinien in Bild 7.4 gegen die Vertikale geneigt (vgl. Bild 5.6).

7.2.3.3 Rißbildung

Die Versuche haben gezeigt, daß sich durch eine geeignete Oberflächenbewehrung die Risse an der Oberfläche fein verteilen lassen. Die Bilder 7.5 und 7.6 zeigen die Endrißbilder auf der Oberfläche und den beiden Schmal-

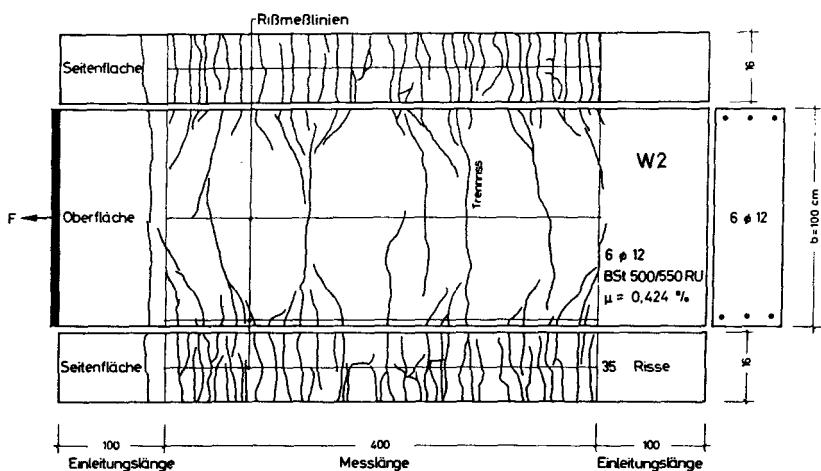


Bild 7.5: Endrißbild und Querschnitt des Versuchskörpers W2

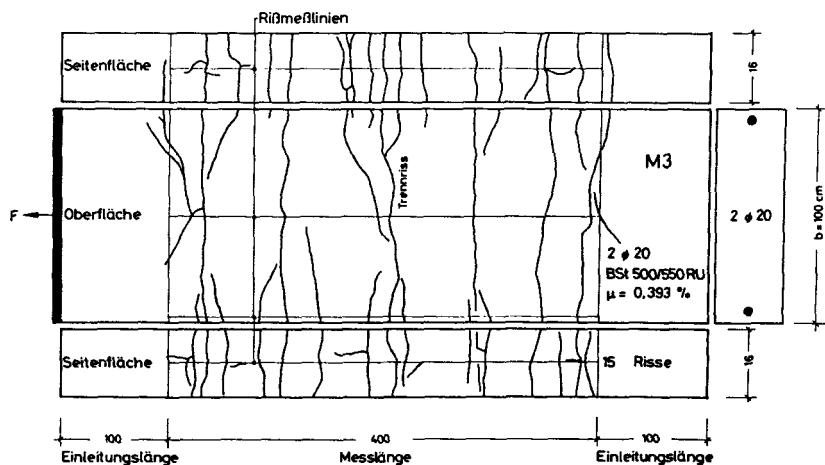


Bild 7.6: Endrißbild und Querschnitt des Versuchskörpers M3

seiten zweier unterschiedlich bewehrter Dehnkörper, die sonst identisch ausgeführt waren und den gleichen Versuchsbedingungen unterworfen wurden. Neben den Trennrissen entstanden stets Einrisse. Das Verhältnis der Anzahl der Einrisse zur Anzahl der Trennrisse betrug im Falle des Versuchskörpers W2 (Bild 7.5) etwa 10. Im Falle von M3 (Bild 7.6) war es bei gleicher Trennrißanzahl und etwa gleichem Bewehrungsquerschnitt nur halb so groß, weshalb die Risse bei M3 im Mittel deutlich breiter ausfielen als bei W2. Auf der Meßlänge traten bei allen 1 m breiten Dehnkörpern rd. 5 Trennrisse im Abstand von etwa 0,83 b auf. Da in der Praxis allein die Rißbreite auf den Seitenflächen wichtig ist, erhob sich die Frage, ob die im Körperinneren große Breite der Trennrisse durch die Oberflächenbewehrung wirksam vermindert wurde. Durch den Test von Mann-Whitney-Wilcoxon /29/ konnte für alle Dehnkörper nachgewiesen werden, daß die Breiten von Ein- und Trennrissen auf den Seitenflächen statistisch zur gleichen Grundgesamtheit gehören, Trennrisse dort also nicht signifikant breiter als Einrisse sind. Für den Versuchskörper von Bild 7.5 wurde bei einer mittleren Dehnung von 0,6% die mittlere Rißbreite zu 0,11 mm ermittelt, bei 1 m breiten Versuchskörpern, die mit 2 \varnothing 12 je Seite bewehrt waren, betrug sie rd. $w_m = 0,14$ mm. Das mittlere Verhältnis $\max w/w_m$ wurde zu 1,95 bei einem Variationskoeffizienten von 0,21 bestimmt. Allgemein steigt die Anzahl der Risse auf den Seitenflächen mit Abnahme des Verhältnisses d_s/μ an.

Bild 7.7 zeigt die Einflüsse der Wanddicke und des Bewehrungsgrades auf die mittlere Rißbreite auf den Seitenflächen in Abhängigkeit von der mittleren Dehnung. Die gemessene Rißbreite ist den Fußpunkten der Zackenlinien (vgl. Bild 7.4) zuzuordnen. Beim dünnen Bauteil (W1), bei dem sich ausschließlich Trennrisse bildeten, war die Rißbreite nicht nur größer, sondern sie nahm mit zunehmender Dehnung auch stärker zu als bei dicken Bauteilen. Bei letzteren nahm die ohnehin geringe Abhängigkeit der Rißbreite von der Dehnung mit steigendem Bewehrungsgrad noch weiter ab. Den gleichen Effekt hatte eine feine Verteilung der Bewehrung. .

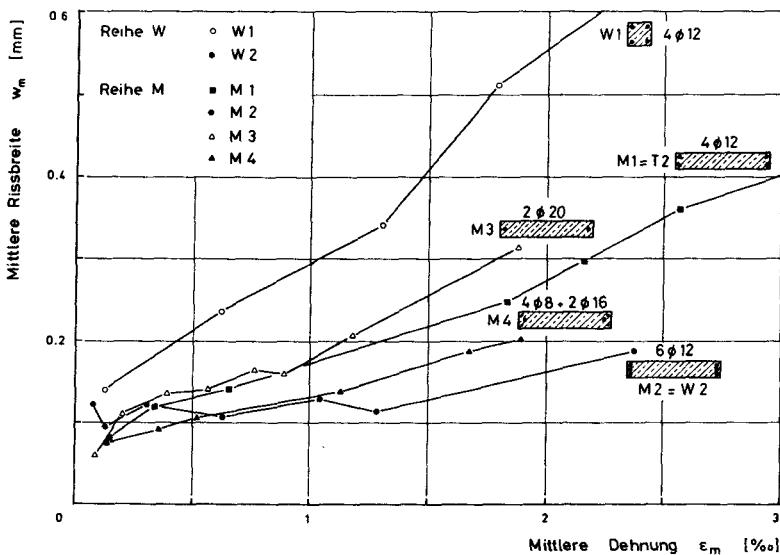


Bild 7.7: Mittlere Rißbreite (Seitenflächen) in Abhängigkeit von der mittleren Dehnung

Rißbreite und Rißabstand hängen zusammen. Daher fiel beim dünnen Bauteil W1 trotz gleichen Bewehrungsgrads bzw. d_s/μ -Werts der durch Trennrisse gebildete Endrißabstand viel größer aus als beim dicken Bauteil W2. Bild 7.8 zeigt die Entwicklung des mittleren Rißabstands bei wachsender Beanspruchung für W1 und W2 sowie die Endwerte der übrigen Versuche. Bei den 1 m dicken Bauteilen fiel der Endrißabstand mit dem Verhältnis d_s/μ , mit dem Grad der Vorschädigung und der Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus ab.

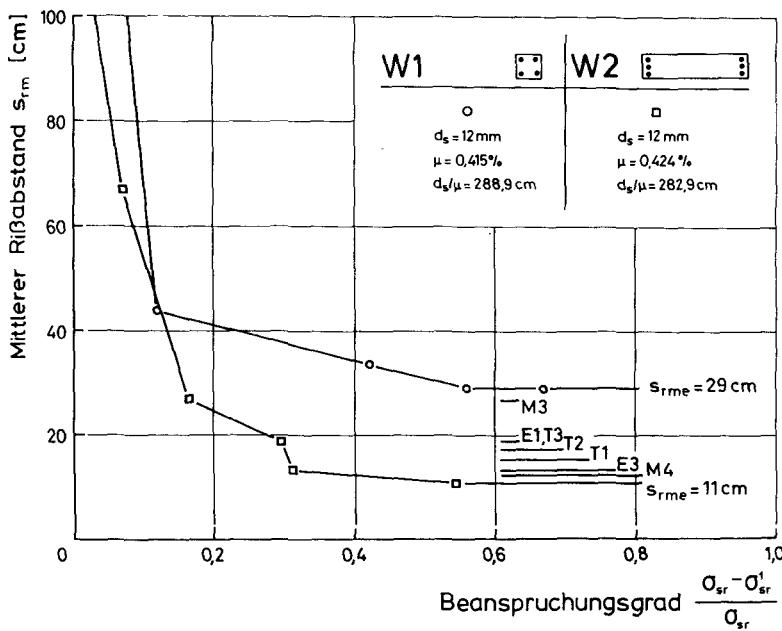


Bild 7.8: Entwicklung und Endwerte des Rißabstands, abhängig vom Beanspruchungsgrad

7.2.4 Folgerungen aus den Versuchsergebnissen

Durch Vergleich der Endrißabstände der Versuchsreihen T und E wurden zunächst die Koeffizienten k_E und k_T , die die Einflüsse von Eigenspannungen und Geschwindigkeit des Zwangsaufbaus beschreiben, in der durch die Gln. (5.32) und (5.33) ausgedrückten Form festgelegt. Gleichzeitig wurde das Faktorenprodukt $k_2 \cdot k_3$ in Gl. (5.19) durch Vergleich der Endrißabstände in Reihe M zu 0,116 neu bestimmt. Die Vorfaktoren für die Betondeckung und den Stababstand (siehe Gl. (5.31)) wurden anhand der Versuchsergebnisse mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate iterativ bestimmt. Auch die Abmessungen der wirksamen Betonzugfläche konnten durch Vergleich der Endrißabstände der Dehnkörper der Reihen T und E mit jenem von W1 festgelegt werden. Die Versuche bestätigten den durch Gl. (5.45) ausgedrückten Ansatz von /12/, der, auf die o.g. Versuchskörper angewendet, die in Bild 7.9 schraffiert dargestellten wirksamen Betonzugflächen ergibt. Näheres zu den genannten Ableitungen ist /80/ zu entnehmen.

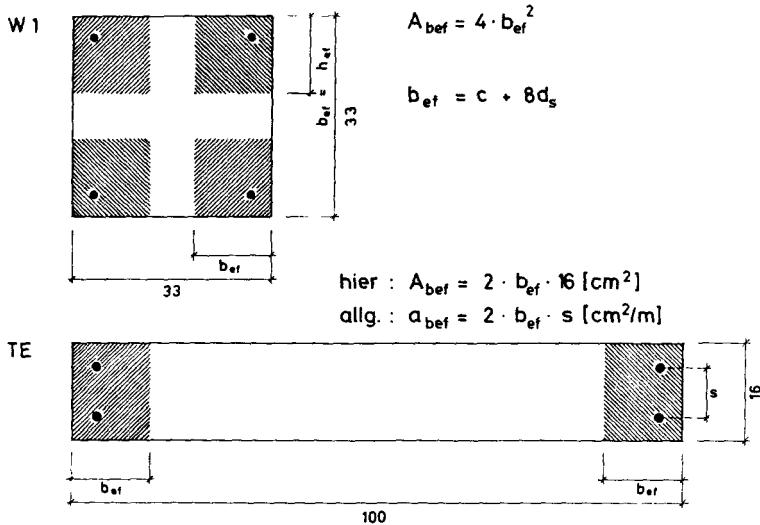


Bild 7.9: Ausdehnung der mitwirkenden Betonzugzone bei den Versuchskörpern

Die Versuche haben gezeigt, daß eine feine Rißverteilung in erster Linie durch enge Stababstände zu erreichen ist. Die Größe der Zwangdehnung wirkt sich demgegenüber bei dicken, eng bewehrten Bauteilen auf die Rißbreite kaum aus. Dies zeigt ein Vergleich der Steigung der Geradenzüge in Bild 7.7. Nur bei der dünnen Wand und der unzweckmäßig bewehrten Wand M3 ist eine nennenswerte Abhängigkeit w_m (ϵ_m) zu erkennen. Damit verliert eine zutreffende Prognose der zu erwartenden Zwangdehnung ϵ_z dann an Bedeutung, wenn die betreffenden (dicken) Bauteile mit kleinen Stabdurchmessern in engem Abstand bewehrt werden.

7.3 Versuche an einseitig gezwängten Wandscheiben

7.3.1 Versuchskörper, Modellmaßstab

Um das Verhalten von über Fußschub gezwängten Stahlbetonwänden im Labor nachzubilden, wurden zwei Versuchswände - SAAF 1 und SAAF 2, siehe Bild 7.10 - auf ein zuvor hergestelltes Spannbeton-Basisbauteil aufbetoniert. Bild 7.10 zeigt auch das so entstandene Zweischichtensystem im Querschnitt. Der Zwang wurde in die Versuchswände wie folgt eingeleitet: Zunächst wurde das Basisbauteil mit rd. 2200 kN zentrisch vorgespannt. Dann wurden die Wandscheiben betoniert. Anschließend erfolgte das Ablassen der Spannkraft in kleinen Schritten. Dieser Vorgang führte zum "Aufatmen" des Basisbauteils. Die verschiebungsfest angeschlossenen Wände wurden von der Basis her gedehnt.

Die Versuchswände waren 6 m (SAAF 1) bzw. 8 m (SAAF 2) lang, 80 cm hoch und 24 cm dick. Die Querschnittsabmessungen des Basisbauteils betrugen 40x40 cm². Die Wände wurden in drei unterschiedlich bewehrte Abschnitte unterteilt, in deren Mitte je ein Sollriß durch Schwächung des Betonquerschnitts (innenliegende Trennbleche) vorgegeben war (siehe Bild 7.10). Die Oberflächenbewehrungen der Wände wurden nach Art und Menge anhand der ZTV-K 80 /122/, Abschnitt 6.3.4.2.2 für die dort definierten Bereiche h_1 bis h_3 einer 60 cm dicken Wand festgelegt. Die Bewehrungen der im Maßstab 1:2,5 verkleinerten Versuchswände wurden dann so festgelegt, daß das Verhältnis d_s/μ_{ef} in der Bezugswand nach ZTV-K 80 und der Modellwand übereinstimmte. Damit konnten bei gleicher Bauspruchung Rißbreiten in gleicher Größenordnung erwartet werden.

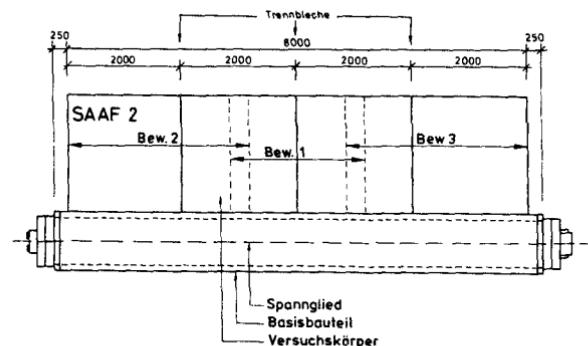
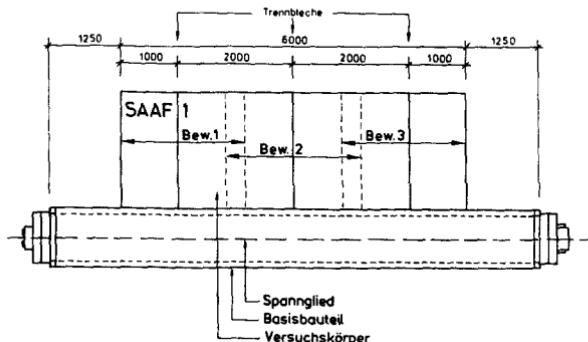
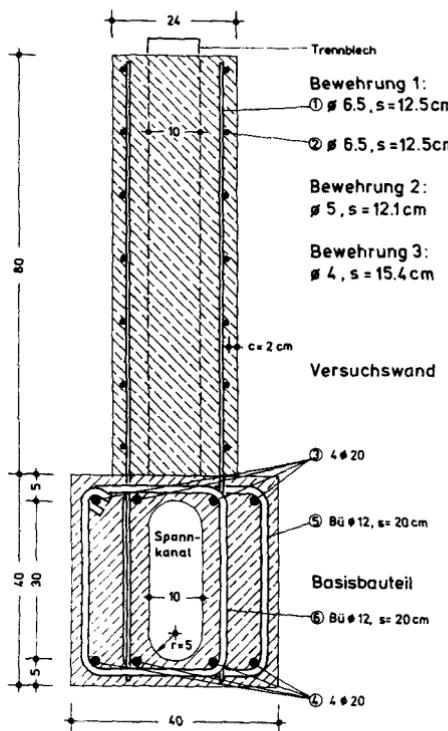


Bild 7.10: Versuchsaufbau, Ansicht und Querschnitt

7.3.2 Materialeigenschaften, Versuchsprogramm

Für das Basisbauteil wurde ein Beton B 45, für die Versuchswand SAAF 1 ein B 25 und für SAAF 2 ein B 35 angestrebt. Die an Begleitkörpern in Form von Würfeln mit 15 cm Kantenlänge, Prismen 15x15x70 cm³ und Zylindern d = 15 cm, h = 30 cm festgestellten Eigenschaften der Festbetone sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt. Auch der zeitliche Rahmen der Versuche ist hier angegeben.

Eigenschaft	SAAF 1 L = 6 m	SAAF 2 L = 8 m
angestrebte Betongüte	B 25	B 35
Beginn der Zwangbeanspruchung	3 Tage nach Herstellung	7 Tage nach Herstellung
vollständige Entlastung des Basisbauteils	6 Tage nach Herstellung	9 Tage nach Herstellung
Abschlußmessung	10 Tage nach Herstellung	100 Tage nach Herstellung (Langzeitmessungen)
Druckfestigkeit	$\beta_{W7} = 21 \text{ N/mm}^2$ $\beta_{W28} = 37 \text{ N/mm}^2$	$\beta_{W7} = 35 \text{ N/mm}^2$ $\beta_{W28} = 49 \text{ N/mm}^2$
zentrische Zugfestigkeit	$\beta_{Z7} = 1,13 \text{ N/mm}^2$ $\beta_{Z28} = 1,26 \text{ N/mm}^2$	$\beta_{Z7} = 2,30 \text{ N/mm}^2$ $\beta_{Z28} = 2,16 \text{ N/mm}^2$
Druck-Elastizitätsmodul	$E_{D28} = 19.600 \text{ N/mm}^2$	$E_{D28} = 26.200 \text{ N/mm}^2$
Zug-Elastizitätsmodul	$E_{Z7} = 17.700 \text{ N/mm}^2$ $E_{Z28} = 23.000 \text{ N/mm}^2$	$E_{Z7} = 26.000 \text{ N/mm}^2$ $E_{Z28} = 26.500 \text{ N/mm}^2$

β_W an 15 cm - Würfeln bestimmt ($\beta_{W200} = 0,95 \beta_{W150}$)

β_Z an Zylindern d = 15 cm, h = 30 cm bestimmt

$E_{D,Z}$ an Prismen 15 x 15 x 70 cm³ bestimmt

Tabelle 7.1: Kenngrößen der Versuchswände

Die beidseitige Oberflächenbewehrung, BST 500/550 RU, der Versuchswände bestand aus Einzelstäben $d_s = 4 \text{ mm}$, 5 mm und $6,5 \text{ mm}$. Es wurde ein quadratisches Netz geknüpft, dessen innenliegende Vertikalstäbe als Anschlußbewehrung in das Basisbauteil einbanden. Die Betondeckung auf die Längsstäbe betrug 2 cm.

Die Vorspannung des Basisbauteils erfolgte mit einem kompakten SUSPA-Einzelspannglied aus 54 glatten runden Drähten St 1470/1670, $d_s = 7 \text{ mm}$.

Die Versuchswände wurden auf eine praxisgerecht rauhe Kontaktfläche betoniert. Im zweiten Versuch wurden die Anschlußbewehrungen in Bohrungen eingemörtelt bzw. an Reststücke angeschweißt. Eine Nachbehandlung wurde nicht vorgenommen, die Umgebungstemperatur betrug rd. 20°C bei einer mittleren Feuchtigkeit von rd. 65%.

Nach der in Tabelle 7.1 angegebenen Ruhezeit wurde der Zwang durch Ablassen der Spannkraft in 100 kN-Schritten in die Versuchswände eingeleitet. Der Versuch SAAF 1 endete mit dem vollständigen Ablassen der Spannkraft, bei SAAF 2 wurde eine 90-tägige Standzeit angeschlossen.

In jedem Spannkraftschritt wurden folgende Messungen vorgenommen: Die Spannkraft wurde über ein baustellenübliches Dynamometer an der Spannpresse sowie über Dehnmeßstreifen (DMS) auf vier Spanndrähten verfolgt. Die Druckdehnungen des Basisbauteils wurden ebenfalls über DMS auf der Längsbewehrung $d_s = 20 \text{ mm}$ kontinuierlich registriert. Zur Messung der Randverformungen von Wand und Fundament waren an diesen jeweils oben und unten wandlange Ketten aus Setzdehnungsmeßplättchen (SDM) mit 200 mm Basis angebracht worden. Die Messung erfolgte mit einem elektrischen Setzdehnungsmesser. Meßstangen über eine 4 m lange Basis in Wandmitte mit induktiven Wegaufnehmern ermöglichten darüberhinaus eine kontinuierliche Dehnungsmessung.

Die Breiten der drei Risse an den Sollrißstellen wurden mit fest installierten SDM mit 200 mm bzw. 30 mm Basis in verschiedenen Höhen gemessen. Außerdem waren je zwei induktive Wegaufnehmer über jedem Sollriß angeordnet. Risse außerhalb der Sollrißquerschnitte wurden auf Meßlinien in verschiedenen Höhen mit Hilfe einer Videokamera gemessen.

In den Versuchswänden waren auf den horizontalen Bewehrungsstäben DMS angeordnet worden, um die Stahldehnungen, vor allem in den Sollrißquerschnitten, verfolgen zu können.

Mit Ausnahme der Kameramessungen wurden alle Meßwerte über eine Vielstellenmeßanlage abgefragt und in eine Rechenanlage eingespeist. Haupt-

ziel der Untersuchungen war die Bestimmung des Rißbreitenverlaufs über die Wandhöhe.

7.3.3 Versuchsergebnisse

7.3.3.1 Randdehnungen

Im Versuch SAAF 1 stellte sich beim vollständigen Ablassen der Vorspannung am unteren Wandrand eine Zwangdehnung von $0,5\%$ ein, im Versuch SAAF 2 wurde ein Wert von $1,1\%$ erreicht. Letzterer hängt mit der Rißbildung im Basisbauteil infolge von Druckkriechverformungen zusammen. Die Dehnung des unteren Wandrandes wird im folgenden als Basiswert ϵ_m der Zwangdehnung bezeichnet. Er stellt sich bei gleichen Steifigkeitsverhältnissen in der Praxis dann ein, wenn ein Zwangantrieb in rd. 1,6facher Größe vorliegt. Je nach den herrschenden Steifigkeitsverhältnissen, die sich im Zuge fortschreitender Rißbildung änderten, nahm die mittlere Dehnung zur Wandkrone hin mehr oder weniger ab, behielt jedoch stets positive Werte bei, weil ja sämtliche Rißbreiten mit erfaßt wurden. Zieht man jedoch nur die ungerissenen Meßstrecken zur Ermittlung von ϵ_{w0} heran, so wird dieser Wert negativ. Im Versuch SAAF 2 betrug $\epsilon_{w0} = -0,3\%$ bei $\epsilon_{wu} = \epsilon_m = 1,1\%$.

7.3.3.2 Rißbildungsmechanismus

In den Versuchswänden bildeten sich durchweg Trennrisse, teils als Durchrisse, teils als Anrisse. Die Bilder 7.11 und 7.12 zeigen (in überhöhter Darstellung) die Rißbilder beider Wände bei einer mittleren Dehnung des unteren Wandrandes von $\epsilon_m = 0,5\%$. Zunächst öffnete sich in beiden Versuchen der mittlere Sollriss zügig bis zur Wandkrone. Es folgten die äußeren Sollrisse, die nicht in allen Fällen sofort durchrissen. Nur wenige der dazwischenliegenden Anrisse rissen später vollends durch, ihre Länge nahm jedoch mit steigender Zwangdehnung zu. Bei $\epsilon_m = 0,5\%$ betrug der mittlere Rißabstand knapp über der Arbeitsfuge rd. 0,5 H. Er war über das erste Wandviertel kaum veränderlich. Trotz der geringen Länge einheitlich bewehrter Bereiche konnte bei höheren Bewehrungsgraden eine Abnahme des mittleren Rißabstands festgestellt werden (vgl. Bild 7.12). Die zweite Versuchswand wurde länger ausgebildet, um neben den äußeren DurchrisSEN über ausreichend lange Einleitungszonen zu verfügen.

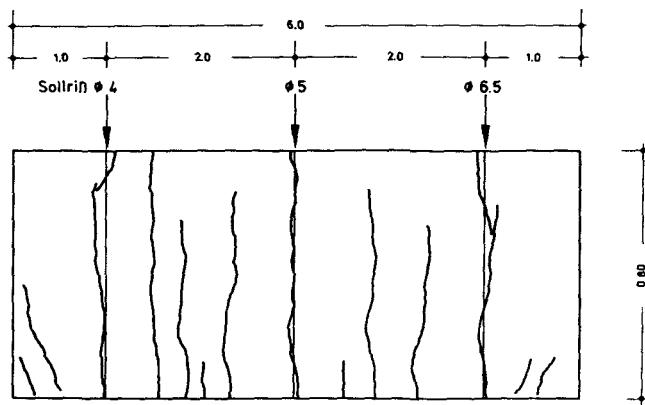


Bild 7.11: Rißbild des Versuchskörpers SAAF 1 $\epsilon_m = 0,5\%$

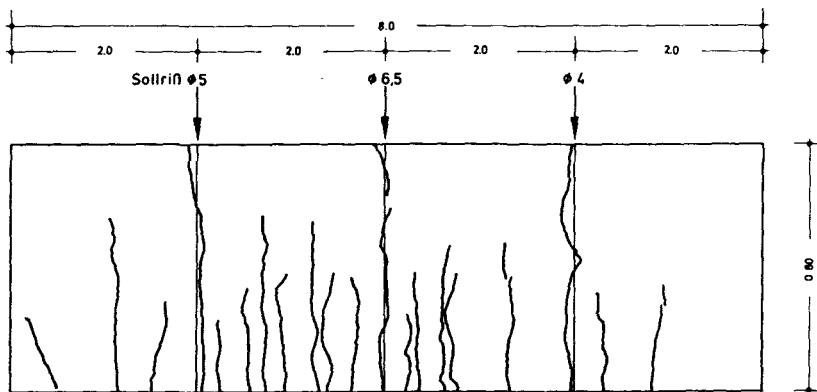


Bild 7.12: Rißbild des Versuchskörpers SAAF 2 $\epsilon_m = 0,5\%$
(nicht Endrißbild)

7.3.3.3 Rißbreitenverlauf

Die von der Höhenlage und der Beanspruchung abhängige Rißform wurde insbesondere bei den Sollrissen verfolgt. Die Bilder 7.13 und 7.14 zeigen deren Rißbreitenverlauf in verschiedenen Zwangdehnungsstufen. Unter Beachtung des angegebenen Maßstabs ist die Rißöffnung aus der Entfernung zwischen zwei zur Rißachse symmetrischen Geradenzügen abzugreifen. Die erste Meßstelle lag aus technischen Gründen 5 cm über der Arbeitsfuge. Der Verlauf der Linien von dort abwärts wurde vereinfacht an die Steigung des Geradenabschnittes darüber angepaßt. Im Versuch ging die Rißbreite zur Fuge hin auf Null zurück.

Das Rißbreitemaximum trat nur in einem Fall (SAAF 1, mittlerer Sollriß) an der Wandkrone auf. Ein Bewehrungseinfluß war bei den äußeren Durchrissen dieses Versuchs, insbesondere während des langandauernden Anrißstadiums, nicht feststellbar. Der deutliche Unterschied der Breiten von Rissen in Mitten- und Randlage ist auf zu kurze äußere Einleitungszonen zurückzuführen. Im Versuch SAAF 2 wiesen bei Zwangdehnungen bis $0,5\%$ weder die Absolutbeträge der Sollrißbreiten noch deren Verläufe über die Wandhöhe signifikante Unterschiede auf. Das Rißbreitenmaximum lag auf etwa 1/4 bis 1/2 der Wandhöhe.

Bezieht man die Durch- und Anrisse zwischen den Sollrissen mit in die Auswertung ein, so ergibt sich der in Bild 7.15 dargestellte Verlauf der mittleren und der maximalen Rißbreiten über die Wandhöhe bei $\epsilon_m = 0,5\%$. Im Versuch SAAF 2 fiel w_m in der unteren Wandhälfte wegen der großen Anzahl schmaler Anrisse geringer aus als bei SAAF 1. Die Tendenz des Rißbreitenrückganges zur Wandkrone geht aus Bild 7.15 deutlich hervor. Sie ist auch aus Bild 7.16, in dem die unterschiedlich bewehrten Bereiche von SAAF 2 getrennt ausgewertet wurden, abzulesen. Die mittlere Rißbreite des mit $d_s = 4$ mm bewehrten Wandabschnitts wurde in halber Wandhöhe durch den Sollriß benachbarte Risse stark angehoben, in den stärker bewehrten Bereichen jedoch abgesenkt (vgl. Bild 7.14).

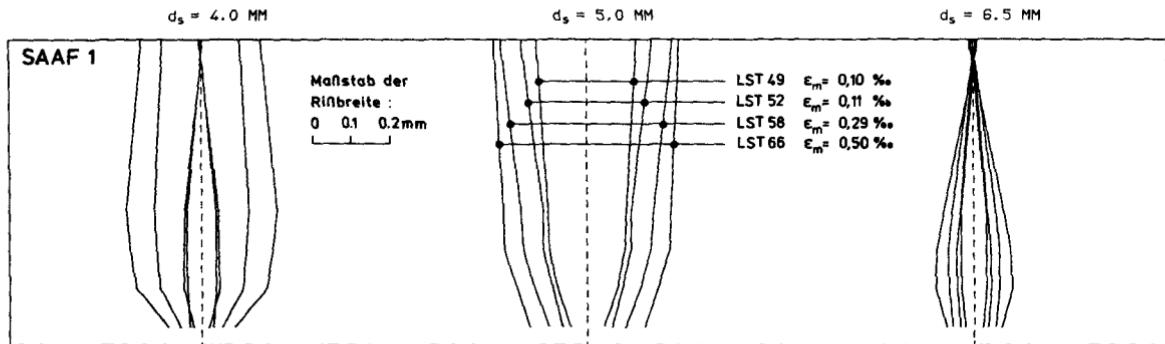


Bild 7.13 : RISSBREITEN IN LASTSTUFE 49 52 58 66

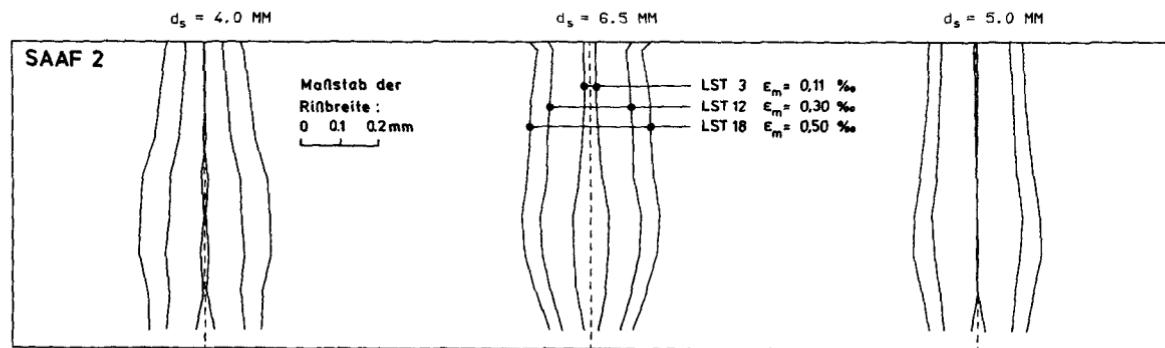


Bild 7.14 : RISSBREITEN IN LASTSTUFE 3 12 18

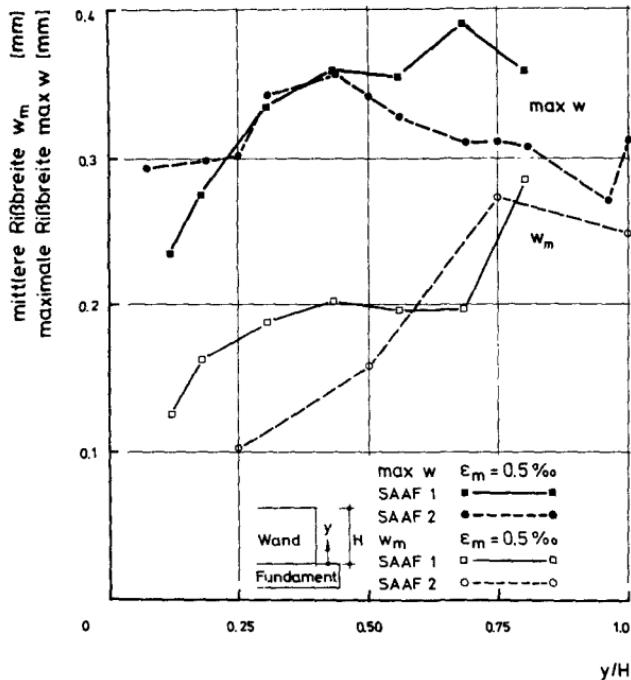


Bild 7.15: Verlauf von mittlerer und maximaler Rißbreite über die Wandh  e

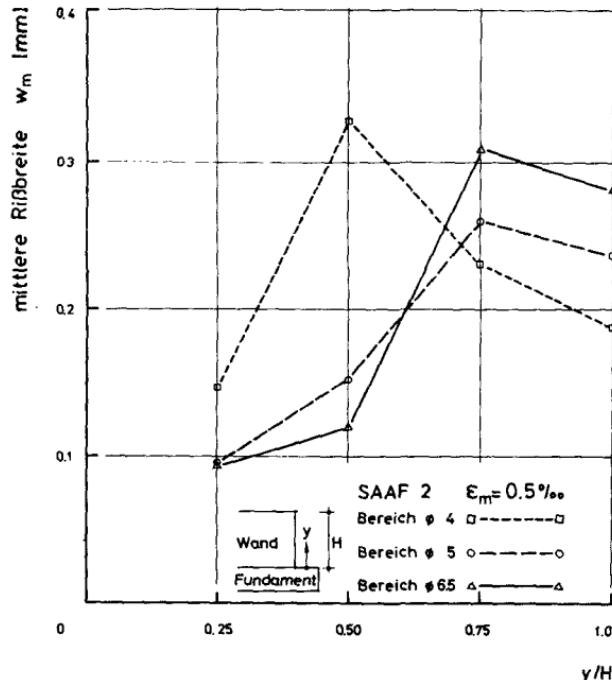


Bild 7.16: Mittlere Rißbreite auf unterschiedlich bewehrten Wandabschnitten

Durchrisse sind i.M. viel breiter als Anrisse, deren mittlere Rißbreite in den Versuchen zu rd. 0,1 mm gemessen wurde. Bild 7.17 zeigt einen Vergleich der mittleren Durchrißbreiten mit den Mittel- und 95%-Fraktilenwerten der Anrißbreiten für SAAF 2. Das Verhältnis von Durchrißbreiten zu Anrißbreiten betrug bei SAAF 1 i.M. 2,9, bei SAAF 2 rd. 4,5. Ein Einfluß der Zwangdehnung auf dieses Verhältnis war nicht erkennbar. Damit können Maßnahmen zur Sicherung der Dauerhaftigkeit allein anhand von Durchrisse festgelegt werden.

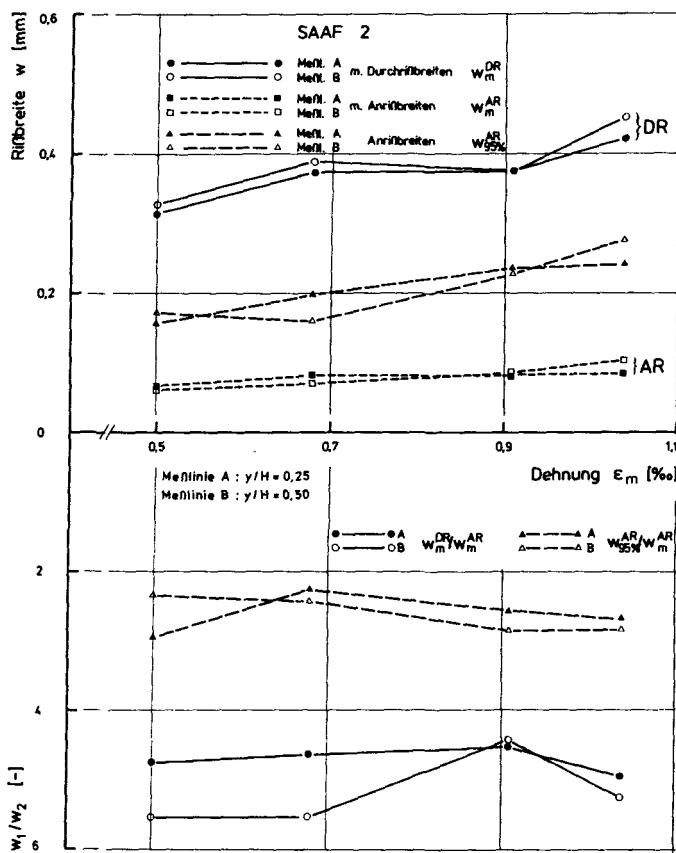


Bild 7.17: Rißbreitenvergleich Anrisse - Durchrisse

7.3.3.4 Stahlspannungen

Die Versuche haben gezeigt, daß die Stahlspannungen im Riß etwa proportional mit der Rißbreite anwachsen. Hierzu wurden die in den Sollrissen mit DMS gemessenen Stahldehnungen den an gleicher Stelle gemessenen Rißbreiten gegenübergestellt. Bild 7.18 zeigt den Zusammenhang für den mittleren Sollriß von SAAF 2, der von der Wandhöhe unabhängig ist. Auch der Rechenansatz von Gl. (5.39) wurde in Bild 7.18 eingetragen. Die Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuch ist in den meisten Fällen recht gut. Systematische Abweichungen der Steigung der $w - \sigma_{sr}$ -Linienzüge von jener der rechnerischen Geraden konnten mit der Höhenlage der betreffenden Meßstellen oder mit der Bewehrung nicht in Zusammenhang gebracht werden. Sie sind versuchstechnisch oder durch Streuungen bedingt.

7.3.3.5 Ergebnisse der Langzeitmessungen

Im Versuch SAAF 2 wuchs während einer 90-tägigen Standzeit nach Entlastung die Dehnung $\epsilon_m = \epsilon_{wu}$ von $0,9\%_{\text{--}}$ auf $1,1\%_{\text{--}}$ an, die Dehnung an der Wandkrone fiel um rd. $0,1\%_{\text{--}}$ ab. Diese Veränderungen, die in erster Linie auf Verbundkriechvorgänge zurückgeführt werden, äußerten sich auch in einer Zunahme der mittleren Rißbreiten und Stahlspannungen.

Die Rißbreiten nahmen auf der gesamten Wandhöhe recht gleichmäßig um rd. $0,1 \text{ mm}$ zu. Da auch neue Anrisse auftraten, veränderte sich die mittlere Rißbreite bis zur halben Wandhöhe kaum.

Auch in praktischen Fällen muß mit Verbundkriecheffekten gerechnet werden, dann allerdings auf einem wesentlich niedrigeren Dehnungsniveau, wo bei der Endwert der Zwangdehnung $0,5\%_{\text{--}}$ kaum erreichen wird. Nimmt man an, daß das Verbundkriechen beanspruchungsabhängig ist, dann sind die gemessenen Rißbreitenzunahmen nicht repräsentativ.

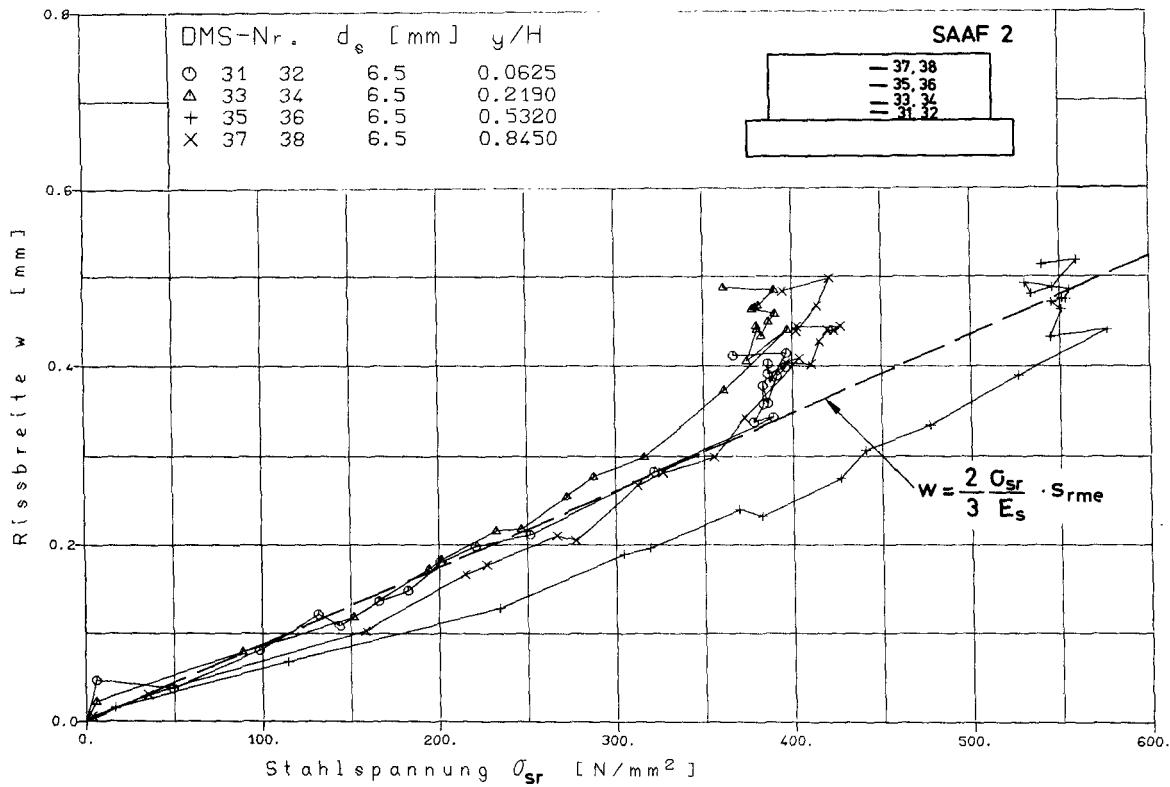


Bild 7.18: Zusammenhang zwischen Stahlspannung und Rissbreite

7.3.4 Zusammenfassung

Die Versuche haben gezeigt, daß Durchrisse etwa um den Faktor 4 breiter als Anrisse sind. Die größte Durchrißbreite tritt in der oberen Wandhälfte, meist jedoch unterhalb der Wandkrone auf. Mit zunehmender Rißbildung wird die Krafteinleitung vom Fundament flacher, die Wandenden entziehen sich den Spannungen mehr und mehr. Der Zusammenhang zwischen Rißbreite und Stahlspannung im Riß kann i.M. durch Gl. (5.39) zutreffend beschrieben werden.

8. AUSLEGUNG DER OBERFLÄCHENBEWEHRUNG IN GEZWÄNGTEN STAHLBETONSCHEIBEN

8.1 Allgemeines

Die heute gebräuchlichen Ansätze zur Zwangsbemessung wurden für den Stahlbetonstab mit Verformungsbehinderung an Auflagern/Knoten entwickelt. Der mittig gezogene Stab ist das übliche Modell. Alle Ansätze beschreiben die mittlere Rißbreite durch das Produkt aus Endrißabstand und mittlerer Stahldehnung (gezogene Faser im Zustand II):

$$w_m = s_{rme} \cdot \epsilon_{sm} \quad (8.1)$$

Die Bewehrungsparameter fließen, wie in Abschnitt 5 beschrieben, in die Beziehungen von s_{rme} und ϵ_{sm} ein. Gibt man die mittlere oder kritische Rißbreite vor, so können d_s - μ - bzw. d_s -s-Kombinationen ermittelt werden, mit denen sich die Rißbreite einhalten lässt. Diese Vorgehensweise ist auf die über Fußschub gezwängte Wand deshalb nicht übertragbar, weil bei dieser ein Wert ϵ_{sm} für die mittlere Dehnung in beliebiger Höhe y der Wand nicht angegeben werden kann.

Beim Zugstab ergibt sich $\epsilon_{sm} = \epsilon_m$ nach Gl. (5.42). Die Dehnung einer bestimmten horizontalen Wandfaser hingegen lässt sich nur vor dem Reißen über den Behinderungsgrad und Geometrieparameter angeben. Nach Bildung eines Durchrisses sind Scheibendehnungszustände maßgebend, die über die Einleitungszonen L_k beiderseits des Risses zur Rißuferverschiebung integriert werden müssen (vgl. Abschnitt 6.4). Die höhenabhängige Breite $w(y)$ wandhoher Risse ist damit vor allem von den geometrischen Randbedingungen des betrachteten Systems und nicht, wie beim Zugstab, von der wirksamen Betonzugfestigkeit abhängig. Letztere bestimmt lediglich, ob und bei welcher Beanspruchung An- und Durchrisse auftreten werden.

In Abschnitt 8.5 werden zwei grundsätzlich unterschiedliche Bemessungsvorschläge für die Oberflächenbewehrung gezwängter Bauteile vorgestellt. Sie gehen zum einen vom Zugstabmodell und zum anderen vom Zweischichtenmodell aus.

8.2 Festlegen der Parameter

8.2.1 Zwangantrieb

Zunächst ist zu klären, welche freie Dehnung ϵ_0 infolge der Wirkung von Temperaturdifferenzen und des Betonschwindens im gezwängten Bauteil angestrebt wird. Der Fall "Abfluß der Hydratationswärme" wurde in Abschnitt 2 ausführlich behandelt, die Ermittlung der maßgebenden Temperaturdifferenz ΔT (t_a) beim Entschalen, die ϵ_0 bestimmt, ist Abschnitt 2.4 zu entnehmen. Eine genaue Ermittlung von ΔT , für die die Kenntnis bzw. Vorgabe aller betontechnologischen, witterungsbedingten und schalungstechnischen Parameter erforderlich ist, wird auf Sonderfälle beschränkt bleiben. Im Normalfall wird man ΔT grob abschätzen: $\Delta T = 30$ K für den Normalfall und $\Delta T = 50$ K als oberer Grenzwert auch für massive Bauteile in heißen Klimazonen. In Tabelle 8.1 sind Anhaltswerte für ΔT enthalten. Die Tabelle gilt für Zement Z 35 L. Ein Mittelweg zur Ermittlung von ΔT wird durch die Bilder 2.11, 2.19 und 2.20 vorgegeben. Die frei angestrebte Dehnung ϵ_0 erhält man mit Gl. (2.31).

mittl. Lufttemperatur T_{1m} [°C]		mittlere Betontemperatur T_{m0} [°C] für Bauteildicken		
		$b \leq 30$ cm	$30 < b \leq 60$ cm	$60 < b \leq 120$ cm
Winter	0	5	15	30
Frühling/Herbst	10	15	25	35
Sommer	20	25	30	40

Tab. 8.1: Anhaltswerte zur Bestimmung der maßgebenden Temperaturdifferenz ΔT zum Zeitpunkt des Ausschalens

Hinweise zur Ermittlung von Schwindverformungen, aber auch Aussagen über die geringe Auswirkung des Schwindens bei dicken Bauteilen enthält Abschnitt 2.6. Bezuglich der Ermittlung von Setzungen wird auf die Literatur verwiesen.

Weil der Zwang i.allg. der wirksamen Betonzugfestigkeit gegenübergestellt wird (vgl. Abschnitt 8.2.3), muß er als Zwang- bzw. Eigenspannung ausgedrückt werden. In Abschnitt 4 sind die hierfür erforderlichen Berechnungsschritte ausführlich erklärt, Abschnitt 4.6 enthält eine Übersicht.

Sollen Zwangspannungen berechnet werden, so ist zum einen die zeitabhängige Änderung des Zug-E-Moduls während des Spannungsaufbaus und zum anderen die Spannungsrelaxation in dieser Zeit zu berücksichtigen. Zur Vermeidung eines iterativen Berechnungsverfahrens können folgende Vereinfachungen eingeführt werden:

- Ansatz des Beiwertes k_e für die Entwicklung des E-Moduls etwa in der Mitte des Temperaturausgleichszeitraumes (k_e nach /86/)
- Pauschale Berücksichtigung des Spannungsverlustes infolge Relaxation durch den Relaxationsfaktor k_R nach Bild 4.7. Berechnung der wirksamen Zwangspannung $\sigma_w(t)$ nach Gl. (4.11).

Eine genaue (schrittweise) Berechnung der wirksamen Zwangspannung ist in Abschnitt 4.2.2 erläutert.

Ein Verfahren zur Berechnung von Eigenspannungen infolge Wärmeabfluß kann Abschnitt 4.3 entnommen werden. In der Übersicht (Abschnitt 4.6) ist durch die Punkte 1) bis 5) ein Näherungsverfahren skizziert, mit dem sich die maximale Randzugspannung bestimmen lässt. Auch bei diesem Verfahren wird ein wirksamer E-Modul E_w angesetzt, der neben der Zeitkomponente den Relaxationseinfluß beinhaltet.

In vielen Fällen wird, auch bei dicken Bauteilen, auf die Berechnung von Eigenspannungen verzichtet. Man berücksichtigt stattdessen die Querschnittsschwächung durch Eigenspannungseinrisse pauschal auf der Widerstandsseite (vgl. Abschnitt 8.2.3).

8.2.2 Behinderungsgrad

Zwangspannungen entstehen nur bei Behinderung der frei angestrebten Verformung. Die vollständige Behinderung ($k = 1$), bei der die frei ange-

strebte Dehnung ϵ_0 den gleichen Betrag wie die Zwangdehnung ϵ_z aufweist, ist ein Grenzfall, der in Unkenntnis des vorhandenen Behinderungsgrades in vielen Fällen als auf der sicheren Seite liegend angenommen wird. In Wirklichkeit ist stets $k < 1$, weil das behindernde Bauteil auch Verformungen erfährt.

Im Falle eines Zugstabes lässt sich der Behinderungsgrad aus den Steifigkeits- und Längenverhältnissen zweier gekoppelter Federn gem. Bild 2.1 ableiten. Die frei angestrebte Verformung Δl_0 ist die Summe aus den Längenänderungen Δl_z des gezwängten Bauteils und $(\Delta l_0 - \Delta l_z) = \Delta l_B$ des behindernden Bauteils, deren Verhältnis durch

$$\frac{\Delta l_z}{\Delta l_B} = \frac{E_z A_z \cdot l_B}{E_B A_B \cdot l_z} \quad (8.2)$$

beschrieben werden kann. Die Indizes Z und B bezeichnen das gezwängte und das behindernde Bauteil. Der Behinderungsgrad k ergibt sich damit für das Modell gekoppelter Zugstäbe zu

$$k = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_0} = \frac{1}{\frac{E_z A_z}{E_B A_B} + 1} \quad (8.3)$$

Im Falle der Wand, die durch ein Fundament gezwängt wird, wird der Behinderungsgrad k zusätzlich durch das Verhältnis der Biegesteifigkeiten beider Bauteile beeinflusst. Dabei ist wegen der höhenabhängigen Dehnungen in Wand und Fundament die Definition des Behinderungsgrades nur an der Arbeitsfuge sinnvoll. Mit Gl. (5.21) gilt an der Wandunterkante:

$$k = - \frac{\epsilon_{wU}}{\epsilon_0} = n + m \quad (8.4)$$

für praktische Fälle bewegt sich der Wert k in dem Intervall

$$0,5 \leq k \leq 0,8.$$

Er kann bei Vorgabe des Höhenbeiwertes p und der Dehnsteifigkeitszahl S_D anhand der oberen Kurvenschar des Bildes 6.9 ermittelt werden. Bei Anwendung des im Abschnitt 8.5.2 erläuterten Bemessungsverfahrens für gezwängte Wandscheiben erübriggt sich die Ermittlung des Behinderungsgrades, weil die gegenseitige Beeinflussung der Dehnungszustände, auch bei und nach der Rißbildung, in das Verfahren eingeflossen ist.

8.2.3 Reißwiderstand bei Zwangbeanspruchung

Risse bilden sich dort, wo die Zwangdehnung die Betonzugbruchdehnung erreicht. Letztere ist, wie im Abschnitt 3.7 erläutert, bei jungem Beton stark zeitabhängig und nimmt bei langsamer Belastungsgeschwindigkeit - eine solche liegt bei Zwang immer vor - etwa affin zum Zugkriechen zu. Allerdings liegen gesicherte Erkenntnisse über die Zugbruchdehnung des jungen Betons bei langsamer Belastungsgeschwindigkeit nicht vor. Daher wird das Zugversagen des Betons anhand des erheblich genauer eingrenzbaren Wertes der wirksamen zentrischen Betonzugfestigkeit β_{Zw} definiert, dessen Bestimmung in Abschnitt 3.3.2 beschrieben wurde.

Nach Gl. (3.12) kann man β_{Zw} aus der Nenndruckfestigkeit, der einzigen bekannten Festigkeitskenngröße bei der Projektierung, berechnen. Die Gln. (3.13) und (3.14) liefern Näherungslösungen für jungen und reifen Beton. Bei Berechnungen mit höheren Genauigkeitsanforderungen müssen der Zeitbeiwert k_t nach /86/ und der Vorfaktor für die wirksame Zugfestigkeit nach Tabelle 3.2 individuell gewählt und in Gl. (3.12) eingeführt werden. Dabei kann der Einflußfaktor für Eigenspannungseinrisse in bewehrten Bauteilen nach Abschnitt 5.6.2 eingegrenzt werden. Er entspricht dem Reduktionsfaktor k_r , der in Bild 5.13 mit dem Wertebereich $0,85 \leq k_r \leq 1,0$ angegeben ist.

Der in Tabelle 3.2 angegebene Kleinstwert 0,56 für diesen Faktor ist nur für unbewehrte Bauteile maßgebend. Es sei betont, daß der Einflußfaktor für Eigenspannungseinrisse zu 1,0 gesetzt werden muß, wenn die berechnete wirksame Zugfestigkeit β_{Zw} einem Wert σ_E zur Abschätzung der Einrißwahrscheinlichkeit gegenübergestellt wird.

8.3 Rißkriterien

Durch Gegenüberstellung der nach Abschnitt 8.3.1 ermittelten Spannung und der wirksamen Betonzugfestigkeit nach Abschnitt 8.2.3 läßt sich feststellen, ob Risse auftreten werden. Bei den vier hier behandelten Rißarten kann wie folgt entschieden werden:

*

Trennrisse in Zugstäben bilden sich dann, wenn die gleichmäßig über den Stabquerschnitt und die Stablänge verteilten Zwangsspannungen die wirksame Betonzugfestigkeit erreichen.

$$\sigma_z = \epsilon_z E_{z28} \cdot k_e(t) = \beta_{zw} \quad (8.5)$$

Die Struktur des Betons ist dabei ohne Einfluß. Bei dicken Zugstäben ($b > 40$ cm) bilden sich mit den Trennrissen gleichzeitig Einrisse, die zu einer Reduktion der mittleren Rißbreite führen. In welchem Umfang dies geschieht, hängt allein von der Rißverteilungsfähigkeit der gewählten Oberflächenbewehrung ab (vgl. Abschnitt 7.2.3.3).

Einrisse infolge Eigenspannungen mit steiler Gradienten entstehen, wenn, wie in Abschnitt 5.6 beschrieben, die über die Kantenlänge d_E der RVE in Randlage gemittelte Spannung σ_{Em}^1 die wirksame Betonzugfestigkeit erreicht. Dabei muß die Nullinientiefe x_z mindestens d_E entsprechen. Bei bekannter Randspannung $\max \sigma_E$ ($b/2$) (vgl. Abschnitt 4.6 Ziff. 1-5), geschätzter Nullinientiefe ($x_z \approx 0,22 b$) und d_E nach Gl. (3.28) kann man σ_{Em}^1 anhand des Bildes 5.12 grafisch ermitteln. Die Tiefe der Einrisse hängt vor allem von der Bewehrung ab. Abschnitt 5.6.2 enthält ein Näherungsverfahren zu ihrer Bestimmung.

Anrisse in Wandscheiben, die von der Betonierfuge bis zu einer Teilhöhe der Wand aufsteigen, werden von einer gegen die Vertikale geneigten Zugspannungsverteilung (vgl. Bild 6.12) ausgelöst und vorangetrieben. Die Spannungsgradienten verläuft i.allg. flacher als bei Eigenspannungen, bedingt aber auch hier ein strukturorientiertes Rißkriterium. Ein solches wird in Abschnitt 6.3.4 vorgestellt. Es beruht auf der Gegenüberstellung der über die Kantenlänge der fugennahen RVE gemittelten Spannung und der wirksamen Betonzugfestigkeit:

$$\sigma_{dEm} = \epsilon_{dEm} \cdot E_w = \beta_{zw} \quad (8.6)$$

Der Wert $-\epsilon_{dEm}/\epsilon_0$, der das Verhältnis der Dehnungen in einem Streifen der Höhe d_E über der Fuge zur frei angestrebten Dehnung beschreibt, kann aus Bild 6.10 über die dort angegebene Beziehung aus dem Kehrwert der im Bild dargestellten bezogenen Randdehnung $-\epsilon_{Wu}/\epsilon_0$ ($\hat{=}$ Behinderungsgrad k) berechnet werden. Mit anderen Worten: Man greift aus Bild 6.10 die zu einem

Wertepaar S_D/p gehörige bezogene Randdehnung ab, reduziert sie über die angegebene Beziehung auf $-\epsilon_{dEm}/\epsilon_0$ und vergleicht sie mit der Zugfestigkeit über die Anrißbedingung

$$-\frac{\epsilon_{dEm}}{\epsilon_0} = -\frac{\epsilon_{wu}}{\epsilon_0} - m \cdot \frac{d_E}{H} = -\frac{\beta_{zw}}{\epsilon_0 E_w} \quad (8.7)$$

Fällt die rechte Seite der Gleichung kleiner aus, so ist mit Anrisse zu rechnen. Werte für m können aus Bild 6.7 abgegriffen werden.

Durchrisse in Wandscheiben, die viel breiter als Anrisse sind, reichen von der Arbeitsfuge bis zur Wandkrone. Ob Durchrisse entstehen oder ob es bei Anrisse bleibt, hängt vor allem von den Steifigkeitsverhältnissen des gekoppelten Systems ab. Daneben ist die Betonzugfestigkeit maßgebend. In Abschnitt 6.3.5 wird ein Durchrißkriterium vorgestellt, das über Gleichgewicht und Verträglichkeit in der angerissenen Wandscheibe abgeleitet wurde. Es ermöglicht eine Prognose der Durchrißwahrscheinlichkeit anhand des Bildes 6.14, in dem die sog. Durchrißschwellenwerte $\max(-\epsilon_0/\epsilon_r)$ aufgetragen wurden. Diese können nach Vorgabe von Wertepaaren S_D/p auf der Ordinate abgelesen werden. Sie werden über die Durchrißbedingung

$$\max\left(-\frac{\epsilon_0}{\epsilon_r}\right) = -\frac{\epsilon_0 E_w}{\beta_{zw}} \quad (8.8)$$

der Betonzugfestigkeit gegenübergestellt, indem der Ausdruck auf der rechten Seite von Gl. (8.8) als Punkt in Bild 6.14 eingetragen wird. Liegt dieser Punkt oberhalb der für den vorhandenen Höhenbeiwert p gültigen Kurve, so muß mit Durchrisse gerechnet werden.

Auch in diesem Fall ist die Betonstruktur ohne Einfluß auf das Rißkriterium, weil die Tangente an den $\epsilon_r(H_r)$ -Verlauf an der Durchrißschwelle parallel zur y -Achse verläuft, eine über d_E gemittelte Dehnung sich also kaum von $\min \epsilon_r$ unterscheidet (vgl. Bild 6.12).

Die Kriterien zur Anriß- und Durchrißbildung sind nur im Wandbereich \bar{L} (siehe Bild 6.2) gültig. Innerhalb der Einleitungszonen $L_K \approx H$ beiderseits eines vorhandenen Durchrisses sowie an den Wandenden ist bei praxisüblichen Zwangdehnungen $\epsilon_z \leq 0,5\%$ mit der Entstehung weiterer Durchrisse nicht zu rechnen.

Soll die Rißbreite durch Bewehrung beschränkt werden, so ist dies nur für Durchrisse erforderlich. Wenn aufgrund des Durchrißkriteriums Durchrisse ausgeschlossen werden können, mit Anrisen jedoch zu rechnen ist, dann reicht i.allg. die Mindestbewehrung nach Abschnitt 8.6 aus. Die angerissene Wand trägt ja mit ihrer Biegesteifigkeit wesentlich dazu bei, daß Anrisse schmal bleiben.

8.4 Kriterien zur Begrenzung von Durchrißbreiten

Die Notwendigkeit zur Begrenzung von Rißbreiten im Stahl- und Spannbeton ergibt sich immer dann, wenn klaffende bzw. unkontrolliert breite Risse eine der nachfolgend aufgeführten Eigenschaften gefährden:

- die Standsicherheit
- die Dauerhaftigkeit
- die Gebrauchsfähigkeit
- das Aussehen.

Welche Rißbreiten dabei im Einzelfall toleriert werden können, hängt von der Funktion des Bauteils, den Umweltbedingungen und der Lage und Korrosionsempfindlichkeit der Bewehrung ab, vgl. /17/.

8.4.1 Standsicherheit

Bei ordnungsgemäß für äußere Lasten und ggf. Zwang bemessenen Stahlbetonbauteilen wird die Standsicherheit durch Risse nicht gefährdet, denn die Rißbildung ist ja ein Bestandteil der Wirkungsweise des Verbundwerkstoffes Stahlbeton.

8.4.2 Dauerhaftigkeit

Die Dauerhaftigkeit wird vor allem durch den zuverlässigen Korrosionsschutz der Bewehrung gewährleistet. Während man früher annahm, daß die Bewehrungskorrosion proportional mit der Rißbreite anwächst, gilt es heute als erwiesen, daß die Einhaltung der Betondeckung und die Dichtigkeit des Betongefüges im ungerissenen Bereich von weit größerer Bedeutung für die Dauerhaftigkeit sind, solange die Rißbreiten 0,4 bis 0,5 mm nicht überschreiten /17, 91, 92, 39/. Damit ist eine stark differenzierte Ab-

stufung rechnerischer Rißbreiten in Abhängigkeit von den Umweltbedingungen im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit nicht sinnvoll.

Schießl /91/ schlug zwei Rechenwerte für die Rißbreite in Innenbauteilen ($w_{cal} = 0,4 \text{ mm}$) und Außenbauteilen ($w_{cal} = 0,25 \text{ mm}$) vor. Sie sind nach /55/ definiert als 95%-Fraktilenwerte bei 50% Aussagewahrscheinlichkeit. Die Rechenwerte sind in /17, 45/ eingeflossen und bilden auch die (dort nicht genannte) Bezugsgröße für den Nachweis der Beschränkung der Rißbreite, der als Änderung A1 für den Abschnitt 17.6 von DIN 1045 (Fassung 6/1986) vorgeschlagen wurde. Er wird in /93/ erläutert.

8.4.3 Gebrauchsfähigkeit

Die durch Risse am häufigsten beeinträchtigte Gebrauchseigenschaft ist die Wasserdichtigkeit. Weiße Wannen, Tunnel und andere Bauwerke, die ohne zusätzliche Abdichtung im Grundwasser stehen, können hiervon betroffen werden. Dabei sind Biegerisse i.allg. unschädlich, weil die Druckzone den Wasserdurchtritt verhindert. In /24/ wird der tolerierbare Grenzwert für Trennrißbreiten in wasserundurchlässigen Bauwerken mit $w = 0,2 \text{ mm}$ angegeben. Schmale Risse ($w \leq 0,2 \text{ mm}$) können sich durch einen Selbstheilungsprozeß infolge Versinterung wieder schließen, wenige unzulässig breite Risse können durch Verpressen saniert werden. Neben den TrennrisSEN ist die Porosität bzw. Permeabilität des Betongefüges von wesentlichem Einfluß auf die Dichtigkeit /17/.

Im Industriebau wird in manchen Fällen die Dichtigkeit bzw. Undurchlässigkeit gegenüber Gasen und Flüssigkeiten mit erhöhter Viskosität oder auch Aggressivität gefordert. Für solche Bauwerke wie z.B. Auffangwannen für wassergefährdende Flüssigkeiten müssen ggf. gesonderte Anforderungen in Form verschärfter Rißbreitenbeschränkungsregeln formuliert werden. Des Weiteren können Gebrauchseigenschaften wie der Schutz gegen Trittschall, der Strahlenschutz, die Ebenflächigkeit oder die Steifigkeit durch Rißbildung beeinträchtigt werden.

8.4.4 Aussehen

Dieses Kriterium ist vom Abstand des Betrachters sowie von dessen subjektivem Empfinden abhängig. Das Aussehen kann nicht nur durch den Riß

selbst, sondern auch durch von ihm verursachte Schmutzansammlungen oder Feuchtigkeitsunterschiede in abtrocknenden Flächen beeinträchtigt werden. In /14/ und im Britischen Code of Practice 110 wird die tolerierbare Grenzrißbreite pauschal mit 0,3 mm angegeben. Systematische Untersuchungen zu diesem Thema sind nicht bekannt. Bild 8.1 zeigt einen aus /10/ entnommenen Vorschlag zur Eingrenzung des "ästhetisch akzeptablen Risses" in Abhängigkeit von der Entfernung des Betrachters und der Bedeutung des Bauwerks.

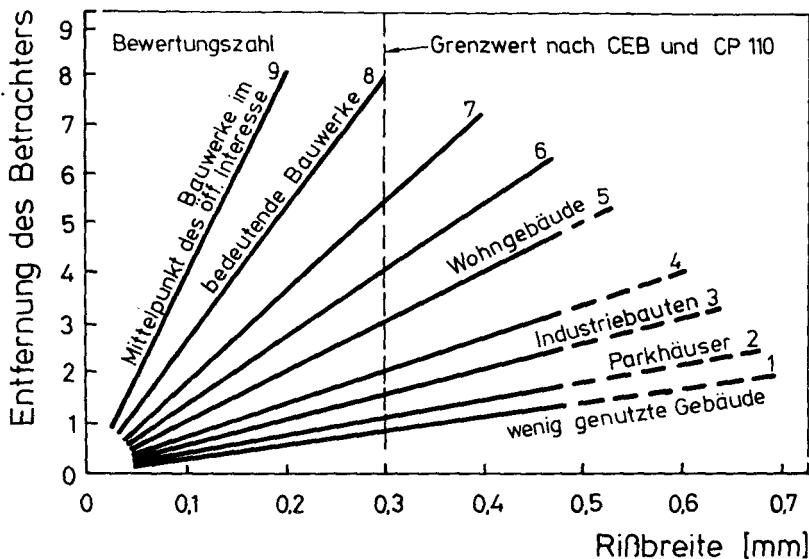


Bild 8.1: Die ästhetisch akzeptable Rißbreite /10/

8.4.5 Kritische Rißbreite

Berechnungsansätze sowie die Auswertung von Versuchsergebnissen und Bauwerksmessungen basieren stets auf dem Mittelwert der Rißbreite w_m . Bei der Prognose bzw. der Vorgabe einzuhaltender Rißbreiten muß dagegen von einem kritischen, charakteristischen oder Rechenwert w_K der Rißbreite ausgegangen werden, der die Streuung der Rißbreiten berücksichtigt und der in der Praxis nur in wenigen Fällen überschritten wird. Meist wird für w_K der 95%-Fraktilenwert der Normalverteilungsfunktion (vgl. /55/)

angenommen. Der Faktor k_4 , der das Verhältnis w_K/w_m beschreibt, wird heute in der Literatur bei Lastbeanspruchung meist zu 1,7 angenommen /17, 12, 14, 93, 39/ u.a.. Bei Zwangbeanspruchung herrschen unterschiedliche Auffassungen. Nach /22, 14, 39/ wird $w_K/w_m = k_4 = 1,3$ gesetzt, in /17/ und /93/ gilt $k_4 = 1,5$, mit der Begründung, daß Zwangrißbreiten weniger stark streuen. Dies ist nach Ansicht des Verfassers nicht erwiesen und obendrein nicht erklärbar. In den in Abschnitt 7.2 und 7.3 berichteten Versuchen stellte sich der Wert k_4 knapp unter 2,0 ein. Es wird vorgeschlagen, bei Last- und Zwangbeanspruchung gleichermaßen von

$$\frac{w_K}{w_m} = k_4 = 1,7 \quad (8.9)$$

auszugehen, wie auch in /12, 81/ angesetzt.

8.5 Bemessung auf der Grundlage einzuhaltender Rißbreiten

8.5.1 Ein Bemessungsverfahren für breite Zugstäbe

Anhand der Ergebnisse aus den in Abschnitt 7.2 berichteten Versuchen an horizontalen Wandausschnitten wurde ein Bemessungsverfahren für die Oberflächenbewehrung dicker Wände entwickelt /80/. Es basiert, wie andere gebräuchliche Verfahren /22, 55, 62/ u.a., auf der Zugstabtheorie, berücksichtigt also die Scheibenwirkung eines Wand-Fundament-Systems nicht.

Grundlage ist Gl. (5.42), die die mittlere Rißbreite bei zentrischem Zug als Produkt aus Endrißabstand und mittlerer Dehnung beschreibt. In ihr werden die Ausdrücke

$$\mu = \frac{2\pi d_s^2}{4\bar{s}d_s b} = \frac{\pi d_s}{2\bar{s}b} \quad (8.10)$$

und

$$\mu_{ef} = \frac{\pi d_s^2}{4\bar{s}d_s(c+8d_s)} = \frac{\pi d_s}{4\bar{s}(c+8d_s)} \quad (8.11)$$

ersetzt und das Faktorenprodukt $k_E \cdot k_Z = 1$ gesetzt. Nach einigen Umformungen erhält man eine Bestimmungsgleichung für den Stababstand s in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser d_s , in dem die Vorfaktoren zusammengefaßt wurden:

$$s = d_s \cdot \left[\sqrt{\frac{3w_m - c \cdot \epsilon_z}{[B]}} + \left\{ \frac{[A]}{2[B]} \right\}^2 - \frac{[A]}{2[B]} \right] \quad (8.12)$$

mit

$$[A] = 1,2732 \cdot c \cdot \frac{\beta_{zw} b}{E_s \cdot d_s} + 0,29 \cdot d_s \cdot \epsilon_z + 0,1477(c + 8d_s) \cdot \epsilon_z \quad (8.13)$$

und

$$[B] = 0,3692 \cdot \frac{\beta_{zw} b}{E_s} + 0,1881(c + 8d_s) \cdot \frac{\beta_{zw} b}{E_s d_s} \quad (8.14)$$

Durch Auswertung von Gl. (8.12) wurden d_s -s-Bemessungsdiagramme für Parameterkombinationen ϵ_z , w_m , β_{zw} , c , E_s entwickelt, aus denen nach Vorgabe der Bauteildicke alle zulässigen d_s -s-Kombinationen abgelesen werden können. Die Ermittlung des Bewehrungsgrades μ oder μ_{ef} ist dabei nicht erforderlich. Selbstverständlich fällt μ unter sonst gleichen Bedingungen mit d_s ab. Die Bilder 8.2 bis 8.5 zeigen eine Auswahl möglicher Diagramme. In Anlehnung an /91, 17/ wurden sie für $w_K = 0,4$ mm, $w_K = 0,25$ mm und zusätzlich für $w_K = 0,20$ mm (besondere Anforderungen bzw. Spannbetonbauteile) erstellt. Die wirksame Betonzugfestigkeit wurde, ausgehend von einem B 25, nach Gl. (3.15) bzw. (3.14) zu

$$\beta_{zw} = 0,1 \cdot 25^{2/3} = 0,85 \text{ N/mm}^2 \quad \text{und} \quad \beta_{zw} = 0,15 \cdot 25^{2/3} = 1,28 \text{ N/mm}^2$$

festgelegt. Die Kurven enden dort, wo die Mindestbewehrung nach Abschnitt 8.6 maßgebend wird. Nach oben werden sie durch die Bedingung

$$b \geq 2c + 16d_s$$

unter der Gl. (8.12) gültig ist, begrenzt. Kurven für kleine Bauteildicken enden deshalb unterhalb von $d_s = 28$ mm.

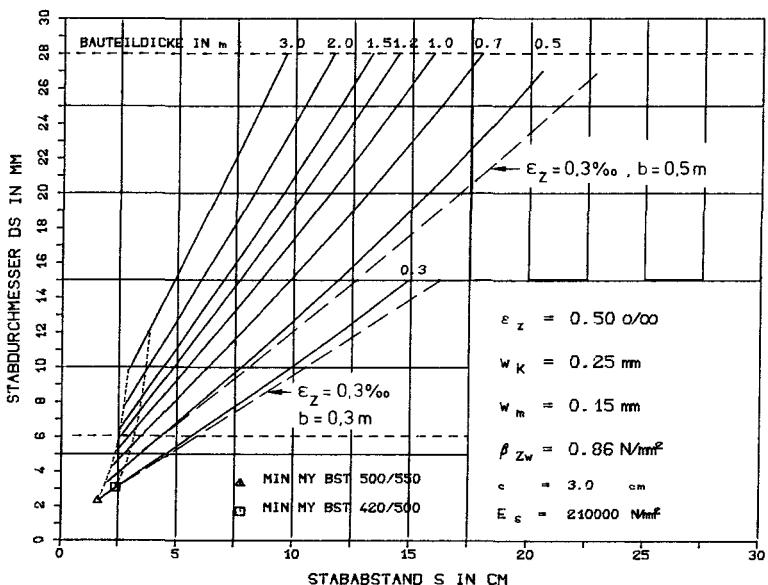


Bild 8.2: d_s -s-Diagramm für mittigen Zwang in Abhängigkeit von der Wanddicke, $\beta_{zw} = 0,1 \cdot 25^{2/3}$

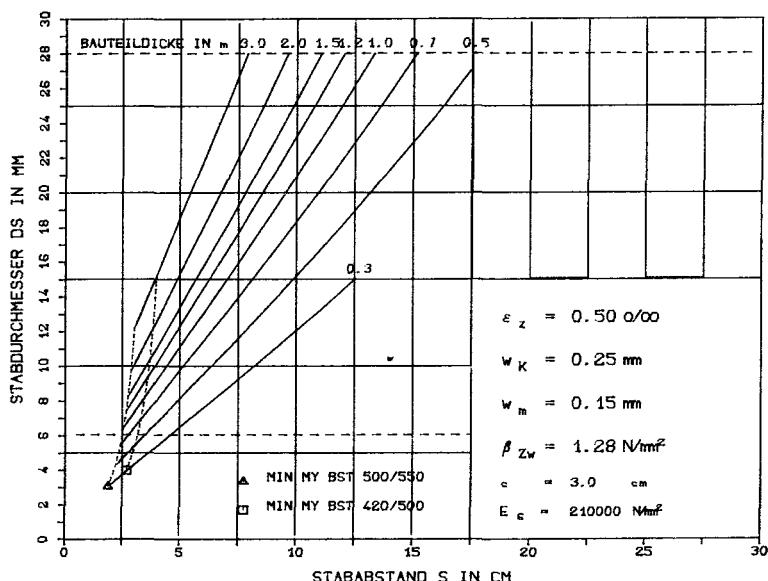


Bild 8.3: d_s -s-Diagramm für $\beta_{zw} = 0,15 \cdot 25^{2/3}$

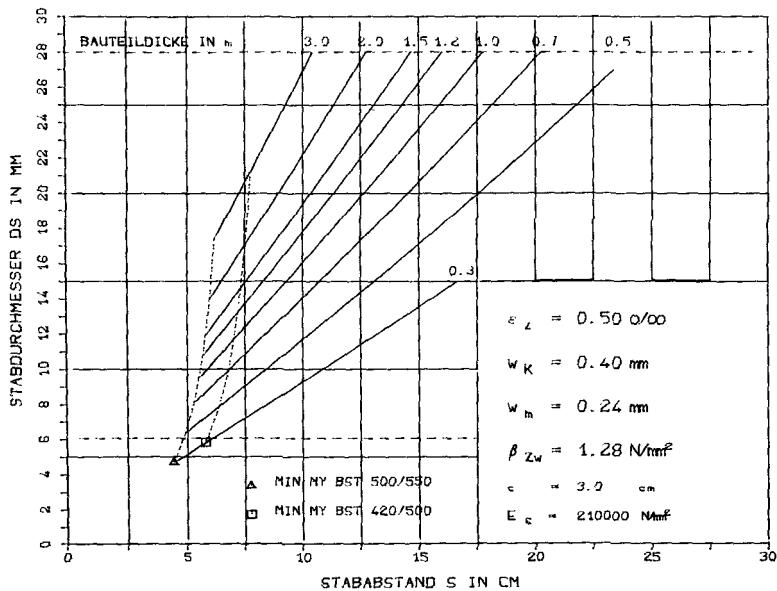


Bild 8.4: d_s -s-Diagramm für $w_K = 0,40 \text{ mm}$

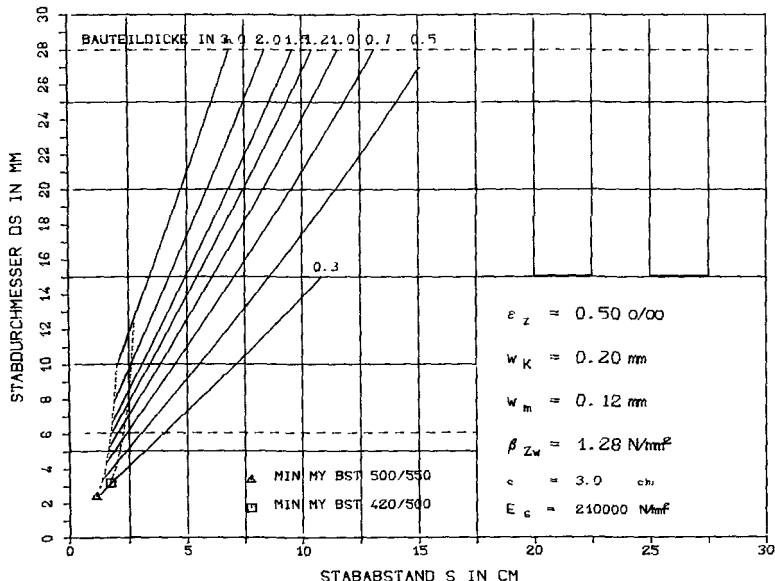


Bild 8.5: d_s -s-Diagramm für $w_K = 0,20 \text{ mm}$

Der geringe Einfluß von ϵ_z geht aus Bild 8.2 hervor, in das beispielhaft zwei flachere Kurven für $\epsilon_z = 0,3\%$ mit eingetragen wurden. Ein Vergleich der Bilder 8.2 und 8.3 zeigt, daß eine Erhöhung der Zugfestigkeit einen erheblichen Mehrbedarf an Bewehrung mit sich bringt, ebenso wie dies bei Herabsetzung von w_k der Fall ist (vgl. Bilder 8.3 bis 8.5). Aus den Gln. (8.12) bis (8.14) wurde die Näherungsbeziehung

$$s \approx d_s \left[1,16 \sqrt{\frac{w_m E_s}{b \beta_{zw}}} - 0,39 \frac{\epsilon_z E_s}{b \beta_{zw}} \cdot d_s - 0,28 \frac{c}{d_s} \right] \quad (8.15)$$

entwickelt, mit der der Konstrukteur d_s -s-Linien für den Ausführungsfall selbst aufstellen kann. Die Ergebnisse weichen geringfügig von den Linien der Bilder 8.2 bis 8.5 ab. In jedem Fall muß kontrolliert werden, ob die Mindestbewehrung nach Abschnitt 8.6 nicht unterschritten wird. Die bekannten Regeln für Durchmesser und Abstand der Bewehrung sind zu beachten.

8.5.2 Die Bemessung auf Grundlage der Scheibenwirkung in der Wand

Die Berechnung des Verlaufs von Durchrißbreiten in bewehrten, durch Fundamente gezwängten Wandscheiben wurde in Abschnitt 6.4 entwickelt. Ausgehend von Gl. (6.49), die die mittlere Rißbreite in Abhängigkeit von der betrachteten Höhe y in der Wand angibt, soll nun ein Bemessungsvorschlag unterbreitet werden, der die Scheibenwirkung in Wand und Fundament berücksichtigt.

Die Bemessung erfolgt zunächst für die maximale Rißbreite $\max w(y)$. Es sei betont, daß $\max w(y)$ im statistischen Sinne einen Mittelwert darstellt. Wie die Versuche von Abschnitt 7.3, aber auch Nachrechnungen nach Abschnitt 6.4 gezeigt haben, tritt das Rißbreitenmaximum meist in der oberen Wandhälfte, jedoch nur in Ausnahmefällen an der Wandkrone auf (vgl. Bild 7.15). Weiterhin ist nach Gl. (6.49) die Änderung der Rißbreite im Bereich

$$0,7 \leq \frac{y}{H} \leq 1,0$$

nur schwach ausgeprägt. Deshalb wird für die weiteren Überlegungen vereinfachend vorausgesetzt:

$$w \left(\frac{y}{H} = 0,75 \right) \approx \max w(y) \quad (8.16)$$

Eine rechnerische Überprüfung hat ergeben, daß der damit verbundene Fehler bei praktischen Steifigkeitsverhältnissen vernachlässigbar ist.

Mit der durch Gl. (8.16) ausgedrückten Vereinfachung sowie den Gln. (6.41), (6.43), (6.44) und (6.45) und der Verfügung

$$\bar{\epsilon} = - \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (8.17)$$

erhält man die maximale Breite des unbewehrten Risses zu

$$w_0 \left(\frac{y}{H} = 0,75 \right) = 2 \epsilon_0 H [0,3 \bar{\epsilon}_{wu} + 0,1125 (\bar{\epsilon}_{wu} - \bar{\epsilon}_{wo})] \quad (8.18)$$

Mit Bewehrung gilt unter Anwendung der Gln. (6.49) und (6.50):

$$w \left(\frac{y}{H} = 0,75 \right) = \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \frac{l_e}{[N]} \cdot \epsilon_0 H [0,3 \bar{\epsilon}_{wu} + 0,1125 (\bar{\epsilon}_{wu} - \bar{\epsilon}_{wo})]}_{B} \quad (8.19)$$

Dieser Ansatz wird, aufgespalten in die Faktoren B (Bewehrungseinfluß), A (Antrieb und Höhe) und C (Steifigkeitsverhältnisse), dem Bemessungsvorschlag zugrundegelegt.

Zur Vereinfachung des Verfahrens wurde der Ausdruck C für praktische Steifigkeitsverhältnisse in Bild 8.6 aufgetragen. Bild 8.7, das gleichzeitig das Bemessungsdiagramm darstellt, enthält den Ausdruck B. Er wurde gegenüber d_s/μ_{ef} aufgetragen. Werte A werden nach den Gegebenheiten eingesetzt.

Für die praktische Bemessung wird Gl. (8.19) umgeformt:

$$B = \frac{w_m}{C \cdot A} \quad (8.20)$$

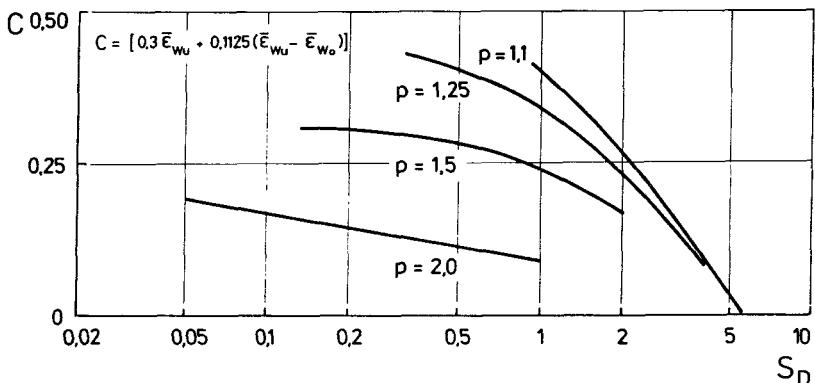


Bild 8.6: Hilfswerte zur Erfassung der Steifigkeitsverhältnisse bei der Rißbreitenberechnung an der Stelle $y/H = 0,75$

Nun ist für w_m der angestrebte statistische Mittelwert der Rißbreite (er ist der Mittelwert der Rißbreitenmaxima mehrerer Durchrisse) einzusetzen, C aus Bild 8.6 abzugreifen und der Wert B zu berechnen. Über dem gefundenen Wert B wird in Bild 8.7 eine Senkrechte errichtet, die die vier dargestellten Kurvenscharen (je für einen Stababstand gültig) schneidet. Scharparameter - wenn auch nicht im mathematisch exakten Sinne - ist der Quotient H/b . Nachrechnungen haben ergeben, daß die Kurven ihre Lage nur geringfügig verändern, wenn H variiert, H/b jedoch konstant gehalten wird.

Die Kurven des Bildes 8.7 enthalten d_s -Angaben. Innerhalb einer Kurvenschar liegen gleiche d_s -Werte auf einer Höhe. Bei Vorgabe eines Stababstandes s kann somit der zur Einhaltung von w_m höchstzulässige Stabdurchmesser bestimmt werden, wobei die Ordinatenwerte nicht beachtet werden müssen. Die Kurven gelten für die im Bild eingetragenen Vorgaben, können jedoch auch bei Betondeckungen $c < 30$ mm angewandt werden. Die exakt ermittelten Bewehrungsmengen fallen dann geringfügig kleiner aus, wovon jedoch in der Praxis kein Gebrauch gemacht werden sollte, da dies der im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit unsinnigen Verminderung der Betondeckung Vorschub leisten würde.

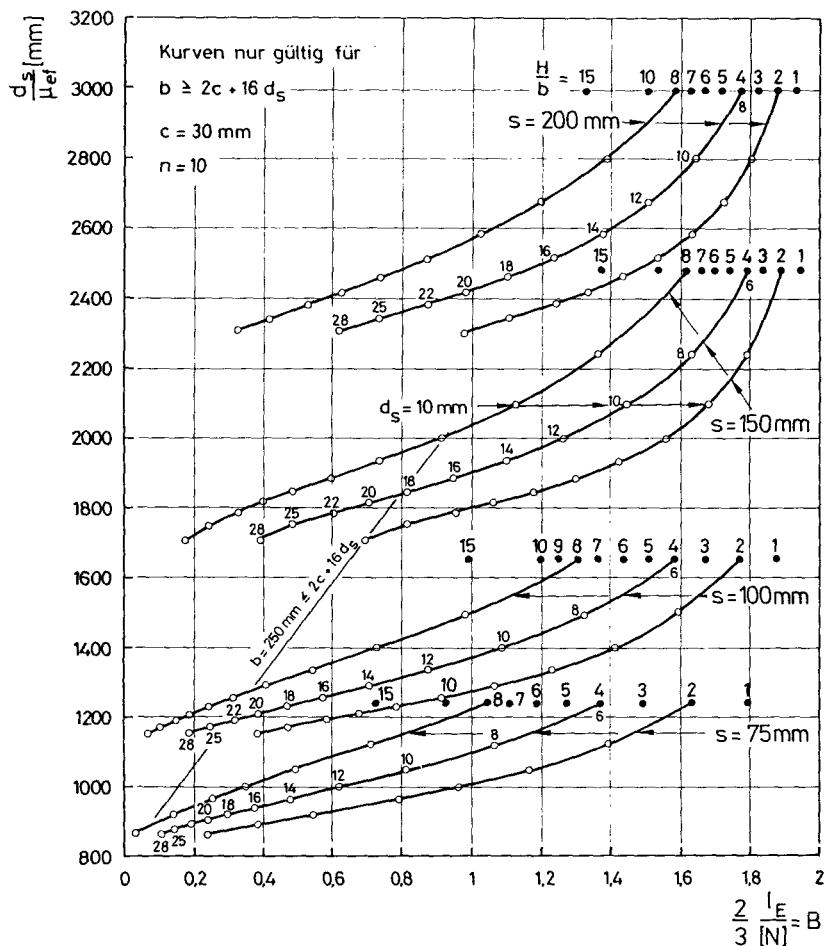


Bild 8.7: Bemessungsdiagramm für Wände auf steifen Unterbauten unter Zwangbeanspruchung

Der Wert $n = 10$ wurde mit Blick auf den jungen Beton so hoch angesetzt. Bei kleineren n -Werten wächst der Wert B an, bei großen Stabdurchmessern stärker als bei kleinen. Für $n = 7$ beträgt der Zuwachs i.M. rd. 20%. Auf die Wiedergabe eines entsprechenden Diagramms wird hier verzichtet.

Die Kurven des Bildes 8.7 gelten, wie auch die Diagramme des Abschnitts 8.5.1, unter der Voraussetzung

$$b \geq 2c + 16 d_s$$

Ist diese nicht erfüllt, kann näherungsweise wie folgt verfahren werden: Man bestimmt mit

$$\text{krit. } d_s = \frac{b - 2c}{16} \quad (8.21)$$

die Gültigkeitsgrenze einer Kurve und legt von dort eine Gerade an, die bei den Kurvenscharen für $s = 200 \text{ mm}$ und 150 mm die horizontale Achse im Punkt $B = 0$, bei $s = 100 \text{ mm}$ im Punkt $B = 0,2$ und bei $s = 75 \text{ mm}$ im Punkt $B = 0,3$ schneidet. Auf der Geraden müssen nun mit neu berechneten Werten $d_s/\mu = d_s/\mu_{\text{ef}}$ die Stabdurchmesser abgesteckt werden, um aus den Schnittpunkten mit der Senkrechten die höchstzulässigen Stabdurchmesser ablesen zu können. Die Vorgehensweise ist in Bild 8.7 beispielhaft für $b = 250 \text{ mm}$, $H/b = 8$, $s = 150 \text{ mm}$ angedeutet.

Für nicht angegebene H/b -Werte kann mit Hilfe der im Bild bei $d_s = 6 \text{ mm}$ eingezzeichneten Punkte linear interpoliert werden. Auch zwischen den Kurvenscharen kann für nicht angegebene Stababstände linear interpoliert werden. In diesem Falle müssen allerdings die d_s -Werte mit Hilfe der Ordinate neu festgelegt werden.

Mit den Gl. (5.30) und (6.50) kann der Ausdruck B in einem einfachen Programm formuliert werden, mit dessen Hilfe sich der Konstrukteur Diagramme entsprechend Bild 8.7 selbst erstellen kann.

Bei Benutzung der Diagramme sind die Regeln für Durchmesser, Abstand und Mindestbewehrung zu beachten.

Nach den Ergebnissen von Versuch und Theorie darf die Bewehrung zur Wandkrone hin nicht abgemindert werden, wie dies z.B. nach ZTV-K 80 /122/ empfohlen wird. Eine Abminderung ist allenfalls unmittelbar über der Befonierfuge vertretbar, wo der Verbund zum Fundament für schmale Risse sorgt. Da aber die Höhe, auf der eine solche Abminderung erfolgen kann, nur rd. $0,1 \cdot H$ beträgt (vgl. Abschnitt 8.7), erscheint es sinnvoll, die Bewehrung über die Wandhöhe gleichmäßig zu verteilen. Eine Bewehrungskonzentration über der Arbeitsfuge ist keinesfalls erforderlich.

8.6 Mindestbewehrung

Neben den Regeln, die den Bewehrungsgrad in Abhängigkeit von der einzuhaltenden mittleren oder kritischen Rißbreite ermitteln, besteht stets die Forderung nach einer Mindestbewehrung. Jede Zwangsbemessung muß mit ihr beginnen. Die Mindestbewehrung muß so ausgelegt sein, daß beim Auftreten erster Trennrisse der Stahl, der dann die gesamte Betonzugkraft

$$N_R^1 = \beta_{zw} \cdot A_b \quad (8.22)$$

übernehmen muß, nicht ins Fließen kommt. Diese Forderung wird damit begründet, daß klaffende Risse vermieden werden müssen. Sie stellt also eine pauschale Maßnahme zur Rißbreitenbegrenzung im Sinne einer Rißverteilung dar. Die Mindestbewehrung wird nach der Beziehung

$$\min \mu \geq \frac{\beta_{zw}}{\beta_{SN}} \quad (8.23)$$

bestimmt.

In Gl. (8.23) ist der Bewehrungsgrad μ wegen der durch Gl. (8.22) beschriebenen Umlagerung stets auf den gesamten Betonquerschnitt zu beziehen. Mit dem effektiven Bewehrungsgrad μ_{ef} , der für die Ermittlung des Endrißabstandes benötigt wird, hat er nichts zu tun. Wenn jedoch mit Eigenspannungseinrisse zu rechnen ist, wird A_b auf den Restquerschnitt A_{br} gem. Abschnitt 5.6.2 reduziert. Der in Bild 5.13 aufgetragene Reduktionsfaktor k_r schlägt sich in der wirksamen Betonzugfestigkeit nieder, deren Bestimmung in Abschnitt 3.3.2 erklärt wurde. Koppelt man k_r aus, kann Gl. (3.13) mit den restlichen Faktoren der Tabelle 3.2 wie folgt geschrieben werden:

$$\text{maßg. } \beta_{zw}(t=4d) \approx k_r(0,11 \div 0,19) \beta_{WN}^{2/3} \quad (8.24)$$

Dieser Ausdruck gilt für B 25 und B 35 und einen Wert $k_t = 0,6$. Bei anderen Vorgaben ist der Vorfaktor anhand der Tabellen 3.1 und 3.2 und mit k_t nach /86/ zu verändern.

Für β_{SN} ist in Gl. (8.23) der Nennwert der Stahl-Streckgrenze einzusetzen, der wie β_{WN} einen 5%-Fraktilenwert darstellt. Da die Stahlproduktion üblicherweise mit einem Vorhaltemaß von rd. 40 N/mm² ($\beta_{S5\%} - \beta_{SN}$) eingestellt wird, ist damit eine gewisse Sicherheit gegenüber dem Stahlfließen gegeben. Ein weiterer Sicherheitsfaktor ist mit Gl. (8.24) durch den Ansatz des Mittelwertes der Betonzugfestigkeit vorhanden, denn man kann annehmen, daß erste Risse bevorzugt an solchen Stellen auftreten werden, an denen untere Grenzwerte der Zugfestigkeit des Bauteilbetons gehäuft vorhanden sind.

Der Ansatz eines zusätzlichen Sicherheitsfaktors in Gl. (8.23) ist damit entbehrlich. Weil außerdem das Fließen der Bewehrung stets nur die Dauerhaftigkeit, Gebrauchsfähigkeit oder das Aussehen, nie aber die Standsicherheit gefährdet, wird empfohlen, den durch Gl. (8.24) abgesteckten Spielraum im Sinne einer geringen Mindestbewehrung auszuschöpfen.

Abschließend sei bemerkt, daß die Mindestbewehrung in Wänden stets beidseitig einzulegen ist. Eine reine Biegebeanspruchung, die erheblich weniger Bewehrung erfordert, sollte bei der Bemessung nicht in Ansatz gebracht werden. Schon geringe Abweichungen von diesem Idealfall würden die Bewehrung ins Fließen bringen.

8.7 Vergleich von Versuch und Theorie

Im folgenden werden die Ergebnisse der in Abschnitt 7.3 berichteten Versuche mit den Ansätzen des Abschnitts 6 verglichen. Der Bemessungsvorschlag nach Abschnitt 8.5.2 wird dabei mit einbezogen.

Zunächst ist zu klären, ob Anrisse und Durchrisse entstehen. Aus Tabelle 7.1 erhält man die Betonbruchdehnung der Versuchswände zu:

$$\epsilon_r = \frac{\beta_{Z7}}{E_{Z7}} = 0,064\% \text{ (SAAF 1)} \quad \text{bzw.} \quad 0,088\% \text{ (SAAF 2)}$$

Die Werte sind höher als in praktischen Fällen, weil β_{Z7} an Laborproben ermittelt wurde.

Die Steifigkeitsparameter betragen bei Berücksichtigung des Spannkanals im Fundament:

SAAF 1: $p = 1,5$; $S_D = 0,9$; $S_B = 3,2$

SAAF 2: $p = 1,5$; $S_D = 1,2$; $S_B = 4,3$

Mit ihnen liest man aus Bild 6.10 das Verhältnis $-\epsilon_0/\epsilon_{Wu}$ zu rd. 1,6 bzw. 1,7 ab. Eine Berechnung des strukturorientierten Anrißschwellenwertes ist nicht erforderlich, denn mit den zuvor berechneten Betonbruchdehnungen können Anrisse bereits bei frei angestrebten Dehnungen $-\epsilon_0 = 0,1 \div 0,15\%$ auftreten. Ihr Auftreten ist damit sicher.

Aus Bild 6.14 werden die Durchrißschwellenwerte zu $\max(-\epsilon_0/\epsilon_r) = 5$ bzw. 6 abgelesen. Um Durchrisse zu erzeugen, muß damit folgender Antrieb vorliegen:

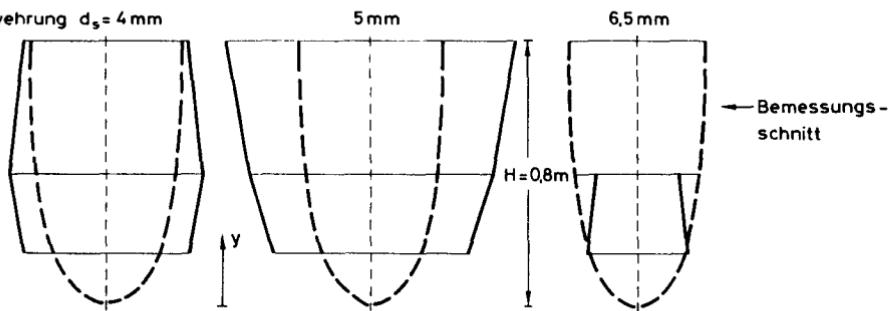
SAAF 1: $-\epsilon_0 = 0,32\%$

SAAF 2: $-\epsilon_0 = 0,53\%$

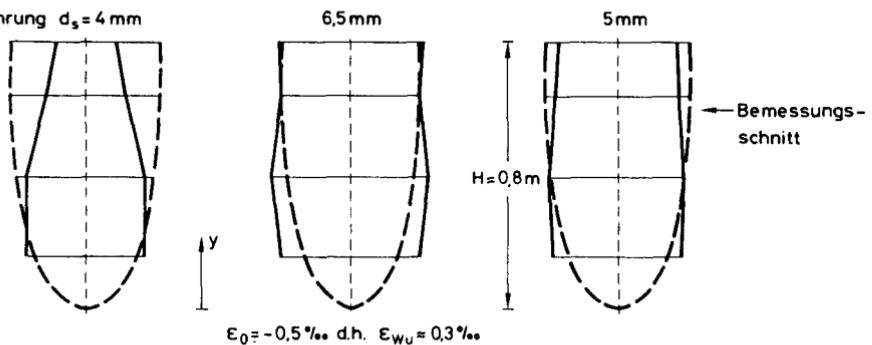
In den Versuchen wurden weit größere Dehnungen aufgebracht. Aber auch in praktischen Fällen sollte bei den vorliegenden Ablesewerten mit Durchrissen gerechnet werden.

In Bild 8.8 werden die Breiten der Sollrisse der Versuchswände mit dem Ansatz nach Gl. (6.49) bei $\epsilon_0 = -0,5\%$ verglichen. Es treten beträchtliche Abweichungen zwischen Versuchs- und Rechenwerten nach beiden Seiten auf, die z.T. durch die Lage des entsprechenden Risses (Innen- oder Endbereich der Wand) zu erklären sind.

SAAF 1 Bewehrung $d_s = 4 \text{ mm}$



SAAF 2 Bewehrung $d_s = 4 \text{ mm}$



$$\epsilon_0 = -0.5\% \text{ d.h. } \epsilon_{wu} = 0.3\%$$

Maßstab der Rißbreite:

0 0,1 0,2 mm

— Versuchswerte
— Verlauf $w(y)$
nach Gl.(6.49)

Bild 8.8: Vergleich der Rißbreitenverläufe im Versuch und nach Gl. (6.49)
<http://publikationsserver.tu-brunswig.de/get/65273>

Insbesondere die Breite des mit $d_s = 5$ mm bewehrten inneren Sollrisses von SAAF 1 wird durch den Rechenansatz unterschätzt. Die Übereinstimmung der Versuchswerte von SAAF 2 mit dem Rechenansatz ist demgegenüber recht gut. Bei dem in Bild 8.8 gezogenen Vergleich ist vor allem zu bedenken, daß statistisch abgesicherte Aussagen auf der Basis von nur sechs im Versuch gemessenen Rissen nicht möglich sind, denn die Lage der Versuchswerte innerhalb des bekannteren breiten Streubandes von Rißbreiten kann nicht angegeben werden. Insofern liefern die Versuche nur einen ersten Hinweis auf die Richtigkeit des in Abschnitt 6 entwickelten An- satzes, sichern ihn jedoch nicht ab.

Ein Vergleich der σ_{sr} -Werte nach Versuch und Rechnung erübrigt sich hier, weil die durch Gl. (5.39) vorausgesetzte lineare Abhängigkeit zwischen w und σ_{sr} im Versuch bereits bestätigt wurde (vgl. Bild 7.18).

9. ZUSAMMENFASSUNG, OFFENE PROBLEME

In langen fugenlosen Stahlbetonwänden auf Fundamenten und anderen steifen Unterbauten werden in der Praxis häufig vertikale Risse beobachtet, die die Gebrauchsfähigkeit und die Dauerhaftigkeit der Bauwerke beeinträchtigen können, wenn ihre Breite ein vertretbares Maß überschreitet, auf die Tragfähigkeit jedoch ohne Einfluß sind. Die Risse entstehen durch Zwang, häufigste Ursache sind Temperaturunterschiede beim Abfließen der Hydratationswärme, insbesondere bei dicken Bauteilen. Diese und andere Zwangursachen werden im Rahmen einer Literaturoauswertung quantifiziert. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Beschreibung des zeitlichen Verlaufes der Bauteilerwärmung bei der Hydratation und dem anschließenden Wärmeabfluß. Neben der mittleren Temperatur werden auch Temperaturgradienten über den Querschnitt verfolgt.

Die Behinderung der Temperatur- und Schwinddehnungen durch Fundamente u.ä. führt zu Zwang- und Eigenspannungen, die Risse erzeugen, wenn der Widerstand des Betons überwunden wird. Seine Einschätzung erfolgt anhand der mechanischen Eigenschaften des - mit Blick auf den Hydratationswärmeabfluß - jungen Betons. Insbesondere die Betonzugfestigkeit in Labor und Bauwerk, die Betonzugbruchdehnung, das Spannungs-Dehnungs-Verhalten und der daraus abgeleitete Zug-E-Modul sind wenige Tage nach dem Entschalen stark altersabhängig. Weiterhin ist das ausgeprägte Zugrelaxationsvermögen bei langsam anwachsender Dehnung zu berücksichtigen. Neben den mechanischen Eigenschaften wird der Zugbruchmechanismus von der Betonstruktur beeinflußt, insbesondere dann, wenn Dehnungsgradienten vorliegen. Die Kenntnis der vorgenannten Einflußgrößen ermöglicht Prognosen über das Auftreten verschiedener Rißarten.

Zentrischer Zwang erzeugt Trennrisse. In dicken Bauteilen treten daneben auch Einrisse auf. Sie sind zum einen auf eine geeignete Bewehrung zurückzuführen und reduzieren die Breite von Trennrissen an der Bauteiloberfläche. Zum anderen werden sie durch Eigenspannungen infolge Temperaturunterschieden über den Querschnitt ausgelöst, bevor nennenswerte Zwangkräfte einwirken. In diesem Fall reduzieren sie den beanspruchbaren Querschnitt. Die theoretische und experimentelle Untersuchung des Reißprozesses in dicken Bauteilen erfolgt in dieser Arbeit zunächst an breiten Zugstabmodellen mit Blick auf die wirksame Betonzugfläche, die Reiß-

Verteilungsfähigkeit der Bewehrung und den Einfluß von Eigenspannungen.

Die Ergebnisse lassen sich auf das Problem Zwang in Wänden auf steifen Unterbauten nur teilweise übertragen, weil bei solchen Systemen der Reißprozess im wesentlichen von den Steifigkeitsverhältnissen von Wand und Fundament bestimmt wird. Die Steifigkeiten entscheiden, ob wandhohe Durchrisse oder aber nur bis zu einer Teilhöhe der Wand reichende Anrisse entstehen. Ihre Breite fällt etwa um den Faktor 3 bis 5 geringer aus. Sie sind daher für eine Rißbreitenbegrenzung nicht relevant. Als Ergebnis von theoretischen und experimentellen Untersuchungen werden in dieser Arbeit Kriterien für das Auftreten von Anrisse und Durchrisse in langen Wänden vorgestellt. Fällt die Wandschlankheit L/H unter den Wert 2 ab, verlieren die Kriterien ihre Gültigkeit, es ist kaum mehr mit Durchrisse zu rechnen. Wichtig ist, daß auch dann noch Durchrisse entstehen, wenn im Zustand I rechnerisch eine Druckzone in der gezwängten Wand ausgewiesen wird. Dies zeigt, daß die an Biegebalkenmodellen ermittelten Erkenntnisse auf die gezwängte Wand nicht übertragbar sind.

Weiterhin werden Ansätze für den Verlauf der Breite diskreter Durchrisse - sie stellen den ungünstigsten und damit für die Bemessung maßgebenden Fall dar - in unbewehrten und bewehrten Wänden entwickelt. Versuch und Theorie zeigen, daß die maximale Rißbreite i.allg. in der oberen Wandhälfte, jedoch nicht an der Wandkrone, auftritt. Hierauf beruht ein Bemessungsverfahren für gezwängte Wände, das den Ort des Rißbreitenmaximums in $3/4$ der Wandhöhe postuliert. Bei bekannter Geometrie und Steifigkeit von Wand und Fundament läßt sich die zur Einhaltung einer bestimmten mittleren Rißbreite erforderliche Bewehrung anhand von zwei Bemessungsdiagrammen ermitteln. Die wirksame Betonzugfestigkeit bestimmt in diesem Falle nicht, wie bei Zugstabmodellen, die Rißbreite, sondern lediglich die Art der Risse und den Zeitpunkt ihres Auftretens. Wesentlichen Einfluß auf die Rißbreite üben hingegen die Wandhöhe sowie Stababstand und Durchmesser der gewählten Bewehrung aus.

Einige Fragen konnten in dieser Arbeit nicht abschließend geklärt werden, weshalb diesbezüglich konservative Näherungslösungen gewählt werden mußten. Dies betrifft insbesondere den Bruchmechanismus des jungen Betons unter Zugbeanspruchung. Über den zeitlichen Verlauf der Zugbruchdehnung liegen bislang nur wenige Versuchsergebnisse vor, die lediglich Tendenzen

aufzeigen und die Existenz eines Minimums nachweisen konnten. Der Unterschied zwischen der Betonbruchdehnung, die an Laborproben gemessen wird, und der im Bauwerk tatsächlich vorhandenen ist nicht bekannt. Ebenso kann die Erhöhung der Bruchdehnung infolge Kriechens bei langsam anwachsender Dehnung bislang nur geschätzt werden. Hinzu kommt, daß systematische Untersuchungen über den Rückgang der Betonzugfestigkeit bei lang andauernder Beanspruchung fehlen. Zur Beschreibung des Zugbruchmechanismus werden vollständige Spannungs-Dehnungslinien an Proben von jungem Beton bei verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten benötigt. Ihre Bestimmung im dehngesteuerten Zugversuch ist technisch aufwendig, die Ergebnisse streuen stark.

Im Hinblick auf die strukturorientierte Beschreibung des Zugbruchmechanismus ist es erforderlich, das mechanische Verhalten an Proben mit den Abmessungen einer repräsentativen Volumeneinheit zu bestimmen. Die Ergebnisse ermöglichen z.B. die Anwendung des in der Arbeit beschriebenen Ausfallkettenmodells zur Abschätzung makroskopischer Risse. Vor allem aber sollten Materialgesetze, die den postkritischen Ast der σ - ϵ -Linie einschließen, in entsprechende FE-Scheibenrechnungen zur Beschreibung der Verformungen gerissener Zweischichtensysteme einfließen. Die Elementabmessungen müssen an jenen der repräsentativen Volumeneinheit orientiert werden. Der Berechnungsgang ist in dieser Arbeit vorgezeichnet.

10. LITERATUR

- /1/ ALDA, W.: Zum Schwingkriechen von Beton. Dissertation, TU Braunschweig, 1978.
- /2/ American Concrete Institute (ACI), Committee 207: Effect of restraint, volume change, and reinforcement on cracking of massive concrete. ACI-Journal, Juli 1973, Seiten 445 bis 470.
- /3/ American Concrete Institute (ACI), Committee 305: Hot weather concreting. ACI-Journal 1977, Heft 8, Seiten 318 bis 332.
- /4/ American Concrete Institute (ACI), Committee 224: Control of cracking in concrete structures. Concrete International, Oktober 1980, Seite 35 bis 76.
- /5/ American Concrete Institute (ACI): Debate: Crack width, cover, and corrosion. Concrete International, Mai 1985, Seiten 20 bis 35.
- /6/ American Concrete Institute (ACI), Committee 224: Cracking of concrete members in direct tension. ACI-Journal, Januar-Februar 1986, Seite 3 - 13.
- /7/ BASALLA, A.: Wärmeentwicklung im Beton. Zement-Taschenbuch 1964/65. Bauverlag, Wiesbaden 1963, Seite 275 bis 304.
- /8/ BEEBY, A.W.: Concrete in the oceans, Cracking and corrosion. Technical Report No. 1, Cement and Concrete Association, 1978.
- /9/ BONZEL, J.: Beton. Betonkalender 1982, Teil 1.
- /10/ BRITISH CONCRETE SOCIETY: "Non-structural cracks in concrete". Technical Report No. 22, Dezember 1982.
- /11/ BRUY, E.: Über den Abbau instationärer Temperaturspannungen in Betonkörpern durch Rißbildung. Diss. Universität Stuttgart 1973.

- /12/ CEB/FIP - Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. Bd. II, 3. Ausgabe 1978.
- /13/ CEB: Bond action and bond behaviour of reinforcement. State-of-the-Art-Report, Bulletin d'Information No. 151, 1982.
- /14/ Manuel CEB: Fissurations et Déformations. CEB-Bulletin No. 158-F, Oktober 1983.
- /15/ CUR: Scheurvorming door krimp en temperatuurwisseling in wanden. CUR-Rapport 85, November 1978.
- /16/ CZERNIN, W.: Zementchemie für Bauingenieure. Bauverlag GmbH, 3. Auflage 1977.
- /17/ DBV-Merkblatt "Begrenzung der Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau" (Fassung April 1986). Deutscher Beton-Verein e.V..
- /18/ DIERKS, K.: Temperaturausgleich in Stahlbetonwänden - ein Versuch gegen die Bildung von Spaltissen. Der Bauingenieur, Heft 57/1982.
- /19/ DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. 12.78.
- /20/ DIN 4227: Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Teil 1, 12.79.
- /21/ EIBL, J.: Zwängung und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen bei Behinderung der Längsverformung. Bautechnik 11/1969, Seite 373 bis 379.
- /22/ FALKNER, H.: Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen. DAFStb, H. 208 (1969).
- /23/ FALKNER, H.: Wärmedehnungen und Wärmespannungen bei Bauwerken. Enzyklopädie Naturwissenschaft und Technik. Verlag moderne Industrie, 1982.

- /24/ FALKNER, H.: Fugenlose und wasserdichte Stahlbetonbauten ohne zusätzliche Abdichtung. Vorträge Deutscher Betontag 1983. Wiesbaden: Deutscher Beton-Verein 1984.
- /25/ FRANKE, H.: Temperaturverteilung und Wärmefluß in mehrschichtigen Wänden bei instationären Umgebungslufttemperaturen und Sonnenbestrahlung. Die Bautechnik, Hefte 7 und 8/1970, Seite 244 bis 248 und 273 bis 279.
- /26/ GIESECKE, J.: Betrachtung eindimensionaler Temperaturfelder in Massenbetonbauwerken. Beton- und Stahlbetonbau 62 (1967), Heft 12, Seite 280 bis 288.
- /27/ GIESECKE, J.: Temperatur- und Spannungsverteilung in abkühlenden Betonplatten bei beliebigen Wärmeübergangszahlen. Schriftenreihe des Otto-Graf-Instituts der Universität Stuttgart, Heft 37, Stuttgart 1968.
- /28/ GIESECKE, J.: Berechnung von Wärmespannungen in Massenbetonbauwerken bei linear veränderlichem Elastizitätsmodul. Der Bauingenieur 43 (1968).
- /29/ GRAF, U.; HENNING, H.-J. und STANGE, K.: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer-Verlag, Berlin 1966, 2. Auflage.
- /30/ GRUBE, H.: Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton. Darmstadt: O. Elsner Verlagsgesellschaft 1982.
- /31/ HÄNSCH, H.; KRÄMER, W.: Versuche mit geklebten Verbundkonstruktionen. In: Straße 8 (1968).
- /32/ HANSEN, T.C.; MATTOCK, A.H.: Influence of size and shape of member on the shrinkage and creep of concrete. Proceedings of the American Concrete Institute. Vol. 63, No. 2, Februar 1966, Seite 267 bis 290.

- /33/ HARTL, G.: Die Arbeitslinie eingebetteter Stähle bei Erst- und Kurzzeitbelastung. Dissertation Universität Innsbruck 1977.
- /34/ HEILMANN, H.G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. beton 19 (1969), Heft 2, Seite 68 bis 70.
- /35/ IVANYI, G.: Zugfestigkeit von Beton in örtlich veränderlichen Beanspruchungszuständen - Gradientenwirkung - Forschungsbericht des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig, 1976.
- /36/ JACCOUD, J.-P.; CHARIF, H.: Armature minimale pour le contrôle de la fissuration. Rapport final des essais série "C". EPF Lausanne IBAP no 114, Juli 1986.
- /37/ JAHN, M.: Ansatz der Betonzugfestigkeit bei der Tragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen. Diss. TH Darmstadt, 1982.
- /38/ JANOVIC, K.: Zur Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Betonwerk und Fertigteil-Technik, Heft 12/1986, Seite 815 ~ 823.
- /39/ JUNGWIRTH, D.: Begrenzung der Rißbreite im Stahlbeton- und Spannbetonbau aus der Sicht der Praxis. Beton- und Stahlbetonbau, Hefte 7 und 8/1985, Seite 173 bis 178 und Seite 204 bis 208.
- /40/ KASAI, Y. et al: Tensile properties of early-age concrete. (The plastic and elastic strain, and the extensibility). Proceedings of the 1974 Symposium on Mechanical Behaviour of Materials. Kyoto, August 1974.
- /41/ KIRCHNER, G.: Instationäre Temperaturverläufe in Betonbauteilen. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1/1982, Seite 19 bis 23.
- /42/ KOCH, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Dissertation, Universität Stuttgart 1976.

- /43/ KÖNIG, G.: Berechnen und gezieltes Begrenzen von Rißbreiten im Stahlbeton und Spannbeton. Vortrag, Deutscher Betontag, Köln 1985.
- /44/ KÖNIG, G.; JAHN, M.: Über die verschiedenen Erscheinungsformen der Betonzugfestigkeit und ihre Bedeutung für das Tragverhalten von Massivbauten. Beton- und Stahlbetonbau 78 (1983), Heft 9, Seite 243 bis 247, Heft 10, Seite 281 bis 286.
- /45/ Kommission der Europäischen Gemeinschaften: EUROCODE 2 - Gemeinsame einheitliche Regeln für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauten. Technischer Bericht EUR 8848, DE, EN, FR. Brüssel, Luxemburg 1984.
- /46/ KRATZER, K.: Verfahren zur Berechnung von instationärer Temperatur im Beton. Zement und Beton. 26. Jahrgang, Heft 3 (1981), Seite 118 bis 123.
- /47/ KRIPS, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Forschungsbericht des Instituts für Massivbau der TH Darmstadt, 1984.
- /48/ LEONHARDT, F.: Vorlesungen über Massivbau, 4. Teil, 2. Auflage. Berlin: Springer Verlag 1978.
- /49/ LEONHARDT, F.: Rißschäden an Betonbrücken. Ursachen und Abhilfe. Beton- und Stahlbetonbau 74 (1979), Heft 2, Seite 36 bis 44.
- /50/ LEONHARDT, F.: Zur Behandlung von Rissen im Beton in den deutschen Vorschriften. Beton- und Stahlbetonbau 7/1985, Seite 179 bis 184 und 8/1985, Seite 209 bis 215.
- /51/ LUTZ, A.; GERGELY, P.: Mechanics of bond and slip of deformed bars in concrete. ACI-Journal, November 1967, Seite 711 bis 721.
- /52/ MANNS, W.: Über den Einfluß der elastischen Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag auf die elastischen Eigenschaften von Mörtel und Beton. Diss. TH Aachen 1969.

- /53/ MARTIN, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. DAFStb, Heft 228 (1973).
- /54/ MARTIN, H.; NOAKOWSKI, P.: Verbundverhalten von Betonstählen-Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. DAFStb, Heft 319 (1981).
- /55/ MARTIN, H.; SCHIESSL, P.; SCHWARZKOPF, M.: Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen. Forschungsbericht, Institut für Betonstahl und Stahlbetonbau, München 1979.
- /56/ MAYER, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen. DAFStb, Heft 194 (1967).
- /57/ MENN, Ch.: Gebrauchsfähigkeit von Stahlbetontragwerken. Bericht Nr. 108 des Instituts für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich, Januar 1981.
- /58/ MORIN, D.; MASO, J.C.: Fluage en traction des bétons ordinaires et des bétons légers. Materiaux et Constructions Vol. 15, No. 89, 1982.
- /59/ NEVILLE, A.: Creep of concrete: Plain, reinforced and prestressed. North-Holland-Publishing-Company, Amsterdam 1970.
- /60/ NILSON, A.H.: Bond stress-slip relations in reinforced concrete. Report No. 345, Cornell University, Dezember 1971.
- /61/ NOAKOWSKI, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur. DAFStb, Heft 296 (1978).
- /62/ NOAKOWSKI, P.: Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite. Beton- und Stahlbetonbau 7 und 8/1985, Seite 185 bis 190 und 215 bis 221.

- /63/ NOAKOWSKI, P.: Mitwirkungsgesetze zur Ermittlung der Verformungen und der Zwangbeanspruchung bei gleichzeitiger Lastbeanspruchung. Beton- und Stahlbetonbau 12/1986, Seite 318 bis 325.
- /64/ PAUSER, A.: Betrachtungen über die Konstruktion und Berechnung weitgespannter Talbrücken. Zement und Beton. 25. Jahrgang, Heft 2 (1980), Seite 30 bis 47.
- /65/ RAO, S.: Umlagerung der Schnittkräfte in Stahlbetonkonstruktionen. Grundlagen der Berechnung bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen. DAFStb, Heft 177 (1966).
- /66/ REHM, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. DAFStb, Heft 138 (1961).
- /67/ REHM, G.: Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund. Rüsch-Festschrift (1969).
- /68/ REHM, G.; DIEM, P.; ZIMBELMANN, R.: Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Betonzugfestigkeit. DAFStb, Heft 283, 1977.
- /69/ REHM, G.; MALLEE, R.: Untersuchungen zur Frage der Größe der bei der Rißbildung mitwirkenden Betonzugfläche. Forschungsbericht des Lehrstuhls für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 1981.
- /70/ REHM, G.; MARTIN, H.: Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 63 (1968), Seite 175 bis 182.
- /71/ REINHARDT, H.-W.: Ingenieurbaustoffe. Wilh. Ernst & Sohn, 1973.
- /72/ REINHARDT, H.-W.: Zur Kombination Bruchmechanik, Beton, Wärmespannungen. Materialprüf. 16 (1974), Nr. 6, Seite 174 bis 176.
- /73/ REINHARDT, H.-W.: Verhalten des Betons im verformungsgesteuerten axialen Zugversuch. Fortschritte im Konstruktiven Ingenieurbau, Rehm-Festschrift, Oktober 1984.

- /74/ ROSTÁSY, F.S.: Theoretische und experimentelle Beiträge zur Erforschung des Schwindes und der Schwindspannungen des Betons. Dissertation, TH Stuttgart, 1958.
- /75/ ROSTÁSY, F.S.: Zur Theorie der Austrocknung und des Schwindens zementgebundener Massen. Zement-Kalk-Gips, 13. Jahrgang, 1960, Heft 3, Seite 93 bis 103.
- /76/ ROSTÁSY, F.S.: Zwang und Rissebeschränkung bei Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Habilitation, Universität Stuttgart, 1975.
- /77/ ROSTÁSY, F.S.: Baustoffe. Kohlhammer-Verlag, Stuttgart, Berlin, Köln, Mainz, 1983.
- /78/ ROSTÁSY, F.S.: Risse infolge Zwang und Eigenspannungen. Vortrag, Deutscher Betontag, Köln 1985.
- /79/ ROSTÁSY, F.S.; ALDA, W.: Untersuchung über das rheologische Verhalten von jungem Beton unter einaxialer Zug- und Druckbeanspruchung. Abschlußbericht Ro 288/2 des Otto-Graf-Instituts Stuttgart, 1976.
- /80/ ROSTÁSY, F.S.; HENNING, W.: Rißbildung in dicken Betonbauteilen infolge Zwang - Bestimmung der wirksamen Betonzugfläche und der erforderlichen Oberflächenbewehrung. Forschungsbericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1983.
- /81/ ROSTÁSY, F.S.; HENNING, W.: Zwang und Oberflächenbewehrung dicker Wände. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 4/1985 und 5/1985, Seite 108 bis 113 und 134 bis 136.
- /82/ ROSTÁSY, F.S.; HENNING, W.: Rißbildung und Oberflächenbewehrung von Wänden auf steifen Unterbauten. Forschungsbericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, Januar 1986.

- /83/ ROSTÁSY, F.S.; LEONHARDT, F.; KOCH, R.: Zur Mindestbewehrung für Zwang in Außenwänden aus Stahlleichtbeton. DAFStb, Heft 267, 1976.
- /84/ ROSTÁSY, F.S.; ROHLING, A.: Konstitutives Stoffgesetz des Verbundverhaltens von einbetonierte Bewehrungsstahl, Arbeitsbericht II/1: Literaturstudie. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1984.
- /85/ RÜSCH, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. beton 25 (1975), Seite 55 bis 58.
- /86/ RÜSCH, H.; JUNGWIRTH, D.: Stahlbeton-Spannbeton, Bd. 2, Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke. Werner-Verlag, 1976.
- /87/ RÜSCH, H.; SELL, R.; RACKWITZ, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit. DAFStb, Heft 206 (1969).
- /88/ SAGER, H.: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierte Bewehrungsstäben. Dissertation TU Braunschweig, 1984.
- /89/ SCHEIDLER, D.: Experimentelle und analytische Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Bruchschnittgrößen unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung. DAFStb, Heft 379 (1987).
- /90/ SCHEUERMANN, J.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. Dissertation TU Braunschweig, 1986.
- /91/ SCHIESSL, P.: Einfluß von Rissen auf die Dauerhaftigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Sachstandsbericht des Instituts für Betonstahl und Stahlbetonbau e.V., München 1985.
- /92/ SCHIESSL, P.: Mindestbewehrung zur Vermeidung klaffender Risse. Bericht 284/85 des Instituts für Betonstahl und Stahlbetonbau, München 1985.

- /93/ SCHIESSL, P.; WÖLFEL, E.: Konstruktionsregeln zur Beschränkung der Rißbreite-Grundlage zur Neufassung DIN 1045, Abschnitt 17.6 (Entwurf 1985). Beton- und Stahlbetonbau 81 (1986), Heft 1, Seite 8 bis 15.
- /94/ SCHLEEH, W.: Die Zwängspannungen in einseitig festgehaltenen Wandscheiben. Beton- und Stahlbetonbau 1962, Heft 3, Seite 64 bis 72.
- /95/ SCHOBER, H.: Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation Universität Stuttgart, 1984.
- /96/ SCHWENNICKE, A.: Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Dissertation, TU Berlin, 1983.
- /97/ SIA E 162, Betonbauten, Entwurf, August 1984.
- /98/ SPOHN, E.: Zemente für Massenbeton. Heidelberger Portländer (Werkszeitschrift der Portland-Zementwerke Heidelberg AG) 1963, Heft 3, Seite 25 bis 29.
- /99/ SPRINGENSCHMID, R.: Die Ermittlung der Spannungen infolge von Schwinden und Hydratationswärme im Beton. Beton- und Stahlbetonbau 10/1984, Seite 263 bis 269.
- /100/ SPRINGENSCHMID, R.; BREITENBÜCHER, R.: Anforderungen an den Beton von Tunnelinnenschalen. Tiefbau-Ingenieurbau-Straßenbau 26 (1984), Heft 11, Seite 640 bis 649.
- /101/ SPRINGENSCHMID, R.; BREITENBÜCHER, R.: Über das Vermeiden von Rissen am Beispiel der Innenschale von Tunnels. Zement und Beton, Heft 4 (1985), Seite 121 bis 128.
- /102/ SPRINGENSCHMID, R.; NISCHER, P.: Untersuchungen über die Ursache von Querrissen im jungen Beton. Beton- und Stahlbetonbau 68 (1973), Seite 221 bis 226.

- /103/ STOFFERS, H.: Cracking due to shrinkage and temperature variation in walls. HERON 23 (1978) No. 3.
- /104/ TNO: Experimenteel onderzoek naar de scheurvorming in wanden. Serien I bis III. Delft 1972 und 1983.
- /105/ TÖLKE, F.: Praktische Funktionenlehre. Band V: Allgemeine Weierstraßsche Funktionen und Ableitungen nach dem Parameter, Integrale der Theta-Funktionen und Bilinear-Entwicklungen, Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag 1968.
- /106/ TÖLKE, F.: Praktische Funktionenlehre. Band VI: Tafelband zu den Bänden II bis V (Teil I und II). Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag 1970.
- /107/ TROST, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau, 10 und 11, 1967, Seite 230 bis 238 und Seite 261 bis 269.
- /108/ TROST, H.: Auswirkungen des zeitabhängigen Betonverhaltens auf Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. Berichte der Bundesvereinigung der Prüfingenieure für Baustatik, Aachen, Nr. 10, 1985.
- /109/ TYLER, R.G.: Long-term strains in a support cantilever of the Chiswick-Boston Manor Viaduct M4. Crowthorne. Transport and Road Research Laboratory, 1973, pp. 11, Laboratory Report 554.
- /110/ WEBER, J.W.: Empirische Formeln zur Beschreibung der Festigkeitssentwicklung und der Entwicklung des E-Moduls von Beton. Betonwerk und Fertigteil-Technik, Heft 12/1979, Seite 753 bis 756.
- /111/ WEIGLER, H.; KARL, S.: Junger Beton - Beanspruchung, Verformung, Festigkeit. Betonwerk und Fertigteiltechnik (1974), Heft 6, Seite 392 bis 401 und Heft 7, Seite 481 bis 484.
- /112/ WIERIG; H.-J.: Eigenschaften von "grünem, jungem" Beton. Druckfestigkeit - Verformungsverhalten-Wasserverdunstung. beton 18 (1968) Heft 3, Seite 94 bis 101.

- /113/ WIERIG, H.J.: Einige Beziehungen zwischen den Eigenschaften von "grünen" und "jungen" Betonen und denen des Festbetons. beton 21 (1971), Heft 11, Seite 445 bis 448, und Heft 12, Seite 487 bis 490.
- /114/ WIERIG, H.J.: Frischbeton und Bauwerksqualität. beton 33 (1983) Heft 5, Seite 3 bis 7.
- /115/ WISCHERS, G.: Betontechnik und konstruktive Maßnahmen gegen Temperaturrisse in massigen Bauteilen. beton (1964), Heft 1, Seite 22 bis 26, Heft 2, Seite 65 bis 73.
- /116/ WISCHERS, G.: Bautechnische Eigenschaften des Zements. Zement-Taschenbuch, 48. Auflage. Bauverlag, Wiesbaden, 1984, Seite 89 bis 129.
- /117/ WISCHERS, G.; DAHMS, J.: Untersuchungen zur Beherrschung von Temperaturrissen in Brückenwiderlagern durch Raum- und Scheinfugen. beton 11/1968 und 12/1968.
- /118/ WISCHERS, G.; MANNS, W.: Ursachen für das Entstehen von Rissen in jungem Beton. beton 23 (1973) Heft 4, Heft 5.
- /119/ WÖSSNER, G.: Instationäre Temperatur- und Spannungsfelder in einer Platte infolge zeitlich variabler Aufheizung bzw. Abkühlung eines angrenzenden Fluids bei endlichem Wärmeübergang. Diss. Universität Stuttgart 1970.
- /120/ VOS, E.: Influence of loading rate on bond behaviour of reinforcing steel and prestressing strand. Materiaux et Constructions No. 85, 1982.
- /121/ ZEITLER, W.: Untersuchungen zu Temperatur- und Spannungszuständen in Betonbauteilen infolge Hydratation. Diss. TH Darmstadt 1983.
- /122/ ZTV-K-80, Zusätzliche technische Vorschriften für Kunstbauten, Ausgabe 1980.

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, die im Selbstverlag herausgegeben wird, sind bisher erschienen: (ISSN 0178-5796)

- Heft 1: Über das Ver dunstungsverhalten und den Nachweis öliger Holzschutzmittel (Dissertation). (1962)
von Rolf Deters -vergriffen-
- Heft 2: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. (1963)
von Karl Kordina -vergriffen-
- Heft 3: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen (Diss.) (1963).
von Josef Eibl -vergriffen-
- Heft 4: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung.
Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos. (1964)
von Karl Kordina und Josef Eibl -vergriffen-
- Heft 5: Über den Schalungsdruck von Frischbeton (Diss.). (1964)
von Helmut Ertlingshausen
- Heft 6: Transportphänomene in Betonporen (Diss.). (1966)
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. (Diss.) (1967).
von Herbert Ehm -vergriffen-
- Heft 8: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (Diss.). (1967)
von Joachim Steinert -vergriffen-
- Heft 9: Untersuchungen an dämmsschichtbildenden Feuerschutzmitteln (Diss.). (1967)
von Axel Lämmke -vergriffen-
- Heft 10: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger und gerader, flächenartiger Träger (Diss.) (1968).
von Kamal Fouad Rafla -vergriffen-
- Heft 11: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten - Brazier-Effekt - (Diss.). (1968)
von György Iványi -vergriffen-
- Heft 12: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der Klasse A 2. (1969)
von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-

- Heft 13: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes. (Diss.) (1969). von Günther Fuchs -vergriffen-
- Heft 14: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff. (1970) von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 15: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongütewürfeln und -bohrproben (Diss.). (1970) von Ralf Lewandowski -vergriffen-
- Heft 16: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten. (Diss.) (1970). von Fritz Joachim Neubauer -vergriffen-
- Heft 17: Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton. (1970) von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung - Grundlagen und Bemessungsvorschläge -. (Diss.) (1971). von Wilfried Bödeker
- Heft 19: Bauaufsichtliche Brandschutzworschriften - Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken -. (1971) von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 20: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern (Diss.). (1972) von Kurt Liermann
- Heft 21: Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerksrahmen aus Stahlbeton. (Diss.) (1972). von Béla Jankó
- Heft 22: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffreicher Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse (Diss.). (1972) von Ulf Nürnberger
- Heft 23: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung. (Diss.) (1972). von Claus Meyer-Ottens -vergriffen-
- Heft 24: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand (Diss.). (1973) von Hassan Taha El-Arousy

- Heft 25: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (Diss.). (1973)
von Günter Rieche
- Heft 26: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons (Diss.). (1974)
von Eckhard Tennstedt
- Heft 27: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (Diss.). (1973).
von Ulrich Schneider -vergriffen-
- Heft 28: Ein dreiparametriges, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (Diss.). (1974)
von Jürgen Neisecke -vergriffen-
- Heft 29: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern. (1974)
von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken. (1974)
von Josef Eibl und György Iványi -vergriffen-
- Heft 31: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau. (1974)
von Karl Kordina und Béla Jankó
- Heft 32: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten (Diss.). (1976).
von Olaf Hjorth -vergriffen-
- Heft 33: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter Stahlbetondruckglieder mittels zweidimensionaler Diskretisierung. (Diss.). (1976).
von Wolfram Klingsch -vergriffen-
- Heft 34: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton (Diss.). (1977)
von Farid Djamous -vergriffen-
- Heft 35: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall (Diss.). (1977)
von Ataman Haksever -vergriffen-
- Heft 36: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden (Diss.). (1977).
von Karl-Heinz Storkebaum
- Heft 37: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall (Diss.). (1977)
von Rolf Bechtold

- Heft 38: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten. (1978) von Joachim Steinert
- Heft 39: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone (Diss.) (1978). von Rolf Weiß
- Heft 40: Zum Schwingkriechen von Beton (Diss.). (1978) von Willi Alda
- Heft 41: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (Diss.). (1979) von Manfred Teutsch
- Heft 42: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. (Habil.-Schr.) (1979). von Ulrich Schneider -vergriffen-
- Heft 43: Veröffentlichungen 1967 - 1979. (1979).
- Heft 44: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde. (1979) von Karl Kordina und Helmut Fröning
- Heft 45: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung. (Diss.) (1980). von Volker Henke -vergriffen-
- Heft 46: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil I). (1981) von Ulrich Schneider und Aysen Haksever -vergriffen-
- Heft 47: Partiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken - Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell - (Diss.). (1981) von Robert Walter
- Heft 48: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit (Diss.). (1981) von Björn Svensvik
- Heft 49: Veröffentlichungen 1967 - 1981. (1981).
- Heft 50: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. (1982) von Surendra K. Ojha
- Heft 51: Zusammenstellung und Anwendung Bayes'scher Verfahren bei der Stichprobenbeurteilung. (1982) von Volker Henke

- Heft 52: Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitten bei natürlichen Bränden (Habil.-Schr.TU Istanbul). (1982)
von Ataman Haksever
- Heft 53: Untersuchung des Riß- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbetonbauteile (Diss.). (1982)
von Viggo Weber
- Heft 54: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Bau-stahl und Beton - Geklebte Bewehrung -. (Diss.) (1982).
von Ernst-Holger Ranisch ISBN 3-89288-010-7
- Heft 55: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton. (Diss.) (1982).
von Günter Wiedemann -vergriffen-
- Heft 56: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen(Diss.)(1982).
von Reiner Timm ISBN 3-89288-018-2
- Heft 57: Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton bei hohen Temperaturen (Diss.). (1983)
von Ulrich Diederichs ISBN 3-89288-019-0
- Heft 58: Wärmebilanzrechnungen in Verbindung mit Versuchen in Brandräumen (Teil II). (1983)
von Ulrich Schneider ISBN 3-89288-020-4
- Heft 59: Wärmebilanzrechnungen in Brandräumen unter Be-rücksichtigung der Mehrzonenmodellbildung (Teil III). (1983)
von Dobbernack; Schneider ISBN 3-89288-021-2
- Heft 60: Verbesserungen und Erweiterungen von Ultraschall-prüfverfahren zur zerstörungsfreien Fehlstellen- und Qualitätskontrolle von Betonbauteilen (Diss.). (1983)
von Wolfgang Hillger ISBN 3-89288-014-X
- Heft 61: Zur Wirklichkeitsnähe der Lastannahmen in Silo-vorschriften für Zellen aus Stahlbeton und Spann-beton. (Diss.)(1984).
von Franz Blume ISBN 3-89288-013-1
- Heft 62: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton - Tragverhalten, Berechnung, Bemessung - (Diss.). (1984)
von Diedrich Nölting ISBN 3-89288-012-3
- Heft 63: Tragverhalten von Stahlbetonplatten im bauprakti-schen Einbauzustand bei Brandbeanspruchung (Diss.). (1985)
von Jürgen Wesche ISBN 3-89288-009-3
- Heft 64: Untersuchungen zur Technologie des Gleitscha-lungsbau (Diss.). (1985)
von Siegfried Droese ISBN 3-89288-000-X

- Heft 65: Forschungsarbeiten 1978 -1983. (1984)
Hrsg.: Inst. für Baustoffe ISBN 3-89288-001-8
- Heft 66: Einfluß der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken. (Diss.). (1985).
von Josef Hegger ISBN 3-89288-002-6
- Heft 67: Zum Tragverhalten von Verankerungen für hochfeste Stäbe aus Glasfaserverbundwerkstoff als Bewehrung im Spannbetonbau (Diss.). (1985)
von Bernhard Kepp ISBN 3-89288-003-4
- Heft 68: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierte Bewehrungsstäben (Diss.). (1985)
von Helmut Sager ISBN 3-89288-004-2
- Heft 69: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton (Diss.). (1986)
von Rüdiger Haß ISBN 3-89288-005-0
- Heft 70: 17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton. März 1986. Kurzfassungen der Beiträge. (1986) ISBN 3-89288-006-9
- Heft 71: Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Temperaturen. (Diss.) (1986).
von Christian Ehm ISBN 3-89288-007-7
- Heft 72: Zum Riß- und Verformungsverhalten von stahlfaser-verstärkten Stahlbetonstäben unter Längszug. (Diss.). (1986).
von Kurt Hartwich ISBN 3-89288-008-5
- Heft 73: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. (Diss.). (1987).
von Jochen Scheuermann ISBN 3-89288-011-5
- Heft 74: Strukturorientierte Analyse und Modellbeschreibung der thermischen Schädigung von Beton. (Diss.). (1987).
von Konrad Hinrichsmeyer ISBN 3-89288-015-8
- Heft 75: Fachseminar Neue Bemessungsregeln durch Änderung der Stahlbeton- und Spannbetonvorschriften DIN 1045, DIN 4227. Kurzfassungen der Beiträge. (1986). ISBN 3-89288-022-0
- Heft 76: Zum Einfluß erhöhter Temperatur auf Festigkeit und Verformung von Beton mit unterschiedlichen Feuchtegehalten. (Diss.). (1987).
von Harald Budelmann ISBN 3-89288-016-6

- Heft 77: Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normalbeton unter Zugbeanspruchung. (Diss.). (1987). von Fritz Großmann ISBN 3-89288-023-9
- Heft 78: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen. (Diss.). (1987). von Annette Rohling ISBN 3-89288-024-7
- Heft 79: Zwangsrißbildung und Bewehrung von Stahlbetonwänden auf steifen Unterbauten. (Diss.). (1987). von Wolfgang Henning ISBN 3-89288-025-5