

UB Braunschweig 84



3400-715-0

INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU
DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE BRAUNSCHWEIG

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen
Prof. Dr.-Ing. K. Kordina

Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen

von

HERBERT EHM



HEFT 7 · BRAUNSCHWEIG · FEBRUAR 1967

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einführung	1
2. Stand der heutigen Kenntnisse über das Verhalten von brandbeanspruchten Bauteilen aus Stahl- und Spannbeton	2
3. Versuche, Versuchsunterlagen	6
4. Grundlagen der Wärmeübertragung und Wärmeleitung - Rechnerische Grundlagen	9
5. Lösungsmöglichkeiten, Lösungsweg der vorliegenden Arbeit	13
6. Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Bauteil	17
7. Thermische Stoffwerte für Betone	40
8. Numerische Lösungen	47
8.1 Allgemeines	47
8.2 Meßergebnisse für trockenen Zustand; allgemeiner Einfluß der Betonfeuchtigkeit	48
8.3 Rechnung mit konstanten Stoffwerten	49
8.4 Rechnung mit variablen (temperaturabhängigen) Stoff- werten	67
8.5 Rechnerischer Ansatz unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung	75
8.6 Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes	94
8.7 Plattenbalken	109
8.8 Zusammenfassung	120
9. Eine Anwendung der Ähnlichkeit für die Lösung des Wärme- leitproblemes	121
10. Einfluß der Bewehrung auf den Erwärmungsvorgang	132
11. Schlußbemerkung	147

Anhang

I	Rechnung mit konstanten Stoffwerten; Differenzenrechnung	1
II	Rechnung mit variablen (temperaturabhängigen) Stoffwerten; Differenzenrechnung	7
III	Rechnerischer Ansatz unter Berücksichtigung einer Wärme- übergangsbedingung; Differenzenrechnung	14
IV	Anwendungen auf den Verformungs- und Eigenspannungszustand	22
V	Berücksichtigung von Bewehrungsquerschnitten in Beton- körpern; Differenzenrechnung	25
VI	Plattenbalken; Flußdiagramm	

Literatur - Verzeichnis

- 1 Busch, H.: Feuereinwirkung auf nicht brennbare Baustoffe und Baukonstruktionen. Dissertation Technische Hochschule Stuttgart 1938.
- 2 Widerstandsfähigkeit von Baustoffen und Bauteilen gegen Feuer und Wärme - DIN 4102, Ausgabe 1940.
- 3 Widerstandsfähigkeit von Baustoffen und Bauteilen gegen Feuer - DIN 4102, Blatt 2, Ausgabe 1963.
- 4 Henn, W.: Bauten der Industrie, Bd. 1. München 1955.
- 5 Henn, W.: Feuerschutz im Industriebau. Bauwelt, 45. Jahrgang (1954), S. 253.
- 6 Kordina, K.: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. beton 13 (1963), Heft 1 und 2.
- 7 Kristen, Th.; Herrmann; Wedler, B.: Brandversuche mit belasteten Eisenbetonbauteilen und Steineisendecken. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton (1938), Heft 89.
- 8 Wolsoon: Brandversuche, Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul von Beton. Proceedings ASTM (1905), Volume 5.
- 9 Lehmann; Mälzig: Über die Heißdruckfestigkeit von Beton. Tonindustrie-Zeitung (1960).
- 10 Malhotra: The effect of temperature on the compressive strength of concrete. Mag. of Concrete Research 23 (1956), Heft 8 und Zement-Kalk-Gips 10 (1957), Heft 7.
- 11 Davey; Ashton: Investigations on building fires, part V, Fire Tests on Structural Elements. National Building Studies, Research Paper No. 12, London 1953.
- 12 Clark, J.H.: The Estimation of the Approximate Fire Endurance of Structural Elements by Means of a Special Slide Rules. Technical Record File (1959) BS 44/153/1/230 (L).

- 13 Harmathy, T.Z.: A Treatise on theoretical fire endurance rating. ASTM Special Technical Publication (1961) No. 301.
- 14 Jakob, H.: Heat Transfer. New York 1958.
- 15 Robertson, A.F.; Gross, D.: An Electrical-Analog Method for Transient Heat-Flow Analysis. Journal of Research, National Bureau of Standards (1958), Volume 67.
- 16 Schmidt, E.: Thermodynamik, 4. Aufl.. Berlin 1950.
- 17 Grigull, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 3. Aufl., Berlin 1957.
- 18 Gröber, H.; Erk, S.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 2. Aufl., Berlin 1933.
- 19 Planck; Baehr; ff.: Handbuch der Kältetechnik, Bd. III. Kälteerzeugung und Wärmeübertragung. Berlin 1962.
- 20 Michejew, M.A.: Grundlagen der Wärmeübertragung. Berlin 1962.
- 21 Kocherscheidt: Feuerwiderstandsfähigkeit von Beton und Stahlbeton. Dissertation Technische Hochschule Stuttgart 1963.
- 22 Moheit, W.: Widerstandsfähigkeit von Stahlbauten im Feuer. Fortschritte und Forschungen im Bauwesen (1957), Reihe D, Heft 27. Zur Feuerwiderstandsfähigkeit rechteckiger Stützen (Durchwärmungsvorgang). Der Stahlbau (1940) 13.
- 23 Schmidt, E.: Über die Anwendung der Differenzenrechnung auf die technische Anheiz- und Abkühlungsprobleme. Beiträge zur technischen Mechanik und technischen Physik, August Föppl zum 70. Geburtstag, Berlin 1924.
- 24 Eckert, E.: Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch, 2. Aufl.. Berlin 1959.
- 25 Schack, A.: Der industrielle Wärmeübergang. 4. Aufl.. Düsseldorf 1953.
- 26 Illies, K.: Schiffskessel, Bd. III, Berechnung. Braunschweig 1962.
- 27 Bornemann, P.: Grundlagen für die Bemessung der Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonplatten. Dissertation Technische Hochschule Braunschweig 1964.

- 28 VDI Wärmeatlas. Düsseldorf (VDI-Verlag)
- 29 Croone; Cook: Magacin of Concrete Research (1961) No. 39 und (1962) No. 40.
- 30 Grün, W.; Grün, H.: Zur Frage des physikochemischen Verhaltens von Wasser des hydraulisierenden Zementes im Beton. Zement-Kalk-Gips (1961), Heft 11.
- 31 Pilny: Betondehnungen durch Feuchtigkeit. Zement und Beton (1964), Nr. 30.
- 32 Seekamp, H.: Feuerungstechnik bei Brandversuchen. Unveröffentlichte Forschungsarbeit.
- 33 Carlslaw; Jäger: Conduction of Heat in Solids. Oxford 1960.
- 34 Unveröffentlichter Bericht der Holländischen Gruppe, vorgetragen FIP-Tagung Juni 1965. Braunschweig.
- 35 Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Berlin 1961.
- 36 Gumz: Kurzes Handbuch der Brennstoff- und Feuerungstechnik, 3. Aufl..Berlin 1962.
- 37 Cammerer, I.S.: Der Wärme- und Kälteschutz in der Industrie. 4. Aufl..Berlin 1962.
- 38 Hütte: I Theoretische Grundlagen, 28. Aufl.. Berlin 1955.
- 39 Schmidt, E.: Differenzenverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen der nichtstationären Wärmeleitung, Diffusion und Impulsausbreitung. Forsch. Ing. Wesen (1962), Bd. 28, Nr. 5.
- 40 Baehr, H.D.: Die Lösung nichtstationärer Wärmeleitungsprobleme mit Hilfe der Laplace-Transformation. Forsch. Ing. Wesen (1955), Bd. 21, Nr. 2.
- 41 Baehr, H.D.: Beiträge zur graphischen Bestimmung nichtstationärer Temperaturfelder mit Hilfe des Differenzenverfahrens. Forsch. Ing. Wesen (1954), Bd. 20, S.16/19.
- 42 Locher: Physikalische Eigenschaften und Struktur des Zementsteines. Zement-Kalk-Gips (1961), Nr. 3.

- 43 Hollemann-Wiberg: Lehrbuch der anorg. Chemie.
Berlin 1956.
- 44 Traustel, S.: Angenäherte Berechnung von nichtstationären Ausgleichsvorgängen.
"Radex Rundschau" (1951), Heft 3.
- 45 Traustel, S.: Eine Anwendung der Ähnlichkeitslehre auf die Berechnung von nichtstationären Wärmeleitvorgängen.
Int. J. Heat Mass Transfer (1963) Vol. 6, 1095-1099.
- 46 Traustel, S.: Einiges über Ziele und Ergebnisse der Flammenforschung im Industrieofenbau. Tonindustrie-Zeitung und Keramische Rundschau (1962), Heft 22/23.
- 47 Collatz, L.: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen.
2. Auflage, Berlin 1955.
- 48 Collatz, L.: Funktionsanalysis und numerische Mathematik.
Berlin 1964.
- 49 Rosin, P.O.: Das J-T-Diagramm der Verbrennung.
Berlin 1929.
- 50 Boie, W.: Berechnung eines J-T-Diagrammes nach neuen statischen Gleichungen.
Die Wärme (1935), Bd. 58, S. 657.
- 51 Boie, W.: Graphische Verbrennungsrechnung.
Die Wärme (1943), Bd. 19, S. 233.
- 52 Hottel, H.C.; Egbert, R.B.: The radiation of furnace gases.
Trans. A.S.M.E. (1941), S. 297/307.
- 53 Ehm, H.; v. Postel, R.: Versuche an Stahlbetonkonstruktionen unter Feuerangriff.
FIP Kolloquium 1965, Braunschweig, unveröffentlicht.
- 54 Kristen, Th.; Wierig, H.J.: Der Einfluß hoher Temperaturen auf Bauteile aus Spannbeton.
Der Bauingenieur (1960), Heft 1.
- 55 Eckert, E.: VDI-Forschungsheft 387, Berlin 1937, S. 19.
- 56 Binder, J.: Beitrag zur Berechnung der Flammenstrahlung in den Feuerräumen von Schiffskesseln.
Forschungsheft für Schiffstechnik, Bd. 6 (1959), Heft 34, S. 191.

- 57 Hildebrand, F.B.: On the Convergenz of Numerical Solution of the Heat-flow Equation. J. Math. Phys. 31 (1952), S. 35.
- 58 Courant; Friedrichs, K.; Lewy, H.: Über die part. Differenzengleichungen der math. Physik. Math. Ann. 100 (1928), S. 32.
- 59 Dundurs, J.; Zienkiewicz, O.C.: Stresses Around Circular Inclusions Due to Thermal Gradients with Particular Reference to Reinforced Concrete. Journal of The American Concrete Institute. Dez. 1964.
- 60 Florence, A.L.; Goodier, J.N.: Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow. Journal of Applied Mechanics, V. 26 (1959) S. 293-294.
- 61 Timoshenko, S.; Goodier, J.N.: Theorie of Elasticity, New York 1951.
- 62 Rickenstorf, G.: Temperatur- und Spannungsverteilung in brandbeanspruchten Baukörpern. Dissertation T.H. Dresden, 1959.
- 63 Rickenstorf, G.: Der Einfluß des Kriechens und Schwindens auf temperaturbeanspruchte Stahlbetonkonstruktionen im Spannungszustand II, Wissensch. Zeitschrift der T.U. Dresden, 14 (1965), Heft 5.
- 64 Cruz: An Optical Method for Determining the Elastic Constants of Concrete. Journal of the PCA Research and Development Laboratories, May 1962.

Verwendete Abkürzungen:

a	Temperaturleitzahl	in	m^2/h
a	Absorptionsverhältnis im Vergleich zum Schwarzen Körper		
C_s	Strahlungskonstante des Schwarzen Körpers		$kcal/m^2 \cdot h$
c, c_m	Aufwärmgeschwindigkeit; mittlere Aufwärmgeschwindigkeit		$^{\circ}C/min$
c_p	spez. Wärmekapazität		$kcal/kg \cdot grd$
c_{pm}	mittlerer, konstanter Wert der spez. Wärmekapazität		$kcal/kg \cdot grd$
c_{α}	Beiwert für Wärmeübergangsbedingung		
c_{φ}	Beiwert für Querschnittseinfluß, Gasschichtdicke und Winkelverhältnis		
E	Elastizitätsmodul		kp/cm^2
$e_{i,k}$	Einstrahlzahl		
f_a, f_T	Maßstabsfaktoren, bezogen auf den Index		
G	Gleitmodul		kp/cm^2
i	spez. Enthalpie		$kcal/kg$
i'	Enthalpie Wasser		$kcal/kg$
i''	Enthalpie Wasserdampf		$kcal/kg$
K	Anzahl der Zeitschritte		
k	Zählung der Zeitschritte		
N, M	Anzahl der geometr. Gitterpunkte in x-, y-Richtung,		
n, m	Zählung der geometr. Gitterpunkte in x-, y-Richtung, Bezeichnung der Gitterpunkte		
p	Druckspannung; nähere Zuordnung nach Indices		kp/cm^2
Q	stündliche Wärmemenge		$kcal/h$
\dot{q}	Wärmestromdichte		$kcal/m^2 \cdot h$
r	Verdampfungswärme		$kcal/kg$
s	Abstand des Richtpunktes mit T_{BR} vom Rand		m
s_x, s_y	Abstand des Richtpunktes am Rand in x-, y-Richtung		m
\bar{s}	reduzierter, reziproker Richtpunktabstand		
T	Temperatur;		
	Indices bezeichnen die nähere Zuordnung		
T^{o_K}	Absolute Temperatur		$^{\circ}K$
t	Zeit		h
W	Feuchtigkeitsgehalt		$\%$ oder kg/m^3
w	Rauchgasgeschwindigkeit		m/s

α	Wärmeübergangszahl; Zuordnung nach Indices	in	$\text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$
α_T	Temperaturdehnzahl		$1/^\circ\text{C}$
Δt	Zeitschritt		h
$\Delta x, \Delta y$	Rasterweite in x- bzw. y-Richtung		m
ϵ	Emissionsverhältnis; Zuordnung nach Indices		
ϵ	Fehler (Differenzenrechnung)		
$\eta, (\xi)$	Koordinaten		
η	dynamische Zähigkeit		$\text{kcal} \cdot \text{s}/\text{m}^2$
θ	Randwinkel der Kapillare		
λ	Wärmeleitzahl; Zuordnung nach Indices		$\text{kcal}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$
$\bar{\lambda}$	red. Wärmeleitzahl		$\text{kcal}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$
μ	Modellmaßstab		
μ	Querdehnungszahl		
$\xi, (\eta)$	Koordinaten		
ν	kinematische Zähigkeit		m^2/s
ρ	Dichte, Rohwichte		kg/m^3
σ	Spannung, Zuordnung nach Indices		kp/cm^2
$\sigma, \bar{\sigma}$	Beiwert (Modul der Differenzgleichung)		
	Winkelkoeffizient, Winkelverhältnis der Einstrahlung		
φ	Beiwert für Einfluß der Gasschichtdicke und des Winkelverhältnisses		

Abweichende Bezeichnungen sind im Text näher erläutert.

1. Einführung

Bauwerke und Bauteile müssen bei Bränden eine gewisse Feuerwiderstandsdauer aufweisen, da die bauliche Konstruktion, das menschliche Leben sowie andere Güter und Werte einen Mindestschutz gegen Zerstörungen oder Beeinträchtigungen erfordern.

Daher wird in den einschlägigen Baugesetzen in Abhängigkeit von der Art und Bedeutung der Gebäude eine erforderliche "Feuerwiderstandsdauer" für Einzelbauteile vorgeschrieben. In den technischen Baubestimmungen, DIN 4102 - Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - sind die bauaufsichtlich gebräuchlichen Bezeichnungen, Prüfbestimmungen und Anforderungen für Bauteile bestimmter "Feuerwiderstandsklassen" definiert. Die Ermittlung einer Feuerwiderstandsdauer und Einordnung in eine "Feuerwiderstandsklasse" erfolgt durch Prüfung des Bauteiles in einem Brandversuch unter der Einwirkung der in DIN 4102 vorgeschriebenen Temperaturen einer Einheits-temperaturkurve, die einen Brandablauf normiert.

Aus Brandversuchen und Beobachtungen von Bränden liegt ein umfangreicher, doch meist empirischer Wissensstand über das Feuerwiderstandsverhalten von Bauteilen vor. Diese Untersuchungen dienen - abgesehen von Sonderbauweisen - einer gesetzmäßigen Erfassung des Feuerwiderstandsverhaltens, d.h. der Verformungszustände, des Versagenszeitpunktes und der -ursachen sowie im allgemeinen des Temperaturdurchganges. Es fehlen aber bislang ausreichende systematische Arbeiten, die die Kriterien für ein Versagen (z.B. Bruchkriterien) theoretisch untersuchen und werten.

Die thermische Beanspruchung eines Bauteiles ist vielen Imponderabilien und Unzulänglichkeiten auch bei einer "Reproduzierung" im Brandversuch unterworfen, so daß von der technischen Seite her eine Verallgemeinerung durch eine brauchbare, d.h. mit der Wirklichkeit übereinstimmende Theorie sehr wünschenswert wäre. Nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten sind die bisher üblichen Brandversuche ohnehin aufwendig und teuer.

Das Ziel ist also die Erarbeitung von gesicherten Grundlagen für eine feuer-technische Bemessung, die die brandähnlichen Untersuchungen im Versuch ersetzen kann.

Eine allgemeine Bemessung für brandbeanspruchte Bauteile zerfällt in zwei Aspekte:

1. Erfassung des Erwärmungsvorganges,
2. Erfassung des Bruchmechanismus bzw. eines kritischen Verformungszustandes.

Der Bruchmechanismus bzw. ein für das Bauteil kritischer Zustand kann ohne Kenntnis der Erwärmungsvorgänge (d.h. der sich mit der Zeit ändernden Temperaturfelder) nicht erfaßt werden. Andererseits kann der Erwärmungsvorgang unabhängig vom Kräfte- und Beanspruchungszustand eines Querschnittes oder eines Systems bearbeitet werden. Wenn daher eine theoretische Erfassung der Erwärmungsvorgänge wirklichkeitsgetreu angegeben werden kann, dann entfällt zumindest für diesen Teilaspekt die Notwendigkeit von Versuchen.

Es wurde wiederholt versucht, das Feuerwiderstandsverhalten theoretisch zu erfassen und die Feuerwiderstandsdauer rechnerisch zu bestimmen. Diese Arbeiten betreffen in erster Linie die Fälle der eindimensionalen Wärmeleitung bei platten- und wandartigen Beton- und Stahlbetonbauteilen. Sie

beruhen aber weitgehend wegen der wenig gesicherten Grundlagen auf unzulänglichen Annahmen für die Stoffwerte des Materiales und für die Wärmeübertragung zum beanspruchten Bauteil. Daher sind die gewonnenen Ergebnisse zum Teil fehlerhaft.

Für den zweidimensionalen Fall der Wärmeleitung bei brandbeanspruchten balkenartigen Bauteilen liegen wegen des höheren theoretischen und rechnerischen Aufwandes bislang praktisch noch keine Arbeiten vor¹⁾. Bezüglich des Bruchmechanismus oder eines kritischen Verformungszustandes sind für statisch bestimmt gelagerte Spann- und Stahlbetonbauteile Kriterien formuliert worden, die sich in der Versuchspraxis und bei der theoretischen Beurteilung der Feuerwiderstandsfähigkeiten bewährt haben. Für statisch unbestimmt gelagerte Bauteile ist das nicht der Fall.

Neben der Klärung und strengeren Formulierung von Bruchkriterien fehlt es insbesondere an der Beherrschung der Erwärmungsvorgänge bei Balken oder balkenartigen Bauteilen aus Stahlbeton wie Spannbeton. Das Verhalten von statisch unbestimmt gelagerten Bauteilen kann nur bei genauer Kenntnis der Erwärmungsvorgänge näher beschrieben werden, da die Temperaturverformungen und -zwängungen eine wesentliche Einflußgröße sind.

Daher wurde in der vorliegenden Arbeit der Versuch unternommen, die Erwärmungsvorgänge für den zweidimensionalen Fall der Wärmeleitung theoretisch zu erarbeiten und damit eine Grundlage für eine Bemessung von balkenartigen Querschnitten unter Brandlast zu schaffen. Der eindimensionale Fall erscheint dabei als einfacher Sonderfall des hier behandelten Problems und kann infolgedessen mit den gleichen Methoden bearbeitet werden. In diesem Zusammenhang werden auch die Einflüsse von Bewehrungen auf den Erwärmungsvorgang und die hiermit verbundenen örtlichen Eigenspannungszustände kurz erläutert.

Die vorliegende Arbeit entstand in Anlehnung an einen im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der T.H. Braunschweig bearbeiteten Forschungsauftrag des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton über "Erwärmungsversuche an balkenartigen Stahlbetonbauteilen". Der Verfasser möchte in diesem Zusammenhang Herrn Professor Dr.-Ing. Kordina für seine Unterstützung und Betreuung der Arbeit herzlich danken; ebenfalls ist er Herrn Professor Dr.-Ing. habil Traustel für seine Anregungen und Hilfen zu großem Dank verpflichtet.

2. Stand der heutigen Kenntnisse über das Verhalten von brandbeanspruchten Bauteilen aus Stahl- und Spannbeton

Durch zahlreiche in- und ausländische Versuche an Stahl- und Spannbetonbauteilen wurden umfangreiche Erfahrungen und ein großes empirisches Wissen über das Verhalten dieser Konstruktionen unter Brandbeanspruchungen gewonnen. Hieraus lassen sich gewisse prognostische Aussagen über die auftretenden Bruchmechanismen und Feuerwiderstandsdauern machen.

1) vergl. Seite 15

2.1 Verhalten von biegebeanspruchten Bauteilen

2.11 Statisch bestimmte Lagerung

Das Versagen eines auf Biegung beanspruchten Bauteiles kann bei Feuerbeanspruchung entweder durch Versagen der Stahleinlagen in der Zugzone, die in der Regel im Feldquerschnitt der Brandbelastung unmittelbar ausgesetzt ist, oder durch Versagen des Betones der Druckzone ausgelöst werden. In Sonderfällen - insbesondere bei schlanken Balken - ist auch ein Schubbruch möglich. Erfahrungsgemäß können bei dünngliedrigen und schmalen Balken leicht Betonabplatzungen auftreten, die den gesamten Querschnitt erfassen und zu einem schubbruchartigen Versagen führen.

Temperaturbeanspruchte Stahleinlagen, die einem Aufheizvorgang unterworfen und mit einer "zulässigen" Spannung ausgenutzt werden, kommen nach einem "Warmkriechbereich", in dem temperaturbedingte Verformungen auftreten, bei einer bestimmten kritischen Temperatur in den Fließzustand. Hierdurch wird bei statisch bestimmter Lagerung das Versagen des Bauteiles eingeleitet, das einen Bruch der Biegedruckzone zur Folge haben kann.

Die kritische Temperatur von Beton- und Spannstählen ist abhängig von der Stahlart, der ausgenutzten Spannung sowie der Schnelligkeit der Erwärmung. $T_{kritisch}$ liegt bei naturharten Betonstählen oberhalb rd. 600°C und bei kaltverformten Betonstählen oberhalb rd. 550°C , sie beträgt bei naturharten Spannstählen etwa 500°C , bei vergüteten etwa 450°C . Der kritischen Temperatur geht ein "Warmkriechbereich" voraus, der für Betonstähle bei etwa 500°C , für Spannstähle bei etwa 300°C liegt. (Vergl.[5,21,27,57]).

Es zeigt sich, daß das Bruchverhalten statisch bestimmt gelagerter Bauteile mit vorgespannter oder schlaffer Bewehrung praktisch ausschließlich von der Größe der Temperatur in der tragenden Bewehrung abhängt. Hieraus leitet sich ein einfaches Kriterium ab, das im wesentlichen den heutigen Stand einer Abschätzung der Feuerwiderstandsdauer für statisch bestimmt gelagerte Bauteile beschreibt.

Das Bruchmoment eines Stahlbeton- wie Spannbetonbalkens ist

$$M_{Br} = \sigma_{Br} \cdot F_z \cdot z$$

σ_{Br} : Zugfestigkeit der Vorspannbewehrung oder schlaffen Bewehrung; Normaltemperatur

F_z : Gesamt-Querschnitt der Vorspannbewehrung oder schlaffen Bewehrung

z : Hebelarm der inneren Kräfte

Bei einer kritischen Temperatur T_{kr} ist $\sigma_{Br} = \sigma_{Br}(T_{kr})$.

Damit wird das temperaturabhängige Bruchmoment

$$M_{Br}(T_{kr}) = \sigma_{Br}(T_{kr}) \cdot F_z \cdot z'$$

Der Hebelarm der inneren Kräfte erfährt eine geringe, jedoch vernachlässigbare Zunahme (z').

Wird ein Gebrauchsmoment während der Brandbeanspruchung übertragen, so

gilt für das Versagen des Bauteiles

$$\text{zul } M = M_{Br}(T_{kr}) \quad ,$$

mit ν als Sicherheitsbeiwert ist

$$\sigma_{Br}(T_{kr}) = \frac{\sigma_{Br}}{\nu} \quad .$$

Das Kriterium für den Zeitpunkt des Versagens (t_{kr}) kann wie folgt angegeben werden:

$$t_{Br} = t_{kr} = \frac{T_{kr}}{c_m} \quad ;$$

c_m : mittlere Aufwärmgeschwindigkeit der Bewehrung für die Zeit $t = 0$ bis t_{kr} .

Durch Versuchsergebnisse werden die Kriterien mit ausreichender Genauigkeit bestätigt.

Die Erwärmungsvorgänge wurden bislang durch Messung an charakteristischen Punkten des Querschnittes ermittelt; das vorliegende Versuchsmaterial ist jedoch völlig unzureichend. Lediglich für platten- und wandartige Bauteile wurden in vorliegenden Arbeiten [1,21,27] theoretische Lösungen gezeigt, die jedoch, soweit sie die rechnerischen Ansätze in [1] und [21] betreffen, nur beschränkt anwendbar sind.

Spannbetonkonstruktionen sind im Brandfall empfindlicher als Stahlbetonbauteile. Bei einer Erwärmung des Spannstahles auf 200°C - 300°C tritt infolge thermischer "Kriechdehnungen" ein wesentlicher Vorspannungsverlust ein, der zu größeren Durchbiegungen führt. Das Spannbetonbauteil verhält sich wie ein Stahlbetonbauteil mit einer hochbeanspruchten schlaffen Bewehrung.

Daneben beeinflusst die Betongüte in geringem Maße die Feuerwiderstandsdauer.

Das Verformungsverhalten statisch bestimmt gelagerter Bauteile wurde bisher nur untergeordnet behandelt. Dennoch können die Durchbiegungen als Kriterium für das Versagen herangezogen werden. Nach amerikanischen Arbeiten wird für Spannbetonbauteile die Durchbiegung vor Eintritt des Bruches angegeben [5]:

$$f = \frac{L^2}{800 \cdot h} \quad .$$

Versuchsergebnisse bestätigen diese Abschätzungen. Die auftretenden Durchbiegungen sind in erster Linie erzwungene Temperaturverformungen und von der Stützweite L sowie der Querschnittsverdrehung $\Delta T_m \cdot \alpha_T / h$ abhängig, wobei ΔT_m die für die Verdrehung maßgebende Temperaturdifferenz zwischen oberer und unterer Faser und h die Bauhöhe des Querschnittes sei.

Die Einflüsse aus der Temperaturverformung des Bauteiles sowie möglicher temperaturabhängiger Eigenspannungszustände im Querschnitt müssen noch näher untersucht werden. Hierfür sind aber die Kenntnisse der zeitabhängigen Temperaturfelder Voraussetzung.

2.12 Statisch unbestimmt gelagerte Bauteile

Es liegen eine Anzahl Versuche an Durchlaufsystemen (insbesondere Durchlaufplatten) vor, die insgesamt zeigen, daß bei einer vorhandenen, oben durchlaufenden Bewehrung eine wesentliche Erhöhung der Feuerwiderstandsdauer gegenüber statisch bestimmt gelagerten Bauteilen erreicht werden kann. Dennoch sind die Erfahrungen gering und die theoretischen Untersuchungen sehr unzulänglich.

Im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der T.H. Braunschweig wurden schlaff bewehrte Platten- und Balkensysteme untersucht, die Zweifeldträger simulieren und über die Kräftezustände während der Versuchsdauer Auskunft geben sollten [53].

Die Versuchskörper hatten durchgehende obere Bewehrungen und wiesen insgesamt eine erheblich höhere Feuerwiderstandsdauer als vergleichbare statisch bestimmt gelagerte Versuchskörper auf. Im einzelnen zeigte sich, daß den temperaturabhängigen Verformungen im System und den damit verbundenen Umlagerungskräften größere Beachtung als bisher geschenkt werden muß.

Aus Temperaturverformungen können in den kritischen Querschnitten "plastische" Gelenke auftreten, die ein "plastisches" Moment übertragen. Die Gelenktragfähigkeit wird aber nach Überschreiten einer bestimmten Rotation als Folge von Betonzerstörungen in den äußeren Fasern und einem temperaturbedingten Abfall des E-Modules erschöpft.

Die Festigkeit und das Verformungsverhalten der Biegedruckzone unter Temperaturbeanspruchung müssen künftig noch eingehend erforscht werden.

Eine analytische oder numerische Behandlung dieser Probleme setzt die Kenntnis der Temperaturfelder in den Querschnitten des Bauteiles voraus.

Amerikanische (USA) Prüfvorschriften berücksichtigen eine Längsdehnungsbehinderung des Bauteiles während der Brandbeanspruchung. Derartige Zwängungen sind in gewissen Grenzen in einem brandbeanspruchten Bauwerk fast immer gegeben. Die geweckten Zwängungskräfte (Normalkraft und Moment) können bei günstigem Angriffspunkt der Resultierenden die Feuerwiderstandsdauer wesentlich erhöhen. Hierbei ergeben sich Unterschiede vom Grad der Dehnungsbehinderung; eine volle Dehnungsbehinderung führt meist zum frühzeitigen Versagen durch Abplatzungen oder Ausknicken.

Über den Einfluß von Zwängungen aus einer Längsdehnungsbehinderung liegen eine Reihe theoretischer Untersuchungen vor [58]. Eine rechnerische Behandlung erfordert ebenfalls Kenntnisse der Temperaturfelder in den brandbeanspruchten Querschnitten.

2.2 Auf Druck beanspruchte Bauteile; Flächentragwerke

Die Feuerwiderstandsdauer von Beton-Druckgliedern hängt von den Querschnittsabmessungen sowie vom Bewehrungsgehalt ab. Hierüber liegt ebenfalls ein beträchtlicher empirischer Wissensstand vor [5,43]. Eine mögliche Erhöhung der Knickgefahr von Stützen infolge Zwängungskräfte im System oder Vergrößerung der Exzentrizität bei einseitiger Brandbelastung ist noch nicht untersucht worden.

Bislang fehlen ausreichende Untersuchungen über zweiachsig gespannte Plat-

ten unter Berücksichtigung verschiedener Auflagerbedingungen. Über einfach oder doppelt gekrümmte Flächentragwerke, die zunehmend im Industriebau Verwendung finden, liegen keine gesicherten Erfahrungen für Brandbeanspruchungen vor. Die Erarbeitung von Bruchkriterien stößt auf erhebliche Schwierigkeiten, da die Grenzlasttheorien für Flächentragwerke (z.B. Bruchlinientheorien) mit den komplexen thermischen Einflüssen zu verbinden sind.

3. Versuche, Versuchsunterlagen

Dieser Arbeit lag eine Versuchsreihe über Erwärmungsvorgänge an Stahlbetonquerschnitten zugrunde, die in den Jahren 1963/64 im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der T.H. Braunschweig durchgeführt wurde.

Die Untersuchungen umfaßten geometrisch ähnliche Rechteckquerschnitte bestimmten Seitenverhältnisses und weit gestaffelter Querschnittsabmessungen, daneben I-Profile sowie einige Plattenbalkenquerschnitte. Im einzelnen gehören hierzu:

3.1 Rechteckquerschnitte:

Seitenverhältnis $a/b = 1/2$

8/16 cm ($F = 128 \text{ cm}^2$); 12/24 cm ($F = 288 \text{ cm}^2$);
16/32 cm ($F = 512 \text{ cm}^2$); 20/40 cm ($F = 800 \text{ cm}^2$);
28/56 cm ($F = 1568 \text{ cm}^2$).

Seitenverhältnis $a/b = 1/4$

6/24 cm ($F = 144 \text{ cm}^2$); 10/40 cm ($F = 400 \text{ cm}^2$);
14/56 cm ($F = 784 \text{ cm}^2$).

3.2 Plattenbalken:

Querschnitt Balken $a/b = 20/40$ cm ($F = 800 \text{ cm}^2$),

Querschnitt Platte $d/c = 10/120$ cm;

Querschnitt Balken $a/b = 20/40$ cm ($F = 800 \text{ cm}^2$),

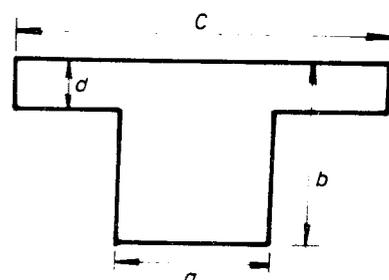
Querschnitt Platte $d/c = 20/120$ cm;

Querschnitt Balken $a/b = 12/24$ cm ($F = 288 \text{ cm}^2$),

Querschnitt Platte $d/c = 7/120$ cm;

Querschnitt Balken $a/b = 6/24$ cm ($F = 144 \text{ cm}^2$),

Querschnitt Platte $d/c = 7/120$ cm.



3.3 T- und I-Profile, die hier nicht gesondert aufgeführt werden.

3.4 An Standardquerschnitten (20/40 cm und 10/40 cm) wurden Variationen im Hinblick auf die Art des Zuschlages, der Lagerungsbedingungen und des Wasser-Zement-Faktors vorgenommen.

3.41 Als Norm-Beton für die gesamte Versuchsreihe wurde folgender Kiesbeton mit einer Betongüte B 300 (W_{28}) vorgesehen.

	Beton I,1
Zuschläge	Rheinkies 0 - 3 38 % 3 - 7 27 % 7 - 15 35 % etwa Sieblinie E
Zement	PZ 375 "Alemania", $N_p = 520 \text{ kp/cm}^2$ $Z = 290 \text{ kp/m}^3$
W/Z-Faktor	0,70
M.V.	1:0,70:6,50
Ausbreitmaß	i.M. 40 cm
Luftporengehalt ₃	2,6 - 3,0 %
Gewicht von 1 m ³ erhärtetem Beton	2300 - 2350 kp/m^3 i.M. 360 kp/cm^2
W_{28}	

3.42 Variation des Wasser-Zement-Faktors:

	Beton I,2 (W/Z = 0,85)	Beton I,3 (W/Z = 0,55)
Zuschläge	wie I,1	wie I,1
Zement	wie I,1	wie I,1
W/Z-Faktor	0,85	0,55
M.V.	1:0,85:6,50	1:0,55:6,50
Ausbreitmaß	56 cm	erdfeucht
Luftporengehalt ₃	2,6 - 3,0 %	3,3 %
Gewicht von 1 m ³ erhärtetem Beton	2300 kp/m^3 i.M. 260 kp/cm^2	2370 kp/m^3 i.M. 569 kp/cm^2
W_{28}		

3.43 Variation der Zuschlagstoffe:

	Beton II (Muschelkalk)	Beton III (Quarzit)
Zuschläge	Muschelkalk 0 - 4 38 % 4 - 8 26 % 8 - 12 18 % 12 - 18 18 % etwa Sieblinie E	Quarzit 0 - 0,3 25 % 0,5 - 3 25 % 2 - 5 17 % 5 - 8 17 % 8 - 14 16 % etwa Sieblinie E
Zement	PZ 375 "Alemania", $N = 520 \text{ kp/cm}^2$ $Z^p = 292 \text{ kp/m}^3$	PZ 375 "Alemania", $N = 520 \text{ kp/cm}^2$ $Z^p = 290 \text{ kp/m}^3$
W/Z-Faktor	0,91	0,70
M.V.	1:0,91:6,3	1:0,70:6,6
Ausbreitmaß	erdfeucht	erdfeucht
Luftporengehalt ₃	2,5 - 3,0 %	2,7 - 3,1 %
Gewicht von 1 m ³ erhärtetem Beton	2250 - 2300 kp/m^3 i.M. 200 kp/cm^2	i.M. 2330 kp/m^3 i.M. 340 kp/cm^2
W_{28}		

3.5 Versuchsordnung

Die gesamte Versuchsreihe wurde in dem in Bild 1 dargestellten Brandofen untersucht. Die Befuerung erfolgte mittels vier Oelbrennern (Hochdruckbrenner) in der angegebenen Anordnung.⁺⁾ Mit den Brennern aa wurde die Grundfueuerung gesteuert, mit den Brennern bb bei etwa gleicher Flammengänge eine gleichmäßige Ausheizung des oberen Brandhausbereiches vorgenommen. Die Brandraumtemperaturen T entsprachen der Einheitstemperaturkurve nach DIN 4102 (Ausgabe 1965): $T - T_0 = 345 \lg(8t + 1)$. Hierbei bedeuten T_0 die Umgebungstemperatur und t die Branddauer.

Die Höhe der Unterkanten der Prüfstücke wurde gleichbleibend mit 1,30 m festgelegt. Die Brandraumtemperatur wurde über Thermoelemente (10 cm Abstand vom Prüfstück) in der angegebenen Anordnung und in mehreren Querschnitten am Prüfstück gesteuert. (Vergl. auch Aufriß Bild 3.) Die Innenauskleidung des Brandhauses bestand wie die obere Abdeckung aus Ytong-Material, die Sohle aus Ziegelmauerwerk.

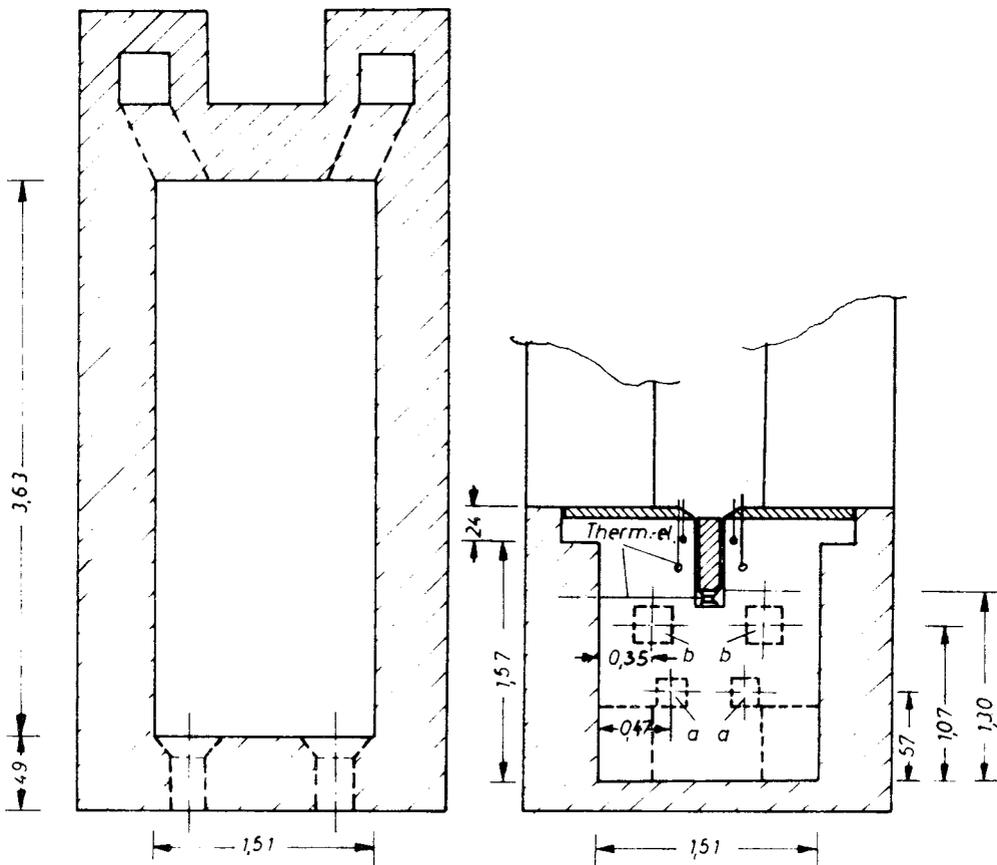


Bild 1: Brandofen und Anordnung der Versuchsstücke

⁺⁾ Für plattenartige Bauteile liegt eine Empfehlung über den Abstand Prüfstück - Boden ($h = 1,50$ m) vor. Die Brennerachsen sollen möglichst in $h/2$ angeordnet werden. Die hier gewählte Anordnung für balkenartige Bauteile entspricht etwa dieser Empfehlung; die Versuchsordnung hat sich bezüglich einer gleichmäßigen Ausheizung nach Versuchserfahrungen als günstig erwiesen.

3.6 Auswertung

Die in den folgenden Untersuchungen beim Vergleich von Rechen- und Meßergebnissen angegebenen Baustoffbezeichnungen und -werte beziehen sich auf die Versuchsreihe. Inwieweit Verallgemeinerungen und Extrapolationen auf andere Betonzusammensetzungen und -güten erlaubt sind, wird weiter unten behandelt.

Der Versuchsbericht wird gesondert veröffentlicht und enthält alle Versuchsunterlagen und -ergebnisse, soweit sie nicht bereits hier angeführt sind.

Die vorliegende Arbeit ist daher stark an die vorhandenen Versuchsunterlagen orientiert. Die Versuchsergebnisse dienen einer Kontrolle der durchgeführten Berechnungen und insbesondere einer Überprüfung und Korrektur der thermischen Stoffwerte.

Der Verfasser hat zusätzlich zu den normalen Branduntersuchungen der genannten Querschnitte an einigen charakteristischen Beispielen die Temperaturfelder der Profile im trockenen Zustand ausgemessen. In der Regel wurden die geprüften Querschnitte, die ohne Last dem Feuer ausgesetzt wurden, nach dem Abkühlen noch einmal einer Brandbeanspruchung unterworfen. Das Ergebnis dieser Untersuchungen ist unter Pkt. 8.2 erläutert. Hierdurch wurden gesichertere Grundlagen für eine theoretische Behandlung des vorliegenden Problems gefunden.

4. Grundlagen der Wärmeübertragung und Wärmeleitung

4.1 Wärmeübertragung und Wärmeleitung

Bei der Wärmeübertragung werden drei wesentliche Fälle unterschieden:

1. Wärmeübertragung durch Leitung in festen oder unbewegten flüssigen und gasförmigen Körpern,
2. Wärmeübertragung durch Konvektion (Mitführung und Berührung) durch bewegte gasförmige oder flüssige Körper,
3. Wärmeübertragung durch Strahlung ohne einen "materiellen" Trägerkörper.

In festen Körpern wird Wärme im wesentlichen durch Leitung übertragen. Doch sind hiermit bei den meisten technischen Wärmeaustauschvorgängen Strahlungs-, Konvektions- oder auch Diffusionseinflüsse eng verknüpft. "Reine Wärmeleitung ist ein molekularer Vorgang, der nach den Vorstellungen der mechanischen Wärmetheorie in einem Austausch kinetischer Energie von einem Molekül zum anderen besteht." Dieser Vorgang tritt dort auf, wo die einzelnen Körperteilchen räumlich ihre Lage nicht verändern. In festen, aber nicht homogenen, porösen Stoffen treten Wärmeaustauschvorgänge durch Wärmeleitung im Feststoffanteil und z.T. durch das in den Hohlräumen befindliche Medium, aber auch durch konvektive Ausgleichsvorgänge, Strahlungsübertragung, Diffusion, Verdampfungs- sowie Kondensationsvorgänge auf. Man rechnet aber so, als ob es sich um reine Wärmeleitung handelt. Alle Nebeneinflüsse werden zu einer sog. "äquivalenten" Wärmeleitfähigkeit zusammengefaßt, die als Funktion der Dichte, der Feuchtigkeit und der Temperatur variiert wird. Dieses Ver-

fahren findet in der Isoliertechnik Anwendung. Die Wärmeleitung in Baustoffen, z.B. in Betonen, wird aus Gründen der Vereinfachung in gleicher Weise behandelt.

4.2 Instationäre Wärmeleitung; Differentialgleichungen und Randbedingungen

Speicherung und Übertragung der Wärme in einem beliebigen Punkt eines Körpers hängen nach dem Ersten Hauptsatz der Thermodynamik wie folgt zusammen:

$$\frac{\partial(i\rho)}{\partial t} = -\operatorname{div}(\dot{q}). \quad (1)$$

Hierbei ist

- ρ die Dichte,
- i die spez. Enthalpie des Stoffes am betrachteten Punkt,
- t die Zeit,
- \dot{q} die Wärmestromdichte.

Für die Enthalpie i ist, wenn keine Stoffumwandlungen berücksichtigt zu werden brauchen:

$$\frac{\partial i}{\partial T} = c_p(T); \quad i = \bar{c}_p \cdot T,$$

wobei

- T die Temperatur,
- c_p die spez. Wärmekapazität,
- \bar{c}_p die mittlere spez. Wärmekapazität für die Temperatur T ist:

$$\bar{c}_p = \frac{\int_0^T c_p dT}{T-0}$$

Handelt es sich um eine Wärmeübertragung durch Wärmeleitung in einem isotropen Material, wie es für Baustoffe angenommen werden soll, dann erhält man für die Wärmestromdichte \dot{q} :

$$\dot{q} = -\lambda \operatorname{grad}(T). \quad (2)$$

Hierbei ist

- λ die Wärmeleitzahl.

Für den allgemeinen Fall einer dreidimensionalen Wärmeströmung ist

$$\operatorname{div}(\dot{q}) = \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} i + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} j + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} k, \quad (3)$$

$$\text{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (4)$$

Wird durch Geometrie und Randbedingungen vorgegeben, daß in eine der drei Richtungen keine Wärme übertragen werden kann oder als vernachlässigbar klein angesehen werden darf, dann liegt ein ebenes, zweidimensionales Problem¹⁾ vor. Die jeweils letzten Glieder der Gleichungen (3) und (4) werden vernachlässigt.

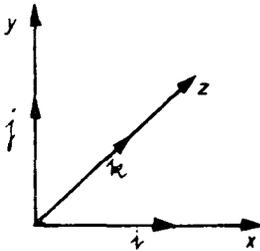


Bild 2: Koordinaten und Einheitsvektoren

Für den zweidimensionalen Fall ergibt sich aus Gleichung (1), (2), (3) und (4) die Grundgleichung für die instationäre Wärmeleitung

$$\frac{\partial (i\rho)}{\partial t} = \frac{\partial (\rho \cdot \bar{c}_p \cdot T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (5)$$

Die Stoffwerte λ , \bar{c}_p und ρ können im allgemeinen Fall Funktionen des Ortes und der Temperatur sein. Ist ρ nur ortsabhängig, dann ergibt sich für die linke Gleichungsseite mit $\partial i = c_p \cdot \partial T$

$$\frac{\partial (i\rho)}{\partial t} = c_p(T) \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t}.$$

Für Gleichung (5) schreibt man

$$\frac{\partial (i\rho)}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d\lambda}{dx} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{d\lambda}{dy} \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (5a)$$

In dieser Form gilt die Gleichung nur für eine örtlich veränderliche Wärmeleitfähigkeit λ . Örtlich veränderlich ist die Wärmeleitfähigkeit bei Balkenquerschnitten mit Stahlbewehrungen sowie bei zusammengesetzten Querschnitten verschiedenen Materials (z.B. Schutzschichten).

1) Dieser Fall ist bei balkenartigen, brandbeanspruchten Betonkörpern gegeben, die planmäßig über einen langen Bereich befeuert werden. Ein Wärmetransport in Richtung der Balkenachse kann auch für die Versuchskörper praktisch ausgeschlossen werden, da die Balkenlänge ein Vielfaches der Querschnittsabmessungen beträgt und die Beheizung über die Balkenlänge im mittleren Feldbereich als gleichmäßig angenommen werden darf.

Schreibt man die Differentialquotienten von λ nach x und y wie folgt um

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d\lambda}{dT} \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$\frac{d\lambda}{dy} = \frac{d\lambda}{dT} \frac{\partial T}{\partial y},$$

dann nimmt die Grundgleichung folgende Form an:

$$\frac{\partial(\rho c_p)}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (5b)$$

Diese Gleichung gilt für eine nur mit der Temperatur veränderliche Wärmeleitfähigkeit λ . Hiermit kann der Einfluß der verschiedenen weit fortgeschrittenen Erwärmung auf die Wärmeleitfähigkeit in verschiedenen Zonen eines Querschnittes berücksichtigt werden.

Für den Sonderfall, daß die Stoffwerte λ , c_p und ρ konstant in bezug auf die Temperatur und den Ort angenommen werden können, vereinfacht sich Gleichung (5) zu

$$c_p \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (5c)$$

oder

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Hierbei werden die Größen λ , c_p und ρ zur Temperaturleitfähigkeit $a = \lambda / c_p \cdot \rho$ zusammengefaßt.

Die partiellen Differentialgleichungen (5) - (5c) bestimmen die Temperaturfelder im Innern des Querschnittes. Zur vollständigen Lösung müssen noch verschiedene Randbedingungen gestellt und von der Lösung der Differentialgleichung erfüllt werden. Es handelt sich um örtliche Randbedingungen sowie um eine zeitliche Anfangsbedingung.

Die Anfangsbedingung beschreibt die Anfangstemperaturverteilung im Querschnitt.

Ist die Temperatur des den Körper umgebenden Gases bekannt, dann werden folgende Gleichungen als örtliche Randbedingungen eingeführt. Dabei charakterisiert die Wärmeübergangszahl α das Verhalten der Wärmeströmung im Grenzbereich (Temperatur-Grenzschicht) zwischen Körperoberfläche und Gas.

(Unmittelbar an der Körperoberfläche stellt sich ein sehr steiler Temperaturabfall ein, in einer gewissen Entfernung von der Oberfläche liegt praktisch eine konstante Gastemperatur vor.)

Es ist

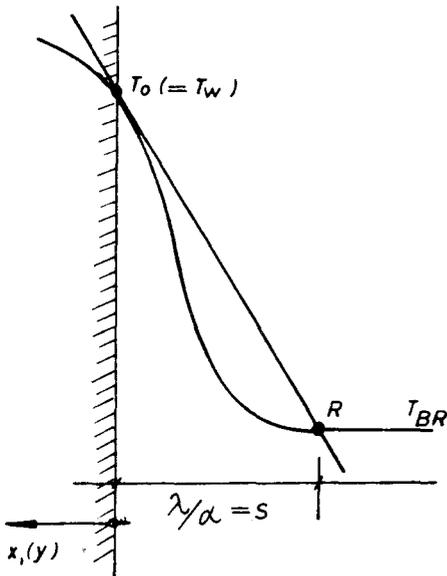
$$\dot{q}_x = \alpha_x (T_o - T_{BR}) ,$$

$$\dot{q}_y = \alpha_y (T_o - T_{BR})$$

oder

$$\alpha_x (T_o - T_{BR}) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_o ,$$

$$\alpha_y (T_o - T_{BR}) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_o . \quad (6)$$



Hierbei ist T_o die Oberflächentemperatur (Wandtemperatur), T_{BR} die Gastemperatur des Brandraumes, wobei $T_{BR} = T_{BR}(t)$ ist. α ist eine Funktion vieler thermischer Einflußgrößen (vergl. Abschnitt 5).

Geometrisch gedeutet, geht die Tangente an die Temperaturkurve in der Normalebene zur Körperoberfläche durch einen Richtpunkt R im Abstand $s = \lambda/\alpha$ von der Oberfläche.

Balkenartige Querschnitte (z.B. Rechteckquerschnitte) werden in der Regel an drei Seiten beheizt, die vierte, unbeheizte Seite steht in Berührung mit der atmosphärischen Luft. Auch hier wird nach obigen Gleichungen eine weitere Wärmeübergangsbedingung eingeführt.

Die durch die Wärmeübergangsbedingungen für Brandraum und Versuchskörper beschriebenen Wärmeströme rufen an der Körperoberfläche Temperaturveränderungen hervor. In zeitlicher Aufeinanderfolge erhält man Oberflächentemperaturpunkte, die zu einer Oberflächentemperaturkurve verbunden werden. Damit können die Randbedingungen, wenn Oberflächentemperaturen als Belastungskurven bekannt sind, mit von der Zeit und dem Ort abhängigen Temperaturen an der Körperoberfläche beschrieben werden.

$$T_o = T_o(t, x_o, y_o) .$$

5. Lösungsmöglichkeiten, Lösungsweg der vorliegenden Arbeit

5.1 Lösungsmöglichkeiten

Die Integration der Differentialgleichungen des Problemes ist unter Berücksichtigung

sichtigung der vorliegenden Randbedingungen schwierig.

Eine analytische Lösung ist für den eindimensionalen Fall bei Wärmeleitproblemen linearer Natur (Linearität in bezug auf die Temperatur und ihre Ableitungen) im allgemeinen möglich, für den zweidimensionalen Fall unter gleichen Voraussetzungen nur für Sonderfälle bekannt [33].

Es können Näherungslösungen durch Reduzierung auf den eindimensionalen Fall gefunden werden. Hierbei ergeben sich folgende Möglichkeiten:

Werden als Randbedingungen Oberflächentemperaturen mit $T_{OF} = \phi(t)$ angenommen, dann ergibt sich unter Anwendung des Theorems von Duhamel [33], wenn $T = F(x, y, z, t)$ das Temperaturfeld in einem Körper zur Zeit t darstellt, die Lösung zu

$$T = \int_0^t \phi(t_0) \frac{\partial}{\partial t} F(x, y, z, t - t_0) dt_0 .$$

Hierbei ist t_0 eine willkürliche Anfangszeit. Es werden konstante Stoffwerte, eine Anfangstemperatur gleich 0 und an allen Oberflächen gleiche Oberflächentemperaturen vorausgesetzt. Die obige Gleichung kann im eindimensionalen Fall, wenn die Oberflächentemperatur einer Exponentialfunktion der Form

$$\phi(t) = \sum \alpha_n e^{\beta_n t}$$

folgt, integriert werden. Hiermit ist es möglich, Temperaturfelder in planparallelen, zweiseitig beheizten Scheiben zu ermitteln. Ebenfalls können unter gleichen Voraussetzungen Lösungen für einen einseitig unendlich ausgedehnten Körper angegeben werden.

Eine weitere Lösung ergibt sich, wenn man die Oberflächentemperatur-Zeitkurve abschnittsweise linearisiert. Die einzelnen Teil-Wärmeleitvorgänge werden sodann superponiert (vergl. [45]).

Zu ähnlichen Lösungen für eindimensionale Fälle gelangt man durch eine harmonische Analyse der Temperaturbelastungsfunktion, wobei der Rechenaufwand beträchtlich ist [18].

Für dreiseitig beheizte Rechteckquerschnitte erhält man durch Überlagerung der Temperaturfelder der zweiseitig beheizten Scheibe sowie eines einseitig unendlich ausgedehnten Körpers, wobei der obere, freie Balkenrand noch nicht von der Erwärmung des unteren, beheizten beeinflusst sein darf, eine Näherungslösung. Ungenaue Temperaturwerte ergeben sich jedoch für die Eckbereiche und den nicht beheizten Rand.

Weitere Lösungen können unter Berücksichtigung konstanter Oberflächentemperaturen für die Kante eines sehr großen Körpers für den zweidimensionalen Fall eines Rechteckes sowie den dreidimensionalen Fall eines Rechkantes angegeben werden, wobei allseitig gleiche (konstante) Oberflächentemperaturen vorausgesetzt sind. Die Lösungen stellen sich als Produkte der Teillösungen der zugehörigen eindimensionalen Fälle dar [33, 18]. Man kann die Oberflächentemperaturen $T_{OF} = \phi(t)$ für die Zeitintervalle zwischen t_0 (Anfangszeit) und t_1 durch mittlere, konstante Oberflächentemperaturen wiedergeben. Es ist

$$T_{OF, m, t_i} = \frac{1}{t_i - t_0} \int_{t_0}^{t_i} \phi(t) dt$$

Hiermit werden die Lösungen für konstante Oberflächentemperaturen unmittelbar ausgewertet. (Vergl. unten Pkt. 9.) Allerdings ergeben sich größere Fehler in oberflächennahen Bereichen, im Querschnittsinnern erhält man dagegen gute Übereinstimmung mit der genauen Lösung. Die vorliegenden Randbedingungen werden nur in Näherung erfüllt (gleiche Bedingungen an allen Rändern).

Mit Hilfe der Laplace-Transformation kann die Lösung nichtstationärer Wärmeleitungsprobleme, sofern die Differentialgleichung sowie die Randbedingungen linearer Natur sind, erleichtert werden. Bei Anwendung auf mehrdimensionale Probleme erreicht man, daß sich die Anzahl der unabhängig Variablen um eins erniedrigt [19, 40]. Eine Lösung für die vorliegenden Randbedingungen konnte nicht erreicht werden. Weitere Lösungen können bei Rechteckquerschnitten großer Höhe mit Hilfe konformer Abbildungen für gleiche Oberflächentemperaturen an den beheizten Rändern und konstante Stoffwerte gefunden werden. Die Lösungen werden wegen der einschränkenden Randbedingungen und des großen Rechenaufwandes hier nicht weiter verfolgt.

Die diskutierten Lösungen berücksichtigen in erster Linie als Randbedingungen Oberflächentemperaturen. Dies bedeutet eine erhebliche Einschränkung, da die Oberflächentemperaturen nicht unmittelbar aus den Brandraumtemperaturen abgeleitet bzw. gleich groß gesetzt werden können.

Eine analytische Lösung mit Hilfe einer Wärmeübergangsbedingung ist analog zu den erläuterten Lösungsmöglichkeiten für sehr vereinfachte Annahmen ($\alpha = \text{const.}$) bekannt; die vorliegenden Grenzbedingungen an den beheizten Rändern können jedoch hiermit nicht wirklichkeitsnahe erfüllt werden.

Bei der Fertigstellung dieser Arbeit wurde dem Verfasser ein Hinweis auf eine laufende schwedische Arbeit bekannt, in der die Lösung der zweidimensionalen Wärmeleitung in Betonkörpern unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung über eine numerische Integration nach dem Runge-Kutta-Verfahren über Schalen ΔR eines Zylindersegmentes (Keil) ermittelt wird⁺). Hiermit kann eine Annäherung an die üblichen rechteckigen oder quadratischen Balkenquerschnitte erreicht werden.

Von C. Binder und E. Schmidt wurden zur Lösung der nichtstationären Wärmeleitung Differenzenverfahren eingeführt. Insbesondere werden eindimensionale Wärmeleitaufgaben mit Hilfe eines einfachen graphischen Verfahrens gelöst (vergl. [19,39] und [21,27]), ebenfalls ist in numerischer Rechnung der eindimensionale Fall leicht zu behandeln. Das Verfahren ist für beliebige, auch zeitlich veränderliche Grenzbedingungen und Stoffwerte, wobei diese ebenfalls temperaturabhängig sein können, durchführbar. Eine Anpassung an verschiedene Querschnittsformen ist leicht möglich.

+) Kai Ödeen: Berechnung von instationärer zweidimensionaler Wärmeleitung von Betonkonstruktionen im Brandfall;
Särtryck ur Väg-och vattenbyggaren ur 11/1964

Differenzenverfahren können zur Lösung mehrdimensionaler Wärmeleitungsprobleme mit den gleichen Vorteilen angewendet werden. Eine graphische Lösung ist in Sonderfällen möglich und sehr aufwendig. Numerische Rechnungen bedingen einen erheblichen Arbeitsaufwand und erfordern schnellrechnende Hilfsmittel.

Für das vorliegende Problem sind die Stoffwerte, deren temperaturabhängiges Verhalten, sowie die Größe der Wärmeübergangszahl und ihrer Teileinflüsse nur ungenügend bekannt. Stoff- und Beiwerte müssen nach Möglichkeit temperatur- und z.T. ortsabhängig in die Rechnungen einbezogen werden. Daher werden im folgenden mit Vorteil Differenzenverfahren angewendet.

5.2 Allgemeiner Lösungsweg der vorliegenden Arbeit

In der vorliegenden Arbeit werden die unter Pkt. 4.2 abgeleiteten Gleichungen für die Berechnung von Temperaturfeldern bei balkenartigen Beton- und Stahlbetonbauteilen unter den Bedingungen eines Brandes zugrundegelegt.

Aus den aus der Grundgleichung folgenden Gleichungen werden Differenzgleichungen abgeleitet.

Die Randbedingungen werden erfüllt

- a) durch örtlich und zeitlich veränderliche Oberflächentemperaturen,
- b) durch eine Wärmeübergangsrechnung mittels Wärmeübergangszahlen α .

Die Durchführbarkeit der Berechnungen steht und fällt mit der Kenntnis der Stoffwerte λ , c_p und ρ sowie der Wärmeübergangszahlen α bzw. der Oberflächentemperaturen. Ihre Ermittlung und Einführung in die Berechnungen wird erst nach kritischer Sichtung umfangreichen Schrifttums, nach Auswertung der Ergebnisse eigener Erwärmungsversuche, nach Annahme gewisser Vereinfachungen sowie Neben- und Vergleichsrechnungen möglich. Hierin liegen die wesentlichsten Schwierigkeiten der vorliegenden Arbeit.

Es werden zunächst die Wärmeübertragung vom Brandraum auf den Versuchskörper näher bearbeitet und theoretische Rechenannahmen hergeleitet. Sodann werden in einer kritischen Sicht die thermischen Stoffwerte für die untersuchten Betone aus der vorliegenden Literatur und Versuchsarbeiten zusammengestellt.

Mit Hilfe numerischer Methoden (Differenzenrechnungen) werden Lösungen unter Ansatz konstanter Stoffwerte sowie in einem weiteren Schritt unter Anwendung temperaturabhängiger Stoffwerte gezeigt. Sodann werden Lösungen mit Hilfe einer Wärmeübergangsrechnung unter Ansatz temperaturabhängiger Stoffwerte gefunden. Des weiteren wird versucht, den Einfluß der Feuchtigkeit in Betonkörpern auf den Erwärmungsvorgang in die mathematische Behandlung einzubeziehen.

Die Lösungen, die zunächst für Rechteckquerschnitte aufgestellt wurden, werden auf Plattenbalken erweitert.

Schließlich werden zwecks Abschätzung des Einflusses von Stahlbewehrungen auf die Erwärmungsvorgänge Lösungen angegeben, die örtlich veränderliche Stoffwerte berücksichtigen.

6. Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Bauteil

Der Wärmeaustausch zwischen den Medien des Brandraumes und dem Versuchskörper stellt sich als komplexer Vorgang dar. Hierbei treten Komponenten aus Konvektion und Leitung (Wärmeübergang) sowie aus der Strahlung aller in einem Brandraum wirksamen "strahlenden Körper" auf.

Die meisten vorliegenden Arbeiten über Erwärmungsvorgänge in plattenartigen Stahlbetonbauteilen [21,1,22] gehen von konstanten, d.h. von der Zeit und der Temperatur unabhängigen Wärmeübergangszahlen aus. Bornemann [27] hat die Wärmeübertragungsbedingungen bei plattenartigen Bauteilen für die Probleme des Versuchswesens im baulichen Brandschutz bearbeitet und die genannten einfachen, aber unhaltbaren Annahmen verbessert. Tatsächlich zeigen einfache Nachrechnungen, daß die Annahme konstanter Wärmeübergangszahlen zu unbrauchbaren Ergebnissen führt. Die Übereinstimmung der mit diesen Voraussetzungen durchgeführten Rechnungen mit Meßwerten ist sehr mangelhaft.

Andererseits sind aber die Schwierigkeiten bei der Erfassung der einzelnen thermischen Einflußgrößen für die Wärmeübertragung erheblich; eine Annäherung an das tatsächliche Brandgeschehen erscheint auch mit verbesserten Ansätzen nur bedingt möglich.

Es werden zwei Methoden der rechnerischen und rechnerisch-empirischen Behandlung der Wärmeübertragung vorgeschlagen:

1. Eine wirklichkeitsnahe Ermittlung von Wärmeübergangszahlen durch theoretische Ansätze, Vergleichsrechnungen und Kontrollen mit vorliegenden Meßergebnissen.
2. Die Schwierigkeit bei der Ermittlung von Wärmeübergangszahlen wird umgangen, wenn man aus Versuchen abgeleitete Oberflächen-temperaturen am Versuchskörper festlegt.

Zunächst werden die Teileinflüsse der Wärmeübertragung und deren rechnerische Behandlung erläutert.

6.1 Versuchsbedingungen bei Brandversuchen

Die z.Z. gültigen Bestimmungen des Deutschen Normenausschusses für die Prüfung brandbeanspruchter Baukörper (DIN 4102, Blatt 2) fordern zum Nachweis über "feuerhemmende", "feuerbeständige" und "hochfeuerbeständige" Ausbildung von Bauteilen oder Baukonstruktionen die Durchführung eines Brandversuches. Hierbei werden die Versuchskörper in einem Brandraum einer Temperaturbeanspruchung nach der Einheitstemperaturkurve ausgesetzt¹⁾.

Ein wesentlicher Mangel liegt im Fehlen näherer Festlegungen für die Bedingungen der Wärmeübertragung. Ohne genaue Definition der Wärmequellen nach Ort, Zahl und Art, Länge und Aussehen der Flammen, der Rauchgeschwindigkeiten und -richtung, der Brandkammerabmessungen sowie im allgemeinen der Betriebsweise des Ofens lassen sich streng keine allgemein reproduzierbaren und damit vergleichbaren Versuchsergebnisse erzielen. Für

1) Die Einheitstemperaturen werden durch Thermolemente, die etwa 10 cm vom Prüfstück entfernt anzuordnen sind, gesteuert. Als Wärmequelle dient ein ölbeheiztes Feuer.

die Rechnungen zeigen sich diese Mängel in der Unsicherheit bei der Wahl der Wärmeübergangszahl α .

Die Versuche werden z.T. in Öfen sehr unterschiedlicher Größe ausgeführt, dabei schwankt die Anzahl der Brenner in der Regel zwischen 2 und 4. Die Ofengröße und -form beeinflusst das Strömungsfeld der Rauchgase (Wärmeübergang) sowie die für eine Gasstrahlung wirksamen Rauchgasschichten erheblich. Die Flammen weisen infolge verschiedener Betriebszustände unterschiedliche Längen und verschiedenes Aussehen auf. Dies hat auf den Wärmeaustausch infolge Strahlung der leuchtenden Flammen große Einflüsse. Abgesehen von sehr kleinen Versuchsständen ist der Brandraum im allgemeinen nur zu einem Teil, jedoch von Fall zu Fall unterschiedlich, mit Flammen ausgefüllt.

Die Schwierigkeiten in der Versuchspraxis sollen hierbei nicht verkannt werden; es handelt sich zumeist um die Prüfung von Bauteilen unterschiedlicher Größe und Form und demzufolge um Brandkammern, die diesen Verhältnissen angepaßt werden müssen.

6.11 Versuchsbedingungen der Versuchsreihe

Die in Bild 1 dargestellte Versuchsanordnung wird durch Bild 3 vervollständigt. Bei Versuchsbeginn (bis rd. 10 - 15 min Branddauer) wurden die Flammen geringfügig länger, als in der Darstellung eingetragen, gesteuert, da hier ein sehr steiler Anstieg der Brandraumtemperaturen wiedergegeben werden muß. Darauf wurden über die gesamte Versuchsdauer bei geringen Korrekturen Flammenlänge und Öldurchsatz praktisch konstant gehalten; mit der Aufheizung des Systems paßt sich die Brandraumtemperatur quasi selbständig an. Die beobachteten Flammenlängen betragen 1,00 m bis max. 1,10 m.

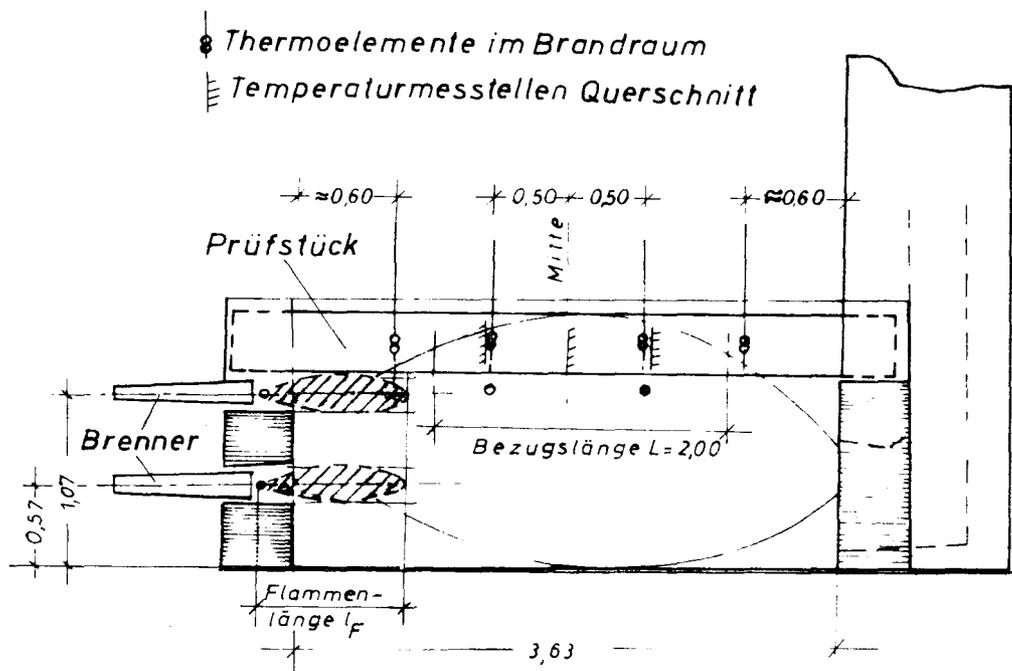


Bild 3: Brandofen; Versuchsanordnung

Planmäßig wurde die Brandraumtemperatur in den beiden eingetragenen mittleren Meßquerschnitten abgenommen. Kontrollmessungen an den Enden zeigten bei Versuchsbeginn unterhalb der oberen Abdeckung Abweichungen von max. 100°C, in den späteren Versuchsphasen von rd. 50°C gegenüber der mittleren Brandraumtemperatur.

Rauchgasmengen, -geschwindigkeiten:

Verwendeter Brennstoff:	Leichtes Heizöl (EL) nach DIN 51 603
Unterer Heizwert:	$H_u = 10\,200 \text{ kcal/kg} \approx 10\,000 \text{ kcal/kg}$
Dichte:	0,84 kg/l
Ölverbrauch bei Versuch nach Messungen:	$B_h = 60 \text{ bis } 70 \text{ l/h} = 50,4 \text{ bis } 58,8 \text{ kg/h}$ i.M. 54,5 kg/h
Luftüberschußzahl nach Angaben der Brennerhersteller:	$n = 1,2 - 1,4$

Es werden näherungsweise die Rauchgasmengen ermittelt. Über die gesamte Versuchsdauer kann ein konstanter Brennstoffdurchsatz angesetzt werden.

Die stöchiometrische Rauchgasmenge V_o nach Rosin/Fehling [49,26] ist

$$V_o = \frac{1,11}{1000} \cdot H_u = 11,1 \text{ Nm}^3/\text{kg},$$

die stöchiometrische Luftmenge

$$L_o = \frac{0,85}{1000} \cdot H_u + 12 = 10,5 \text{ Nm}^3/\text{kg}.$$

Nach Boie [51] erhält man

$$V_o = \frac{1,25 H_u - 3052}{808} = 11,7 \text{ Nm}^3/\text{kg} \quad \text{und}$$

$$L_o = \frac{H_u - 1115}{808} = 11,0 \text{ Nm}^3/\text{kg}.$$

Das tatsächliche (spezifische) Rauchgasvolumen ist

$$V_n = V_o + (n - 1) L_o .$$

Nach Mittelbildung der Werte V_o und L_o nach Roslin/Fehling und Boie erhält man für

$$n = 1,2 : V_n = 13,55 \text{ Nm}^3/\text{kg},$$

$$n = 1,4 : V_n = 15,70 \text{ Nm}^3/\text{kg}.$$

Eine mittlere Rauchgasgeschwindigkeit für Normalbedingungen wird aus der

Geschwindigkeit des Brenngutes hinter der Brenneröffnung und der Geschwindigkeit der Rauchgase beim Abzug abgeschätzt. Das Prüfstück befindet sich im Bereich der Strömungsfelder der oberen Brenner.

Nach Angabe der Brennerhersteller beträgt die Geschwindigkeit des ausströmenden Brenngutes im Bereich der Brenneröffnungen 12 - 15 m/s. Über die ermittelten Rauchgasmengen erhält man in den Abzugsöffnungen Rauchgasgeschwindigkeiten W_{Ro} (Normalbedingungen) von 2 - 3 m/s. Damit können am Prüfstück mittlere Rauchgasgeschwindigkeiten W_{Rom} von 7 - 9 m/s angenommen werden.

Unter Berücksichtigung des Einflusses der mittleren Rauchgastemperatur T_{Rm} auf das Rauchgasvolumen ergibt sich lokal am Prüfstück die tatsächliche mittlere Rauchgasgeschwindigkeit zu

$$W_R = W_{Ro} \left(1 + \frac{T_{Rm}}{273} \right)$$

T_{Rm} in °C	200	400	600	800	1000
W_R in m/s	$W_{Rom} = 8,00$ m/s				
	13,8	19,7	25,6	31,5	37,2

Die angegebenen Rauchgasgeschwindigkeiten liegen vermutlich auf der sicheren Seite.

6.2 Wärmeübertragung auf das Bauteil durch Konvektion und Leitung (Wärmeübergang)

Das gasförmige Medium überträgt durch Konvektion und Leitung Wärme auf den Versuchskörper (Wärmeübergang). Dieser Vorgang ist durch eine erzwungene Strömung der Rauchgase (erzwungene Konvektion) gekennzeichnet. Die durch den thermischen Auftrieb erzeugten Geschwindigkeiten können als vernachlässigbar angesehen werden.

Die Temperatur geht vom Wert an der Körperoberfläche auf den Wert in der ungestörten Strömung über; der Proportionalitätsfaktor zwischen dieser Temperaturdifferenz und der übertragenen Wärmestromdichte ist die Wärmeübergangszahl α .

Der konvektive Wärmeübergang wird stark vom Strömungsverhalten (laminer oder turbulent) des Gases in der Strömungsgrenzschicht beeinflusst. Das Strömungsverhalten ist eine Funktion der Rauchgasgeschwindigkeit, -temperatur und -art sowie der Oberflächenbeschaffenheit und -form des angeströmten Körpers und wird durch einen dimensionslosen Kennwert, die Reynold-Zahl (Re), beschrieben:

$$Re = \frac{w \cdot x \cdot \nu}{g \cdot \eta} = \frac{w \cdot x}{\nu}$$

Hierbei ist

w	in m/s	die Geschwindigkeit der Strömung,
γ	in kg/m ³	das spez. Gewicht im Zustand der Strömung,
η	in $\frac{\text{kp} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$	die dyn. Zähigkeit des Mediums,
ν	in m ² /s	die kinemat. Zähigkeit und
x	in m	die Strömungstiefe.

Vergleicht man den Strömungsvorgang an den Versuchsprofilen mit der Strömung längs einer ebenen Platte von der Länge $x = L$, so ist für $Re \geq 500.000$ mit Sicherheit Turbulenz vorhanden [19,24]. Wie Nachrechnungen für Re-Zahlen der Versuchsreihe zeigen, sind die kleinsten Werte mit etwa 400.000 anzunehmen (s. unten). Hierbei kann ohne näheren Nachweis mit Turbulenz über die gesamte angeströmte Länge gerechnet werden, da hinter den Brennerflammen an den angeströmten Flächen große Eintrittsstörungen auftreten und die Oberflächen als technisch rau anzusehen sind [19,25].

Der Wärmeübergang bei erzwungener Konvektion in turbulenter Strömung wird durch die dimensionslose Kennzahl St beschrieben.

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$$

Hierbei ist

St die Stanton-Kennzahl,

$Nu = \frac{\alpha_K \cdot x}{\lambda}$ die Nusselt-Kennzahl und

$Pr = \frac{\nu}{a}$ die Prandtl-Kennzahl

mit λ in kcal/m·h·grad als Wärmeleitfähigkeit und a in m²/h als Temperaturleitfähigkeit des Gases.

Die Kennzahlen gestatten es, den Wärmeübergang aus hydrodynamischen Messungen abzuleiten; eine Berechnung des Wärmeüberganges in turbulenten Strömungen ist noch nicht möglich.

Häufig wird auch für den Wärmeübergang bei Turbulenz die Nusselt-Kennzahl benutzt, die aber das Modell reiner Wärmeleitung in laminaren Grenzschichten zugrundeliegt.

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Die meisten, an Versuchsergebnissen orientierten Formeln leiten sich aus der dimensionslosen Nusseltschen Gleichung $Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n$ ab.

Da die Strömungsverhältnisse, insbesondere das Geschwindigkeitsprofil um das Versuchsstück, nur schwer erfassbar sind, wird versucht, über die errechneten mittleren Rauchgasgeschwindigkeiten w_R durch Untersuchung der

längs angeströmten Platte die Größenordnung für α_K festzulegen. Die Begrenzungsflächen der Balken werden als ebene Platten aufgefaßt. Allerdings müssen an den schmalen Balkenunterseiten Störungen des Strömungsfeldes erwartet werden.

Nach Merkel / VDI-Wärmeatlas [28] ist für $Re > 500.000$

$$Nu_m = 0,057 Re^{0,78} \cdot Pr^{0,78} ; \alpha_{K_m} = 0,057 Re^{0,78} \cdot Pr^{0,78} \cdot \frac{\lambda_R}{L}$$

Hierbei bedeutet Nu_m eine mittlere Kennzahl über die angeströmte Länge L .

Die Prandtl-Kennzahl Pr kann nach Angaben einiger Autoren [26,36,25] für die hier vorkommenden Rauchgase praktisch als konstant angenommen werden, sie wird mit $Pr = 0,80$ in die hier verwendeten Gleichungen eingesetzt. Die Re -Zahlen werden mit Hilfe der kinematischen Zähigkeiten für Heizölrauchgase nach Gumz [36] in Näherung ermittelt (vergl. Bild 4).

Die Strömungstiefe x bzw. L am Versuchsstück muß des weiteren abgeschätzt werden. Die aus der Flamme herrührenden Rauchgase durchlaufen die Balkenflächen von einem Punkt oberhalb der ausgebildeten Flammen. Da die Wärmeübergangszahlen für den mittleren Balkenbereich gesucht sind, ergibt sich abgeschätzt der in Bild 3 als Bezugslänge L eingetragene Bereich zu rd. 2,00 mm. Damit errechnen sich Re -Zahlen zwischen $1 \cdot 10^6$ und $4,4 \cdot 10^5$ in Abhängigkeit von den oben angegebenen Rauchgasgeschwindigkeiten.

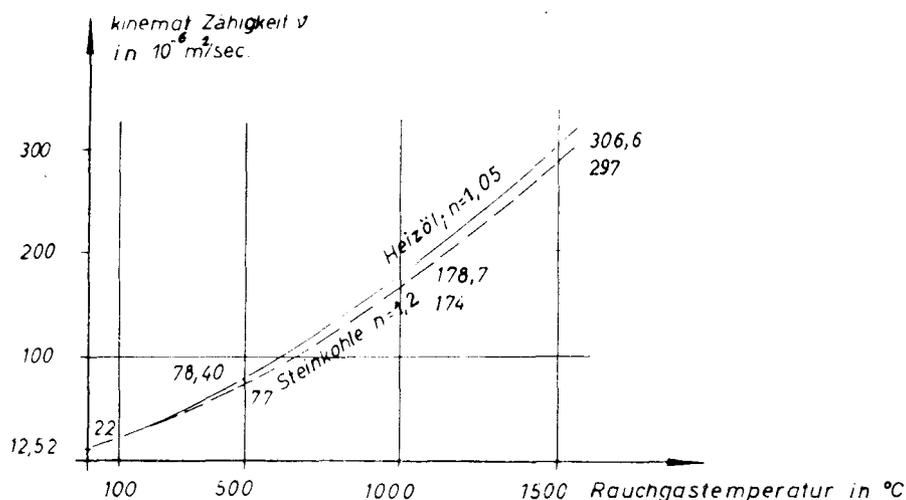


Bild 4: Kinematische Zähigkeit von Rauchgasen nach [36], Luftüberschußzahl n .

Illies [26] gibt als Wärmeleitzahlen für Heizölrauchgase an:

$$\lambda_R = 1,76 \cdot 10^{-4} T_G^{0,834} \text{ kcal/m}\cdot\text{h}\cdot\text{grad. Vergl. Bild 5.}$$

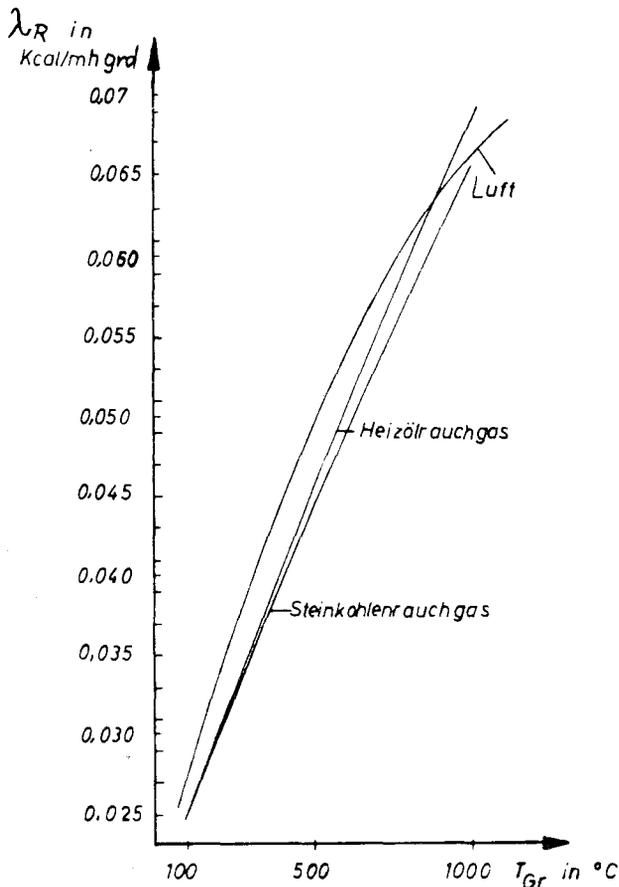


Bild 5: Wärmeleit Zahlen λ für Rauchgase [26]

Die Beziehung entspricht praktisch der Formel von Sugawara und Sato [19]. Eine Auswertung für die hier gewählten Stoffwerte und errechneten Re-Zahlen führt allerdings zu geringfügig abweichenden Wärmeübergangszahlen gegenüber Illies (vergl. Bild 6). Etwa 15 % höhere Werte im Vergleich zu letztgenannten erhält man nach Colburn [19]:

$$Nu_m = 0,036 Re^{0,8} \cdot Pr^{1/3}$$

Schack [25] gibt eine Näherungsgleichung nach Jürges für angeraute Plattenoberflächen bei turbulenter Luftströmung für $w > 5$ m/s an. Vergl. hierzu Bild 6.

$$\alpha_K = 6,469 \cdot w^{0,784} \quad (w \text{ bei } 20^\circ\text{C})$$

Nach Eckert [24] erhält man für die längs angeströmte Platte

$$St = \frac{Nu_x}{Re_x \cdot Pr} = \frac{0,0297 Re_x^{-0,20}}{1 + 0,087 A \cdot Re_x^{-0,10} (Pr-1)}$$

mit $A = 1,5(Pr)^{-1/6}$.

Von einigen Autoren [20,25,26] wird empfohlen, die Stoffwerte für das arithmetische Mittel aus der Wand- und Gastemperatur der weiteren Umgebung einzusetzen. Wegen unterschiedlicher Wandtemperaturen der Prüfkörper wurden jeweils gemittelte Oberflächentemperaturwerte für das kleinste Profil (8/16 cm) und den Standardquerschnitt 20/40 cm errechnet. Die Abweichungen sind im Hinblick auf die Ermittlung von α_K unbedeutend. Die Rechenergebnisse werden in Abhängigkeit von der Rauchgas- (Brandraum-) Temperatur T_G , einer mittleren Grenzschichttemperatur $(T_G + T_W)/2$ sowie der Versuchsdauer t aufgetragen.

Illies [26] gibt in einem Diagramm eine Auswertung der Gleichung nach Grigull für längs angeströmte Platten für übliches Heizölgas wieder:

$$Nu_m = 0,0284 \cdot Re^{0,8} ;$$

die ausgewerteten Ergebnisse sind in Bild 6 eingetragen. Die-

Durch Nu_x wird die örtliche Wärmeübergangszahl festgelegt. Ihren Mittelwert über die Plattenlänge x erhält man durch Integration obiger Gleichung über x . Die ausgewerteten Ergebnisse sind in Bild 6 eingetragen.

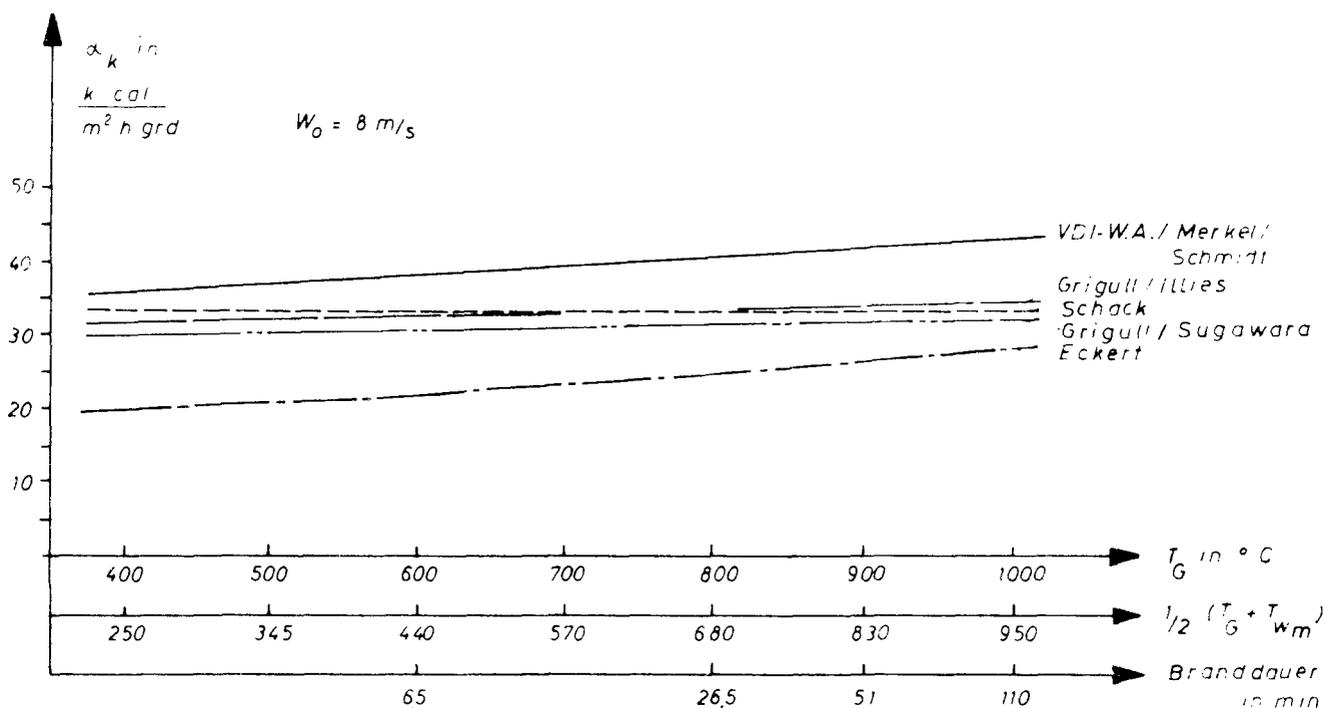


Bild 6: α_K -Werte infolge Konvektion

Zusammenfassend ist festzustellen, daß wegen der schwierigen Abschätzung der Rauchgasströmung in der Brandkammer wie am Versuchskörper die zu erwartenden α_K -Werte nur in der Größenordnung angegeben werden können. Zudem ist das Geschwindigkeitsprofil über die Balkenhöhe veränderlich; andere Einflüsse liegen in unterschiedlich hohen Wandtemperaturen der Versuchskörper.

Die Nachrechnungen zeigen, daß Wärmeübergangszahlen α_K in der Größe von 25 bis 44 $kcal/m^2 \cdot h \cdot grad$ auftreten können; hierbei sind an der Balkenunterseite gegenüber den Seitenflächen höhere Wärmeübergangszahlen zu erwarten.

6.3 Wärmeübertragung auf das Bauteil durch Strahlung

6.3.1 Allgemeines

Die Wärmeaustauschvorgänge durch Strahlung und Konvektion beeinflussen sich praktisch nicht. Beide Anteile addieren sich in ihrer Wirkung; sie werden daher getrennt berechnet und superponiert. Es ist

$$\alpha_{ges.} = \alpha_K + \alpha_{Str} \quad (7).$$

Hierbei ist α_{Str} lediglich eine fiktive Wärmeübergangszahl und als reine

Rechengröße aufzufassen. Man definiert

$$\alpha_{\text{Str}} = \frac{\dot{q}_s}{T_{\text{BR}} - T_{\text{W}}} \quad (8).$$

Die durch Wärmestrahlung übertragene Wärmestromdichte \dot{q} errechnet sich nach dem Strahlungsgesetz von Stephan-Boltzmann oder ähnlichen Potenzansätzen.

Die auf eine Körperoberfläche auftreffende Strahlung wird entweder reflektiert, absorbiert oder durchgelassen. Der sog. Schwarze Körper absorbiert alle auftretenden Strahlen, der sog. graue absorbiert von allen Wellenlängen denselben Bruchteil, die Absorption ist also unabhängig von der Wellenlänge. Technische Oberflächen können für Wärmeübergangsberechnungen im allgemeinen als "grau" angesehen werden. Sie absorbieren die nicht reflektierte Strahlung so stark, daß schon wenige hundertstel Millimeter Körperdicke keine Strahlung mehr durchlassen.

Die Emission oder das Strahlungsvermögen eines Körpers ist seinem Absorptionsvermögen direkt proportional (Kirchhoffsches Gesetz). Die höchstmögliche Emission weist der Schwarze Körper auf. Die von 1 m^2 eines absolut Schwarzen Körpers stündlich ausgestrahlte Gesamtenergie beträgt nach Stephan-Boltzmann:

$$\dot{q}_s = C_s \left(\frac{T^{\circ\text{K}}}{100^{\circ\text{K}}} \right)^4 \text{ in kcal/m}^2 \text{ h};$$

hierbei ist

C_s die Strahlungszahl des Schwarzen Körpers ($= 4,96 \text{ kcal/m}^2 \text{ h } ^{\circ\text{K}}^4$),

$T^{\circ\text{K}}$ in $^{\circ\text{K}}$ die absolute Temperatur.

Dieses Strahlungsgesetz ist auch auf die sog. "Graustrahler" anwendbar. Durch Gegenüberstellung der Strahlungsenergien E eines grauen Körpers mit der eines schwarzen bei gleicher Temperatur gewinnt man den Schwärzegrad S oder das Emissionsverhältnis ϵ

$$S = \epsilon_{\text{gr}} = \frac{E_{\text{gr}}}{E_s} = \frac{E}{E_s} .$$

Nach dem Kirchhoffschen Gesetz gilt dann allgemein: Das Emissionsverhältnis einer bestimmten Wellenlänge ist zum Absorptionsvermögen der gleichen Wellenlänge für alle Körper konstant und nur von der Wellenlänge und der Temperatur abhängig. Es ist $\epsilon_{\text{gr}} = a_{\text{gr}}$. Die Strahlungszahl des grauen Körpers ergibt sich dann zu $C = \epsilon \cdot C_s$.

Die durch Strahlung übertragene Wärme zwischen einem kälteren und wärmeren Körper ist die Differenz der jeweils absorbierten Anteile beider Strahlungen.

6.32 Strahlungsverhältnisse bei Brandversuchen

Bei technischen Feuerungen kann der Brandraum in der Regel als flammengefüllt angesehen werden. Für Brandversuche sind diese Verhältnisse im allgemeinen nicht gegeben. Je nach Ofengröße und Brenneranzahl ist die Versuchskammer nur mit einem mehr oder weniger großen Flammenanteil sowie mit Rauchgasen ausgefüllt.

Die leuchtende Flamme besitzt hervorragende Strahlungseigenschaften; sie enthält schwebende glühende Teilchen festen Kohlenstoffes mit beträchtlicher Emission. Das Leuchten der Flamme tritt ein, wenn unmittelbar kein Sauerstoff zugegen ist und das Gas die Zersetzungstemperatur der Kohlenstoffbestandteile überschreitet. In den Verbrennungsgasen sind die drei- und mehratomigen Gase CO_2 , CO , SO_2 , NH_3 sowie Wasserdampf und Kohlenwasserstoffe wirksame Strahler (Gasstrahlung), dagegen weisen die elementaren Gase wie O_2 , N_2 , H_2 und Luft für Wärmestrahlung praktisch volle Durchlässigkeit auf. Heizölrauchgase haben insbesondere Strahlungskomponenten von CO_2 , Wasserdampf, CO und geringen Kohlenwasserstoffanteilen. Diese sogenannte dunkle Gasstrahlung wird für technische Feuerungen häufig nicht getrennt ermittelt, sondern in der Strahlungszahl der leuchtenden Flammen mit berücksichtigt.

Ein Nebeneinander von Flammen- und Gasstrahlung in der Art, daß die Flammenkörper einzeln oder gebündelt weit in den Brandraum hineinreichen, führt zu theoretisch schwer erfaßbaren und für das Versuchswesen wenig definierten Wärmeübertragungsverhältnissen. Erschwerend ist, daß Flammenlänge und Art der Verbrennung in der Regel während des Versuches schwanken. Häufig ist jedoch, insbesondere bei großer Brenneranzahl, die Länge der leuchtenden Flammen stark beschränkt (vergl. Bild 3). Man erhält Flammenknollen hinter den Brennereintrittsstellen, die für die Prüfkörperflächen im mittleren Brandraumbereich als quasi punktförmige Strahler angesehen werden können und wegen der großen Abweichung des Einstrahlwinkels von der Balkennormalen (Strahlungsverteilung) nur geringe Einflüsse erwarten lassen. Erfahrungsgemäß ergeben sich aus der kurzen Flamme unmittelbar über dem Flammenkörper höhere Beanspruchungen am Prüfstück. Eine nichtleuchtende Flamme oder nichtleuchtende Bereiche bei Flammenreaktionen haben keine vergrößernde Wirkung gegenüber der Wärmestrahlung ausreagierter Gasgemische gleicher Zusammensetzung, Temperatur und Schichtdicke.

Mit zunehmender Aufheizung der Versuchskammer emittieren auch die Begrenzungsflächen des Ofens sekundär Strahlung und rufen, je nach Temperaturniveau und Temperaturunterschied zwischen Wand und Prüfkörper, einen Wärmeaustausch hervor.

Bornemann [27] bestätigt durch Nachrechnungen von α -Werten für Flammen- und Gasstrahlung bei plattenartigen Bauteilen die große Strahlungsintensität der leuchtenden Flamme. Da die Wärmeübergangszahlen aus Gasstrahlung zu brauchbaren Lösungen für die Wärmeübertragungsrechnung führen, zieht er allgemein den Schluß, daß die Gasstrahlung im Vergleich zur Flammenstrahlung die ausschlaggebende Komponente sei.

Für Brandversuche mit hohen Flammenanteilen in der Brandkammer sind Verallgemeinerungen jedoch nur mit Vorsicht zu treffen. Für die vorliegende Versuchsreihe wurde durch eine größere Brenneranzahl die Flammenlänge bei gleichzeitiger geringer Erhöhung der durchgesetzten Rauchgasmengen relativ kurz gehalten (vergl. Bild 3). Unter dieser Voraussetzung, die für einen Teil üblicher Brandversuchsstände repräsentativ ist, wird im folgen-

den versucht, die Rauchgasstrahlung als entscheidenden Einzelvorgang der Wärmeübertragung durch Strahlung zu behandeln.

6.33 Rechnerische Behandlung der Wärmeübertragung durch Strahlung

6.331 Gasstrahlung

Rauchgase emittieren nur in bestimmten Wellenbereichen (Banden), sie sind selektive Strahler. Ihre Strahlungsintensität als Funktion der Wellenlänge ist daher nicht wie die eines grauen Körpers zu der des schwarzen ähnlich. Ebenfalls folgt die Strahlungsenergie nicht der 4. Potenz der absoluten Temperatur wie bei "schwarzer" bzw. "grauer" Strahlung.

Nach Messungen werden die Strahlungsenergien für Kohlendioxyd und Wasserdampf, die die wichtigsten Komponenten der Gasstrahlung darstellen, wie folgt angegeben [20]:

$$E_{\text{CO}_2} = 3,5 (p \cdot s)^{1/3} \left(\frac{T_{\text{Gas}}^{\circ\text{K}}}{100^{\circ\text{K}}} \right)^{3,5} \quad \text{in kcal/m}^2 \text{ h}$$

$$E_{\text{H}_2\text{O}} = 3,5 p^{0,8} \cdot s^{0,6} \left(\frac{T_{\text{Gas}}^{\circ\text{K}}}{100^{\circ\text{K}}} \right)^3 \quad \text{in kcal/m}^2 \text{ h}$$

Das Emissionsverhältnis eines bestimmten Gases ist nur von dem Produkt aus Partialdruck p und Schichtdicke s ($p \cdot s$) abhängig (Beersches Gesetz). Das Beersche Gesetz gilt aber nicht genau für Wasserdampfstrahlung.

Aus Gründen der Rechenvereinfachung benutzt man aber auch für die Gasstrahlung das Stephan-Boltzmannsche Gesetz. Hiermit übereinstimmend werden Versuchswerte als Emissionsverhältnisse ϵ_g angegeben.

Bild 7 zeigt die Funktion $\epsilon_g(T, p \cdot s)$ für CO_2 , Bild 8 für Wasserdampfstrahlung [20]¹⁾. Bei Wasserdampfstrahlung ist das Emissionsverhältnis bei festem Wert $p \cdot s$ für kleine Dampfdrücke niedriger, daher ist hier eine Korrektur erforderlich (Faktor β ; vergl. Bild 9).

Die Gas-Emission in einem leeren Raum ist:

$$\dot{q}_s = \epsilon_g \cdot C_s \left(\frac{T_g^{\circ\text{K}}}{100^{\circ\text{K}}} \right)^4 \quad \text{in kcal/m}^2 \text{ h}$$

Das Strahlungsaustauschverhältnis zwischen dem Gaskörper und einer Wand (Versuchsstück) erhält man nach [28,55]:

¹⁾ Die Werte wurden der Arbeit von H.C. Hottel und R.B. Egbert [52] entnommen.

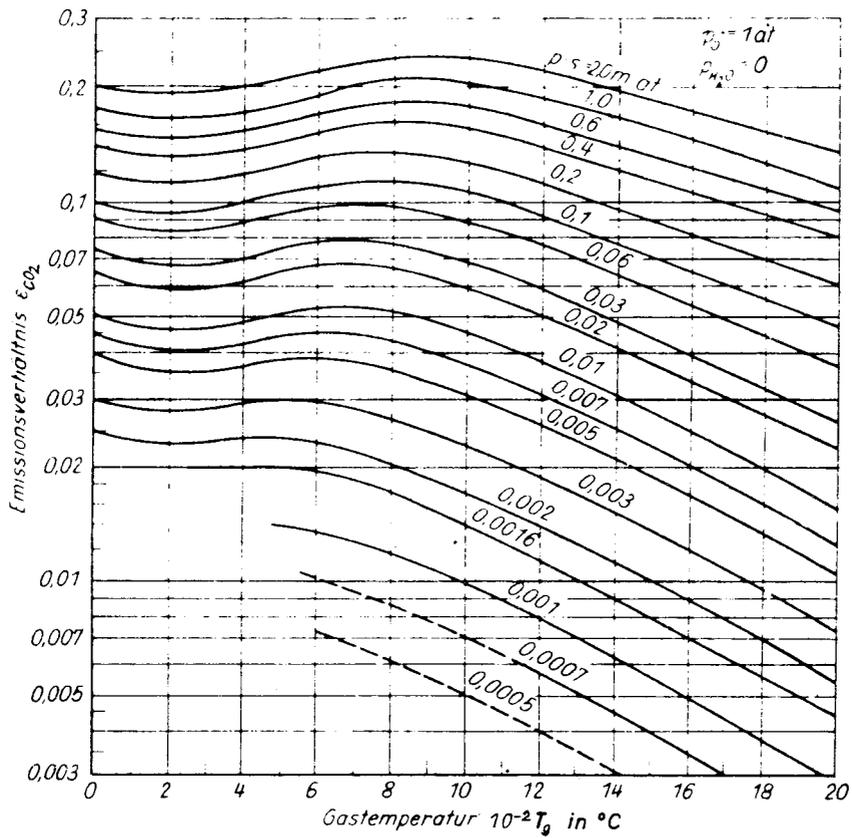


Bild 7: Gasstrahlung Emissionsverhältnis $\epsilon_{CO_2} = f(T, p \cdot s)$ [20]

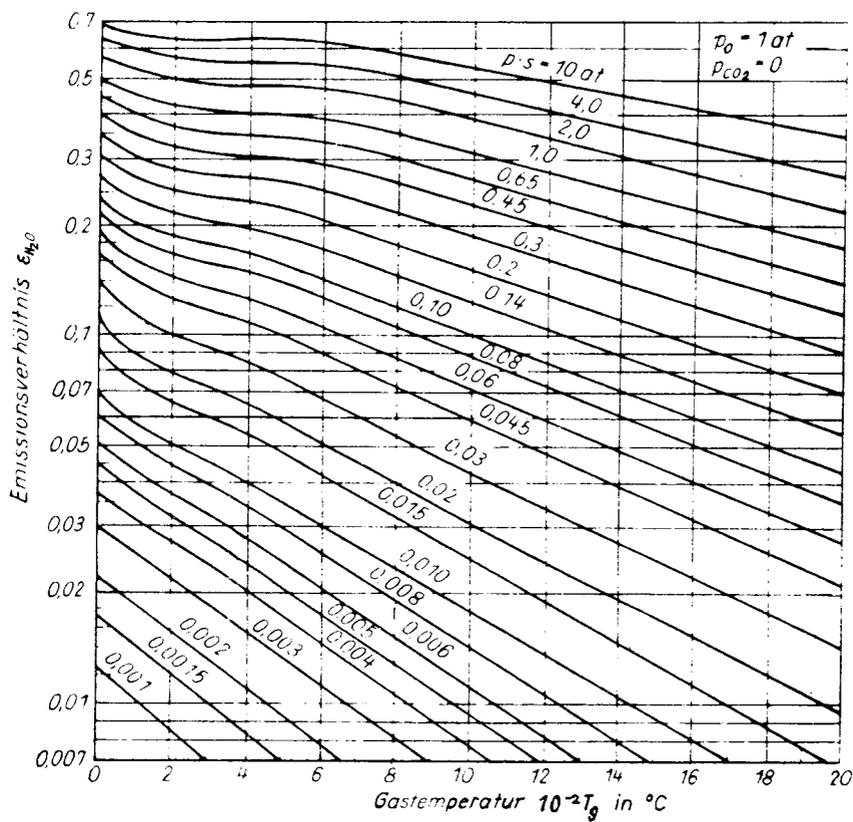


Bild 8: Gasstrahlung Emissionsverhältnis $\epsilon_{H_2O} = f(T, p \cdot s)$ [20]

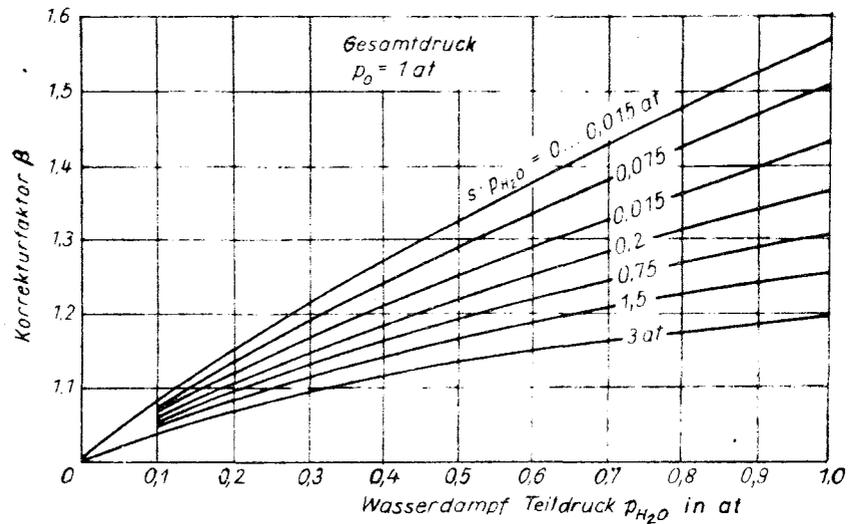


Bild 9: Korrekturfaktor β bei Wasserdampfstrahlung [20]

$$\epsilon_{gw} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_g} + \frac{1}{\epsilon_{g\infty}} \left(\frac{1}{\epsilon_w} - 1 \right)} ;$$

hierbei ist

- ϵ_w das Emissionsverhältnis der Wand,
- ϵ_g das Emissionsverhältnis des Gases und
- $\epsilon_{g\infty}$ das Emissionsverhältnis des Gases bei unendlicher Schichtdicke.

Für die stündlich je m^2 Wandfläche übertragene Wärmemenge ergibt sich dann

$$\dot{q}_s = C_s \left[\epsilon_{gw} \left(\frac{T_g}{100^\circ K} \right)^4 - a_{gw} \left(\frac{T_w}{100^\circ K} \right)^4 \right] ,$$

wobei

- ϵ_{gw} das Strahlungsaustauschverhältnis (Emission) bei Gastemperatur T_g und
- a_{gw} das Strahlungsaustauschverhältnis (Absorption) bei Wandtemperatur T_w bedeuten.

Da das Emissionsverhältnis ϵ_w der Prüfkörperwandungen mit 0,85 bis 0,90 anzusetzen ist [19,24,25,26], schreibt man ohne größeren Fehler

$$\epsilon_{gw} = \epsilon_g \cdot \epsilon_w .$$

Zudem wird $\epsilon_{g_w} = a_{g_w}$ gesetzt und ein effektives Emissionsverhältnis des Gases ϵ'_g eingeführt.

$$\epsilon'_g = \frac{\epsilon_g - a_g \left(\frac{T_w}{T_g}\right)^4}{1 - \left(\frac{T_w}{T_g}\right)^4}$$

Damit ist

$$\dot{q}_g = \epsilon_w \cdot \epsilon'_g \cdot C_s \left[\left(\frac{T_g}{100^\circ\text{K}}\right)^4 - \left(\frac{T_w}{100^\circ\text{K}}\right)^4 \right]. \quad (9)$$

Als wirksame Strahler liegen in erster Linie CO_2 und Wasserdampf im Gasgemisch vor. Dann ist

$$\epsilon'_g \approx \epsilon_{\text{CO}_2} + \beta \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta \epsilon_g$$

Das Korrekturglied $\Delta \epsilon_g$ aus der gegenseitigen Beeinflussung der Teilkomponenten ist vernachlässigbar.

Für den Wärmeübergang erhält man folgende fiktive Wärmeübergangszahl:

$$\alpha_g = \frac{\dot{q}_g}{T_g - T_w} = \frac{\epsilon_w \cdot \epsilon'_g \cdot C_s}{T_g - T_w} \left[\left(\frac{T_g}{100^\circ\text{K}}\right)^4 - \left(\frac{T_w}{100^\circ\text{K}}\right)^4 \right] \quad (10)$$

Mit den obigen Beziehungen wird die Strahlung auf ein Flächenelement durch einen halbkugelförmigen Gaskörper beschrieben. Andere Gaskörperformen werden durch Gashalbkugeln mit gleichwertigem Halbmesser ersetzt.

Es wird eine Auswertung für die Gasemission für die vorliegenden Versuchsbedingungen vorgenommen.

Die einzelnen Flächen eines balkenartigen Versuchskörpers werden von unterschiedlich großen Gaskörpern bestrahlt. In Bild 10 sind die maßgebenden Einflußbereiche für einen Rechteckquerschnitt abgegrenzt. Damit kann nach einer Näherungsrechnung von Hausen [28] ein gleichwertiger Halbmesser S_{gl} , der als Schichtdicke des Gases einzusetzen ist, abgeschätzt werden.

$$S_{gl} = 0,90 \sqrt{\frac{V}{F}},$$

hierbei ist

V das Volumen,

F die Oberfläche des Gaskörpers.

Bei einem Emissionsverhältnis der Kammerwände von $\epsilon_w = 0,85$ wird der Gaskörper um 15 % vergrößert angenommen. Damit erhält man ausgewertet für

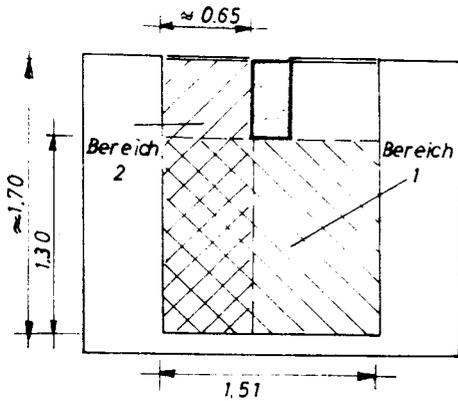


Bild 10: Einflußbereiche für Gasstrahlung

Bereich 1: $S_{g11} = 0,82 \text{ m}$,
 Bereich 2: $S_{g12} = 1,25 \text{ m}$.

Nach Gumz [36] und Auswertung von Verbrennungsdreiecken [49,51] ergibt sich eine Rauchgaszusammensetzung für Heizöl bei einer Luftverhältniszahl $n \approx 1,2$ zu:

$\text{CO}_2 + \text{SO}_2$: rd. 13 %;
 H_2O : rd. 11 %,

damit ist

für $\text{CO}_2(+\text{SO}_2)$ -Strahlung: $p \cdot s_1 \approx 0,107 \text{ m at}$
 $p \cdot s_2 \approx 0,163 \text{ m at}$

für H_2O -Strahlung: $p \cdot s_1 \approx 0,090 \text{ m at}$
 $p \cdot s_2 \approx 0,138 \text{ m at}$.

Die gesamte Gasemission erhält man zu: $\epsilon_g = \epsilon_{\text{CO}_2} + \beta \epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$.

Eine Auswertung nach Bild 7 und 8 mit $\beta = 1,09$ (Bereich 1) und $\beta = 1,05$ (Bereich 2) ergibt die in Bild 11 eingetragenen Emissionsverhältnisse ϵ_{gx} bzw. ϵ_{gy} .

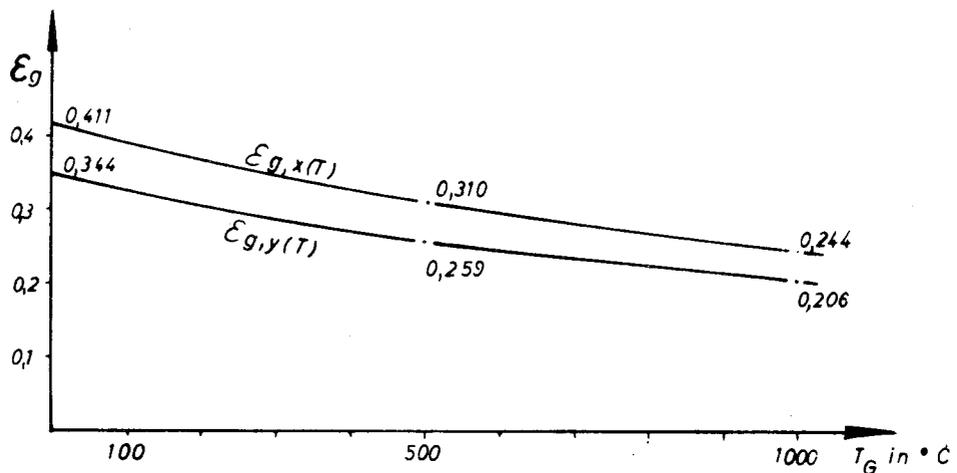


Bild 11: Gasemission (CO_2 - u. H_2O -Strahlung) als Funktion der mittleren Rauchgastemperatur T_G .

Das effektive Emissionsverhältnis ϵ_g' zeigt für die untersuchten Profile im Mittel für den unteren Temperaturbereich rd. 5 % höhere, für den oberen Temperaturbereich rd. 5 % geringere Werte gegenüber ϵ_g . Weitere strahlende Gasanteile können als vernachlässigbar angesehen werden.

6.332 Flammenstrahlung

Ihrer physikalischen Natur nach steht die Flammenstrahlung der Strahlung fester Körper näher als der Gasstrahlung. Sie kann daher ähnlich wie die Strahlung zwischen festen Körpern behandelt werden.

Große Unsicherheiten liegen in der Festlegung einer wirksamen Strahlungstemperatur der Flammen, die im allgemeinen erheblich höher als die Brandraumtemperatur ist. Ebenfalls ist die Bestimmung der Emissionszahl unsicher; sie ist im wesentlichen eine Funktion der Absorptionszahl, der Schichtdicke und der Temperatur [25]. Einen weiteren Einfluß auf die Wärmeübertragung hat die Flammenform.

Nach Schack [25] ist für die übertragene Wärmestromdichte:

$$\dot{q} = C_s \cdot \epsilon_w \cdot \epsilon_f \cdot \psi \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right],$$

wobei

ϵ_f die Emissionszahl der Flamme,

T_f die wirksame Strahlungstemperatur der Flamme und

ψ ein Formbeiwert der Flamme
bedeuten.

Bei Einzelflammen sind die Winkelverhältnisse der Einstrahlung zu berücksichtigen. Einzelne Flammenkörper rufen teilweise unterschiedliche Temperaturbeanspruchungen des Prüfkörpers hervor. Um eine gleichmäßige Temperaturbelastung zu erreichen, sollte daher nach Möglichkeit eine gleichmäßige Verteilung vieler und kleiner Flammen im Brandraum angestrebt werden.

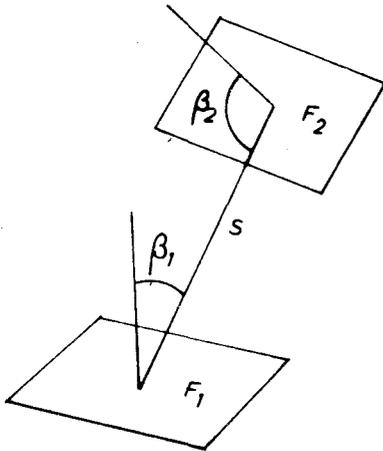
Es können folgende Fälle eingegrenzt werden:

- a) Die Flammen sind kurz im Verhältnis zur Brandraumlänge. Wesentliche Einflußgrößen für die Wärmeübertragung auf das Prüfstück sind unter Vernachlässigung der Flammenstrahlung die mittlere Rauchgastemperatur und die Emission der ausreagierten Gase.
- b) Die Flammen durchsetzen die Brandkammer. T_f und ϵ_f können nach gebräuchlichen Näherungslösungen bestimmt werden. Nach Illies und Binder [26] wird T_f unter Annahme eines linearen Temperaturabfalles vom Brenneraustritt bis zum Brandkammerende aus der theoretischen Verbrennungstemperatur, der Feuerraumtemperatur und der Heizraumbelastung \dot{q}_F (kcal/m³h) ermittelt. (Für übliche Brandversuche ist $\dot{q}_F \approx 0,40 \cdot 10^5 - 0,60 \cdot 10^5$ kcal/m³h.) Eine überschlägliche Nachrechnung nach Illies ergibt eine wirksame Temperatur T_f etwa in Größe der mittleren gesteuerten Gastemperatur. Die Berechnungen sind jedoch wegen der Besonderheiten jeder Feuerung als Vorausberechnungen ziemlich unzuverlässig. Daher wird auch empfohlen [20,26,56], die Rauchgastemperatur am Brandkammerende als mittlere Flammentemperatur einzusetzen und höhere, modifizierte Emissionswerte zu wählen.

6.333 Strahlung der Kammerwände

Die von den Kammerwänden absorbierte Wärmestrahlung wird wieder emittiert. Es findet bei unterschiedlichen Temperaturen T_{w1} und T_{w2} ein Strahlungsaustausch zwischen dem beflamten Objekt und den Kammerwänden statt.

Für die zwischen F_1 und F_2 ausgetauschte Wärmemenge erhält man:



$$Q_{12} = \epsilon_{w1} \cdot \epsilon_{w2} \cdot C_s \left[\left(\frac{T_{w1} \text{ °K}}{100 \text{ °K}} \right)^4 - \left(\frac{T_{w2} \text{ °K}}{100 \text{ °K}} \right)^4 \right] \cdot \phi_{12};$$

$$\phi_{12} = \iint_{F_1 F_2} \frac{\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2}{s^2 \cdot \pi} dF_1 \cdot dF_2 = e_{12} F_1 ;$$

ϵ_1, ϵ_2 : Emissionsverhältnisse für F_1 und F_2 (Kammerwand, bestrahlter Körper).²

ϕ_{12} : mittlerer Winkelkoeffizient für die Flächen F_1 aus F_2 .

e_{12} : Einstrahlzahl für F_1 - F_2 .

Die mittleren Winkelverhältnisse ϕ_{12} der Strahlung von den Balkenflächen F_1 auf die Kammerwände F_2 können für die Versuchsreihe anhand von ausgewerteten Integralen in der Literatur [19,28] sofort angegeben werden. Bezeichnet man die untere Balkenfläche mit F_{1x} , die Seitenflächen mit F_{1y} und setzt gleiche Emissionsverhältnisse ϵ_{w2} für die Wände voraus, so erhält man als Winkelverhältnisse von Flächen F_2 auf F_{1x} bzw. F_{1y}

$$F_{1x} \cdot \sum e_{12} = 0,80,$$

$$F_{1y} \cdot \sum e_{12} = 0,75.$$

Aus einer Sekundärstrahlung sind daher etwa gleich große Wärmestromdichten \dot{q} zu erwarten.

Der Wärmeaustausch der strahlenden Flächen wird durch eine erhebliche Absorption der dazwischenliegenden Gaskörper beeinflusst. Das effektive Emissionsverhältnis zwischen den Flächen F_1 und F_2 ist angenähert mit

$$\epsilon_{w12} = (1 - \epsilon_g) \cdot \epsilon_{w1} \cdot \epsilon_{w2}$$

anzusetzen und beträgt daher nur rd. 60 bis 70 % der Emission ohne absorbierendes Gaspolster.

Die Wandtemperaturen T_{w2} werden durch den stofflichen Aufbau und die Dicke der Kammerwände beeinflusst, die als einseitig beheizte, dicke Platten betrachtet werden können. Das übliche Auskleidungsmaterial hat in Näherung die gleiche Temperaturleitzahl wie die Versuchsbetone (Schamotte: $a \approx 0,0017 \text{ m}^2/\text{h}$; "Ytong"-Auskleidung: $a \approx 0,0019 \text{ m}^2/\text{h}$). Daher sind bei massigen Prüfkörperquerschnitten keine wesentlich unterschiedlichen Ober-

flächentemperaturen zu erwarten, die ausgetauschte Wärme ist demzufolge gering. Bei kleinen Prüfkörperquerschnitten sind gegenüber den Wandtemperaturen des Brandhauses höhere Oberflächentemperaturen und demzufolge ein Wärmetransport auf die Brandhauswände hin anzunehmen.

Die Sekundärstrahlung wird jedoch erst in den späteren Versuchsphasen ($t \geq 40$ bis 60 min) voll wirksam. Hier läßt sich aber zeigen, daß eine Wärmeübergangsrechnung gegenüber Änderungen der Emissionswerte von rd. ± 10 bis ± 20 % ziemlich unempfindlich ist.

Aus Gründen der Vereinfachung und Vereinheitlichung der Rechnung wird daher auf einen besonderen Ansatz für die Sekundärstrahlung verzichtet. Es wird versucht, vorhandene Einflüsse in einem resultierenden Emissionsverhältnis für die Gasstrahlung zu berücksichtigen.

6.334 Zusammenfassung

Flammen-, Rauchgas- und Sekundärstrahlung der Kammerwände treten als Komponenten der Wärmeübertragung durch Strahlung in einem Brandraum auf. Als entscheidender Einzelvorgang wird die Strahlung der Rauchgase angesehen. Die Einflüsse aus Flammen- und Sekundärstrahlung werden als klein betrachtet und unter der Voraussetzung, daß die wirksame Flammentemperatur sowie die Wandtemperaturen der Kammer gleich der mittleren Rauchgastemperatur gesetzt werden können, durch ein modifiziertes, gesamtes Emissionsverhältnis ϵ_{ges} berücksichtigt. Damit ist für die gesamte durch Strahlung übertragene Wärmestromdichte:

$$\dot{q} = \epsilon_w \cdot \epsilon_{\text{ges}} \cdot C_s \left[\left(\frac{T_g}{100^\circ\text{K}} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100^\circ\text{K}} \right)^4 \right] \quad (11)$$

ϵ_{ges} wird durch Vergleichsrechnungen näher festgelegt.

6.4 Oberflächentemperaturen als Temperaturbelastungskurven

Die Grenzbedingungen des Temperaturfeldes an den beflamten Balkenseiten können ebenfalls durch die mit der Zeit veränderlichen Oberflächentemperaturen wiedergegeben werden.

6.41 Versuchsergebnisse

In der oben genannten Versuchsreihe wurden in ausgezeichneten Meßquerschnitten Oberflächentemperaturmeßstellen angeordnet; hierbei wurden Thermoelemente mit einer Betondeckung von 1,5 bis 2,0 mm verlegt und die infolge der in den Oberflächenschichten absorbierten Wärme auftretenden Temperaturänderungen ausgemessen.

Eine Auswertung für charakteristische Meßpunkte verschiedener Profile ergibt Oberflächentemperaturkurven, die bezüglich ihrer Gesetzmäßigkeiten näher untersucht werden:

1. Für kurze Beanspruchungszeiten ($T \leq 30$ min) liegen für Rechteckquerschnitte $> 12/24$ an den Seitenflächen praktisch über die Länge gleiche

Oberflächentemperaturen vor, an den Unterseiten für etwa die halbe Balkenbreite im mittleren Bereich. Abweichungen treten mit Temperaturspitzen (vergl. Bild 13) an den beheizten Ecken auf.

2. Für große Beanspruchungszeiten erhält man einen Abfall der Wandtemperaturen an den Seiten vom unteren zum oberen Rand. Dabei wird für Profile $\leq 12/24$ für $t \geq 60$ min keine deutliche Temperaturspitze an der Ecke mehr beobachtet; die Temperaturen fallen in Näherung linear von der unteren Ecke nach oben ab; die Abweichung von einer mittleren Seitenwandtemperatur beträgt rd. $\pm 30^\circ\text{C}$. Es findet mit zunehmender Aufheizung des Profils eine Angleichung des Eckbereiches zugunsten quasi konstanter Oberflächentemperaturen statt. Für Querschnitte $< 12/24$ tritt der beschriebene Ausgleich an den beheizten Ecken schneller ein; für Profile $\geq 20/40$ ergeben sich für $t = 90$ min angenähert linear abfallende Oberflächentemperaturwerte mit etwa gleichen, wie oben angegebenen Abweichungen von einer mittleren Wandtemperatur.
3. Der Störungseinfluß der beheizten Ecken ist für schlanke Profile (z.B. $a/b = 1/4$) für die Unterseite erheblicher als bei gedrungenen Querschnitten (z.B. $a/b = 1/2$).

In Bild 14 und 15 sind für Querschnitt 20/40 und 10/40 aus Meßergebnissen gewonnene Isothermen für eine Beanspruchungsdauer von 90 min dargestellt. Die die Ränder tangierenden Isothermen stellen die zu diesem Zeitpunkt maßgebenden Oberflächentemperaturen dar. Wegen des steilen Temperaturgradienten an der Oberfläche ist der Verlauf der tangierenden Isothermen undeutlich.

Es ist ersichtlich, daß bei quasi ausgeglichenen Wandtemperaturen zwischen Eckbereich und übrigen Flächen in Näherung mit gemittelten konstanten Oberflächentemperaturen gerechnet werden kann (vergl. Bild 14 und 15).

Die ausgemessenen Temperaturfelder in den Eckbereichen zeigen, daß die hier vorliegenden Randbedingungen zwischen denen einer konstanten Wandheizung ($\dot{q} = \text{konst.}$) und denen einer konstanten Oberflächentemperatur liegen. Der Störungsbereich in der Ecke ist bei konstanter Wandheizung größer als hier gemessen, da die Wärmeleitung in der Eckzone infolge größerer Wege schlechter ist, wodurch wiederum höhere Temperaturen hervorgerufen werden.

6.42 Auswertung

Für die rechnerische Untersuchung kann jeweils für die beheizten Seiten eine über die Fläche konstante Oberflächentemperatur angesetzt werden. In den Störungsbereichen der Ecken treten infolge unmittelbarer zweiseitiger Beheizung zeitlich abhängige, erhöhte Oberflächentemperaturen auf. Dieser Einfluß kann rechnerisch den Temperaturfeldern aus konstanten Wandtemperaturen superponiert werden. Insgesamt ist aber der Einfluß aus der Abweichung von konstanten Oberflächentemperaturwerten auf Meßstellen im Eckbereich mit einem Überdeckungsmaß ≥ 2 cm nicht größer als rd. 50°C anzunehmen.

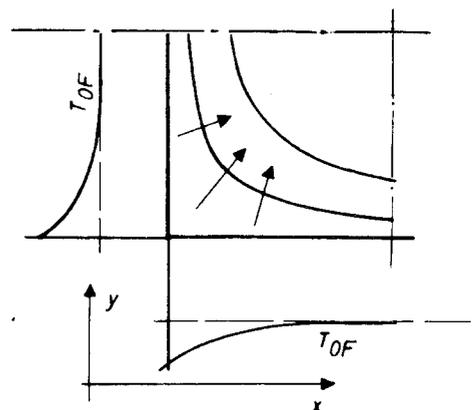


Bild 13: Oberflächentemperaturen im Eckbereich

Eine Modifizierung der angenommenen konstanten Oberflächentemperaturen würde die Rechnung ohne wesentlichen Vorteil erschweren.

Die mittleren Oberflächentemperaturen der Seitenflächen betragen bei allen untersuchten Rechteckquerschnitten rd. das $0,90 \div 0,95$ -fache (Faktor C_φ) der an der Unterseite ermittelten mittleren Temperaturwerte. Der Faktor C_φ ist ein Korrekturwert für die seitenabhängige unterschiedliche Wärmeübertragung am Prüfkörper.

Im folgenden wird daher die Untersuchung lediglich auf die Balkenunterseite beschränkt.

Die Oberflächentemperatur ist bei ähnlicher Geometrie, gleichem Material sowie gleicher Beheizung des Prüfkörpers nur von der Querschnittsgröße F abhängig. Von einer gewissen Querschnittsgröße an wird die Aufwärmung der Randzonen nicht mehr durch den Querschnitt beeinflusst, daher können hier querschnittsunabhängige Oberflächentemperaturen erwartet werden. Die Größe dieses Grenzquerschnittes ist abhängig von der Querschnittsform, den thermischen Stoffwerten sowie den vorgegebenen Randbedingungen und kann durch Versuchsmessungen festgelegt werden.

Für geometrisch ähnliche Rechteckquerschnitte sind in Bild 16 mit Seitenverhältnissen von 1:2, in Bild 17 mit Seitenverhältnissen 1:4, über den Querschnittswerten F_i die Zeiten t_i aufgetragen, in denen jeweils an der Oberfläche und in 1 cm Tiefe (Balkenunterseite und Symmetrieachse) eine Temperatur T_i erreicht wird. Die eingetragenen Parameterkurven sind Kurven konstanter Temperaturen und können sämtlich als Funktionen mit einer Asymptote beschrieben werden. Damit gestatten die F - t -Diagramme (Bild 16 und 17) die Auswertung für Grenzquerschnitte, über die hinaus keine veränderten Oberflächentemperaturen angesetzt werden ($F_{Gr} = \infty$). Im vorliegenden Fall kann der Grenzquerschnitt für Seitenverhältnisse 1:2 mit $F_{Gr} \approx 800 \text{ cm}^2$, für Seitenverhältnisse 1:4 mit $F_{Gr} \approx 1000 \text{ cm}^2$ festgelegt werden. Eine mögliche, geringfügige Abnahme der Oberflächentemperaturen für $F \gtrsim 800 \text{ cm}^2$ bzw. $F \gtrsim 1000 \text{ cm}^2$ ist für die gesuchten Lösungen unerheblich; die Rechenwerte für die Grenzquerschnitte liegen bei größeren Querschnitten auf der sicheren Seite.

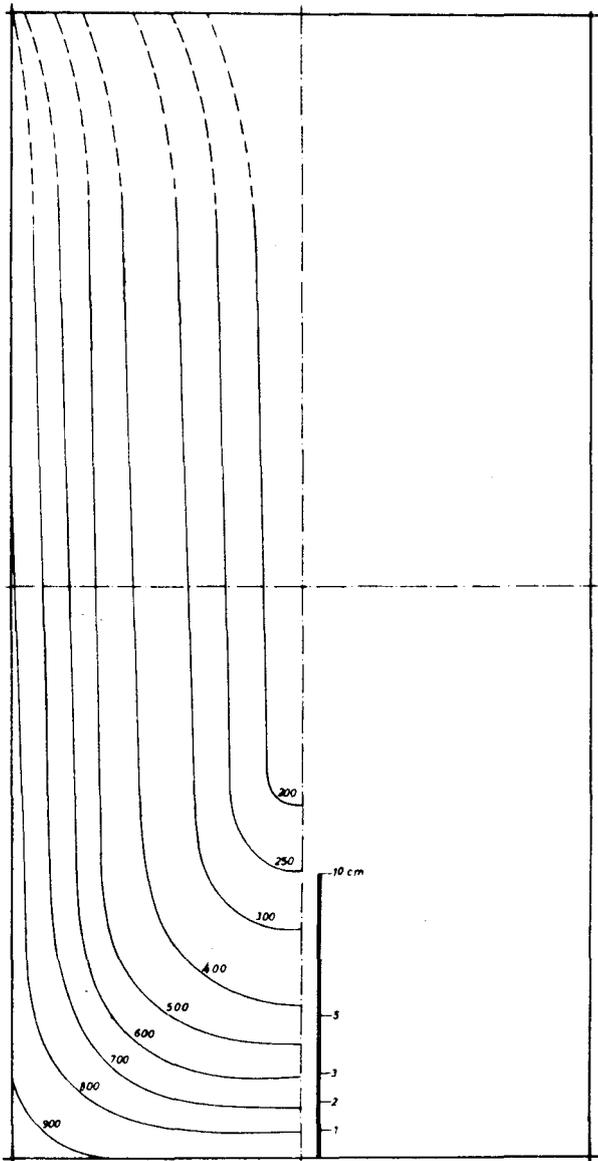
Für $F = 0$ geht die Kurve konstanter Oberflächen- bzw. konstanter Tiefpunkttemperatur in die Brandraumtemperatur $T_{Br} = f(t_0)$ über (vergl. Bild 16 und 17). Hierdurch ergeben sich Nullpunktverschiebungen der Parameterkurven. Es ist

$$t = \frac{F}{F \cdot \alpha + \beta} + t_0 \quad (12)$$

$$\lim_{F \rightarrow \infty} t = \frac{1}{\alpha} + t_0 .$$

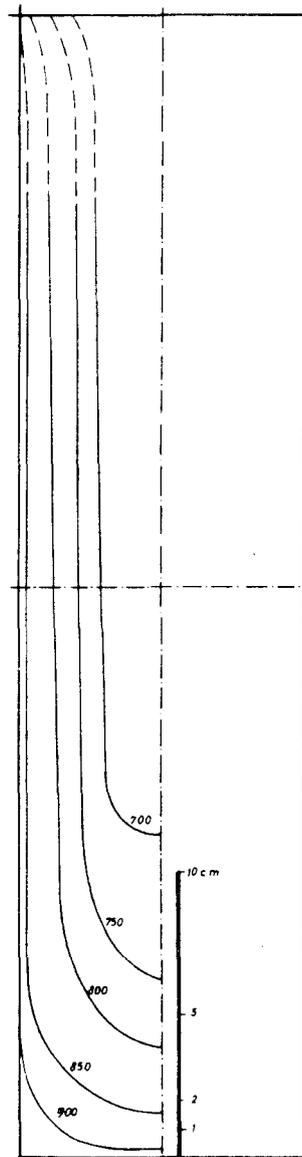
Ist für einen Grenzquerschnitt und einen Querschnitt $0 < F < F_{Gr}$ die Funktion $T_i(t)$ bekannt, dann können mit ausreichender Genauigkeit die Parameterkurven T_i für beliebige, geometrisch ähnliche Querschnitte angegeben werden.

Die Temperatur-Zeit-Diagramme in Bild 18 und 19 zeigen Oberflächentemperaturen (Balkenunterseite) für Rechteckquerschnitte mit Seitenverhältnissen 1:2 bzw. 1:4 und Standardbeton (Rheinkies-Zuschläge) im trockenen Zustand. Die querschnittsabhängigen Oberflächentemperaturen sind in Abhängigkeit von der Funktion der Brandraumtemperaturkurve angegeben.



RECHTECKQUERSCHNITT 20/40
BEANSPRUCHUNGSDAUER 90 min

Bild 14: Isothermen in °C



RECHTECKQUERSCHNITT 10/40
BEANSPRUCHUNGSDAUER 90 min

Bild 15: Isothermen in °C

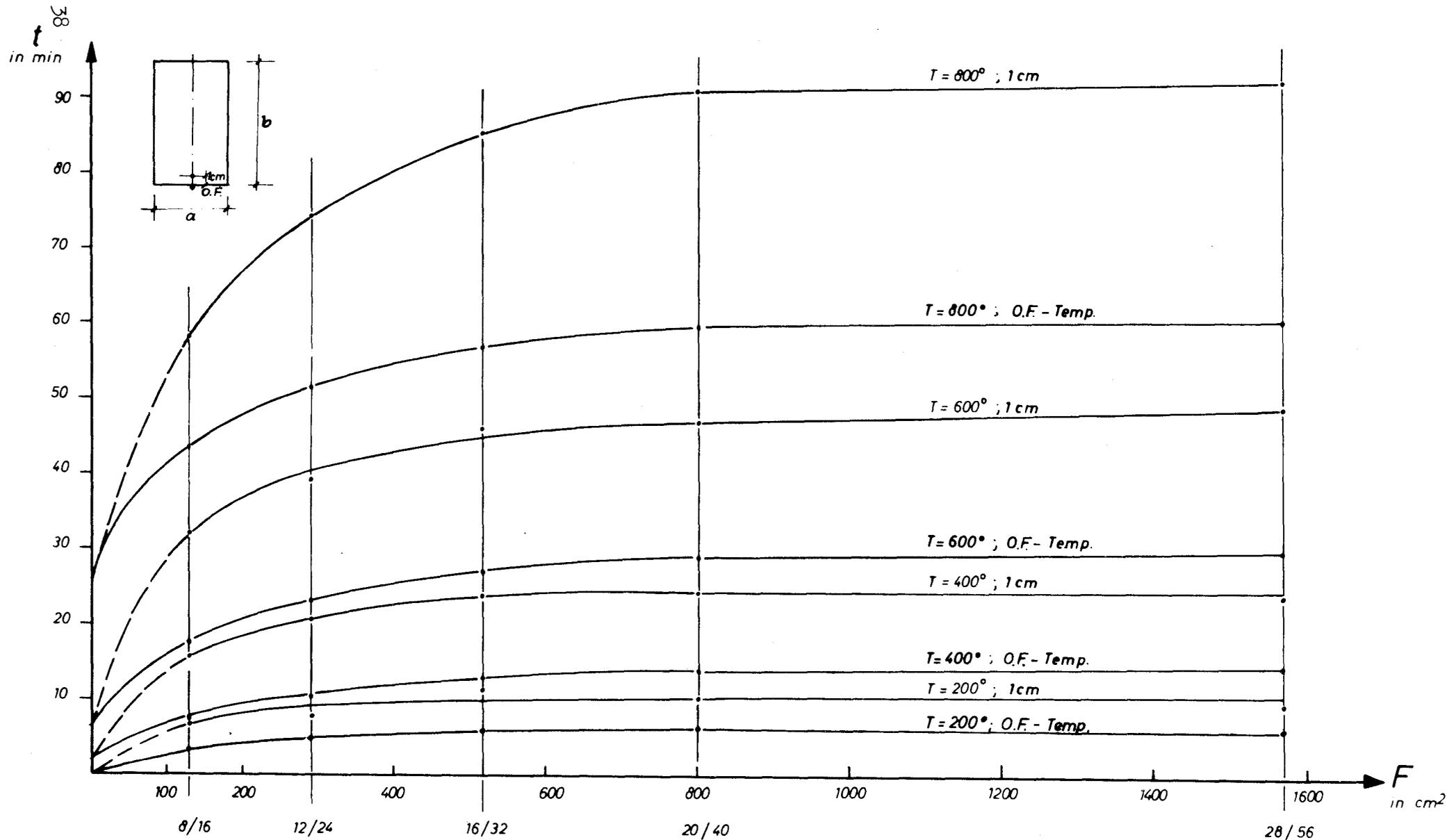
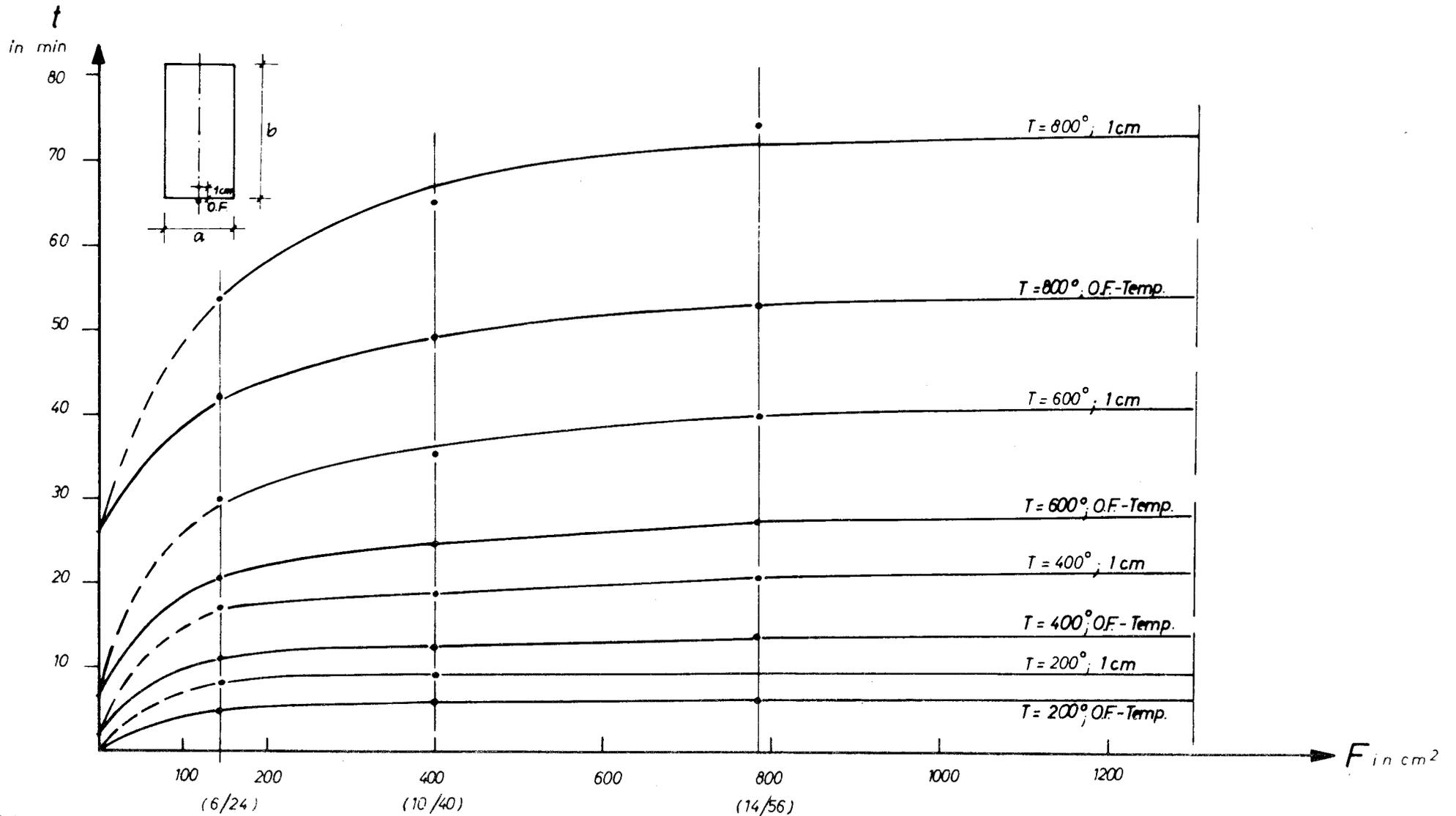


Bild 16: Rechteckquerschnitt $a/b = 1/2$; Zeit - Flächen - Diagramm für $T_1 = \text{const.}$



39

Bild 17: Rechteckquerschnitt $a/b = 1/4$; Zeit - Flächen - Diagramm für $T_i = \text{const.}$

Die aufgetragenen Oberflächentemperaturen sind Versuchswerte; sie können aber auch auf halbbrechnerischem Wege gefunden werden. Für $T_1 = \text{const.}$ werden analog zur mathematischen Formulierung der Temperaturkurven im F - t -Diagramm die Punkte $F_1(t)$ durch eine Funktion mit Asymptote wiedergegeben. Es ist

$$F = \frac{t'}{\delta - \gamma \cdot t'} \quad (13),$$

wobei

$$t' = t - t_0 \quad \text{und}$$

$$t_0 = t_{(F=0)} \quad \text{ist.}$$

Für einen Querschnitt $F \approx F_{\text{Gr}}$ erhält man

$$F_{\text{Gr}} = \frac{1}{\gamma}.$$

Ist die Oberflächentemperaturkurve eines weiteren ähnlichen Querschnittes mit $0 < F < F_{\text{Gr}}$ bekannt, kann δ in obiger Gleichung bestimmt werden. Damit sind für $T_1 = \text{const.}$ Oberflächentemperaturwerte für beliebige Werte F angebar; die Temperaturpunkte für $F_1 = \text{const.}$ können zu der gesuchten Oberflächentemperaturkurve verbunden werden.

Mit Hilfe des angegebenen halbbrechnerischen Weges ist es möglich, durch eine begrenzte Anzahl von Versuchen Oberflächentemperaturen für eine geometrisch ähnliche Querschnittsreihe aufzustellen. Im allgemeinen genügen hierfür bereits die Kenntnisse der Oberflächentemperaturkurven zweier Querschnitte, wobei in der Regel die Festlegung eines Grenzquerschnittes, da die thermischen Stoffwerte üblicher Konstruktionsbetone nicht stark schwanken, leicht vorzunehmen ist.

Für andere Seitenverhältnisse können bei Rechteckquerschnitten die Oberflächentemperaturen durch Interpolation bekannter Werte für bekannte, bestimmte Seitenverhältnisse gefunden werden.

Die Rechnung mit Hilfe von Oberflächentemperaturen führt bei der Ermittlung der Temperaturfelder zu verhältnismäßig zuverlässigen Ergebnissen. Sie ist insbesondere von Vorteil, wenn Wärmeleitungsrechnungen für unterschiedliche Bedingungen der Beheizung durchgeführt werden und die thermischen Stoffwerte des Versuchskörpers nicht ausreichend gesichert sind. Bei einer Wärmeübergangsrechnung mittels der Wärmeübergangszahl α ist die Wärmeleitzahl λ von größerem Einfluß.

7. Thermische Stoffwerte für Betone

Wärmeleitzahl, spezifische Wärme sowie Rohwichte gehen als Stoffwerte in die Differentialgleichung des Temperaturfeldes ein. Ihre Größe und Veränderlichkeit mit der Temperatur oder dem Ort müssen als bekannt vorausgesetzt werden. Die Rohwichte kann für einen homogenen Betonquerschnitt als konstant über die Temperatur angenommen werden.

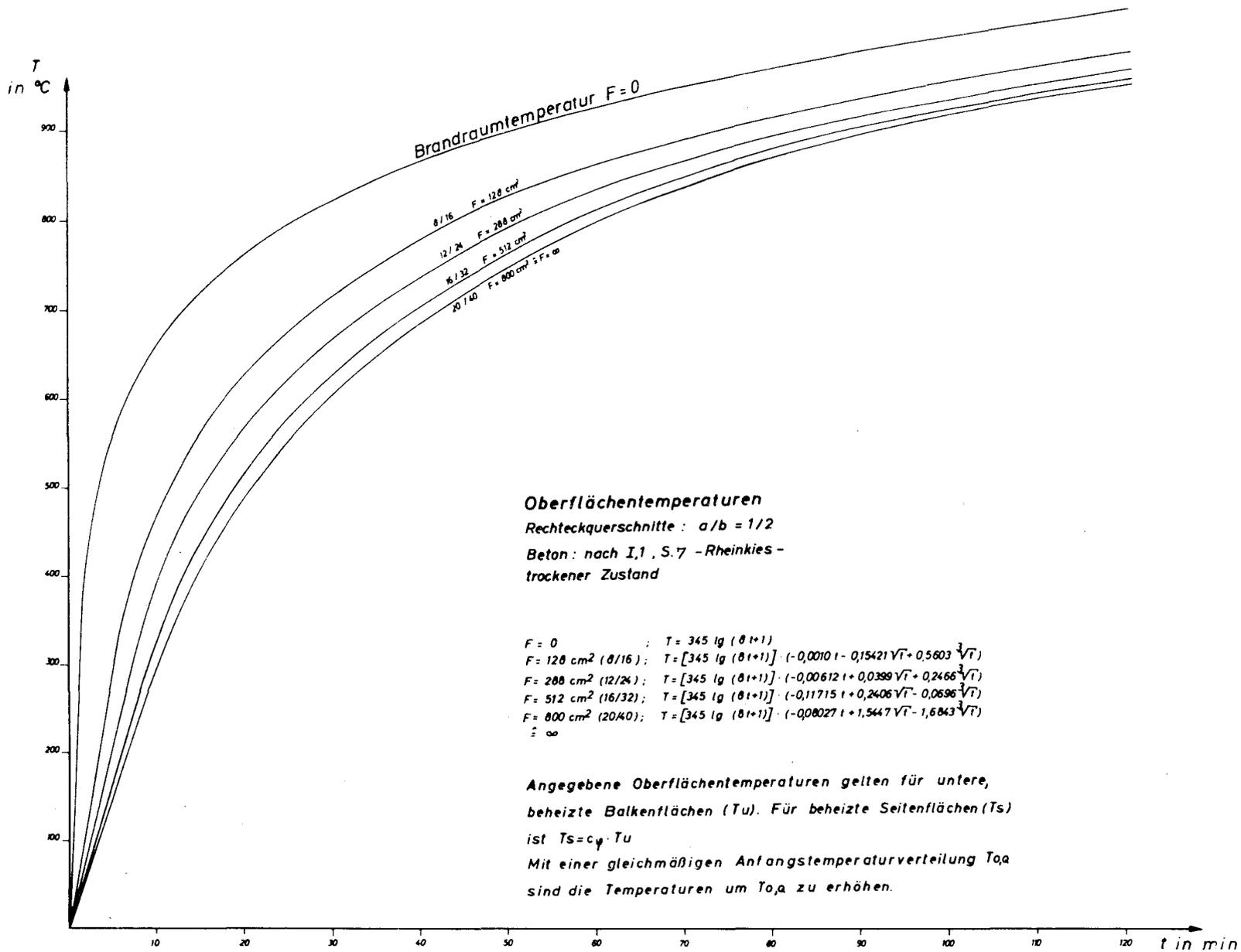


Bild 18

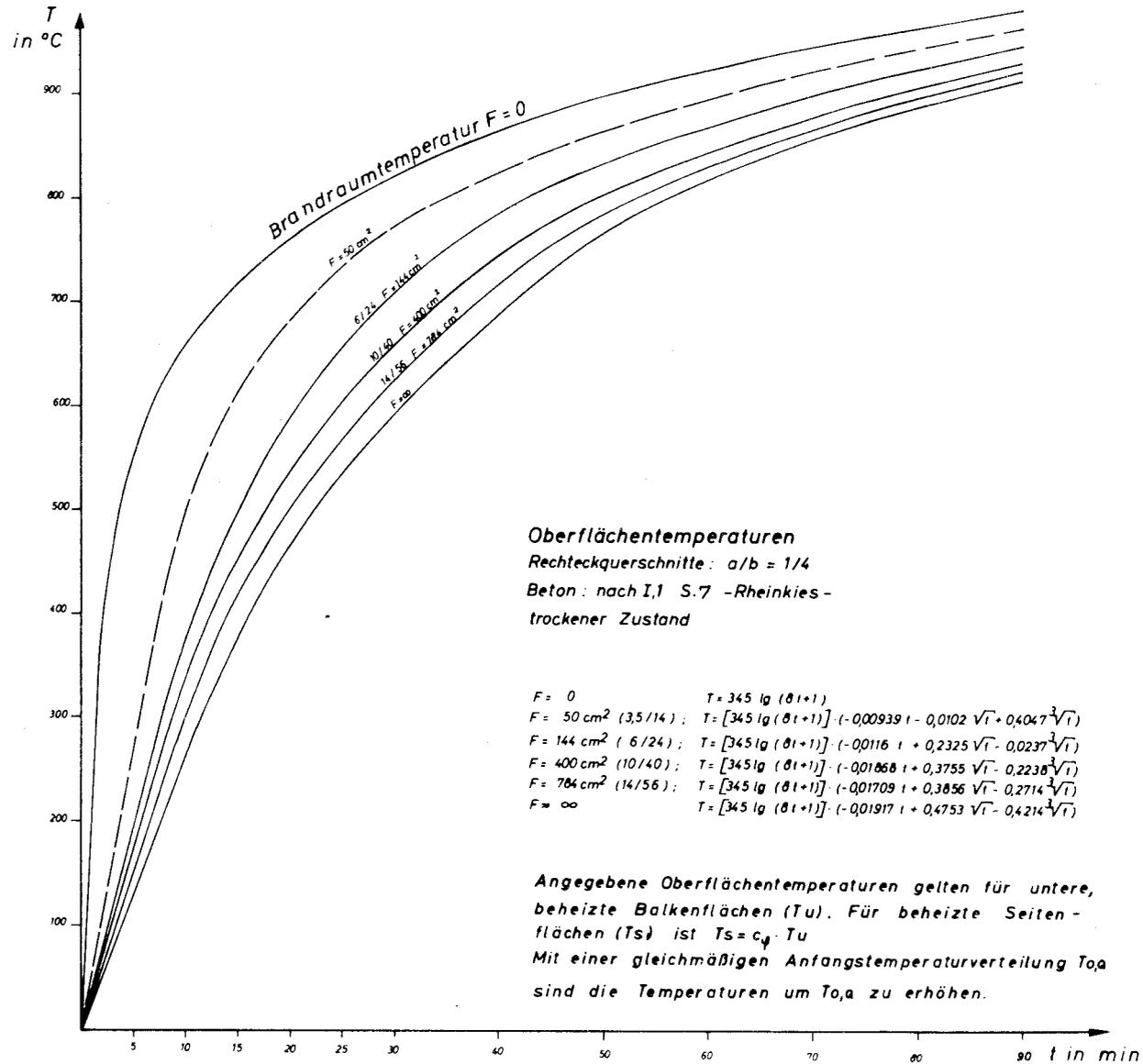


Bild 19

7.1 Wärmeleitfähigkeit λ

Wesentliche Einflußgrößen auf die Wärmeleitfähigkeit sind

- die Rohdichte bzw. das Raugewicht,
- die Temperatur,
- der molekulare Aufbau des Stoffes oder des Stoffgemisches und
- der Feuchtigkeitsgehalt des Stoffes.

Weitere Einflüsse sind Art, Verteilung und Größe der Poren, die chemische Zusammensetzung des Stoffes und die Art der Verbindung der festen Bestandteile des Stoffes.

Für Betone stehen die Einflüsse der Dichte, der Feuchtigkeit sowie der Temperatur im Vordergrund. Dabei sind für die Brandbeanspruchung die Einflüsse aus der Eigenfeuchtigkeit nicht von der entscheidenden Bedeutung wie in der Isolier- und Trockentechnik, da der feuchtigkeitsbedingte Anteil der Wärmeleitfähigkeit praktisch nur bis zu Temperaturen von 100°C bis rd. 150°C wirksam ist.

Die genannten Einflüsse werden im einzelnen kurz untersucht.

7.11 Raugewicht und Porenvolumen

Je größer das Porenvolumen eines Stoffes ist, desto mehr nimmt die Wärmeleitfähigkeit des Stoffes die Eigenschaften des λ -Wertes des eingeschlossenen Gases an. Mit abnehmendem Porenvolumen und wachsender Dichte nähert sich die Wärmeleitfähigkeit der des Feststoffanteiles.

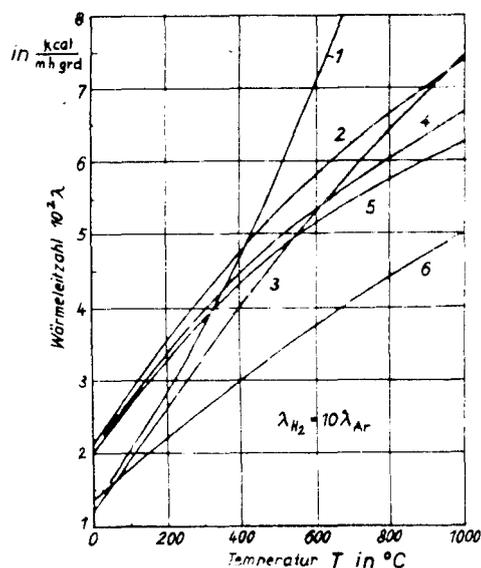


Bild 20: $\lambda = f(T)$ für verschiedene Gase [20]

- | | |
|------------------|---------------|
| 1) Wasserdampf | 4) Luft |
| 2) Sauerstoff | 5) Stickstoff |
| 3) CO_2 | 6) Argon |

Die Reindichte der festen Bestandteile schwankt in gewissen Grenzen verhältnismäßig wenig; daher ist das Raugewicht oder die Rohdichte der Stoffe ein Maß für das Porenvolumen.

Bild 20 zeigt Wärmeleitfähigkeiten für verschiedene Gase und deren temperaturbedingte Abhängigkeit. Die Wärmeleitfähigkeiten sind erheblich niedriger als die fester Stoffe.

Die Wärmeleitfähigkeit nimmt mit zunehmendem Porenvolumen ab, sie ist praktisch eine Funktion des Raugewichtes. Bild 21 gibt die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeiten vom Raugewicht für Betone und andere anorganische Baustoffe wieder.

Die Porengröße hat bei den hier zu untersuchenden Betonen nur eine untergeordnete Rolle. Anders ist es bei Leichtbetonen, speziellen Isolierstoffen und allgemein bei Mörteln und Betonen mit hohem Porenanteil. Das Wärmeleitverhalten die-

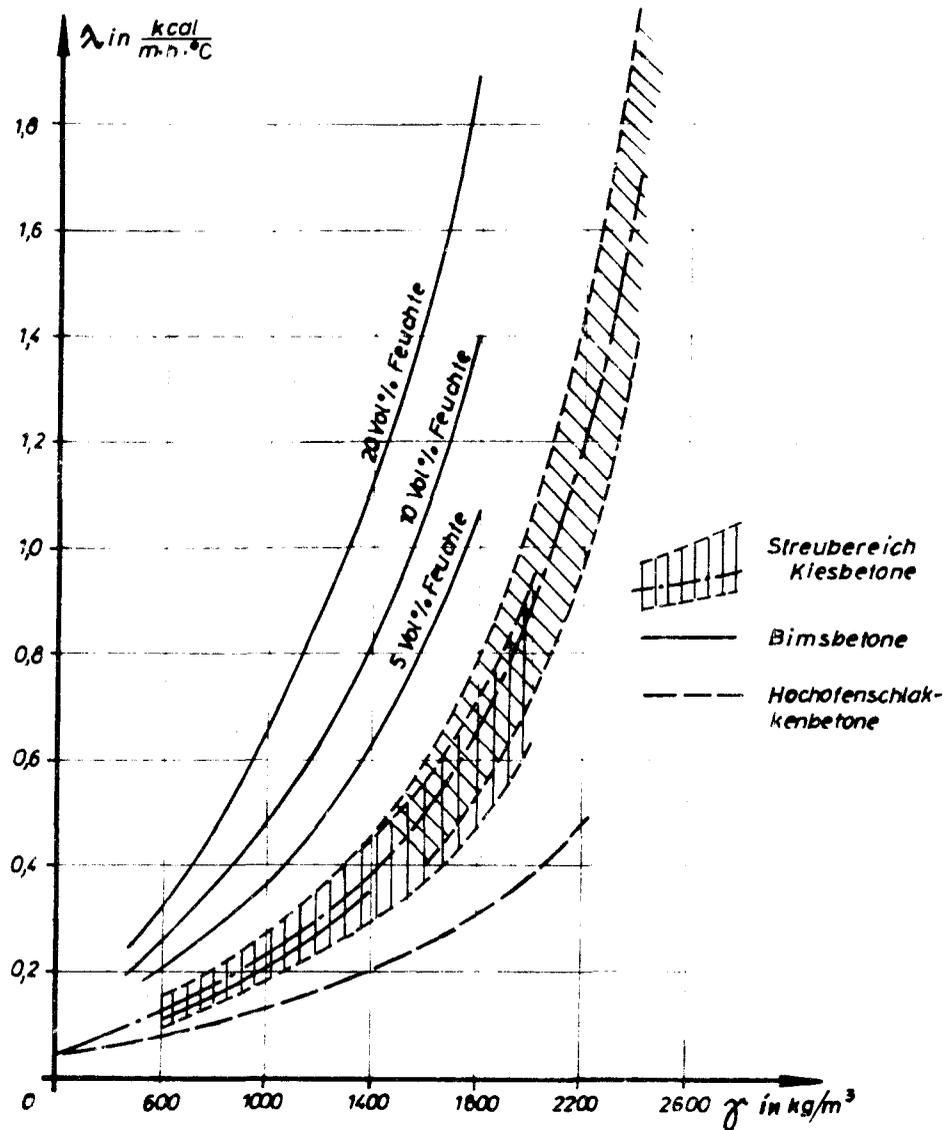


Bild 21: Wärmeleit Zahlen von Baustoffen nach Cammerer [27,57]; trockener Zustand

ser Stoffe, insbesondere bezüglich der Temperaturabhängigkeit, ist durch den großen Porenraum bestimmt. Eine Extrapolation auf dichtere Baustoffe, wie z.B. Schwerbetone, kann nur mit größter Vorsicht vorgenommen werden.

7.12 Einfluß der Temperatur

Bild 22 zeigt die Temperaturabhängigkeit verschiedener Isolierstoffe und feuerfester Materialien. Die Wärmeleit Zahlen nehmen mit der Temperatur ähnlich wie die der Gase zu.

Für dichtere Baustoffe, insbesondere für Konstruktionsbetone ($\gamma \approx 1800$ bis $2500 \text{ kg}/\text{m}^3$), liegen noch keine Untersuchungen für Temperaturen über Normaltemperatur vor. Es sind daher nur sehr vorsichtige Abschätzungen für das Verhalten von λ möglich.

Die Wärmeleit Zahlen für Kalkstein ($\gamma = 2670 \text{ kg}/\text{cm}^2$) und Granit ($\gamma = 2750 \text{ kg}/\text{cm}^2$) zeigen zwischen 0°C bis 100°C fallende Tendenz; für Basalt ergibt sich eine leichte Zunahme im angegebenen Temperaturbereich. Fast alle Me-

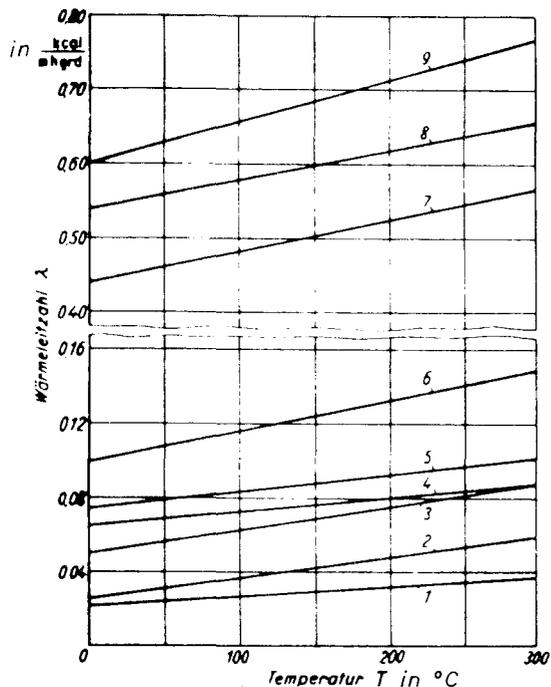


Bild 22: $\lambda = f(T)$ für Isolierstoffe und feuerfeste Materialien [20]

talle weisen zwischen 0°C bis 400°C für λ eine fallende Tendenz auf.

Bornemann rechnet für übliche Schwerbetone ([27], Seite 95) mit leicht steigenden λ -Werten bei zunehmender Temperatur, schreibt aber, daß der Einfluß mit wachsendem Raumgewicht wahrscheinlich abnimmt. Da eine eindeutige Temperaturabhängigkeit der λ -Werte für Konstruktionsbetone aus den vorliegenden Arbeiten nicht abgeleitet werden kann, wird im Rahmen der folgenden Untersuchungen versucht, eine Abhängigkeit für $\lambda = f(T)$ durch Vergleichsrechnungen zu erhalten. Allerdings ist hierbei der Einfluß einer temperaturabhängigen spezifischen Wärme nicht zu eliminieren.

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) Luft | 6) Kieselgur |
| 2) Glaswolle | 7) Mauersteine |
| 3) Schlackenwolle | 8) Schlackenbeton |
| 4) Niuvel | 9) Schamotte |
| 5) Sowelit | |

7.13 Molekularer Aufbau des Stoffgemisches

Cammerer [37] gibt an, daß die chemische Zusammensetzung von Betonen und allgemein von Baustoffen auf die Wärmeleitfähigkeit einen geringen Einfluß hat.

Dagegen ist der Einfluß des molekularen Aufbaues erheblicher. Kristalline Zuschläge führen zu höheren Wärmeleitfähigkeiten. Nach Cammerer ist bei Verwendung von Quarzsanden, die aus größeren Kristallen gebrochen werden, die Wärmeleitfähigkeit für Mörtel (rd. 20 %) größer als bei Zuschlägen aus Moränenkies und Moränensand. (Die hier untersuchten Betone zeigten für rein quarzitisches Zuschlag keine merkliche Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit gegenüber Rheinkies-Zuschlägen.) Die niedrigste Wärmeleitfähigkeit ergibt sich für Zuschläge aus amorphen Schmelzen (Hochofenschlacken, glasige Zuschläge). Ebenfalls zeigen Betone aus sedimentären Zuschlägen (Muschelkalk-Betone) geringere Wärmeleitfähigkeiten gegenüber Kiesbetonen.

Die Wärmeleitfähigkeit steigt in der Reihenfolge: Granitbeton, Jurakalk-Beton, Rheinkiesandbeton. Als Mittelwerte für trockene Betone können in etwa angegeben werden:

Rheinkiesbeton ($\gamma = 2200 - 2400 \text{ kg/m}^3$) : 1,00 - 1,40 kcal/m·h· $^{\circ}\text{C}$
 Muschelkalkbeton ($\gamma = 2200 - 2300 \text{ kg/m}^3$) : 0,70 - 0,90 kcal/m·h· $^{\circ}\text{C}$.

Bild 21 zeigt Beispiele für $\lambda(\gamma)$ von Hochofenschlacken-, Bims- und Kiesbetonen.

7.14 Baustofffeuchtigkeit

Der Einfluß der Feuchtigkeit auf die Wärmeleitfähigkeit ist für Bau- und Isolierstoffe, die in der Isoliertechnik Anwendung finden, weitgehend bekannt [37]. Für Konstruktionsbetone liegen dagegen keine genauen Untersuchungen vor. Die für Normaltemperaturen geltenden Gesetze der Wärmeübertragung bei Wasserdampfdiffusion in den Poren sind nicht ohne weiteres auf die beim Brandgeschehen sehr schnell ablaufenden Prozesse im Temperaturbereich von 0°C bis etwa 150°C zu übertragen.

Nach Cammerer kann man zur Berücksichtigung des Feuchtigkeitseinflusses von der Wärmeleitfähigkeit des trockenen Stoffes ausgehen und für die Feuchtigkeit einen Zuschlag ansetzen. Der λ -Wert des trockenen Stoffes bildet eine untere Grenze. In Tafel 1 sind Wärmeleitfähigkeiten für wassergesättigten Zustand aufgetragen, die als obere, die sichere Seite beschreibende Abschätzung dienen können.

T a f e l 1

Die Wärmeleitfähigkeit von Bau- und Isolierstoffen im wassergesättigten Zustand
Richtwerte von J.S. Cammerer [37]

(Anorganische Stoffe - mittlere Reindichte 2600 kg/m³)

Raungewicht kg/m ³	Porosität Vol.-%	Wärmeleitfähigkeit bei Wassersättigung kcal/m·h grad
0 (Wasser)	100	0,50
260	90	0,62
520	80	0,73
780	70	0,86
1040	60	1,00
1300	50	1,18
1560	40	1,38
1820	30	1,67
2080	20	1,98
2340	10	2,40
2600	0	2,80

Die Einflüsse aus Temperatur und Feuchtigkeit auf die Wärmeleitfähigkeit stehen miteinander in Zusammenhang. Bis rd. 100°C sind die Wärmeleitfähigkeiten des feuchten Stoffes maßgebend. Für Rechnungen in diesem Temperaturbereich genügt im allgemeinen ein Mittelwert. Nach der Wasserverdampfung stellt sich der für den trockenen Zustand maßgebende Wärmeleitwert ein, der sodann bei höheren Temperaturen vom Temperatureinfluß auf λ bestimmt wird.

7.15 Weitere Einflüsse auf λ bei Betonen

- Die Erhöhung des Zementgehaltes zwischen 100 und 350 kg/m³ hat nach Busch [1] und Graf (vergl. Heft 74 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton) keinen wesentlichen Einfluß auf die Größe von λ .
- Ebenfalls zeigt der Mörtelgehalt des Betones zwischen 25 und 80 % kei-

nen deutlichen Einfluß auf die Wärmeleitzahl.

- c) Betone mit höherem W/Z-Faktor (höhere Porosität) weisen gegenüber Betonen mit geringerem W/Z-Wert kleinere Wärmeleitzahlen auf.
- d) Eine wesentliche Einflußgröße auf die Wärmeleitzahl ist die Dichte.

7.2 Spezifische Wärme

Die spezifische Wärme c_p in kcal/kg·grd beschreibt das Wärmebindungsvermögen des Stoffes. Eine hohe spezifische Wärme reduziert das Temperaturleitvermögen eines Stoffes. Diese Wechselwirkung beschreibt die Temperaturleitzahl $a = \lambda / c_p \cdot \rho$.

Die spezifische Wärme ist von der stofflichen Zusammensetzung des Baustoffes, seinem Feuchtigkeitsgehalt und der Temperatur abhängig. Allerdings hat die Größe c_p bis 100°C für Schwerbetone (Steine der Zuschläge) engbegrenzte Werte und wird mit 0,20 bis 0,25 kcal/kg·grd angegeben [1,28,38]. Das höchste Wärmefassungsvermögen hat Wasser mit dem Wert 1.

Als Mittelwerte im Temperaturbereich von 20°C bis 700°C wird für alle Baustoffe $c_p = 0,25$ kcal/kg·grd angegeben [1,21,27]. Busch [1] empfiehlt, für Beton $c_p = 0,27$ kcal/kg·grd zu setzen.

Diese Werte sind nur ungenügend durch Messungen gesichert; ein temperaturabhängiges Verhalten von c_p für Betone unter höheren Temperaturen ist nach vorliegenden Arbeiten noch nicht untersucht worden. Daher werden üblicherweise für eine Rechnung konstante c_p -Werte eingeführt [1,21,27]. In der folgenden Untersuchung wird ebenfalls c_p als Mittelwert konstant angesetzt, dennoch darf der Einfluß von temperaturabhängigen c_p - und λ -Werten auf die Temperaturleitzahl nicht übersehen werden.

7.3 Zusammenfassung

Die auftretenden erheblichen Streubereiche der thermischen Stoffwerte erlauben keine ausreichend genaue Zuordnung zu einem Beton bestimmter Zusammensetzung. Dies gilt insbesondere für die Wärmeleitzahl λ .

Für Konstruktionsbetone bestimmter Dichte schwanken die λ -Werte nach vorliegenden Literaturangaben beträchtlich. Über den Einfluß der Temperatur auf Wärmeleitzahl und spez. Wärme können keine gesicherten Aussagen gemacht werden. Der Einfluß der Betonfeuchtigkeit auf die Wärmeleitzahlen führt bei Temperaturzunahme infolge Verdampfung der Baustofffeuchtigkeit vermutlich zu einer Unstetigkeitsstelle im Verlauf λ über T.

8. Numerische Lösungen für Wärmeleitung in balkenartigen Betonbauteilen

8.1 Allgemeines

Die thermischen Stoffwerte der Betone können nach Größe, Temperatur- und Feuchtigkeitsabhängigkeit als nicht gesichert angesehen werden. Die Pro-

bleme der Wärmeübertragung auf das Versuchsstück sind insgesamt nur schwer erfassbar und bislang in der Anwendung auf brandbeanspruchte Stahlbetonbauteile sehr ungenügend bearbeitet worden.

Es müssen daher im folgenden in Vergleichsrechnungen durch Variationen der Stoff- und Kennwerte deren Größe und Verhalten näher untersucht werden. Daneben ist die Untersuchung des Feuchtigkeitseinflusses auf den Erwärmungsvorgang wichtig.

Um gesicherte Grundlagen für die Rechnung zu erhalten, wird zunächst der "trockene" Beton, der bezüglich der Temperaturabhängigkeit für λ vermutlich keine Unstetigkeitsstellen aufweist, untersucht. Der Einfluß der Betonfeuchtigkeit wird anschließend gesondert rechnerisch behandelt. Für Erwärmungsvorgänge an "trockenen" Querschnitten liegen ebenfalls Meßergebnisse vor (s. unten).

Die Berechnung "trockener" Profile wird in folgenden Schritten durchgeführt: In einer ersten Rechnung werden Lösungen unter Annahme konstanter Stoffwerte gezeigt. Als Randbedingungen werden rechnerisch-empirisch gefundene Oberflächentemperaturen berücksichtigt. Sodann werden die Lösungen durch Einführung von temperaturabhängigen Stoffwerten erweitert und verbessert. Als Randbedingungen werden ebenfalls Oberflächentemperaturen angesetzt.

In einem weiteren Schritt werden Rechnungen mit Hilfe einer Wärmeübergangsberechnung durchgeführt. Die Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung setzt aber richtige thermische Stoffwerte für die untersuchten Betone voraus. Diese Werte können den Untersuchungen in den vorhergehenden Rechnungen entnommen werden.

Wegen der erforderlichen Variationen und Vergleichsrechnungen werden mit Vorteil Differenzenverfahren angewendet. Hierbei können mit der Temperatur und dem Ort variable Stoffwerte leicht berücksichtigt werden.

8.2 Meßergebnisse für den trockenen Zustand; Einfluß der Betonfeuchtigkeit

Einen Vergleich der Temperatur-Zeit-Kurven für den "feuchten" und "trockenen" Zustand eines Profiles gestatten die Bilder 23, 24 und 25 für Querschnitte 12/24, 20/40 und 28/56 cm. Eine vergleichende Auswertung ergibt:

1. Die einzelnen Meßstellen erfahren je nach Lage und Querschnitt im Bereich der 100°C-Isotherme eine unterschiedlich lange zeitliche Verzögerung infolge der der Umgebung entzogenen Verdampfungswärmen. Die Größe der Verzögerung an vergleichbaren Querschnittsstellen wird durch Profilgröße und Feuchtigkeitsgehalt bestimmt.
2. Je nach Profilgröße und Meßpunktlage laufen die Temperatur-Zeit-Kurven des "feuchten" entweder tangential in die Kurven des "trockenen" Profiles oder sie schneiden die zugehörige Kurve des "trockenen" Querschnittes und laufen angenähert tangential in eine Parallele zu dieser ein. Hiervon sind die oberflächennahen Bereiche des nicht beheizten, oberen Randes auszunehmen, da stärkere Störungen aus dem freien, austretenden Wasser und seiner Verdampfung auftreten.
3. Eine wechselseitige Beeinflussung der Erwärmungsvorgänge von "feuchten" und "trockenen" Bereichen eines Profiles ist nach Meßergebnissen vernachlässigbar gering.

4. Eine durch Stoffumwandlungen bedingte Änderung der thermischen Werte ist daher nicht erkennbar eingetreten. Veränderungen der Stoffwerte sind an Steigungsänderungen der Temperatur-Zeit-Kurven erkennbar.

Diese Folgerung ist wichtig, da die Profile beim Versuch im "trockenen" Zustand (insbesondere an oberflächennahen Meßstellen) in der Regel bereits einmal höheren Temperaturen ausgesetzt waren.

Die getroffenen Feststellungen gelten für die im Rahmen der Versuche möglichen Meßgenauigkeiten.

Für die beheizten Balkenbereiche ergibt sich demnach bei Querschnitten $\geq 20/40$ cm (Standardbeton, s.o.) im Temperaturbereich $\geq 150^\circ\text{C}$ kein zu berücksichtigender Einfluß aus normalen Feuchtigkeitsgehalten gegenüber Ergebnissen am trockenen Querschnitt. Die zeitliche Verzögerung entspricht in Näherung der Differenz der Temperatur-Zeit-Kurven im "feuchten" und "trockenen" Zustand.

Bei kleinen Profilen mit hohen Aufwärmgeschwindigkeiten und demzufolge geringen Feuchtigkeitsverzögerungen ist der Feuchteeinfluß für Abschätzungen des Temperaturfeldes vernachlässigbar, für genauere Rechnungen kann er durch eine reduzierte Wärmeleitfähigkeit des trockenen Querschnittes berücksichtigt werden.

8.3 Rechnung mit konstanten Stoffwerten

8.31 Allgemeines

Es wird die Annahme getroffen, daß eine Veränderung der Wärmeleitfähigkeit λ mit der Temperatur geringfügig ist bzw. in engen Grenzen mit gleicher Tendenz wie bei der spez. Wärme $c_p = c_p(T)$ erfolgt, so daß näherungsweise eine konstante Temperaturleitfähigkeit a angesetzt werden darf.

Es werden Profile ohne Baustoffeigenfeuchtigkeit vorausgesetzt.

8.32 Ermittlung des Temperaturfeldes im Querschnitt

Für konstante Stoffwerte erhält man einen rechnerisch einfach zu behandelnden Ansatz. Nach Gleichung (5c) ist für den zweidimensionalen Fall

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right),$$

wobei

$$\frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} = a \text{ die Temperaturleitfähigkeit ist.}$$

Hieraus wird eine Differenzenrechnung abgeleitet. Vergl. Anhang, S. 1.

Es ist

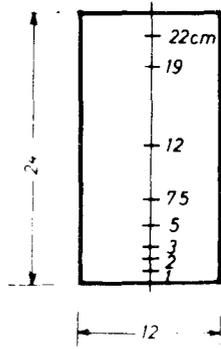
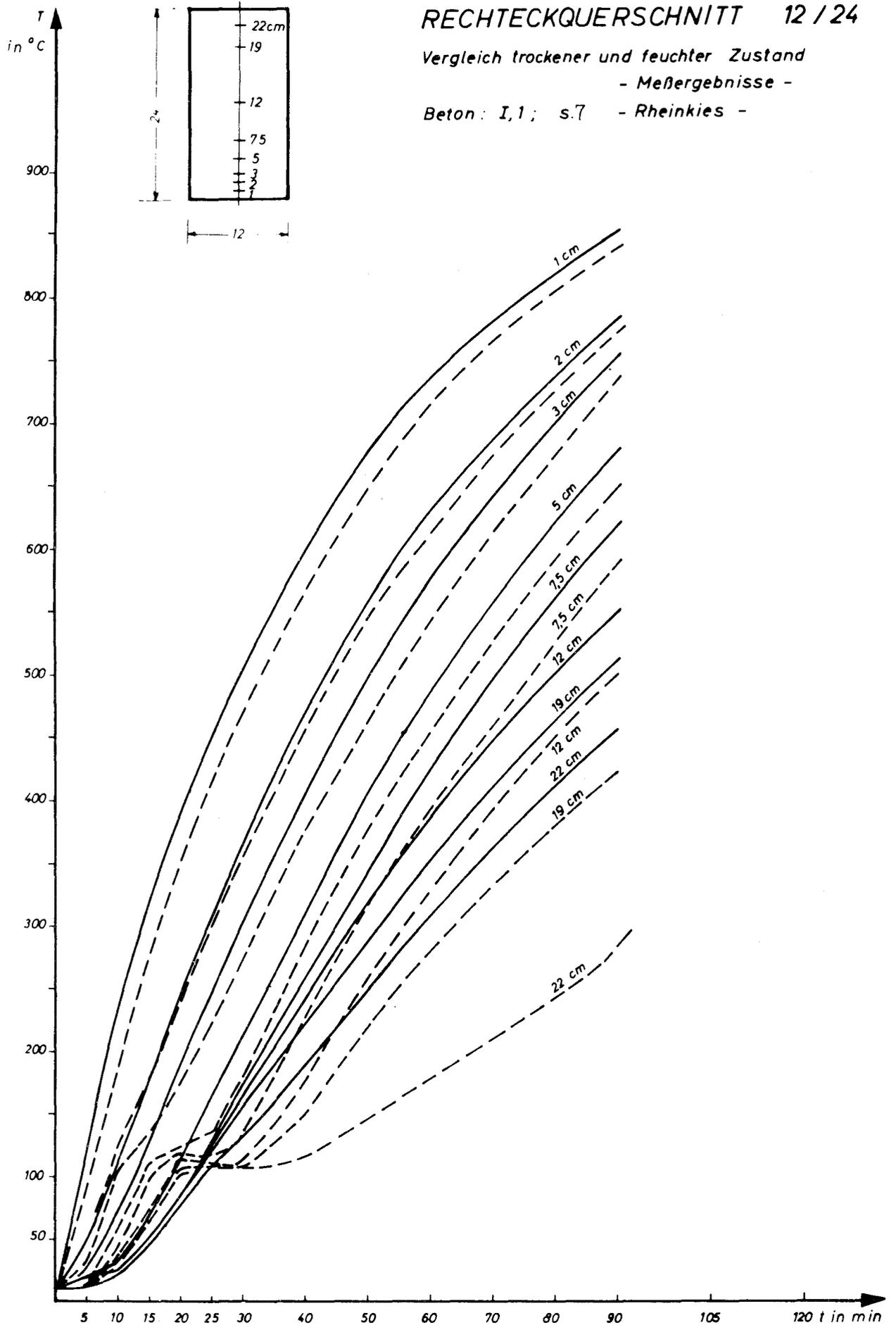
$$T_{n,m,k+1} = \sigma (T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} + T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k} - 4 T_{n,m,k}) + T_{n,m,k} \quad (14)$$

RECHTECKQUERSCHNITT 12 / 24

Vergleich trockener und feuchter Zustand

- Meßergebnisse -

Beton: I,1; s.7 - Rheinkies -



50 Bild 23

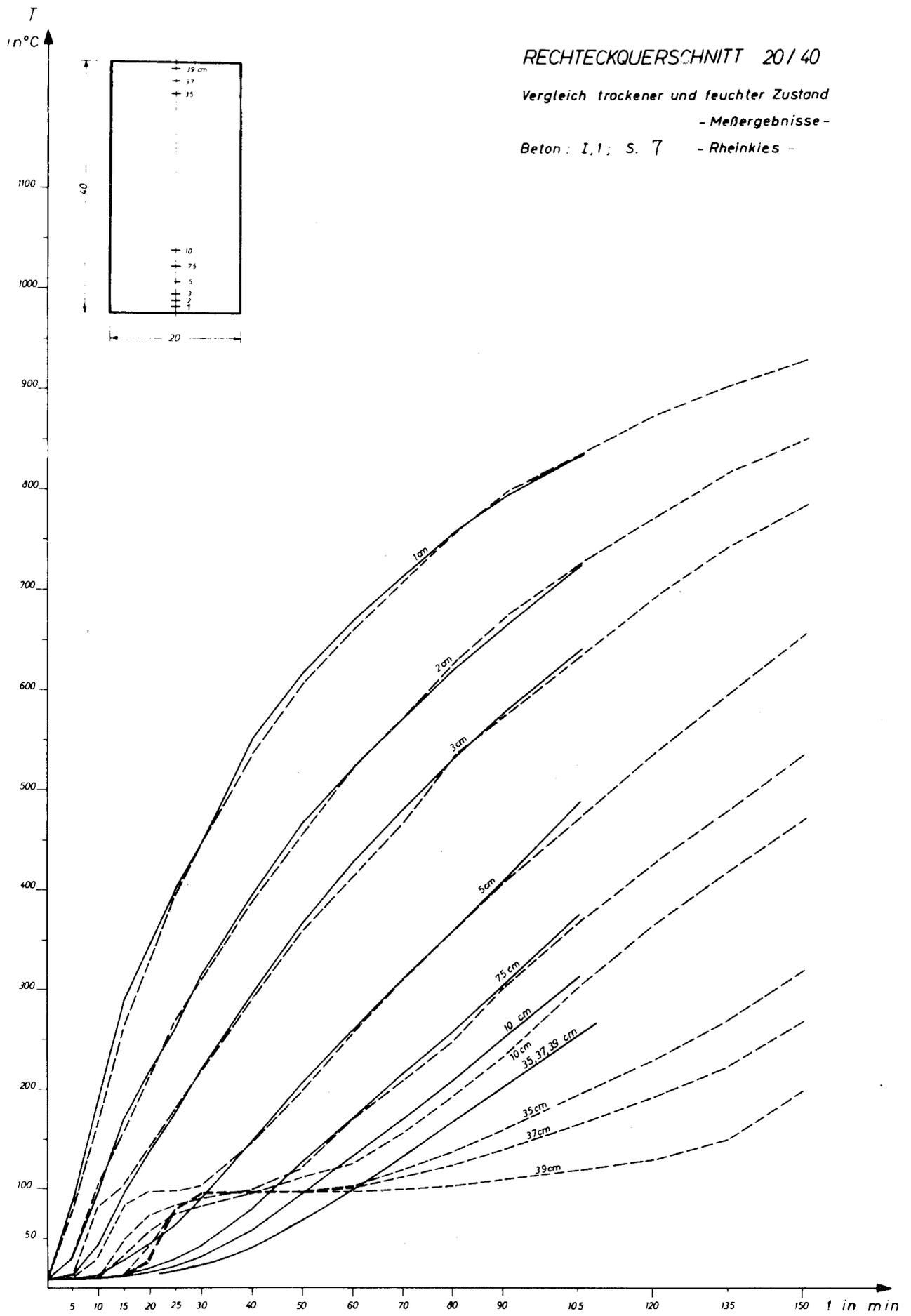


Bild 24

RECHTECKQUERSCHNITT 28 / 56

Vergleich trockener und feuchter Zustand

- Meßergebnisse -

Beton: I,1 ; s. 7 - Rheinkies -

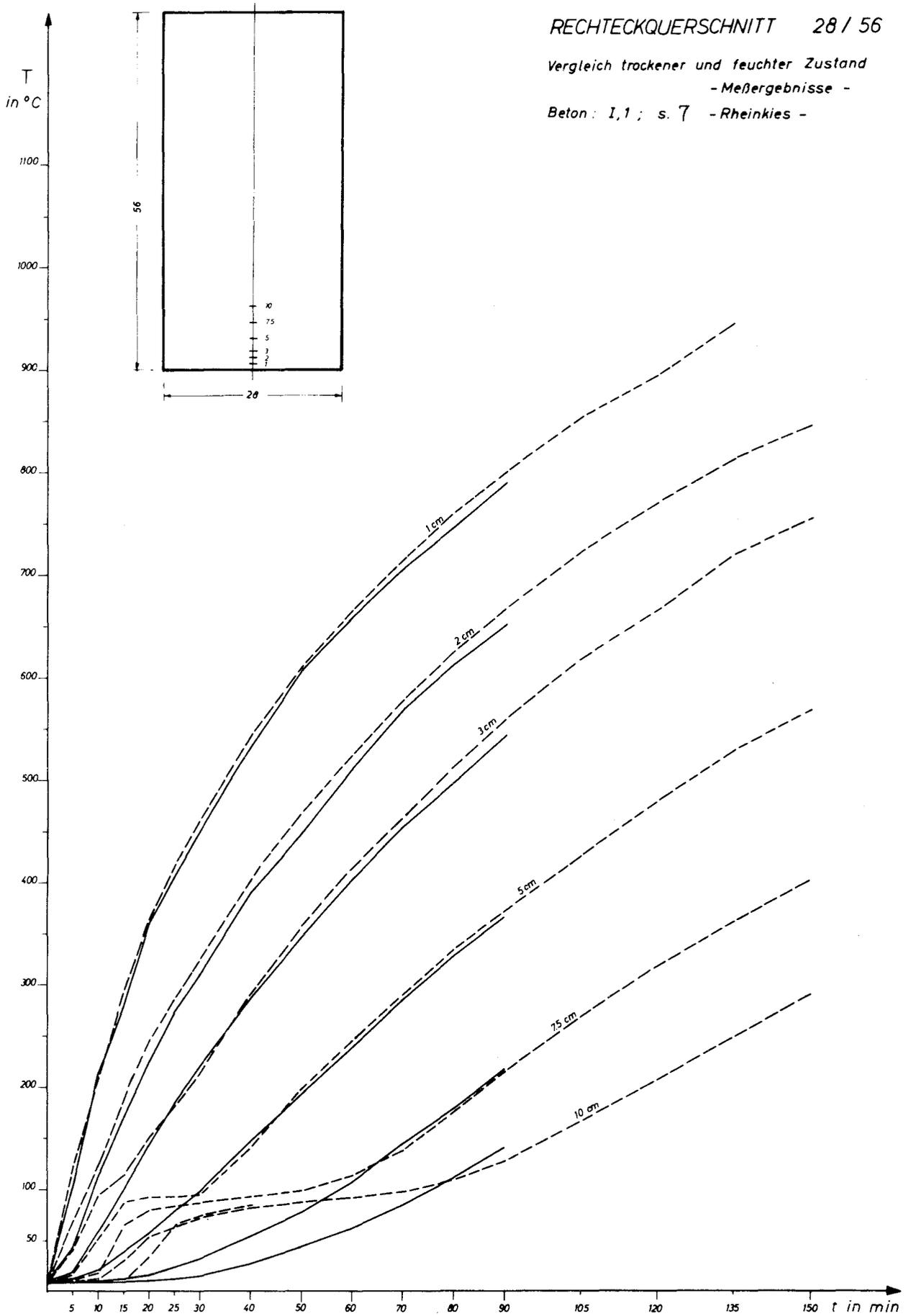


Bild 25

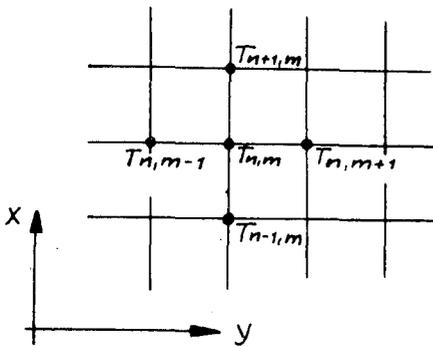


Bild 26: Differenzen-Gitter mit $\Delta x = \Delta y$

n: Zählung der Punkte x-Richtung
 m: Zählung der Punkte y-Richtung
 k: Zählung der Zeitschritte

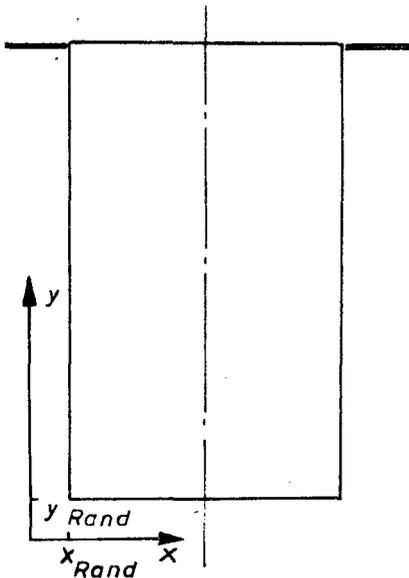
Hierbei bedeutet

$$\sigma = \frac{a \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{den Modul der Differenzengleichung.}$$

Durch eine geeignete Wahl von σ können die Bedingungen für Konvergenz und Stabilität der Differenzgleichung erfüllt werden; vergl. Anhang, S.1.

In einem quadratischen Differenzenraster ($\Delta x = \Delta y$) rechnet sich nach Gl.(14) die Temperatur eines Punktes (n,m) zum Zeitschritt k+1 aus den vier umliegenden Temperaturen sowie der Temperatur des gesuchten Punktes zum Zeitschritt k.

8.33 Erfüllung der Randbedingungen



1. Beheizte Berandungen:

Der Einfluß der Stoffwerte nach Größe und Temperaturabhängigkeit kann nur bei einer mit der Wirklichkeit übereinstimmenden Wärmeübertragung vom Brandraum auf den Versuchskörper studiert werden. Eine Wärmeübergangsrechnung führt bei Benutzung falscher Stoffwerte zu fehlerhaften Ergebnissen.

Daher werden zunächst die Randbedingungen durch zeitlich sich verändernde, bereichsweise konstante Wandtemperaturen T_{OF} nach Pkt. 6.4 wiedergegeben.

$$T_{OF} = T_{OF}(t, x_{Rand}, (y_{Rand}))$$

2. Oberer, nicht beheizter Rand:

Für den oberen, nicht beheizten Rand wird eine Wärmeübergangsbedingung zum Luftkörper erfüllt. Es ist

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{\text{ob.Rand}} = -\frac{\alpha}{\lambda}(T_{\text{Luft}} - T_{\text{ob.Rand}})$$

Die Wärmeübergangszahl zwischen leichtbewegter Luft und der Versuchskörperfläche wird aufgrund von Vergleichsrechnungen und Literaturangaben [21,37] mit $\alpha = 8$ bis $15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$ angenommen. Der aus obiger Wärmeübergangsbedingung abgeleitete Differenzenansatz ist im Anhang, S. 3 näher erläutert.

3. Symmetrieeigenschaften:

Liegt Symmetrie bezüglich der Randbedingungen und der Geometrie der untersuchten Querschnitte vor, dann kann die Berechnung der Temperaturfelder auf eine durch die lotrechte Symmetrieachse abgetrennte Profilhälfte beschränkt werden. Es ist für die Symmetrieachse

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=x_{\text{sym.}}} = 0.$$

8.34 Anfangstemperaturverteilung

Die Anfangstemperaturverteilung bestimmt den Ursprung der Temperaturkurven im Temperatur-Zeit-Diagramm.

Die Brandversuche für vorliegende Versuchsreihe wurden bei Außentemperaturen zwischen +5°C und +20°C durchgeführt. Hierbei darf auf die Versuchskörper jeweils die gleiche Temperatur als Anfangstemperatur angesetzt werden. In den Darstellungen der Versuchswerte wurde einheitlich +10°C als Anfangstemperatur gewählt und eine Anpassung durch geringfügige Korrekturen der Ursprungslage sowie der gesteuerten Brandraumtemperaturen vorgenommen¹⁾.

Für die Rechnungen wird eine gleichmäßige Anfangstemperaturverteilung in den Querschnitten von +10°C angesetzt.

8.35 Wahl der Stoffwerte

Die Wärmeleitzahlen wurden durch Vergleichsrechnungen und Orientierung an den Meßwerten der untersuchten Querschnitte näher festgelegt.

Es ergibt sich für den Standardbeton (Beton I,1 - Rheinkies -; vergl. Pkt. 3.41)

$$\lambda_m = 1,10 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad.}$$

Für die Beton-Variation mit rein quarzitischen Zuschlägen (Beton III) erhält man im Mittel

$$\lambda_m = 1,18 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad.}$$

Für Muschelkalk-Beton (Beton II; vergl. Pkt. 3.43) ist

$$\lambda_m = 0,86 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad.}$$

Für die spezifische Wärme wird als Mittelwert c_{pm} mit 0,25 bis 0,26 kcal/kg·grad angesetzt. Die Rohwichte ρ ergibt sich aus Gewichtsmessungen der untersuchten Betone und beträgt 2280 bis 2350 kg/m³.

1) Zur Anfangstemperaturverteilung ist zu bemerken:

Die Funktion der Brandraumtemperatur $T-T_0 = 345 \lg(8t+1)$ enthält mit T_0 die äußere Umgebungstemperatur, die allgemein auch als Anfangstemperatur im Querschnitt aufgefaßt wird. Allerdings brauchen Umgebungstemperatur T_0 und Anfangstemperatur im Querschnitt nicht übereinzustimmen.

In den Rechnungen werden gleichbleibend folgende Temperaturleitzahlen gewählt:

Standardbeton (Beton I,1, Rheinkies):

$$c_{pm} \cdot \rho = 0,25 \cdot 2340 = 585 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{grad} ; a = \frac{\lambda}{c_{pm} \cdot \rho} = 0,001875 \text{ m}^2/\text{h}$$

Muschelkalk-Beton (Beton II):

$$c_{pm} \cdot \rho = 0,26 \cdot 2300 = 600 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{grad} ; a = \frac{\lambda}{c_{pm} \cdot \rho} = 0,001433 \text{ m}^2/\text{h}.$$

Andere Betonvarianten werden weiter unten behandelt, da sich ihre Wärmeleit-eigenschaften nur wenig vom Standardbeton unterscheiden.

8.36 Durchführung der Rechnung

Die Differenzenrechnung kann mit einem angemessenen zeitlichen Aufwand nur noch mit schnellrechnenden Hilfsmitteln durchgeführt werden. Bei üblichen Balkenabmessungen und verhältnismäßig groben Rasterteilungen scheitert eine Rechnung mit Hilfe üblicher Tischrechenmaschinen ebenfalls an dem erheblichen Aufwand.

Daher wurde das vorliegende Problem programmiert und elektronisch gerechnet. Der Aufbau des Programmes sowie weitere Angaben über die Organisation der Rechnung sind im Anhang zusammengefaßt; vergl. Anhang, S. 5 ff.

8.37 Rechenergebnisse; Vergleich mit Meßwerten für den trockenen Zustand

Mit den beschriebenen Ansätzen und den im Anhang erläuterten Daten wurden alle Rechteck-Profile der Versuchsreihe durchgerechnet.

Die Rechnungen ergeben für jeden gewünschten Zeitpunkt t_i des Brandablaufes das gesamte Temperaturfeld des Querschnittes; $T = T(x, y, t_i)$.

Bild 29 zeigt als Beispiel eines ausgedruckten Rechenergebnisses das Temperaturfeld für den Rechteckquerschnitt 12/24, Rasterweite $\Delta x = \Delta y = 0,01 \text{ m}$ und $t = 60 \text{ min}$ Branddauer.

Die Rechenergebnisse können unmittelbar zu Isothermen für Zeiten t_i ausgewertet oder in Temperatur-Zeit-Diagramme aufgetragen werden. Das Isothermenbild beschreibt das gesamte Temperaturfeld, ist aber verhältnismäßig ungenau und gestattet keine Aussage über die Temperaturänderung eines Punktes mit der Zeit. Das Temperatur-Zeit-Diagramm erfaßt dagegen nur charakteristische Punkte, ist für vergleichende Auswertungen geeignet und gibt das Temperaturverhalten über die Zeit wieder. Diese Darstellung wird hier gewählt.

In den Bildern 30 bis 38 sind für verschiedene Profile und charakteristische Querschnittspunkte die Rechenergebnisse aufgetragen (Profile mit $a/b = 1/2 : 12/24, 20/40, 28/56 \text{ cm}$, und $a/b = 1/4 : 6/24, 10/40 \text{ cm}$).

Den Rechenergebnissen sind jeweils die Meßwerte für einzelne Profile im trockenen Zustand gegenübergestellt.

Insgesamt ergibt sich für den Standardbeton eine ausreichend genaue Übereinstimmung von Rechen- und Meßwerten.¹⁾ Die maximale Abweichung zwischen Messung und Rechnung beträgt für einige Meßpunkte (außer in den Eckdiagonalen) rd. 50°C. Hierbei können sich Fehler aus der Messung und der Beheizung mit denen aus Annahmen für die Rechnung (Wandtemperaturen und Stoffwerte) überlagern.

In Bild 33 ergeben sich für Muschelkalk-Beton mit $\lambda = 0,86 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$ für oberflächennahe Bereiche (rd. 5 cm Tiefe) gute Lösungen. Für tieferliegende Meßpunkte erhält man jedoch beträchtliche prozentuale Abweichungen, die bei Wahl größerer Wärmeleitzahlen ($\lambda \approx 1,00 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$) verringert werden können.

Insgesamt treten folgende systematische Abweichungen auf: Die untersuchten Punkte mit geringer Betonüberdeckung ($\lesssim 3 \text{ cm}$) weisen in fast allen Fällen gute Übereinstimmung mit den Messungen auf. Tiefer liegende Punkte zeigen Abweichungen in der Art, daß die gerechneten Temperaturen im allgemeinen unter den gemessenen oder aber im unteren Temperaturbereich unterhalb der gemessenen, im höheren Temperaturbereich dagegen oberhalb der gemessenen Werte liegen. (Vergl. Querschnitte 12/24, 20/40, 28/56, 10/40 cm.) Für diese Meßstellen weisen die Rechenergebnisse gegenüber den Messungen im Temperatur-Zeit-Diagramm Drehungen auf, die auf veränderliche, temperaturabhängige Stoffwerte schließen lassen. An oberflächennahen Meßpunkten können diese Eigenschaften nur beschränkt beobachtet werden, da hier die vorgegebenen Oberflächentemperaturen weitgehend das Temperaturfeld bestimmen.

Die für Querschnitt 6/24 aufgetragenen Rechenwerte sind insgesamt gegenüber den Meßwerten etwas zu hoch. Geringe Abweichungen in der Beheizung oder den Stoffwerten wirken sich jedoch bei kleinen Profilen, die sehr steile Temperaturgradienten aufweisen, stark aus.

Wesentliche Abweichungen zwischen Rechnung und Messung ergeben sich in den Eckbereichen. Die Abweichungen für Punkte mit 2 cm Eckenmaß, das für die Aufwärmung der Bügelbewehrung im allgemeinen repräsentativ ist, betragen max. rd. 60°C und nehmen mit wachsender Querschnittsgröße zunehmend ab. Der Fehler für Querschnittsstellen $> 2 \text{ cm}$ Eckenmaß liegt bereits in der Größe der anderer Querschnittspunkte. Die an den Ecken auftretenden örtlichen Störungen infolge Oberflächentemperaturerhöhungen gegenüber den angenommenen konstanten Werten wurden in einem zweiten Rechnungsgang berücksichtigt und dem Temperaturfeld aus konstanten Oberflächentemperaturen superponiert. Allerdings kann diese Störung im wesentlichen als örtlich begrenzt und im Hinblick auf eine wesentliche Rechenvereinfachung bei Annahme konstanter Wandtemperaturen als vernachlässigbar angesehen werden.

1) Meßgenauigkeit: Unter Berücksichtigung der mittleren Toleranz der verwendeten Thermoelemente (s_1), der mittleren Toleranz der elektrischen Anzeigergeräte (s_2), der mittleren Ablesefehler (s_3) sowie der mittleren Fehler für die Abweichung des Thermoelementes im Querschnitt von der Sollage (s_4) ist der mittlere Fehler für den oberen Temperaturbereich (700°C bis 800°C) nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$s = \sqrt{s_i^2} = \sqrt{12^2 + 12^2 + 2,5^2 + 10^2} \approx \pm 20^\circ\text{C}. \text{ (Weitere Fehler aus der Meßeinrichtung können wegen sorgfältiger Kontrollen vernachlässigt werden.)}$$

Der größtmögliche Fehler ergibt sich aus der Addition aller Fehleranteile.

TN: 832°C TM: 790°C

unterer, beflammer Rand

787.13	775.04	763.35	754.35	748.78	746.90
758.17	728.08	703.45	685.31	674.23	670.50
737.51	691.32	654.48	627.70	611.43	605.98
722.10	662.60	615.21	580.80	559.93	552.93
710.29	640.21	584.13	543.33	518.55	510.25
701.23	622.86	559.88	513.91	485.96	476.57
694.33	609.61	541.25	491.25	460.78	450.56
689.15	599.63	527.21	474.11	441.72	430.84
685.32	592.25	516.80	461.40	427.57	416.20
682.54	586.89	509.23	452.14	417.26	405.52
680.56	583.05	503.81	445.51	409.87	397.88
679.15	580.34	499.97	440.82	404.64	392.47
678.15	578.41	497.25	437.49	400.93	388.63
677.41	576.98	495.24	435.03	398.20	385.80
676.81	575.82	493.60	433.04	395.99	383.52
676.21	574.69	492.03	431.15	393.89	381.36
675.51	573.35	490.19	428.95	391.50	378.89
674.52	571.52	487.70	426.03	388.34	375.66
673.03	568.77	484.07	421.86	383.88	371.12
670.63	564.50	478.60	415.73	377.47	364.63
666.66	557.72	470.28	406.75	368.29	355.41
659.70	546.71	457.65	393.79	355.43	342.64
646.53	528.51	438.68	375.53	337.98	325.51
618.55	498.07	410.93	350.78	315.28	303.52

oberer, freier Rand

seitlicher, beflammer Rand (M)

Symmetrieachse

Bild 29: Temperaturfeld für Rechteckquerschnitt 12/24:

Beton I,1 - Rheinkies - trocken -

$t = 60 \text{ min}$; $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ cm}$; Randabstand: 1 cm;

$\alpha_{\text{Luft}} = 15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$; $\lambda = \text{const} = 1,10 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$

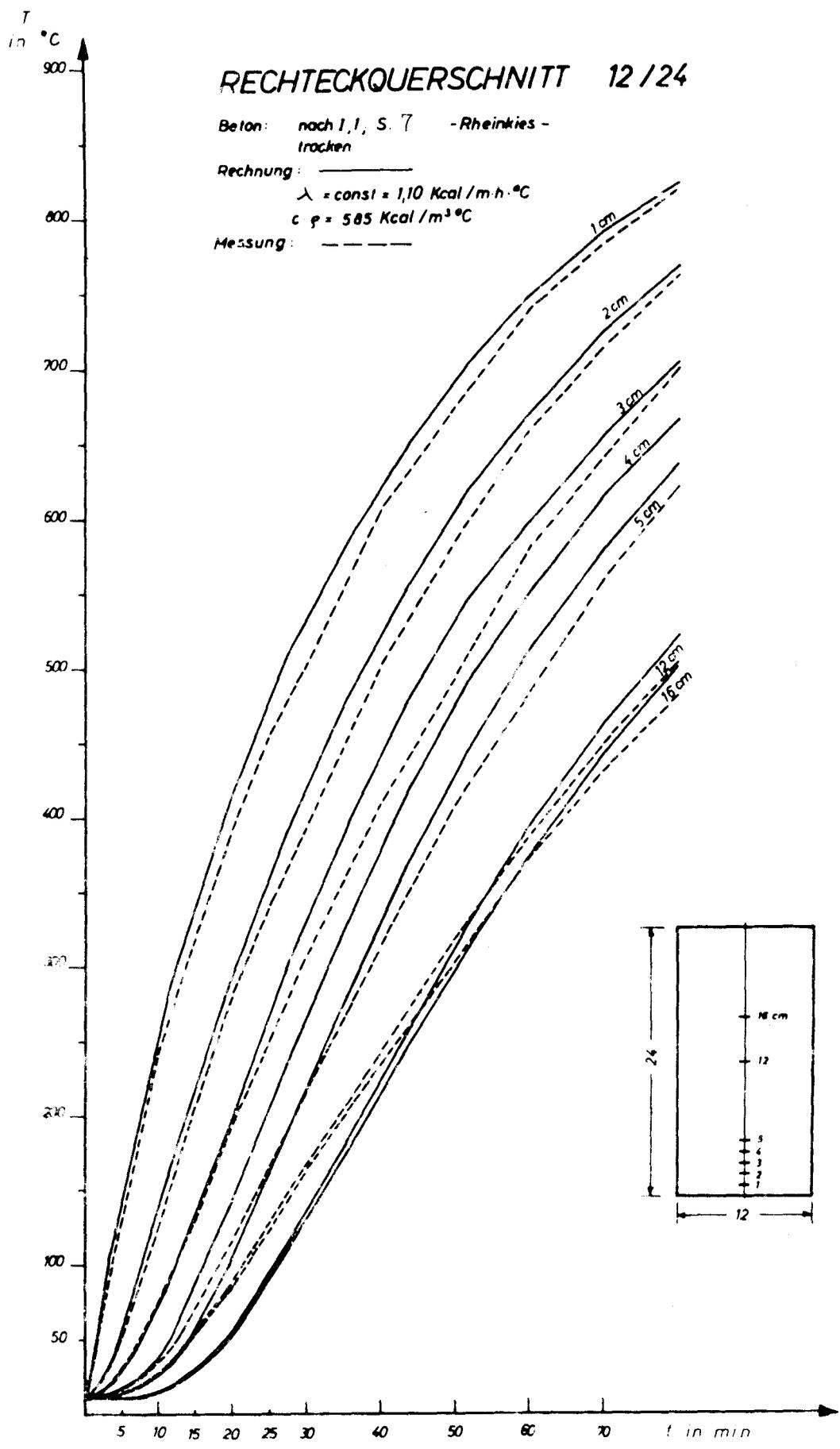


Bild 30

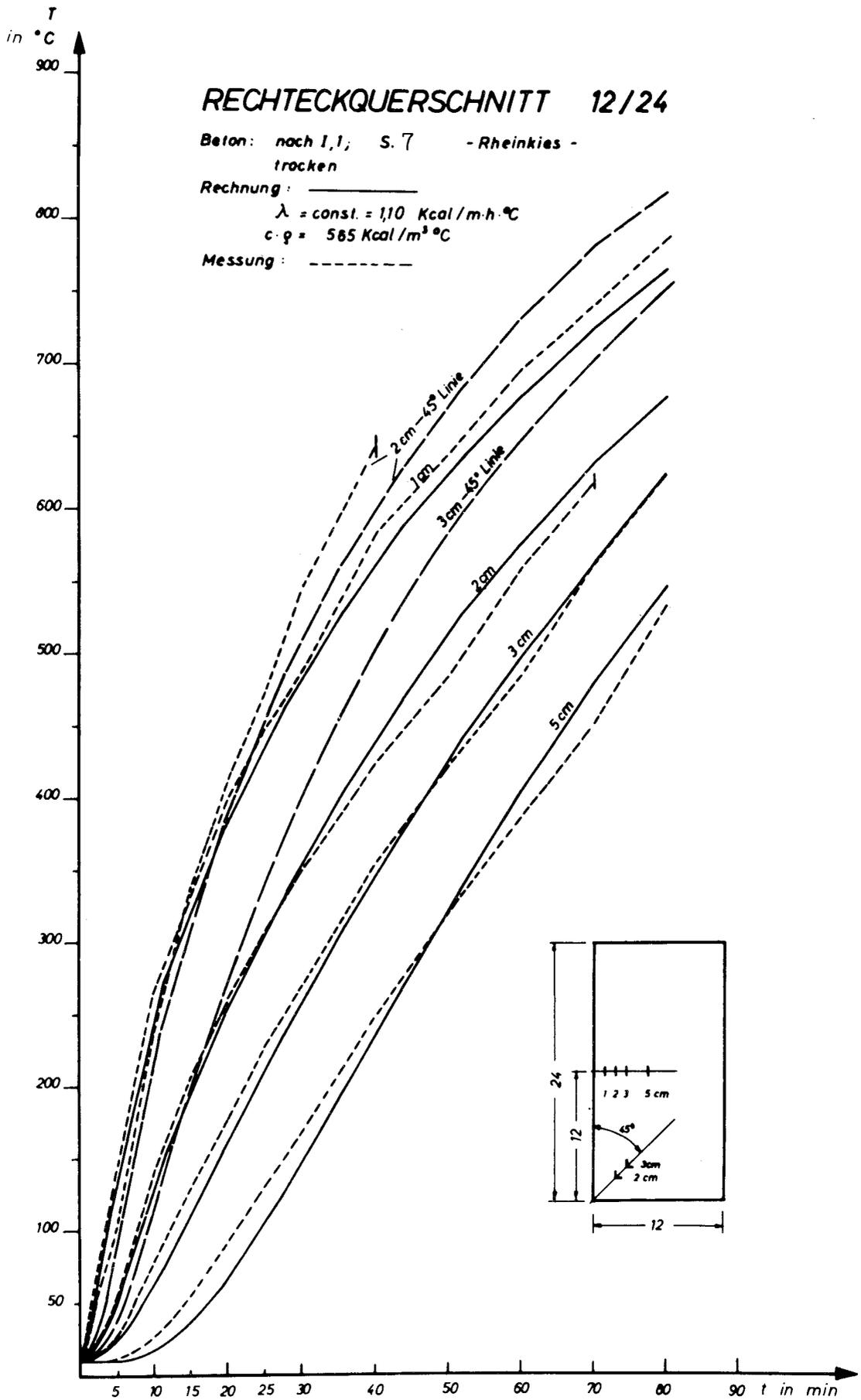


Bild 31

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton: nach I,1; S. 7 - Rheinkies - trocken

Rechnung: _____
 $\lambda = \text{const.} = 1,10 \text{ Kcal/m.h.}^\circ\text{C}$
 $c \cdot \rho = 585 \text{ Kcal/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$

Messung: - - - - -

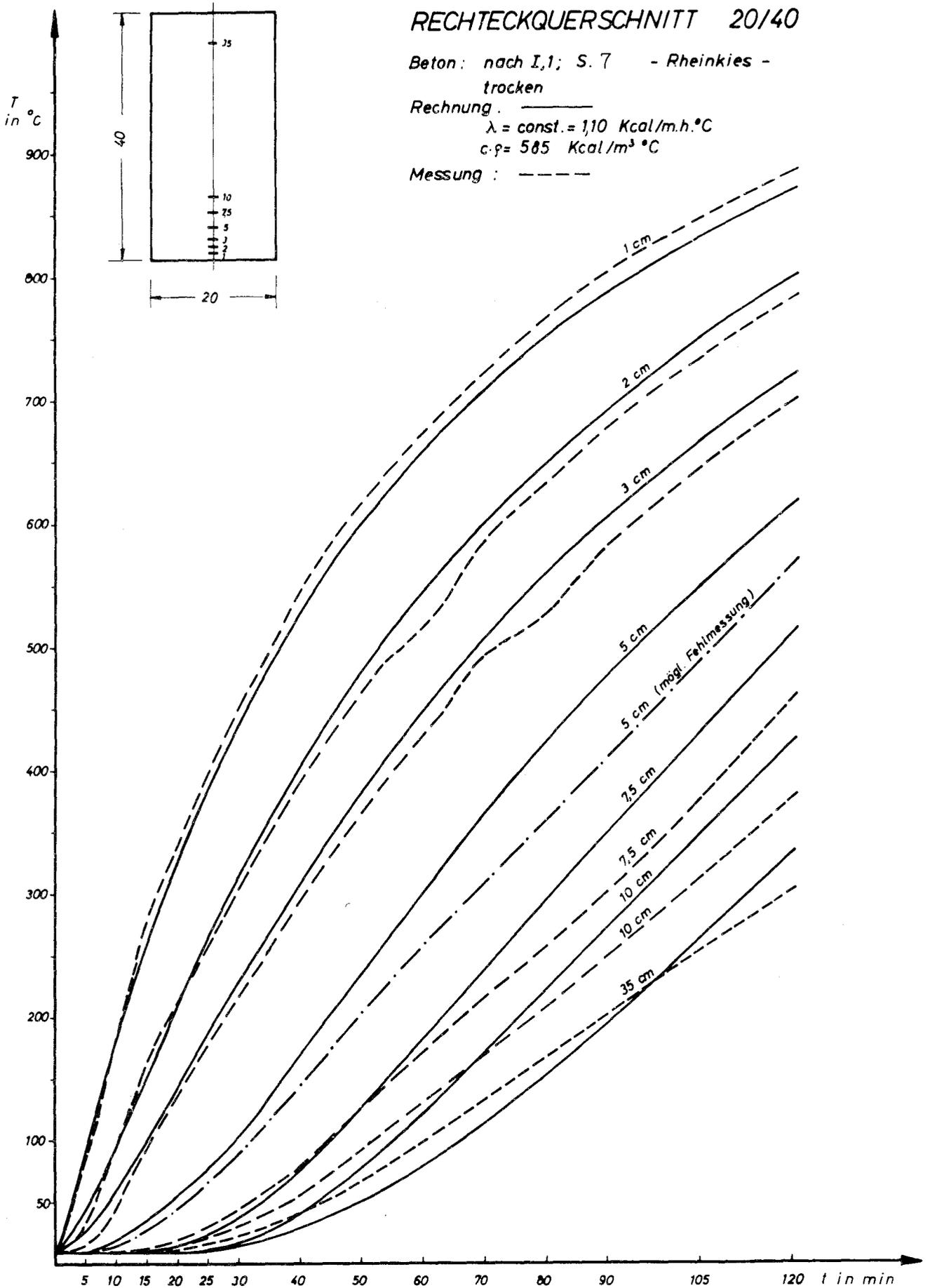
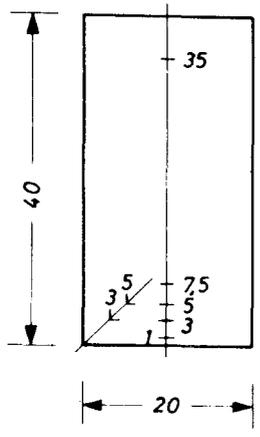


Bild 32

T
in °C



RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton : nach II . S. -Muschelkalk-
 trocken

Rechnung: _____

$$\lambda = 0.86 \text{ Kcal/m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C}$$

$$c \cdot \rho = 600 \text{ Kcal/m}^3 \cdot \text{°C}$$

Messung: _____

900
800
700
600
500
400
300
200
100
50

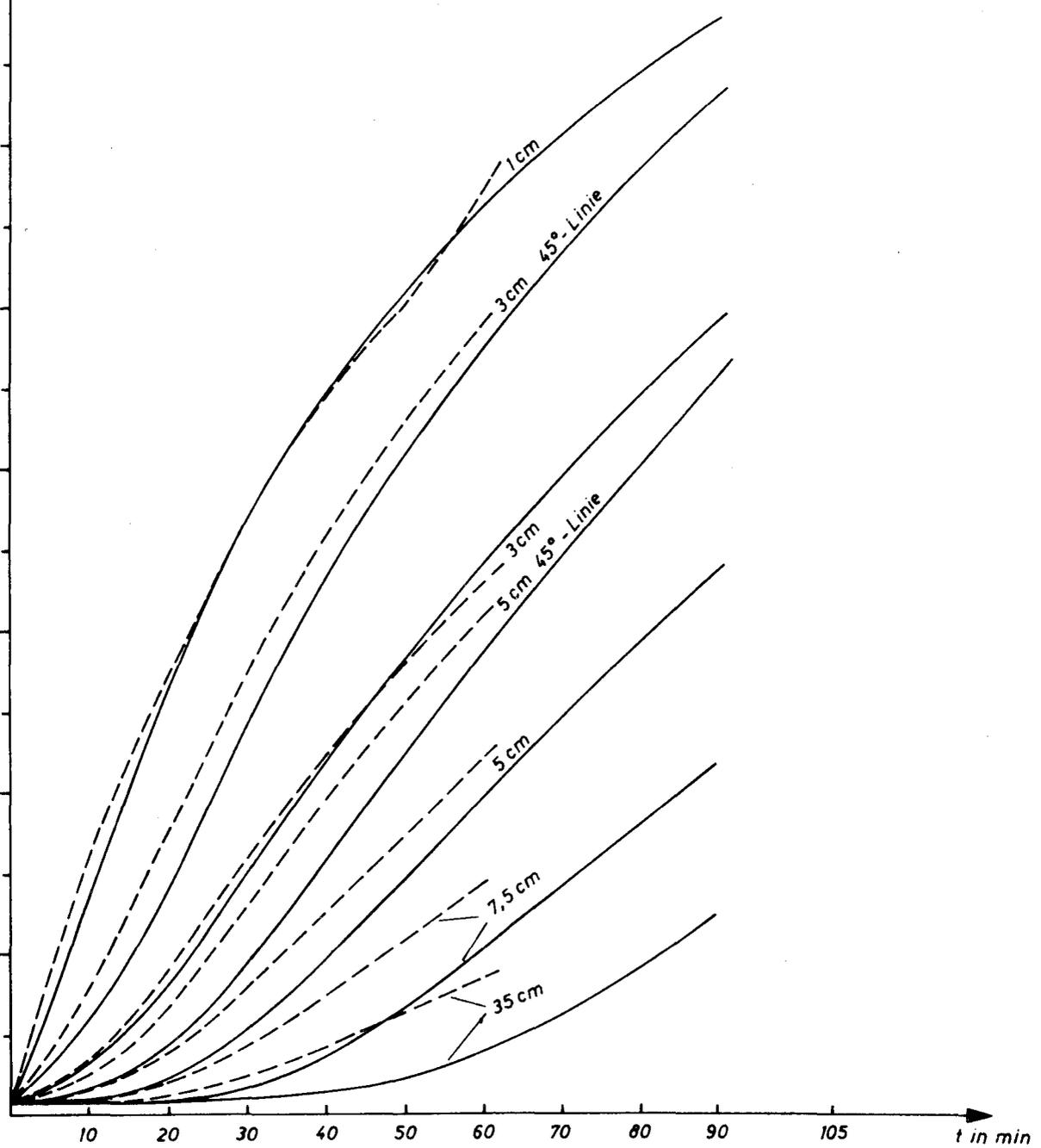


Bild 33

RECHTECKQUERSCHNITT 28/56

Beton : nach I,1; S. 7 - Rheinkies - trocken

Rechnung : ———

$\lambda = \text{const.} = 1,10 \text{ Kcal/m.h.}^\circ\text{C}$

$c \cdot \rho = 585 \text{ Kcal/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$

Messung : - - - - -

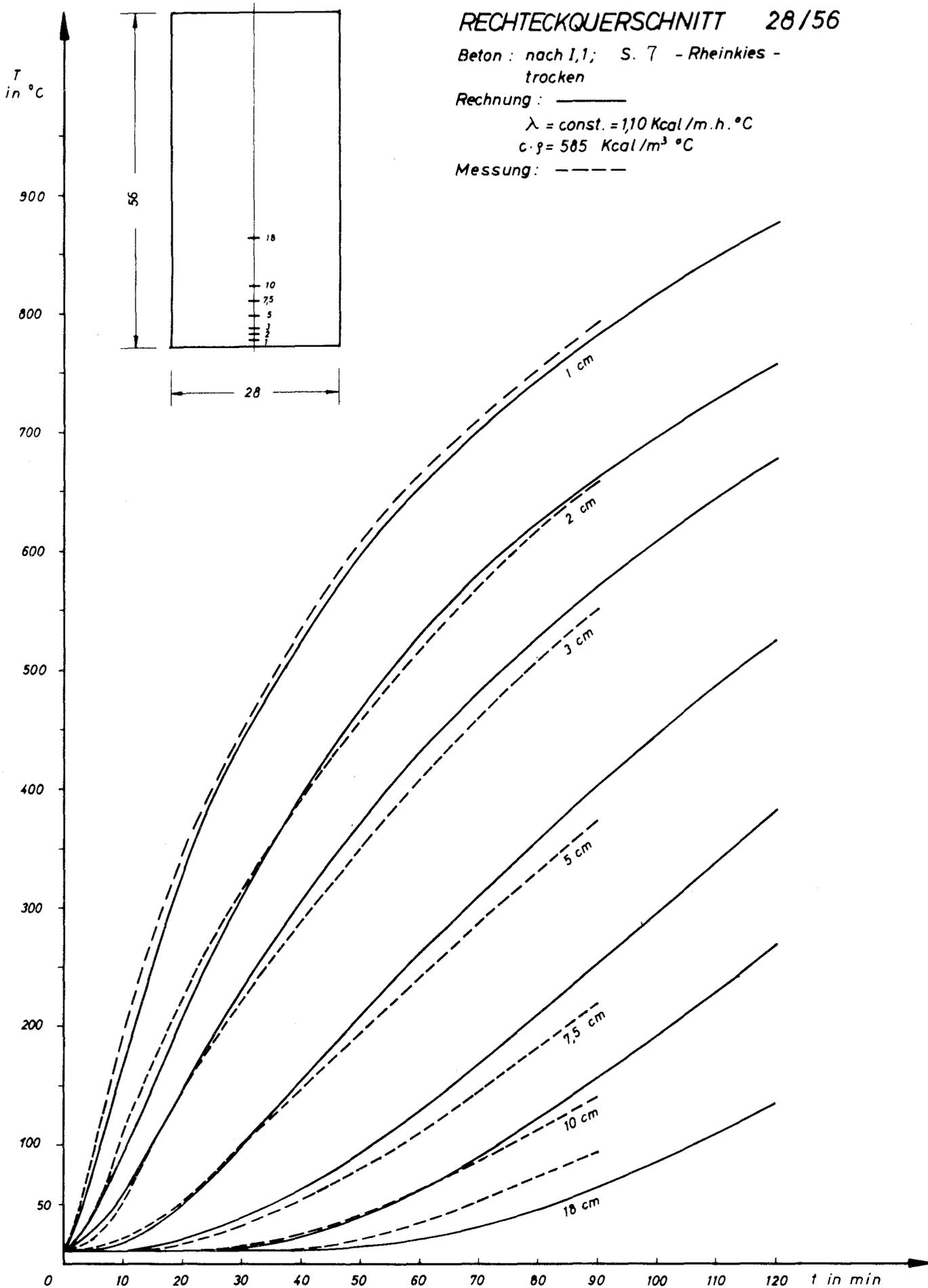


Bild 34

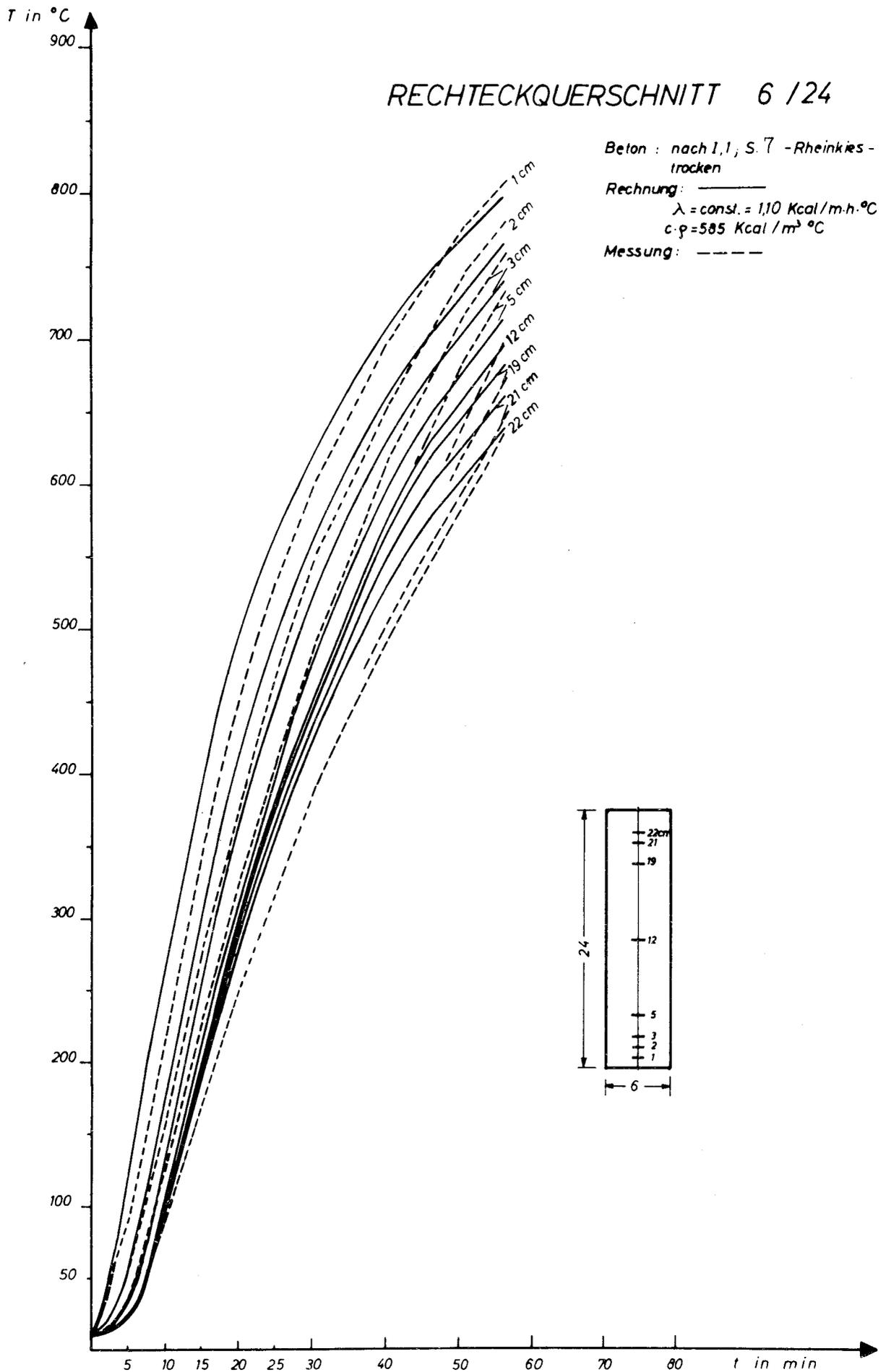


Bild 35

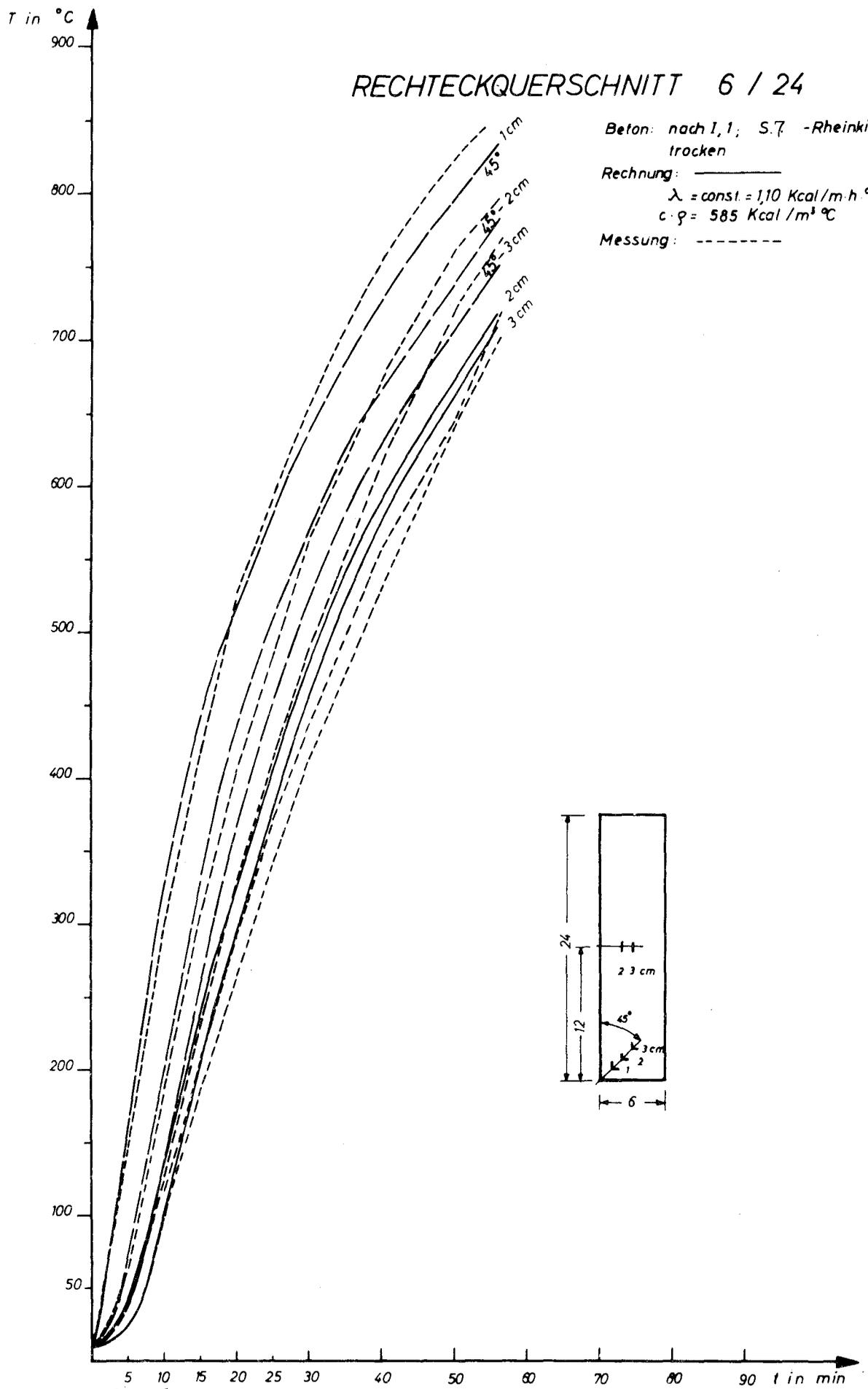


Bild 36

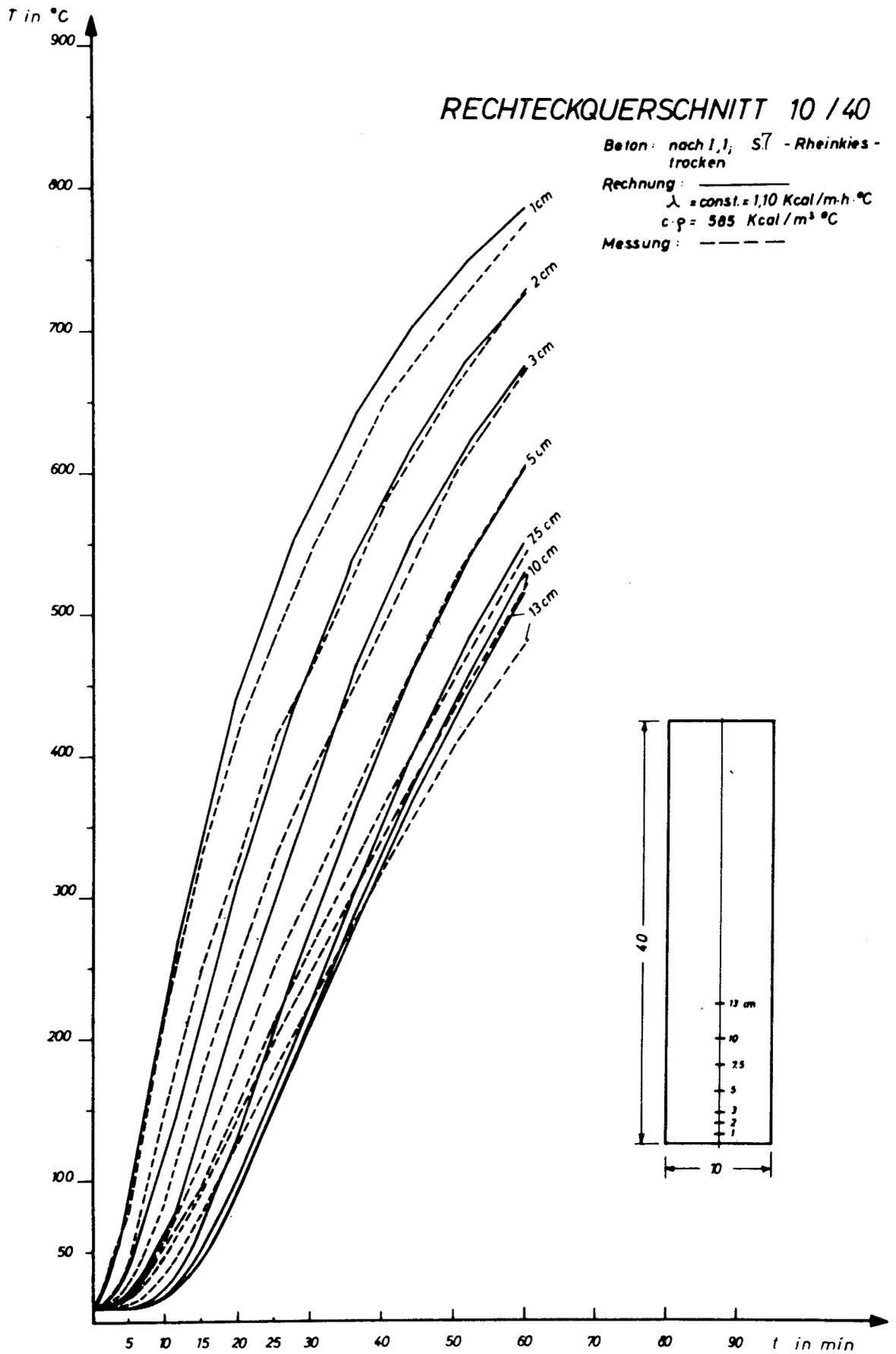
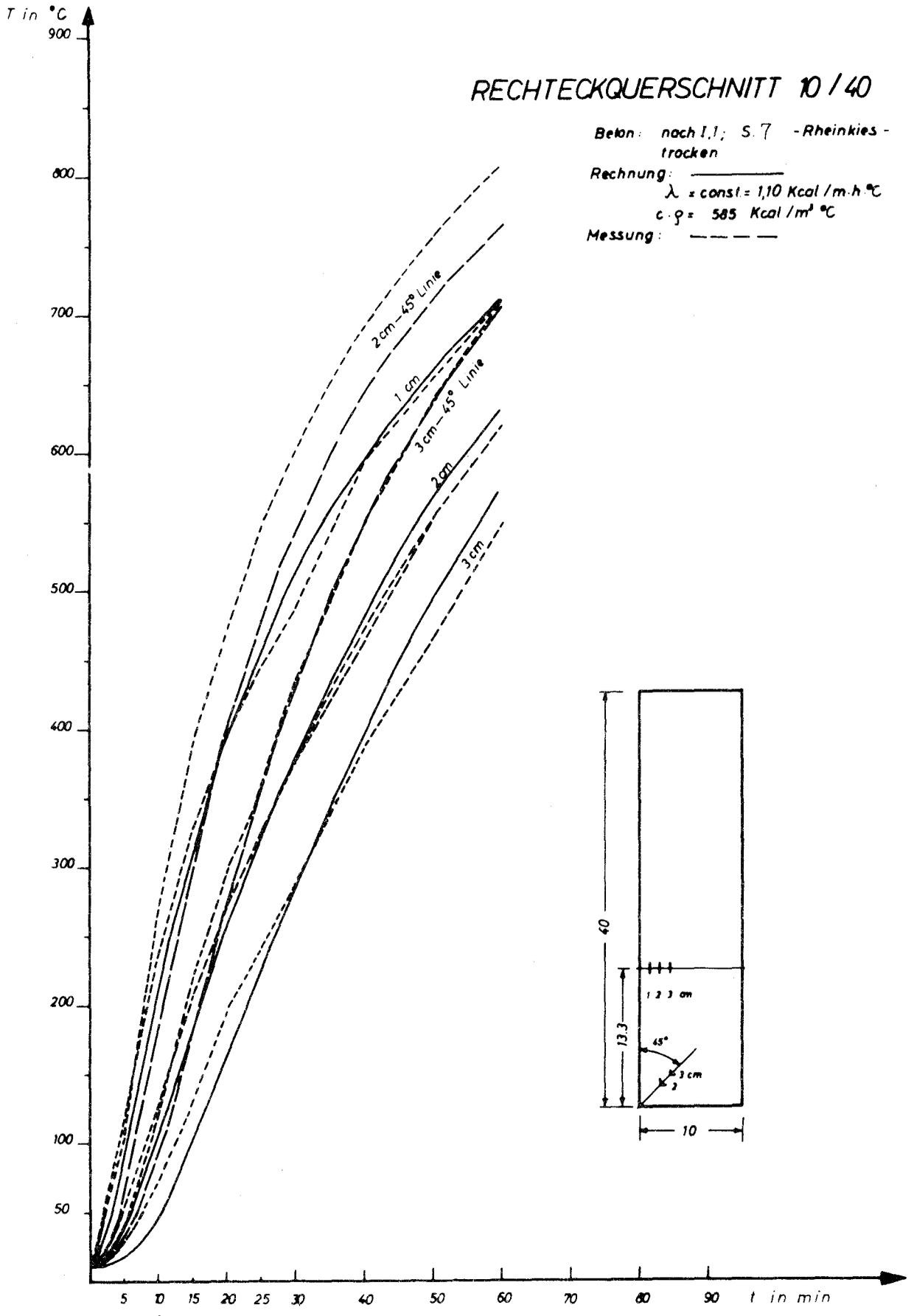


Bild 37



Insgesamt ergibt eine Berechnung der Temperaturfelder mit Hilfe konstanter Stoffwerte im Rahmen von Wärmeleitungsrechnungen für Betone eine ausreichende Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Für Muschelkalk-Beton treten gegenüber Standardbeton größere Fehler auf. Die eingeführten, mittleren Stoffwerte gelten für einen bestimmten mittleren Temperaturbereich, d.h., daß für längere Beanspruchungszeiten größere Abweichungen auftreten und demzufolge Modifizierungen der Wärmeleit Zahlen notwendig werden können. Das Temperaturfeld in oberflächennahen Bereichen wird durch die Wandtemperaturen bestimmt, der Einfluß infolge Streuungen der Wärmeleit Zahl um einen Mittelwert ist hier unerheblich.

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, daß die Einführung variabler Stoffwerte in die Rechnung die beschriebenen Abweichungen ausgleicht und für alle Versuchsbetone zu einer besseren Übereinstimmung mit den Meßwerten führt.

8.4 Rechnung mit variablen (temperaturabhängigen) Stoffwerten

8.41 Allgemeines

Systematische Abweichungen der Rechenwerte von den Meßergebnissen bei allen Versuchsbetonen lassen auf temperaturabhängige Veränderungen der thermischen Stoffwerte schließen. Hierüber können jedoch nach vorliegenden Arbeiten keine gesicherten Angaben gemacht werden.

Daher wird der Einfluß für $\lambda = \lambda(T)$ durch Vergleichsrechnungen näher untersucht. Eine Temperaturabhängigkeit für c_p soll ebenfalls berücksichtigt werden. Die Rohwichte ρ kann dagegen als konstant angesetzt werden.

8.42 Ermittlung des Temperaturfeldes im Querschnitt

Nach Gleichung (5b) ist

$$\rho \frac{\partial i}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Da c_p temperaturabhängig angenommen wird, schreibt man für die linke Gleichungsseite

$$\rho \frac{\partial i}{\partial t} = c_p(T) \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} .$$

Nach folgender Umformung wird eine mittlere, konstante spez. Wärme (c_{pm}) als Rechenwert eingeführt, eine Veränderlichkeit von c_p mit T wird in einem mit $c_p(T)$ reduzierten λ -Wert berücksichtigt. Es ist

$$c_{pm} \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{1}{c_p/c_{pm}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d(\lambda \frac{1}{c_p/c_{pm}})}{dT} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] ;$$

mit $\lambda \frac{1}{c_p/c_{pm}} = \bar{\lambda}$ erhält man

$$= \bar{\lambda} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{d\bar{\lambda}}{dT} \left[\dots \right] \quad (15)$$

$\bar{\lambda}$ faßt beide Variablen, deren temperaturabhängiges Verhalten aus den Versuchen nicht getrennt gedeutet werden kann, zu einem Rechenwert zusammen. Die Annahme $c_p = \text{const.}$ ist wahrscheinlich in Näherung zutreffend, jedoch nicht ausreichend durch Versuchsunterlagen gesichert (vergl. Pkt. 7.2). Bild 39 zeigt Kombinationen für λ und c_p , die zu angenähert ähnlicher Temperaturabhängigkeit von $\bar{\lambda}$ führen.

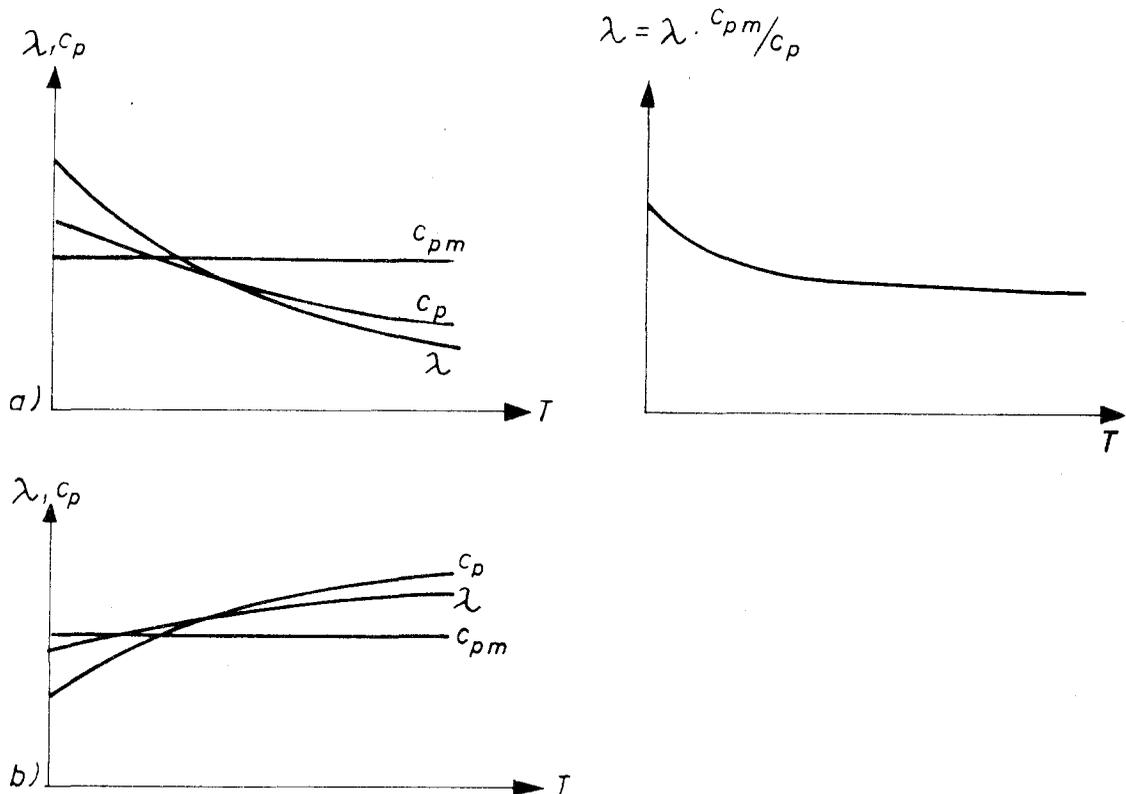


Bild 39: Mögliches temperaturabhängiges Verhalten für λ und c_p ; Rechenwerte $\bar{\lambda}$.

Aus Gleichung (5) wird eine Differenzgleichung abgeleitet. Vergl. Anhang, S.7.

In Gleichung (15) ist die Auflösung des zweiten Ausdruckes der rechten Gleichungsseite schwierig, seine Vernachlässigung ist im allgemeinen wegen großer Fehler in Bereichen mit steilem Temperaturgradienten nicht möglich.

Man erhält nach Zwischenrechnungen:

$$\begin{aligned}
T_{n,m,k+1} = & \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2 c_{pm} \cdot \rho} \left[T_{n+1,m,k} (\bar{\lambda}_{n+1,m,k} + \bar{\lambda}_{n,m,k}) \right. \\
& + T_{n-1,m,k} (\bar{\lambda}_{n-1,m,k} + \bar{\lambda}_{n,m,k}) + T_{n,m+1,k} (\bar{\lambda}_{n,m+1,k} + \bar{\lambda}_{n,m,k}) \\
& + T_{n,m-1,k} (\bar{\lambda}_{n,m-1,k} + \bar{\lambda}_{n,m,k}) - T_{n,m,k} (\bar{\lambda}_{n+1,m,k} + \bar{\lambda}_{n-1,m,k} \\
& \left. + \bar{\lambda}_{n,m+1,k} + \bar{\lambda}_{n,m-1,k} + 4 \bar{\lambda}_{n,m,k}) \right] + T_{n,m,k} \quad (16)
\end{aligned}$$

Natürgemäß berücksichtigt die Differenzengleichung für die Wärmeleitfähigkeiten Mittelwerte über die Bereiche zwischen den Gitterpunkten. Die Wärmeleitfähigkeiten $\bar{\lambda}_{n,m,k}$ werden insgesamt durch Reduzierung mit dem für den mittleren Punkt maßgebenden Wert $c_{p,n,m,k}/c_{pm}$ gebildet.

Der Modul der Gleichung $\sigma = \bar{\sigma} \lambda_{n,m,k} = (\Delta t/2\Delta x^2 \cdot c_{pm} \cdot \rho) \cdot \bar{\lambda}_{n,m,k}$ ist nach den Bedingungen für die Stabilität der Lösung näher festzulegen. (Vergl. Anhang.)

8.43 Erfüllung der Randbedingungen

1. Beheizte Berandungen:

Wie unter Pkt. 8.33 werden zeitlich veränderliche Wandtemperaturen (Oberflächentemperaturen) eingeführt. Es ist

$$T_{oF} = T_{oF}(t, x_{Rand}, (y_{Rand})).$$

2. Oberer, nicht beheizter Rand:

Wärmeübergangsbedingung wie unter Pkt. 8.33.

3. Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften für Geometrie der Querschnitte und Randbedingungen:

Vergl. Pkt. 8.33.

8.44 Anfangstemperaturverteilung

Wie unter Pkt. 8.33 ; $T_{o,Q} = 10^\circ\text{C}$.

8.45 Durchführung der Rechnung

Wegen des großen numerischen Rechenaufwandes wurde das Problem programmiert

und elektronisch durchgerechnet. Angaben über Organisation der Rechnung und Datenwahl sind im Anhang im einzelnen wiedergegeben. (Vergl. Anhang, S. 11 ff.)

8.46 Rechenergebnisse

8.461 Ermittlung der Stoffwerte

Die Auswertung der Rechenergebnisse nach Pkt. 8.3 zeigt für konstante Wärmeleitahlen im allgemeinen im oberen Temperaturbereich steilere Anstiege der Temperatur-Zeit-Kurven, im unteren Temperaturbereich geringere Temperaturwerte gegenüber den Meßwerten. Als Korrektur sind daher im ersten Falle Verringerungen, im zweiten dagegen Erhöhungen der $\bar{\lambda}$ -Werte anzunehmen.

Durch Vergleichsrechnungen an Profilen verschiedener Größe wurden Abhängigkeiten für $\bar{\lambda}$ von T (trockener Zustand) gewonnen. Diese Ergebnisse wurden durch weitere Rechnungen unter Berücksichtigung von Wärmeübergangsbedingungen (vergl. Pkt. 8.5) kontrolliert.

Es ergibt sich insgesamt für $\bar{\lambda}$ eine fallende Tendenz mit steigender Temperatur. Für Rheinkies- und Quarzitzuschläge erhält man die in Bild 40 eingetragenen oberen Kurven. $\bar{\lambda}$ ist für 1000°C rd. 48 % geringer als der Normalwert für etwa 20°C anzusetzen. Eine größere Temperaturabhängigkeit zeigt der Versuchsбетon mit Muschelkalkzuschlägen; $\bar{\lambda}$ fällt hier für 1000°C auf rd. 26 % des Normalwertes (vergl. auch [28]).

Für $c_p = \text{const.}$ ist lediglich eine Temperaturabhängigkeit für λ anzunehmen.

Für Beton mit rein quarzitischen Zuschlägen (Betон III) ist $\bar{\lambda}$ gegenüber den Werten für Rheinkies-Zuschlag rd. 5 bis 8 % höher anzusetzen. Die gemessenen Temperaturfelder zeigen nur unerhebliche Unterschiede.

Der Einfluß unterschiedlicher W/Z-Faktoren, die unterschiedliche Porenvolumen zur Folge haben, kann wie folgt berücksichtigt werden:

Rheinkies-Standardbeton: W/Z = 0,7 vergl. Bild 40

W/Z = 0,85 rd. 5 % geringere $\bar{\lambda}$ -Werte gegenüber Standardbeton

W/Z = 0,55 rd. 5 % höhere $\bar{\lambda}$ -Werte gegenüber Standardbeton.

Die Wärmeleitahlen λ sind für feuchtes Material bis etwa zur 100°C-Isotherme erheblich höher anzusetzen (vergl. Pkt. 7); im Temperaturbereich zwischen 100°C - 200°C ist ein Abfall auf die Werte des trockenen Materials anzunehmen (vergl. [21]; [27], Seite 98). Die vorliegenden Literaturangaben über den Einfluß der Feuchtigkeit auf die Wärmeleitahl von Konstruktionsbetonen sind unzureichend. Nachrechnungen zeigen, daß die steilen Temperaturanstiege im Bereich bis rd. 100°C nur mit unerwartet hohen Wärmeleitahlen wiedergegeben werden können.

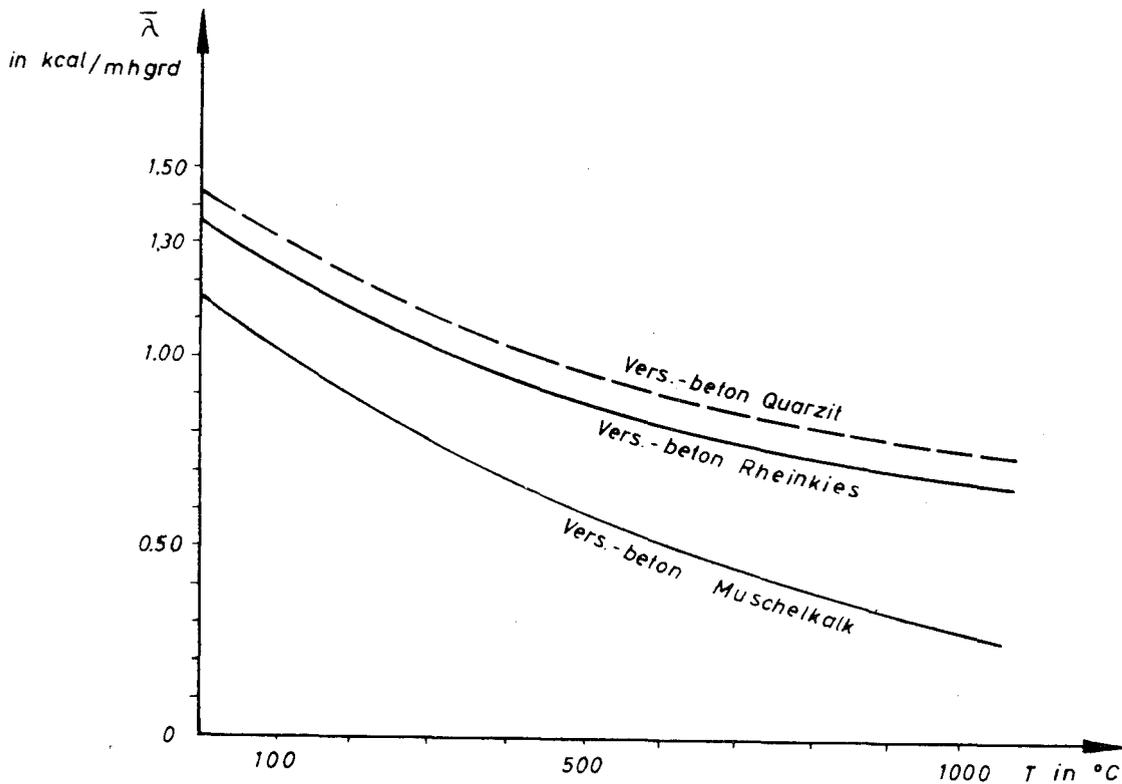


Bild 40: Abhängigkeit $\bar{\lambda}$ von der Temperatur T; Rechenwerte

1. Beton I,1 -Rheinkies- : $\bar{\lambda} = 0,54166 \cdot 10^{-6} T^2 - 0,11917 \cdot 10^{-2} T + 1,35$
2. Beton III -Quarzit- : $\bar{\lambda} = 0,54166 \cdot 10^{-6} T^2 - 0,11917 \cdot 10^{-2} T + 1,42$
3. Beton II -Muschelkalk- : $\bar{\lambda} = 0,59166 \cdot 10^{-6} T^2 - 0,14617 \cdot 10^{-2} T + 1,15$

Die spezifische Wärmekapazität wird als Mittelwert mit $c_{pm} = 0,25$ bis $0,26$ kcal/kg·grd eingeführt; vergl. auch Pkt. 8.3 ff.

8.462 Rechenbeispiele für die Versuchsreihe

Mit den oben angegebenen Stoffwerten und den im Anhang erläuterten weiteren Daten wurden alle Rechteckquerschnitte der Versuchsreihen durchgerechnet. In den folgenden Darstellungen sind die großen Profile mit den Abmessungen 20/40 und 28/56 aufgetragen, die in der Rechnung mit $a = \text{const.}$ relativ große Abweichungen aufwiesen (vergl. Bild 32, 33, 34).

Die Rechenergebnisse zeigen im Vergleich mit den Meßwerten bis auf oberflächennahe Punkte in den Eckdiagonalen gute Übereinstimmungen. Steigungsunterschiede der Temperatur-Zeit-Kurven für innenliegende Querschnittspunkte treten praktisch nicht mehr auf. Die absoluten Abweichungen von Rechenwerten und Meßergebnissen betragen im allgemeinen für die untersuchten Querschnitte maximal 25°C , für die seitlichen Meßstellen des Profiles 28/56 maximal rd. 30°C . Die im Versuch am Querschnitt 28/56 an den Seitenflächen ausgemessenen Oberflächentemperaturen lagen tatsächlich höher als die in der Rechnung angesetzten Werte ($\varphi_y = 0,92$) und sind vermutlich durch zufällige Fehler in der Beheizung beeinflusst.

Gleich gut übereinstimmende Ergebnisse von Rechen- und Meßwerten zeigen alle weiteren gerechneten, hier aber nicht aufgetragenen Temperaturfelder anderer Querschnitte.

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton: nach I,1; S. 7 - Rheinkies - trocken

Rechnung: _____
 $\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1$ (s. S. 71)
 $c \cdot \rho = 505 \text{ Kcal/m}^3 \cdot \text{°C}$

Messung: - - - - -

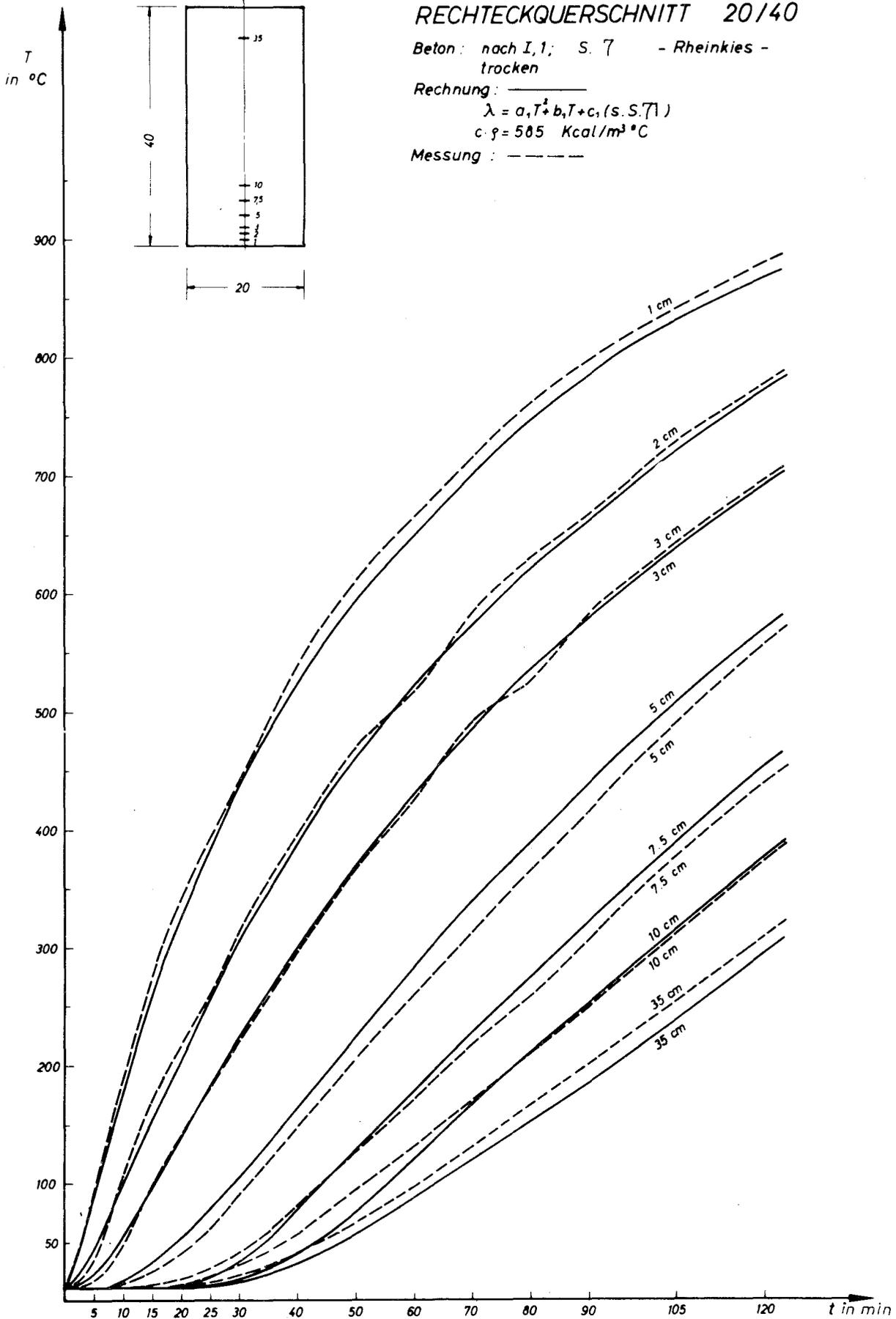


Bild 41

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton: nach 1,1; S. 7 - Rheinkies - trocken

Rechnung: $\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1$ (s. S. 71)
 $c \cdot \rho = 585 \text{ Kcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$

Messung: -----

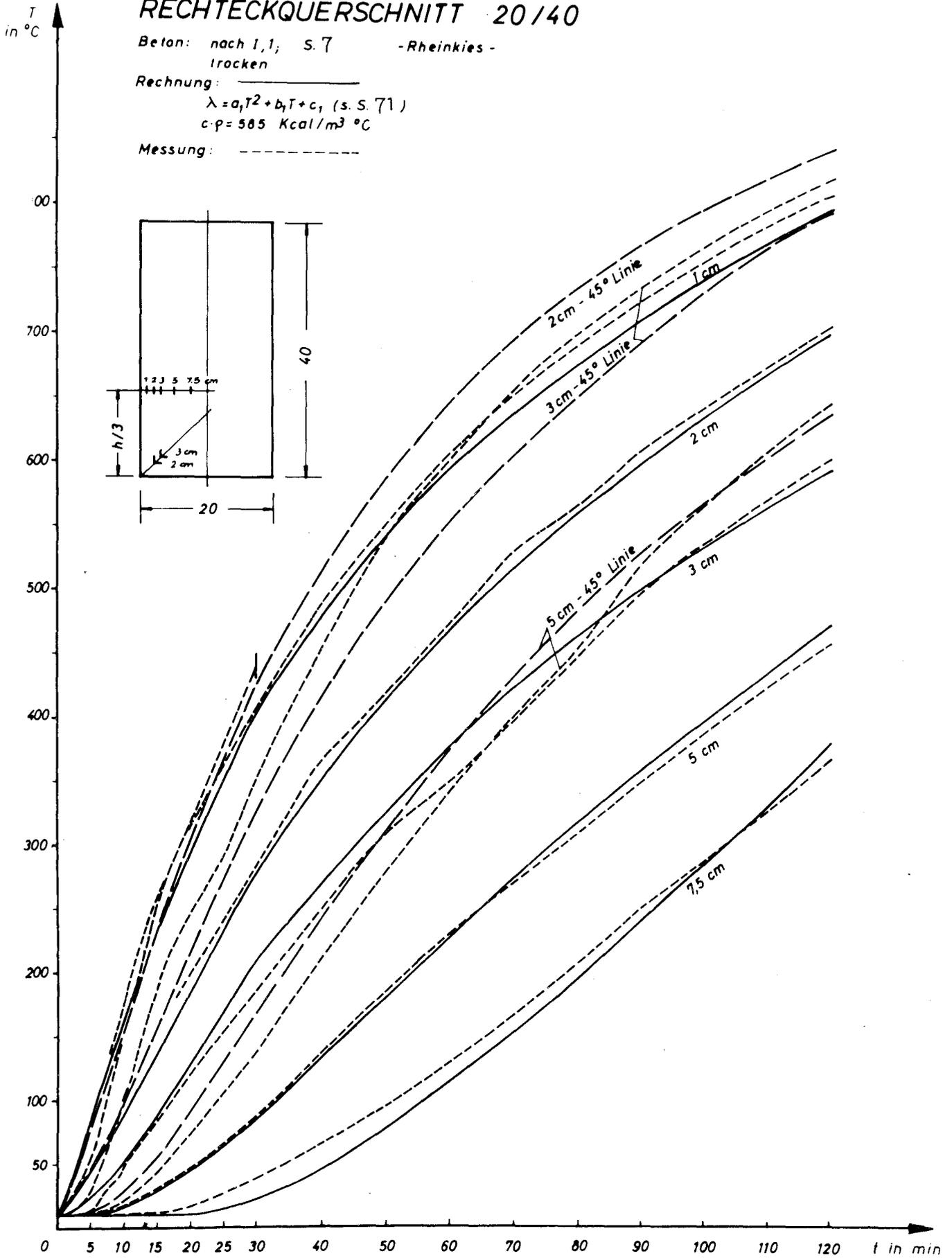


Bild 42

RECHTECKQUERSCHNITT 28/56

Beton : nach I,1 S.7 - Rheinkies - trocken

Rechnung : ———

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \quad (\text{s.S.71})$$

$$c_1 = 505 \text{ Kcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Messung : - - - - -

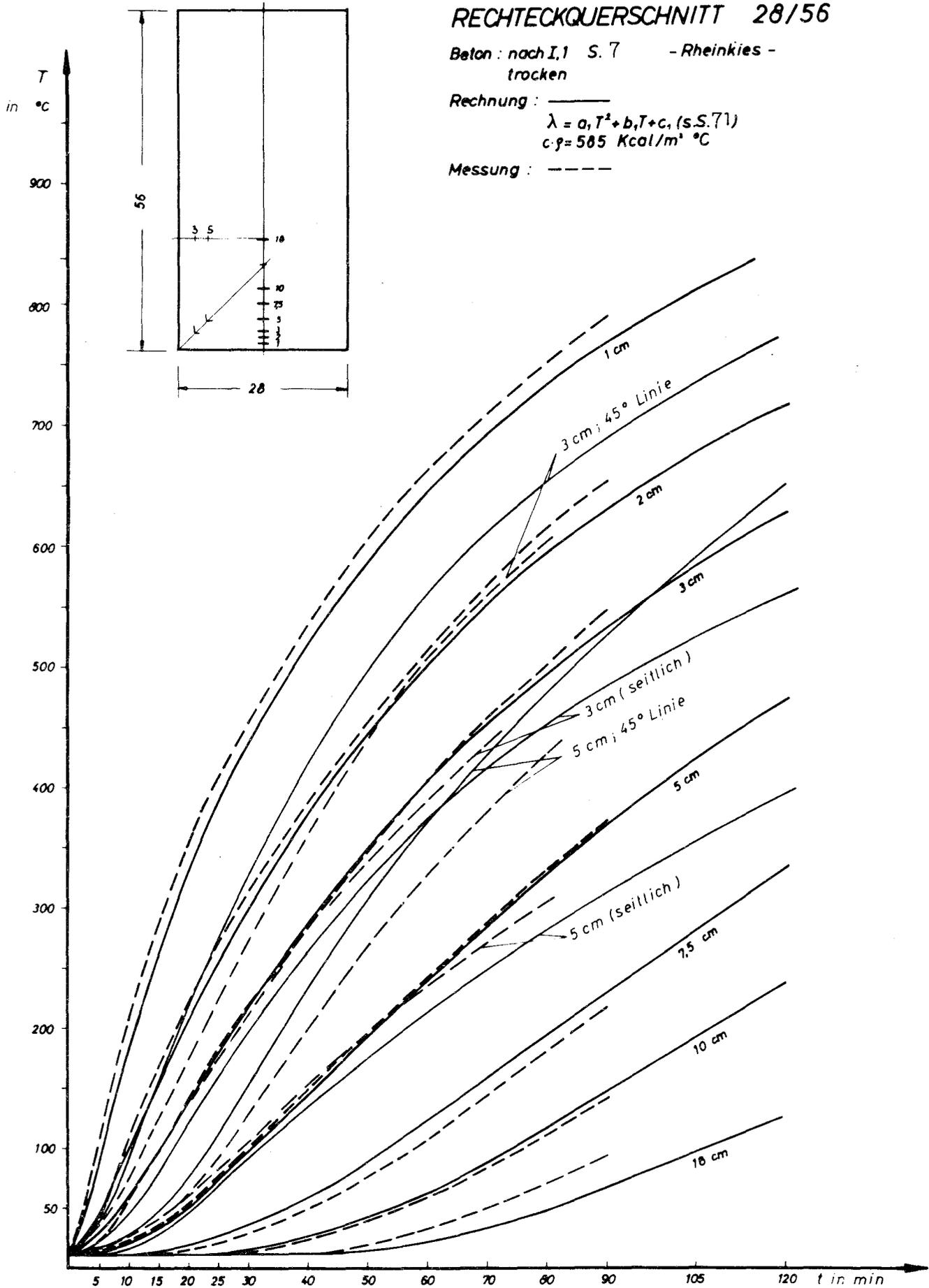


Bild 43

Die Abweichung der Temperaturen auf der Eckdiagonalen betragen für Querschnitt 20/40 cm für das Eckenmaß von 3 cm max. rd. 50°C, für den Querschnitt 28/56 cm rd. 55°C über die Versuchszeit. Die Differenzen werden im allgemeinen mit längerer Versuchsdauer geringer, da sich die tatsächlichen Oberflächentemperaturen den als konstant über die beheizten Flächen angenommenen Werten nähern.

Ein Ansatz für $\bar{\lambda}(T)$ für Muschelkalkbeton nach Bild 40 ergibt über die Rechnung mit Oberflächentemperaturen gut mit Meßwerten übereinstimmende Lösungen unter Einschränkungen für oberflächennahe Eckpunkte. Die Ergebnisse sind nicht gesondert aufgetragen; vergl. dazu Pkt. 8.5 ff.

Ebenfalls erhält man für die Beton-Variation III (Quarzitische Zuschläge) mit dem gewählten Ansatz $\bar{\lambda}(T)$ gute Lösungen. Die Temperaturfelder weichen nur geringfügig von denen vergleichbarer Querschnitte für Standardbeton ab und werden hier nicht aufgetragen.

8.5 Rechnerischer Ansatz unter Berücksichtigung der Wärmeübergangsbedingung

8.51 Allgemeines

Die komplexen Vorgänge der Wärmeübertragung auf das Bauteil werden durch die Wärmeübergangszahl α beschrieben. Nach Gleichung (6) ist die Wärmeübergangsbedingung:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{OF} = \frac{\alpha_{ges}}{\lambda(T)} (T_{OF} - T_{BR}).$$

Anhand der Untersuchungen unter Pkt. 8.3 und 8.4 wird $\lambda = \lambda(T)$ für die vorliegenden Versuchsbetone als bekannt vorausgesetzt. Unter Berücksichtigung von $c_p = c_p(T)$ wurden reduzierte Wärmeleitzahlen $\bar{\lambda}$ als Rechenwerte angegeben. Für $c_p = c_{pm} = \text{const.}$ ist $\bar{\lambda} = \lambda$. Diese Annahme wird hier für die Wärmeübergangsbedingung getroffen.

Es wurden Emissionsverhältnisse in Abhängigkeit von der Lage der beheizten Balkenflächen sowie konvektive Wärmeübergangszahlen für die Versuchsanordnung theoretisch abgeleitet (vergl. Pkt. 6.2 und 6.3). In diesem Abschnitt wird versucht, mit Hilfe dieser Beiwerte, verbesserter Annahmen sowie temperaturabhängiger Stoffwerte Wärmeübergangs- und Wärmeleitungsrechnungen für die Profile durchzuführen.

8.52 Rechnerische Behandlung der äußeren Wärmeübertragung; Randbedingungen

Der Temperaturgradient in einer Normalebene zur Körperoberfläche wird bestimmt durch die Temperaturdifferenz zwischen Wand- und mittlerer Brandraumtemperatur sowie den Quotienten aus Wärmeübergangszahl und -leitzahl des Körpers. Die Wandtemperatur ist eine Funktion des "Wärmeüberganges" sowie der Wärmeleitung und -speicherung im Körper.

Werden unterschiedliche Wärmeübergangsbedingungen an den in einem orthogonalen Koordinatensystem orientierten Balkenflächen berücksichtigt, so ist für einen Punkt zu einer bestimmten Zeit:

$$S_x = \frac{\lambda(T)}{\alpha_x} ; \quad S_y = \frac{\lambda(T)}{\alpha_y} ;$$

α_x, α_y ist eine Summe von Teileinflüssen (vergl. Pkt. 6.2 und 6.3). Eine exakte Ermittlung von α ist für Brandbedingungen nicht möglich. Für den strahlungsbedingten Wärmeaustausch werden anhand der erläuterten Grundlagen sowie Vergleichsrechnungen Einflüsse sekundärer Art aus Flammen- und Kammerstrahlung mit dem Emissionsverhältnis des Rauchgases zu einem gesamten Emissionsverhältnis ϵ_{ges} zusammengefaßt. Durch einen Beiwert φ werden die unterschiedlichen, die Körperoberflächen beeinflussenden Schichtdicken der Gaskörper berücksichtigt. Es ist unter Berücksichtigung konvektiver Wärmeübergangszahlen:

$$\alpha_x = \frac{\epsilon_{ges} \cdot \epsilon_w \cdot C_s \cdot \varphi_x}{T_{BR} - T_{OF(x)}} \left[\left(\frac{T_{BR}^{\circ K}}{100^{\circ K}} \right)^4 - \left(\frac{T_{OF}^{\circ K(x)}}{100^{\circ K}} \right)^4 \right] + \alpha_{Kx} \quad (17)$$

und

$$\alpha_y = \frac{\epsilon_{ges} \cdot \epsilon_w \cdot C_s \cdot \varphi_y}{T_{BR} - T_{OF(y)}} \left[\left(\frac{T_{BR}^{\circ K}}{100^{\circ K}} \right)^4 - \left(\frac{T_{OF}^{\circ K(y)}}{100^{\circ K}} \right)^4 \right] + \alpha_{Ky} \quad (17a)$$

Hierbei ist:

- ϵ_{ges} : Gesamtes Emissionsverhältnis aus Strahlung,
- ϵ_w : Emissionsverhältnis der Körperwandfläche,
- C_s : Strahlungszahl des Schwarzen Körpers (= 4,96 kcal/m²·h),
- φ_x, φ_y : Beiwerte der Einstrahlung,
- α_{Kx}, α_{Ky} : Konvektive Wärmeübergangszahlen, über x bzw. y const.,
- $T_{BR}^{\circ K}, T_{OF}^{\circ K}$: absolute Temperaturen des Brandraumes und der Oberflächen (= T[°C] + 273°C).

Die Wärmeübergangsbedingung nach Gl. (6) wird in eine Differenzgleichung umgeschrieben und zur Berechnung der Temperaturen an den Rändern des Feldes herangezogen. (Vergl. Anhang, S.14.) Für die nicht beheizte, freie Balkenseite wird wie unter Pkt. 8.3 und 8.4 eine Wärmeübergangsbedingung zwischen Versuchskörper der atmosphärischen Luft eingeführt.

8.53 Ermittlung des Temperaturfeldes im Querschnitt

Die Wärmeübergangsbedingungen beschreiben die Randbedingungen des Temperaturfeldes. Die Berechnung der Temperaturen im Querschnittsinnern erfolgt nach dem gleichen Differenzgleichungsansatz wie unter Pkt. 8.4 ff.. Bezüglich der Stabilität der Lösung erhält man besondere Bedingungen für den Modul σ der Differenzgleichung; diese Stabilitätskriterien werden im Anhang gesondert behandelt.

Des weiteren wird durch Vergleich mit theoretisch bekannten Lösungen die Genauigkeit der Rechnung abgeschätzt (vergl. Anhang).

8.54 Anfangstemperaturverteilung

Die Anfangstemperaturverteilung wird gleichmäßig mit $T_{0,Q} = 10^{\circ}\text{C}$ über den gesamten Querschnitt angenommen.

8.55 Durchführung der Rechnung

Die Berechnungen der Temperaturfelder werden unter Berücksichtigung der Wärmeübergangsbedingungen in Erweiterung des Rechenprogrammes zu Pkt. 8.4 elektronisch durchgeführt. Das Flußdiagramm, Procedures zur Ermittlung der Gitterrand- und Gitterinnenpunkte sowie eine Zusammenstellung der Eingabedaten sind im Anhang im einzelnen aufgeführt. Vergl. Anhang, S. 18.

8.56 Rechenergebnisse

8.561 Wahl und rechnerische Ermittlung der Beiwerte für die Wärmeübergangsrechnung; Stoffwerte

Emissionsverhältnisse: Die unter Pkt. 6.3 ermittelten Emissionsverhältnisse für eine angenommene Gasstrahlung und die oben beschriebenen Versuchsbedingungen wurden durch Vergleichsrechnungen modifiziert und zu gesamten (resultierenden) Emissionswerten ϵ_{ges} zusammengefaßt. In Bild 44 sind Rechenwerte für ϵ_{ges} aufgetragen. Hierbei wird ein linearer Abfall von ϵ_{ges} mit wachsendem T angenommen. Die mit Hilfe von ϵ_{ges} errechneten Temperaturfelder ergeben gute Übereinstimmung mit den Meßergebnissen. Ein Vergleich der Rechenwerte ϵ_{ges} mit den theoretisch gefundenen Emissionsverhältnissen ϵ_g für eine Rauchgasstrahlung (vergl. Pkt. 6.3 ff) zeigt nur geringfügige Abweichungen.

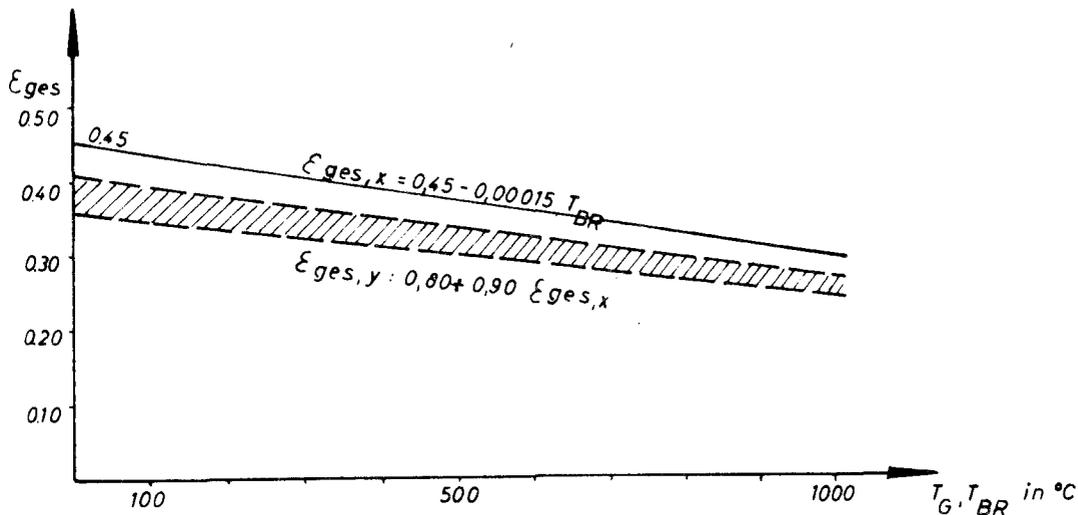


Bild 44: Emissionsverhältnis ϵ_{ges} ; Rechenwerte.

Für eine Rechnung kann auch ein konstanter Mittelwert für ϵ_{ges} gewählt werden, da der Einfluß der vorhandenen Temperaturabhängigkeit, wie noch gezeigt wird, nicht groß ist.

Für die beheizten Balkenunterseiten ist $\varphi_x = 1$ zu setzen; für die Seitenflächen erhält man mit $\varphi_y = 0,80$ bis $0,95$ gute Lösungen (vergl. Pkt. 6.4).

K o n v e k t i v e Wärmeübergangszahlen: Die Werte α_K können nach der Untersuchung unter Pkt. 6.2 sowie Vergleichsrechnungen als konstante Mittelwerte über die Temperatur für jeweils eine Balkenbegrenzungsfläche eingeführt werden. Hiernach ergibt sich für die Balkenunterseiten $\alpha_{K_x} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$, für die Balkenseitenflächen wegen geringerer Anströmungsgeschwindigkeiten $\alpha_{K_y} = 0,80 \alpha_{K_x}$ bis $0,95 \alpha_{K_x}$.

α_K kann ohne Schwierigkeiten als Funktion des Ortes und der Temperatur in die Differenzenrechnung eingesetzt werden; hierauf wird jedoch wegen ausreichender Genauigkeit der Lösungen sowie mangelhafter Kenntnisse über das am Versuchskörper auftretende Strömungsfeld verzichtet.

E m i s s i o n s v e r h ä l t n i s der Beton-Oberflächen: Nach Literaturangaben kann man das effektive Emissionsverhältnis ϵ_w der Beton-Oberflächen als konstanten Mittelwert mit $\epsilon_w = 0,90$ annehmen [1,20,38]; ϵ_w ist aber vermutlich innerhalb gewisser Grenzen temperaturabhängig.

Thermische S t o f f w e r t e : Für die folgenden Rechnungen werden die oben durch Vergleichsrechnungen abgeleiteten und korrigierten thermischen Stoffwerte zugrundegelegt.

Die gewählten Beiwerte für eine Wärmeübergangsrechnung stellen Mittelwerte aus Vergleichsrechnungen an mehreren Profilen dar. Sie ergeben im Mittel gute Übereinstimmung von Rechen- und Meßergebnissen. Z.T. erhält man für einige Querschnitte etwas zu geringe Temperaturwerte gegenüber den Messungen. Es werden daher folgende Emissionswerte angegeben, die für die vorliegende Versuchsreihe die "sichere" Seite beschreiben:

Emissionswerte des Brandraumes:

$$\epsilon_{\text{ges}_x} = 0,58 - 0,00015 T_{\text{BR}} \quad ; \quad \epsilon_{\text{ges}_y} = 0,90 - 1,00 \epsilon_{\text{ges}_x}.$$

Konvektive Wärmeübergangszahlen:

$$\alpha_{K_x} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd} \quad ; \quad \alpha_{K_y} = 36 - 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}.$$

8.562 Rechenbeispiele

Mit Hilfe der oben erläuterten und im Anhang ausführlich dargestellten Ansätze für eine Wärmeübergangsrechnung wurden Temperaturfelder unterschiedlicher Querschnitte und Betone ermittelt.

In den Bildern 46 bis 52 sind Rechen- und Meßergebnisse für Profile verschiedener Größe und Seitenverhältnisse (20/40 cm; 12/24 cm; 10/40 cm) aufgetragen. Die Rechnungen der Temperaturfelder wurden in der Regel gleichbleibend für alle untersuchten Betone mit nachstehenden Beiwerten für die Wärmeübergangsbedingung an den beheizten Flächen durchgeführt:

Balkenunterseite:

$$\epsilon_{\text{ges}_x} = 0,45 - 0,00015 T_{\text{BR}} \quad ; \quad \alpha_{K_x} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}.$$

Für Profil 12/24 cm wurden geringfügig erhöhte Werte angesetzt

$$\epsilon_{\text{ges}_x} = 0,50 - 0,00015 T_{\text{BR}} \quad ; \quad \alpha_{K_x} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd};$$

Balkenseitenflächen:

Profil 20/40 cm : $\varphi_y = 0,80$; $\alpha_{K_x} = 32 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$;

Profil 12/24 cm): $\varphi_y = 0,90$; $\alpha_{K_y} = 36 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$.
10/40 cm):

Die absoluten Abweichungen zwischen Meß- und Rechenwerten betragen maximal rd. 50°C für extrem liegende Meßpunkte.

Die Güte der Rechnung wurde an weiteren in Versuchen ausgemessenen Querschnitten überprüft. Die Lösungen ergeben insgesamt gut übereinstimmende Ergebnisse mit den Messungen. Die auftretenden absoluten Abweichungen zwischen Messung und Rechnung sind unerheblich und werden nicht weiter untersucht. In Bild 45 ist ein ausgedrucktes Rechenbeispiel wiedergegeben; die Temperaturen außerhalb der Brandung sind die aus der Wärmeübergangsrechnung ermittelten Hilfstemperaturen.

Wesentlich ist im allgemeinen eine bessere Übereinstimmung der Rechen- und Meßergebnisse für die beheizten, unteren Eckbereiche der Profile gegenüber der Rechnung unter Annahme bereichsweise konstanter Oberflächentemperaturen. Übereinstimmend mit den Feststellungen unter Pkt. 6.4 zeigen die Rechnungen für die erste Beanspruchungsphase große Abweichungen im Eckbereich von der getroffenen Annahme konstanter Oberflächentemperaturen. Nach einer Beanspruchungszeit von rd. 40 bis 50 Minuten werden die Unterschiede zunehmend kleiner, in späteren Versuchsphasen (> 50 min) tritt ein Ausgleich mit angenähert gleichmäßigem Abfall über die beheizten Seiten von unten nach oben ein (vergl. Bild 45). Bei Ansatz konstanter, mittlerer Oberflächentemperaturen wird dem Temperaturfeld je nach Grad der Störung am Rand ein Zwang auferlegt; es kann aber gezeigt werden, daß sich das Feld in geringer Tiefe ($\approx 1 \text{ cm}$) weitgehend wieder ausgleicht. Daher ergibt eine Rechnung mit konstanten Oberflächentemperaturen, abgesehen vom Eckbereich, gute Lösungen.

Die angesetzte Wärmeübergangsrechnung kommt dem Verhalten der Wärmeströmung an den Ecken sehr nahe. Die infolge Strahlung übertragenen Wärmestromdichten werden hier gegenüber den Nachbarbereichen geringerer Temperaturen selbständig verringert. Das Niveau und die Form der Temperaturfelder werden wesentlich durch die Wärmeübergangs- sowie die Wärmeleitahlen bestimmt. Im folgenden sollen die aus diesen beiden Größen resultierenden Teileinflüsse auf die Erwärmungsvorgänge näher untersucht werden.

8.563 Einfluß des konvektiven und strahlungsbedingten Anteiles der Wärmeübergangszahl auf den Erwärmungsvorgang

Die Größe von α_K beeinflusst die Höhe des Temperaturfeldes in der ersten Versuchsphase stark; der strahlungsbedingte Wärmeaustausch ist hier nach den Rechenergebnissen relativ gering. α_K wird daher an den Versuchswerten der ersten Beanspruchungsphase orientiert. Darüber hinaus bestimmt aber auch α_K die Temperaturfelder für längere Branddauern (vergl. Bild 53) nicht unerheblich. Die Rechnung ist gegenüber Änderungen von α_K verhältnismäßig empfindlich, hieraus resultierende Temperaturabweichungen treten über die gesamte Beanspruchungszeit auf.

Geringer ist der Einfluß aus der Temperaturabhängigkeit für die resultierenden Emissionszahlen ϵ_{ges} (vergl. Bild 54). Ein Emissionsverhältnis mit fallender Tendenz über T führt gegenüber konstanten Werten zu einer Rechtsdrehung der Temperatur-Zeit-Kurven. Vereinfachend kann jedoch für vorlie-

		oberer, freier Rand					
	974.41	768.68	629.87	532.67	465.57	422.92	402.18
	981.02	805.50	671.00	571.98	502.12	457.36	435.46
	984.16	825.60	697.81	600.41	530.24	484.78	462.42
	985.87	837.62	715.55	620.66	551.32	505.98	483.58
	986.90	845.27	727.52	635.06	566.90	522.06	499.83
	987.56	850.38	735.80	645.35	578.37	534.14	512.15
	988.01	853.92	741.66	652.83	586.88	543.24	521.51
	988.33	856.49	745.99	658.45	593.36	550.25	528.78
	988.57	858.48	749.39	662.91	598.58	555.94	534.70
	988.77	860.19	752.32	666.78	603.15	560.96	539.94
	988.97	861.84	755.16	670.56	607.62	565.90	545.11
	989.18	863.63	758.23	674.67	612.50	571.28	550.75
	989.43	865.73	761.87	679.52	618.26	577.65	557.42
	989.72	868.33	766.37	685.53	625.40	585.56	565.70
	990.10	871.63	772.08	693.16	634.47	595.58	576.21
	990.56	875.82	779.35	702.89	646.04	608.38	589.62
	991.12	881.13	788.59	715.27	660.77	624.67	606.69
	991.80	887.79	800.24	730.89	679.37	645.25	628.26
	992.59	896.05	814.76	750.42	702.64	671.02	655.28
	993.49	906.20	832.69	774.59	731.49	702.98	688.78
	994.47	918.52	854.62	804.24	766.92	742.23	729.95
	995.49	933.37	881.26	840.33	810.05	790.04	780.08
	996.50	951.28	913.53	884.03	862.24	847.84	840.66
	997.17	972.97	952.60	936.71	924.94	917.13	913.22
	998.01	998.41	998.37	998.12	997.82	997.55	997.40
		unterer, beheizter Rand					

seitlicher, beheizter Rand

Symmetrieachse

Bild 45: Temperaturfeld für Rechteckquerschnitt 12/24 (vergl. Bild 29)

Beton I,1 - Rheinkies - trocken - 1)

$t = 90 \text{ min}; T_{BR} = 996^\circ\text{C}; T_{O,Q} = 10^\circ\text{C}$

$\Delta x = \Delta y = 1 \text{ cm}; \text{Randabstand: } 0,5 \text{ cm}; \lambda = f(T)^2)$

$\alpha_x: \epsilon_{\text{ges}} = 0,50 - 0,00015 T_{BR}; \alpha_{Kx} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad};$

$\alpha_y = 0,90 \alpha_x; \alpha_{\text{Luft}} = 15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}.$

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

RECHTECKQUERSCHNITT 12/24

Beton: nach I.1 S. 7 — Rheinlief —

Rechnung: ————

Wärmeübergangsbedingung:

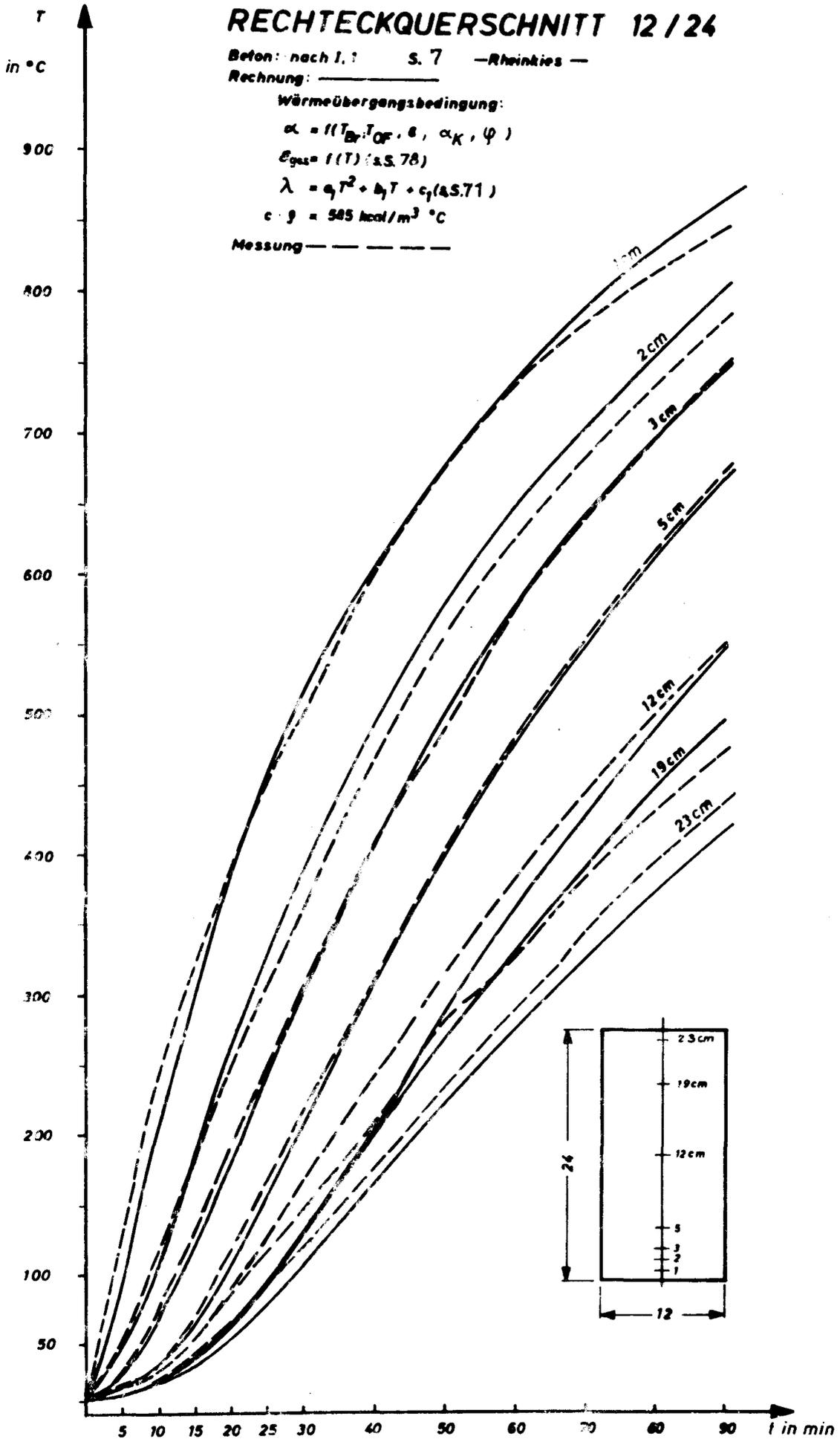
$$\alpha = f(T_{\text{Dr}}, T_{\text{Of}}, \theta, \alpha_K, \varphi)$$

$$E_{\text{gas}} = f(T) \text{ (s.S. 78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (s.S. 71)}$$

$$c \cdot \rho = 585 \text{ kcal/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$$

Messung ————



RECHTECKQUERSCHNITT 12/24

Beton: nach I, I S. 7 — Rheinkies —

Rechnung: —————

Wärmeübergangsbedingung

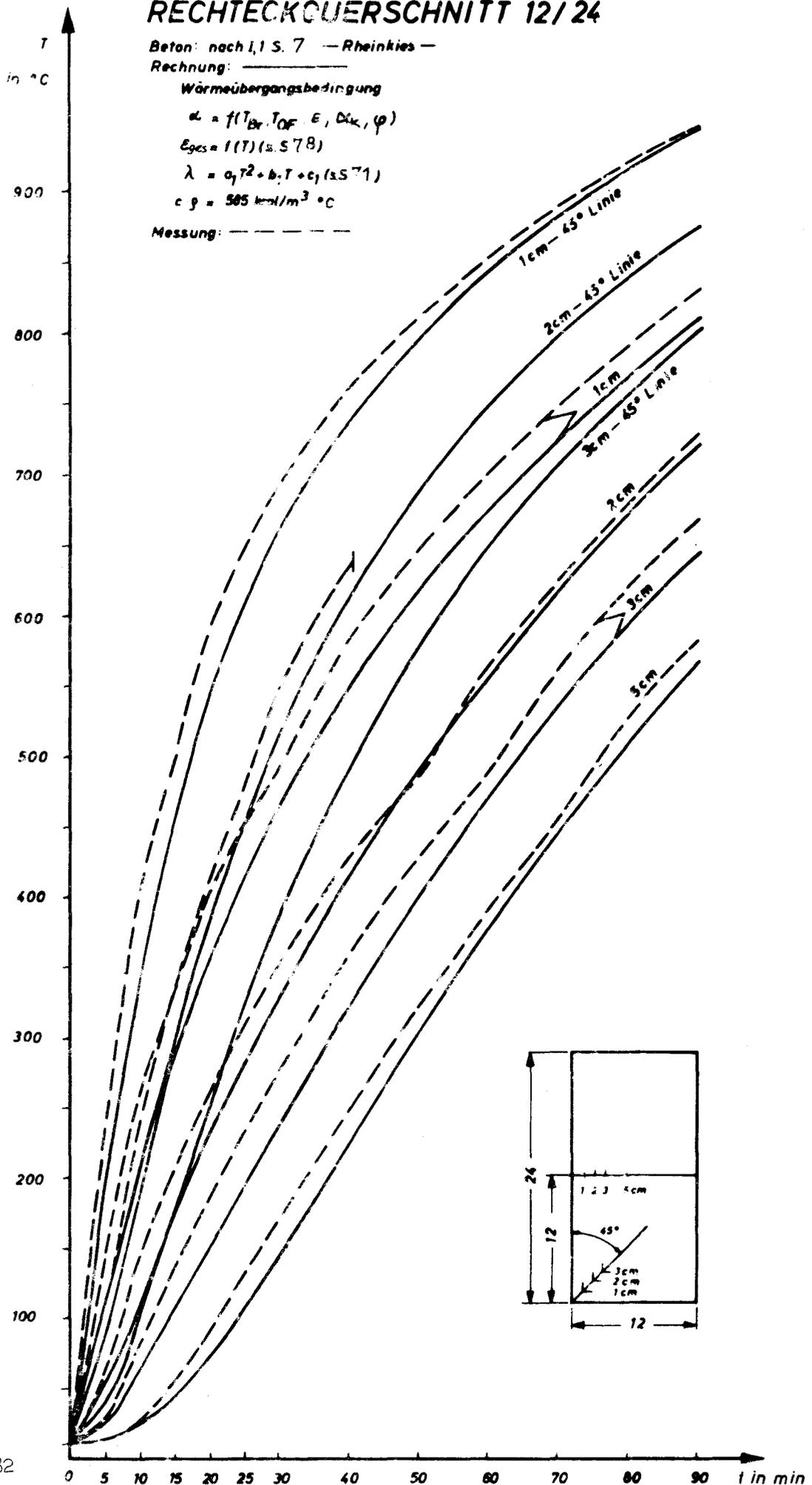
$$\alpha = f(T_{Br}, T_{Of}, E, D_{k, \rho})$$

$$E_{ges} = f(T) \text{ (s. S. 78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (s. S. 71)}$$

$$c_1 = 505 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{C}$$

Messung: - - - - -



RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton: nach I,1 S. 7 —Rheinkies—

Rechnung: _____

Wärmeübergangsbedingung:

$$\alpha = f(T_{Br}, T_{Of}, \theta, \alpha_K, \varphi)$$

$$c_{ges} = f(T) \text{ (s.S. 78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (s.S. 71)}$$

$$c \cdot \rho = 585 \text{ kcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Messung: - - - - -

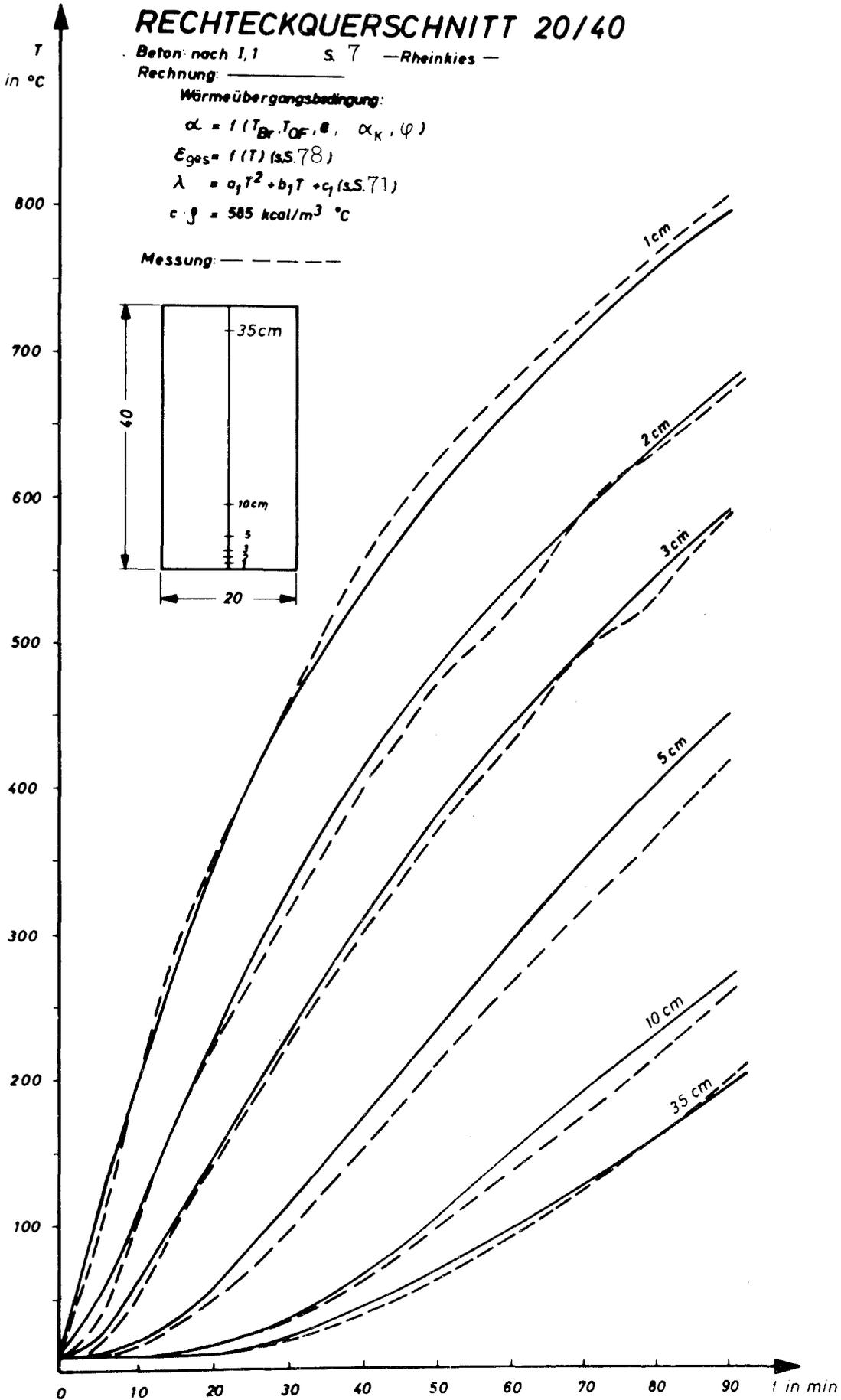


Bild 48

T
in °C

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton: nach I.1 S 7 - Rheinkies -

Rechnung

Wärmeübergangsbedingung:

$$\alpha = f(T_{Br}, T_{Of}, \epsilon; \alpha_K, \varphi)$$

$$\epsilon = f(T) \text{ (s.S.78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (s.S.71)}$$

$$c \cdot \rho = 585 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{C}$$

Messung: - - - - -

800

700

600

500

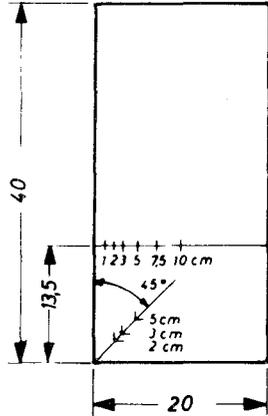
400

300

200

100

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 t in min



84 Bild 49

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

Beton nach II S. 7 — Muschelkalk —

Rechnung

Warmeübergangsbedingung

$$\alpha = f(T_{Br}, T_{0F}, \epsilon, \kappa, \psi)$$

$$\epsilon_{gr} = f(T) \text{ (s. S. 78)}$$

$$\lambda = a_2 T^2 + b_2 T + C_2 \text{ (s. S. 71)}$$

$$c \rho = 600 \text{ kcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Messung

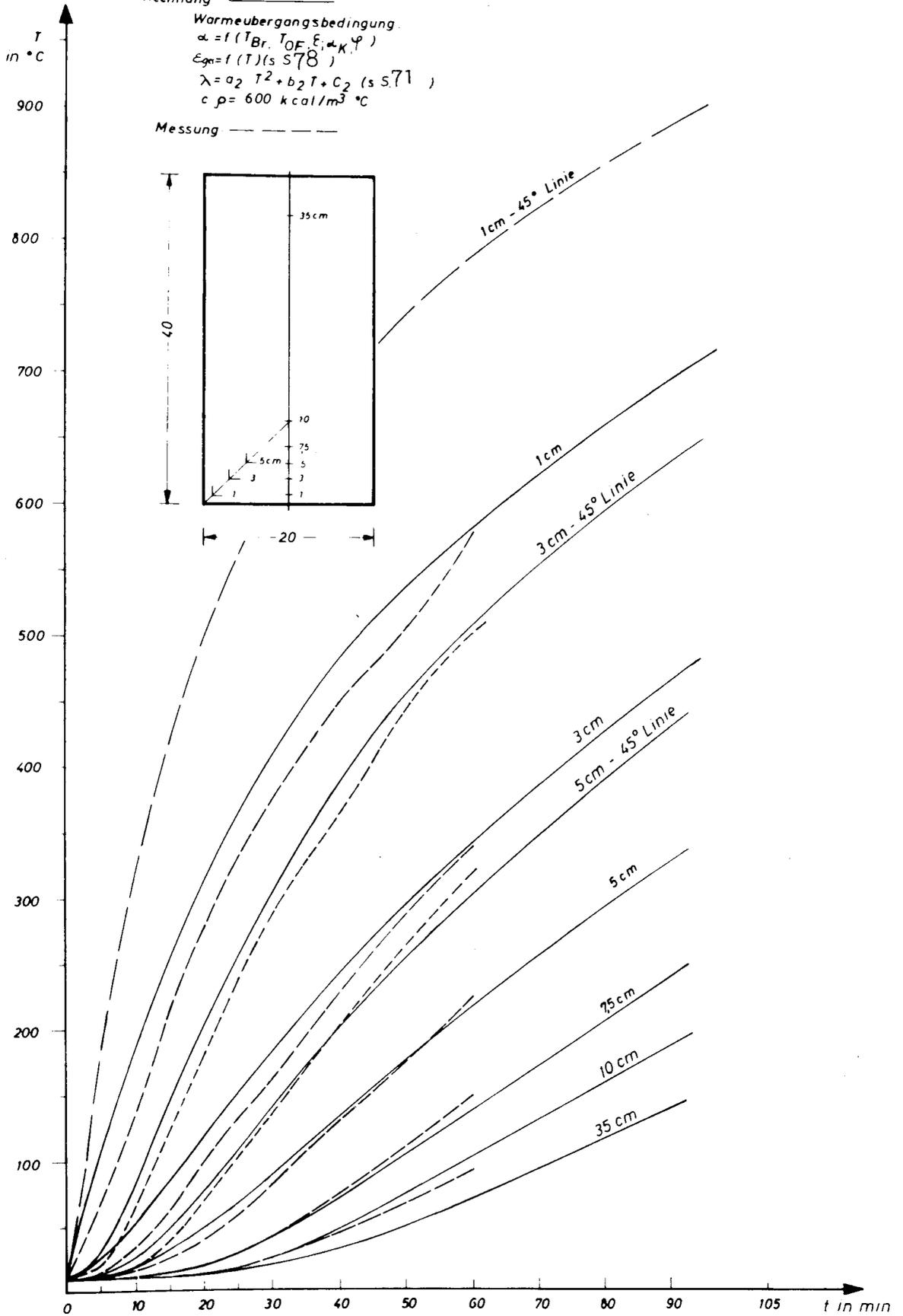
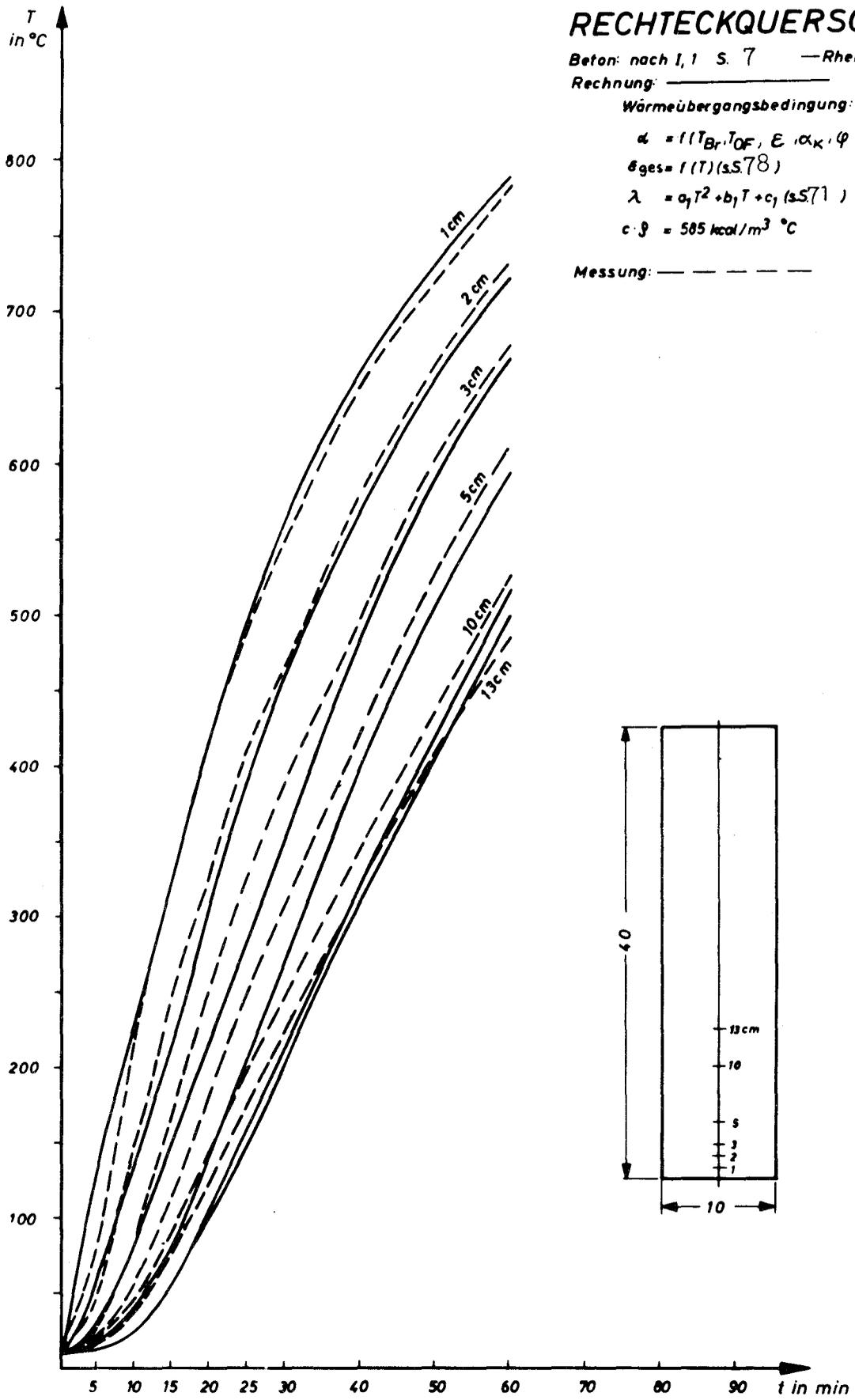


Bild 50



RECHTECKQUERSCHNITT 10/

Beton: nach I,1 S. 7 — Rheinkies —

Rechnung: _____

Wärmeübergangsbedingung:

$$\alpha = f(T_{Br}, T_{OF}, E, \alpha_K, \varphi)$$

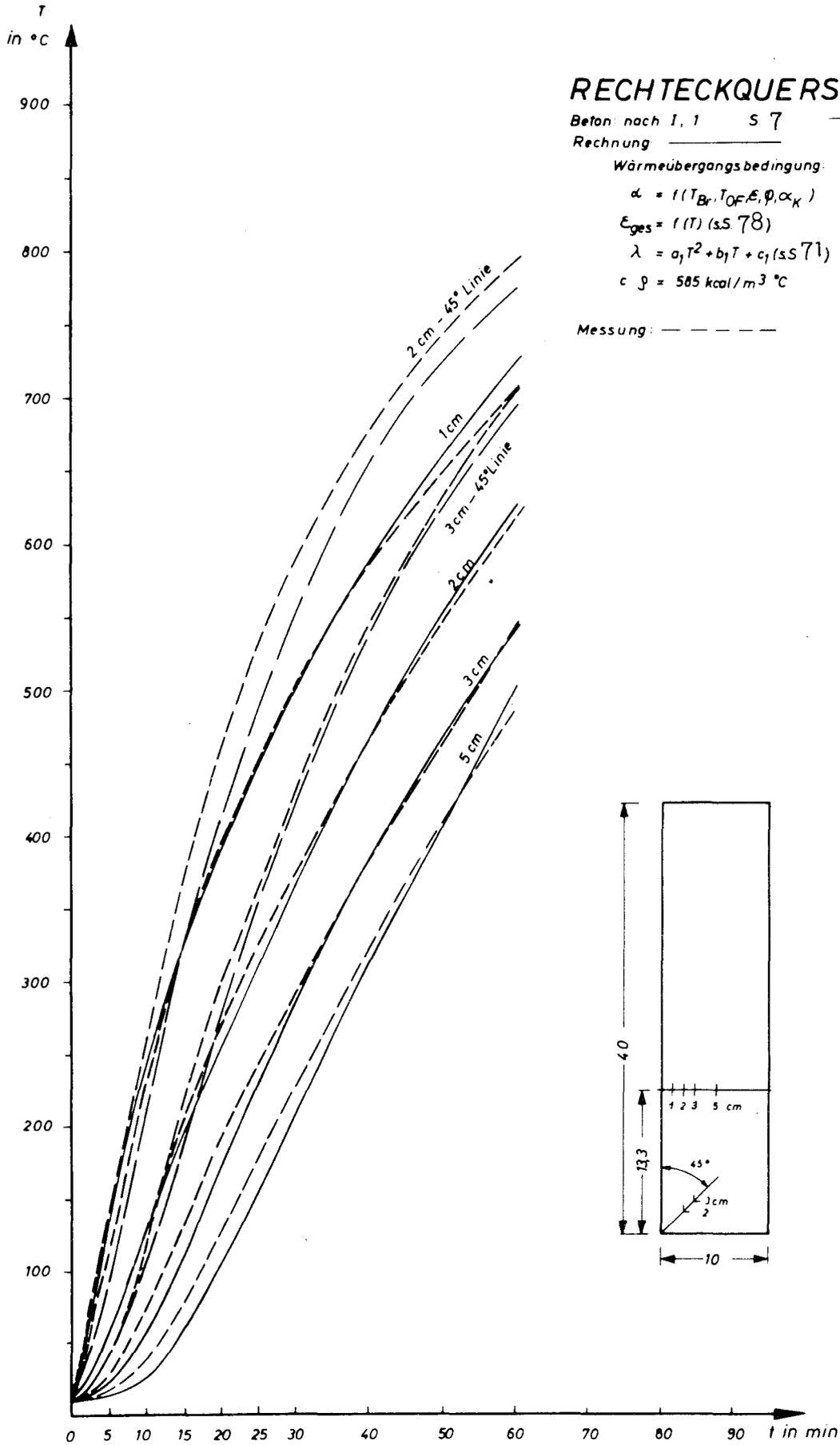
$$\theta_{ges} = f(T) \text{ (s.S. 78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (s.S. 71)}$$

$$c \cdot \rho = 585 \text{ kcal/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Messung: - - - - -

Bild 51



RECHTECKQUERSCHNITT 10/40

Beton: nach I, 1 S 7 — Rheinkies —

Rechnung

Wärmeübergangsbedingung:

$$\alpha = f(T_{Br}, T_{Of}, \epsilon, \varphi, \alpha_K)$$

$$\epsilon_{ges} = f(T) \text{ (SS 78)}$$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 \text{ (SS 71)}$$

$$c_p = 585 \text{ kcal/m}^3 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Messung: - - - - -

Bild 52

RECHTECKQUERSCHNITT 12/24

Rechnung: Wärmeübergangsbedingung

Einfluß $\alpha_{Konv.} = \text{const.}$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1$$

1) —————

$$\alpha_{Str} \rightarrow \epsilon_{ges} = 0,55 - 0,00020 T_{Br}$$

$$\alpha_{K_{x,y}} = 55$$

2) - - - - -

$$\alpha_{Str} \rightarrow \epsilon_{ges} = 0,55 - 0,00020 T_{Br}$$

$$\alpha_{K_{x,y}} = 25$$

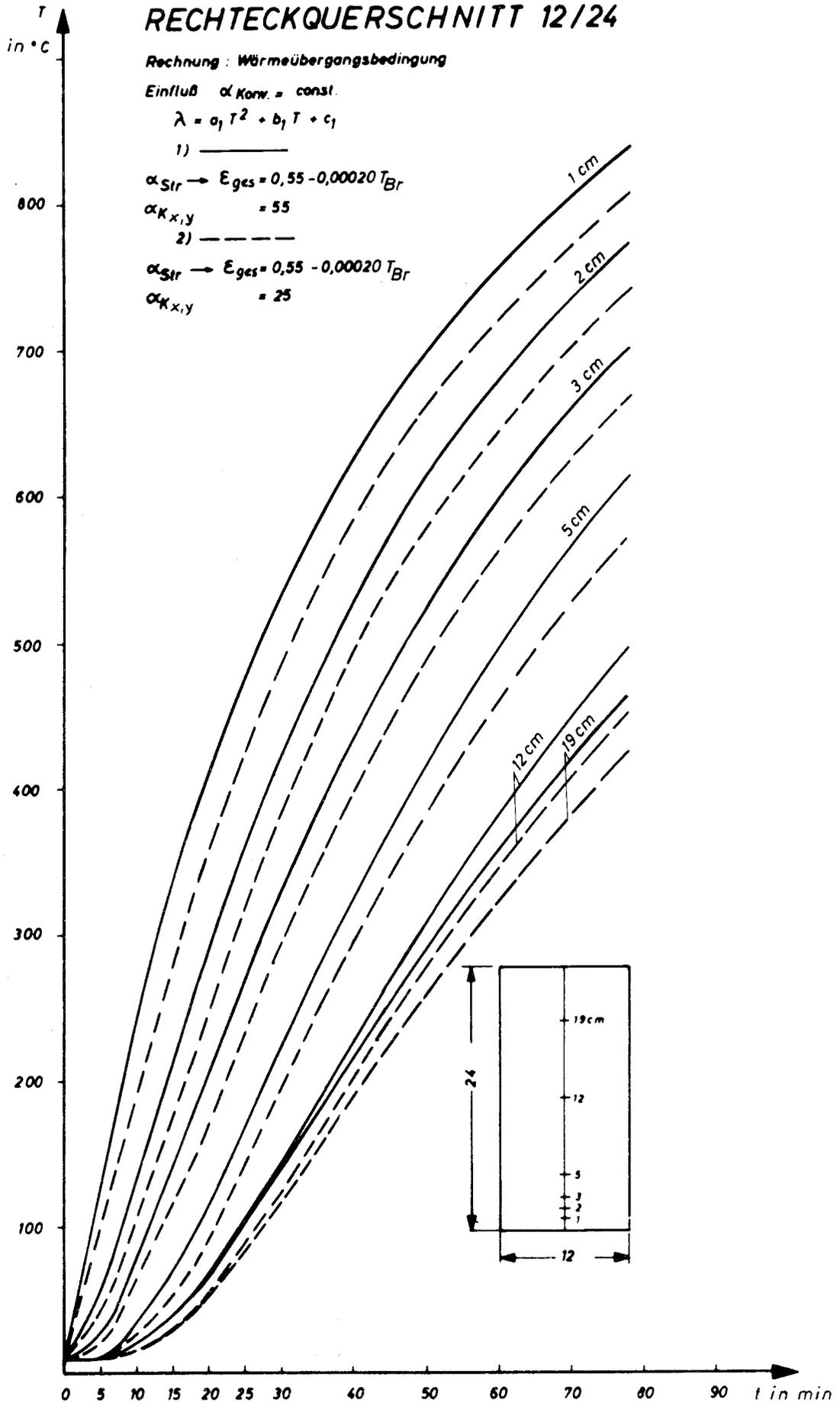


Bild 53

RECHTECKQUERSCHNITT 12/24

Rechnung : Wärmeübergangsbedingung

Einfluß $\epsilon_{Str} = f(T)$

$$\lambda = a_1 T^2 + b_1 T + c_1$$

1) _____ 2) -----

$\alpha_{Str} \rightarrow \epsilon_{ges} = 0,55$

$\alpha_{Str} \rightarrow \epsilon_{ges} = 0,55 - 0,00020T_{Br}$

$\alpha_{K_{x,y}} = 40$

$\alpha_{K_{x,y}} = 40$

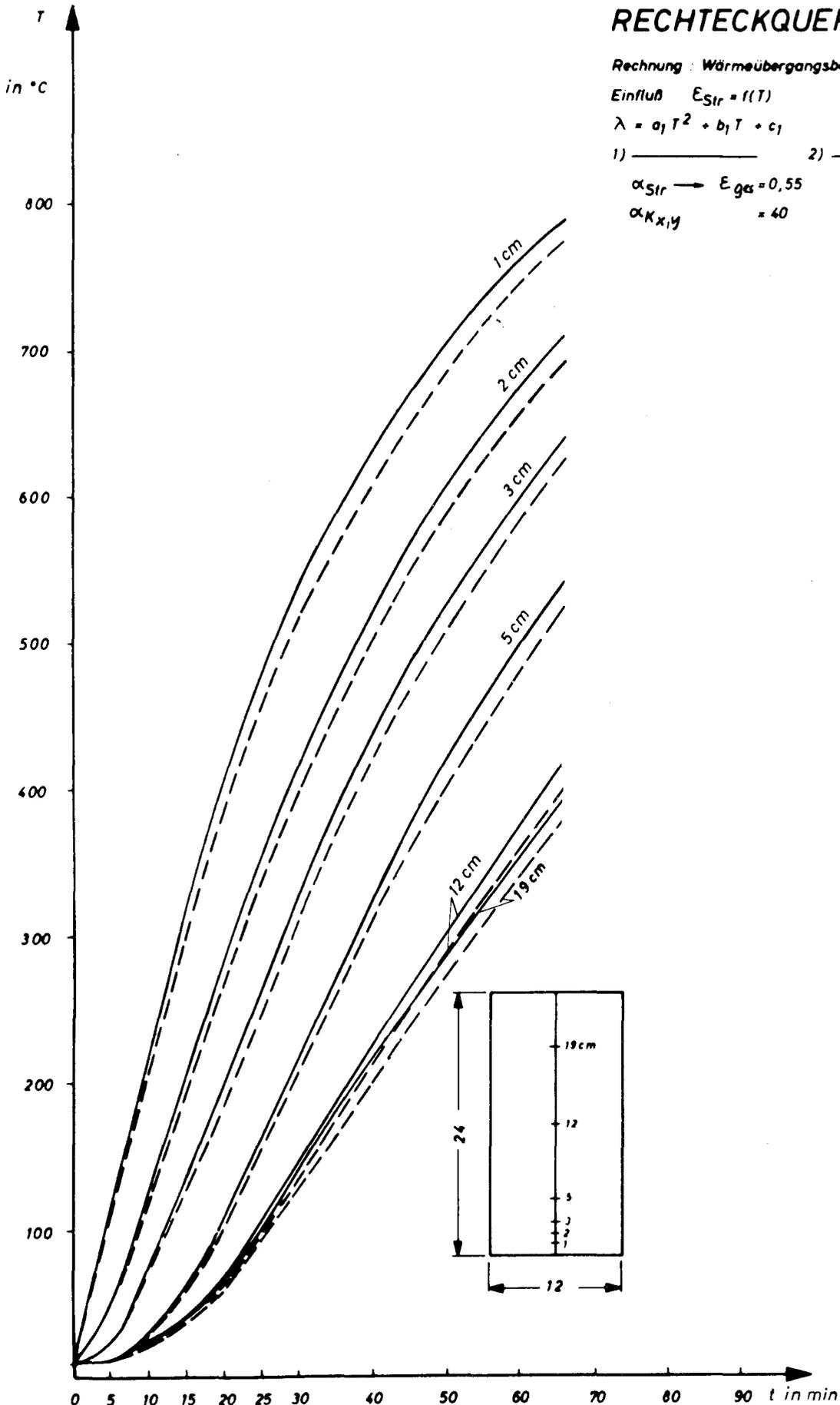


Bild 54

gende Fälle auch mit mittleren, konstanten Werten gerechnet werden. Der Einfluß der Größe des Emissionsverhältnisses ϵ_{ges} auf die Temperaturfelder, das im wesentlichen als eine Funktion des Partialdruckes und der Schichtdicke des Rauchgases aufgefaßt werden kann, wird folgend unter Pkt. 8.564 behandelt.

Für Versuchsphasen > 75 min sind die Schwankungen sowie der Einfluß einer Temperaturabhängigkeit von ϵ bzw. α_{str} für die Rechenergebnisse unerheblich. Nachrechnungen zeigen, daß mit den in Bild 55 angegebenen mittleren Gesamt-Wärmeübergangszahlen für $t \approx 90$ min bei Änderungen von α von 15 bis 20 % noch vernachlässigbar geringe Temperaturabweichungen (max. rd. 10°C) auftreten. Der Temperaturgradient an der Oberfläche ist hier gegenüber den Anfangsphasen der Brandbeanspruchung erheblich flacher, da die Temperaturdifferenz $T_{Br} - T_W$ zunehmend kleiner wird und der Zuwachs von α nicht mehr groß ist. Daher kommt einer besonderen Genauigkeit der α -Werte für lange Beanspruchungszeiten keine große Bedeutung zu.

Die mittleren α -Werte für vergleichbare Flächen verschiedener Querschnitte weichen nicht stark voneinander ab. Es können daher zur Orientierung über die vorliegenden Wärmeübergangsverhältnisse mittlere α -Werte für Konvektion und Strahlung angegeben werden. Tatsächlich rechnet sich α_{str} von Punkt zu Punkt im Gegensatz zu gleichmäßig beheizten, großen Platten verschieden.

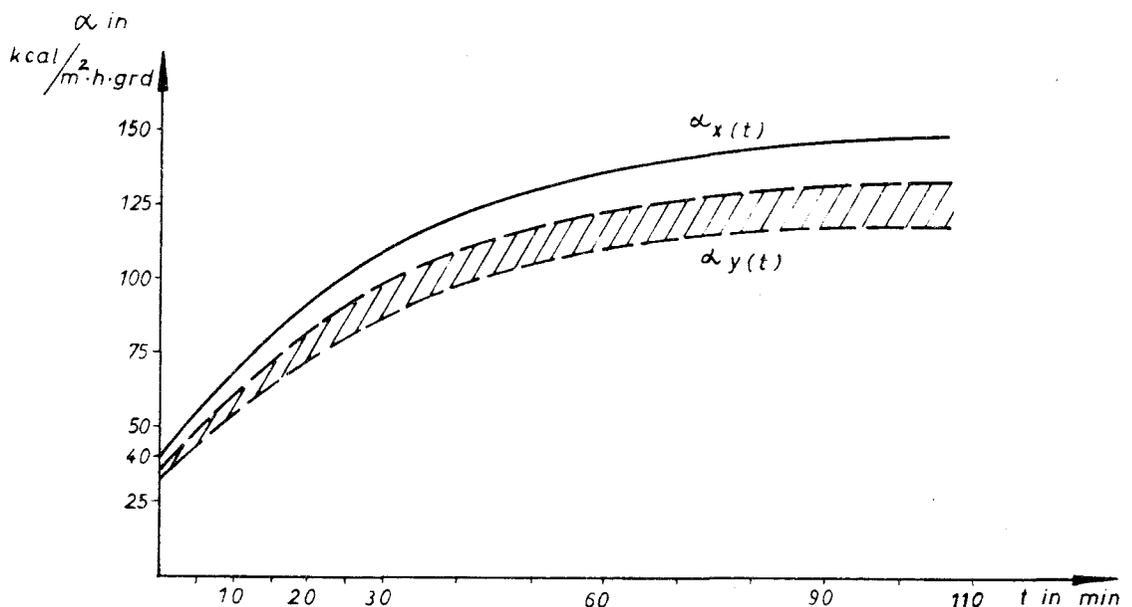


Bild 55: Mittlere Wärmeübergangszahlen α nach Rechenergebnissen

Die in Bild 55 aufgetragenen Wärmeübergangszahlen liegen z.T. erheblich über den in [1] und [21] benutzten Werten.

8.564 Einfluß der Brandkammergröße auf den Erwärmungsvorgang

Die Emissionsverhältnisse des Brandraumes werden unter Berücksichtigung der vorliegenden Bedingungen im wesentlichen als eine Funktion des Partialdruckes (p) und der Schichtdicke (s) des Rauchgases betrachtet. Nimmt man gleiche Rauchgaszusammensetzung, -temperaturen und -geschwindigkeiten an,

so wird die Rauchgasemission allein durch die Kammergröße bestimmt. Man denke sich die Versuchskammer (vergl. Pkt. 3.5) geometrisch ähnlich auf das 1/2-, 2- und 3-fache verändert. Infolge unterschiedlicher Schichtdicken ergeben sich im Vergleich zur Versuchs-Brandkammer abweichende Emissionsverhältnisse. Nach Auswertung für die Gasemissionen und Vergleich mit dem resultierenden Emissionsverhältnis der Versuchskammer ergeben sich für die Varianten die in Bild 56 aufgetragenen Werte.

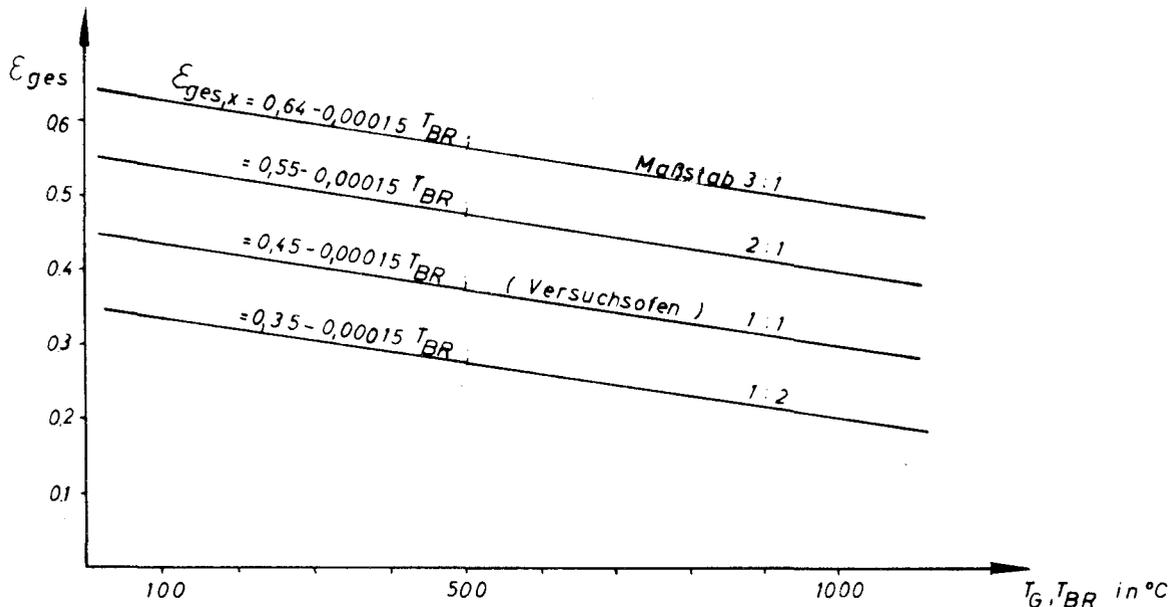


Bild 56: Emissionsverhältnis ϵ_{ges} (untere Balkenseite) für variable Brandkammergrößen; Rechenwerte.

Hiermit wurden Temperaturfelder für ein Profil 20/40 cm errechnet und als Temperatur-Zeit-Kurven in Bild 57 aufgetragen.

Die Temperatur-Zeit-Kurven A und B grenzen einen großen Bereich der für Brandversuche üblichen Kammergrößen ein. Die Temperaturdifferenzen zwischen beiden Kurven sind verhältnismäßig gering und betragen für oberflächennahe Meßstellen maximal rd. 75°C. Tieferliegende Meßpunkte zeigen geringere Abweichungen. In der ersten Versuchsphase bis ca. $t = 15$ min Branddauer ergibt sich nur eine geringe Abhängigkeit von ϵ_{ges} (vergl. oben). Für lange Branddauern mit $t \gg 90$ min verringern sich allmählich die Temperaturunterschiede, da der Temperaturgradient an der Oberfläche zunehmend flacher wird.

Bei Profilen $> 20/40$ cm ist eine geringe Erhöhung der Temperaturdifferenzen in der obigen Gegenüberstellung anzunehmen.

Besonderes Augenmerk ist auf die Ermittlung der konvektiven Wärmeübergangszahl zu richten, die eine Funktion der Rauchgasgeschwindigkeit ist und stark durch die Brandkammergröße beeinflusst werden kann.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Wärmeübergangsrechnung gegenüber Änderungen des Emissionsverhältnisses nicht sehr empfindlich ist. Daher ist der gewählte Ansatz für eine Gasstrahlung mit Korrekturen der Emissionswerte ϵ_g unter Vernachlässigung anderer Strahlungskomponenten eine brauchbare Lösungsmöglichkeit für die durch Strahlung verursachte Wärmeübertragung. Durch Änderungen der Emissionswerte wird in erster Linie das Temperaturfeld in den oberflächennahen Bereichen beeinflusst.

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

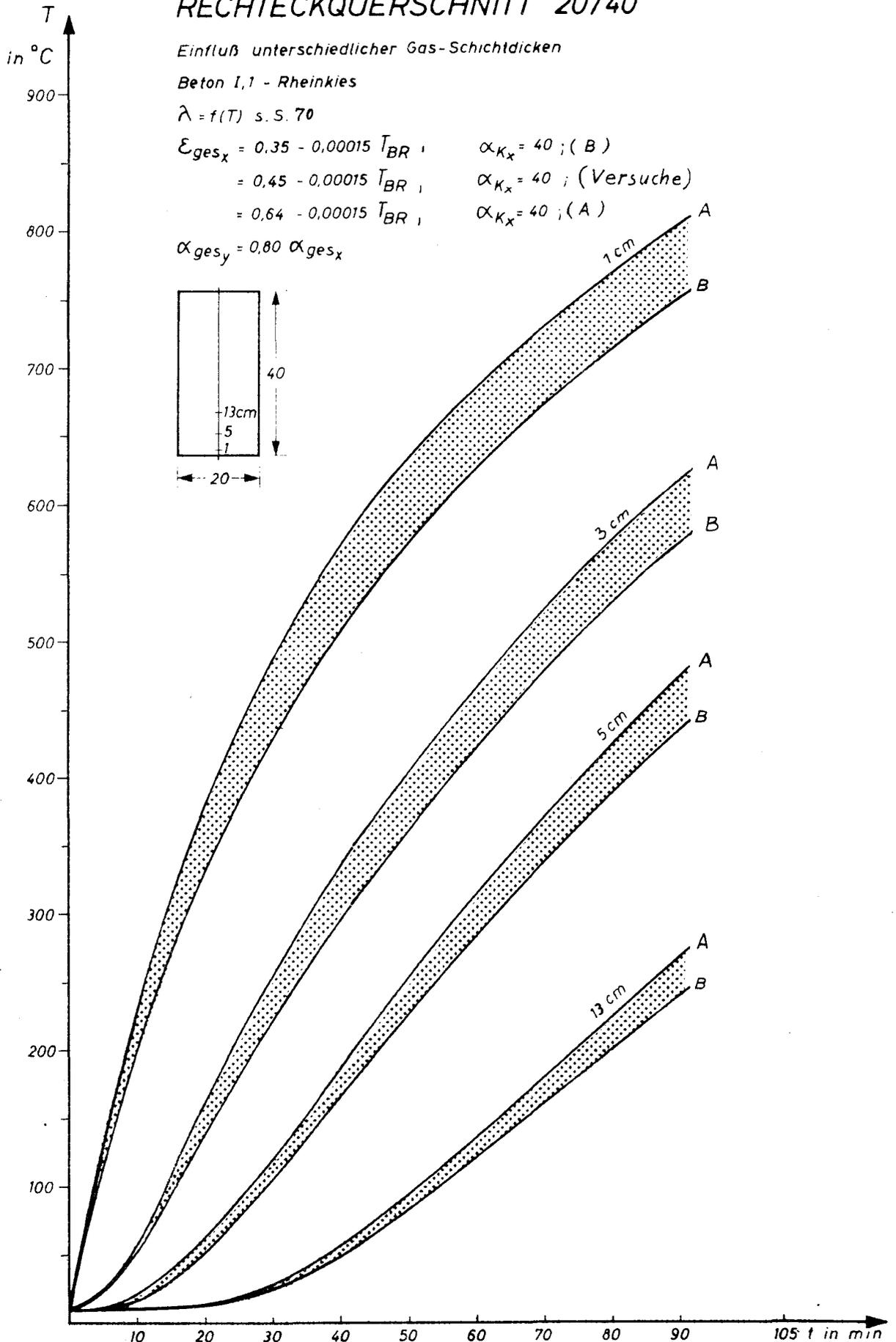
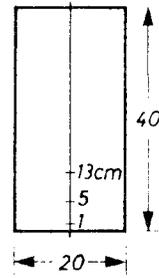
Einfluß unterschiedlicher Gas-Schichtdicken

Beton I,1 - Rheinkies

$\lambda = f(T)$ s. S. 70

$$\begin{aligned} \alpha_{ges_x} &= 0,35 - 0,00015 T_{BR} ; & \alpha_{K_x} &= 40 ; (B) \\ &= 0,45 - 0,00015 T_{BR} ; & \alpha_{K_x} &= 40 ; (\text{Versuche}) \\ &= 0,64 - 0,00015 T_{BR} ; & \alpha_{K_x} &= 40 ; (A) \end{aligned}$$

$$\alpha_{ges_y} = 0,80 \alpha_{ges_x}$$



RECHTECKQUERSCHNITT 20/40, 8/16

Einfluß der Wärmeleitzahl $\bar{\lambda}$

T
in $^{\circ}\text{C}$

Beton I,1, S 7 - Rheinkies-

$$\bar{\lambda}_1 = 0,54166 \cdot 10^6 T^2 - 0,11917 \cdot 10^2 T + 1,35$$

$$\bar{\lambda}_2 = 0,54166 \cdot 10^6 T^2 - 0,11917 \cdot 10^2 T + 1,00$$

$c_{p,8} = 585 \text{ kcal/m}^3 \text{ grad}$; $\epsilon = f(T)$ s.S. 77

$\alpha_{K_x} = 40$ $\alpha_{K_y} = 0,8 \alpha_{K_x} (20/40)$; $0,9 \alpha_{K_x} (8/16)$

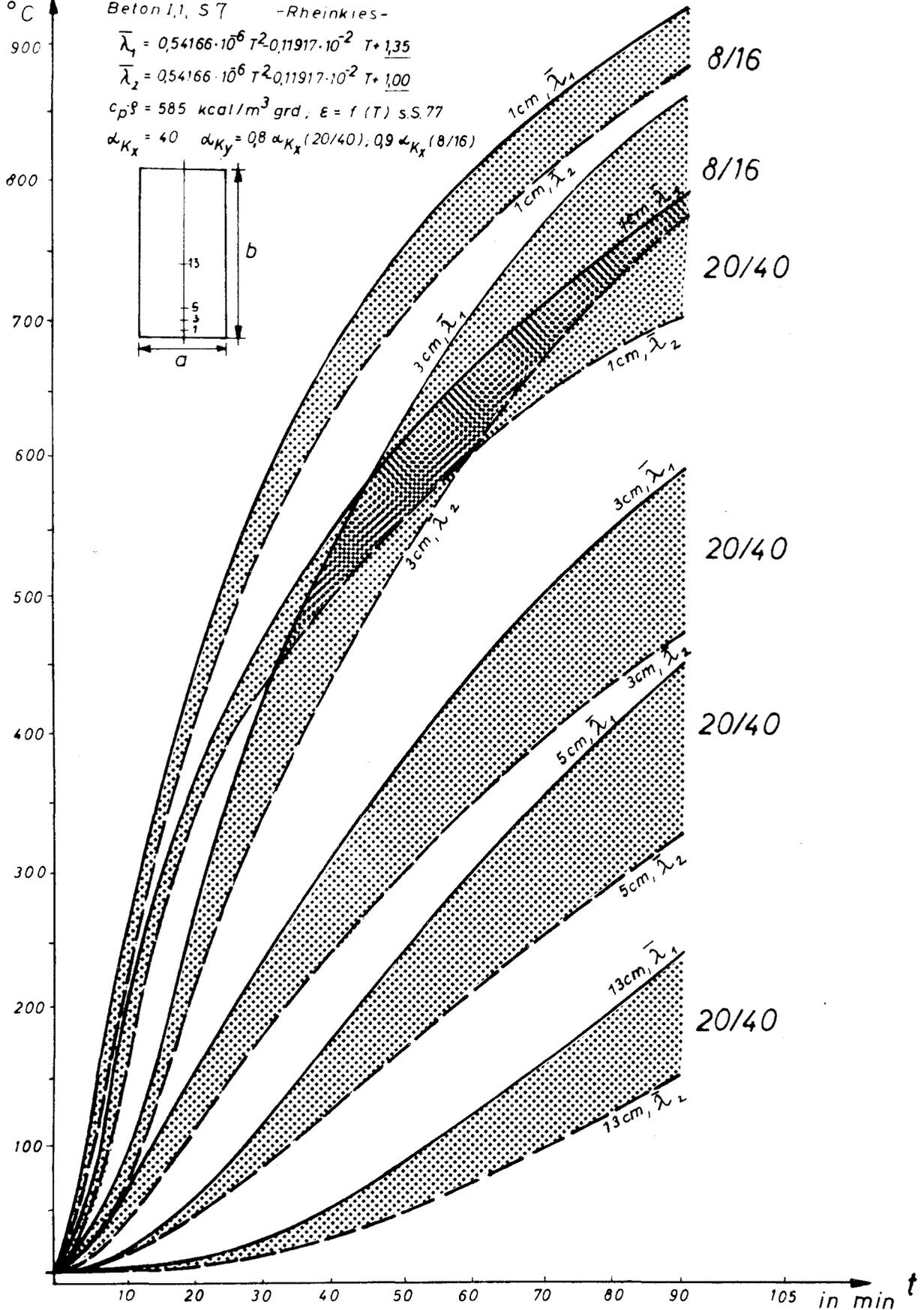
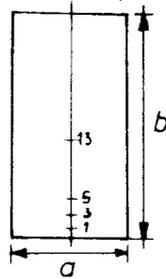


Bild 58

8.565 Einfluß der Wärmeleitfähigkeit λ auf den Erwärmungsvorgang

Zwecks Abgrenzung des Einflusses der λ -Werte auf die Erwärmungsvorgänge werden zwei Profile unterschiedlicher Größe mit folgenden reduzierten Wärmeleitfähigkeiten gerechnet (vergl. Bild 58).

$\bar{\lambda}_1$: Rechenwert für Standardbeton I,1; $\lambda = \lambda(T)$

$\bar{\lambda}_2$: Gegenüber $\bar{\lambda}_1$ um rd. 35 % geringer angesetzter Rechenwert bei gleich angenommener Temperaturabhängigkeit.

Eine Gegenüberstellung zeigt, daß kleine Profile gegenüber massigeren infolge schnelleren Temperaturlausgleiches bereits in den ersten Beanspruchungsphasen größere Temperaturunterschiede aufweisen. In späteren Versuchsphasen treten etwa gleich große Abweichungen auf. Insgesamt erhält man für die untersuchten Profile bei einer rd. 35 %igen Änderung von λ Temperaturdifferenzen in 3 bis 10 cm Querschnittstiefe (Symmetrieschnitt) von 100 bis 120°C. Daher ist für den Bereich der Konstruktionsbetone eine Genauigkeit bei Festlegung der Wärmeleitfähigkeit von ± 5 bis ± 10 % erforderlich.

Für Kiesbetone können nach Cammerer [37] (vergl. Bild 21) die $\bar{\lambda}$ -Werte erheblich schwanken. (Für $\rho = 2350 \text{ kg/m}^3$ kann λ je nach Betonzusammensetzung für trockenen Zustand und Normaltemperatur Werte von 1,0 bis 1,8 kcal/m·h·grd annehmen.) Bei überwiegend quarzitischen Zuschlägen können die Wärmeleitfähigkeiten wahrscheinlich enger eingrenzert werden. Für eine künftige rechnerische Bemessung sollten für Betone charakteristischer Zusammensetzung (z.B. charakteristische Zuschläge) obere λ -Zahlen als Bemessungsbeiwerte festgelegt werden.

In einer Rechnung mit Hilfe von Oberflächentemperaturen wirken sich "unsichere" Wärmeleitfähigkeiten im üblichen Streubereich (vergl. [37]) in oberflächennahen Bereichen (bis etwa 3 cm Querschnittstiefe) relativ wenig aus. Anders ist es jedoch bei Wärmeübergangsrechnungen, da λ eine wesentliche Einflußgröße auf den Temperaturgradienten an der Oberfläche ist.

Wie die Gegenüberstellung der Rechenergebnisse in Bild 58 zeigt, beeinflussen Abweichungen der Wärmeleitfähigkeiten das Temperaturfeld über den gesamten Querschnitt.

8.6 Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes

8.61 Allgemeines

Infolge der zur Verdampfung der Baustofffeuchtigkeit erforderlichen Wärmeenergie zeigen die Messungen im Temperaturbereich zwischen 100°C und 200°C eine mehr oder weniger deutlich ausgeprägte Temperaturverzögerung bzw. einen -beharrungszustand. Die aufgewendeten Verdampfungswärmen r_1 werden dem System entnommen.

Wasser bildet bei einer Temperatur von 100°C und Normaldruck unter erheblicher Volumenvergrößerung Wasserdampf von gleicher Temperatur. Solange noch Flüssigkeit vorhanden ist, bleibt die Temperatur trotz Wärmezufuhr unverändert; flüssiges Wasser und Dampf befinden sich im Gleichgewichtszustand (Sättigungszustand: Sättigungsdruck p_s , Sättigungstemperatur T_s).

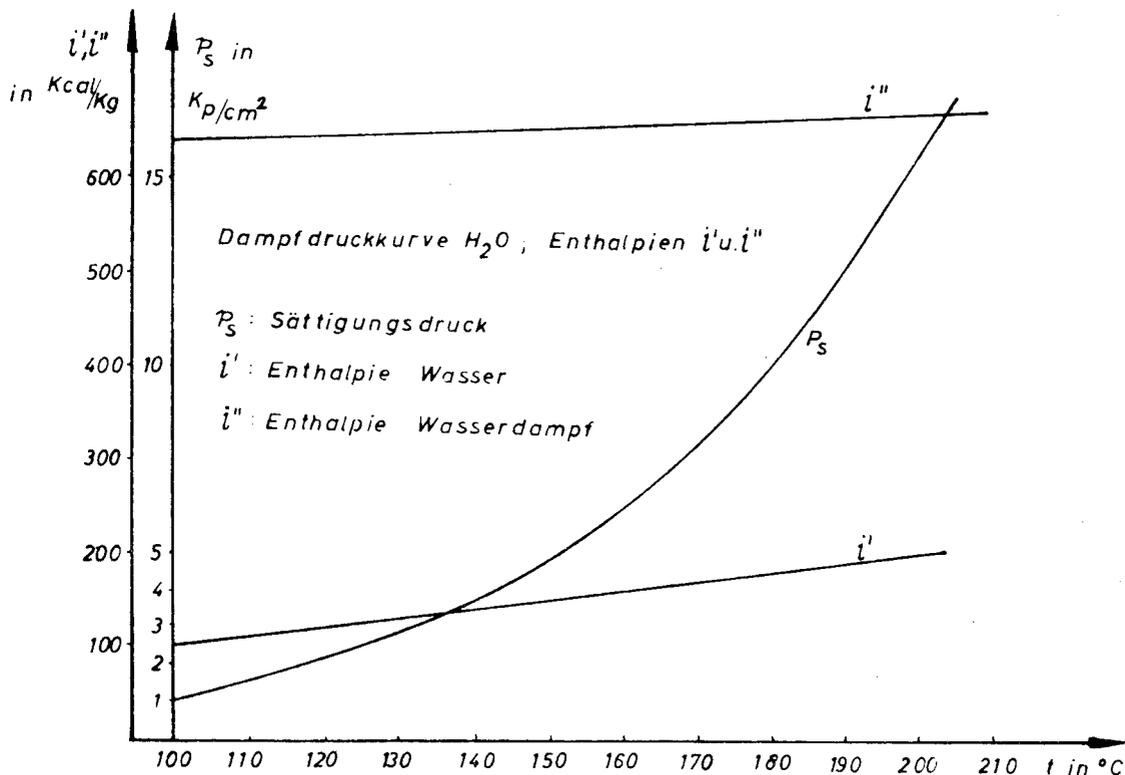


Bild 59: Dampfdruckkurve H_2O ; Enthalpien i' und i''

Eine Verdampfung bei anderen Drücken ändert die Verdampfungstemperaturen (vergl. Dampfdruckkurve, Bild 59). Erst nach vollständiger Verdampfung kann die Temperatur des Dampfes weiter ansteigen; der Dampf geht in den überhitzten Zustand über.

Der Sättigungspunkt trennt die Wasserphase und die Dampfphase.

Wasserphase:

Enthalpie (Wärmeinhalt)

$$i' = i_0 + q_t$$

i_0 wird nach Definition für 0°C gleich 0 gesetzt.

q_t Flüssigkeitswärme, die erforderlich ist, um Wasser bei einem beliebigen Druck von 0°C auf Sättigungstemperatur zu bringen.

Dampfphase:

Enthalpie

$$i'' = i' + r$$

r : Verdampfungswärme.

Die Enthalpiezunahme beim Übergang zur Dampfphase erfolgt sprunghaft. Der Sättigungspunkte ist für die Festlegung des Verzögerungsbereiches maßgebend. Da keine Verdampfung unterhalb des Sättigungspunktes möglich ist, kann aus den Temperatur-Meßwerten für die Beharrungsbereiche auf die dort herrschen-

den Druckwerten geschlossen werden. Diese Drücke sind jedoch nicht notwendigerweise von statischer Natur.

Zum Verständnis der Vorgänge beim Verdampfen der Betonfeuchtigkeit wird zunächst der Zustand des Wassers im Beton näher beschrieben.

8.62 Betonfeuchtigkeit, Porosität

Die Betonfeuchtigkeit ist im wesentlichen im Zementstein lokalisiert. Ein Zementstein mit einem W/Z-Faktor von 0,4 weist im frischen Zustand keine mikroskopisch sichtbaren Poren auf, erst nach Trocknung entweichen ca. 20 % des Wassers unter Bildung eines submikroskopischen, filzartigen Porensystems, den Gelporen. Da in der Regel der W/Z-Faktor größer als 0,4 ist, entstehen auch größere, in Art eines Kanalsystems verlaufende Poren, die sog. Kapillarporen. Es handelt sich um den Raumanteil, der ursprünglich Wasser enthielt und sich bei der Hydratation nicht mit Gel füllen konnte. Daneben weist der Beton Luftporen sowie durch den Verarbeitungsvorgang hervorgerufene Setzporen auf.

Poren	μ (0,001 mm)
Gelporen	ca. 0,25 bis $10 \cdot 10^{-3}$
Kapillarporen	ca. $20 \cdot 10^{-3}$ bis 10
Luftporen	100 bis 2000
Setzporen	mehrere mm

Zur vollständigen Hydratation wird ein Wasseranteil von $\approx 0,22$ benötigt, das Wasser geht zum größten Teil eine chemische Bindung ein und ist nicht verdampfbar. Der Rest des Wassers verbleibt in den Poren und kann ausgetrocknet bzw. verdampft werden. Bezüglich des Betonwassers werden 3 Zustandsformen unterschieden:

1. Hydrationswasser,
2. Adsorptionswasser,
3. Verarbeitungswasser.

Der Hydrat- und Adsorptionswasseranteil sind fest bzw. pseudofest gebunden. Der größte Anteil des Anmachwassers befindet sich frei in den Porenräumen.

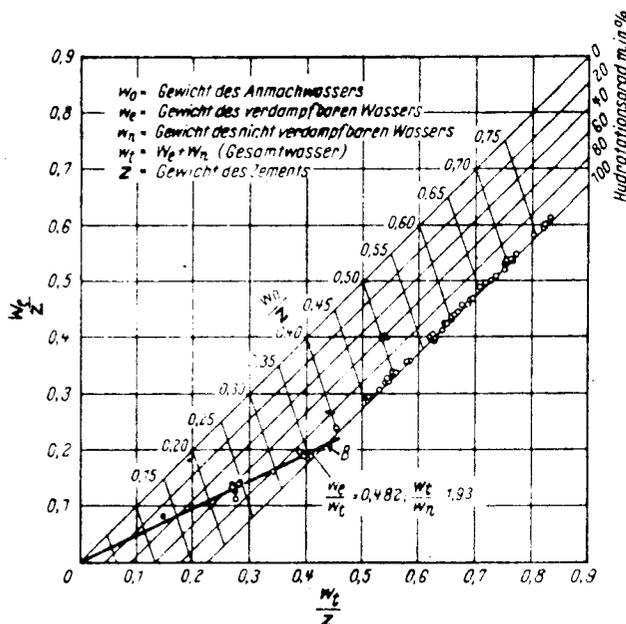


Bild 60: Wassergehalt von feuchtgelagertem Zementstein; verdampfbares Wasser [30].

Über den verdampfbaren Anteil des Wassers gibt ein Diagramm von Powers (Bild 60) nähere Auskunft. In der Praxis verschafft man sich durch Darrproben einen Aufschluß über den Hauptanteil des verdampfenden und nicht ausgetrockneten Wassers; das Wasser in submikroskopischen Poren wird hierbei wegen der Kapillarkwirkungen nur teilweise erfaßt; mit Sicherheit wird es erst bei der kri-

tischen Temperatur von 374°C in die Dampfphase übertreten. Es läßt sich aber zeigen, daß bei einem längeren Austrocknen unter Temperatureinwirkung

von 105°C auch Poren bis zu einem Durchmesser von 0,01 μ weitgehend aufgeschlossen werden [30]. Dieser Vorgang ist der unter normalen atmosphärischen Bedingungen ablaufenden Verdunstung vergleichbar.

8.63 Kapillarkräfte im Beton

Die Porengänge sind in der Regel nur teilweise mit Wasser gefüllt. Für das Verhalten sehr kleiner Wassermengen sind die intermolekularen Kräfte von entscheidender Bedeutung (Kapillarität). Die Benetzung einer festen Oberfläche durch eine Flüssigkeit ist ein Absorptionsvorgang unter Bindung der Moleküle beider Stoffe, wobei Kräfte aus der Flüssigkeit in die Porenwand eingeleitet werden.

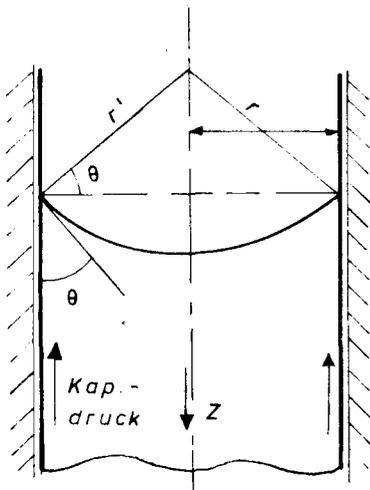


Bild 61: Kapillardruck in engen Röhren

Eine nach außen konkave Flüssigkeitsoberfläche von Kugelgestalt in einer Röhre erfährt infolge der Oberflächenspannung σ eine Normalzugkraft (Kohäsion). Es ist

$$\rho \cdot g \cdot h = p = \frac{2}{r} \sigma$$

$$\sigma = \frac{\text{am Rand angreifende Kraft}}{\text{Länge des Randes}},$$

hierbei bedeutet

h die kap. Steighöhe,

g die Erdbeschleunigung,

ρ die Wichte der Flüssigkeit,

p den Kapillardruck.

Bei nicht vollständig benetzter Wandungsfläche ist die Steighöhe in der Kapillare vom Randwinkel θ abhängig. Mit r' als Krümmungsradius der Oberfläche erhält man den Kapillardruck zu

$$p = \frac{2}{r'} \sigma = \frac{2}{r} \sigma \cdot \cos \theta \quad (18);$$

$\cos \theta$ kann etwas kleiner als 1 angenommen werden. Da aber kein Rohr mit idealer Wandoberfläche vorliegt und die tatsächlich vorhandenen Oberflächenrauigkeiten, Verengungen und Erweiterungen die Kohäsion erhöhen, wird $\cos \theta$ in Näherung gleich 1 gesetzt.

Der Kapillardruck kann nach Gl. (18) in Poren sehr kleinen Durchmessers erhebliche Werte annehmen.

8.64 Kapillardruck und Verdampfung

Der Meniskus in Poren verschiedenen Durchmessers steht mit Dampfdrücken bestimmter Größe im Gleichgewicht. Der Kapillardruck setzt der Verdampfung so lange Widerstand entgegen, bis ein dem Kapillardruck gleicher Sättigungsdruck infolge Temperaturanstiegs erreicht ist. Des weiteren kann geschlossen werden, daß die im Bereich der Pore herrschenden Drücke p kleiner oder gleich dem Sättigungsdruck p_s sind, falls eine Verdampfung stattfindet.

$$p \leq p_s$$

Bei Erhöhung der Drücke auf $p > p_s$ tritt rücklaufend eine Kondensation und Druckverminderung ein.

Der Verdampfungsvorgang ist daher wie folgt zu deuten: Entsprechend der vorliegenden Temperatur werden unter Berücksichtigung des zugehörigen Sättigungsdruckes jeweils Poren verschiedener Durchmesser zur Verdampfung aufgeschlossen. Der Dampf fließt durch die wasserfreien Porenräume oder Risse ab. Der Wasserkörper kann praktisch als unbeeinflusst angesehen werden, da Wasser eine erheblich höhere Zähigkeit im Vergleich zum Wasserdampf aufweist (vergl. dazu [38]). Durch eine Dampfströmung wird unmittelbar der örtlich auftretende Druck abgebaut. Der ausströmende Wasserdampf kann allerdings in den freien Porenräumen Staudrücke hervorrufen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht werden sollen. Andere Phänomene können durch die Wärmedehnung des festen Körpers und des Porenwassers erklärt werden. Die in Versuchen beobachteten stärkeren Wasserbewegungen und -austritte an den beheizten und nicht beheizten Flächen der Prüfkörper beruhen offenbar auf Einflüsse unterschiedlicher Wärmedehnung zwischen Wasser und Zementstein.

Für Portlandzementstein beträgt die wahre Wärmedehnung

$$\alpha_T \approx 9 \cdot 10^{-6} - 20 \cdot 10^{-6} ,$$

für Wasser ist nach [38] die Volumendehnzahl

$$\alpha_T = 18 \cdot 10^{-5} .$$

Wasser weist damit eine 9 bis 20 mal so große Wärmedehnung wie üblicher Portlandzementstein auf. Infolgedessen wird das Porenwasser bei thermischer Belastung des Betons Verschiebungen erfahren. Da im Normalzustand nur Teile der Porenräume mit Wasser gefüllt sind, können bei einer Temperaturbeanspruchung zunächst die einzelnen Wasserbereiche zusammenwachsen. Die Verschiebung des gesamten Wassernetzes im verhältnismäßig großporigen und zusammenhängenden Kapillarsystem führt dann zu Wasseraustritten an den Oberflächen. Hierfür sind in einem zusammenhängenden Porensystem mit voller Wasserfüllung verhältnismäßig geringe Drücke erforderlich, da Wasser eine inkompressible Flüssigkeit ist.

Die durch Versuche ermittelte Feuchtigkeitsverteilung in einem Querschnitt besitzt daher für die örtlich vorliegende Feuchtigkeit während einer Brandbeanspruchung nur bedingten Wert; als repräsentativ dürfen aber die Meßergebnisse für oberflächennahe Bereiche angenommen werden.

8.65 Porenverteilung und Kapillardrücke

Die Porenverteilung in einem Zementstein bestimmten W/Z-Faktors ist noch weitgehend ungeklärt. Dem Verfasser wurden lediglich die Arbeiten von Kroone und Crook [29] über Portland-Zementmörtel bekannt. Die hier mitgeteilten wichtigsten Ergebnisse über die Verteilung des gesamten Porenvolumens bei Lagerung unter normalen atmosphärischen Bedingungen ist in Bild 66 dargestellt.

Proben I: Quarzsand/Zement = 0,4 ; W/Z = 0,65 ; Alter 64 Tage ;
Gesamtporenvolumen (0,1 μ - ∞) : 21 % ;

Proben II: Quarzsand/Zement = 0,3; W/Z = 0,87; Alter 64 Tage;
Gesamtporenvolumen (0,1 μ - ∞): 28 %.

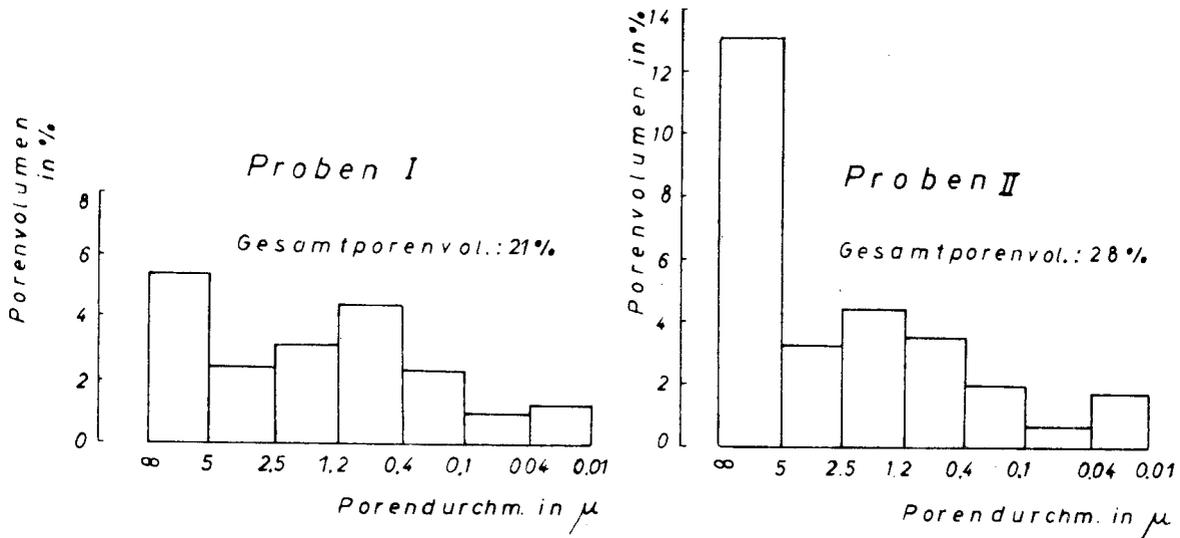


Bild 62: Verteilung des Porenvolumens in Abhängigkeit vom Porendurchmesser [29].

Die Versuchsergebnisse zeigen, daß bei höherem W/Z-Faktor der Porenanteil für $r > 5 \mu$ stark ansteigt. Im Bereich $5 \mu > r > 0,1 \mu$ kann aber für die aufgetragenen Fraktionen in Näherung jeweils ein gleicher Porenanteil angenommen werden. Der Porenanteil für $r < 0,1 \mu$ beträgt rd. 9 bis 12 % des Gesamtporenvolumens; er wird jedoch nach anderen Meßergebnissen für Wasserlagerung erheblich höher angegeben.

Die Verteilung des Porenvolumens nach Proben I kann näherungsweise in der folgenden Untersuchung für den Standardbeton (W/Z = 0,70) zugrundegelegt werden. Es wird des weiteren die Annahme getroffen, daß sich das verdampfbare Wasser im Verhältnis der einzelnen Porenvolumina auf die Poren aufteilt.

Kapillardrücke: Bei Ermittlung der Kapillardrücke p ist die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung zu berücksichtigen. Die Oberflächenspannung ist nach [43]:

$$\sigma = V^{1,5} \cdot k (T_{\text{krit}} - 6^\circ - T) , \quad (19)$$

wobei

V in m^3/kg das spez. Volumen,

T_{krit} die kritische Temperatur (= $374,2^\circ C$)

und

k einen stoffabhängigen Faktor darstellen.

Damit können die Kapillardrücke in Abhängigkeit vom Porendurchmesser und der Temperatur angegeben werden.

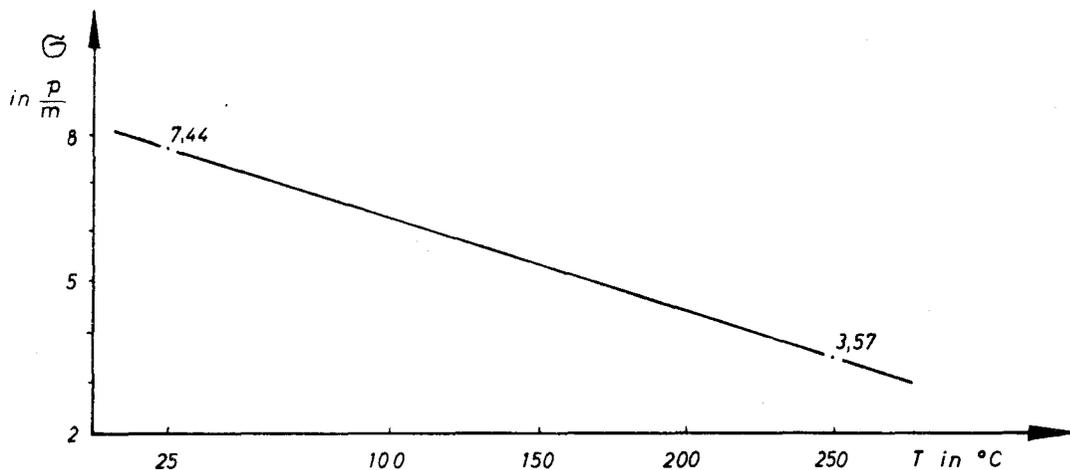


Bild 63: Oberflächenspannung des Wassers in Abhängigkeit von T nach Gl. (19).

Kapillardrücke p in kp/cm^2

T	Mittlerer Porendurchmesser in μ						
	5	3,75	1,85	0,8	0,25	0,07	0,025
100°	0,25	0,33	0,67	1,55	4,94	17,66	49,44
110°	0,24	0,32	0,65	$p_s=1,50$ $T_s=110^\circ$	4,81	17,17	48,08
120°	0,23	0,31	0,63	1,46	4,68	16,71	46,80
130°	0,23	0,30	0,62	1,42	$4,55$ $p_s=4,35$ $T_s=145^\circ$	16,26	45,52
150°	0,22	0,29	0,58	1,34	$4,30$	$15,34$ $p_s=13,3$ $T_s=192^\circ$	42,96
200°	0,18	0,24	0,49	1,13	3,62	12,91	$36,16$ $p_s=30,9$ $T_s=235^\circ$
250°	0,14	0,19	0,39	0,89	2,86	10,20	28,56
	(∞) - 5	2,5 - 5	1,2 - 2,5	0,4 - 1,2	0,1 - 0,4	0,04 - 0,1	0,01 - 0,04
Porenbereiche in μ							

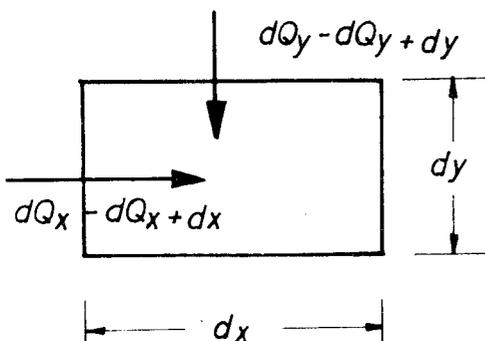
Die eingerahmten Werte bezeichnen die interpolierten Zustandsgrößen p_s und T_s bei Sättigung für die jeweilige Porenklasse. Bei Erreichen der Sättigungstemperatur T_s kann das Porenwasser aufgeschlossen werden und in die Dampfphase übertreten.

Nach der obigen Porenklassifikation kann unter Berücksichtigung der Sättigungszustände das gesamte Porenvolumen sowie das verdampfbare Wasser wie folgt aufgeteilt werden:

	Porenbereiche						
	$\infty-5$	2,5-5	1,2-2,5	0,4-1,2	0,1-0,4	0,04-0,1	0,01-0,04
Anteil aus Porenvolumen bzw. verdampfbarem Wasser	ca. 26%	ca. 15%	ca. 15%	ca. 15%	ca. 15%	ca. 14%	
	ca. 56 % (1. Stufe)			(2. Stufe)	(3. Stufe)	(4. Stufe)	
T_s in $^{\circ}\text{C}$	$\leq 100^{\circ}$			110°	145°	ca. 200°	
p_s in kp/cm^2	$\leq 1,033$			1,50	4,35	ca. 16	
Enthalpie Dampf i'' in kcal/kg	638,9			642,5	654	667,0	
Verdampfungswärme $i''-i'$ in kcal/kg	539			532	508	464	

8.66 Rechnerische Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes für den Erwärmungsvorgang

Da das Wasser in einem Porenbündel nicht gleichzeitig verdampft und die Feuchtigkeitsverteilung und -größe in einem Querschnitt nur ungenau mit einem Wert angegeben werden können und sich während der Beheizung offenbar verändern, erscheint eine rechnerische Superposition des Feuchtigkeitseinflusses in einem zweiten Rechnungsgang als Näherungslösung zweckmäßig. Die Einbeziehung der Feuchtigkeitsverdampfung in die Differenzenrechnung für das Temperaturfeld ist möglich, doch für die vorliegenden Bedingungen der Feuchtigkeitsverteilung und -verdampfung sehr aufwendig, wenn nicht die ungenaue Annahme einer gleichmäßigen Verteilung sowie eines einzigen Sättigungspunktes getroffen wird.



Die Differenzen der in ein Element $dx \cdot dy \cdot 1$ aus- und einfließenden Wärmeströme

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \cdot dy$$

$$dQ_y - dQ_{y+dy} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx \cdot dy$$

rufen hier eine Temperaturänderung (-erhöhung) infolge Wärmespeicherung hervor.

Es ist

$$dQ = c_p \cdot \rho \, dV \frac{\partial T}{\partial t}.$$

Die in das Element eingebrachte Wärmemenge kann in einer Näherungsrechnung mit der erforderlichen Verdampfungswärme verglichen werden. $\partial T / \partial t$ ist die Aufwärmgeschwindigkeit c und wird als Steigungsmaß aus den Temperatur-Zeit-Kurven schnell ermittelt. Bis zum Verdampfungsbeginn bei Erreichen der 100°C -Isotherme wird das Temperaturfeld durch Stoffwerte des feuchten Körpers bestimmt. Für die 100°C -Isotherme ist die Aufwärmgeschwindigkeit bei Verdampfungsbeginn $(\partial T / \partial t)_{100^\circ\text{C}, \text{feucht}}$ und bei Verdampfungsende (vollständige Verdampfung $(\partial T / \partial t)_{100^\circ\text{C}, \text{trocken}}$.

In diesem Intervall kann proportional die Aufwärmgeschwindigkeit für den Feuchtigkeitsanteil der 100°C -Stufe festgelegt werden. Für die Verdampfung in anderen Temperaturstufen wird $\partial T / \partial t$ schrittweise ermittelt (vergl. Bild 64); Rechenwerte der Aufwärmgeschwindigkeiten erhält man durch Mittelbildung von c über die schraffierten Bereiche. Dieses verhältnismäßig genaue Vorgehen kann allerdings ohne größere Fehler durch eine gröbere Mit-

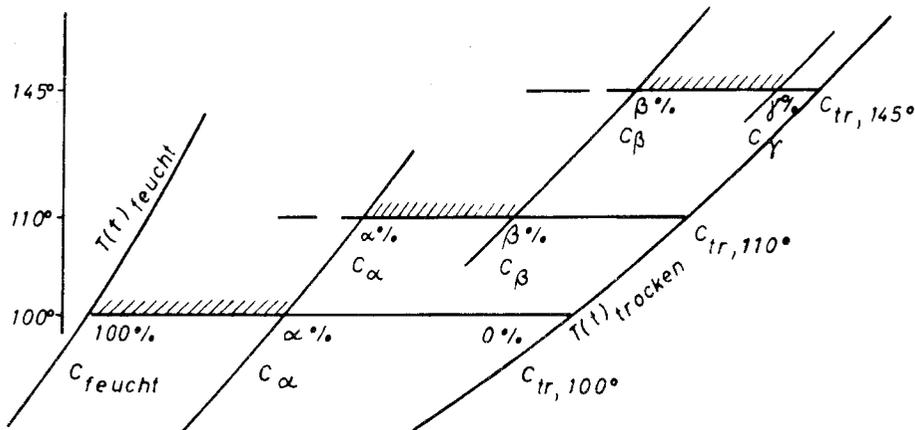


Bild 64: Schemaskizze zur schrittweisen Berücksichtigung der Feuchtigkeit; α , β , γ Anteile am Gesamtfeuchtigkeitsgehalt, c_α , c_β , c_γ Aufwärmgeschwindigkeiten.

telbildung für die Aufwärmgeschwindigkeit und den Verdampfungsbereich ersetzt werden.

Schwierig ist die Ermittlung der während einer Brandbeanspruchung örtlich auftretenden Betonfeuchtigkeit. Bei der Eigentümlichkeit der Temperaturbeanspruchung balkenartiger Bauteile kommt es insbesondere zu Feuchtigkeitsverschiebungen und -konzentrationen im Kernbereich der Querschnitte. In oberflächennahen Zonen sind allerdings wegen der höheren Aufwärmgeschwindigkeiten geringere Feuchtigkeitsbewegungen zu erwarten. Hier wird für eine Näherungsrechnung angenommen, daß die durch Darrproben ermittelte Feuchtigkeitsverteilung auch im Brandfall maßgebend ist. Die gleiche Annahme wird ebenfalls für tieferliegende Querschnittsbereiche in einer ersten Näherung getroffen.

Bei einer Nachrechnung geht man schrittweise normal zu den Isothermen von außen nach innen vor. Vergleicht man zwei dünne und gleich dicke Schichten, so beginnt in der wärmeren, der beheizten Oberfläche näheren Schicht nach Erreichen einer mittleren Schichttemperatur von 100°C die Verdampfung des Porenwassers der entsprechenden Porengruppen. Die der Schicht zufließende Wärme wird im wesentlichen als Verdampfungswärme verbraucht. Die benach-

barte Schicht kann während dieses Zustandes höchstens eine mittlere Temperatur von wenig unter 100°C erreichen. Erst nach Verdampfung des Wasseranteiles der ersten Schicht, der bei 100°C aufgeschlossen wird, kann die Temperatur ansteigen und eine Verdampfung in der zweiten beginnen, sofern hier bereits eine etwas unter 100°C messende Temperatur vorliegt. Damit kann der Verdampfungsbeginn für die zweite Schicht festgelegt werden.

Für eine schrittweise Auswertung der durch die Verdampfung bedingten Verzögerungen wählt man im unteren Balkenbereich die Symmetrieachse und Eckdiagonale, für obere Bereiche Schnitte senkrecht zu den Seitenkanten. Einen guten Überblick über den Isothermenverlauf vermitteln die Temperaturfelder des trockenen Körpers.

Damit erhält man eine Näherungsrechnung unter folgenden Voraussetzungen: Alle Punkte erreichen im f e u c h t e n Zustand ohne wesentliche gegenseitige Beeinflussung eine Temperatur wenig unter 100°C. Für den Bereich $T_{0,Q} < T < 100^\circ\text{C}$ ist die Wärmeleitfähigkeit des feuchten Körpers, nach Beendigung der gesamten Verdampfung die des trockenen maßgebend. An den durch die Verdampfung bedingten Verzögerungsbereich schließt in Näherung die am trockenen Körper ermittelte Temperatur-Zeit-Kurve an. Sie beginnt in Höhe der 200°C-Isotherme (vergl. Seite 101); der Bereich zwischen 100°C und 200°C wird ausgerundet.

Die zeitliche Verzögerung aus Wasserverdampfung in einer Schicht wird durch Vergleich der in der Zeiteinheit einfließenden Wärme mit der erforderlichen Verdampfungswärme ermittelt. Zur Bestimmung der im gesamten Verdampfungsintervall einfließenden Wärme kann vereinfachend eine mittlere Aufwärmgeschwindigkeit aus c_{feucht} bei 100°C und c_{trocken} bei 145°C angesetzt werden. Des weiteren wird angenommen, daß rd. 50 % des Porenwassers bei 100°C verdampfen, das Restwasser erfordert zur Verdampfung Temperaturen $> 100^\circ\text{C}$. Durch Addition der in einer Schicht auftretenden zeitlichen Verzögerung zu der Zeit des Verdampfungsbeginnes erhält man den Abzissenwert der gesamten Verzögerung (vergl. Tabellen, Seite 105 ff).

Die in den folgenden Tabellen zusammengestellten Ergebnisse aufgrund der erläuterten Näherungsrechnungen für die Rechteckquerschnitte 12/24 cm und 20/40 cm ergeben im Vergleich mit den Meßwerten gute Lösungen. Es ist deutlich, daß die Feuchtigkeitsverteilung einen erheblichen Einfluß auf die Temperaturverzögerungen hat, da sich Fehler aus den Annahmen für den Feuchtigkeitsgehalt fortschreitend addieren.

Schließlich wird noch ein Näherungsansatz beschrieben, mit dem für eine im Querschnitt vorgegebene Feuchtigkeitsverteilung die hieraus resultierenden Temperaturverzögerungen in einer Differenzenrechnung berücksichtigt werden können. Unter Berücksichtigung von Gl. (16) erhält man:

Für $T_{n,m,k} \geq 100^\circ\text{C}$ wird $T_{n,m,k} = 100^\circ\text{C}$ (Temperaturlösung) gesetzt.

Dann ist in einer Vergleichsrechnung

$$(T_{n,m,k} - 100^\circ\text{C}) \cdot c_p \cdot \rho = q_{\text{vorh},k} \\ = q_{\text{erf},k+1}, \text{ wenn } q_{\text{erf},k+1} \geq 0.$$

Unter Berücksichtigung von $T_{n,m,k} = 100^\circ\text{C}$ wird $T_{n,m,k+1}$ ermittelt und $T_{n,m,k+1} = 100^\circ\text{C}$ (Temperaturlösung) gesetzt.

Dann erhält man

$$(T_{n,m,k+1} - 100^{\circ}\text{C}) \cdot c_p \cdot \rho = q_{\text{vorh},k+1} ,$$

$$q_{\text{erf},k+1} - q_{\text{vorh},k+1} = q_{\text{erf},k+2} \dots$$

Für $q_{\text{erf},k+1} \leq 0$ erfolgt die einfache Temperaturlausgleichsrechnung nach Gl. (16); $q_{\text{erf},k}$ errechnet sich aus der zum örtlichen Feuchtigkeitsgehalt und einem bestimmten Porenbereich gehörenden Verdampfungswärme. q ist die je Volumeneinheit aufnehmbare oder zur Verfügung stehende Verdampfungswärme für den Zeitschritt Δt .

Für $0^{\circ}\text{C} < T \leq 100^{\circ}\text{C}$ wird λ für den feuchten Stoff, für $T > 100^{\circ}\text{C}$ ein entsprechend der Restfeuchte kleinerer Wert eingesetzt. Die Rechnung kann bei Aufteilung der Feuchtigkeitsverdampfung auf weitere Porenbereiche für entsprechende Bezugstemperaturen wiederholt werden.

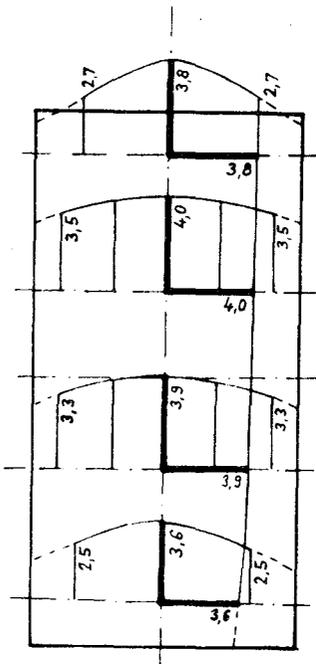


Bild 65: Feuchtigkeitsprofil
12/24 cm;
Meßergebnisse in
Gew.-%

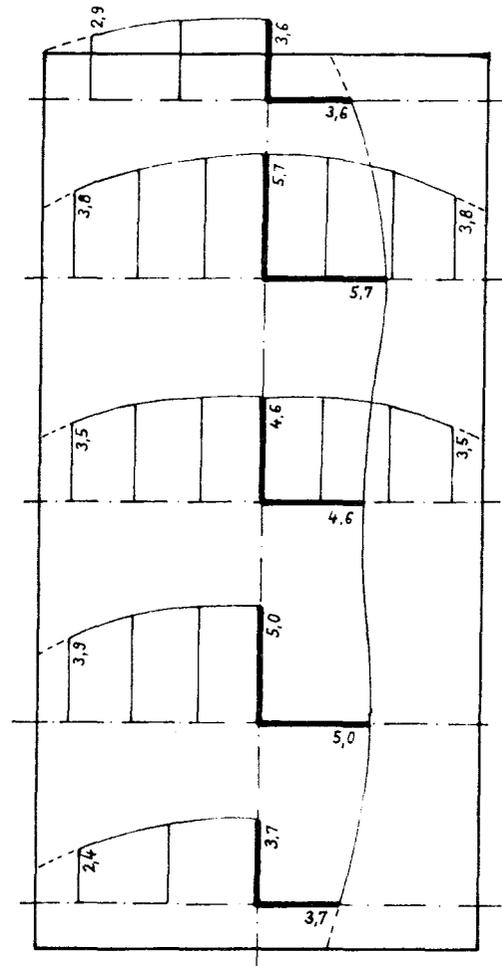


Bild 66: Feuchtigkeitsprofil
20/40 cm;
Meßergebnisse in
Gew.-%

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes für Rechteckquerschnitt 12/24 cm
-senkrechte Symmetrieachse- Feuchtigkeitsprofil nach Bild 65; vergl. Bild 67.

Punkt	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm
a) $c_{\text{feu},100^\circ\text{C}}$ in grd/min	19,40	15,40	13,70	13,10	12,40	12,10
b) $c_{\text{tr},145^\circ\text{C}}$ in grd/min	19,00	14,50	11,80	10,70	9,80	9,50
c) c_m in grd/min	19,2	14,95	12,75	11,90	11,10	10,80
d) $W^{1)}$ in Gew.-%	2	3,3	3,5	3,8	4,0	4,0
e) $W^{2)}$ in kg/m^3	46	75,9	80,5	87,4	92	92
f) $Q_{\text{erf}} = W(i''-i') \approx 530 \cdot W$ in $\text{kcal}/\text{m}^3 \cdot 10^{-3}$						
	24,40	40,30	42,65	46,30	48,75	48,75
g) $Q_{\text{vorh}} = c_m \cdot c_p \rho \approx c_m \cdot 600$ in $\text{kcal}/\text{m}^3 \cdot \text{min} \cdot 10^{-3}$						
	11,50	8,96	7,65	7,14	6,65	6,49
h) Verzögerung infolge örtlicher Verdampfung Δt in min						
	2,1	4,5	5,6	6,5	7,5	7,5
i) Verzögerung bei 100°C (ca. $\frac{50}{100} \cdot W \triangleq 0,5 \Delta t$) ³⁾ in min						
	1,1	2,3	2,8	3,3	3,7	3,8
j) $t_{\text{feu},100^\circ}$ in min ⁴⁾						
	4,2	7,2	9,5	12	14,5	15,2
k) Verdampfungsende und -beginn (folgende Schicht) für $T = 100^\circ\text{C}$, (j+i) oder (k+i) ⁵⁾ in min						
	(5,3)	(9,5)	12,3	→15,6	→19,3	→23,1
l) Ende der gesamten Verdampfung - (i+k) in min						
	6,3	11,7	15,1	18,9	23,0	26,9

1) W: Feuchtigkeitsgehalt

2) $\rho = 2300 \text{ kg}/\text{m}^3$

3) Der bei 100°C für die Verdampfung erschließbare Feuchtigkeitsanteil wird mit 50 % der Gesamtfeuchtigkeit angesetzt.

4) bezogen auf den Ursprung

5) Ist $t_{\text{feu},100^\circ\text{C}}$ kleiner als der Wert unter k für den Verdampfungsbeginn, so gilt dieser Wert.

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes für Rechteckquerschnitt 12/24 cm
- Achse a-a; Bild 67 - Feuchtigkeitsprofil Bild 65.

Punkt	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm ¹⁾
c) c_m in grd/min	18,20	13,45	10,80	8,90	7,80	7,65
d) W in Gew.-%	2	3,3	3,5	3,8	4,0	4,0
e) W in kg/m ³	46	75,9	80,5	87,4	92	92
f) Q_{erf} in kcal/m ³ ·10 ⁻³	24,40	40,30	42,65	46,30	48,75	48,75
g) Q_{vorh} ²⁾ in kcal/m ³ ·min·10 ⁻³	10,95	8,06	6,48	5,34	4,68	4,59
h) örtl. Verdampf. Δt in min	2,2	5,0	6,6	8,7	10,4	10,6
i) $\frac{50}{100} \Delta t$ in min	1,1	2,5	3,3	4,4	5,2	5,3
j) $t_{\text{feu}, 100^\circ\text{C}}$ in min	4,4	8,0	11,2	16,0	19,3	20,3
k) Verd.-Ende für 100°C in min	(5,5)	(10,5)	(14,5)	20,4	25,6	30,9
l) Ende der Gesamtverd. in min	6,6	13,0	17,8	24,8	30,8	36,2

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes für Rechteckquerschnitt 12/24 cm
- Achse b-b; Bild 67 - Feuchtigkeitsprofil Bild 65.

Punkt	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm ¹⁾
c) c_m in grd/min	18,00	13,30	10,50	8,55	7,35	7,05
d) W in Gew.-%	2	3,3	3,5	3,8	4,0	4,0
e) W in kg/m ³	46	75,9	80,5	87,4	92	92
f) Q_{erf} in kcal/m ³ ·10 ⁻³	24,40	40,30	42,65	46,30	48,75	48,75
g) Q_{vorh} ²⁾ in kcal/m ³ ·min·10 ⁻³	10,80	7,98	6,30	5,13	4,41	4,23
h) örtl. Verdampf. Δt in min	2,2	5,1	6,8	9,0	11,1	11,5
i) $\frac{50}{100} \Delta t$ in min	1,1	2,6	3,4	4,5	5,6	5,8
j) $t_{\text{feu}, 100^\circ\text{C}}$ in min	4,5	8,1	11,5	16,8	20,5	22
k) Verd.-Ende für 100°C in min	(5,6)	(10,7)	(14,9)	21,3	26,9	32,7
l) Ende der Gesamtverd. in min	6,7	13,3	18,3	25,8	32,5	38,5

1) 12 bzw. 19 cm in der Symmetrieachse gemessen.

2) $Q_{\text{vorh}} \approx c_m \cdot 600$ in kcal/m³·min.

RECHTECKQUERSCHNITT 12/24

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes
 Beton nach I, 1; S. 7 - Rheinkies -

Rechnung: _____
 $T < 100^\circ\text{C}$ $\lambda = 2,9 \text{ Kcal/m h }^\circ\text{C}$

$T > 100^\circ\text{C}$ $\lambda = f(T)$; trocken

$c \cdot \rho = 505 \text{ Kcal/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$

Messung: - - - - -

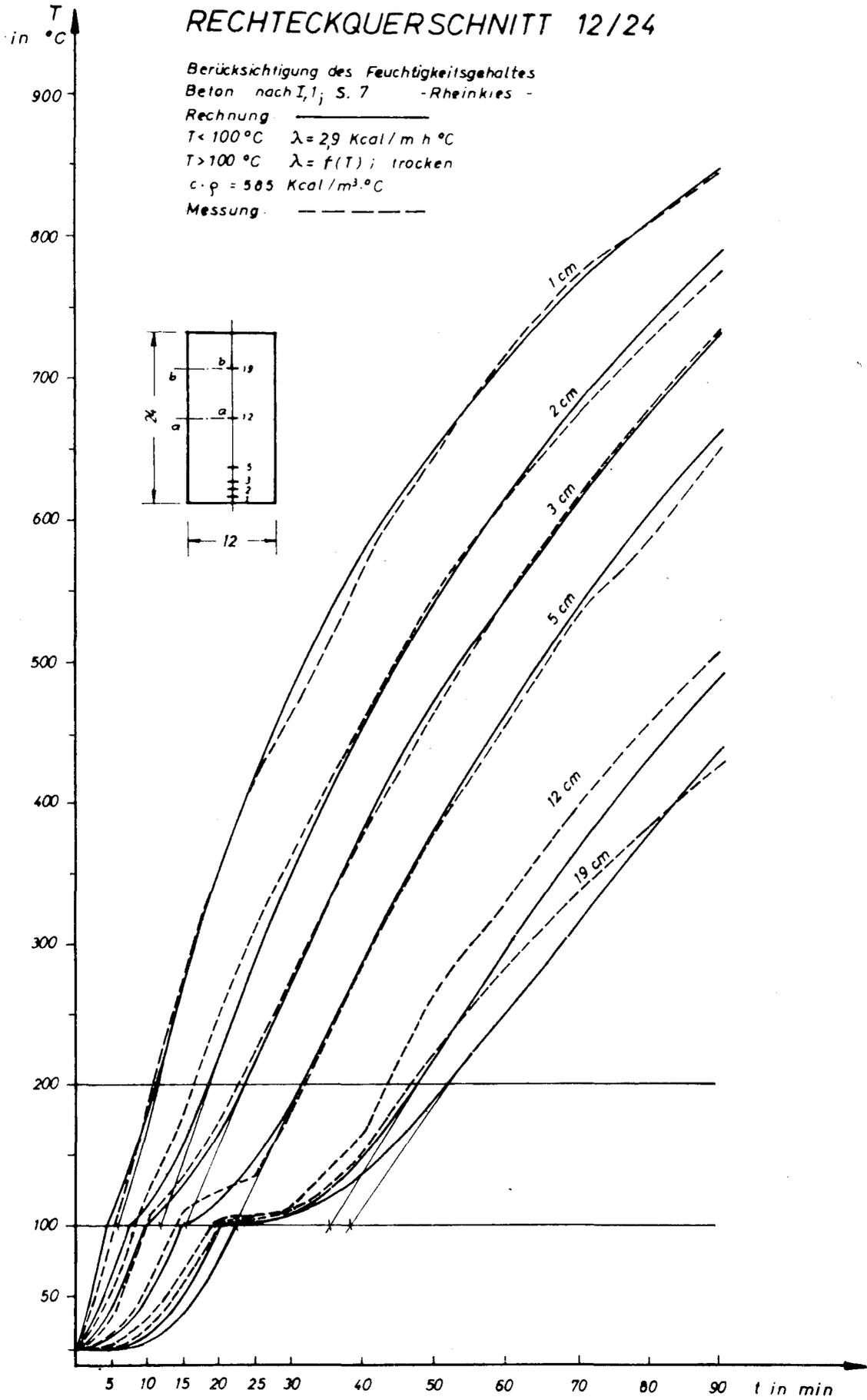


Bild 67

RECHTECKQUERSCHNITT 20/40

T
in °C

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes
 Beton: nach I 1 S. 7 - Rheinkies -
 Rechnung: _____
 $T < 100\text{ °C} : \lambda = 2,9\text{ Kcal/m h °C}$
 $T > 100\text{ °C} : \lambda = f(T); \text{ trocken}$
 $c \cdot \rho = 585\text{ Kcal/m}^3\text{°C}$
 Messung: - - - - -

900

800

700

600

500

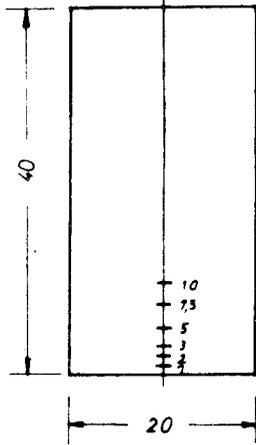
400

300

200

100

50



1 cm

2 cm

3 cm

5 cm

7.5 cm

10 cm

5 10 15 20 25 30 40 50 60 70 80 90 105 120 t in min

Bild 68

Die Kurven für die Punkte "12 cm" und "19 cm" - gemessen in der Symmetrieachse - sind in Bild 67 eingetragen.

Berücksichtigung des Feuchtigkeitsgehaltes - für Rechteckquerschnitt 20/40 cm senkrechte Symmetrieachse - Feuchtigkeitsprofil nach Bild 66; vergl. Bild 68.

Punkt	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm	7 cm	8 cm	9 cm	10 cm
$c_{\text{feu}, 100^\circ\text{C}}$ in grd/min	18,00	14,50	12,70	11,45	10,25	9,80	9,40	9,05	8,70	8,30
$c_{\text{tr}, 145^\circ\text{C}}$ in grd/min	17,45	11,22	8,83	7,55	6,18	5,90	5,50	5,15	4,90	4,55
c_m in grd/min	17,70	12,85	10,75	9,50	8,20	7,85	7,45	7,10	6,80	6,45
W in Gew.-%	2	3,5	3,7	4,2	4,8	5	5	5	5	5
W in kg/m^3	47	82	87	99	113	118	118	118	118	118
Q_{erf} in $\text{kcal/m}^3 \cdot 10^{-3}$	24,90	43,50	46,10	52,50	59,90	62,50	62,50	62,50	62,50	62,50
Q_{vorh} ¹⁾ in $\text{kcal/m}^3 \cdot \text{min} \cdot 10^{-3}$	10,62	7,71	6,45	5,70	4,92	4,71	4,47	4,26	4,08	3,87
örtl. Verd. Δt in min	2,3	5,6	7,1	9,2	12,1	13,3	14,0	14,6	15,3	16,1
$\frac{50}{100} \Delta t$ in min	1,2	2,8	3,6	4,6	6,1	6,7	7,0	7,3	7,7	8,2
$t_{\text{feu}, 100^\circ\text{C}}$ in min	5,2	8	10,5	13,5	17,0	19,4	22,0	24,2	26,2	28,5
Verd.-Ende für 100°C in min	(6,4)	10,8	14,4	19,0	25,1	31,8	38,7	46,0	53,7	61,9
Ende d. Gesamt- verd. in min	7,6	11,6	18,0	23,6	31,2	38,5	$\frac{45,7}{49,5}$	$\frac{53,3}{2)}$	61,4	70,1

1) $Q_{\text{vorh}} \approx c_m \cdot c_p \cdot \rho \approx c_m \cdot 600$ in $\text{kcal/m}^3 \cdot \text{min}$

2) Ende der Gesamtverdampfung für Punkt "7,5 cm"

8.7 Plattenbalken

8.71 Allgemeines

Große baupraktische Bedeutung haben balkenartige Querschnitte in monolithischer Verbindung mit Platten. Die Variationsmöglichkeiten für die Querschnittsabmessungen sind beträchtlich und erlauben nur in einem größeren Rahmen eine systematische Darstellung und Auswertung von Temperaturfeldern. Im folgenden wird versucht, anhand einiger charakteristischer Beispiele qualitativ die Temperaturfelder von Balken und vergleichbaren Balkenquerschnitten in Plattenbalken abzugrenzen. Hierbei handelt es sich jeweils um das Teil-Temperaturfeld im beheizten unteren Balkenbereich, in dem in der Regel die Feldzugbewehrungen angeordnet werden.

8.72 Rechenannahmen

Sämtliche Rechenbeispiele wurden unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung nach Pkt. 8.5 behandelt.

Für die beheizten Flächen wurden folgende Emissionsverhältnisse und konvektive Wärmeübergangszahlen angesetzt:

Balkenunterseiten: ϵ_{ges_x} vergl. Temperaturfelder auf Bild 69 bis 76 ; $\alpha_{K_x} = 40 \text{ kcal/m}^2\text{h}\cdot\text{grad}$

Balkenseitenflächen: Im allgemeinen $\epsilon_{\text{ges}_y} = 0,90 \epsilon_{\text{ges}_x}$; $\alpha_{K_y} = 36 \text{ kcal/m}^2\text{h}\cdot\text{grad}$

für Plattenbalken $a = 20 \text{ cm}$
 $\epsilon_{\text{ges}_y} = 0,80 \epsilon_{\text{ges}_x}$; $\alpha_{K_y} = 32 \text{ kcal/m}^2\text{h}\cdot\text{grad}$

Plattenunterseite: wie Balkenseitenflächen.

Thermische Stoffwerte: Für den hier gewählten Standardbeton (Rheinkies-Zuschlag) wird $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(T)$ nach Pkt. 8.4, Seite 71, angesetzt.

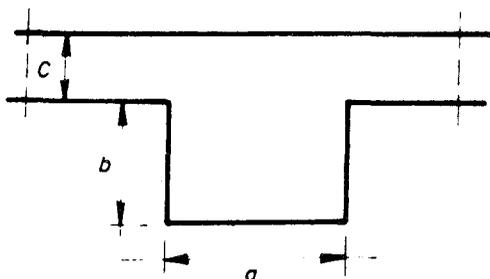
Wärmeübergangsbedingung am oberen, nicht beheizten Rand: vergl. Pkt. 8.33, Seite 53.

Brandraumtemperatur und Anfangstemperaturverteilung: Einheitstemperaturkurve nach DIN 4102, $T_{o,Q} = 10^\circ\text{C}$.

8.73 Programmierung

Wegen des hohen Rechenaufwandes wurden alle Beispiele in Erweiterung des Programmes zu Pkt. 8.5 elektronisch durchgerechnet. Das Flußdiagramm ist im Anhang, Pkt. VI, aufgetragen.

8.74 Temperaturfelder von Plattenbalkenquerschnitten; Beispiele und Rechenergebnisse



Das Temperaturfeld eines Plattenbalkenquerschnittes zu einem beliebigen Zeitpunkt wird durch die Aufwärmung von Balken- und Plattenteil sowie deren wechselseitiger Beeinflussung bestimmt. Der Aufwärmungsvorgang im Balkenteil wird durch das Wärmefassungsvermögen des Plattenquerschnittes günstig beeinflusst. Die Temperaturfelder sind daher neben den thermischen Stoffwerten, Brandraum-

temperaturen und Bedingungen für eine Wärmeübertragung wesentlich von den Querschnittsabmessungen für Platte und Balkenteil und hier insbesondere von dessen Schlankheit, die ein Maß für den durch den Balkenanschnitt nicht beheizten Teil der Platte sowie die Balkenhöhe darstellt, abhängig.

In den Anlagen Bild 69 bis 76 sind rechnerisch ermittelte Temperaturfelder für $t = 60$ oder 90 min Branddauer für verschiedene, baupraktische Fälle

abgrenzende Plattenbalkenabmessungen wiedergegeben und mit den jeweiligen Temperaturfeldern des einfachen Balkens verglichen worden. Die gestrichelten Linien bezeichnen eine Temperaturabweichung von rd. -5°C , die ausgezogenen Linien eine solche von rd. -25°C gegenüber dem Balkenquerschnitt. Unterhalb dieser Linien sind demnach die Temperaturabweichungen $< 5^{\circ}\text{C}$ bzw. $< 25^{\circ}\text{C}$.

Beispiele: Vergleich der Temperaturfelder von Plattenbalken und zugehörigen Balken.

Plattenbalken a/b/c	t	Bild	Temperaturabweichung ΔT gegenüber Balken im Abstand von Anschnitt Platte-Balken (Symmetrieachse)	
			$\Delta T = -5^{\circ}\text{C}$	$\Delta T = -25^{\circ}\text{C}$
6/11/20 cm	60 min	69	rd. 9 cm	rd. 6 cm
6/11/20 cm	90 min	70	rd. 10,5 cm	rd. 6,5 cm
6/11/10 cm	60 min	71	rd. 8 cm	rd. 5 cm
12/17/ 7 cm	90 min	72	rd. 11,5 cm	rd. 7 cm
12/10/14 cm	90 min	73	rd. 10 cm	rd. 7 cm
20/30/10 cm	60 min	74	rd. 8,5 cm	rd. 4 cm
20/30/10 cm	90 min	75	rd. 11 cm	rd. 7 cm
20/20/20 cm	60 min	76	rd. 6,5 cm	rd. 3,5 cm

Unter der Berücksichtigung einer für die thermische Beanspruchung der Bewehrung zulässigen Temperaturabweichung von $\pm 25^{\circ}\text{C}$ ergibt sich für alle untersuchten Fälle, daß bei üblichen Überdeckungsmaßen der Bewehrung im Balkenteil das Temperaturfeld eines zugehörigen Balkens, wie es unter Pkt. 8.5 ermittelt wurde, zugrundegelegt werden kann.

Bei gedrungenen Balkenteilen und geringer Querschnittsfläche (Beispiel Bild 69, 70; $a/b < 6/11$ cm; Beispiel Bild 74; $a/b < 12/10$ cm) werden die temperaturentlastenden Einflüsse aus der Platte größer und müssen berücksichtigt werden. Allerdings haben diese Querschnitte baupraktisch und brandschutztechnisch nur geringe Bedeutung. Die Größe der wechselseitigen Beeinflussung der Temperaturfelder von Balken- und Plattenquerschnitt ist vom Temperaturgefälle, das bei kleinen Balkenquerschnitten groß werden kann, abhängig. Bei schlanken Balken geringen Querschnittes (vergl. Querschnitte 6/11/20 cm, 6/11/10 cm) wird allerdings ein Ausgleich z.T. durch die schnell steigenden Temperaturen aus der Beheizung an den Rändern kompensiert. Größere Querschnitte (vergl. Querschnitt 12/10/14 cm) führen zu einem etwas günstigeren Ausgleich. Mit zunehmender Massigkeit des Balkenteiles nimmt der Temperatureinfluß der Platte auf den Balken ab (vergl. Querschnitte 12/7/7 cm und 20/20/20 cm bzw. 20/30/10 cm), da hier die Wärmeströme zunehmend orthogonal zu den Seitenflächen des Balkens orientiert sind.

Plattendicke ($d > 7$ cm) und Balkenhöhe haben keinen deutlichen Einfluß auf die örtliche Ausdehnung der "Störung" des Temperaturfeldes im Balken (vergl. Querschnitte 6/11/20, 6/11/10, 12/7/7 und 12/10/14 cm). Die oberen Balken-

oberer, freier Rand

10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
11.09	11.07	11.03	10.97	10.90	10.83	10.76	10.70	10.66	10.63
13.19	13.16	13.09	13.00	12.90	12.78	12.67	12.58	12.51	12.47
16.10	16.04	15.95	15.81	15.64	15.47	15.30	15.15	15.04	14.99
20.16	20.08	19.93	19.72	19.47	19.20	18.94	18.72	18.55	18.46
27.84	27.73	27.50	27.19	26.81	26.41	26.01	25.67	25.42	25.28
36.74	36.57	36.24	35.78	35.23	34.62	33.03	33.52	33.13	32.93
49.60	49.36	48.88	48.22	47.40	46.52	45.65	44.88	44.30	44.00
64.36	64.01	63.34	62.39	61.22	59.93	58.65	57.51	56.66	56.20
84.15	83.67	82.67	81.39	79.73	77.88	76.01	74.33	73.07	72.38
110.39	109.74	108.46	106.60	104.26	101.61	98.90	96.43	95.54	93.51
144.82	143.96	142.23	139.70	136.45	132.69	128.75	125.08	122.23	120.67
189.63	188.50	186.24	182.86	178.41	173.10	167.34	161.85	157.49	155.08
252.65	251.24	248.37	243.95	237.96	230.49	222.04	213.63	206.82	203.01
327.85	326.14	322.61	317.02	309.13	298.74	286.19	272.91	261.86	255.66
425.73	423.84	419.82	413.20	403.24	389.06	370.15	348.06	329.34	318.95
550.01	548.21	544.28	537.50	526.45	508.96	481.77	443.16	410.55	392.86
702.64	701.31	698.37	693.07	683.82	667.01	633.62	559.05	502.32	473.63
							686.98	592.61	551.53
							750.54	658.39	615.17
							786.16	703.71	663.10
							808.34	735.25	698.39
							823.68	758.38	725.12
							835.65	777.01	747.05
							846.42	794.07	767.33
							857.52	811.85	788.58
							870.21	832.34	813.13
							885.66	857.44	843.23
							905.40	889.30	881.30

Symmetrieachse

Bild 69: Plattenbalken 6/11/20 - T in °C

Beton I,1; Rheinkies, trocken ¹⁾

t = 60 min; T_{BR} = 935°C; T_{o,Q} = 10°C

Δx = Δy = 1 cm; Randabstand: 0,5 cm

λ = f(T) ²⁾

α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grd

α_y = α_{platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 15 kcal/m²·h·grd

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

ΔT = 25 °C

ΔT = 5 °C

oberer, freier Rand

12.64	12.63	12.59	12.54	12.49	12.43	12.37	12.32	12.29	12.27
14.67	14.64	14.60	14.54	14.47	14.40	14.33	14.27	14.22	14.20
17.57	17.54	17.49	17.41	17.32	17.22	17.13	17.05	16.99	16.96
25.55	21.51	21.44	21.33	21.20	21.07	20.94	20.83	20.76	20.71
26.86	26.80	26.70	26.55	26.38	26.19	26.02	25.86	25.75	25.70
33.81	33.74	33.59	33.39	33.14	32.89	32.64	32.43	32.28	32.20
42.82	42.71	42.51	42.23	41.89	41.54	41.19	40.90	40.68	40.57
56.36	56.22	55.94	55.55	55.08	54.59	54.11	53.70	53.39	53.23
72.03	71.84	71.45	70.92	70.28	69.59	68.93	68.35	67.92	67.70
92.53	92.36	91.74	91.01	90.13	89.18	88.26	87.45	86.85	86.53
115.69	115.33	114.63	113.64	112.44	111.13	109.84	108.70	107.85	107.40
144.53	144.04	143.10	141.77	140.13	138.32	136.52	134.91	133.71	133.06
180.26	179.63	178.38	176.59	174.36	171.87	169.33	167.04	165.30	164.35
224.45	223.62	221.99	219.61	216.59	213.13	209.54	206.23	203.66	202.26
282.08	281.02	278.92	275.79	271.72	266.92	261.76	256.87	253.00	250.86
351.90	350.59	347.93	343.87	328.42	331.72	324.21	316.77	310.73	307.36
436.27	434.74	431.58	426.60	419.57	410.34	399.19	387.40	377.58	372.05
539.06	537.46	534.06	528.48	520.09	508.07	491.86	472.73	456.41	447.26
661.49	660.02	656.84	651.38	642.52	628.32	605.80	573.05	545.44	530.43
806.73	805.73	803.50	799.48	792.41	779.24	752.01	688.01	640.10	616.18
							809.54	730.34	696.40
							868.65	795.31	761.06
							901.25	839.61	809.16
							921.15	869.83	843.79
							934.31	891.02	868.82
							943.76	906.69	887.66
							951.28	919.36	903.03
							958.09	930.93	917.13
							965.16	943.00	931.86
							973.49	957.19	949.11
							984.34	975.36	971.00

Symmetrieachse

Bild 70: Plattenbalken 6/11/20 - T in °C

Beton I,1; Rheinkies, trocken ¹⁾

t = 90 min; T_{BR} = 996°C; T_{o,q} = 10°C

Δx = Δy = 1 cm; Randabstand: 0,5 cm

λ = f(T) ²⁾

α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grd

α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 15 kcal/m²·h·grd

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

ΔT = 25°C

ΔT = 5°C

oberer, freier Rand

86.54	86.02	85.15	83.71	82.20	80.25	78.61	76.89	75.80	75.11
100.86	100.38	99.08	97.73	95.42	93.58	91.01	89.36	87.62	86.96
123.03	122.21	121.01	118.68	116.51	113.22	110.71	107.67	105.93	104.68
154.30	153.48	151.52	149.12	145.45	141.90	137.49	134.04	130.87	129.40
196.79	195.59	193.40	189.82	185.49	179.91	174.32	168.58	164.35	161.84
253.07	251.67	248.74	244.38	238.27	230.90	222.32	214.00	207.10	203.33
327.20	325.48	321.96	316.33	308.46	298.02	285.47	272.11	261.08	254.85
425.04	423.14	419.10	412.45	402.41	388.12	369.02	346.72	327.83	317.39
550.36	548.55	544.61	537.78	526.64	508.94	481.36	442.09	408.98	391.06
704.68	703.36	700.43	695.14	685.88	668.97	635.15	559.04	501.30	472.12

Symmetrieachse

Bild 71: Plattenbalken 6/11/10 - T in °C

Beton I,1; Rheinkies, trocken ¹⁾

t = 60 min; T_{BR} = 935 °C; T_{o,q} = 10 °C

Δx = Δy = 1 cm; Randabstand: 0,5 cm

λ = f(T) ²⁾

α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grad

α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 15 kcal/m²·h·grad

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

ΔT = 25 °C

ΔT = 5 °C

688.09	592.18	550.44
751.72	658.19	614.33
787.16	703.53	662.34
809.14	734.99	697.60
824.29	758.00	724.26
836.11	776.55	746.14
846.77	793.57	766.41
857.80	811.38	787.74
870.45	831.97	812.47
885.93	857.27	842.87
905.78	889.54	881.48

oberer, freier Rand

310.74	309.11	305.78	300.62	293.49	284.28	272.96	259.72	245.03	229.67	214.66	201.12	190.04	182.21	178.17
353.20	351.42	347.78	342.10	334.19	323.83	310.93	295.61	278.37	260.12	242.20	226.02	212.82	203.53	198.73
410.69	408.80	404.89	398.72	389.97	378.27	363.28	344.92	323.70	300.71	277.96	257.47	240.87	229.26	223.31
485.23	483.32	479.33	472.96	463.69	450.87	433.74	411.58	384.42	353.75	323.23	296.05	274.37	259.42	251.82
577.88	576.12	572.41	566.36	557.30	544.24	525.73	499.94	465.20	422.48	379.46	342.07	313.12	293.59	283.79
690.65	689.22	686.16	681.07	673.22	661.34	643.27	615.38	572.20	509.46	447.20	395.07	356.21	330.82	318.31
825.82	824.92	823.00	819.74	814.56	806.35	792.80	768.75	721.29	615.56	523.09	452.25	401.70	369.52	353.97
									732.89	597.36	507.15	446.00	407.61	389.14
									786.93	649.34	552.06	485.04	442.72	422.19
									815.35	684.15	586.58	517.57	473.41	451.85
									832.32	708.09	612.87	544.13	499.59	477.70
									843.65	725.45	633.36	566.00	521.94	500.18
									852.02	738.95	650.10	584.59	541.50	520.13
									858.89	750.37	664.71	601.29	559.43	538.63
									865.12	760.95	678.54	617.39	576.94	556.83
									871.36	771.67	692.72	634.07	595.25	575.93
									878.10	783.33	708.26	652.47	615.53	597.14
									885.75	796.67	726.11	673.69	638.97	621.69
									894.70	812.38	747.20	698.80	666.76	650.81
									905.31	831.12	772.46	728.93	700.13	685.79
									917.95	853.61	802.86	765.24	740.37	727.99
									933.02	880.63	839.46	808.99	788.86	778.83
									951.08	913.16	883.52	861.62	847.13	839.92
									972.88	952.42	936.47	924.65	916.79	912.87

Symmetrieachse

Bild 72: Plattenbalken 12/17/7 - T in °C

Beton I,1; Rheinkies, trocken ¹⁾

t = 90 min; T_{BR} = 996°C; T_{o,q} = 10°C

Δx = Δy = 1 cm; Randabstand: 0,5 cm

λ = f(T) ²⁾

α_x : ε_{ges} = 0,50 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grd

α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 15 kcal/m²·h·grd

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

oberer, freier Rand

66.95	66.38	65.52	64.39	63.00	61.38	59.57	57.64	55.65	53.69	51.86	50.25	48.95	48.04	47.57
75.62	74.96	73.98	72.67	71.07	69.20	67.11	64.85	62.53	60.23	58.08	56.18	54.65	53.58	53.02
88.28	87.50	86.34	84.80	82.89	80.64	78.11	75.37	72.53	69.71	67.06	64.71	62.81	61.47	60.78
105.51	104.59	103.19	101.33	99.00	96.24	93.11	89.69	86.11	82.54	79.16	76.15	73.72	72.00	71.11
128.05	126.93	125.25	122.98	120.12	116.69	112.76	108.42	103.84	99.23	94.83	90.91	87.72	85.47	84.30
156.78	155.45	153.42	150.65	147.14	142.87	137.91	132.36	126.44	120.41	114.62	109.44	105.21	102.21	100.67
192.86	191.28	188.85	185.52	181.21	175.91	169.64	162.52	154.81	146.86	139.18	132.26	126.60	122.60	120.52
237.73	235.89	233.03	229.05	223.83	217.28	209.38	200.24	190.13	179.58	169.27	159.97	152.35	146.96	144.17
293.30	291.20	287.90	283.23	276.99	268.98	259.09	247.32	234.00	219.82	205.85	193.21	182.88	175.60	171.85
362.20	359.87	356.16	350.81	343.49	333.83	321.54	306.41	288.67	269.30	250.05	232.67	218.59	208.74	203.70
447.35	444.93	441.02	435.25	427.12	415.96	401.02	381.62	357.66	330.43	303.27	279.04	259.73	246.42	239.66
550.19	547.91	544.17	538.53	530.32	518.50	501.63	478.00	446.13	406.77	367.17	332.83	306.28	288.41	279.46
671.87	669.98	666.85	662.02	654.74	643.77	627.01	600.99	560.48	501.29	442.70	393.94	357.69	334.11	322.50
815.33	814.14	812.14	809.00	804.12	796.42	783.68	760.93	715.78	614.59	526.67	459.92	412.54	382.46	367.92

Symmetrieachse

 $\Delta T = 25^{\circ}\text{C}$ $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$ **Bild 73:** Plattenbalken 12/10/14 - T in $^{\circ}\text{C}$

Beton I,1; Rheinkies, trocken 1)

t = 90 min; $T_{\text{BR}} = 996^{\circ}\text{C}$; $T_{\text{o,Q}} = 10^{\circ}\text{C}$ $\Delta x = \Delta y = 1 \text{ cm}$; Randabstand: 0,5 cm $\lambda = f(T)$ 2) $\alpha_x : \epsilon_{\text{ges}} = 0,50 - 0,00015 T_{\text{BR}}$; $\alpha_{\text{Kx}} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$ $\alpha_y = \alpha_{\text{platte}} = 0,90 \alpha_x$; $\alpha_{\text{Luft}} = 15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

oberer, freier Rand									
-91.62	-89.66	-85.34	78.04	67.55	54.73	41.71	30.62	22.78	18.78
139.40	136.74	130.65	119.89	103.57	82.76	61.71	44.13	31.96	25.83
228.35	224.77	216.14	199.62	172.10	134.01	96.43	66.39	46.34	36.46
380.66	376.34	365.13	341.08	294.42	218.07	148.82	97.85	65.69	50.34
627.11	623.50	613.28	587.62	521.98	348.45	218.90	136.42	88.26	66.12
				$\Delta T = 25^\circ\text{C}$	522.43	295.76	175.25	110.38	81.49
					588.27	342.74	203.33	127.76	94.08
				$\Delta T = 5^\circ\text{C}$	614.08	367.08	220.34	139.38	102.99
					624.59	378.76	229.58	146.30	108.60
					628.93	384.13	234.31	150.17	111.92
					630.81	386.70	236.85	152.50	114.08
					631.93	388.43	238.88	154.66	116.29
					633.33	390.79	241.93	158.19	120.06
					636.11	395.48	247.99	165.23	127.61
					641.88	405.08	260.17	179.20	142.50
					652.98	423.88	283.51	205.44	170.25
					672.98	458.50	325.91	252.29	219.38
					707.12	518.40	399.82	333.12	303.47
					761.92	615.65	523.13	469.56	445.41
					845.46	766.39	715.68	686.05	672.58

Symmetrieachse

Bild 74: Plattenbalken 20/30/10 - T in °C

Beton I,1; Rheinkies, trocken 1)

t = 60 min; T_{BR} = 935°C; T_{o,Q} = 10°C

Δx = Δy = 2 cm; Randabstand: 1 cm

λ = f(T) 2)

α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grad

α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 8 kcal/m²·h·grad

1) vergl. S. 48

2) vergl. S. 70

oberer, freier Rand										Symmetrieachse		
158.18	154.67	147.25	135.46	119.33	100.15	80.67	63.73	51.45	45.05			
219.87	215.38	205.68	189.63	166.70	138.45	109.82	85.37	67.96	58.98			
323.83	318.21	305.45	282.83	247.69	201.18	155.01	117.20	91.21	78.10			
488.56	482.44	467.63	438.12	383.95	297.84	218.76	159.18	120.48	101.57			
731.92	727.55	715.94	688.45	620.49	441.33	300.63	208.51	153.29	127.33			
					622.25	388.76	257.57	185.20	152.28			
					$\Delta T = 25^\circ C$	690.95	444.38	294.85	211.29		173.43	
						719.05	475.15	319.40	230.15		189.46	
					$\Delta T = 5^\circ C$	731.51	491.61	334.40	242.75		200.73	
						737.50	500.56	343.46	251.05		208.54	
						740.81	506.00	349.55	257.15		214.58	
						743.34	510.54	355.09	263.14		220.78	
						746.42	516.25	362.33	271.24		229.32	
						751.27	525.32	373.85	284.16	242.97		
						759.42	540.46	393.04	305.53	265.45		
						772.79	565.17	424.76	340.59	302.08		
						793.80	604.07	475.62	397.30	360.97		
						825.48	663.37	553.50	486.04	454.05		
						871.34	750.58	668.57	618.05	594.07		
						935.63	874.62	832.67	806.48	793.93		

Bild 75: Plattenbalken 20/30/10 - T in °C
 Beton I,1; Rheinkies, trocken 1)
 t = 90 min; T_{BR} = 996°C; T_{o,q} = 10°C
 Δx = Δy = 2 cm; Randabstand: 1 cm
 λ = f(T) 2)
 α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grd
 α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 8 kcal/m²·h·grd
 1) vergl. S. 48
 2) vergl. S. 70

oberer, freier Rand									
10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
11.01	10.92	10.72	10.42	10.52	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
16.04	15.83	15.38	14.69	13.77	12.70	11.63	10.71	10.05	10.00
25.58	25.14	24.20	22.70	20.67	18.29	15.89	13.81	12.33	11.56
43.55	42.69	40.85	37.84	33.64	28.63	23.55	19.18	16.05	14.44
75.99	74.49	71.15	65.51	57.35	47.32	37.12	28.43	22.29	19.16
131.96	129.55	124.01	114.12	99.00	79.60	59.95	43.56	32.23	26.53
225.21	221.76	213.38	197.29	170.35	132.91	95.98	66.49	46.82	37.15
379.54	375.27	364.17	340.31	293.90	217.85	148.88	98.15	66.17	50.92
626.80	623.21	613.03	587.44	521.90	348.55	219.16	136.83	88.79	66.72
					522.72	296.29	176.01	111.31	82.52
				$\Delta T = 25^{\circ}\text{C}$	588.99	344.03	205.14	129.96	96.51
				$\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$	615.94	370.34	224.77	144.71	108.80
					629.12	386.53	239.88	158.47	121.75
					639.15	401.37	256.58	176.06	139.69
					651.98	422.42	282.02	204.08	169.01
					672.63	457.96	325.33	251.75	218.87
					707.01	518.22	399.62	332.92	303.29
					761.89	615.59	523.06	469.49	445.35
					845.45	766.38	715.66	686.04	672.57

Symmetrieachse

Bild 76: Plattenbalken 20/20/20 - T in °C
 Beton I,1; Rheinkies, trocken ¹⁾
 t = 60 min; T_{BR} = 935°C; T_{o,Q} = 10°C
 Δx = Δy = 2 cm; Randabstand: 1 cm
 λ = f(T)²⁾
 α_x : ε_{ges} = 0,45 - 0,00015 T_{BR}; α_{Kx} = 40 kcal/m²·h·grad
 α_y = α_{Platte} = 0,90 α_x; α_{Luft} = 8 kcal/m²·h·grad
 1) vergl. S. 48
 2) vergl. S. 70

bereiche sind teilweise bei den angenommenen Versuchszeiten noch vom unteren, beflamten Rand unbeeinflusst (quasi eindimensionale Wärmeströmung). Da die Aufheizung im Bereich des Balkenanschnittes u.a. durch die von den seitlichen, beheizten Plattenflächen herangeführte Wärme bestimmt wird und der Temperaturzustand in Platten mit baupraktischen Abmessungen bis ca. 3 cm Tiefe ziemlich unabhängig von deren Dicke ist, ergibt sich für die vorliegenden Branddauern kein deutlicher Einfluß der Plattenabmessungen auf einen Temperatenausgleich im Balken.

Mit längeren Versuchsdauern und einem damit im allgemeinen gegebenen größeren Temperaturgefälle zwischen Platte und Balken nimmt der Ausgleichsvorgang nach Temperaturhöhe und Ausdehnung zu (vergl. Querschnitte 6/11/20 cm und 20/30/10 cm).

Die Untersuchung zeigt, daß im Regelfall die Temperaturfelder des Balkenanteils im Bereich unterliegender Bewehrungen mit denen eines vergleichbaren einfachen Balkens wiedergegeben werden können. Jedoch sind Platten- und Balkenabmessungen für den Erwärmungsvorgang im gesamten oberen Bereich des Plattenbalkens entscheidend. Hierbei ergeben sich aber beträchtliche Variationsmöglichkeiten. Im Rahmen dieser Arbeit muß daher auf eine ausführliche Durchrechnung und Darstellung allgemeiner Temperaturfelder für Plattenbalken verzichtet werden. Mit den hier gezeigten Ansätzen ist es jedoch leicht, beliebige Varianten für Plattenbalkenquerschnitte durchzurechnen und zu katalogisieren. Es ist einleuchtend, daß die Kenntnis vollständiger Temperaturfelder für Verformungsrechnungen, Ermittlung von äußeren Temperaturzwängungen und Eigenspannungszuständen eine wesentliche Voraussetzung ist. Einige Anwendungsmöglichkeiten, die unmittelbar aus den Rechenergebnissen resultieren, sind im Anhang, Pkt. IV, angegeben.

8.8 Zusammenfassung

Für die Behandlung der Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Bauteil wurden zwei Methoden untersucht und erläutert. Die Methode der Oberflächentemperaturen ist auf Versuchswerte angewiesen; durch ein geeignetes, rechnerisches Verfahren können aber begrenzte Versuchswerte auf andere geometrisch ähnliche Profile ausgewertet und übertragen werden.

Die Methode einer Wärmeübergangsrechnung mit Hilfe von Wärmeübergangszahlen ist allgemein anwendbar, sie setzt aber die Kenntnis über die effektive Emission des Brandraumes sowie den konvektiven Wärmeübergang voraus. Eine theoretische Herleitung der Beiwerte für eine Wärmeübergangsrechnung ist nur beschränkt möglich. Vorteilhaft ist jedoch, daß lediglich die Brandraumtemperaturen vorgegeben zu werden brauchen. Ebenfalls wird das Temperaturfeld an Ecken und Einsprünge wirklichkeitsnäher als bei einer Rechnung mit Oberflächentemperaturen erfaßt; hier sind u.U. Korrekturen erforderlich.

Es wurde in Rechnung mit konstanten, mittleren λ -Werten gezeigt, daß dieser Ansatz mit Einschränkungen brauchbar ist und zumindest bei einer Rechnung mit Oberflächentemperaturen zu ausreichend genauen Temperaturfeldern führt. Der Einfluß der Betonfeuchtigkeit auf das Temperaturfeld kann - falls es erforderlich ist - in einem zweiten Rechenschritt superponiert werden. Hierbei ist die Feuchtigkeitsverteilung von erheblichem Gewicht.

Im allgemeinen muß aber λ als temperaturabhängige Größe eingeführt werden. Dies erfolgte für Rechnungen mit Hilfe einer Wärmeübergangsbedingung.

Die Rechnungen wurden schließlich auf Plattenbalkenquerschnitte ausgeweitet. Hierbei wurde qualitativ die Erwärmung von Plattenbalken im Verhältnis zu vergleichbaren Balkenquerschnitten abgegrenzt.

Die gewählten Methoden lassen sich auf Berechnungen beliebiger quasi homogener, eben begrenzter balkenartiger Betonbauteile in beliebiger Zusammensetzung ausdehnen. Auch können gekrümmte Formen berücksichtigt werden. Allerdings sind im allgemeinen Fall die Wärmeübergangsbedingungen an den Berandungen des Temperaturfeldes noch nicht immer ausreichend genau anzugeben.

Die gerechneten Temperaturfelder gestatten unmittelbar eine Auswertung für den temperaturbedingten Verformungs- und Eigenspannungszustand der Bauteile.

9. Anwendung der Ähnlichkeit für die Lösung des Wärmeleitproblems

9.1 Allgemeines

Durch Ähnlichkeitsbetrachtungen vereinfachen sich die Lösungen des Wärmeleitproblems wesentlich. Wenn Lösungen mit Ähnlichkeitsuntersuchungen möglich sind, beschränkt sich die Arbeit auf eine Ermittlung der Temperaturfelder durch Modellversuch oder auf eine Rechnung für das Modell. Ähnliche Temperaturfelder zeichnen sich dadurch aus, daß sich an geometrisch ähnlichen Stellen und zu entsprechenden Zeiten die Temperaturen nur um konstante Faktoren unterscheiden.

Es sollen zunächst die Bedingungen für eine Ähnlichkeit von Temperaturfeldern näher festgelegt werden:

1. Geometrische Bedingungen: Voraussetzung für eine physikalische Ähnlichkeit ist die geometrische Ähnlichkeit. Ähnliche Temperaturfelder können also nur in geometrisch ähnlichen Körpern auftreten (Bedingung 1).
2. Physikalische Bedingungen: Die Maßstabsfaktoren für die Zeit (f_t), eine charakteristische (Körper-)Länge (f_l) und gegebenenfalls die Stoffwerte (f_a) hängen von den durch die Differentialgleichung des Temperaturfeldes gegebenen Gesetzmäßigkeiten ab. Die Differentialgleichung muß aber linear in bezug auf die Temperatur und ihre Ableitungen sein. Es ist:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Über diese Gleichung, die weiter unten verwendet werden soll, oder eine Dimensionsanalyse der an dem Erwärmungsvorgang beteiligten unabhängigen dimensionsbehafteten Größen (L, λ, c, ρ, t) z.B. nach dem π -Theorem erhält man eine Charakteristik dimensionsloser Kennziffern, die im Ähnlichkeitsfalle erfüllt werden müssen.

Man erhält allgemein für die Maßstabsbezeichnungen: (vergl. [19])

a) Längen (Längen in Großausführung und Modell)

$$L' = f_L \cdot L$$

b) Temperaturfeld: (geometrisch ähnliche Anordnung)

$$T' = f_T \cdot T$$

c) Zeitintervalle $t' = f_t \cdot t$

d) Stoffwerte $a' = f_a \cdot a$

Es ist für das Modell:

für die Großausführung ist:

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} = a' \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (20)$$

oder

$$\frac{f_T}{f_t} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{f_a \cdot f_T}{f_L^2} a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (21)$$

Nach Division der Gleichungen (21) und (20) erhält man die Bedingung

$$\frac{f_a \cdot f_t}{f_L^2} = 1$$

oder

$$\frac{a \cdot t}{L^2} = \frac{a' \cdot t'}{L'^2} \quad 1) \text{ (Bedingung 2).}$$

Temperaturfelder sind also nur für jene Zeiten ähnlich, für die die abgeleitete dimensionslose Kennzahl gleich ist. Der Wärmeleitungsvorgang erfordert unter Verwendung gleicher Temperaturleitzahlen bei μ -fach größeren Abmessungen eine um μ^2 vergrößerte Zeit. Wird die Temperaturleitzahl a um das ν -fache vergrößert, laufen die Aufwärmungsvorgänge in einer um $1/\nu$ verkleinerten Zeit ab²⁾. Diese Zusammenhänge werden ebenfalls deutlich an dem dimensionslosen Modul der Differenzgleichung unter Pkt. 8.3.

Ähnliche Temperaturfelder setzen ähnliche Bedingungen an den Berandungen (Randbedingungen) voraus. Hierbei handelt es sich einmal um Oberflächentemperaturen oder um eine Wärmeübergangsbedingung. Ähnliche Oberflächentemperaturen können realisiert werden durch konstante Temperaturen oder lineare Aufheizprogramme. Bei Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung (vergl. Pkt. 8.5) erhält man:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha (T_W - T_{BR}) \quad (22)$$

für das Modell ist:

$$-\lambda' \frac{\partial T'}{\partial x'} = \alpha' (T'_W - T'_{BR})$$

1) Fourier-Kennzahl (Fo)

2) Die Stoffwerte müssen für den gesamten Temperaturbereich und alle Orte des Körpers als konstant vorausgesetzt werden.

mit $\lambda' = f_\lambda \cdot \lambda$ und $\alpha' = f_\alpha \cdot \alpha$ ergibt sich

$$\frac{f_\lambda \cdot f_T}{f_L} \cdot \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = f_\alpha \cdot \alpha \cdot f_T (T_W - T_{BR}) \quad (23).$$

Nach Division von Gl. (22) und (23) folgt

$$\frac{f_\alpha \cdot f_L}{f_\lambda} = 1 \quad \text{oder} \quad \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} = \frac{\alpha' \cdot L'}{\lambda'} \quad 1) \quad (\text{Bedingung 3})$$

Die Kennzahl der Variablen α , λ , L muß für den Fall der Ähnlichkeit zwischen Modell und Großausführung erfüllt werden. Damit erhält man folgende dimensionslose Charakteristik für die Lösung des Wärmeleitproblems unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung; die Kennzahlen stellen die maßgebenden Modellgesetze dar.

$$\frac{T}{T_0} = f\left(\underbrace{\frac{x}{L_0}, \frac{y}{L_0}}_{\text{geometr. Bedingung}}; \underbrace{\frac{a \cdot t}{L_0^2}}_{\text{Bedingung 1}}; \underbrace{\frac{\alpha \cdot L_0}{\lambda}}_{\text{Bedingung 2}}; \underbrace{\frac{\alpha \cdot L_0}{\lambda}}_{\text{Bedingung 3}}\right)$$

Hierbei sind T_0 eine charakteristische Temperatur und L_0 eine charakteristische Länge des Ausgangssystems.

9.2 Anwendungen für Aufwärmvorgänge aus Brandbeanspruchungen

Die Kennzahl $a \cdot t / L^2$ schreibt temperatur- und ortsunabhängige Stoffwerte für Modell und Großausführung vor. Die Nachrechnungen für den untersuchten Standardbeton (Rheinkies-Zuschläge) geben mit mittleren, konstanten Stoffwerten in ausreichender Näherung die gemessenen Temperaturfelder wieder. Abweichungen in Querschnittsbereichen mit Tiefen $ü > 5$ cm sind derart, daß sie eine für die Belange einer feuertechnischen Bemessung ausreichend genaue Angabe der Temperaturen zulassen.

Damit kann entsprechend der Zulässigkeit einer Rechnung mit konstanten Stoffwerten die Bedingung 2 erfüllt werden.

Ähnliche Berandungen bei Berücksichtigung von Oberflächentemperaturen für Großausführung und Modell sind nicht gegeben. Die Brandraumtemperatur $T_{BR}(t)$ folgt einer Exponentialfunktion, gleichfalls können die Oberflächentemperaturen als modifizierte Funktionen der Brandraumtemperatur ausgedrückt werden. Ähnlichkeit liegt aber nur bei linearer Abhängigkeit mit der Zeit vor. Ebenfalls ist die Bedingung 3 für eine Wärmeübergangsbedingung im allgemeinen nicht erfüllbar. α wächst an den beheizten Balkenseiten in Abhängigkeit von T (vergl. Pkt. 8.5) stark, während λ voraus-

1) Die Kennzahl ist analog zur Nusselt-Zahl aufgebaut; λ ist hier Stoffwert des Körpers.

setzungsgemäß konstant ist. Noch ungünstiger wirkt sich auf die Kennzahl eine Temperaturabhängigkeit für λ aus, da hier eine fallende Tendenz über T auftritt. L und α ändern sich allerdings für ein Modell gegensinnig, wenn man für einen größeren Temperaturbereich α als konstanten Mittelwert einführt.

Am oberen, nicht beheizten Rand liegt eine Wärmeübergangsbedingung vor. Hier kann aber wegen kleiner Fehler α umgekehrt proportional zur Änderung von L angenommen werden.

Eine Anwendung der Wärmeübergangsbedingung an den beheizten Rändern scheidet für eine Ähnlichkeitsbetrachtung aus. Zu einer leicht anzuwendenden Näherungslösung gelangt man aber mit Hilfe von Oberflächentemperaturen und einer Reduzierung auf hierbei gegebene Ähnlichkeitsfälle.

Im Fall gleicher Oberflächentemperaturen für einen Standardquerschnitt und ein Modell an zugeordneten charakteristischen Punkten ergibt sich: Das Temperaturfeld ist unter Erfüllung der geometrischen Bedingungen und gleicher Stoffwerte quasi "ähnlich" bei einer mit dem Quadrat des Maßstabsfaktors reduzierten Zeit. Der Temperaturfaktor f_T ist gleich 1, womit identische Temperaturfelder gekennzeichnet sind, wenn als Oberflächentemperaturkurve des Modelles die verzerrte Belastungskurve des Standardquerschnittes angesetzt würde. Ist μ der geometrische Modellmaßstab, so gelten für das Modell zu einem Zeitpunkt $t = t_1/\mu^2$ die Temperaturen des Standardprofils zu einem beliebigen Zeitpunkt t_1 ¹⁾. Für die reduzierten Oberflächentemperaturen schreibt man $T_{red} = T(t \cdot \mu^2)$. Tatsächlich ist aber die wahre Oberflächentemperatur zur Zeit t_1/μ^2 größer bzw. kleiner als der zugehörige reduzierte Wert. (Vergl. Bild 77 und 78.)

Zur Gewinnung eines Temperaturfaktors f_T können die Oberflächentemperaturen zueinander ins Verhältnis gesetzt werden. Es zeigt sich, daß ein Vergleich der Oberflächentemperaturen für die oberflächennahen, beheizten Bereiche zu guten Lösungen führt, da das Temperaturfeld hier maßgeblich von der Größe der Wandtemperatur bestimmt wird. Für tieferliegende Querschnittsbereiche gibt dagegen das Verhältnis der Temperatur-Zeit-Integrale $\int T dt$ besser übereinstimmende Ergebnisse, weil hierdurch die "Belastungsvorgeschichte" angenähert erfaßt werden kann.

Analog zum vorgeschlagenen Vergleich von Oberflächentemperaturen ist die rechnerische Behandlung des exakt lösbaren Falles linear veränderlicher Wandtemperaturen. Des weiteren entspricht ein Vergleich von Temperatur-Zeit-Integralen einer Rechnung mit konstanten Oberflächentemperaturen, worauf bereits unter Pkt. 5 hingewiesen wurde. Die vorliegende Randbedingung fällt zwischen beide Fälle. Wesentlich ist aber, daß die nach beiden Methoden gefundenen Temperaturfaktoren von Zeitpunkt zu Zeitpunkt unterschiedlich sind und jeweils bestimmt werden müssen, was jedoch durch graphische Interpolation vereinfacht werden kann.

Für eine praktische, näherungsweise Umrechnung von Temperaturfeldern kommt man zu guten Ergebnissen, wenn man die aus dem Vergleich der Oberflächentemperaturen (f_{1T}) und der Temperatur-Zeit-Integrale (f_{2T}) errechneten Faktoren arithmetisch mittelt.

1) Für die Durchführung von Modellversuchen kann es notwendig sein, identische Temperaturfelder zu erzeugen. Hierfür ist die Beheizung nach den reduzierten Oberflächentemperaturwerten zu steuern.

Damit ist für $t = t_i/\mu^2$

$$f_{1T} = \frac{T(t)}{T(t \mu^2)} \quad (24) \quad ; \quad f_{2T} = \frac{\int_0^{t=t_i/\mu^2} T(t) dt}{\int_0^{t=t_i/\mu^2} T(t \mu^2) dt} \quad (25) \quad \text{und}$$

$$f_T = \frac{f_{1T} + f_{2T}}{2} \quad (26).$$

Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Oberflächentemperaturen von der Querschnittsgröße werden zwei Fälle behandelt:

1. Die Oberflächentemperaturen des Standardquerschnittes und des gesuchten Modelles seien gleich (vergl. Bild 77, 78). Dieser Fall ist oben erläutert worden. Wir schreiben für den Temperaturfaktor:

$$f_T = f_{TI} = \frac{f_{1T} + f_{2T}}{2} .$$

Die Oberflächentemperatur wird als Polynom in der Form

$$T = \alpha t + \beta t^{1/2} + \gamma t^{1/3} . . .$$

angesetzt. Dann ist

$$T(t \mu^2) = T_{red} = \mu^2 \alpha t + \mu \beta t^{1/2} + \mu^{2/3} \cdot \gamma \cdot t^{4/3} . . .$$

Für Profile $\geq 20/40$ cm sind die Koeffizienten α , β und γ aus Bild 18 zu errechnen.

Damit können die Integrale $\int_0^{t'} T(t) dt$ und $\int_0^{t'} T(t \mu^2) dt$ unmittelbar ausgewertet werden.

Im folgenden ist in den Tafeln 1 bis 3 eine Umrechnung der Temperaturfelder von einem "Standardfeld" (20/40 cm) auf einen geometrisch ähnlichen größeren Querschnitt (28/56 cm) für einige Zeitpunkte zusammengestellt. Der Maßstabsfaktor beträgt $\mu = 0,714$. Den aus der Ähnlichkeitsuntersuchung ermittelten Werten sind Rechenwerte für das größere Profil gegenübergestellt. Die Fehler sind unerheblich; sie betragen für die untersuchten Fälle maximal rd. 5 %.

Die Ausgangstemperaturverteilung wurde zunächst mit 0°C angenommen. Bei einer gleichmäßigen Ausgangstemperatur $T_{0,Q}$ im Querschnitt kann das Temperaturniveau nachträglich um $T_{0,Q}$ gehoben werden.

2. Stimmen die Oberflächentemperaturen des Standardquerschnittes und des gesuchten Modelles nicht überein, dann wird zunächst die Umrechnung unter der Annahme gleicher Oberflächentemperaturen vorgenommen und sodann die Abweichung der Oberflächentemperaturen berücksichtigt. (Vergl. Bild 79)

Aus der Umrechnung bei Annahme gleicher Oberflächentemperaturen nach Pkt. 1 erhält man einen Temperaturfaktor f_{T_I} .

Aus der Umrechnung verschiedener Oberflächentemperaturen, die - wie oben gezeigt - durch Vergleich der Wandtemperaturen und der Integrale über die Temperatur-Zeit-Kurve ausgeführt wird, ergibt sich ein Temperaturfaktor $f_{T_{II}}$. Damit erhält man

$$f_T = f_{T_I} \cdot f_{T_{II}} \quad (27).$$

In den folgenden Tabellen ist die Umrechnung eines Standardfeldes (20/40 cm) auf ein Temperaturfeld des Profiles 12/24 cm zusammenge-

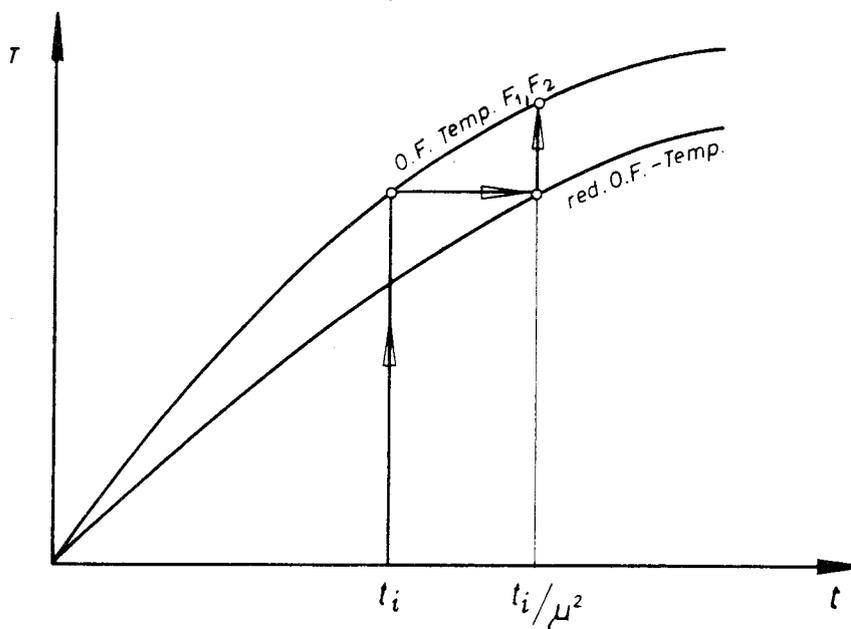
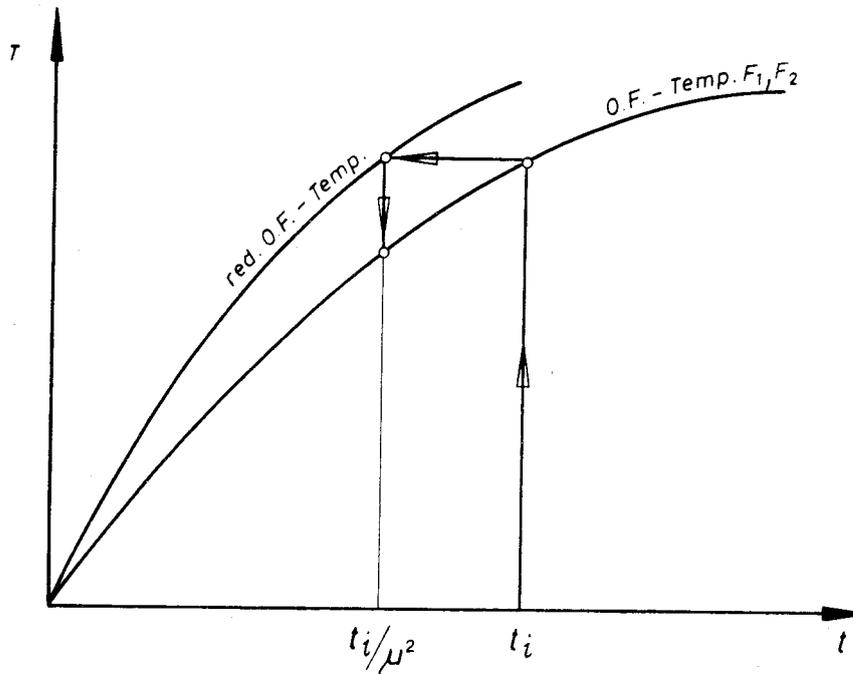


Bild 77 und Bild 78: Gleiche Oberflächentemperaturen für Standardquerschnitte (F_1) und Modell (F_2).

Umrechnung der Temperaturfelder

Tabelle 1

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→	Querschnitt 28/56 cm
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,4 ; \mu^2 = 1,96$	
Zeit: 30 min	$30 \cdot 1,96 = 58,8 \text{ min (Bedingung 2)}$	
Temperaturfaktor:	$f_{T_I} = \frac{f_{1T} + f_{2T}}{2}$	
	$f_{T_I} = \frac{1,33 + 1,46}{2} = 1,39$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^+)$ 1 cm	1,4 cm (Bedingung 1)	1,4 cm
T 447°	$447 \cdot 1,39 = 621^\circ$	587°
\ddot{u} 2 cm	2,8 cm	2,8 cm
T 317,5°	$317,5 \cdot 1,39 = 442^\circ$	437°
\ddot{u} 3 cm	4,2 cm	4,2 cm
T 235°	$235 \cdot 1,39 = 326^\circ$	312°
\ddot{u} 5 cm	7 cm	7 cm
T 103°	$103 \cdot 1,39 = 143^\circ$	145°

Tabelle 2

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→	Querschnitt 28/56 cm
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,4 ; \mu^2 = 1,96$	
Zeit: 40 min	$40 \cdot 1,96 = 78,4 \text{ min (Bedingung 2)}$	
Temperaturfaktor:	$f_{T_I} = \frac{f_{1T} + f_{2T}}{2}$	
	$f_{T_I} = \frac{1,39 + 1,25}{2} = 1,32$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^+)$ 1 cm	1,4 cm (Bedingung 1)	1,4 cm
T 533°	$533 \cdot 1,32 = 705^\circ$	680°
\ddot{u} 2 cm	2,8 cm	2,8 cm
T 405°	$405 \cdot 1,32 = 534^\circ$	530°
\ddot{u} 3 cm	4,2 cm	4,2 cm
T 315°	$315 \cdot 1,32 = 415^\circ$	410°
\ddot{u} 5 cm	7,0 cm	7,0 cm
T 171°	$171 \cdot 1,32 = 226^\circ$	230°

+) Werte \ddot{u} beziehen sich auf Mittelachse (senkrecht)

Tabelle 3

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→ Querschnitt 28/56 cm	
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,4 ; \mu^2 = 1,96$	
Zeit: 60 min	$60 \cdot 1,96 = 117,5 \text{ min (Bedingung 2)}$	
Temperaturfaktor:	$f_{T_I} = \frac{f_{1T} + f_{2T}}{2}$	
	$f_{T_I} = \frac{1,12 + 1,295}{2} = 1,207$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^{+)$ 1 cm	1,4 cm (Bedingung 1)	1,4 cm
T 663°	$663 \cdot 1,207 = 800^\circ$	815°
\ddot{u} 2 cm	2,8 cm	2,8 cm
T 548°	$548 \cdot 1,207 = 662^\circ$	680°
\ddot{u} 3 cm	4,2 cm	4,2 cm
T 456°	$456 \cdot 1,207 = 550^\circ$	572°
\ddot{u} 5 cm	7,0 cm	7,0 cm
T 304°	$304 \cdot 1,207 = 367^\circ$	385°

Tabelle 4

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→ Querschnitt 12/24 cm	
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,667 ; \mu^2 = 2,775$	
Zeit: 60 min	$60/2,775 = 21,6 \text{ min (Bedingung 2)}$	
Temperaturfaktor:	$f_T = f_{T_I} \cdot f_{T_{II}} = 0,738$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^{+)$ 1 cm	0,6 cm (Bedingung 1)	0,6 cm
T 690°	$690 \cdot 0,738 = 511^\circ$	520°
\ddot{u} 2 cm	1,2 cm	1,2 cm
T 548°	$548 \cdot 0,738 = 405^\circ$	410°
\ddot{u} 3 cm	1,8 cm	1,8 cm
T 456°	$456 \cdot 0,738 = 336^\circ$	335°
\ddot{u} 5 cm	3 cm	3 cm
T 304°	$304 \cdot 0,738 = 224^\circ$	218°

+) Werte \ddot{u} beziehen sich auf Mittelachse (senkrecht)

Tabelle 5

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→	Querschnitt 12/24 cm
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,667$; $\mu^2 = 2,775$	
Zeit: 90 min	$90/2,775 = 32,4$ min (Bedingung 2)	
Temperaturfaktor:	$f_T = f_{T_I} \cdot f_{T_{II}} = 0,762$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^+)$ 1 cm	0,6 cm (Bedingung 1)	0,6 cm
T 790°	$790 \cdot 0,762 = 602^\circ$	625°
\ddot{u} 2 cm	1,2 cm	1,2 cm
T 695°	$695 \cdot 0,762 = 529^\circ$	530°
\ddot{u} 3 cm	1,8 cm	1,8 cm
T 615°	$615 \cdot 0,762 = 468^\circ$	468°
\ddot{u} 5 cm	3 cm	3 cm
T 477°	$477 \cdot 0,762 = 363^\circ$	360°

Tabelle 6

Standardfeld Querschnitt 20/40 cm	→	Querschnitt 12/24 cm
Geometr. Maßstabsfaktor:	$\mu = 1,667$; $\mu^2 = 2,775$	
Zeit: 120 min	$120/2,775 = 43,3$ min (Bedingung 2)	
Temperaturfaktor:	$f_T = f_{T_I} \cdot f_{T_{II}} = 0,770$	
Ähnlichkeitsuntersuchung		Rechenergebnis
$\ddot{u}^+)$ 1 cm	0,6 (Bedingung 1)	0,6 cm
T 875°	$875 \cdot 0,77 = 674^\circ$	695°
\ddot{u} 2 cm	1,2 cm	1,2 cm
T 797°	$797 \cdot 0,77 = 613^\circ$	630°
\ddot{u} 3 cm	1,8 cm	1,8 cm
T 725°	$725 \cdot 0,77 = 558^\circ$	573°
\ddot{u} 5 cm	3 cm	3 cm
T 623°	$623 \cdot 0,77 = 480^\circ$	478°

+) Werte \ddot{u} beziehen sich auf Mittelachse (senkrecht)

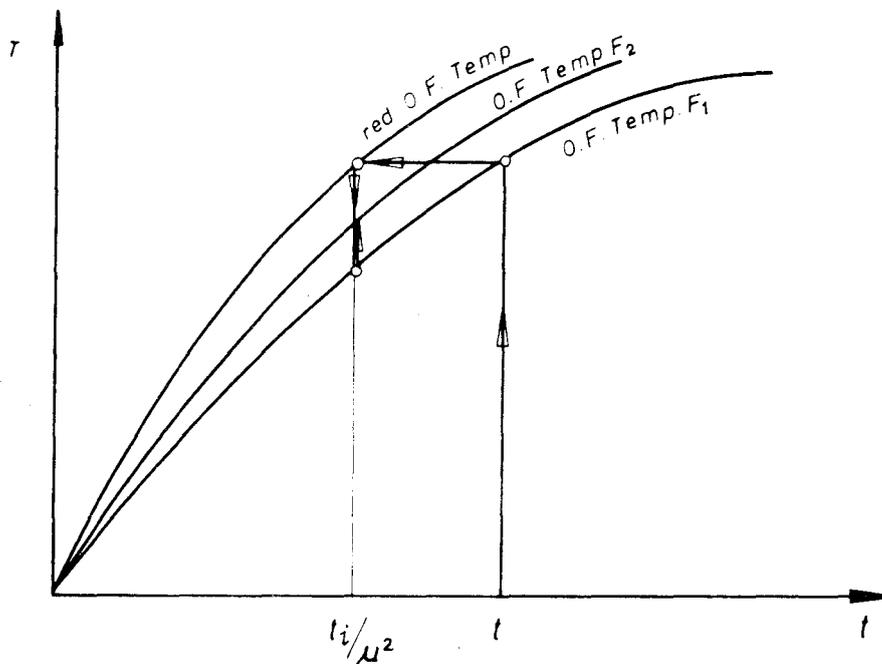


Bild 79: Unterschiedliche Oberflächentemperaturen für Standardquerschnitte (F_1) und Modell (F_2).

stellt ($\mu = 1,667$). Die Oberflächentemperaturen von Standardprofil und Modell stimmen nicht überein.

Für die Errechnung von f_{T_I} werden für das Profil 20/40 cm die obigen Gleichungen benutzt.

Zur Ermittlung von $f_{T_{II}}$ wird die Oberflächentemperatur für das Profil 12/24 cm nach Bild 18^{II} herangezogen.

Eine Auswertung für verschiedene Zeitpunkte ist in den Tabellen 4, 5 und 6 zusammengestellt. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse mit den Rechenwerten zeigt maximale Abweichungen von rd. 3,5 %. Eine Korrektur bezüglich der Anfangstemperaturverteilung ist erforderlich.

Die der Ähnlichkeitsbetrachtung zugrundegelegten Oberflächentemperaturen können auch vom konstanten Verlauf über die Balkenseiten abweichen, sofern nur ähnliche Temperaturverteilungen zu jedem Zeitpunkt an Standardquerschnitt und Modell vorliegen. Diese Annahme kann nach den Meßergebnissen in Näherung getroffen werden. Damit beschränkt sich die Untersuchung auf Oberflächentemperaturen charakteristischer Punkte.

Unterschiedliche Temperaturleitzahlen können ebenfalls durch Bedingung 2 (Fo-Zahl) berücksichtigt werden. Hierbei sind jedoch im allgemeinen andere Oberflächentemperaturwerte anzunehmen; eine kleinere Wärmeleitzahl kann bereichsweise zu höheren Oberflächentemperaturen führen. Unterscheiden sich die Temperaturleitzahlen nur unwesentlich, dann genügen die gleichen Wandtemperaturen wie für einen Querschnitt des Ausgangsstoffes.

Die Fehler bei der angegebenen Näherungslösung können bei allen untersuchten Fällen mit max. rd. 5 % Abweichung gegenüber exakten Rechenwerten

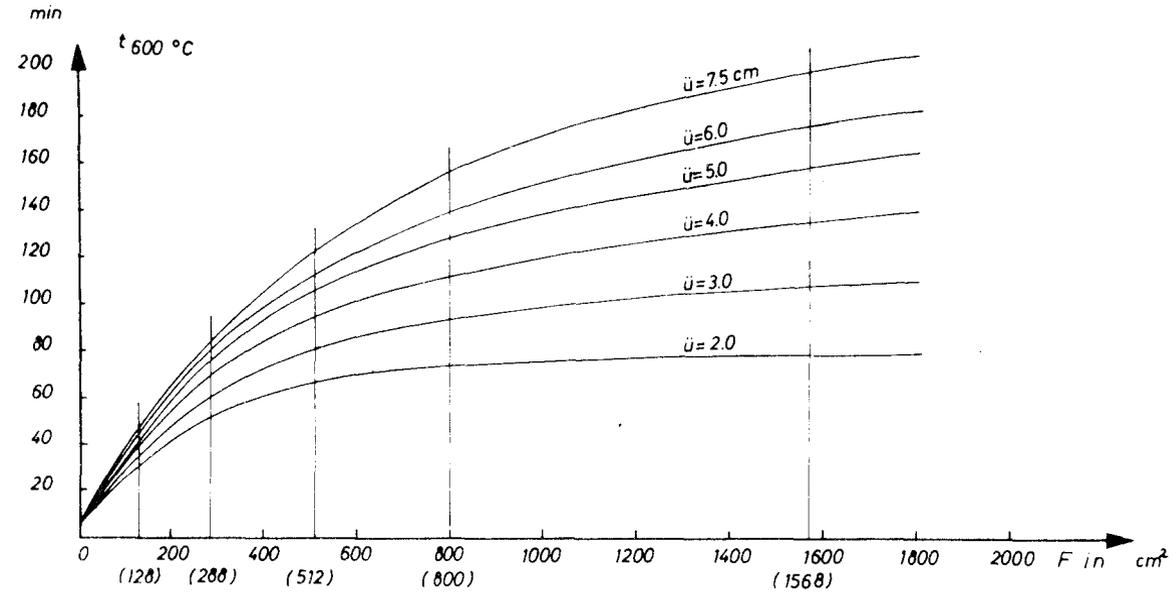
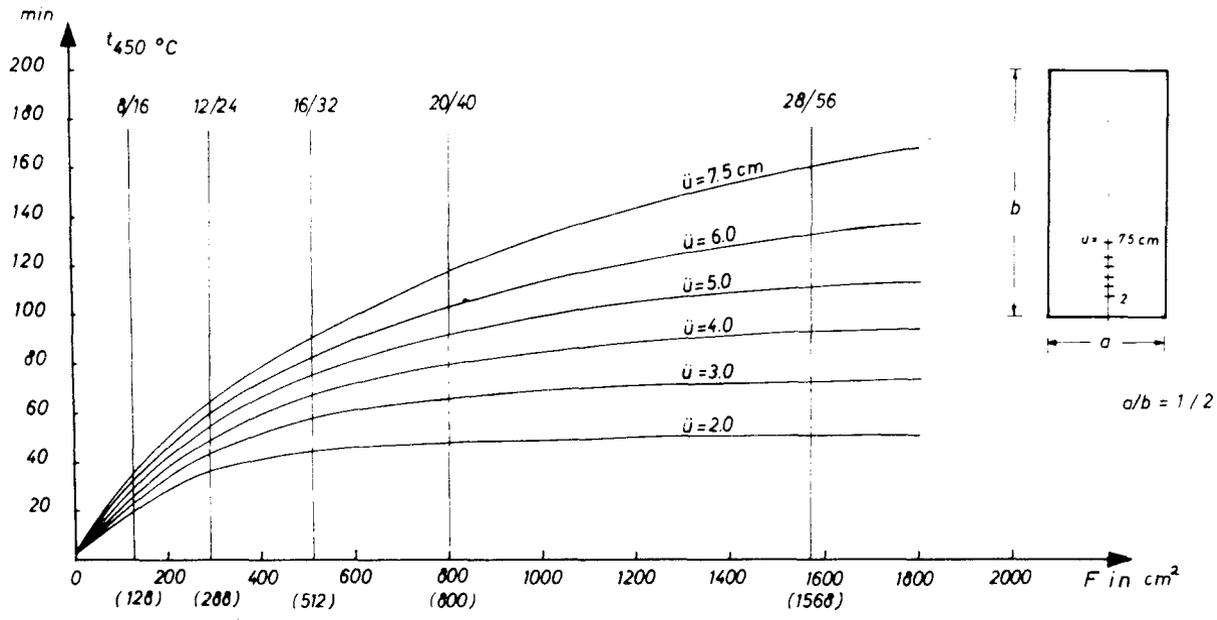


Bild 80: t_{krit} in Abhängigkeit von Querschnitt F und Überdeckung \ddot{u} - Beton I,1 (Rheinkies)

131

begrenzt werden. Verbesserungen sind möglich, wenn für tiefliegende Querschnittspunkte nur der Temperaturfaktor aus einem Vergleich der Integrale $\int T dt$ berücksichtigt wird.

Eine Auswertung von Rechenergebnissen und Ähnlichkeitsuntersuchungen für Balken mit Seitenverhältnissen $a/b=1/2$ sowie kritische Stahltemperaturen von 450°C (vergütete Spannstähle) und 600°C (obere Grenze für naturharte Stähle) in Abhängigkeit von Querschnittsgröße und Betonüberdeckungsmaßen ist in Bild 80 aufgetragen. Die Kurvenscharen beschreiben das durch die F_0 -Zahl und die Randbedingungen definierte Modellgesetz. Die Werte beziehen sich auf die Symmetrieachse und gestatten keine exakte Auswertung für Bewehrungsstähle in einem zugehörigen waagerechten Schnitt. Der Einfluß der Querschnittsfläche F auf eine Feuerwiderstandsdauer t , in der eine "kritische" Temperatur T_{kr} erreicht wird, ist deutlich abzulesen. Für $F \leq 800 \text{ cm}^2$ ist für alle Tiefenmaße t stark veränderlich. Dagegen ergeben sich für größere Querschnitte an oberflächennahen Punkten nur noch geringe Erhöhungen von t mit einer Zunahme von F . Es liegt hier ein ähnliches Verhalten wie bei brandbeanspruchten Platten mit $d \approx 10 \text{ cm}$ vor. Die Plattendicke hat auf die Erwärmung der Schichten bis 3 cm Tiefe einen vernachlässigbaren Einfluß, weshalb zur Ermittlung des Temperaturfeldes in diesem Bereich die Lösung für die unendlich dicke Platte herangezogen werden kann. Analog zum Balken ist für große Tiefen der Einfluß der Dicke bzw. Querschnittsfläche zu berücksichtigen.

9.23 Zusammenfassung

Für konstante Stoffwerte und geometrische Ähnlichkeit von balkenartigen Querschnitten können Temperaturfelder aus einer Brandbeanspruchung näherungsweise umgerechnet werden. Hierbei werden für Ausgangsquerschnitt und Modell die Oberflächentemperaturen als bekannt vorausgesetzt. Vorteilhaft erweist sich diese Methode für große Querschnitte, bei denen jeweils gleiche Oberflächentemperaturen über die Zeit angenommen werden können.

10. Einfluß der Bewehrung auf den Erwärmungsvorgang

10.1 Allgemeines

Die bisherigen Untersuchungen gingen von der Voraussetzung aus, daß das Temperaturfeld des homogenen Betonquerschnittes ebenfalls die Temperaturen der Bewehrungsstäbe bestimmt. Diese Annahme wurde aus Gründen der Vereinfachung des Problems und der Übersichtlichkeit getroffen. Nach vorliegenden Versuchswerten wird unter Berücksichtigung der Meßgenauigkeiten die Temperatur eines Bewehrungsstabes mittleren und kleineren Durchmessers ($< \varnothing 16$) praktisch der des umgebenden Betones gleichgesetzt. Die Masse des wärmeleitenden und wärmespeichernden Betones beträgt im Regelfalle ein Vielfaches der des Bewehrungsstahles. Dennoch stellt jeder eingebaute Bewehrungsstab für den Erwärmungsvorgang örtlich gegenüber dem als quasi isotrop und homogen angenommenen Betongefüge eine Störung dar, da Stahl beträchtlich höhere Temperaturleiteigenschaften aufweist. Der Einfluß des Stabdurchmessers auf das lokale Temperaturfeld ist zu untersuchen. Des weiteren wären die Fälle näher zu behandeln, bei denen eine verhältnismäßig starke Durchsetzung des Querschnittes mit Bewehrungsstäben vor-

liegt. Hierbei ist zu prüfen, unter welchen Bedingungen Stahleinlagen in hochbewehrten Querschnitten im Vergleich zu reinen Betonquerschnitten für die Ermittlung des Aufwärmvorganges zu berücksichtigen sind oder nicht.

10.2 Thermische Stoffwerte der Bewehrungsstähle

Die Wärme- und Temperaturleiteigenschaften von Stählen können sich nach ihrer metallurgischen Zusammensetzung erheblich unterscheiden.

Die Wärmeleitzahl der reinen Metalle wird im allgemeinen durch Beimengungen vermindert. Für Kohlenstoff-Eisen ist λ bei Normaltemperatur mit

$$0,1 \% C : 45 \text{ kcal/m}\cdot\text{h } ^\circ\text{C},$$

$$1 \% C : 34 \text{ kcal/m}\cdot\text{h } ^\circ\text{C}.$$

Bei gehärteten Kohlenstoffstählen ist die Wärmeleitzahl um 10 bis 25 % niedriger als bei weichen Stählen. Es ist jedoch nicht möglich, eine allgemeine Gesetzmäßigkeit für den Einfluß der Beimengungen anzugeben.

Nach Literaturangaben ist λ bei Normaltemperatur (20°C):

Werkstoff	λ in kcal/m·h grad	Literatur
Eisen, rein	63	[28,38]
Grauguß	56	[28]
Stahl, 5 % Ni	30	[38]
20 % Ni	16	[38]
35 % Ni	9,5	[38]
Kohlenstoffstahl	32 - 46 vergl. oben	[28]
Flußstahl, 0,2% C	50	[28]

Bei höheren Temperaturen nimmt die Wärmeleitzahl gleich der elektrischen Leitfähigkeit ab. Wärmeleitfähigkeit wie elektrische Leitfähigkeit sind durch die Diffusion freier Elektronen bedingt. Beide Größen sind bei reinen Metallen proportional. In Bild 81 ist für Stähle die Temperaturabhängigkeit von λ aufgetragen. Hierbei ist der Bereich zwischen reinem Eisen und einem Kohlenstoffstahl mit 0,8 % C eingegrenzt.

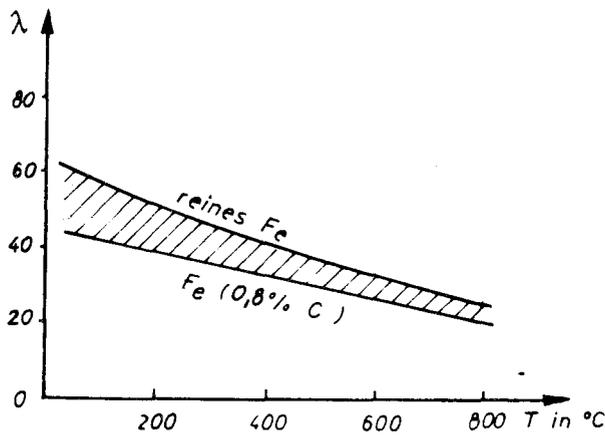
Für die spezifische Wärme wird für Normaltemperatur (20°C) angegeben:

Werkstoff	c_p in kcal/kg grad	Literatur
Stahl (1,3 C; 0,1 Si, 0,1)	0,114	[38]
Siliziumstahl	0,109	[38]
Manganhartstahl	0,120	[38]

Für die Temperaturleitzahlen a bei Normaltemperatur (20°C) ist:

Werkstoff	a in m^2/h	Literatur
Stahl, 1 % C	0,042	[38]
20 % Ni	0,019	[38]
Kohlenstoffstähle	0,036 - 0,053	[28]
Flußstahl, 0,2 % C	0,058	[28]

Die üblichen Beton- und Spannstähle können sich bezüglich ihrer Zusammensetzung z.T. in ihrem Wärme- und Temperaturleitvermögen erheblich unterscheiden.



Im folgenden wird mit einem Mittelwert für die Temperaturleitzahl a gerechnet. Eine Veränderlichkeit von λ mit T wurde im Hinblick auf die großen Unsicherheiten bei der Wahl einer richtigen Wärmeleitfähigkeit ausgeschlossen. Es ist mit folgenden mittleren, thermischen Stoffwerten:

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} = \frac{40}{0,115 \cdot 7850} = 0,044 \text{ m}^2/\text{h}.$$

Bild 81: Wärmeleitfähigkeiten für Stähle in Abhängigkeit von T

10.3 Temperaturfeld im Bereich von Bewehrungsstäben; Versuchsergebnisse

Anhand vorliegender Meßergebnisse an Stahlbetonplatten kann die Form des Temperaturfeldes im Bereich von Bewehrungsstäben im Beton generell beschrieben werden, sofern eine Wärmestromrichtung vorherrscht.

Zur Kontrolle der im folgenden Abschnitt durchgeführten Rechnungen wurden an bewehrten Plattenquerschnitten genaue Ausmessungen der Temperaturen an den Bewehrungsstäben sowie im "ungestörten" Beton vorgenommen. Bild 82 und 83 zeigt die Versuchskörper, die Anordnung der Meßstellen am Stahl sowie die Meßergebnisse.

Wegen hoher Wärmeleitfähigkeit findet ein schneller Wärmefluß durch einen lokalen Stahlbereich statt. Ein Vergleich der Temperaturleitfähigkeiten von Stahl und Beton zeigt etwa das Verhältnis 1:20. Der Temperaturengleich im Stahl erfolgt also etwa in $1/20$ der für Beton erforderlichen Zeit.

In der Trennschicht zwischen Stahl und Beton herrscht eine Wärmestromdichte $\dot{q} = -\lambda \text{grad}(T)$. Wegen $\lambda_{\text{Stahl}} \gg \lambda_{\text{Beton}}$ stellt sich im Stahl ein erheblich flacherer Temperaturgradient gegenüber dem Betonbereich ein, der in Wärmestromrichtung beim Übergang vom Stahl- zum Betonbereich wiederum steiler wird. Daher ergibt sich auf der der Wärmefront zugekehrten Seite des Stah-

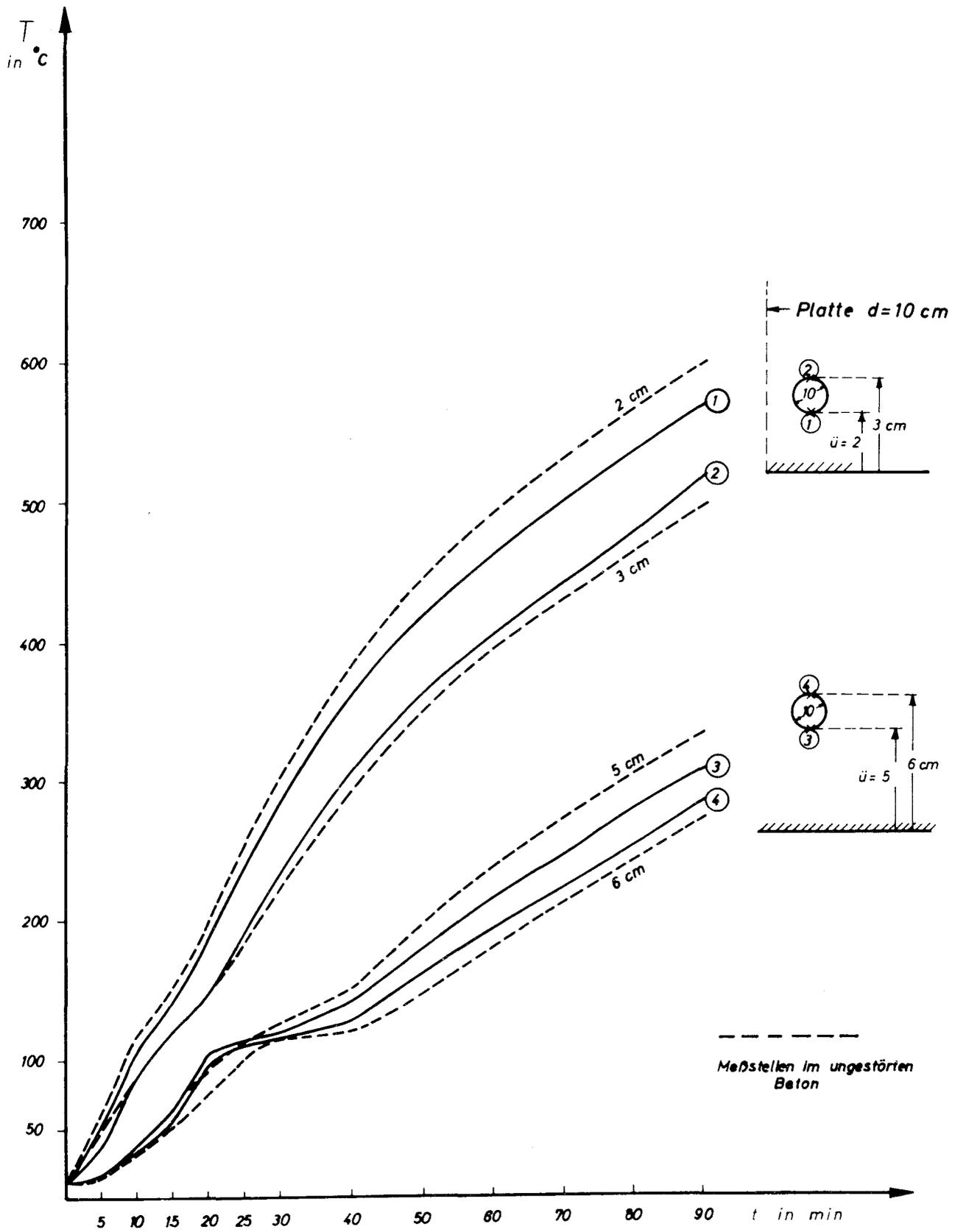


Bild 82: Einfluß der Bewehrung auf die Wärmeleitung; Meßergebnisse
 Platte $d = 10$ cm, Bewehrungsstahl $\varnothing 10$ mit $\ddot{u} = 2$ cm und $\ddot{u} = 5$ cm

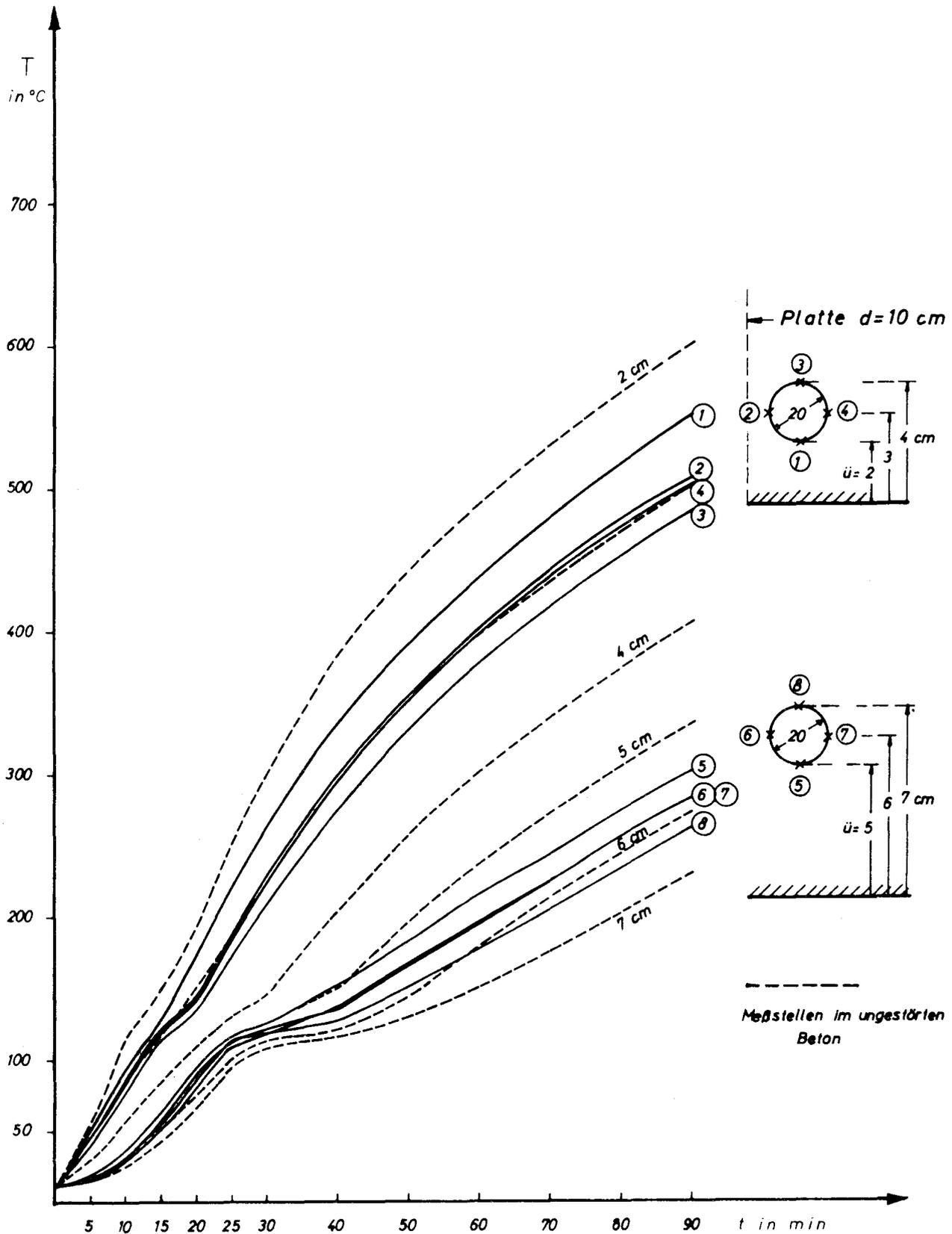


Bild 83: Einfluß der Bewehrung auf die Wärmeleitung; Meßergebnisse
 Platte $d = 10 \text{ cm}$, Bewehrungsstahl $\varnothing 20$ mit $\bar{u} = 2 \text{ cm}$ und $\bar{u} = 5 \text{ cm}$

les eine Temperatursenke, auf der abgekehrten Seite ein Temperaturstau. Diese Strömungen des Temperaturfeldes erstrecken sich je nach Größe des Stahlbereiches und des Temperaturgradienten mehr oder weniger weit auf den angrenzenden Beton. In einem senkrecht zur Wärmestromrichtung geführten Mittelschnitt durch den Stahlstab kann angenähert ein Temperatursausgleich mit dem benachbarten Beton angenommen werden; die Isotherme ist hier quasi ungestört. Diese Tendenz bestätigen sämtliche Meßergebnisse. (Vergl. Bild 82 und 83) Die Abhängigkeit der am Stahl auftretenden Störungen vom Temperaturgradienten ist erkennbar; ebenfalls stimmen die Temperaturen in parallel zum Plattenrand mittig durch die Stähle geführten Schnitten praktisch mit der des Betones im ungestörten Feld überein. Der Einfluß der Stäbe $\varnothing 10$ ist gegenüber Stäben $\varnothing 20$ auf das Temperaturfeld ist geringer. Die untere Temperatursenke ist im allgemeinen ausgeprägter als der Bereich des Temperaturstaues.

10.4 Rechnerische Behandlung

Die Bewehrungsstäbe seien normal zur untersuchten Querschnittsebene und durchgehend angeordnet. Damit kann der Wärmeleitvorgang in einem Schnitt senkrecht zur Platten- oder Balkenachse als zweidimensionales Problem behandelt werden.

10.41 Ermittlung des Temperaturfeldes im Querschnitt:

Ausgehend von Gl. (5) ist

$$c_p \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

λ , c_p und ρ werden als temperaturunabhängig angenommen, sie sind aber, da beliebige Punkte des Querschnittes mit Stahl oder Beton besetzt sind, ortsabhängig.

Das Temperaturfeld in einem Gebiet einheitlichen Stoffes (Stahl oder Beton) gehorcht dann der Gleichung:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{n,m} = \frac{\lambda_{n,m}}{c_{p,n,m} \cdot \rho_{n,m}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{n,m},$$

wobei durch (n,m) ein beliebiger Punkt im Bereich von "Stahl" oder "Beton" gekennzeichnet ist. Greift man von einem Gebiet auf das andere über, dann sind unter Beachtung von Gl. (5) folgende Bedingungen zu erfüllen, die beide Temperatur-Teilfelder verknüpfen. In der Trennschicht beider Stoffe tritt kein Temperatursprung auf; es ist für einen beliebigen Punkt n,m der Trennschicht

$$T_{n,m\text{Beton}} = T_{n,m\text{Stahl}}$$

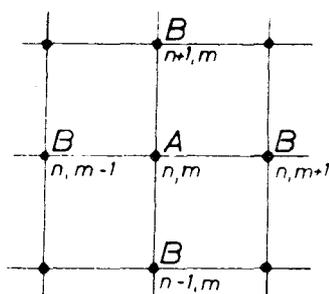
Die Wärmestromdichte ist für beide Bereiche in der Trennschicht gleich, d.h.

$$\lambda_{\text{Beton}} \cdot \text{grad}(T)_{n,m} = \lambda_{\text{Stahl}} \cdot \text{grad}(T)_{n,m}.$$

Unter Berücksichtigung dieser Bedingungen kann ein Temperaturfeld mit punktweise ortsabhängigen Stoffwerten ermittelt werden.

Aus obigen Gleichungen wurde für ein rechtwinkliges, gleichmaschiges Gitter ($\Delta x = \Delta y$) eine Differenzenrechnung abgeleitet. (Vergl. Anhang, S.25.) Hierbei sind beliebige Gitterpunkte mit einem Stoff A, andere mit einem Stoff B besetzt. Stoff A oder B seien wahlweise "Beton" oder "Stahl".

Die Rechnung für Punkte in einem Gebiet einheitlichen Stoffes erfolgt nach dem Differenzgleichungsansatz unter Pkt. 8.3 ff.



Für Grenzpunkte, das sind Punkte, für die wenigstens ein umliegender Gitterpunkt im Bereich des anderen Stoffes liegt, erhält man folgende Differenzgleichung (vergl. Anhang, S. 25):

Für Punkt (n,m)- Stoff A - ist für den Zeitschritt k+1, wenn alle umliegenden Punkte mit einem Stoff B besetzt sind:

$$T_{n,m,k+1} = \sigma_A \left[\alpha_A (\beta_A T_{n,m,k} + T_{n+1,m,k}) + \alpha_A (\beta_A T_{n,m,k} + T_{n-1,m,k}) + \alpha_A (\beta_A T_{n,m,k} + T_{n,m-1,k}) + \alpha_A (\beta_A T_{n,m,k} + T_{n,m+1,k}) - 4 T_{n,m,k} \right] + T_{n,m,k} \quad (28)$$

mit

$$\sigma_A = \frac{\Delta t / \Delta x^2 \cdot \lambda_A}{c_{pA} \cdot \rho_A} .$$

Werden die Stoffe in den Gitterpunkten ausgetauscht, ist $\alpha = \alpha_B$, $\beta = \beta_B$ und $\sigma = \sigma_B$.

Hierbei sind α_A , α_B , β_A , β_B konstante Beiwerte und Funktionen von λ_B und λ_A (vergl. Anhang). Ist einer der umliegenden Punkte mit gleichem Stoff wie der gesuchte Punkt (n,m) besetzt, dann ist für diesen Punkt in Gl. (28) $\alpha = 1$; $\beta = 0$.

Da nur generell eine Aussage über das Verhalten von Bewehrungsstahl in Betonkörpern gemacht werden soll, genügt die Untersuchung bewehrter Platten bzw. Scheiben. Abgesehen von Bewehrungen in Querschnittsecken oder dergl. werden in der Regel auch in Balkenquerschnitten die Bewehrungsstäbe durch einen vorherrschenden Wärmestrom normal zur Oberflächenebene beansprucht. Allerdings muß bei Berücksichtigung von Bewehrungsquerschnitten die ein- oder zweiseitig beheizte Platte als zweidimensionales Problem behandelt werden. Im folgenden werden plattenartige Betonkörper untersucht.

10.42 Randbedingungen für die Plattenbegrenzungen; Anfangstemperaturverteilung

Für den beheizten Rand wird die Randbedingung durch zeitlich veränderliche Oberflächentemperaturen analog zu Pkt. 5.3 ff und Angaben von Bornemann [27] wiedergegeben. Die Anfangstemperaturverteilung im Querschnitt wird als

gleichmäßig mit $T_{o,Q} = 10^{\circ}\text{C}$ angenommen. An nicht beheizten, oberen Rand wird eine Wärmeübergangsbedingung nach Pkt. 8.3 .. eingeführt.

10.43 Durchführung der Rechnung

Wegen des erheblichen numerischen Rechenaufwandes wurde das Problem programmiert und elektronisch durchgerechnet. Das Flußdiagramm, die Porcedur zur Ermittlung der Gitterpunkte sowie die Eingabedaten für die Rechnung sind im Anhang, Seite 29 ff, zusammengestellt.

10.5 Untersuchte Beispiele

Neben einer Nachrechnung der Meßergebnisse an den Platten-Versuchskörpern soll durch folgende Rechnungen eingegrenzt werden, welche Einflüsse eingelegte Bewehrungen auf die für homogene Betonquerschnitte ermittelte Temperaturfelder haben.

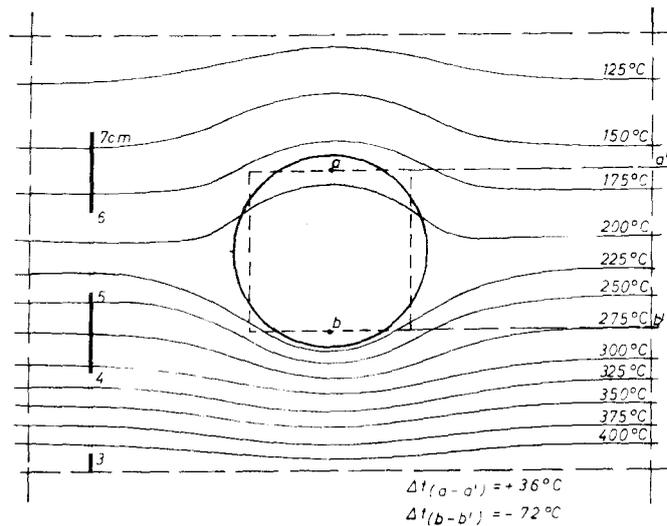
In der Differenzenrechnung werden Gitterpunkte nach Wahl mit dem Stoff "Stahl" besetzt. Diese Gitterpunkte haben einen quadratischen Einflußbereich. Auch für Zusammensetzungen ergeben sich quadratische oder rechteckige "Stahl"-Flächen, weil kleinere Zerlegungen wegen des erheblich steigenden Rechenaufwandes im allgemeinen ausscheiden. Daher treten aus diesen Abweichungen gewisse Fehler in den Temperaturfeldern auf; die Stahlflächen sind für einen Quadratstahl 20 mm mit einem Rundstahl $\varnothing 22$, für einen Quadratstahl 10 mm mit einem Rundstahl $\varnothing 11$ vergleichbar.

10.51 Stahlbetonplatte, 10 cm dick; Bewehrung $\varnothing 20$ und $\varnothing 10$, Stäbe $\ddot{u} = 1,5$ cm und $\ddot{u} = 4,5$ cm Überdeckung. Vergl. Versuchskörper Bild 82 und 83.

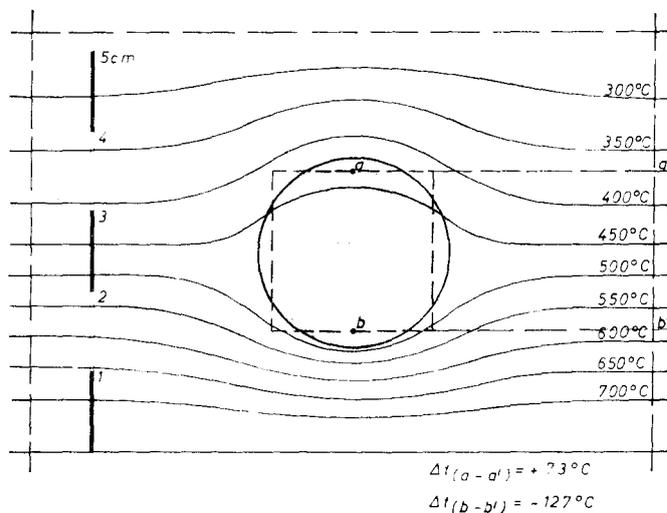
a) Bewehrung $\varnothing 20$: In Bild 84 sind Isothermenbilder für eine Beanspruchungszeit von 60 min aufgetragen. Die Isothermen für die Ober- und Unterseite des Stahlquerschnittes werden mit den entsprechenden Isothermen des ungestörten Betones verglichen. Die auftretenden Differenzen stimmen in der Größenordnung mit den Messungen überein. Die Rechenergebnisse zeigen infolge unterschiedlicher Steilheit des Temperaturgradienten (ungestörter Beton) am unteren Rand eine höhere Temperaturdifferenz gegenüber dem oberen, (vergl. auch Bild 83). Um einen Aufschluß über die Stahltemperatur zu erhalten, wählt man am zweckmäßigsten die "ungestörte" Isotherme in Höhe des Mittelschnittes durch den Stahlstab. Dies trifft exakt nicht zu (vergl. Bild 83 und 84). Bei steilen Gradienten in Oberflächennähe ist allgemein die mittlere Stahltemperatur gegenüber der mittleren "ungestörten" Isotherme noch geringfügig kleiner. Unter Berücksichtigung praktisch gleicher Temperaturen über dem Stahlbereich ergibt aber die mittlere ungestörte Isotherme einen auf der sicheren Seite liegenden Temperaturwert (vergl. Bild 84).

Für ein Überdeckungsmaß von $\ddot{u} = 4,5$ cm ist der Unterschied zwischen den angegebenen Temperaturabweichungen in Höhe des oberen und unteren Bewehrungsrandes übereinstimmend mit dem Meßwerten geringer, da der Temperaturgradient hier in Näherung konstant ist. Infolge eines flacheren Gradienten sind die Temperaturabweichungen in vergleichbaren Schichten am oberen und unteren Bewehrungsrand kleiner. Die Isotherme des Mittelschnittes kann als quasi ungestört angenommen werden.

- b) Bewehrung $\varnothing 10$: Übereinstimmend mit den Meßergebnissen ergeben sich zwischen oberem und unterem Rand der Bewehrungen sowie vergleichbaren "ungestörten" Betonschichten verhältnismäßig geringe Temperaturdifferenzen; die örtliche Störung des Temperaturfeldes ist vom Stabdurchmesser



- a) Überdeckung 4,5 cm; mittlere Stahltemperatur 203°C



- b) Überdeckung 1,5 cm; mittlere Stahltemperatur 456°C

Bild 84: Stahlbetonplatte; $d = 12\text{ cm}$, Bewehrung $\varnothing 20$
 Temperaturfelder an Bewehrungen mit unterschiedlicher Überdeckung; Beanspruchungsdauer $t = 60\text{ min}$; Rechenergebnisse.

abhängig. Die Isotherme im Mittelschnitt des Stahles kann als ungestört angesehen werden.

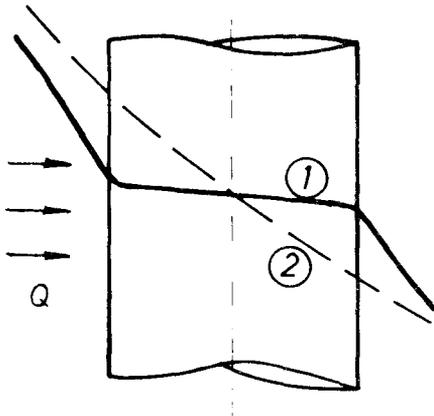


Bild 85: Schematischer Temperaturverlauf in Richtung des Wärmestromes
 ① T - Stahlbereich
 ② T - ungestörter Beton.

Aus Rechnungen und Meßergebnissen kann geschlossen werden, daß im Stahlbereich ein sehr flacher Temperaturgradient vorliegt. Hier erfolgt der Temperaturengleich relativ schnell. Die Temperaturdifferenzen zwischen oberer und unterer Faser des Bewehrungsstabes beruhen auf einer sehr starken Änderung des Gradienten in der unmittelbaren Randschicht. Für das Dehnungs- und Festigkeitsverhalten des Stahles ist aber seine mittlere Temperatur, d.h. in Näherung die Temperatur im Mittelschnitt, maßgebend. Diese Annahme ist für vorliegende Untersuchungen ausreichend genau.

In einer ebenen Trennschicht zwischen Stahl und Beton können infolge Kontaktwiderstände gewisse Ausrundungen der Temperaturtiefenlinie auftreten.

10.52 Spannungszustand

Bewehrungsstäbe bedeuten örtlich eine Störung des Temperaturfeldes des quasi homogenen und isotropen Betonquerschnittes. Hiermit ist ein Eigenzustand verbunden, der näher untersucht werden soll. Da das Temperaturfeld am Bewehrungsstab nicht analytisch darstellbar ist, können die numerischen Rechenergebnisse näherungsweise für bestimmte Zeitpunkte ausgewertet werden. Über die Störung des Temperaturfeldes werden vereinfachende Annahmen getroffen. Eine Temperaturerhöhung bzw. -verringerung sowie deren Einflußbereiche nehmen, wie in nebenstehendem Bild eingetragen, vom Scheitel bis zum Mittelschnitt cosinusförmig auf 0 ab. T_m sei die maßgebende mittlere Temperatur im Scheitel. Mit gleichem Temperaturkoeffizienten α_T für Beton und Stahl und einem mittleren, temperaturabhängigen E-Modul erhält man, wenn sich die "Störungsbereiche" starr gegen den benachbarten Beton abstützen, für

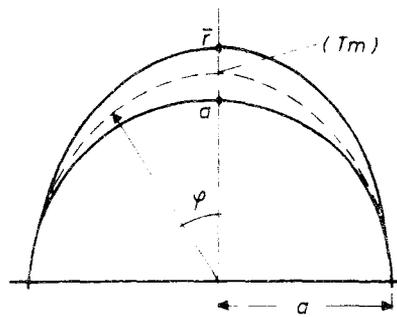
$$\text{für } \varphi = 0$$

$$\sigma_{\varphi\text{max}} = \frac{E_m \cdot T_m \cdot \alpha_T}{1 - \mu^2} \left(\frac{3\bar{r} - a}{r + a} + \mu \right)$$

$$\sigma_{r\text{max}} = \frac{E_m \cdot T_m \cdot \alpha_T}{1 - \mu^2} \left(1 + \mu \frac{\bar{r} - a}{\bar{r} + a} \right)$$

für $\varphi = \pi/2$

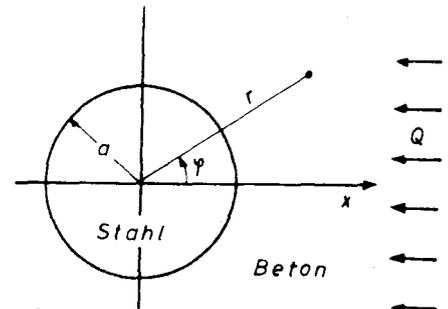
$$\sigma_{r\varphi\text{max}} = - \frac{T_m \cdot \alpha_T \cdot E_m}{2(1 + \mu)}$$



Die Spannungen sind proportional zu T_m und zur Größe des Störungsbereiches $r - a$. Auf der wärmeren Seite des Stahles sind σ_r und σ_{φ} Zugspannungen, auf der kälteren Druckspannungen.

Eine geschlossene Lösung kann für den Spannungszustand einer Scheibe mit runder Öffnung oder rundem Einschluß unterschiedlicher Leitfähigkeit, wie sich das Problem hier stellt, bei konstantem Temperaturgradienten, d.h. bei linearem Temperaturverlauf über die Scheibenebene, nach [59,60 und 61] angegeben werden. Unter Einführung der Airyschen Spannungsfunktion Φ ist

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}, \\ \sigma_\varphi &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}, \\ \sigma_{r\varphi} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right).\end{aligned}$$



Für das Temperaturfeld im "ungestörten" Beton ist:

$$T = \text{grad}(T) \cdot x = \tau \cdot x \quad \text{und} \quad \nabla^2 T = 0,$$

im Stahl-Bereich:

$$T_{\text{Beton}} = \tau \left[r \cdot \cos \varphi + \frac{(1-\Lambda)a^2}{1+\Lambda} \cdot \frac{\cos \varphi}{r} \right] \quad \text{für } r \geq a$$

$$T_{\text{Stahl}} = \frac{2\tau}{1+\Lambda} \cdot r \cdot \cos \varphi = \frac{2\tau}{1+\Lambda} \cdot x \quad \text{für } r \leq a.$$

Hierbei ist $\frac{\lambda_{\text{St}}}{\lambda_{\text{B}}} = \Lambda.$

Unter Berücksichtigung linearer Spannungs-Dehnungs-Gesetze, des Temperaturfeldes, der Kompatibilität der Dehnungen an der Trennschicht sowie folgender Produktansätze für die Spannungsfunktion

$$\Phi = r \ln r \cdot \cos \varphi, \quad r \cdot \varphi \cdot \sin \varphi, \quad \frac{\cos \varphi}{r}, \quad r^3 \cos \varphi$$

erhält man

$$\Phi_{\text{Beton}} = -\frac{\tau \cdot G_{\text{Beton}}(1+\mu_{\text{Beton}}) \alpha_{\text{Beton}}}{2(1-\mu_{\text{Beton}})} \cdot \frac{(1-\Lambda)a^2}{1+\Lambda} \left[2r \cdot \ln r \cdot \cos \varphi + (1+M) a^2 \frac{\cos \varphi}{r} \right]$$

$$\Phi_{\text{Stahl}} = -\frac{\tau \cdot G_{\text{Beton}}(1+\mu_{\text{Beton}}) \alpha_{\text{Beton}}}{2(1-\mu_{\text{Beton}})} \cdot \frac{(1-\Lambda)M}{1+\Lambda} r^3 \cdot \cos \varphi$$

für $r \geq a$
für $r \leq a$,

wobei

$$M = \frac{(G_{\text{Stahl}}/G_{\text{Beton}}) \cdot 2(1-\mu_{\text{Beton}}) [1+\Lambda - 2 \cdot (1+\mu_{\text{Stahl}})\alpha_{\text{Stahl}}/(1+\mu_{\text{Beton}})\alpha_{\text{Beton}}]}{(3-4\mu_{\text{Stahl}} + G_{\text{Stahl}}/G_{\text{Beton}})(1-\Lambda)}$$

und

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \text{bedeuten.}$$

Hiermit können die Spannungen sofort ausgewertet werden.

Die Voraussetzung eines konstanten Temperaturgradienten kann für bestimmte Zeitpunkte über beschränkte Tiefenbereiche, in denen man sich jeweils Bewehrungsstäbe angeordnet denkt, in Näherung erfüllt werden (vergl. [21]). Im instationären Feld ändert sich der Gradient jedoch in Abhängigkeit von der Zeit, so daß der Spannungszustand jeweils für bestimmte Zeitpunkte zu untersuchen ist.

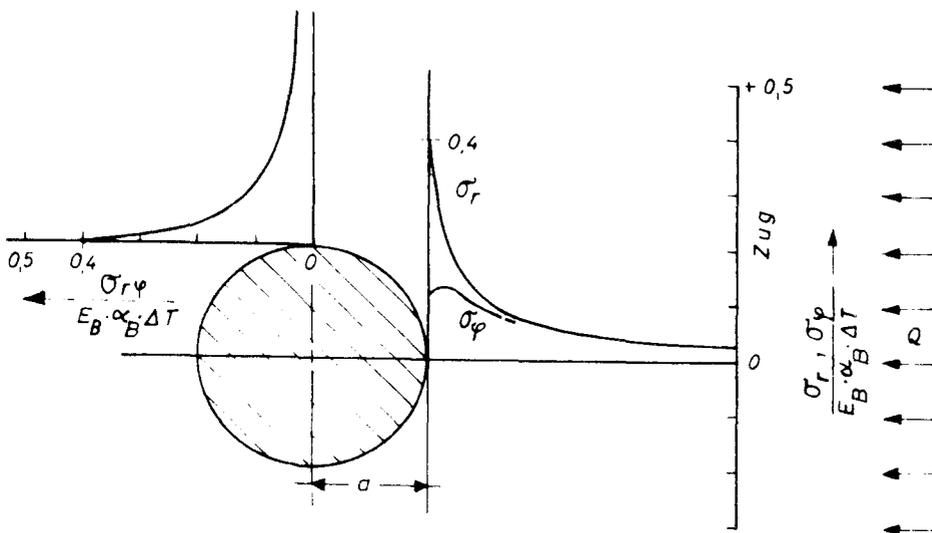


Bild 86: Spannungszustand an einem Stahlstab

$$E_B = \frac{1}{10} \cdot \frac{1+\mu_B}{1+\mu_{St}} \cdot E_{St} ; \mu_B = 0,15 ; \mu_{St} = 0,30$$

$$E_{St} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2 ; \alpha_B = 12,25 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C} ; \alpha_{St} = 10,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = 2a \cdot \tau = \phi \cdot \tau ; \lambda_{St}/\lambda_B = 35.$$

Die Auswertung der Spannungen ergibt für Radial- und Tangentialspannungen an der beheizten Seite des Stahles Zug mit einem Maximum im Symmetrieschnitt. Das Maximum der Schubspannung tritt bei einem hierzu senkrechten Mittelschnitt auf (vergl. oben). Für Werte $\Delta T = \phi \cdot \tau = 50$ bis 80°C , die entweder bei großen Gradienten und sehr kleinen Stabdurchmessern oder kleinen Gradienten und großen Stabdurchmessern üblicherweise auftreten können, werden bereits Spannungen in einer Größe geweckt, daß die Zug- und Scherfestigkeit normaler Konstruktionsbetone überschritten wird. (Vergl. Bild 86.) Die Lösung oder Beeinträchtigung des Verbundes hat für die Beurteilung brandgeschädigter Konstruktionen sowie als Einflußgröße bei Abplatzungerscheinungen Bedeutung.

Für einen mittig angeordneten Bewehrungsstab in einer zweiseitig beheizten Scheibe ergeben sich Temperaturerhöhungen in zum Rand konkaver Verteilung. Die hieraus resultierenden Druckspannungen üben eine sprengende Wirkung auf den Beton aus. Die häufig beobachteten Abplatzungen an dicken Stahleinlagen können hierdurch begünstigt werden.

10.53 Einfluß mehrerer Stahlstäbe und dichter Bewehrungslagen auf das Temperaturfeld

In den vorhergehenden Abschnitten wurde das Temperaturfeld im Bereich von Einzelstäben behandelt.

Bewehrungsstäbe in dichter Folge mit bestimmtem Überdeckungsmaß oder übereinanderliegende Bewehrungslagen, wobei mindestens die Stabdurchmesser als Abstände einzuhalten sind, beeinflussen sich in ihren Erwärmungsvorgängen wechselseitig.

Die möglichen Varianten von Bewehrungen und Querschnittsgrößen können hier nicht vollständig behandelt werden. Es soll lediglich das Verhalten dichter Bewehrungslagen am Beispiel der Platte dargestellt werden, da die maßgebenden Einflußgrößen auf die Erwärmungsvorgänge auch hierbei ausreichend genau studiert werden können.

Die beschriebenen Phänomene bei der Aufheizung einzelner Bewehrungsstäbe treten umso ausgeprägter auf, je dichter die Bewehrungen angeordnet und je größer die Stabdurchmesser gewählt werden. Die Temperaturentlastung eines oberflächennahen Bewehrungsstabes nimmt wie folgt zu: Einzelstab, einlagige Bewehrungsreihe (vergl. Bild 87,88), mehrlagige Anordnung (vergl. Bild 89,90). Die absoluten Abweichungen sind jedoch bei Branddauern bis rd. 100 min nicht erheblich. Wie im Fall des Einzelstabes werden infolge der großen Temperaturleitfähigkeit des Stahles die Temperaturen im Stabebereich schnell ausgeglichen, was zu Temperatursenken auf Seiten der Wärmefront und zu -erhöhungen im abgekehrten Bereich führt. Bei einlagigen Bewehrungen klingt der Temperaturstau auf der der Wärmefront abgekehrten Seite nur sehr langsam ab (vergl. Bild 87). Der Einfluß unterschiedlicher Stabdurchmesser ist den Bildern 87 und 88 zu entnehmen.

Bei Anordnung mehrlagiger Bewehrungen wird der beschriebene Wärme flu ß erhöht, da jeder in der Wärmestromrichtung folgende Stab den Wärme flu ß vergrößert. (Vergl. Bild 89 und 90.) Ebenfalls ist die Größe der örtlichen Störung sehr stark vom Stabdurchmesser abhängig. Die Temperaturentlastung der oberflächennahen Bereiche und eine allmähliche Temperaturerhöhung innenliegender Querschnittsteile nimmt mit wachsender Beanspruchungsdauer zu (vergl. Bild 89). Zum Vergleich wird hierbei jeweils das Temperaturfeld des ungestörten Betonquerschnittes herangezogen. Für die dargestellten Fälle erfolgt in den einzelnen Bewehrungslagen in ausreichender Näherung ein Temperatureausgleich in Richtung auf das ungestörte Feld.

Insgesamt führen in allen Fällen oberflächennahe Bewehrungen zu einem schnelleren Transport der Wärmeenergie in das Querschnittsinnere. Messungen sowie Rechnungen zeigen, daß für Beanspruchungsdauern bis rd. 100 min bei oberflächennahen Bewehrungen ($\lesssim \varnothing 22 - \varnothing 24$) die Temperaturen ausreichend genau mit der mittleren "ungestörten" Isotherme eines Stahlstabes wiedergegeben werden können. Diese Annahme liegt für große Beanspruchungszeiten zunehmend auf der sicheren Seite.

Für lange Beheizungsauern und tiefliegende Stahlquerschnitte ($\bar{u} > 7$ cm) können dagegen merkliche Temperaturerhöhungen gegenüber dem Temperaturfeld des ungestörten Betonquerschnittes auftreten. Allerdings sind für die hier fraglichen Beheizungszeiten die Temperaturerhöhungen im Hinblick auf die möglichen zulässigen Toleranzen noch unerheblich. Für sehr lange Beheizungsauern (z.B. Feuerwiderstandsklasse F 120 bis F 180) müssen aber die Temperaturfelder gesondert untersucht werden.

Der effektive Temperatureausgleich im Stahl zwischen der beheizten und nicht beheizten Seite des Stabes gestattet es, in vielen Fällen die Aufwärmung der Bewehrungen günstiger als bisher üblich zu beurteilen.

Je kleiner der Stabdurchmesser gewählt wird, desto günstiger paßt sich das Temperaturfeld im allgemeinen dem des reinen Betonquerschnittes an. Daneben ergeben sich - wie oben gezeigt wurde - auch für den Brandfall wesentlich bessere Verbundeigenschaften. Ebenfalls können in diesem Zusammenhang ungünstige Eigenspannungszustände, die Betonzerstörungen zur Folge haben, bei Wahl kleiner Stabdurchmesser gering gehalten werden.

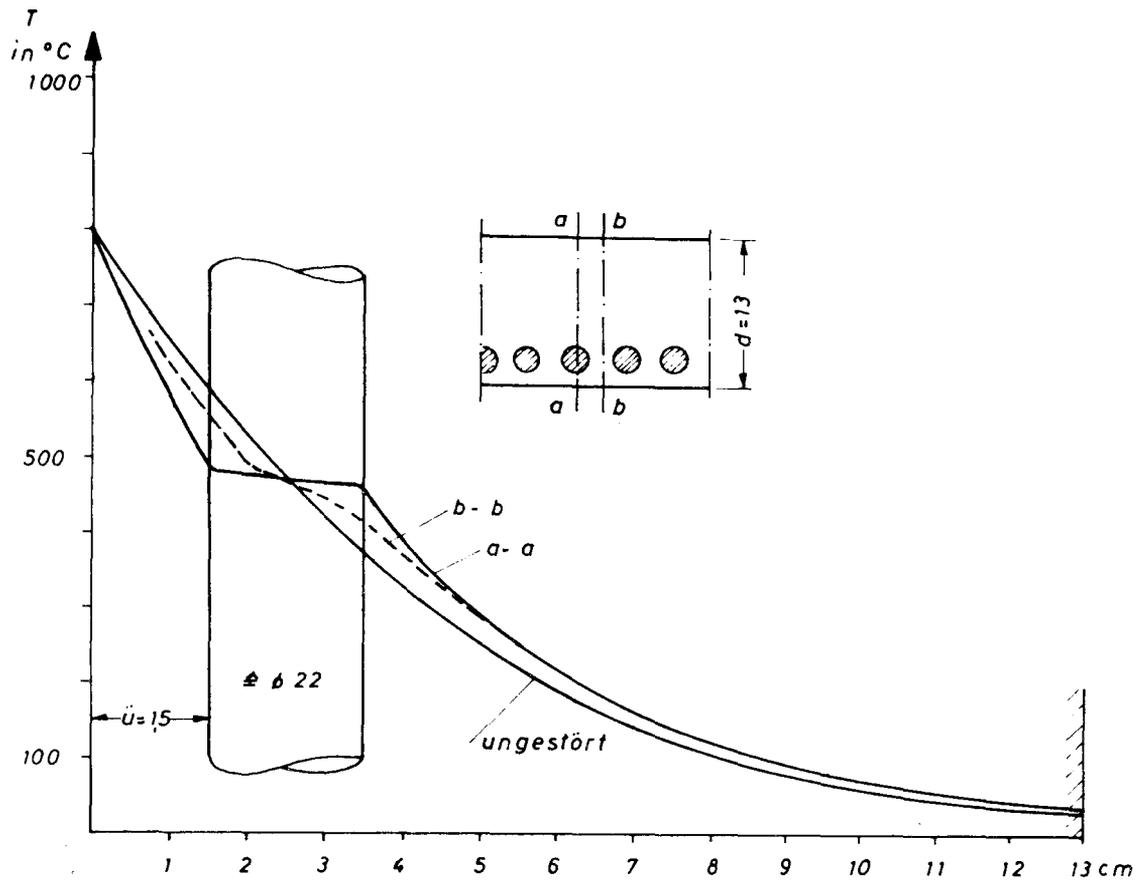


Bild 87: Stahlbetonplatte, $d = 13 \text{ cm}$; $\phi 20$, $\ddot{u} = 1,5 \text{ cm}$;
 $t = 60 \text{ min}$ Brandbeanspruchung; Rechenergebnis.

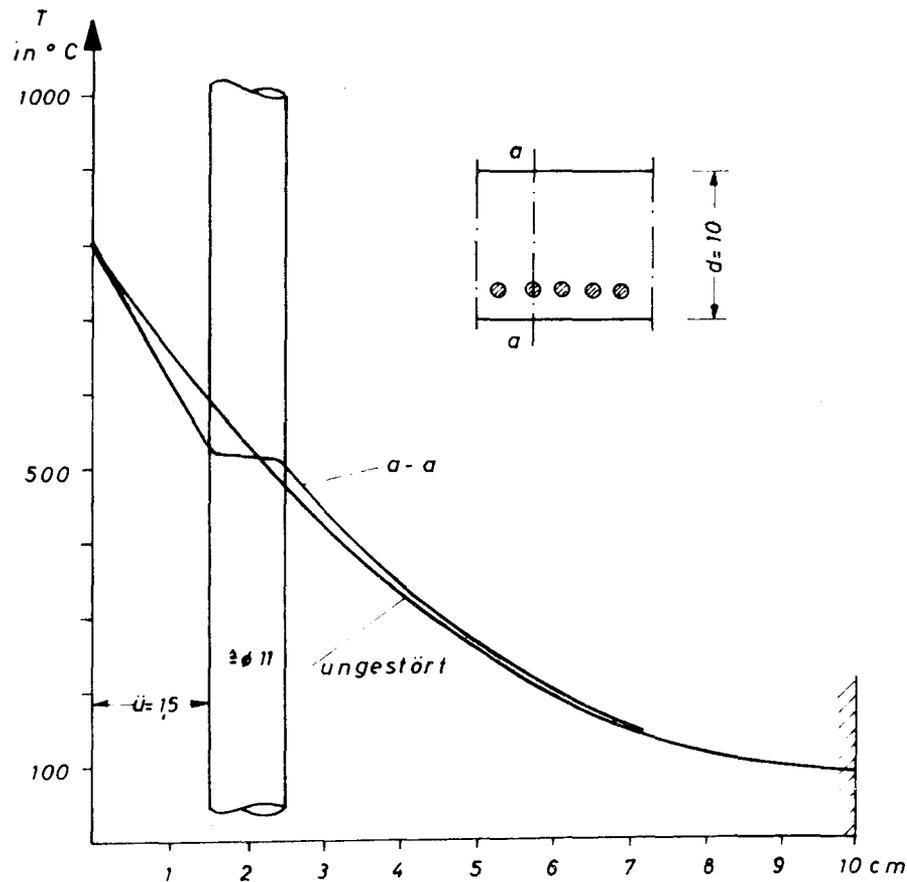


Bild 88: Stahlbetonplatte, $d = 10 \text{ cm}$; $\phi 10$, $\ddot{u} = 1,5 \text{ cm}$;
 $t = 60 \text{ min}$ Brandbeanspruchung; Rechenergebnis.

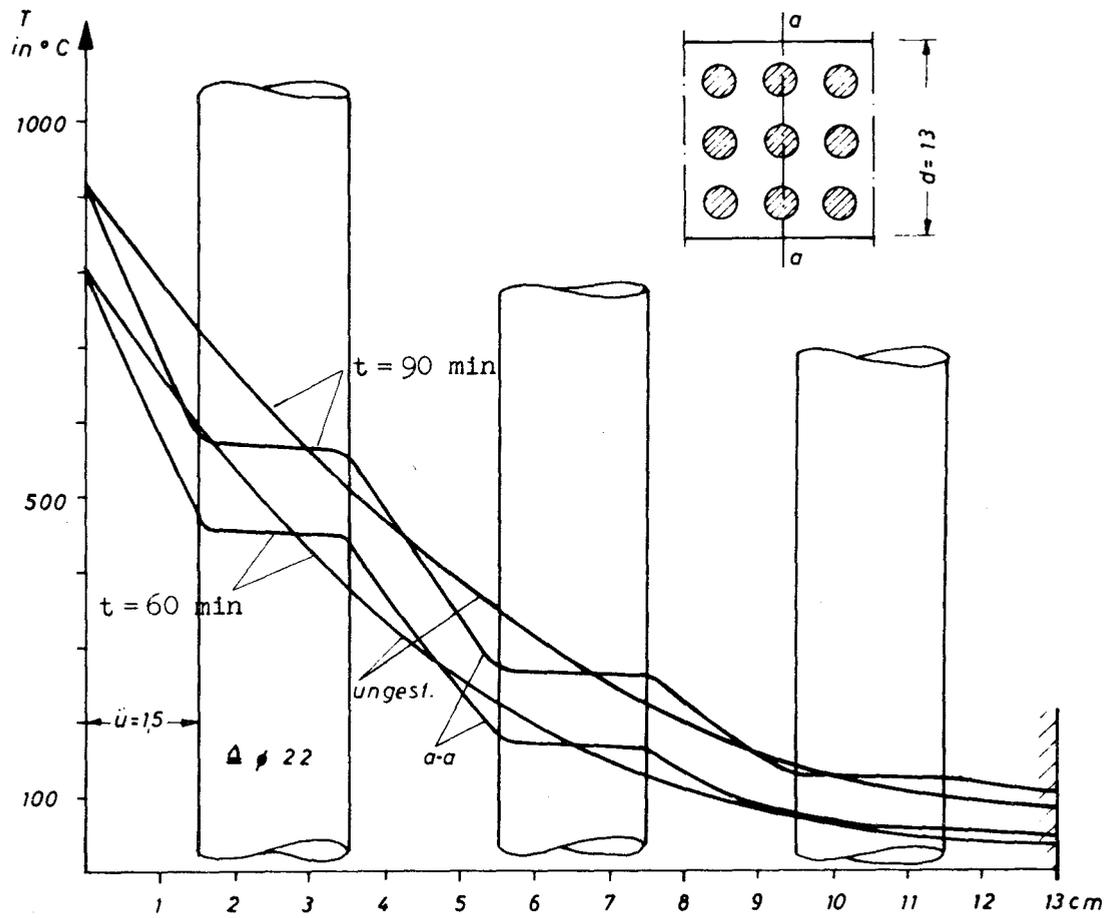


Bild 89: Stahlbetonplatte, $d = 13$ cm; $\phi 20$, $\ddot{u} = 1,5$ cm;
Stababstand 2 cm, $t = 60, 90$ min Brandbeanspruchung.

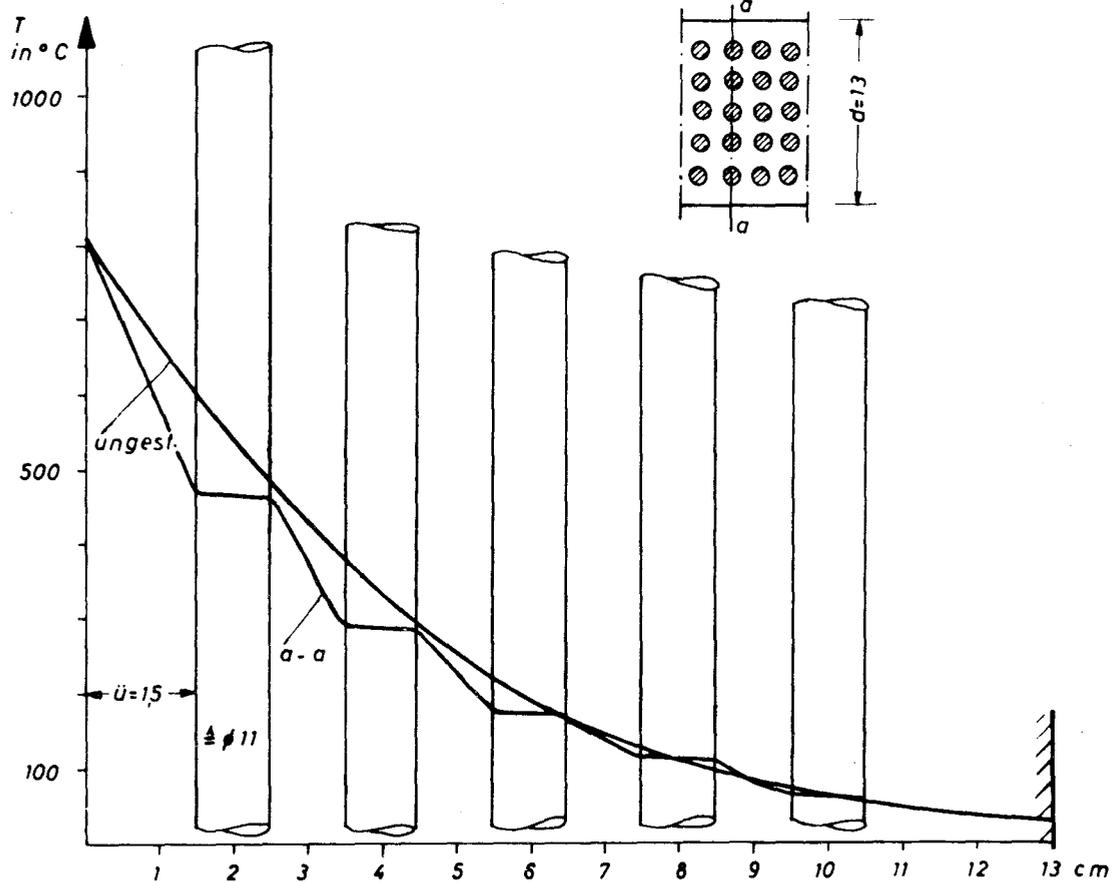


Bild 90: Stahlbetonplatte, $d = 13$ cm; $\phi 10$, $\ddot{u} = 1,5$ cm;
Stababstand 1 cm; $t = 60$ min Brandbeanspruchung.

Vorteilhaft ist jedoch, daß sich für Stäbe großer Durchmesser unter Voraussetzung gleicher Betondeckungen geringere Temperaturwerte gegenüber kleineren Durchmessern ergeben. Im Hinblick auf die Funktionsfähigkeit der Bewehrung und einer möglichen späteren Nutzung von brandgeschädigten Bauteilen sollten aber für eine brandtechnische Bemessung grundsätzlich Stäbe kleiner Durchmesser als günstiger bewertet werden.

10.6 Zusammenfassung

Die Untersuchungen zeigen, daß es am Bewehrungsstahl örtlich zu Störungen des Temperaturfeldes des homogenen Betonquerschnittes und in der Folge zu Eigenspannungszuständen kommt. In der Regel kann die Isotherme im Mittelschnitt des Stabes für die praktische Auswertung als ungestört angesehen werden. Diese Feststellung ist für die Interpretation von Versuchsergebnissen und die Übertragung der Temperaturfelder von Betonquerschnitten auf bewehrte Querschnitte wesentlich. Die übliche Praxis, die Betondeckung als maßgebend anzusehen, hat für den Vergleich bewehrter Querschnitte einen gewissen Wert, führt aber bei stark unterschiedlichen Stabdurchmessern zu Fehleinschätzungen. Empfehlenswert wäre, das Achsmaß der Bewehrungsstäbe zugrunde zu legen.

Der Einfluß dichter Bewehrungslagen auf den Erwärmungsvorgang wurde abgeschätzt.

11. Schlußbemerkung

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, für balkenartige Beton- und Stahlbetonbauteile die Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Bauteil sowie die Wärmeleitung im Querschnitt theoretisch zu erfassen und Rechengrundlagen für ein künftiges Bemessungsverfahren zu erarbeiten.

Es wurden zwei Methoden zur Berücksichtigung der Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Bauteil näher untersucht. Die Temperaturfelder in den Querschnitten wurden mit Hilfe von Differenzenrechnungen ermittelt, die aus der allgemeinen Fourierschen Differentialgleichung abgeleitet wurden.

Es wurde gezeigt, daß die gewählten theoretischen Ansätze zu gut mit der Wirklichkeit übereinstimmenden Lösungen führen. Wichtig ist diese Feststellung insbesondere für die Erfassung des schwierigen Problems der Wärmeübertragung. Hierin sieht der Verfasser einen wesentlichen Aspekt der vorliegenden Arbeit.

Die Rechenergebnisse und -voraussetzungen orientieren sich an eine Versuchsreihe mit verschiedenen Querschnitten, die unter streng eingehaltenen gleichen Versuchsbedingungen geprüft wurden. Daher gestatteten die Versuchsergebnisse sowie die Rechnungen eine vergleichende Auswertung und Korrektur der thermischen Beiwerte.

In anderen Versuchsanlagen (veränderte Ofengröße, Wahl der Brenner nach Art und Anzahl, Betriebsweise des Ofens, Auskleidungsmaterial u. dergl.) werden vermutlich Abweichungen in den Erwärmungsvorgängen der geprüften Bauteile auftreten. Eine vergleichende theoretische und experimentelle Untersuchung, die nach Möglichkeit die Einzeleinflüsse näher erfaßt, wäre erforderlich. Es ist bereits in anderen Arbeiten [21,27] aufgezeigt worden, daß die Angabe der Brandraumtemperatur zur eindeutigen Definition eines Normbrandes nicht ausreicht. Die zunächst vorgeschlagene Normierung einiger Teileinflüsse (Brennstoff, Höhe der Flammenachse, Brandraumhöhe) genügt offenbar noch nicht. Neben weiteren notwendigen Untersuchungen der Grundlagen sind für das Versuchswesen insbesondere die Bedingungen der Wärmeübertragung bei balkenartigen Bauteilen näher zu definieren.

Folgerichtig sollte dann ein Versuchsbrand durch Kennwerte für die Wärmeübertragung vom Brandraum auf das Versuchsstück normiert werden. Damit sind aber die Erwärmungsvorgänge der Querschnitte auch weitgehend theoretisch zu erfassen.

Eine theoretische, mit der Wirklichkeit übereinstimmende Lösung ist von allgemeiner Natur, sie ist frei von möglichen Zufälligkeiten und Besonderheiten eines Versuches.

Künftige Arbeiten sollten sich verstärkt auf eine Erarbeitung eines Bemessungsverfahrens für Brandlasten konzentrieren. Der Verfasser glaubt, daß unter den näher umrissenen Bedingungen der Teilaspekt der Erwärmungsvorgänge für das eindimensionale wie das zweidimensionale Wärmeleitproblem bei Betonbauteilen rechnerisch erfaßt werden kann. Notwendiger erscheint dagegen eine bessere Kenntnis der Bruchkriterien. Hierbei handelt es sich insbesondere um nähere Untersuchungen statisch unbestimmt gelagerter Bauteile, wofür bereits vielversprechende Ansätze vorliegen. Die Kenntnisse der Erwärmungsvorgänge sind hierfür eine wesentliche Voraussetzung.

A N H A N G

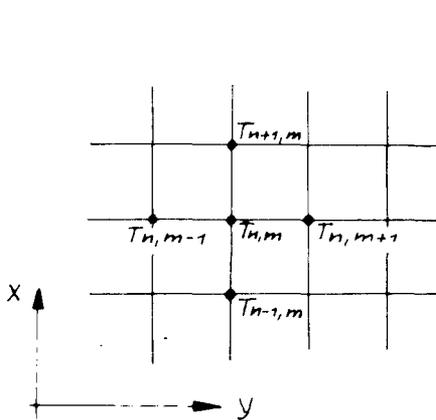
I. Rechnung mit konstanten Stoffwerten; Differenzenrechnung

1. Ableitung einer Differenzengleichung

Für den zweidimensionalen Wärmefluß bei Annahme konstanter Stoffwerte ist

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad ; \quad a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$$

Nach Ersetzen der Differentiale durch Differenzen ergibt sich:
(vergl. Bild 1)



$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{n,m,k} = \frac{T_{n,m,k+1} - T_{n,m,k}}{\Delta t} \quad ,$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_{n,m,k} = \frac{T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} - 2T_{n,m,k}}{(\Delta x)^2} \quad ,$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{n,m,k} = \frac{T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k} - 2T_{n,m,k}}{(\Delta y)^2} \quad .$$

Bei Wahl eines quadratischen Rasters ist

$$\Delta x = \Delta y \quad ;$$

$$x_n = x_0 + n \cdot \Delta x \quad ,$$

$$y_m = y_0 + m \cdot \Delta x \quad ;$$

Bild 1: Differenzen-Raster

n : Zählung der Punkte
in x -Richtung

m : Zählung der Punkte
in y -Richtung

k : Zählung der Zeitschritte damit erhält man

$$T_{n,m,k+1} = \frac{a \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} (T_{n+1,m,k} + T_{n-1,m,k} + T_{n,m+1,k} + T_{n,m-1,k} - 4T_{n,m,k}) + T_{n,m,k} \quad ;$$

$\frac{a \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2}$ wird als Beiwert oder Modul Θ der Differenzengleichung bezeichnet. (1)

2. Konvergenz und Stabilität

Anhand der Arbeit von F.B. Hildebrand [57] kann gezeigt werden, daß die Lösung der obigen Differenzengleichung mit

$$0 < \Theta \leq 1/4$$

für $\Delta t \rightarrow 0$ und $\Delta x = \Delta y \rightarrow 0$ gegen die der Differentialgleichung konvergiert.

L. Collatz [47] weist ebenfalls auf die Brauchbarkeit des obigen Differenzenansatzes hin.

Daneben ist ein Kriterium für die Stabilität der Rechnung, d.h. die mehr oder weniger große Empfindlichkeit der Lösung gegenüber Fortpflanzung eines Fehlers $\epsilon_{i,k} = T_{i,k} - T'_{i,k}$, der im Laufe der Rechnung im Gitter auftritt, zu formulieren.

Hiermit sind auch Kriterien für physikalisch sinnvolle Lösungen verbunden.

"Stabile" Lösungen sind unempfindlich gegenüber Fehlerfortpflanzungen und alternierenden Werten aus physikalischen Widersprüchen.

Der Stabilitätsnachweis wird durch folgende Überlegung geführt: In einem zweidimensionalen Temperaturfeld seien für $t = k$ alle Temperaturen gleich 0 mit Ausnahme der im Punkt (u, m) , die einen endlichen und positiven Wert aufweise. Für $\mathcal{G} > 1/4$ wird die Temperatur für $t = k+1$ negativ. Setzt man diese Temperatur gleich einem Fehler ξ , so ergibt die weitere Ausgleichsrechnung (vergl. ξ -Schema, Seite 10) ein Anwachsen des Fehlers mit alternierenden Vorzeichen -Instabilität-.

Eine negative Temperatur in Punkt (u, m) kann bei natürlicher Wärmeleitung nicht auftreten und widerspricht dem Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik.

Daher müssen die Koeffizienten der rechten Gleichungsseite der Differenzgleichung stets > 0 sein. Hierbei ergibt die Ausgleichsrechnung für ein allmähliches Abklingen des Fehlers.

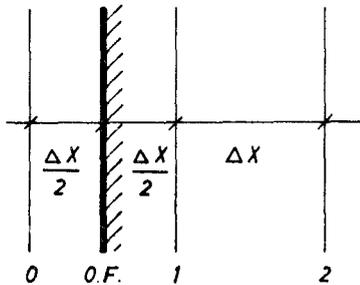
Man erhält folgende Beiwert-Bedingung:

$$T_{u,m,k+1} = \mathcal{G} (T_{u+1,m,k} + T_{u-1,m,k} + T_{u,m+1,k} + T_{u,m-1,k}) + (1-4\mathcal{G})T_{u,m,k}$$

$$1 - 4\mathcal{G} \geq 0 \tag{1a}$$

$$\mathcal{G} \leq 1/4 ; \text{ vergl. auch [47].}$$

Unter Pkt. 8.3 werden als Randbedingung Oberflächentemperaturen vorgegeben. Fällt die Oberfläche mit dem Differenzenraster zusammen, so wird in der Rechnung die Wärmekapazität eines Bereiches von der Breite $\Delta x/2$ bzw. $\Delta y/2$ vernachlässigt. Dieser Fehler kann durch das Rechnen mit einem Hilfspunkt außerhalb des Körpers im Abstand von $\Delta x/2$ bzw. $\Delta y/2$ vermieden werden. Es ist



$$T_{0,m,k} = 2 T_{0F,m,k} - T_{1,m,k}$$

Die Wahl eines Hilfspunktes führt zu einer weiteren Beiwert-Bedingung für die Stabilität der Lösung (vergl. auch III,3).
Man erhält

$$T_{1,m,k+1} = \mathcal{G} (T_{2,m,k} + 2 T_{0F,m,k} + T_{1,m-1,k} + T_{1,m+1,k}) + (1-5\mathcal{G})T_{1,m,k}$$

$$\mathcal{G} \leq 1/5$$

Dies bedingt bei gleichgewählter Rasterteilung einen um mindestens 25 % höheren Rechenaufwand gegenüber einem Beiwert $\mathcal{G} = 1/4$. Der Fehler bei Annahme des ersten Temperaturpunktes auf dem Rande kann aber bei engen Abschnittsbreiten Δx bzw. Δy klein gehalten werden, zumal eine enge Rasterteilung durch eine zusätzliche Bedingung für die zeitlich veränderlichen Randwerte (Oberflächentemperaturen) notwendig ist.

Die Oberflächentemperaturen steigen i.M. während der ersten 10 bis 15 min Brandbeanspruchung um rd. $50^\circ\text{C}/\text{min}$. In die Rechnung werden Mittelwerte T_{0F} für die einzelnen Zeitintervalle Δt eingeführt, d.h. für einen Zeitschritt ist ein gemittelter konstanter Wärmestrom maßgebend. Vergleichsrechnungen zeigen, daß die Temperaturintervalle im Anfangsbereich $\leq 50^\circ\text{C}$ anzusetzen

sind, um den Fehler aus der "Abtreppung" der Randtemperaturen klein zu halten. Diese Bedingung führt zu Gitterweiten von etwa 1 cm.

Daher wird im folgenden mit einer einfachen Behandlung der Randbedingung (erster Temperaturpunkt auf dem Rand) gerechnet. Die Genauigkeit der Lösung wird an theoretischen Lösungen für einige einfache Fälle überprüft.

Man wählt für Θ den größtmöglichen Wert mit $1/4$; damit vereinfacht sich Gl. (1) zur bekannten Form [19,39]

$$T_{u,m,k+1} = \frac{1}{4} (T_{u+1,m,k} + T_{u-1,m,k} + T_{u,m+1,k} + T_{u,m-1,k}) \quad (2)$$

Die Temperatur eines Punktes (u,m) zum Zeitpunkt $k+1$ ergibt sich aus der Mittelbildung der Temperaturen der umliegenden Gitterpunkte zum Zeitpunkt k . Mit $\alpha \cdot \Delta t / \Delta x^2 = 1/4$ sind Zeitschritt und Rasterweite voneinander abhängig. Die Rechnung des Temperaturfeldes im Querschnittsinnern beschränkt sich jeweils auf die Rechnung eines einfachen Sternes.

3. Randbedingungen

1. Beheizte Berandungen

$$T_{N,m}, T_{u,M} = f(T)$$

Die Oberflächentemperaturen werden den Diagrammen in Abschnitt 6.4 entnommen. Für jedes Intervall Δt wird die zugehörige Mitteltemperatur eingesetzt (Abtreppung der Temperatur-Zeit-Kurve).

2. Symmetriebedingung wegen symmetrischer Temperaturbelastung des Profiles. Es ist

$$T_{+1,m,k} = T_{-1,m,k}$$

3. Für den oberen nicht beheizten Rand ist eine Wärmeübergangsbedingung zum Luftkörper zu erfüllen. Die Längenkoordinate wird so eingeteilt, daß der obere Rand mit einer Rasterteilung zusammenfällt¹⁾. Das Raster wird mit einer Breite über den Rand

hinaus erweitert, damit erhält man Hilfspunkte mit fiktiven Temperaturen $T_{u,0,k}$.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{1,u,k} = \frac{\alpha}{\lambda} (T_{u,1,k} - T_{Luft}) = \frac{1}{2\Delta x} (T_{u,2,k} - T_{u,0,k}) \quad (3)$$

1) Für die gewählte Rasterteilung ($\Delta x = 0,01 \text{ m}$) ist es bei Behandlung des oberen Randes nicht erforderlich, eine im Hinblick auf die Rechengenauigkeit zweckmäßige Überlappung des Randes mit $1/2 \Delta x$ anzustreben.

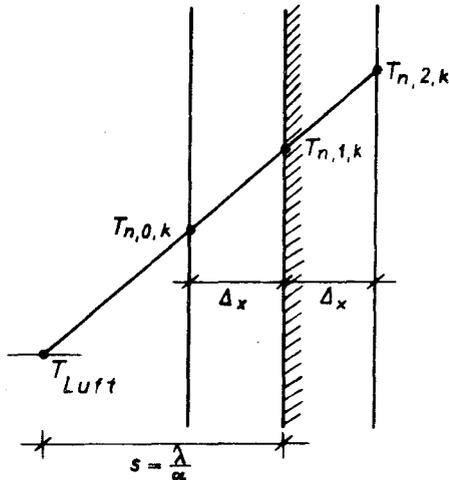


Bild 2: Randbedingung oberer Rand

$$T_{n,1,k} = \frac{1}{2} (T_{n,0,k} + T_{n,2,k})$$

$$T_{n,0,k} = 2 \Delta x \frac{T_{Luft} - T_{n,2,k}}{s + \Delta x} + T_{n,2,k}$$

$$= \frac{2 \Delta x}{s + \Delta x} \cdot T_{Luft} - \frac{2 \Delta x}{s + \Delta x} \cdot T_{n,2,k} + T_{n,2,k}$$

oder

$$T_{n,0,k} = \frac{2 \Delta x}{s + \Delta x} T_{Luft} + \left(1 - \frac{2 \Delta x}{s + \Delta x}\right) T_{n,2,k} \quad (4)$$

Aus der Wärmeübergangsbedingung und Gl. (1a) erhält man als Stabilitätskriterium $\zeta \leq 1/\left(3 + \frac{\Delta x}{s}\right)$. Diese Bedingung kann für die auftretenden α - und λ -Werte stets erfüllt werden.

Für eine geschätzte Wärmeübergangszahl zum Lufterkörper von $\alpha = 8$ bis $15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$, $\lambda = 1,10 \text{ kcal/m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$ und $\Delta x = 0,01 \text{ m}$ ergibt sich, daß der erste Ausdruck in Gl. (4) bei einer angenommenen konstanten Lufttemperatur von 20°C als klein vernachlässigt werden kann. Damit ist

$$T_{n,0,k} \approx \left(1 - \frac{2 \Delta x}{s + \Delta x}\right) T_{n,2,k} = c_\alpha \cdot T_{n,2,k} \quad (5)$$

4. Genauigkeit der Lösung

Für $\Delta x \rightarrow 0$ und $\Delta t \rightarrow 0$ geht die Differenzengleichung in die Differentialgleichung über; die Genauigkeit der Lösung nimmt mit kleiner werdendem Δx bzw. Δt zu. Eine allgemeine mathematische Fehlerabschätzung aus der endlichen Abschnittsbreite ergibt nur eine Größenordnung des Fehlers.

Wegen der besonderen Behandlung der Randpunkte wird die Genauigkeit der Lösung durch Vergleich mit dem theoretisch bekannten Grundfall der unendlichen Halb-Körpers unter Anwendung obiger Differenzengleichungen untersucht. Hierdurch gewinnt man für allgemeinere Fälle gute Anhaltspunkte, jedoch keine Allgemeingültigkeit.

Unendlich ausgedehnte Platte: Die Oberflächentemperatur wird auf $T_{0F} = 1000^\circ\text{C}$ gebracht und beibehalten; Anfangstemperaturverteilung in der Platte $T_{0R} = 0^\circ\text{C}$; $\alpha = \text{const.} = 0,001875 \text{ m}^2/\text{h}$

$$\frac{T - T_{0F}}{T_{0R} - T_{0F}} = \phi\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{u=0}^{u=\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}} e^{-u^2} du; \quad T = T_{0F} \left[1 - \phi\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}\right)\right];$$

Differenzengleichung nach Gl. (2); $\Delta x = 0,01 \text{ m}$; α wie oben; $\Delta t = 0,8'$
Rechnung ohne Hilfspunkt.

t in h	x = 0,01 m		x = 0,03 m		x = 0,05 m		x = 0,10 m	
	Theor. Lösg.	Diff. Rechng.	Theor. Lösg.	Diff. Rechng.	Theor. Lösg.	Diff. Rechng.	Theor. Lösg.	Diff. Rechng.
0,133 (= 8')	654,5	$\frac{663,6}{1,4\%}$	179,1	$\frac{189,2}{5,3\%}$	25,4	$\frac{26,6}{4,5\%}$	0	$\frac{0}{0}$
0,400 (=14')	796,3	$\frac{798,2}{0,23\%}$	438,5	$\frac{442,6}{1,3\%}$	196,9	$\frac{200}{1,5\%}$	9,90	$\frac{9,55}{3,5\%}$
0,667 (=40')	841,4	$\frac{842,4}{0,12\%}$	548,8	$\frac{550,6}{0,33\%}$	317,5	$\frac{319,7}{0,69\%}$	45,8	$\frac{46,3}{1,1\%}$
0,933 (=56')	865,8	$\frac{866,3}{0,06\%}$	612,2	$\frac{613,4}{0,19\%}$	398,2	$\frac{399,7}{0,38\%}$	91,2	$\frac{91,7}{0,55\%}$
1,20 (=72')	881,5	$\frac{881,7}{0,02\%}$	654,9	$\frac{655,3}{0,06\%}$	456,4	$\frac{456,8}{0,08\%}$	137	$\frac{136}{0,36\%}$

Temperaturen in °C

5. Programmierung

Das Problem wurde programmiert und elektronisch durchgerechnet. Die Rechnungen erfolgten im Rechenzentrum der Technischen Hochschule Braunschweig (Rechenanlage X1 - Elektrologica).

Das Programm wurde in ALGOL aufgestellt; Bild 3 zeigt das Flußdiagramm. Wegen der erforderlichen Eindeutigkeit der Symbole werden die laufenden Punkte in X- und Y-Richtung mit i und j bezeichnet.

Für die Rechnung werden folgende Daten eingegeben:

1. Anzahl der zu rechnenden Zeitschritte
2. Geometrische Abmessungen des Profiles (Rasterpunkte N, M)
3. Beiwert C_α für Randbedingung an der nicht beflamten Seite des Balkens
4. Oberflächentemperaturen $T_{i,M,K}$ und $T_{N,m,K}$ für die Zeitintervalle $\chi \Delta t$ für $\chi = 1, 2 \dots K$
5. Anfangstemperaturverteilung.

6. Daten

6.1 Rasterbreite; Zeitschritte

Nach einer Fehlerrechnung wurde die größte Schrittweite mit 0,01 m festgelegt (vergl. oben). Sie ergibt sich aus einer Begrenzung der Temperaturschritte an den Rändern und der Erfüllung der Stabilitäts- und Konvergenzbedingung für die Lösung.

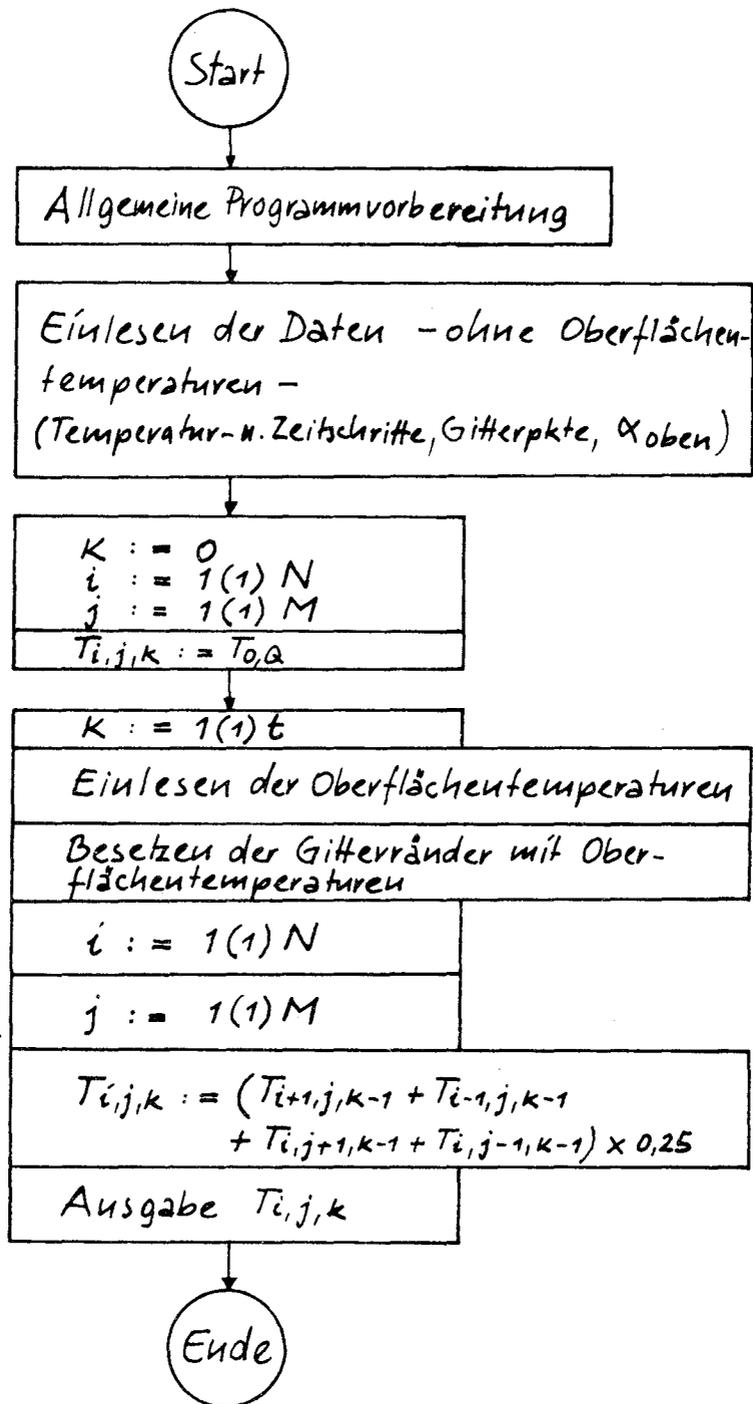


Bild 3: Flußdiagramm. Wärmeleitung in Rechteckquerschnitten für $\lambda = \text{const.}$; Oberflächentemperaturen.

Für Beton I,1 (Rheinkies) ist

$$\text{mit } \lambda_{\text{mittel}} = 1,10 \text{ kcal/m}\cdot\text{h}\cdot\text{grd}$$

$$\text{und } \rho \cdot g = 0,25 \cdot 2340 = 585 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{grd} \quad a = 0,001875 \text{ m}^2/\text{h}$$

für Muschelkalkbeton ist

$$\lambda_{\text{mittel}} = 0,86 \text{ kcal/m}\cdot\text{h}\cdot\text{grd}$$

$$\text{und } \rho \cdot g = 600 \text{ kcal/m}^3 \cdot \text{grd} \quad a = 0,000143 \text{ m}^2/\text{h}.$$

Damit ist für

$$\text{Beton-Rheinkies : } \Delta t = \frac{\Delta x^2}{4a} = \frac{1 \text{ h}}{75} = 0,8'$$

$$\text{Muschelkalkbeton: } \Delta t = \frac{\Delta x^2}{4a} = \frac{1 \text{ h}}{57,2} = 1,05'$$

Die Anzahl der Rechenzyklen ergibt sich aus der Brandbeanspruchungsdauer und den Zeitschritten Δt .

6.2 Aus den geometrischen Abmessungen des Profiles erhält man die Anzahl der das Feld begrenzenden Rasterpunkte.

6.3 Randbedingung für den nicht beflamnten, oberen Rand:

$$T_{n,0,k} \approx \left(1 - \frac{2\Delta x}{s+\Delta x}\right) T_{n,2,k} = C_\alpha \cdot T_{n,2,k} ; \quad s = \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$\alpha = 8 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}\cdot\text{grd} ; \quad s = 0,137 \text{ m} ; \quad C_\alpha = 0,86$$

$$\alpha = 15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}\cdot\text{grd} ; \quad s = 0,073 \text{ m} ; \quad C_\alpha = 0,76$$

6.4 Oberflächentemperaturen vergl. Textteil, Pkt. 3.1.

6.5 Anfangstemperaturverteilung: $+10^\circ\text{C}$.

II. Rechnung mit variablen (temperaturabhängigen) Stoffwerten; Differenzenrechnung

1. Ableitung einer Differenzgleichung

Gl. (5b) -Textteil- lautet für einen beliebigen Punkt (n,m) im Feld zum Zeit-

punkt K :

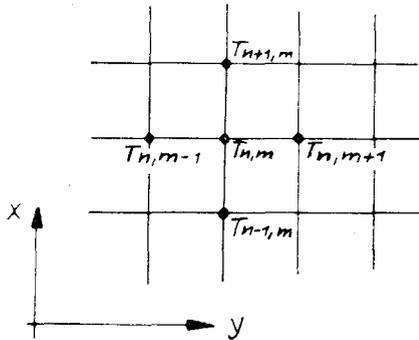
$$c_{p,u,m,k} \cdot \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{u,m,k} = \bar{\lambda}_{u,m,k} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{u,m,k} + \left(\frac{d\bar{\lambda}}{dT} \right)_{u,m,k} [\dots]_{u,m,k}$$

$\bar{\lambda}_{u,m,k}$ gilt bei Auflösung des ersten Klammerausdruckes in Differenzenquotienten nach I,1 gleichermaßen für alle aufgeführten Rasterpunkte. Umständlicher und schwieriger für die praktische Anwendung ist die Auflösung des zweiten Ausdruckes. Bei Vernachlässigung des zweiten Termes ergeben sich nach einer Fehlerabschätzung für Bereiche mit steilem Temperaturgradienten (oberflächennahe Bereiche < 3 cm) Fehler ≥ 10 %.

Daher wird unter Benutzung von Gl. (5) -Textteil- folgender Lösungsansatz gewählt:

$$c_{p,u,m,k} \cdot \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{u,m,k} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{u,m,k} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{u,m,k}$$

Hierbei ist



$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{u,m,k} = \frac{T_{u,m,k+1} - T_{u,m,k}}{\Delta t}$$

und

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{u-1,m,k; u,m,k} = \frac{\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m,k}}{2} \cdot \frac{T_{u-1,m,k} - T_{u,m,k}}{\Delta x}$$

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{u,m,k; u+1,m,k} = \frac{\lambda_{u,m,k} + \lambda_{u+1,m,k}}{2} \cdot \frac{T_{u,m,k} - T_{u+1,m,k}}{\Delta x} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{u,m,k} &= \frac{1}{2(\Delta x)^2} \left[(\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m,k})(T_{u-1,m,k} - T_{u,m,k}) \right. \\ &\quad \left. - (\lambda_{u,m,k} + \lambda_{u+1,m,k})(T_{u,m,k} - T_{u+1,m,k}) \right] \\ &= \frac{1}{2(\Delta x)^2} \left[T_{u-1,m,k} (\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) \right. \\ &\quad \left. + T_{u+1,m,k} (\lambda_{u+1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) \right. \\ &\quad \left. - T_{u,m,k} (\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u+1,m,k} + 2\lambda_{u,m,k}) \right] \end{aligned}$$

Entsprechend ergibt sich für

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{i,m,k} = \frac{1}{2(\Delta y)^2} \left[T_{i,m-1,k} (\lambda_{i,m-1,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. + T_{i,m+1,k} (\lambda_{i,m+1,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. - T_{i,m,k} (\lambda_{i,m-1,k} + \lambda_{i,m+1,k} + 2\lambda_{i,m,k}) \right];$$

für die vollständige Differenzengleichung ist damit für $\Delta x = \Delta y$

$$c_{p,i,m,k} \cdot \rho \frac{T_{i,m,k+1} - T_{i,m,k}}{\Delta t} = \frac{1}{2(\Delta x)^2} \left[T_{i-1,m,k} (\lambda_{i-1,m,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. + T_{i+1,m,k} (\lambda_{i+1,m,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. + T_{i,m-1,k} (\lambda_{i,m-1,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. + T_{i,m+1,k} (\lambda_{i,m+1,k} + \lambda_{i,m,k}) \right. \\ \left. - T_{i,m,k} (\lambda_{i-1,m,k} + \lambda_{i+1,m,k} + \lambda_{i,m-1,k} + \lambda_{i,m+1,k} + 4\lambda_{i,m,k}) \right]$$

und

$$T_{i,m,k+1} = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{p,i,m,k} \cdot \rho} [\dots] + T_{i,m,k} \quad (6)$$

Die spezifische Wärme $c_{p,i,m,k}$ wird mit λ zu einem Rechenwert $\bar{\lambda}$ zusammengefaßt. c_{pm} sei ein mittlerer, konstanter Rechenwert für den gesamten Temperaturbereich.

$$\lambda_{i+1,m,k} \frac{c_{p,i,m,k}}{c_{pm}} \approx \lambda_{i+1,m,k} \frac{c_{p,i+1,m,k}}{c_{pm}} = \bar{\lambda}_{i+1,m,k};$$

$$\lambda_{i-1,m,k} \frac{c_{p,i,m,k}}{c_{pm}} \approx \lambda_{i-1,m,k} \frac{c_{p,i-1,m,k}}{c_{pm}} = \bar{\lambda}_{i-1,m,k};$$

...

Damit ist:

$$T_{u,m,k+1} = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot \rho} \left[T_{u-1,m,k} (\bar{\lambda}_{u-1,m,k} + \bar{\lambda}_{u,m,k}) + \dots - T_{u,m,k} (\bar{\lambda}_{u-1,m,k} + \bar{\lambda}_{u+1,m,k} + \bar{\lambda}_{u,m-1,k} + \bar{\lambda}_{u,m+1,k} + 4\bar{\lambda}_{u,m,k}) \right] + T_{u,m,k} \quad (7)$$

Die rechte Gleichungsseite enthält alle Temperaturen des Sternes und die zugehörigen $\bar{\lambda}$ -Werte zum Zeitpunkt k . Für den mittleren Gitterpunkt (u, m) wird die Temperatur zum Zeitpunkt $k+1$ ermittelt.

2. Stabilität der Lösung

a) Instabile Lösungen infolge physikalischer Widersprüche werden vermieden, wenn

$$\bar{\Theta} (\bar{\lambda}_{u-1,m,k} + \bar{\lambda}_{u+1,m,k} + \bar{\lambda}_{u,m-1,k} + \bar{\lambda}_{u,m+1,k} + 4\bar{\lambda}_{u,m,k}) \leq 1 \quad (8)$$

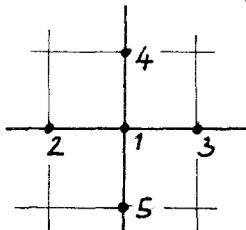
gehalten wird,

wobei $\bar{\Theta} \cdot \bar{\lambda}_{\max} \leq 1/8$

und $\bar{\lambda}_{u-1,m,k}, \bar{\lambda}_{u+1,m,k}, \bar{\lambda}_{u,m-1,k}, \bar{\lambda}_{u,m+1,k}, \bar{\lambda}_{u,m,k} \leq \bar{\lambda}_{\max}$ ist.

b) Wird entsprechend der Rechenvorschrift der Differenzengleichung für einen Zusatzfehler ε , der an einer beliebigen Stelle im Feld auftreten kann, ein Rechenschema aufgestellt, so erhält man bezüglich der Fehlerfortpflanzung schnell einen Aufschluß über die Stabilität der Gleichung (ε -Schema [47]).

$$\varepsilon_{1,k} = \bar{\Theta} \left[\varepsilon_{2,k-1} (\bar{\lambda}_{2,k-1} + \bar{\lambda}_{1,k-1}) + \varepsilon_{4,k-1} (\bar{\lambda}_{4,k-1} + \bar{\lambda}_{1,k-1}) + \varepsilon_{3,k-1} (\bar{\lambda}_{3,k-1} + \bar{\lambda}_{1,k-1}) + \varepsilon_{5,k-1} (\bar{\lambda}_{5,k-1} + \bar{\lambda}_{1,k-1}) - \varepsilon_{1,k-1} (\bar{\lambda}_{2,k-1} + \bar{\lambda}_{3,k-1} + \bar{\lambda}_{4,k-1} + \bar{\lambda}_{5,k-1} + 4\bar{\lambda}_{1,k-1}) \right] + \varepsilon_{1,k-1} \quad (9)$$



$k=1$; $\varepsilon_{1,1} = \varepsilon$

Bei günstiger Fehlerfortpflanzung soll unter Berücksichtigung alternierender Vorzeichen und wechselnder Beträge sein:

Für Punkt 1: $\varepsilon_{1,3} - \varepsilon_{1,1} \leq 0$

Für Punkt 5: $\varepsilon_{5,4} - \varepsilon_{5,2} \leq 0$

Mit $\bar{\lambda}_{u,m,k} \cdot \theta \leq \bar{\lambda}_{\max} \theta \leq 1/8$ und $\bar{\lambda} = f(T)$ -vergl. S.70 - können diese Bedingungen nach Auswertung der Gl. (9) stets erfüllt werden. Analog liegen für andere Rasterpunkte ebenfalls abklingende Fehlerfortpflanzungen vor.

3. Randbedingungen

1. Beheizte Berandungen: wie unter I,3

$$T_{N,m}; T_{u,M} = f(T)$$

2. Symmetriebedingung aus symmetrischer Temperaturbelastung: wie unter I,3

3. Wärmeübergangsbedingung für den nicht beheizten, oberen Rand: wie unter I,3.

4. Programmierung

Die abgeleitete Differenzenrechnung wurde wegen des umfangreichen Rechenaufwandes programmiert und elektronisch durchgeführt. Das Programm wurde in ALGOL aufgestellt. Die Bilder 5 und 6 zeigen das Flußdiagramm und die Prozedur zur Berechnung der Gitterpunkte.

Die Rechnung berücksichtigt konstante Oberflächentemperaturen über die einzelnen beheizten Ränder.

Für eine Rechnung werden folgende Daten eingegeben:

1. Geometrische Abmessungen des Profiles (Anzahl der Rasterpunkte N, M)

2. Anzahl der Zeitschritte

3. Beiwert $\frac{\Delta t}{2 \cdot (\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot \rho}$

4. Beiwert $C\alpha$ für Randbedingung am oberen, nicht beflamnten Rand.

5. Koeffizienten für Rechnung $\bar{\lambda}$

6. Oberflächentemperaturen $T_{u,M,k}$ und $T_{N,m,k}$

7. Anfangstemperaturverteilung.

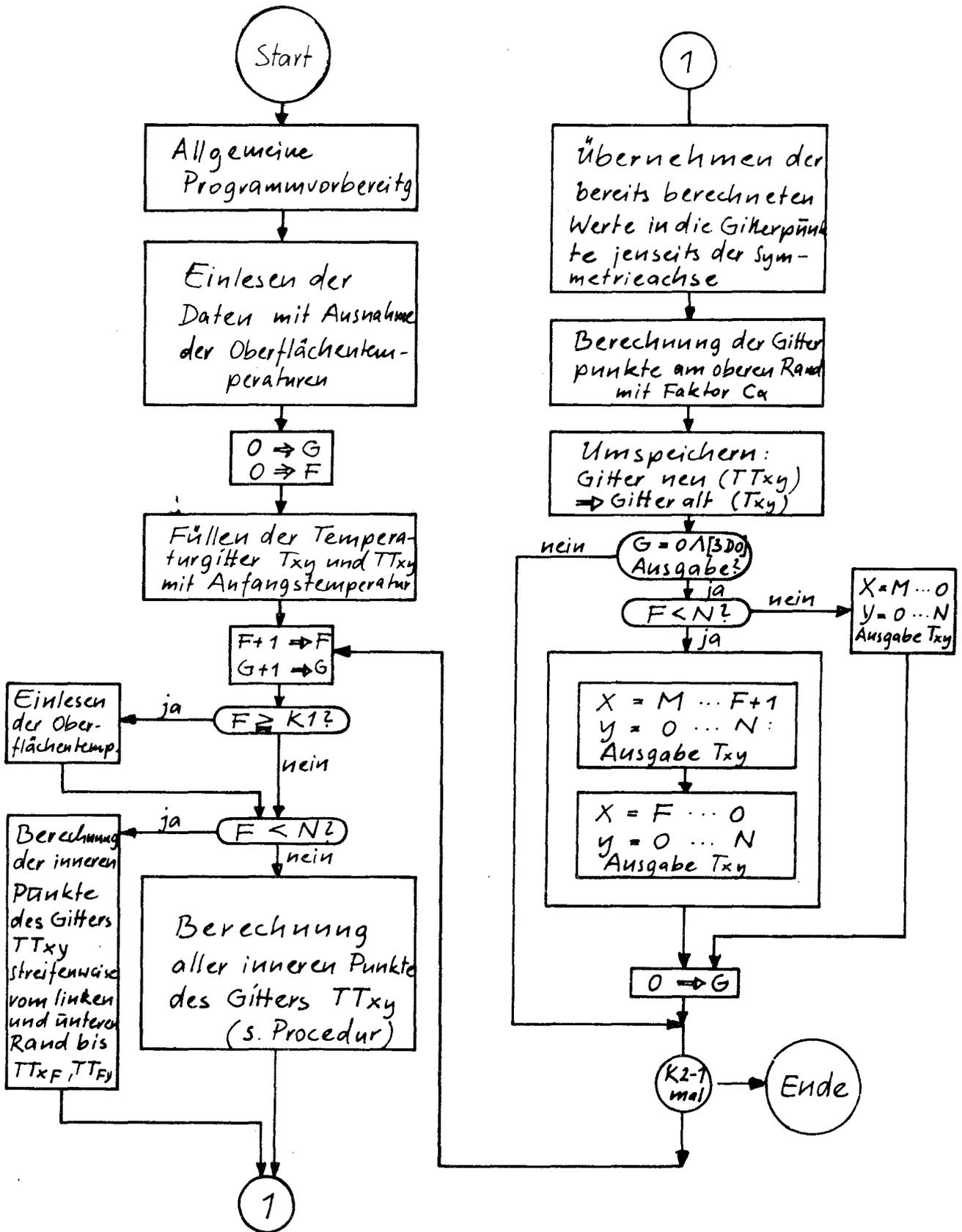


Bild 4: Flußdiagramm. Wärmeleitung in Rechteckquerschnitten für $\lambda = f(T)$; Oberflächentemperaturen.

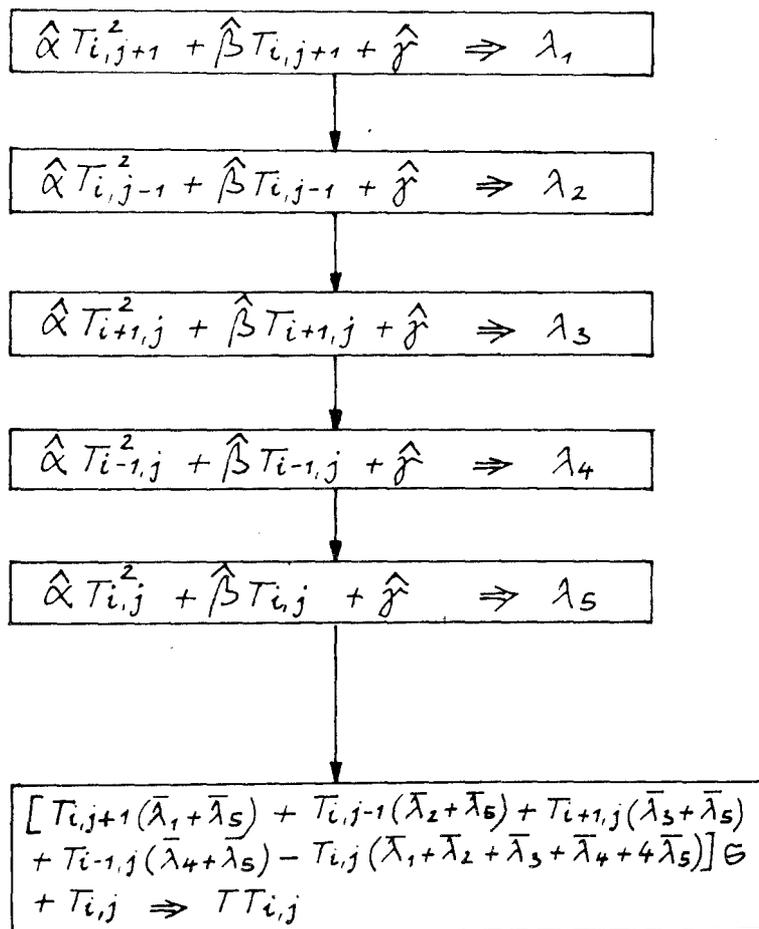


Bild 5: Prozedur; Rechnung der Gitterpunkte;
 $\lambda = f(T)$

5. Daten

5.1 Anzahl der das Feld begrenzenden Rasterpunkte nach der Geometrie des Profiles.

5.2 Schrittbreite des Rasters wie unter I,2. Unter Berücksichtigung der Beiwertbedingung $\bar{\Theta}$ (vergl. 5.3) ergibt sich die Zyklenzahl aus Δt und der Beheizungsdauer.

5.3 Beiwert $\bar{\Theta} = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot g}$; mit $\bar{\lambda}_{n,m,k} \cdot \bar{\Theta} \leq 1/8$ ist für den Standardbeton (Beton I,1)

$$\Delta t = 0,665' = 0,01108^h$$

$$\Delta m = 0,01 \text{ m}$$

$$c_{pm} = 0,25 \text{ kcal/kg} \cdot \text{grad}$$

$$g = 2340 \text{ kp/m}^3$$

$$\bar{\Theta} = 0,0946$$

Für Betone mit kleineren Wärmeleitahlen (z.B. Muschelkalkbeton) ergeben sich entsprechend größere Werte Δt .

5.4 Randbedingung oberer Rand wie unter I, 6.3; $C\alpha = C\alpha_m$
(Mittelwert für $\bar{\lambda}_{\text{mittel}}$)

5.5 Wärmeleitahl $\bar{\lambda}$:

Den Rechnungen werden $\bar{\lambda}$ -Werte nach Bild 40, vergl. Text Pkt. 8.4, zugrundegelegt. Im Programm ist $\bar{\lambda}(T)$ als Polynom angesetzt.

5.6 Oberflächentemperaturen vergl. Pkt. I,6.4.

5.7 Anfangstemperaturverteilung: $T_{0,Q} = +10^\circ\text{C}$.

III. Rechnerischer Ansatz unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangsbedingung

1. Wärmeübergangsbedingung als Differenzenrechnungsansatz

Es ist

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{OF} = \frac{\alpha_{ges}}{\bar{\lambda}(T)} (T_{OF} - T_{BR}) \quad (10)$$

Hierbei ist:

T_{OF} : Oberflächentemperatur

T_{BR} : Gastemperatur des Brandraumes

Die Randbedingung wird durch Hilfspunkte, die im Abstand von $\Delta x/2$ bzw. $\Delta y/2$ vom Rande liegen, in der Differenzenrechnung exakt erfüllt. Aus dem Differenzenansatz für den Temperaturgradienten an der Oberfläche folgt die Temperatur der Hilfspunkte außerhalb des Querschnittes.

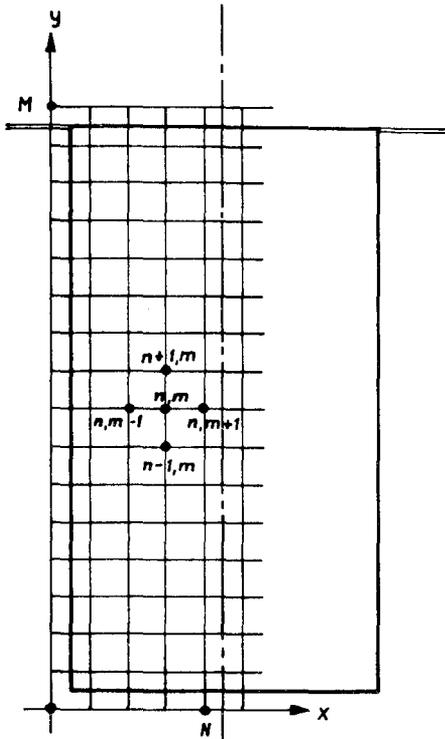


Bild 6: Differenzenraster

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{n,1/2,k} = \frac{T_{n+1,k} - T_{n-1,k}}{\Delta x}$$

entsprechend ist in der y-Richtung für eine quadratische Rasterteilung ($\Delta x = \Delta y$):

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{1/2,m,k} = \frac{T_{1,m,k} - T_{1,m,k}}{\Delta y}$$

Setzt man $T_{OF} = T_{1/2,m,k}$ bzw. $T_{n,1/2,k}$ und

$$T_{1/2,m,k} = 1/2 (T_{0,m,k} + T_{1,m,k})$$

$$T_{n,1/2,k} = 1/2 (T_{n,0,k} + T_{n,1,k})$$

dann erhält man nach Gl. (10) mit

$$S_x = \frac{\bar{\lambda}(T)}{\alpha_x(T)} \quad \text{und} \quad S_y = \frac{\lambda(T)}{\alpha_y(T)}$$

$$T_{n,0,k} = \frac{T_{n+1,k}(2S_x - \Delta x) + 2T_{BR,k+1} \cdot \Delta x}{2S_x + \Delta x} \quad (11)$$

$$T_{0,m,k} = \frac{T_{1,m,k}(2S_y - \Delta x) + 2T_{BR,k+1} \cdot \Delta x}{2S_y + \Delta x} \quad (11a)$$

Hierbei sind $\alpha_x(T)$ und $\alpha_y(T)$ vom Beiwert φ abhängige, gesamte Wärmeübergangszahlen unter Berücksichtigung von α_{Kx} bzw. α_{Ky} .

$T_{0,m,k}$ und $T_{n,0,k}$ werden als fiktive Oberflächentemperaturen (Hilfstemperaturen) behandelt, mit deren Hilfe die Temperaturfelder im Querschnittsinnern wie unter Pkt. II, 1 errechnet werden. Die fiktiven Oberflächentemperaturen $T_{0,m,k}$ und $T_{n,0,k}$ müssen zunächst mit Hilfe der Wärmeübergangszahlen α_x und α_y bzw. $\bar{\lambda}(T)$ ermittelt werden.

Es ist

$$S_x = \frac{\bar{\lambda}_{n,1/2,k}}{\alpha_{n,1/2,k+1}(x)}$$

bzw.

$$S_y = \frac{\lambda_{1/2,m,k}}{\alpha_{1/2,m,k+1}(y)}$$

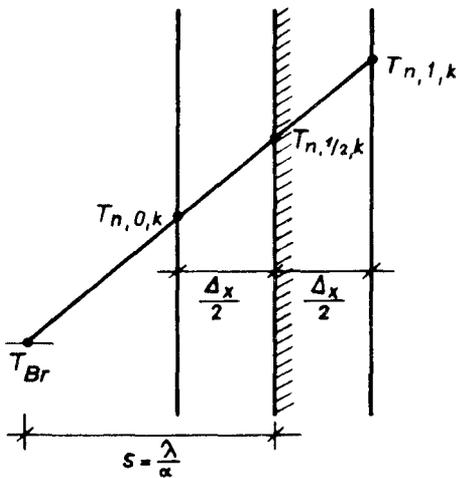


Bild 7: Wärmeübergangsbedingung

$$\alpha_{n,1/2,k+1}(x) = \frac{E_w \cdot E_{ges} \cdot \varphi_x \cdot C_s}{T_{BR,k+1} - T_{n,1/2,k}} \left[\left(\frac{T_{BR,k+1}^{OK}}{100^{OK}} \right)^4 - \left(\frac{T_{n,1/2,k}^{OK}}{100^{OK}} \right)^4 \right] + \alpha_{Kx} \quad (12)$$

$$\alpha_{1/2,m,k+1}(y) = \frac{E_w \cdot E_{ges} \cdot \varphi_y \cdot C_s}{T_{BR,k+1} - T_{1/2,m,k}} \left[\left(\frac{T_{BR,k+1}^{OK}}{100^{OK}} \right)^4 - \left(\frac{T_{1/2,m,k}^{OK}}{100^{OK}} \right)^4 \right] + \alpha_{Ky} \quad (12a)$$

Hierbei ist:

- ϵ_w : Emissionsverhältnis der Prüfkörperwandung; wird als konstant mit angenommen;
 ϵ_{ges} : Gesamtes Emissionsverhältnis aus Strahlung;
 C_s : Strahlungszahl des Schwarzen Körpers;
 φ_x, φ_y : Beiwerte (x, y) der Einstrahlung;
 α_{Kx}, α_{Ky} : Konvektiver Anteil der Wärmeübergangszahl; als konstante Werte angenommen;
 $T_{BR}^{°K}, T_{u,m,k}^{°K}$: absolute Temperaturen des Brandraumes und der Oberflächen
 (= $T(^{\circ}C) + 273^{\circ}C$)

2. Das Temperaturfeld im Querschnitt rechnet sich (vergl. Pkt. II,1)

$$\begin{aligned}
 T_{u,m,k+1} = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot \rho} & \left[T_{u-1,m,k} (\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) \right. \\
 & + T_{u+1,m,k} (\lambda_{u+1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) \\
 & + T_{u,m-1,k} (\lambda_{u,m-1,k} + \lambda_{u,m,k}) \\
 & + T_{u,m+1,k} (\lambda_{u,m+1,k} + \lambda_{u,m,k}) \\
 & \left. - T_{u,m,k} (\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u+1,m,k} + \right. \\
 & \left. \lambda_{u,m-1,k} + \lambda_{u,m+1,k} + 4\lambda_{u,m,k}) \right] + T_{u,m,k}.
 \end{aligned}$$

3. Stabilität der Lösung

Die Berücksichtigung des äußeren Wärmeüberganges führt zu einer besonderen Beiwertbedingung (Beiwert Θ) für die den Hilfspunkten benachbarten Temperaturpunkte im Querschnitt (vergl. Pkt. I,2).

$$\begin{aligned}
 T_{u,m,k+1} = \Theta & \left[T_{u+1,m,k} (\lambda_{u+1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) + T_{u-1,m,k} (\lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m,k}) \right. \\
 & \left. + T_{u,m-1,k} (\lambda_{u,m-1,k} + \lambda_{u,m,k}) + T_{u,m+1,k} (\lambda_{u,m+1,k} + \lambda_{u,m,k}) \right] \\
 & + T_{u,m,k} \left[1 - \Theta (\lambda_{u+1,m,k} + \lambda_{u-1,m,k} + \lambda_{u,m-1,k} + \lambda_{u,m+1,k} + 4\lambda_{u,m,k}) \right].
 \end{aligned}$$

Für die Rand-Temperaturpunkte im Querschnitt $T_{1,m,k+1}$ bzw. $T_{u,1,k+1}$ erhält man nach Einsetzen von G. (11) in obige Gleichung unter der Bedingung positiver Koeffizienten der rechten Gleichungsseite:

$$\text{mit } \bar{s}_x = \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{\alpha_x}{\lambda} \quad \text{und} \quad \bar{s}_y = \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{\alpha_y}{\lambda}$$

$$T_{u,0,k} = \frac{1 - \bar{s}_x}{1 + \bar{s}_x} \cdot T_{u,1,k} + \frac{2 \cdot \bar{s}_x}{1 + \bar{s}_x} \cdot T_{BR,k+1},$$

$$T_{0,m,k} = \frac{1 - \bar{s}_y}{1 + \bar{s}_y} \cdot T_{1,m,k} + \frac{2 \cdot \bar{s}_y}{1 + \bar{s}_y} \cdot T_{BR,k+1};$$

$$\frac{1 - \bar{s}_x}{1 + \bar{s}_x} \Theta (\lambda_{u,1,k} + \lambda_{u,0,k}) T_{u,1,k} + [1 - \Theta (\lambda_{u,2,k} + \lambda_{u,0,k} + \lambda_{u-1,1,k} + \lambda_{u+1,1,k} + 4 \lambda_{u,1,k})] T_{u,1,k} \geq 0$$

mit $\lambda_{i,j,k} \leq \lambda_{\max}$ und $\Theta \lambda_{\max} = \Theta \geq \Theta_{i,j,k}$ ist

$$1 - 8\Theta + 2\Theta \frac{1 - \bar{s}_x}{1 + \bar{s}_x} \geq 0$$

$$\frac{1 + \bar{s}_x}{6 + 10\bar{s}_x} \geq \Theta \quad (13)$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{1 + \bar{s}_y}{6 + 10\bar{s}_y} \geq \Theta \quad (13a)$$

Fall: $\bar{s} \rightarrow 0$ Außer dem trivialen Fall mit $\Delta x = 0$ strebt für $\alpha \rightarrow 0$ \bar{s} dem Wert 0 zu. (adiabatische Grenzbedingung)

$$\Theta \leq 1/6$$

Fall: $\bar{s} = 1$ Für $s = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\Delta x}{2}$ wird $\bar{s} = 1$.

Die gerechnete Hilfstemperatur entspricht der Umgebungstemperatur T_{BR} .

$$\Theta \leq 1/8$$

Fall: $\bar{s} \rightarrow \infty$ Für $\lambda \rightarrow 0$ bzw. $\alpha \rightarrow \infty$ strebt \bar{s} gegen ∞ .

$$\Theta \leq 1/10$$

Damit kann das Stabilitätskriterium unter Berücksichtigung von Pkt. II,2 allgemein ausgesprochen werden:

$$0 \leq \Theta \leq h(\alpha)$$

$$1/10 \leq h(\alpha) \leq 1/8; \quad 0 \leq \bar{s}(\alpha) \leq \infty$$

Es kann gezeigt werden, daß in den vorliegenden Fällen durch Wahl von $\Delta x = \text{const.}$ der Wärmeübergang mit Werten $\bar{s} < 1$ und $\bar{s} > 1$ beschrieben wird; damit ist $\sigma \leq 1/10$ zu setzen (vergl. Pkt. III,6).

4. Programmierung

Die Rechnung der Temperaturfelder wurde unter Berücksichtigung der abgeleiteten Wärmeübergangsbedingung in Erweiterung des Rechenprogrammes zu Pkt. II,4 ebenfalls in einer elektronischen Rechnung durchgeführt. Das Programm wurde in ALGOL aufgestellt.

Das Programm ist bezüglich der Rechnung des Temperaturfeldes im Querschnittsinnern dem Programm zu Pkt. II ähnlich. Daher wird nur das allgemeine Flußdiagramm gezeigt und die Prozedur zur Berechnung der Gitterpunkte am Rande; (vergl. Bild 8 und 9). Wegen der Eindeutigkeit der Symbole werden die laufenden Punkte (i, m) mit (i, j) bezeichnet. Vergl. Bild 9.

Für die Rechnung werden folgende Daten eingegeben:

1. Anzahl der zu rechnenden Zeitschritte (Zyklen),
2. Geometrische Abmessungen des Profiles,
3. Schrittweite Δx (= const.),
4. Faktor für Wärmeübergang am freien, nicht beflamten Rand: C_α ;
vergl. I,3,
5. Beiwert $\frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot g}$
6. Rechenwerte für $\lambda(T)$,
7. Rechenwerte für $\epsilon_{ges}(T)$,
8. Beiwerte φ für die Berandungen des Profiles,
9. Beiwert $\epsilon_w \cdot C_s$,
10. Konvektive Wärmeübergangszahlen α_{kx}, α_{ky} ,
11. Brandraumtemperaturen als Mitteltemperaturen für Zeitintervalle Δt ,
12. Anfangstemperaturverteilung.

5. Daten

- 5.1 Zyklenanzahl unter Berücksichtigung der Beiwertbedingung aus Δt und der Beanspruchungsdauer wie unter II, 5.2.
- 5.2 Die Anzahl der begrenzenden Rasterpunkte ergibt sich aus der Geometrie des Profiles.
- 5.3 Vergl. II, 5.2

$$\Delta x = \Delta y = \text{const.} = 0,01 \text{ m (0,02)}$$

- 5.4 Randbedingung oberer, nicht beheizter Rand

$$T_{i,0,k} \approx \frac{s - \Delta x/2}{s + \Delta x/2} \cdot T_{i,2,k} = C_\alpha \cdot T_{i,2,k}$$

Standardbeton: für $\alpha = 15 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}$ und $\Delta x = 0,01 \text{ m}$ ist $C_\alpha = 0,91$.

- 5.5 Beiwert $\Theta = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2 \cdot c_{pm} \cdot g}$; vergl. II, 5.3.

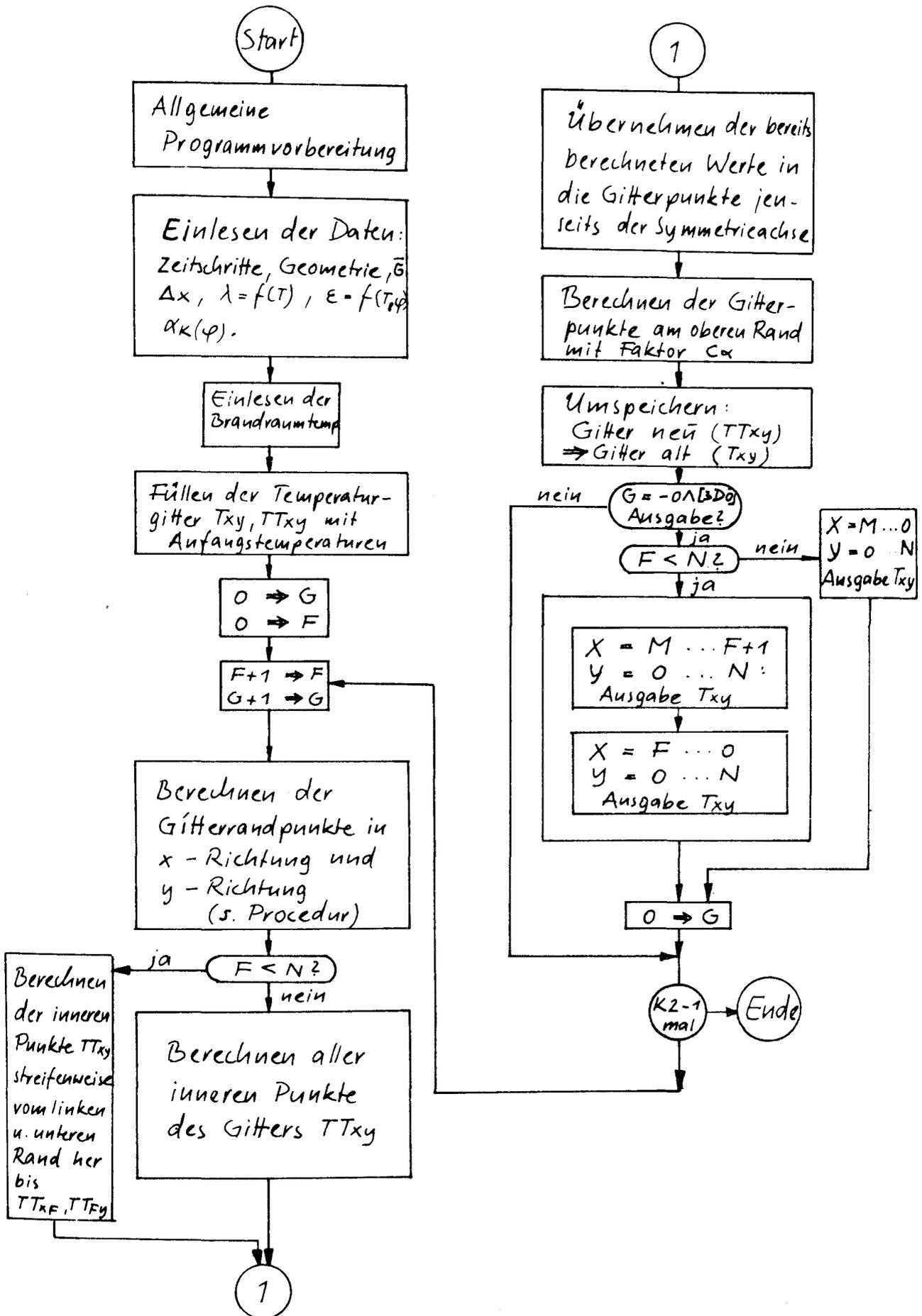
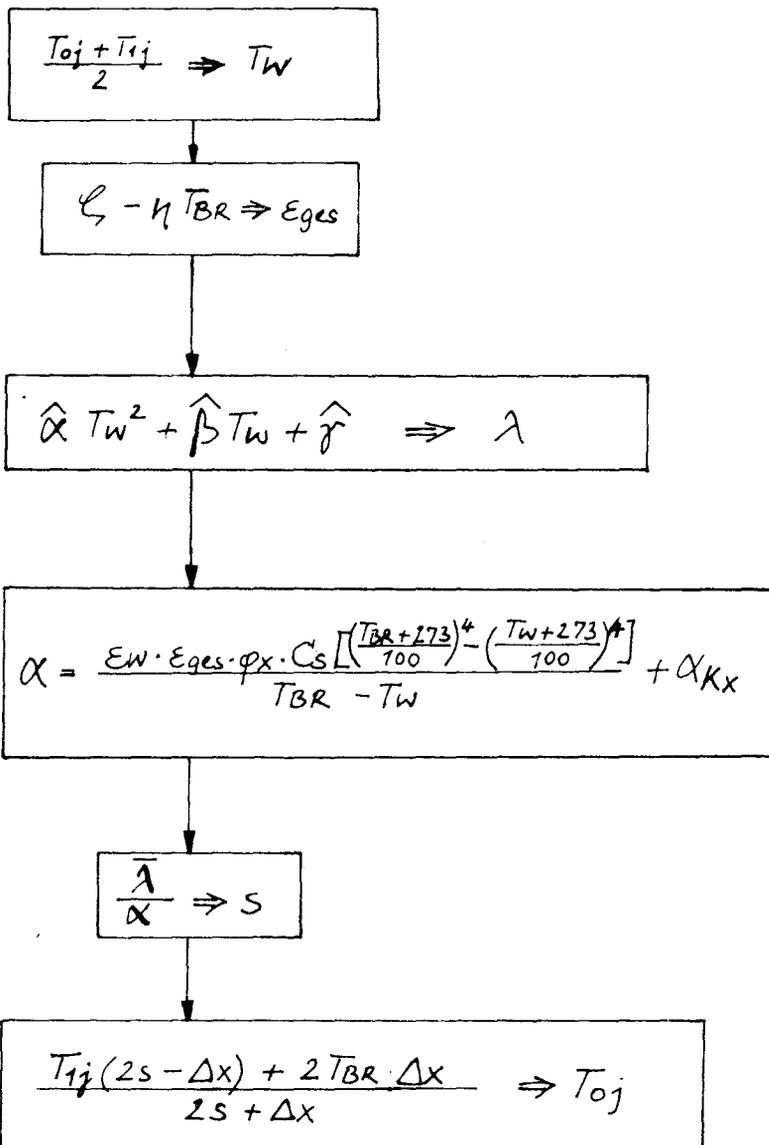


Bild 8: Flußdiagramm. Wärmeleitung in Rechteckquerschnitten für $\lambda = f(T)$ unter Berücksichtigung einer Wärmeübergangszahl α .

a) Gitterpunkte in x-Richtung



b) Gitterpunkte in y-Richtung

T_{0j} ersetzen durch T_{10}

T_{1j} ersetzen durch T_{11}

α_{Kx} ersetzen durch α_{Ky}

φ_x ersetzen durch φ_y

Bild 9: Prozedur; Rechnung der Gitterpunkte am Rand mittels einer Wärmeübergangsbedingung.

Standardbeton: $\Delta x = 0,01 \text{ m}$; $\bar{\epsilon} = 0,1025$,
 $\Delta x = 0,02 \text{ m}$; $\bar{\epsilon} = 0,082$.

5.6 $\lambda = \lambda(T)$ nach Bild 40 ; Text Pkt. 8.4; vergl. II, 5.5.

5.7 $\epsilon_{ges}(T)$; vergl. Text, Pkt. 8.5 ff.

5.8 Beiwert φ_y wird als Mittelwert für alle Profile mit 0,8 bis 0,90 angesetzt;
 $\varphi_x = 1$.

5.9 Beiwert $\epsilon_w \cdot C_s$; $C_s = 4,96 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$,
 $\epsilon_w = 0,90$ (vergl. Text, Pkt. 8.5 ff)
 $C_s \cdot \epsilon_w = 4,46 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$.

5.10 $\alpha_{Kx} = 40 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$; $\alpha_{Ky} = 32 \text{ bis } 36 \text{ (40) kcal/m}^2 \cdot \text{grad}$

5.11 Brandraumtemperaturen: $\bar{T}_{BR} - T_0 = 345 \text{ kg (8 t + 1)}$;
Mittelwerte für Zeitintervalle Δt

5.12 Anfangstemperaturverteilung im Querschnitt: $T_{0,Q} = 10^\circ\text{C}$.

6. Genauigkeit der Lösung

Gute Anhaltspunkte für die Genauigkeit der Lösung der vorliegenden allgemeinen Fälle erhält man durch Vergleich mit der theoretisch bekannten Lösung für den unendlichen Halb-Körper mit einer Wärmeübergangsbedingung.

Brandraumtemperatur $\bar{T}_{BR} = \text{const} = 1000^\circ\text{C}$; $a = \text{const} = 0,001875 \text{ m}^2/\text{h}$

$\alpha = \text{const} = 10 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}$; $T_{0,Q} = 0^\circ\text{C}$

$$\frac{T - \bar{T}_{BR}}{T_{0,Q} - \bar{T}_{BR}} = \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4at}}\right) + e^{\frac{a \cdot t}{x^2} \left(\frac{\alpha \cdot x}{\lambda}\right)^2 + \frac{\alpha \cdot x}{\lambda}} \left[1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4at}} + \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} \sqrt{\frac{a \cdot t}{x^2}}\right) \right]$$

(vergl. Pkt. I,4)

Differenzenrechnung nach Gl. (7) und (11);

- 1) $\Delta x = 0,01 \text{ m}$; wie oben; $\Delta t = 0,8'$
- 2) $\Delta x = 0,02 \text{ m}$; wie oben; $\Delta t = 3,2'$

t in h	x = 0,01 m		x = 0,03 m		x = 0,05 m	
	Theor. Lösung	Diff. Rechng.	Theor. Lösung	Diff. Rechng.	Theor. Lösung	Diff. Rechng.
$\Delta x = 0,01 \text{ m}$						
0,133 (= 8')	78,6	$\frac{76,5}{-2,75\%}$	14,4	$\frac{14,3}{-0,69\%}$	1,50	$\frac{1,38}{-8\%}$
0,400 (=24')	164,8	$\frac{167,1}{+1,4\%}$	75,2	$\frac{77,1}{+2,5\%}$	28,3	$\frac{29,4}{+3,9\%}$
0,667 (=40')	222,6	$\frac{220,2}{+1,05\%}$	123,9	$\frac{125,0}{+0,88\%}$	61,4	$\frac{63,5}{+3,3\%}$
0,933 (=56')	258,8	$\frac{259,7}{+0,35\%}$	162,5	$\frac{163,6}{+0,67\%}$	94,3	$\frac{95,4}{+3,3\%}$
1,20 (=72')	290,5	$\frac{292,4}{+0,65\%}$	195,3	$\frac{195,5}{+0,01\%}$	123,4	$\frac{124,0}{+0,48\%}$

t in h	x = 0,01 m		x = 0,03 m		x = 0,05 m	
	Theor. Lösung	Diff. Rechng.	Theor. Lösung	Diff. Rechng.	Theor. Lösung	Diff. Rechng.
$\Delta x = 0,02 \text{ m}$						
0,133 (= 8')	78,6	$\frac{94,6}{+20,4\%}$	14,4	$\frac{23,0}{+60\%}$	1,50	$\frac{2,6}{+72,5\%}$
0,400 (=24')	164,8	$\frac{173,4}{+7\%}$	75,2	$\frac{82,3}{+9,45\%}$	28,3	$\frac{32,4}{+14,5\%}$
0,667 (=40')	222,6	$\frac{224,5}{+0,5\%}$	123,9	$\frac{129,2}{+4,2\%}$	61,4	$\frac{66,6}{+8,54\%}$
0,933 (=56')	258,8	$\frac{263,0}{+1,62\%}$	162,5	$\frac{167,1}{+2,8\%}$	94,3	$\frac{98,2}{+4,2\%}$
1,20 (=72')	290,5	$\frac{294,1}{+1,24\%}$	195,3	$\frac{198,8}{+1,79\%}$	123,4	$\frac{126,6}{+2,58\%}$

Temperaturen in $^{\circ}\text{C}$

Der prozentuale Fehler für $\Delta x = 0,02 \text{ m}$ ist bei Beanspruchungsbeginn erheblich; er wird für größere Zeiten t_i zunehmend kleiner. Die absolute Abweichung kann für die erforderliche Genauigkeit der Lösung hingenommen werden. Vergleichsrechnungen für die Einheitstemperaturkurve und α nach Pkt. 8.51 mit $\Delta x = 0,01 \text{ m}$ und $\Delta x = 0,02 \text{ m}$ zeigen, daß die absoluten Abweichungen für $\Delta x = 0,02 \text{ m}$ bei Beginn $< 20^{\circ}\text{C}$, für größere Zeiten $t_i < 15^{\circ}\text{C}$ gehalten werden können. Für $\Delta x = 0,02 \text{ m}$ ist $\epsilon \leq 1/10$ zu setzen.

IV. Anwendungen auf den Verformungs- und Eigenspannungszustand

Für die unbehinderte Temperaturdehnung an einem beliebigen Punkt eines Querschnittes ist

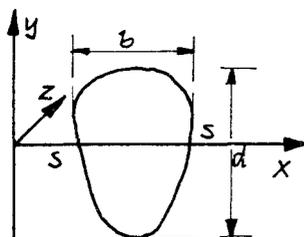
$$\epsilon_T^0 = \alpha_T \cdot T$$

Bei Gültigkeit der Hypothese von Bernoulli kann die unbehinderte Temperaturdehnung aufgespalten werden in Anteile gleichmäßiger Querschnittsdehnung ϵ_T^m und ebener Querschnittsspreizung $(1/\rho)_T \cdot y_s$ sowie einen Differenz-Dehnungsanteil ϵ_T^d , der die Eigenspannung bestimmt. Es ist

$$\epsilon_T^0 = \epsilon_T^m + (1/\rho)_T \cdot y_s + \epsilon_T^d \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung einer Temperaturabhängigkeit des E-Modules erhält man für den homogenen Querschnitt in z-Richtung

$$\epsilon_{Tz}^m = \frac{\iint_{(b)(d)} \epsilon_T^0 \cdot E(T) dx dy}{\iint_{(b)(d)} E(T) dx dy} \quad (15)$$

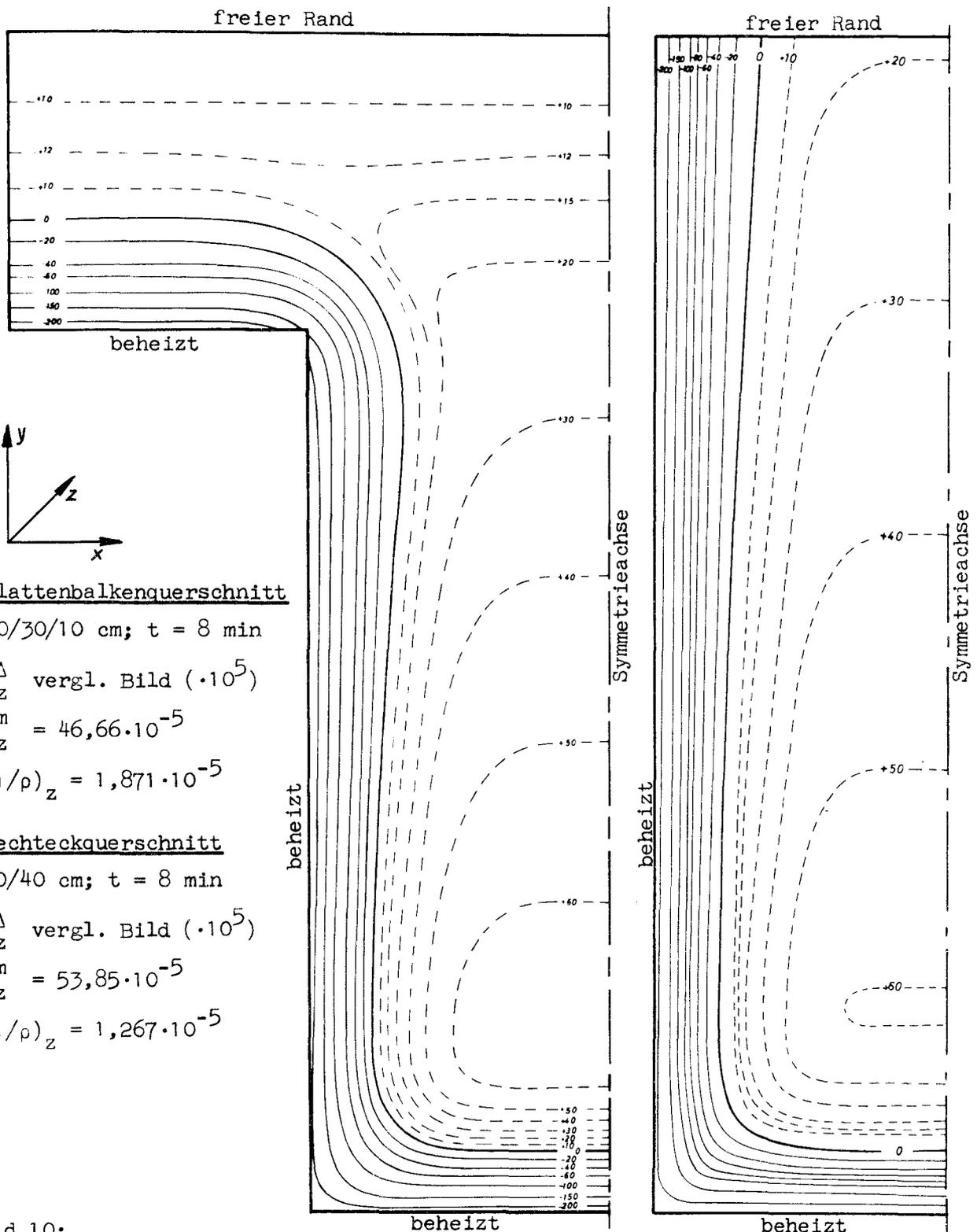


und

$$(1/\rho)_{Tz} = \frac{\iint_{(b)(d)} \epsilon_T^0 E(T) y_s dx dy}{\iint_{(b)(d)} E(T) y_s^2 dx dy} \quad (16)$$

wobei für die Achse s-s

$$\iint_{(b)(d)} E(T) y_s dx dy = 0 \quad \text{ist.}$$



1) Plattenbalkenquerschnitt

20/30/10 cm; t = 8 min

ϵ_z^Δ vergl. Bild ($\cdot 10^5$)

$\epsilon_z^m = 46,66 \cdot 10^{-5}$

$(1/\rho)_z = 1,871 \cdot 10^{-5}$

2) Rechteckquerschnitt

20/40 cm; t = 8 min

ϵ_z^Δ vergl. Bild ($\cdot 10^5$)

$\epsilon_z^m = 53,85 \cdot 10^{-5}$

$(1/\rho)_z = 1,267 \cdot 10^{-5}$

Bild 10:

Eigenspannungsanteile $\sigma_z^\Delta/E(T)$ aus dreiseitiger Beheizung - oberer Rand nicht beheizt - nach 8 min Brändbeanspruchung bei homogenen, "trockenen" Betonquerschnitten (Beton I,1). Plattenlängedes Plattenbalkens für Erwärmung als beliebig groß, statisch nur bis zum Schnitt als wirksam angenommen.

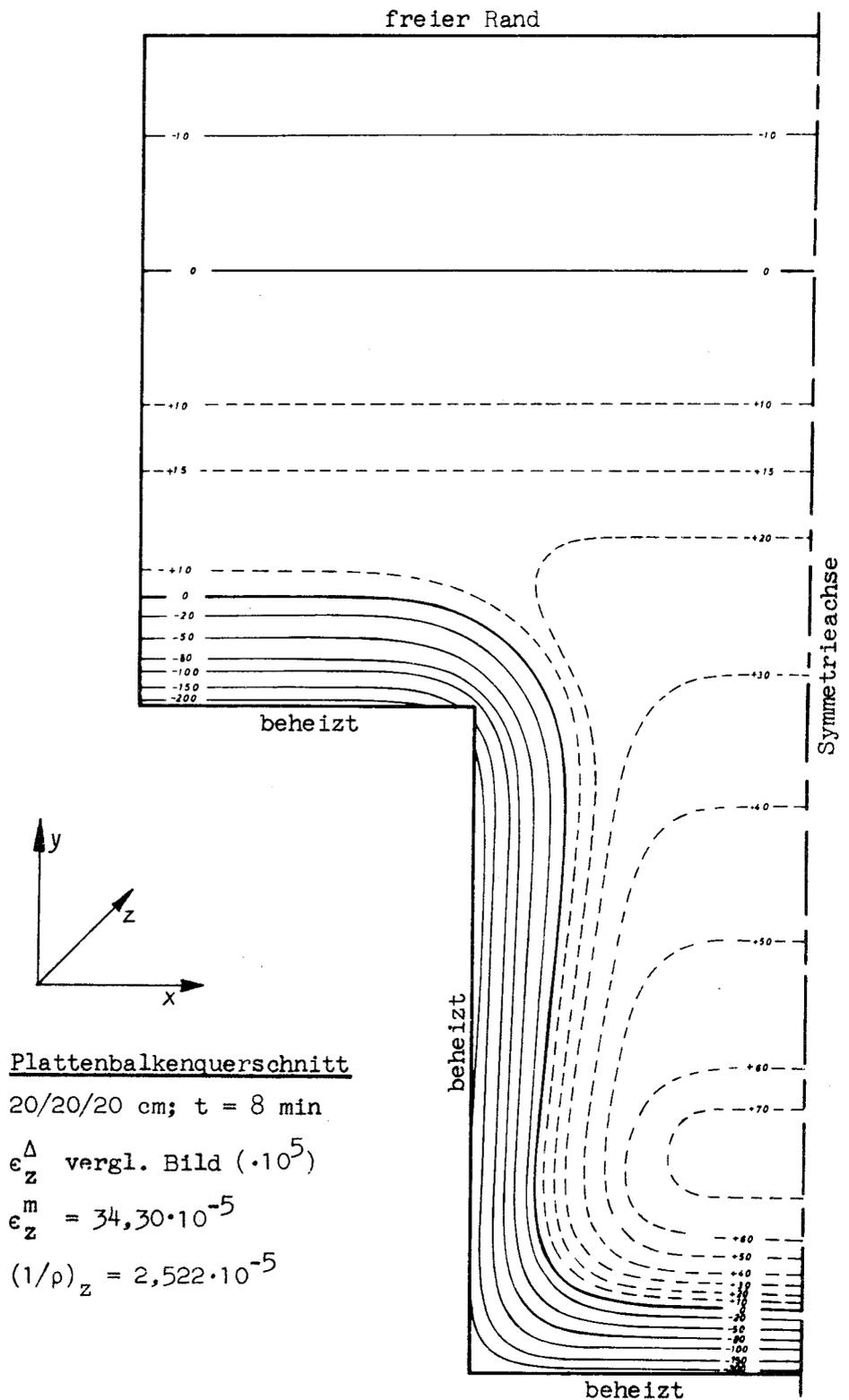


Bild 11: Eigenspannungsanteile $\sigma_z^\Delta / E(T)$ aus dreiseitiger Beheizung - oberer Rand nicht beheizt - nach 8 min Brandbeanspruchung bei homogenem, "trockenem" Betonquerschnitt (Beton I,1). Plattenlänge des Plattenbalkens für Erwärmung als beliebig groß, statisch nur bis zum Schnitt als wirksam angenommen.

Für den Eigenspannungsanteil ist dann

$$\varepsilon_{Tz}^{\Delta} = \varepsilon_{Tz}^{\circ} - \varepsilon_{Tz}^m - \left(\frac{1}{\rho}\right)_{Tz} y_s$$

Analog kann der Verformungs- und Eigenspannungszustand für die anderen Koordinatenrichtungen angegeben werden.

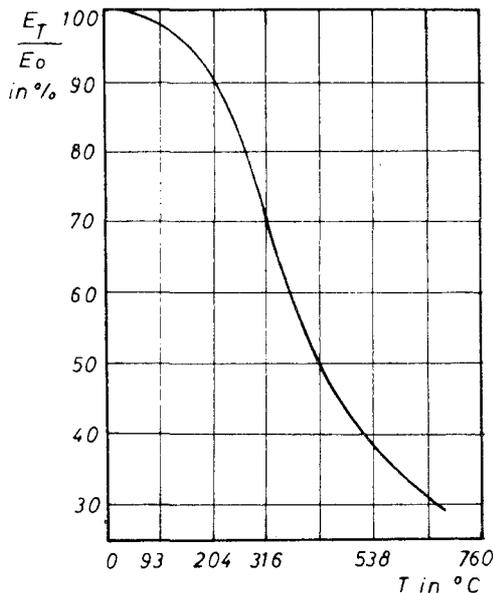


Bild 12: Temperaturabhängigkeit des E-Moduls für Beton (Kieszuschlag) n. [64]; elastischer Bereich, bei rd. $\frac{1}{3}$ max. σ_{bz} ; $W/Z=0,6$; E_0 bei $\approx 20^\circ\text{C}$

Ist das vollständige Temperaturfeld zu einem beliebigen Zeitpunkt bekannt, dann lassen sich für einen homogenen Querschnitt die obigen Gleichungen sofort numerisch auswerten. Beispiele für die Eigenspannungszustände aus ε_{Tz}° in vergleichbaren Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitten zeigen die Bilder 10 und 11 für Branddauern von 8 min (Beanspruchung nach Standardtemperaturkurve DIN 4102). Hierbei wurde eine Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls nach [64] angesetzt. (Vergl. Bild 12.) In Abhängigkeit von der Körperform können erhebliche qualitative Unterschiede in den Eigenspannungszuständen auftreten.

Die Eigenspannungsfelder zeigen bereits für die ersten Versuchsphasen sehr große Druckspannungswerte und -konzentrationen an den beheizten Rändern. Die Zugspannungen im Querschnittsinneren führen frühzeitig zu Ribbildungen, die bei verschiedenen Prüfkörperformen an der nicht beheizten Oberseite im Versuch beobachtet werden können und den vorliegenden Eigenspannungszustand aufheben. Auf eine Untersuchung spezieller Effekte wie der Betonabplatzungen infolge großer Beton-

druckspannungen und Eigenspannungszustände im Zusammenhang mit Bewehrungen kann hier nicht näher eingegangen werden. Dies ist Gegenstand weiterer Arbeiten des Verfassers.

V. Berücksichtigung von Bewehrungsquerschnitten in Betonkörpern; Differenzenrechnung

1. Ableitung einer Differenzenrechnung

Ausgehend von Gl.(5), Textteil, ist

$$c_p \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

λ, c_p, ρ - seien temperaturunabhängig, jedoch ortsabhängig.

1.1 Gebiet eines einheitlichen Stoffes (Beton oder Stahl). Hier ist nach Gl.(5c), Textteil,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{u,m} = \frac{\lambda_{u,m}}{c_{p,u,m} \cdot \rho_{u,m}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)_{u,m}$$

Die Differenzengleichung lautet nach I,1:

$$T_{u,m,k+1} = \frac{\Delta t / (\Delta x)^2 \cdot \lambda_{u,m}}{c_{p,u,m} \cdot \rho_{u,m}} \left(T_{u+1,m,k} + T_{u-1,m,k} + T_{u,m+1,k} + T_{u,m-1,k} - 4T_{u,m,k} \right) + T_{u,m,k}$$

$\lambda_{u,m}; \rho_{u,m}; c_{p,u,m}$ sind wahlweise Stoffwerte für Stahl oder Beton.

1.2 Trennschichten zwischen Bereichen unterschiedlicher Stoffe (Beton und Stahl)

Jedes Feld wird durch Trennschichten zum anderen Stoff örtlich begrenzt. Die Randbedingungen werden durch folgende Bedingungen beschrieben:

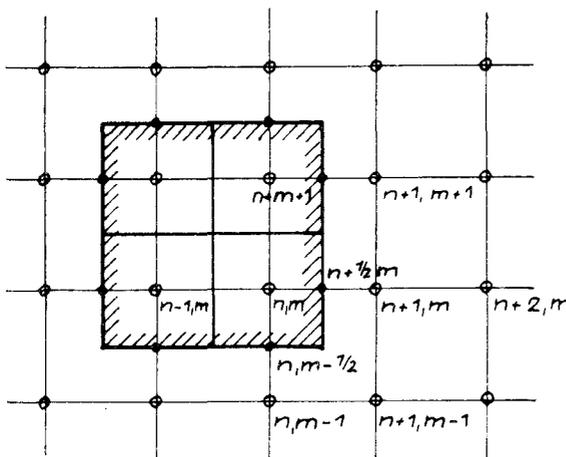
1. Kein Temperatursprung in der Trennfläche ($T_{\text{Beton}} = T_{\text{Stahl}}$)
2. Gleiche Wärmestromdichten für beide Medien der Trennschicht.

Für ein rechtwinkliges, gleichmaschiges Gitter ist (vergl. Bild 13) die Wärmestromdichte in der Trennschicht:

$$\lambda_{St} \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right)_{St} = \lambda_B \left(\frac{\partial T}{\partial u} \right)_B,$$

wobei

- λ_{St} die Wärmeleitzahl "Stahl",
- λ_B die Wärmeleitzahl "Beton" und
- u die Koordinatenrichtung darstellen.



mit Stahl besetzter Bereich

Bild 13: Bewehrungsstab im Betonquerschnitt

Mit den Trennschichttemperaturen sind Punkte in jeweils der halben Gitterteilung zwischen zwei Punkten ungleichen Materials besetzt. Für die rechnerische Behandlung ist es jedoch zweckmäßig, nur Temperaturwerte in den Hauptpunkten des Rasters anzunehmen. Daher wird bei der Berechnung von

$$\frac{\lambda_{St}}{\Delta x_{St}} \left(T_{u+1/2,m,k} - T_{u,m,k} \right) = \frac{\lambda_B}{\Delta x_B} \left(T_{u+1,m,k} - T_{u+1/2,m,k} \right)$$

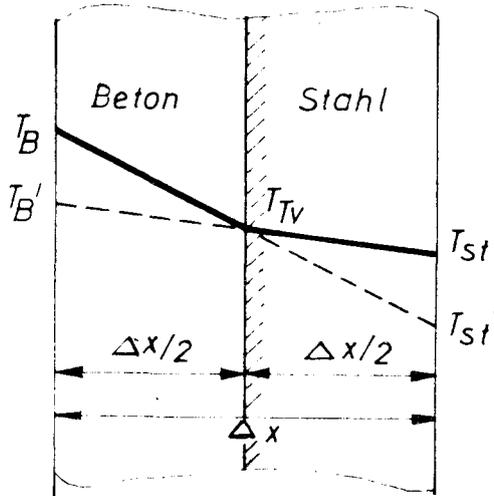
$\Delta x_{St} = \Delta x_B$; für die gesuchte Temperatur der Trennschicht ist

$$T_{u+1/2,m,k} = \frac{T_{u,m,k} \cdot \lambda_{St} + T_{u+1,m,k} \cdot \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B}$$

und entsprechend

$$T_{u,m-1/2,k} = \frac{T_{u,m,k} \cdot \lambda_{St} + T_{u,m-1,k} \cdot \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B}$$

Grenzpunkten (vergl. hierzu Text, S.138) die Sekante durch die Temperaturordinaten von Grenz- und Trennschicht-Punkt bis zum benachbarten Hauptpunkt verlängert. Die hier ermittelte "fiktive" Temperatur wird unter Beibehaltung des Hauptrasters wie ein Punkt im Bereich des Stoffes behandelt, zu dem der gesuchte Grenzpunkt gehört.



Es ist:

T_B die Temperatur im Betonbereich,
 T_{St} die Temperatur im Stahlbereich,
 T_{Tr} die Temperatur in der Trennfläche,
 T'_B, T'_{St} die fiktive Temperatur im Stahl- bzw. Betonbereich.

$$T'_B = T_{St} + 2(T_{Tr} - T_{St}),$$

$$= 2T_{Tr} - T_{St}$$

$$T'_{St} = 2T_{Tr} - T_B$$

Bild 14: Schematischer Temperaturverlauf an der Trennfläche zwischen Stahl und Beton

$$\begin{aligned} T'_B &= -T_{St} + \frac{2T_{St} \cdot \lambda_{St} + 2T_B \cdot \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B}, \\ &= \frac{T_{St}(\lambda_{St} - \lambda_B) + 2T_B \cdot \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B}, \end{aligned}$$

$$T'_{St} = \frac{T_B(\lambda_B - \lambda_{St}) + 2T_{St} \cdot \lambda_{St}}{\lambda_{St} + \lambda_B}.$$

Damit werden jedem Punkt eindeutig Stoffwerte $\lambda_{u,m}, c_{p,u,m}, \rho_{u,m}$ zugeordnet.

Für die Rechnung des Stahlgrenzpunktes (u,m) nach Bild 13 erhält man

$$\begin{aligned} T_{u,m,k+1} &= \frac{\Delta t / (\Delta x)^2 \cdot \lambda_{St}}{c_{pSt} \cdot \rho_{St}} \left[\frac{T_{u,m,k}(\lambda_{St} - \lambda_B) + 2T_{u+1,m,k} \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B} + T_{u-1,m,k} + T_{u,m+1,k} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T_{u,m,k}(\lambda_{St} - \lambda_B) + 2T_{u,m-1,k}}{\lambda_{St} + \lambda_B} - 4T_{u,m,k} \right] + T_{u,m,k}. \end{aligned}$$

Mit

$$\frac{\Delta t / (\Delta x)^2 \cdot \lambda_{St}}{c_{pSt} \cdot \rho_{St}} = \Theta_{St}; \quad \frac{2\lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B} = \alpha_{St} \quad \text{und} \quad \frac{\lambda_{St} - \lambda_B}{2\lambda_B} = \beta_{St}$$

ist

$$T_{u,m,k+1} = G_{St} \left[\alpha_{St} (\beta_{St} T_{u,m,k} + T_{u+1,m,k}) + T_{u-1,m,k} + T_{u,m+1,k} \right. \\ \left. + \alpha_{St} (\beta_{St} T_{u,m,k} + T_{u,m-1,k}) - 4 T_{u,m,k} \right] + T_{u,m,k}.$$

Analog ergibt sich für den Beton-Grenzpunkt $(u+1, m)$:

$$T_{u+1,m,k+1} = G_B \left[T_{u+2,m,k} + T_{u+1,m-1,k} + \alpha_B (\beta_B T_{u+1,m,k} + T_{u,m,k}) \right. \\ \left. + T_{u+1,m+1,k} - 4 T_{u+1,m,k} \right] + T_{u+1,m,k},$$

wobei $\frac{\Delta t / (\Delta x)^2 \cdot \lambda_B}{\rho_B \cdot c_B} = G_B$, $\frac{2 \lambda_{St}}{\lambda_{St} + \lambda_B} = \alpha_B$ und $\frac{\lambda_B - \lambda_{St}}{2 \lambda_{St}} = \beta_B$ ist.

Allgemein ist für einen Punkt (u, m) -Stoff A-, wenn alle umliegenden Punkte mit einem Stoff B besetzt sind:

$$T_{u,m,k+1} = G_A \left[\alpha_A (\beta_A T_{u,m,k} + T_{u+1,m,k}) + \alpha_A (\beta_A T_{u,m,k} + T_{u-1,m,k}) \right. \\ \left. + \alpha_A (\beta_A T_{u,m,k} + T_{u,m-1,k}) + \alpha_A (\beta_A T_{u,m,k} + T_{u,m+1,k}) \right. \\ \left. - 4 T_{u,m,k} \right] + T_{u,m,k} \quad (18)$$

mit $\alpha_A = \frac{2 \lambda_B}{\lambda_B + \lambda_A}$, $\beta_A = \frac{\lambda_A - \lambda_B}{2 \lambda_B}$ und $G_A = \frac{\Delta t / (\Delta x)^2 \cdot \lambda_A}{\rho_A \cdot c_A}$.

Ist einer der umliegenden Punkte mit gleichem Stoff wie der gesuchte Punkt (u, m) besetzt, dann ist für diesen Punkt mit $\lambda_A = \lambda_B$ $\alpha = 1$ und $\beta = 0$. Die Differenzgleichung ist mit $G \leq 1/4$ stabil.

Beim Rechnen des Temperaturfeldes ist für alle Punkte eine Abfrage erforderlich, ob

1. der Punkt Stoff "Stahl" oder Stoff "Beton" ist,
2. der Punkt "Grenzpunkt" im Sinne obiger Definition ist.

Für "Grenzpunkte" sind vorweg die umlaufenden Gitterpunkte im Bereich anderen Stoffes nach der obigen Rechenvorschrift als $T'_{u,m,k}$ -Werte zu bestimmen.

Für die Rechnung ergibt sich in der Regel ein verhältnismäßig hoher Aufwand. Die Ermittlung der Temperaturverteilung um den Bewehrungsstahl erfordert eine weitere Unterteilung der kleinen Stahlflächen. Mit

$$\frac{\lambda_{St}}{\rho_{St} \cdot c_{St}} \gg \frac{\lambda_B}{\rho_B \cdot c_B} \quad \text{und} \quad \Delta t_{Beton} = \Delta t_{Stahl}$$

erhält man gegenüber einer Berechnung eines homogenen Betonquerschnittes sehr kleine Zeitschritte, d.h. einen beträchtlichen Rechenaufwand.

2. Randbedingungen für die äußere Begrenzung des Feldes

- 2.1 Für den beheizten Rand wird die Randbedingung durch zeitlich veränderliche Oberflächentemperaturen nach Pkt. 5.3 und Angaben nach Bornemann [27] erfüllt.

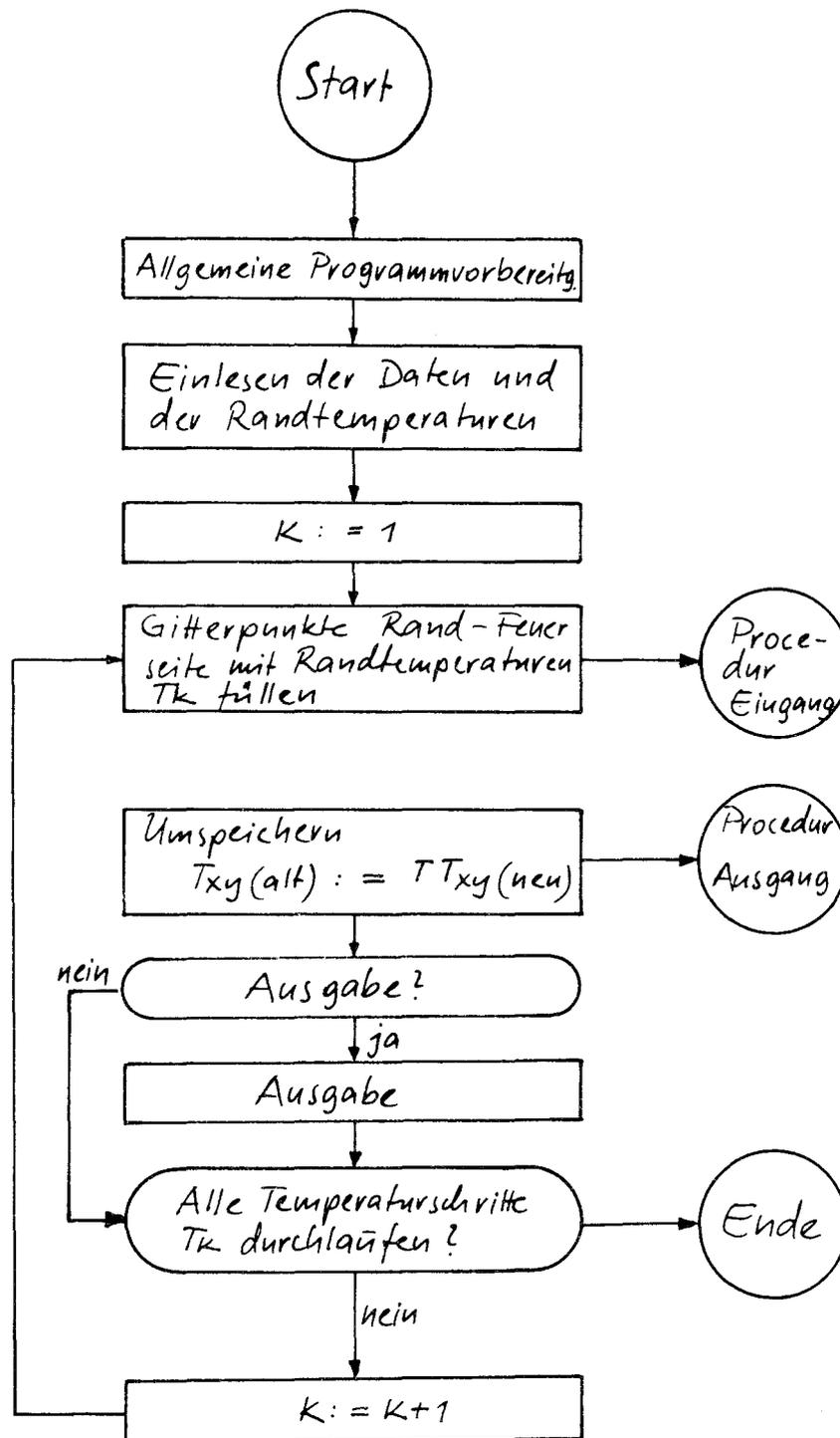


Bild 15: Flußdiagramm. Wärmeleitung in Betonquerschnitten (Platten und Scheiben) mit beliebig verteilter Stahlbewehrung.

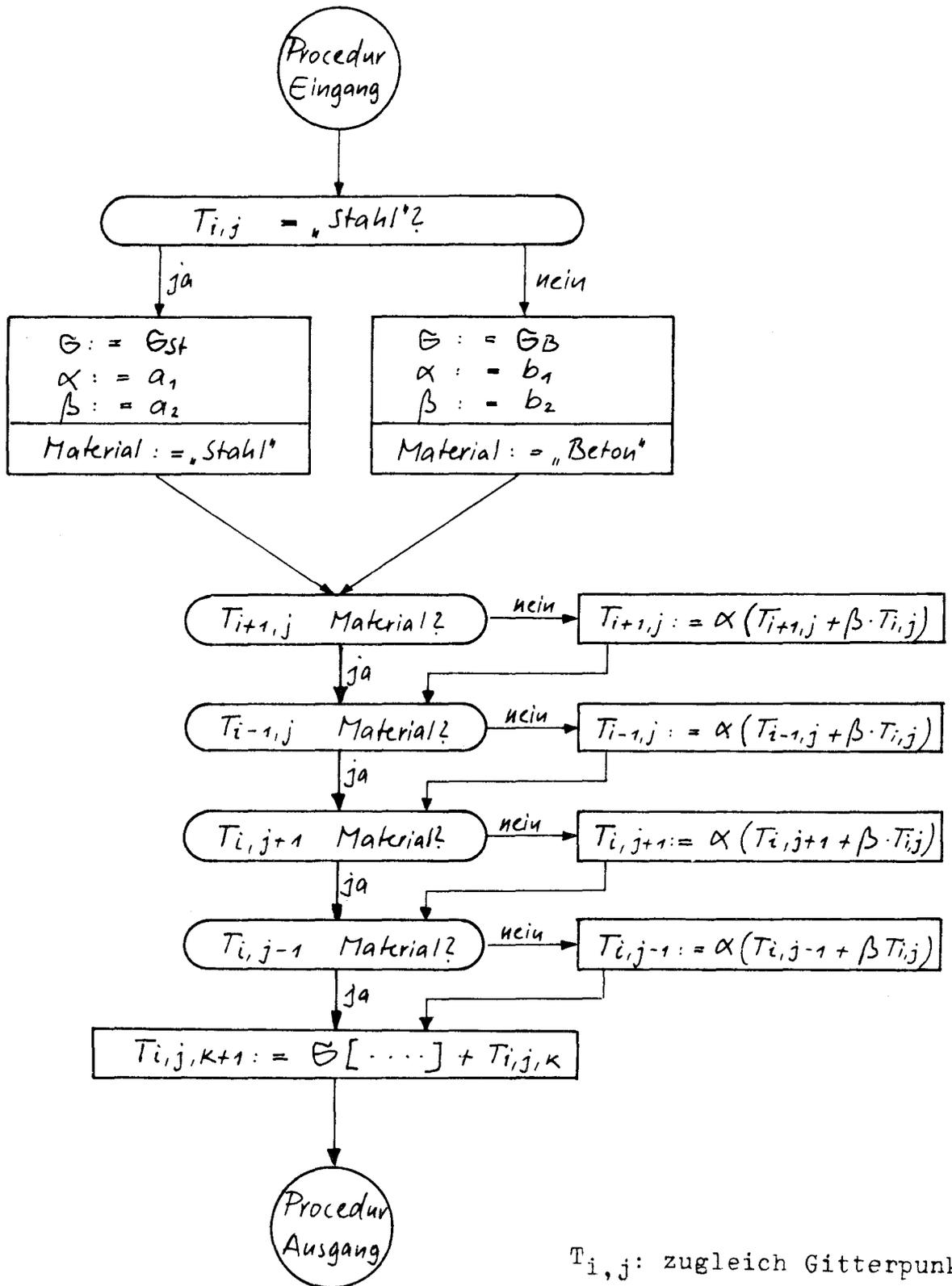


Bild 16: Procedur; Rechnung der Gitterpunkte bei beliebig verteilter Stahlbewehrung in Betonquerschnitten.

- 2.2 Am oberen, freien Rand wird entsprechend Pkt. 8.3 ff eine Wärmeübergangsbedingung eingehalten. Für $\Delta x = 0,05$ cm und $\alpha = 15$ kcal/m²·h·grad ist $C\alpha = 0,93$.

3. Programmierung

Das Problem wurde für plattenartige Bauteile und in Erweiterung für zweiseitig beheizte Scheiben programmiert. Das Programm ist in ALGOL aufgestellt. Bild 15 zeigt das Flußdiagramm, Bild 16 die Proedur zur Rechnung der Gitterpunkte bei beliebig verteilter Stahlbewehrung im Betonquerschnitt.

Das Rechenprogramm kann auf Querschnitte mit beliebiger Schichtung zweier Stoffe (Putzschichten auf Beton) angewendet werden; es gestattet durch Erweiterung die Behandlung von Wärmeleitungen in Körpern mit drei und mehr Stoffen (z.B. Bewehrungen in Beton mit zusätzlichen Schutzschichten).

4. Daten

Für eine Rechnung werden folgende Daten eingegeben:

- 4.1 Anzahl der Rechen-Zyklen (Zeitschritte) - vergl. Pkt. 4.3
 4.2 Geometrische Abmessungen (Anzahl der das Feld begrenzenden Rasterpunkte).
 4.3 Beiwert G_B, G_{St}
 Es ist

$$G_B = \frac{\lambda_B}{c_{pB} \cdot g_B} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1,10}{585} \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \approx 0,0020 \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2};$$

$$G_{St} = \frac{\lambda_{St}}{c_{pSt} \cdot g_{St}} \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{40}{0,115 \cdot 7850} \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \approx 0,044 \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}.$$

- 4.4 Beiwert $C\alpha$ nach Pkt. I,6; $C\alpha = 0,93$ ($\Delta x = 0,05$ cm)

- 4.5 Beiwerte α, β :

$$\alpha_{St} = \frac{2 \lambda_B}{\lambda_{St} + \lambda_B} = 0,0535; \quad \beta_{St} = \frac{\lambda_{St} - \lambda_B}{2 \lambda_B} = 17,68;$$

$$\alpha_B = \frac{2 \lambda_{St}}{\lambda_{St} + \lambda_B} = 1,932; \quad \beta_B = \frac{\lambda_B - \lambda_{St}}{2 \lambda_{St}} = -0,490$$

- 4.6 Anfangstemperaturverteilung: $T_{0,Q} = 10^\circ\text{C}$

- 4.7 Oberflächentemperaturen: vergl. oben Pkt. 2.

VI. Plattenbalken

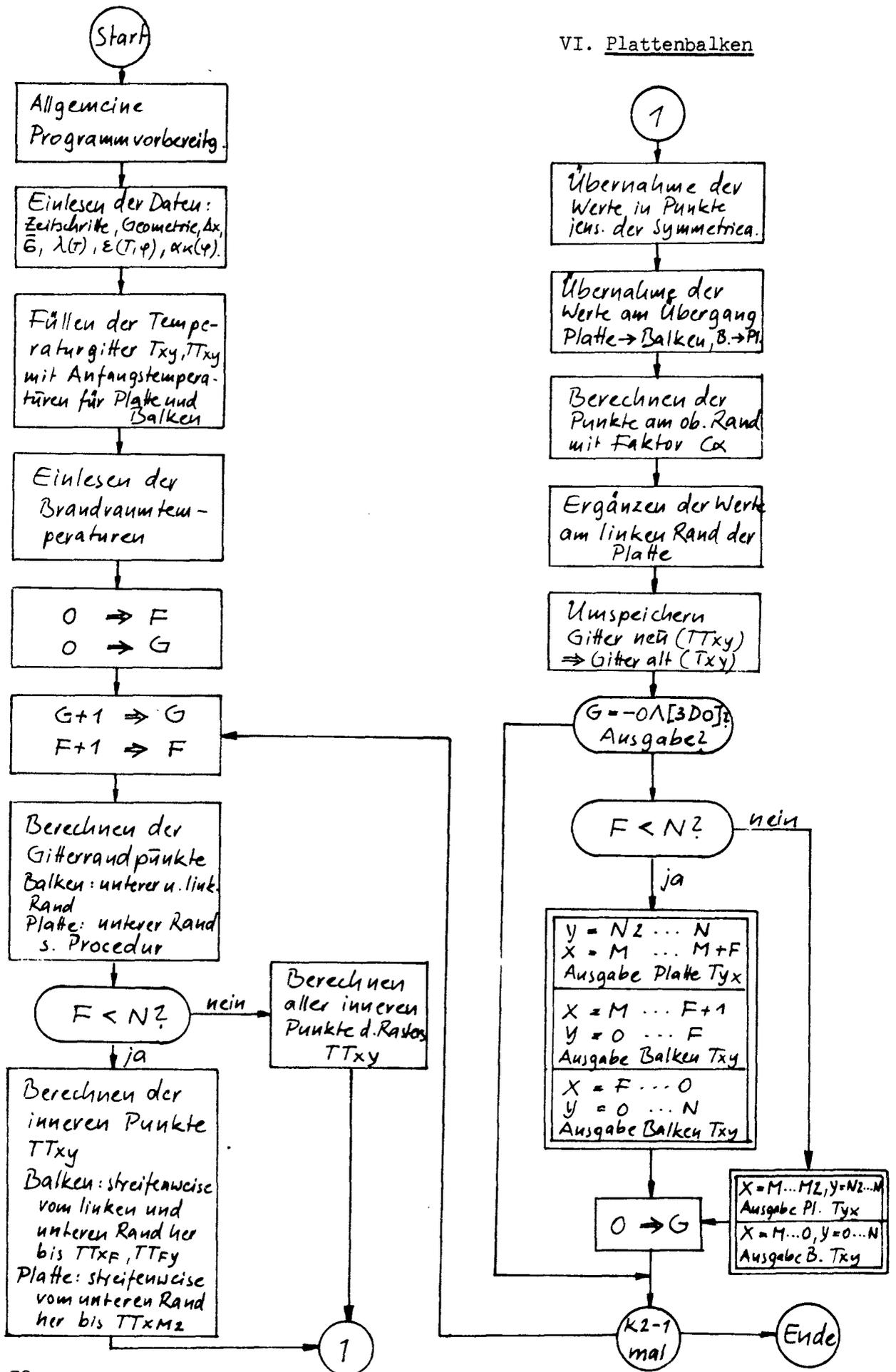


Bild 17: Flußdiagramm; Wärmeleitung in Plattenbalken; $\lambda = f(T)$; α .

3 4 0 0

7 1 5 0