

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

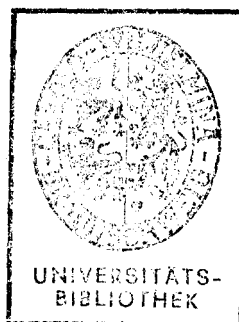
Direktoren:

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina

Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy

**ZUM VERFORMUNGSVERHALTEN GERISSENER STAHLBETONBALKEN
UNTER EINSCHLUSS DER MITWIRKUNG DES BETONS AUF ZUG
IN ABHÄNGIGKEIT VON LAST UND ZEIT**

von
Björn Svensvik



HEFT 48

BRAUNSCHWEIG

1981

VORWORT

Eine Verformungsberechnung oder eine rechnerische Vorhersage einer Zwangwirkung in Stahlbetontragwerken erfordert die Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, weil erst damit die Steifigkeit wirklichkeitsnah vorausgesagt werden kann.

Das Ziel dieser Arbeit war es, Momenten-Krümmungs-Beziehungen zu entwickeln, die sowohl die versteifende Mitwirkung als auch den verweichenden Einfluß von Last und Zeit beinhalten und die wesentlichen Stahlbetonparameter widerspiegeln. Die Eignung der entwickelten Beziehungen konnte durch Vergleiche zwischen den Ergebnissen nichtlinearer Tragwerksberechnung und von Versuchen bestätigt werden.

Mit den Problemen des Biegezwangs wurde ich durch die Bearbeitung einer Forschungsarbeit unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina bekannt, dem ich dafür danke, daß ich die Arbeit selbständig durchführen konnte. Aufbauend auf den Erfahrungen aus den Versuchen und aus der Zusammenarbeit mit Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy entwickelten sich Thema und Aufbau der Dissertation. Herrn Prof. Rostásy möchte ich ganz besonders danken. Er hat durch stete Bereitschaft zur fachlichen Diskussion diese Arbeit befruchtet und entscheidend gefördert.

Herr Prof. Dr.-Ing. H. Duddeck hat sich in dankenswerter Weise bereit erklärt, den Mitbericht zu übernehmen.

Den Mitarbeitern des Instituts - es sind zu viele, um die einzelnen Namen zu erwähnen - möchte ich für die Unterstützung bei den Versuchen danken. Frau Schroeder-Herrl besorgte das Schreiben des Manuskriptes. Die Herren cand.arch. Dörsam, Ebner und Prokakis und die Herren cand.ing. Laube und Rethmeyer halfen beim Zeichnen und Rechnen. Ihnen allen gebührt mein aufrichtiger Dank.

Braunschweig, im Januar 1981

Inhaltsverzeichnis

	Seite
BEZEICHNUNGEN	5
1. EINLEITUNG	9
1.1 Problemstellung, Ziel der Arbeit	9
1.2 Stand der Forschung	9
1.3 Gliederung der Arbeit	11
2. WERKSTOFFGESETZE	13
2.1 Werkstoffverhalten von Betonrippenstahl	13
2.2 Werkstoffverhalten von Beton	15
2.2.1 Struktur von Beton	15
2.2.2 Spannungs-Dehnungsverhalten unter kurzzeitigem Druck	15
2.2.3 Spannungs-Dehnungsverhalten bei kurzzeitigem Zug	20
2.2.4 Langzeitverhalten des Betons	25
2.2.4.1 Vorbemerkungen	25
2.2.4.2 Schwinden	28
2.2.4.3 Kriechen	32
2.3 Verbundverhalten	44
2.3.1 Allgemeines	44
2.3.2 Verbundverhalten unter kurzzeitiger Beanspruchung	49
2.3.3 Verbundverhalten unter langandauernder Beanspruchung	52
2.3.3.1 Grundsätzliches Verhalten im Versuch	52
2.3.3.2 Bisherige Arbeiten über das Verbundkriechen	52
2.3.3.3 Eigener Ansatz des Verbundkriechens	56
2.3.3.4 Verbundversuche an Ausziehkörpern unter Dauerlast	67
2.3.3.5 Verbundkriechfunktion	69
2.3.4 Bestimmung der T_v -v-Isochronen	77
3. DIE IDEALISIERUNG DER VERBUNDWIRKUNG	81
3.1 Grundlagen des Kurzzeitverhaltens	81
3.2 Verbundwirkung bei langandauernder Beanspruchung	89
3.3 Grundsätzliche Auswirkung des Verbundkriechens	89
4. SCHNITTGRÖSSEN-VERFORMUNGSBEZIEHUNGEN AUF BIEGUNG BEANSPRUCHTER STAHLBETONSTÄBE MIT RECHTECKQUERSCHNITT IM ZUSTAND I UND IM REINEN ZUSTAND II (RISS-QUERSCHNITT).	101
4.1 Vorbemerkungen	101
4.2 Rißbildung	101
4.2.1 Erstrißbildung	101
4.2.2 Zum Unterschied zwischen Last- und Zwangsbeanspruchung	102

	Seite
4.2.3 Ribentwicklung	106
4.2.4 Ribbreite	108
4.3 Schnittkraft-Verformungsbeziehungen im Zustand I und II	110
4.3.1 Der ungerissene Zustand I	111
4.3.2 Der reine Zustand II	111
5. MITWIRKUNG VON BETON AUF ZUG	116
5.1 Zum Phänomen und Einfluß der Mitwirkung	116
5.2 Bisherige Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung	117
5.3 Die Betonscheibe mit RiB nach Koch [67]	123
5.3.1 Berechnung der Spannungen in der Betonscheibe	123
5.3.2 Einfluß der Betonzugfestigkeit auf den Ribmechanismus	126
5.3.3 Bestimmung des mittleren Ribabstands	133
5.4 Berechnung der Verformungen, $M-M_m$ -Linien und Steifigkeiten für Kurz- und Langzeitbeanspruchung	135
5.4.1 Ansätze für die Berechnung mittlerer Dehnungen und Krümmungen	135
5.4.2 Überprüfung des entwickelten Rechenverfahrens durch Versuchsergebnisse	136
5.4.3 Einfluß wesentlicher Parameter auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung	137
5.4.4 Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von der Größe und der Dauer der Beanspruchung	153
6. ANWENDUNG DER ERMITTELTEN MOMENTEN-KRÜMMUNGS-BEZIEHUNGEN	164
6.1 Vorbemerkungen	164
6.2 Anwendung der Beziehungen bei Biegezwang infolge Setzung	164
6.2.1 Bisherige Arbeiten über Biegezwang	164
6.2.2 Biegezwangversuche von Kordina/Rostásy/Svensvik [70], [71]	166
6.2.2.1 Versuchsprogramm	166
6.2.2.2 Versuchsdurchführung	170
6.2.3 Nachrechnung der Biegezwangversuche - Vergleich zwischen Theorie und Experiment	171
6.2.3.1 Zur Berechnung der Momente infolge Last und Zwang	171
6.2.3.2 Nachrechnung der Kurzzeitversuche	174
6.2.3.3 Nachrechnung der Langzeitversuche	177
6.2.4 Einige Folgerungen für die Praxis	184
7. ZUSAMMENFASSUNG	186
8. LITERATURVERZEICHNIS	190

BEZEICHNUNGEN

Kleinbuchstaben (lateinisch)

a	Rißabstand
b	Breite
c_1	Länge eines Bereiches ungestörten Verbundes
d	Querschnittshöhe
f	bezogene Fläche
h	Nutzhöhe
k	bezogene Steifigkeit
l	Länge
m	bezogenes Moment
	Konstante
n	bezogene Normalkraft
	Konstante
	Verhältnis E_s/E_b
t	Zeit
u	Umfang
v	Verschiebung
	Variationskoeffizient
w	Rißbreite
x	Länge
r_m^D] Beiwerte zur Berechnung der Spannungen in der Betonscheibe
c_m^T	

Großbuchstaben (lateinisch)

A	Fläche
D	Druckkraft
E	Elastizitätsmodul
F	Fläche
G	Gewicht

I	Trägheitsmoment
K	Steifigkeit
M	Moment
N	Normalkraft
P	Kraft
$P_{\ddot{u}i}$	Überlebenswahrscheinlichkeit
R	Reibungskraft
T	Schubkraft
W	Widerstandsmoment
Z	Zugkraft

Kleinbuchstaben (griechisch)

β	Festigkeit Konstante
δ	Verschiebung
ϵ	Dehnung
η	Viskosität
κ	Krümmung
μ	Reibungsfaktor Bewehrungsgrad der Zugzone
μ'	Bewehrungsgrad der Druckzone
ρ	Krümmungsradius
σ	Spannung
τ	Verbundspannung
φ	Kriechfaktor

Großbuchstaben (griechisch)

Δ	Differenz
----------	-----------

Indizes

b	Beton
bz	Biegezug-
dyn	dynamisch
e	End-
ef	effektiv
el	elastisch
f	Fließen
i	ideell Zählervariable
j	Zählervariable
k	Kriechen
m	mittlere
o	oben
pl	plastisch
s	Stahl Streckgrenze Schwinden
sz	Spaltzug
u	unten
v	verzögert elastisch Verbund
w	Würfel
z	Zug
B	Biege-
E	Einspannung
N	neutral null
P	Prismen-
R	RiB Rippen-
ST	Stab
Z	Zug

0	Zeitpunkt $t = 0$
1	Zeitpunkt $t = 1$
	Rand 1
2	Rand 2
0,2	definierte Streckgrenze (0,2 %) vom kaltverformten Stahl
28	28-Tage-
∞	Zeitpunkt $t = \infty$
I	Zustand I
II	Zustand II

1. EINLEITUNG

1.1 Problemstellung, Ziel der Arbeit

In den vergangenen Jahrzehnten hat sich die Stahlbetonforschung vornehmlich mit der Frage der Tragfähigkeit beschäftigt. Die Untersuchung des Gebrauchsverhaltens kam dabei entschieden zu kurz. Aufmerksam gemacht durch zahlreiche Bauschäden, vor allem infolge von Zwangbeanspruchungen, entwickelte sich aber in den letzten Jahren eine verstärkte Forschungstätigkeit auf dem Gebiet des Gebrauchsverhaltens. Auch die hier vorgelegte Arbeit widmet sich diesem Problemkreis.

Während die Rißbildung und die damit verbundene Steifigkeitsveränderung die Größe und die Verteilung von Lastschnittgrößen nur geringfügig beeinflusst, ist es bei der Ermittlung von Zwangschnittgrößen und bei der Berechnung von Verformungen unerlässlich, von einer wirklichkeitsnahen Steifigkeit auszugehen, was insbesondere die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen voraussetzt.

Hier setzt das - zunächst grob angesprochene - Ziel der Arbeit an: Es sollen wirklichkeitsnahe Beziehungen für den Zusammenhang zwischen dem Biegemoment und der über die Biegerisse in einem Stahlbetonbalken hinweg ermittelten Krümmung entwickelt werden. Diese $M-M_m$ -Linien sollen auch die Auswirkung der wesentlichen Stahlbetonparameter und der Beanspruchungsdauer beinhalten.

1.2 Stand der Forschung

In der Forschung zur Bestimmung von Schnittgrößen-Verformungs-Zusammenhängen wurden zwei verschiedene Richtungen eingeschlagen. Zum einen wurde versucht, für allgemeine Beanspruchungszustände die daraus resultierenden Verformungen zu bestimmen (s. z.B. Rostásy [111], Noakowski [94] und Schaper [129]). Zum anderen wurde versucht, für bestimmte Zwängungszustände Ansätze für eine wirk-same, verschmierte Biegesteifigkeit und für die resultierenden Zwangschnittgrößen zu ermitteln. Letzteres gilt für die Arbeiten von Kordina [69] und Tennstedt [134], deren Empfehlungen in die Hefte 220 [152] und 240 [51] des DAfStb eingeflossen sind.

Bei den meisten dieser Arbeiten wurde die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug nach sog. "verschmierten" Schnittkraft-Verformungs-Ansätzen von Rabich [97], Rao [98], Noakowski [94], Wegner [146] u.a. erfaßt. Diese Ansätze besitzen sowohl Vorteile als auch Nachteile. Ihr Vorteil ist das einfache Beschreiben des in Versuchen beobachteten Verhaltens, das sie phänomenologisch, also ohne eingehende physikalische Begründung, darstellen. So gehen nur die Parameter Erstrißstahlspannung, Stahlspannung im Riß, E-Modul des Stahles, Bewehrungsgrad und Betonzugfestigkeit in die Rechnung ein. Als Nachteil ist zu werten, daß die Streuung der Betonzugfestigkeit im konsekutiven Prozeß des Reißens, die Verbundeigenschaften des Bewehrungsstahls u.a.m. nicht erfaßt werden können. Dies führt dazu, daß diese Ansätze die im Versuch beobachtete stetige Steifigkeitsveränderung beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II nicht zutreffend beschreiben können. Weiter wird die Mitwirkung des Betons auf Zug bei niedriger Beanspruchung unterschätzt und bei höherer zum Teil überschätzt. Koch [67] versuchte, diese Mängel zu beheben, indem er mit einer idealisierten Verbundwirkung die gemeinsame Wirkung von Verbund- und Scheibenverhalten erfaßt.

Mit Ausnahme der Arbeit von Schaper [129], der mit dem "verschmierten" Ansatz von Wegner [146] arbeitet, aber das Verbundkriechen vernachlässigt, befassen sich die erwähnten Arbeiten ausschließlich mit dem Kurzzeitzustand. In Anbetracht der Tatsache, daß Zwängungszustände meist langandauernd sind und daß durch Beton- und Verbundkriechen ein zeitabhängiger Abbau von Zwangsschnittgrößen erfolgt, ist es notwendig, den Einfluß der Beanspruchungsdauer mit zu erfassen.

In dieser Arbeit wird die Mitwirkung des Betons durch die Abbildung des von Rissen berandeten Stababschnittes als Scheibe und durch die Entwicklung eines Ansatzes für das Verbundverhalten bei Kurzzeit- und Langzeitbeanspruchung beschrieben. Neben dem Kriechen der Druckzone wird auch das Kriechen der Verbundzone erfaßt. Für die Mechanik des Reißens wird ein halbprobabilistischer Ansatz verwendet. Anhand der ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen wird der Einfluß wesentlicher Stahlbetonparameter untersucht. Die Eignung der entwickelten Beziehungen wird an Versuchen überprüft.

1.3 Gliederung der Arbeit

Aus den einleitenden Erläuterungen geht hervor, daß die Kenntnis des wirklichen Verformungsverhaltens die Voraussetzung für die zutreffende Vorhersage des Gebrauchsverhaltens ist. Um das erstellte Ziel zu erreichen, wird wie folgt vorgegangen:

In ABSCHNITT 2 werden die σ - ϵ -Beziehungen von Betonstahl und Beton nach dem neuesten Stand der Forschung dargestellt. Dabei wird für den Stahl das Ramberg-Osgood-Polynom und für den Beton auf Druck der Ansatz von Grasser [50] verwendet. Für Beton auf Zug wird der Ansatz von Noakowski [94] gewählt. Das Kriechverhalten des Betons auf Druck wird nach DIN 4227 [35] beschrieben.

Das Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton wird unter sowohl kurzzeitiger als auch unter langandauernder Beanspruchung untersucht. Als Verbundgrundgesetz für Kurzzeitbelastung dient der Ansatz von Martin [85]. Zur Beschreibung des Verbundkriechens wird ein eigener Ansatz entwickelt, der mit vom Verfasser durchgeführten Verbundversuchen überprüft wird.

Im ABSCHNITT 3 erfolgt eine Idealisierung der Verbundwirkung entlang des eingebetteten Bewehrungsstabes. Dabei wird unter Anwendung eines Isochronenverfahrens das von Koch [67] für die Kurzzeitbeanspruchung vorgeschlagene k_v -Verfahren auf eine Anwendung auch bei langandauernder Beanspruchung erweitert. Weiter wird auf die grundsätzliche Auswirkung des Verbundkriechens eingegangen.

Der ABSCHNITT 4 behandelt die Schnittgrößen-Verformungs-Beziehungen auf Biegung beanspruchter Stäbe mit Rechteckquerschnitt im ungerissenen Zustand I und im reinen Zustand II (Rißquerschnitt). An einem Beispiel wird die zeitabhängige Veränderung der M - κ_R -Beziehung und der last- und zeitabhängigen Steifigkeitsveränderung im Rißquerschnitt gezeigt.

Im ABSCHNITT 5 wird die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen Rissen behandelt. Teilbereiche des Stahlbetonbiegestabes werden dabei als von zwei Rissen berandete Scheibe betrachtet. Für den Mechanismus des Reißens bei zunehmender Beanspruchung M war es notwendig, die Streuung und Verteilung der Betonzugfestigkeit halbprobabilistisch zu beschreiben. Erst auf diese Weise ist es - zumindest näherungsweise - möglich, die lastabhängige Rißauslösung und Rißbildstabilisierung zu erfassen.

Nach diesen Vorarbeiten werden die Momenten-Krümmungs-Beziehungen und die Auswirkung der wesentlichen Parameter ermittelt werden. Die Rechnung wird Versuchen gegenübergestellt.

Der ABSCHNITT 6 zeigt einige Anwendungsmöglichkeiten der entwickelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen auf. Etwas näher wird auf deren Anwendung bei Setzungszwang eingegangen. Dabei war es möglich, die Rechnung den Ergebnissen von Versuchen des Verfassers gegenüberzustellen. Letztendlich interessierte auch die Frage, inwieweit die bisherigen Ansätze und auch der eigene Ansatz das im Versuch beobachtete Verhalten beschreiben können. Der Abschnitt schließt mit einigen Folgerungen für die Praxis ab.

ABSCHNITT 7 enthält die Zusammenfassung und zeigt offene Probleme auf.

2. WERKSTOFFGESETZE

2.1 Werkstoffverhalten von Betonrippenstahl

Als Biegezugbewehrung von Stabtragwerken aus Stahlbeton werden ausschließlich Betonrippenstähe der Festigkeitsklassen BST 420/500 (BST III) und BST 500/550 (BST IV) verwendet, die nach DIN 1045 [32] und DIN 488 [31] genormt sind. Nach dem Herstellungsverfahren unterscheidet man naturharte und kaltverformte Betonrippenstähe. Während die naturharten Stähle eine ausgeprägte Streckgrenze aufweisen, geht der Hooke'sche Bereich der kaltverformten Stähle ab der Proportionalitätsgrenze allmählich in den Verfestigungsbereich über. Als Streckgrenze der kaltverformten Stähle wird die 0,2 %-Dehngrenze gesetzt, an der eine bleibende plastische Verformung von $\epsilon_{pl} = 0,2 \%$ auftritt. Bild 2.1 zeigt eine Gegenüberstellung der Spannungs-Dehnungslinien dieser Stahlarten in schematischer Form.

Für eine mathematische Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverhaltens liegen mehrere Vorschläge vor [12], [31], [41], [45], [48], [64], [100], [124], [129], [149]. Der bekannteste nichtlineare Ansatz ist das sogenannte Ramberg-Osgood-Polynom.

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + K \left(\frac{\sigma_s}{E_s} \right)^m \quad (2.1)$$

Diese Beziehung läßt sich, da die σ_s - ϵ_s -Linie stets durch die 0,2 %-Grenze geht, in

$$\epsilon_s = \epsilon_{el} + \epsilon_{pl} \left(\frac{\sigma_s}{\beta_s} \right)^m \quad (2.2)$$

umformen. Durch Variation des Parameters m lassen sich damit die σ_s - ϵ_s -Linien sowohl der naturharten als auch der kaltverformten Stähle beschreiben (Bild 2.2). Dilger [31] setzt für naturharte Stähle $m = \infty$ und für kaltverformte $m = 10 - 25$. Schaper [129] wählte $m = 20$ für kaltverformte und $m = 50$ für naturharte Stähle. Diese Werte werden auch in dieser Arbeit gewählt.

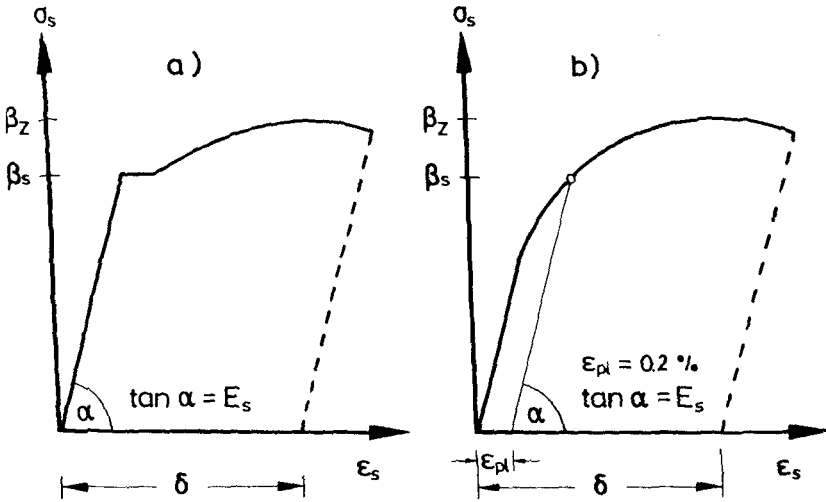


Bild 2.1 Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines naturharten (a) und eines kaltverformten Bewehrungsstabes (b)

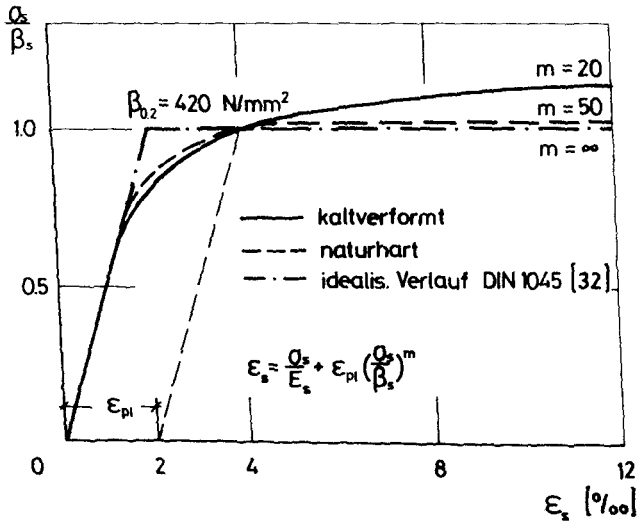


Bild 2.2 Darstellung der σ_s - ϵ_s -Linien von Betonstählen durch einen Polynom-Ansatz

2.2 Werkstoffverhalten von Beton

2.2.1 Struktur von Beton

Strukturell betrachtet ist Normalbeton ein heterogener Zweiphasenstoff. Die Zuschlagkörner bilden die elastische Phase, also das Traggerüst. Die Hohlräume zwischen den Zuschlagkörnern werden von der Zementsteinmatrix erfüllt, die die viskoelastische Phase darstellt und die die Zuschlagkörner miteinander fest verkittet. Normalbeton ist also ein Verbundwerkstoff.

Die natürlichen Zuschläge sind meist sehr steif, fest und dicht. Die Zementsteinmatrix hingegen ist ein poröser Stoff. Ihre Porosität hat eine Reihe von Ursachen [143]. Die sehr feinen Gelporen, die zur Feststoffstruktur des Zementsteins integral gehören, sind die Räume zwischen den Zementsteinpartikeln. Für die Festigkeit und die Dauerhaftigkeit von Beton spielen die größten Kapillarporen eine wesentliche Rolle. Sie stellen mehr oder weniger zusammenhängende Porenkanäle dar, die sich aber erst ab einem Wasserzementwert $\geq 0,5$ bilden. Weiterhin enthält das Betongefüge Grobporen und andere herstellungsbedingte Fehlstellen (Strukturporen). Die Kapillar- und Grobporen, sicherlich auch ein Teil der Gelporen, sind zumindest nach der Herstellung eines Betonbauteils mit Wasser gefüllt, das auf unterschiedliche Art gebunden ist. Über die offene Porosität kommuniziert die Betonstruktur mit der Atmosphäre. Der Prozeß des Feuchtetausches mit der Umgebungsluft spielt für die Langzeitverformungen eine große Rolle.

2.2.2 Spannungs-Dehnungsverhalten unter kurzzeitigem Druck

Die Spannungs-Dehnungslinie von Beton unter kurzzeitigem Druck bis zum Versagen stellt die wichtigste Beziehung für die Bemessung und die Berechnung der Verformungen von Bauteilen dar. Sie wird entweder im zentrischen oder exzentrischen Druckversuch an Prismen oder Zylindern festgestellt.

Die Spannungs-Dehnungslinie - bereits ab der Spannung Null nichtlinear - durchläuft dabei bei ansteigender Beanspruchung eine Reihe von Bereichen (s. Bild 2.3): Bis rd. 30 % der Prismenfestigkeit bleibt die Abweichung von der Ursprungstangente gering. Dann erfolgt, infolge einer langsamen Bildung von Haft- und Gefügerissen, eine überproportionale Zunahme der Dehnungen. Ab

etwa 75 % der Prismenfestigkeit nehmen die Dehnungen infolge beschleunigter Rißbildung noch stärker zu.

Versuche zeigen, daß die Bruchdehnung des Betons mit Zunahme der Druckfestigkeit abnimmt. Weitere wesentliche Einflüsse auf die Spannungs-Dehnungsbeziehung üben die Korngröße, Oberfläche der Zuschläge und versuchstechnische Faktoren wie die Dehngeschwindigkeit, die Form der Probekörper und deren Feuchtigkeit aus. Weiter sind eine Querbewehrung in der Druckzone und eine Exzentrizität der Kraft von Einfluß auf den Spannungs-Dehnungsverlauf. Diese Zusammenhänge werden in [41] näher erläutert.

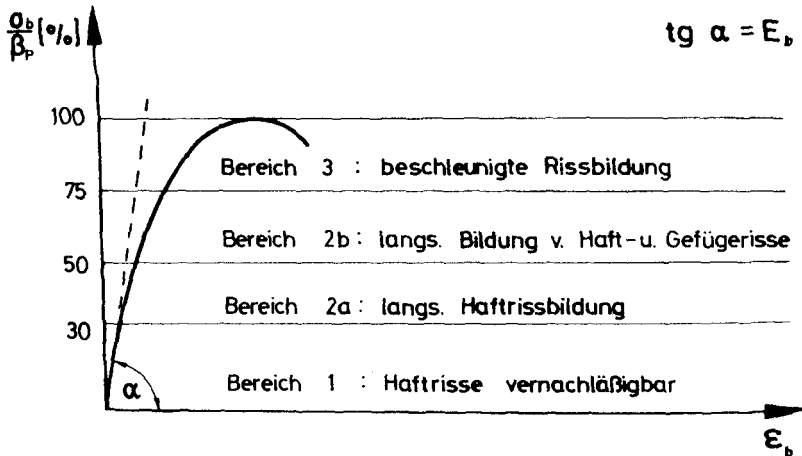


Bild 2.3 Qualitative Darstellung der $\sigma_b - \epsilon_b$ -Linie von Beton unter kurzzeitig wirkendem Druck

Brandtzaeg [15] hat sich als erster bereits in den 20er Jahren intensiv mit dem Bruchverhalten von Beton befaßt und hat dabei die Volumenänderung des Probekörpers während des Druckversuches beobachtet. Bis zu einer Spannung von rd. $0,3 \beta_p$ findet eine lineare Volumenverringering statt. Ab $0,3 \beta_p$ nimmt die Verringerung überproportional zu. Bei $0,75 \beta_p$ wird ein Minimum des Volumens erreicht. Ab $0,75 \beta_p$ nimmt das Volumen wieder zu. Beim Erreichen der Prismenfestigkeit ist das Volumen sogar größer als beim Versuchsbeginn. Die Volumenverringering kann mit dem Überdrücken vorhandener Hohlräume im Beton begründet werden, die Volumenzunahme mit dem Entstehen von größeren Rissen und einer

starken Auflockerung des inneren Gefüges. Die Untersuchungen von Brandtzaeg stellen den Beginn der systematischen Erforschung der Betonstruktur unter Last dar [41]. Bislang ist es aber nicht gelungen, eine geschlossene Theorie aufzustellen, mit der die Verformungsvorgänge im Beton nach physikalisch-mechanischen Gesichtspunkten befriedigend erklärt werden können. Für rechnerische Untersuchungen der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens wurde eine Reihe von analytischen Ansätzen entwickelt, mit denen die Kurven des Versuchs approximiert werden. Für die Approximation der Kurven werden häufig Polynome [40], [78], [122], [132], [150], gebrochen - rationale Funktionen [30], [50], [124] oder Exponential- [150] bzw. Hyperbelfunktionen [139] gewählt. Die Koeffizienten werden in der Regel mit der Fehlerquadratmethode bestimmt.

Schaper [129] hat die Spannungs-Dehnungslinien nach den Ansätzen von Grassler [50], Sargin [124], Dilger [31] und Hognestad [60] zusammengestellt und verglichen (Bild 2.4). Obwohl sehr unterschiedliche Funktionen gewählt wurden, ist die Abweichung der Kurven untereinander gering. Sie liegen alle innerhalb des von Rasch [99] angegebenen Streubereichs für die Versuchswerte von $\bar{\sigma} = 0,08 \beta_p$ um die Mittelkurve.

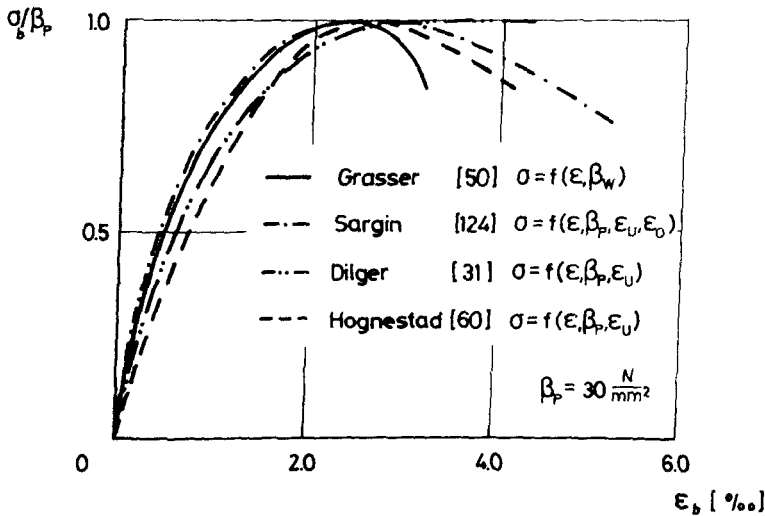


Bild 2.4 Analytische Spannungs-Dehnungsbeziehungen nach einigen Autoren

1 dieser Arbeit wird der von Grasser vorgeschlagene Ansatz

$$\sigma = 0,85 \cdot \beta_w \cdot \frac{a \cdot \epsilon - 0,2066 \epsilon^2}{1 + b \cdot \epsilon} \quad (2.3)$$

gewählt (ϵ positiv bei Druck [%]). Er besitzt gegenüber anderen Vorschlägen den Vorteil, daß nur die Würfeldruckfestigkeit β_w eingeht. Als Nebenbedingungen zu Glg. (2.3) gelten für die zentrische Bruchdehnung

$$\epsilon(N) < 2,2\% \quad (2.4)$$

und für die exzentrische Bruchdehnung

$$\epsilon(M) < \epsilon_p = (\beta_w - 205) \cdot 2 \cdot 10^{-5} \quad (2.5)$$

In der Tabelle 2.1 sind die Faktoren a und b von Glg. (2.3) sowie die exzentrische Bruchdehnung ϵ_p für verschiedene Würfeldruckfestigkeiten zusammengestellt. Die Werte wurden mit den von Thielen [135] entwickelten Ansätzen für

$$a = a_1 (\beta_w + a_2)^{a_3} \quad (2.6)$$

bzw. für

$$b = \left(\frac{b_1}{\beta_w + b_2} \right)^{b_3} + b_4 \quad (2.7)$$

bzw. mit den von Schaper [129] gewählten Eingangsparametern a_i und b_i berechnet.

β_w [N/mm ²]	20	30	40	50	60
a	1,88	1,41	1,14	0,95	0,82
b	0,95	0,52	0,25	0,06	- 0,07
ϵ_p	- 0,0037	- 0,0035	- 0,0033	- 0,0031	- 0,0029

Tab. 2.1 Parameter a und b der Glg. (2.3) sowie die exzentrische Bruchdehnung ϵ_p für verschiedene Würfeldruckfestigkeiten

Das Spannungs-Dehnungsverhalten bei Entlastung - bzw. bei Lastverringerng - wird von Grasser [50] in Anlehnung an Versuchsergebnisse und an von Sell [125] durchgeführten Untersuchungen - wie im Bild 2.5 dargestellt - angegeben. Bei

Beanspruchungen, die Spannungen kleiner oder gleich einem Drittel der Prismenfestigkeit hervorrufen, wird bei Entlastung wie bei Belastung entlang der σ - ϵ -Kurve verfahren. Bei höheren Spannungswerten dagegen erfolgt die Entlastung entlang der E-Linie (Neigung gleich Elastizitätsmodul).

Im Gegensatz hierzu folgt Schaper [129] sowohl bei Ent- als auch bei Belastung der Spannungs-Dehnungskurve von Grassier (Bild 2.5b). Dieser Weg wird auch hier gewählt.

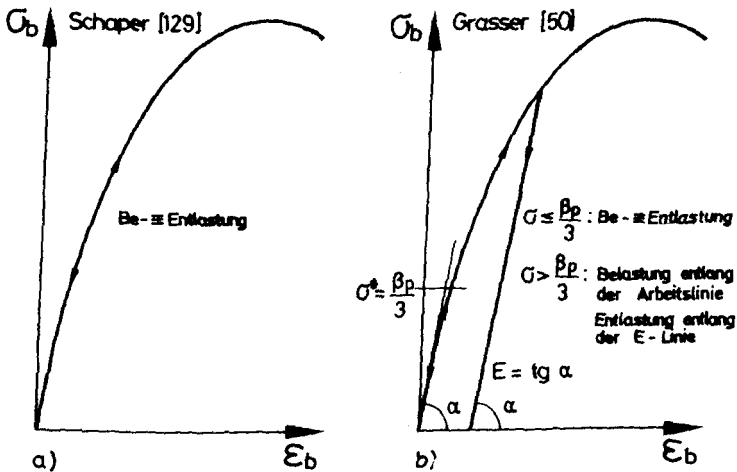


Bild 2.5 Spannungs-Dehnungsverhalten bei Be- und Entlastung nach Schaper [129] und nach Grassier [50]

Die hier gemachten Erläuterungen beziehen sich ausschließlich auf einachsige Beanspruchung. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf mehrachsige Beanspruchung nicht eingegangen. Nähere Angaben darüber befinden sich u. a. in [41], [72] und [129].

2.2.3 Spannungs-Dehnungsverhalten bei kurzzeitigem Zug

Bei der Zugbeanspruchung des Betons kann von einem linear-elastischen Spannungs-Dehnungsverhalten ausgegangen werden, das durch einen spröden Trennbruch beendet wird [41], [65] (s. Bild 2.6).

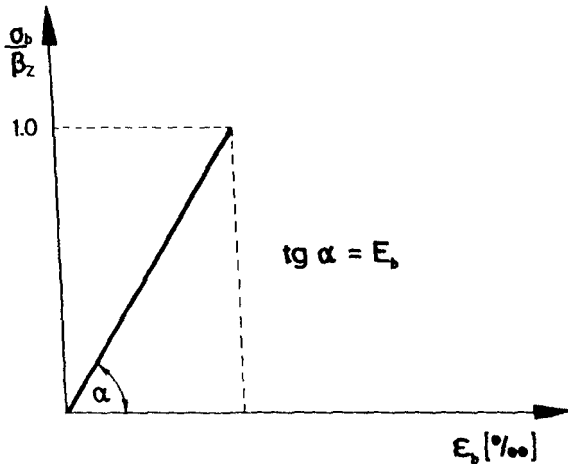


Bild 2.6 Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons bei zentrischem Zug

Die Zugfestigkeit des Betons hängt neben der Zugfestigkeit der Matrix selbst (W/Z -Einfluß wie bei β_w) auch noch von der Haftfestigkeit der Verbundzone Zuschlag-Matrix ab [15]. Die Haftfestigkeit wird von der Form, Oberflächenrauigkeit, der chemischen Natur und vieles andere mehr beeinflusst. Durch die Werkstoffheterogenität, strukturelle Fehlstellen und Poren, entsteht ein sehr inhomogenes Zugfeld. Es verwundert daher nicht, daß die Zugfestigkeit großen Streuungen unterliegt. Auch die Bauteilabmessungen sind von Einfluß, da mit zunehmender Größe des Bauteils die Versagenswahrscheinlichkeit rasch anwächst [65], [94].

Die Bestimmung der Betonzugfestigkeit im Versuch erfolgt unter unterschiedlichen Spannungszuständen. Die axiale Zugfestigkeit wird an mittig gezogenen Prismen oder Zylindern ermittelt. Wesentlich einfacher und mit geringeren

Streuungen behaftet ist die Ermittlung sowohl der Biege- als auch der Spaltzugfestigkeit. Die Zugfestigkeit ist nach Rüsç [120], Heilmann [59] u. a. mit der Würfeldruckfestigkeit in der folgenden Form verknüpft:

$$\beta_x = c \cdot \beta_w^{2/3} \quad (2.8)$$

Die von Heilmann vorgeschlagenen c-Werte zeigt Tab. 2.2. Diese Werte ergeben sich durch die Auswertung von Laborversuchen, bei denen zu vergleichende Zug- und Druckproben in der Regel aus der gleichen Betonmischung stammten. Rüsç berücksichtigt dagegen auch die unter Baustellenbedingungen vorhandene Mischungsstreuung und macht die c-Werte noch von der Betongüte abhängig. Beide Forscher ermitteln außer mittleren c-Werten die oberen und unteren charakteristischen Werte, die 95 %- bzw. die 5 %-Fraktilenwerte.

Zugfestigkeit		c _{5%}	\bar{c}	c _{95%}
β_z	ax. Zugfestigkeit	0,17	0,24	0,32
β_{bz}	Biegezugfestigkeit	0,35	0,45	0,56
β_{sz}	Spaltzugfestigkeit	0,22	0,27	0,32

Tab. 2.2 c-Beiwerte nach [120] (β in N/mm²)

Reale Stahlbetonbauteile weisen in der Regel eine geringere Zugfestigkeit auf als Laborkörper. Dies ist im wesentlichen durch das Schwinden bedingt, das Eigenspannungen hervorruft und einen Teil der Zugfestigkeit aufzehrt. Aber auch eine Querbewehrung in der Zugzone verringert, durch Querschnittschwächung und durch Spaltzugspannungen, die vom Beton aufnehmbare Zugkraft. Rüsç und Rehm [118] stellen durch Versuche eine etwa 40 %ige Verringerung gegenüber der an Normprobekörpern ermittelten Biegezugfestigkeit fest. Mit dem darauf abgestimmten Ansatz

$$\beta_{bz} = 0,27 \cdot \beta_w^{2/3} \quad (2.9)$$

arbeiten Baumann [6], Thielen [135] und Schaper [129].

Noakowski [94] hat einen Vorschlag zur Erfassung der Gradienten der Zugspannung $d\sigma_{bz}/dx$ und des Einflusses der Würfeldruckfestigkeit β_w auf die Zugfestigkeit

stigkeit ausgearbeitet. Ausgehend von dem von Mayer [86] gefundenen Zusammenhang zwischen β_{bz} und der Bauteildicke d (Bild 2.7) und von der von Heilmann [59] ermittelten Abhängigkeit der mittleren Reißspannung von der Exzentrizität der Belastung (Bild 2.8) und mitgeteilten Zusammenhang zwischen β_{bz} und β_w (Bild 2.9) gelangt er zu folgendem Ansatz:

$$\beta_{bz}^{wd} = \frac{0,6 k_d + 6 \cdot c_d \cdot \eta}{k_d + 6 \cdot \eta} \cdot c_p \cdot \beta_w^{2/3} \quad (2.10)$$

Hierin sind: $\eta = M/h \cdot N$ die auf die Nutzhöhe bezogene Lastausmitte, $k_d = d/h$ das Verhältnis Bauteildicke zu Nutzhöhe, c_d der von Mayer gefundene Faktor

$$c_d = \frac{2,4 + 0,26 \cdot d}{1,0 + 0,40 \cdot d} \quad (2.11)$$

zur Berücksichtigung der Bauteildicke und C_β der von Heilmann ermittelte und in Tab. 2.2 aufgeführte Streuungsbeiwert.

Noakowski wertete Glg. (2.10) für zwei verschiedene Betongüten aus (Bild 2.10). Dabei wählte er als Abszisse die Funktion $\arctg \eta$, weil diese ein lückenloses

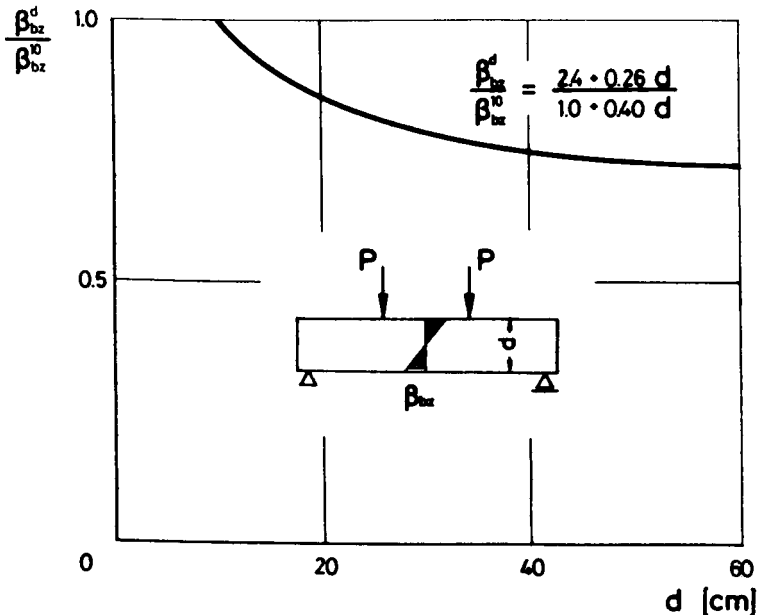


Bild 2.7 Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit des Betons von der Balkenhöhe nach Mayer [86]

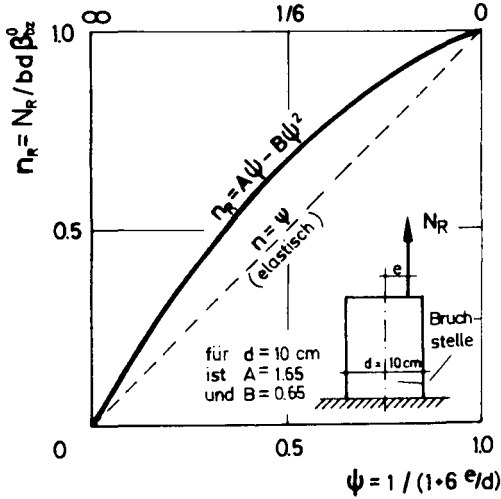


Bild 2.8 Abhängigkeit der bezogenen, mittleren Reißspannung von der bezogenen Exzentrizität nach Heilmann [59]

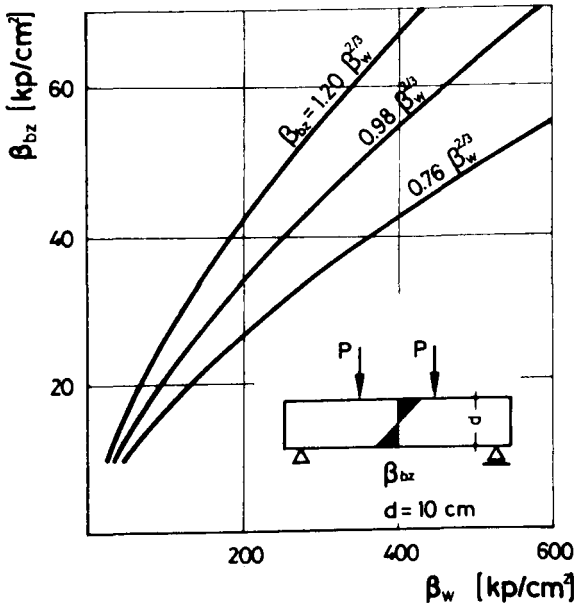


Bild 2.9 Abhängigkeit der Biegezug- von der Würfeldruckfestigkeit des Betons nach Heilmann [59]

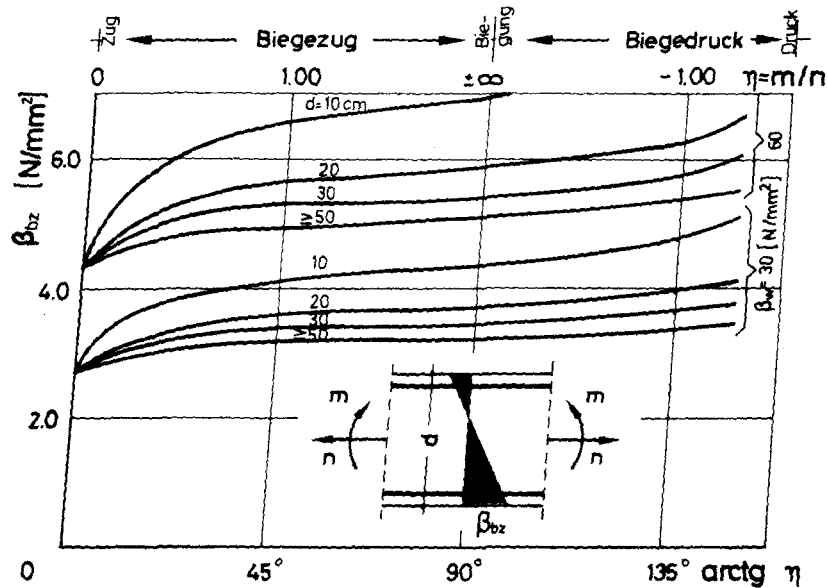


Bild 2.10 Einfluß der bezogenen Exzentrizität auf die Zugfestigkeit des Betons, Auswertung nach Glg. 2.10 (nach [94])

Abfahren des ganzen Exzentrizitätenbereiches erlaubt. Weiter zeigt er anhand der Bilder 2.11 und 2.12 die Auswirkung der Würfeldruckfestigkeit und der Stabdicke auf die Zugfestigkeit des Betons und stellt fest, daß der Einfluß der Exzentrizität nur bei kleinen Stabdicken ($d < 30$ cm) relevant ist und daß der Einfluß der Stabdicke mit größer werdender Exzentrizität zunimmt.

In dieser Arbeit wird der Einfluß der Spannungsgradienten auf die Betonzugfestigkeit nach Noakowski berücksichtigt.

2.2.4 Das Langzeitverhalten des Betons

2.2.4.1 Vorbemerkungen

Neben den Verformungen unter kurzzeitig einwirkendem Zug oder Druck erfahren Betonbauteile auch Langzeitverformungen. Hierbei müssen wir nach lastunabhängigen und lastabhängigen Langzeitverformungen unterscheiden.

Zur ersten Gruppe gehören:

- a) Temperaturverformungen infolge z. B. sich jahreszeitlich verändernden Temperaturen,
- b) Schwinden und Quellen infolge Trocknung bzw. Befeuchtung.

Zur zweiten Gruppe gehören die viskoelastischen Verformungsvorgänge, die im Gefolge von Kriechen und Relaxation des Betons auftreten. Bei belasteten Bauteilen laufen diese Verformungsarten stets gemeinsam, oft miteinander gekoppelt ab.

Bild 2.13 zeigt den zeitlichen Verlauf der Betonverformungen eines mittig auf Druck belasteten Betonprismas, das gleichzeitig an der Luft austrocknet.

Die Gesamtverformung läßt sich mit Glg. (2.12) ausdrücken:

$$\text{ges. } \epsilon(t) = \epsilon_{el}(t_0) + \epsilon_k(t, t_0) + \epsilon_s(t, t_0) \quad (2.12)$$

Im folgenden wird jeder dieser Verformungsanteile besprochen.

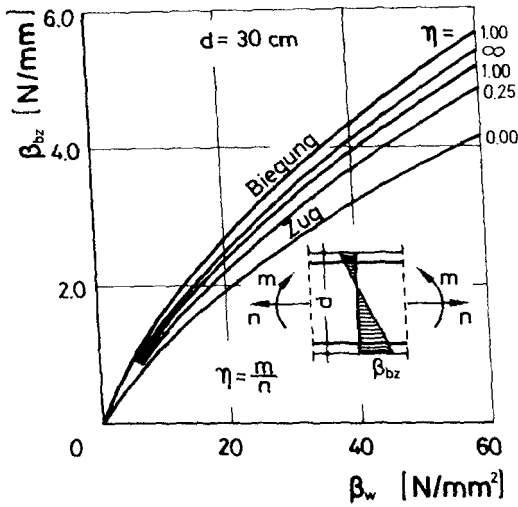


Bild 2.11 Einfluß der Würfeldruck- auf die Biegezugfestigkeit des Betons, Auswertung nach Glg. 2.10 (nach [94])

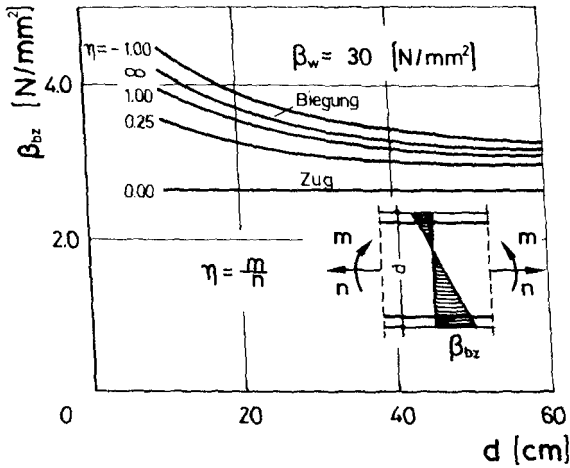


Bild 2.12 Einfluß der Stabdicke auf die Zugfestigkeit des Betons, Auswertung nach Glg. 2.10 (nach [94])

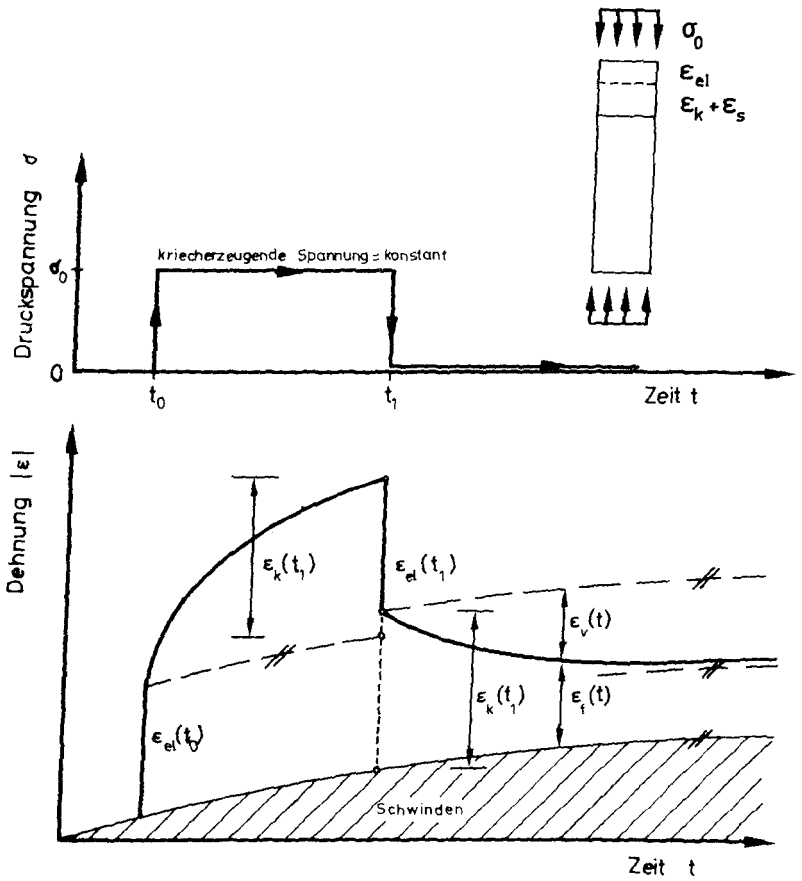


Bild 2.13 Langzeitverformungen von Beton infolge Schwindens und Kriechens

2.2.4.2 Schwinden

A: Grundlagen und Ursachen

Als Schwinden bezeichnet man die allseitig gleiche Volumenabnahme des Betons infolge Austrocknung. Diese Volumenabnahme ist von der Porosität des Zementsteins abhängig und entsteht infolge der in den feinen Kapillar- und Gelporen ablaufenden Kapillarkondensation. Damit hängt das Schwinden von den Umweltbedingungen ab. Eine durch einen hohen W/Z-Wert bedingte hohe Porosität, ein hoher Zementgehalt und eine große Zementmahlfeinheit führen zu großem Schwinden.

B: Einfluß des Schwindens auf die Biege- und die Dehnsteifigkeit

Wegen der Feuchteunterschiede über die Dicke eines Bauteils liegt auch stets ein Gefälle des freien Schwindens bzw. ein dem Feuchtegehalt proportionales Feld der freien, unbehinderten Schwinddehnungen im Querschnitt vor. Die Homogenität des Körpers erlaubt jedoch keine ungleichförmige Verformung der Schwinddehnungen, sondern erzwingt stets die Dehnungsebanheit. Damit ist die Austrocknung stets mit Schwindeigenspannungen verbunden, s. Bild 2.14. Wird die mittlere Schwinddehnung auch noch durch unverschiebliche Stützung behindert, so entsteht außerdem noch ein Schwindzwang. Die Schwindspannungen können - überlagert mit anderen Zugspannungen oder auch allein - die Betonzugfestigkeit erreichen und zu Schwindrissen führen. Dies hat eine Reduktion der Dehn- und Biegesteifigkeit zur Folge. Die Dicke des Bauteils übt einen starken Einfluß auf das Feuchtigkeitsgefälle und damit auf die Größe der durch Schwinden erzeugten Eigen- bzw. Zwangsspannungen aus. Hansen und Mattock [53] haben den Einfluß des Verhältnisses Volumen zu Oberfläche auf das Schwinden

Unbehindertes Schwinden:
nur Eigenspannungen

Behindertes Schwinden:
Überlagerung von Eigen- und Zwangsspannungen

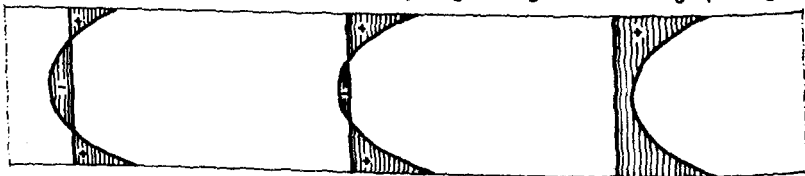


Bild 2.14 Spannungsverteilung über den Querschnitt infolge Schwindens

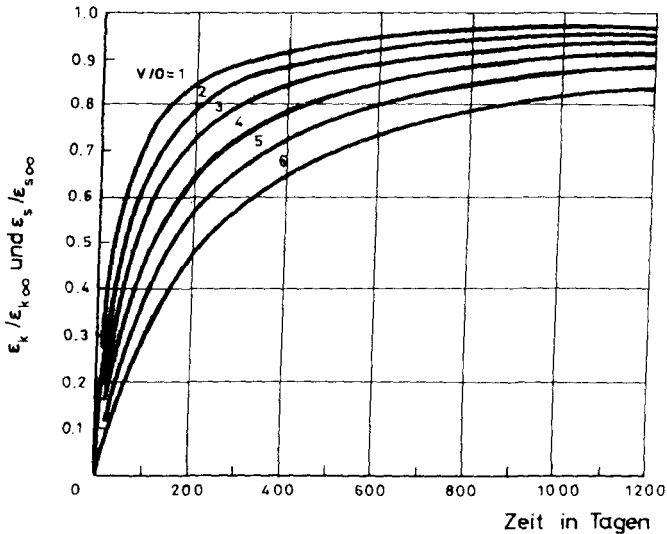


Bild 2.15 Einfluß des Verhältnisses Volumen/Oberfläche (V/O) auf die Schwind- bzw. Kriechdehnung in Abhängigkeit von der Zeit (nach [53])

untersucht. Sie geben folgenden Zusammenhang an:

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{s\infty}} = \frac{t}{N+t} = \frac{t}{26,0e^{0,36(V/O)} + t}$$

Für verschiedene Volumen/Oberflächen-Verhältnisse (V/O) ist dieser Zusammenhang in Bild 2.15 dargestellt. Entsprechend weisen dicke Körper hohe Schwind-eigenspannungen auf.

C: Einflüsse auf das Schwinden

Durch entsprechende Zusammensetzung und Nachbehandlung des Betons kann das Schwinden verringert und damit dessen Folgen in Form von Rissen und herabgesetzten Steifigkeiten positiv beeinflusst werden.

Geeignete Maßnahmen gegen überhöhtes Schwinden sind:

a) Bei der Zusammensetzung:

- Vermeidung zu fein gemahlener Zemente
- Wahl eines niedrigen W/Z -wertes
- Wahl eines niedrigen Zementgehaltes

b) Durch Nachbehandlung:

- Durch Feuchthalten des Betons in jungem Alter werden die Eigen- und Zwangsspannungen klein gehalten, bis die Zugfestigkeit eine ausreichende Größe erreicht hat.

D: Analytische Darstellung des Schwindens

Die numerische Erfassung des Einflusses des Schwindens erfordert dessen analytische Darstellung. Die mathematischen Ansätze zur Beschreibung des Schwindens besitzen folgende Form:

$$\epsilon_s(t) = f(a_j, t) \quad (2.14)$$

Hierin berücksichtigen die Koeffizienten a_j die Zusammensetzung des Betons, die Körpergröße, die Auswirkung der Trocknungsmöglichkeit und das Alter bei Trocknungsbeginn. Weiter ist t die Trocknungszeit [7], [110], [145].

Die meisten Schwinduntersuchungen wurden an unbewehrten Betonkörpern in Form von Prismen oder Zylindern durchgeführt. Der Einfluß einer Bewehrung auf das Schwindverhalten wurde u. a. von Rostásy [110], Trost und Mainz [138] und Mayer [86] untersucht. Dabei stellt sich heraus, daß eine Bewehrung das Ausmaß des Schwindens dadurch verringert, daß in der Bewehrung Druckspannungen entstehen, während der Beton gezogen wird (innere Behinderung). Außer zur Reduzierung der Schwindverkürzung eines Bauteils kann eine Bewehrung dazu dienen, eventuelle Schwindrisse zu verteilen, so daß geringere Rißbreiten entstehen.

Da ungleiche Bewehrungsmengen im Querschnitt unterschiedliche Widerstände gegen das Schwinden hervorrufen, tritt außer einer Schwindverkürzung auch eine Schwindkrümmung ein. Bei statisch-unbestimmten Bauteilen führt das Schwinden auch oft zu Zwängungsspannungen, die beim Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons eine Rißbildung und Reduktion der Dehn- und Biegesteifigkeit erzeugen.

Bild 2.16 zeigt die Zeitverläufe des Schwindens für zwei Werte der wirksamen Körperdicke nach verschiedenen Regelwerken: ACI 209 [2], DIN 1045 [33] und Spannbetonrichtlinie [105]. Die Unterschiede sind relativ gering. Die rechnerische Ermittlung von Schwindverformungen erfolgt in dieser Arbeit nach den Spannbetonrichtlinien [105].

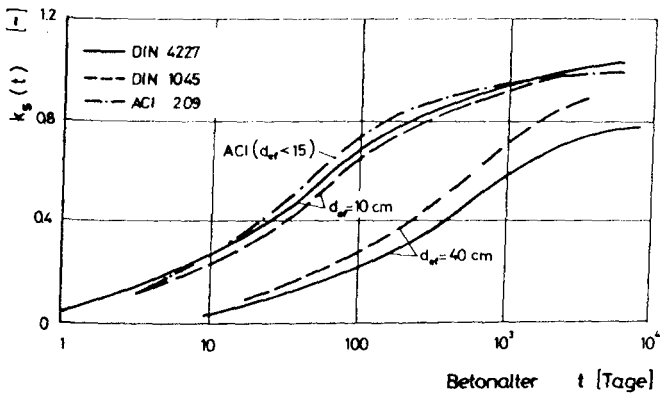


Bild 2.16 Zeitlicher Verlauf des Schwindens nach verschiedenen Normen [2, 33, 35]

Die wirksame Körperdicke d_{ef} (Glg. 2.15) berücksichtigt den Einfluß der Geometrie auf die Austrocknung

$$d_{ef} = k_{ef} \cdot \frac{2A}{U} \quad (2.15)$$

Der zeitliche Verlauf des Schwindens nach [105] (Glg. 2.16) kann auch mit dem von Schaper [129] angegebenen Ansatz (2.17) beschrieben werden.

$$\epsilon_s(d_{ef}, t) = \epsilon_s(t = \infty) \cdot f_s(d_{ef}, t) \quad (2.16)$$

$$f_s(d_{ef}, t) = a_1 + \frac{t}{a_2 + t} \quad (2.17)$$

Die von Schaper ermittelten Koeffizienten a_i sind zusammen mit dem Grundschwinds $\epsilon_s(t=\infty)$ und dem Faktor d_{ef} in Tab. 2.3 zusammengestellt.

Ansatz	Koeffizienten						
	$\epsilon_s(t=\infty) \cdot 10^{-5}$ $d_{ef} = k_{ef}^2 F/U$	rel. Feuchte %		90	70	40	
$\epsilon_s(t=\infty(Kons.k2))$		10	25	40			
k_{ef}		5	1,5	1,0			
$f_s(d_{ef}, t) = a_1 + \frac{t}{a_2 + t}$	d_{ef}	5	10	20	40	80	160 cm ²
	a_1	0,073	0,018	0,001	- 0,010	0,013	- 0,454
	a_2	19,4	35,4	105,3	296,5	1538	111

Tab. 2.3 Berechnungsansatz für den zeitlichen Verlauf des Schwinds (nach [129])

Wenn Betonalter und Austrocknungszeit nicht identisch sind, ist nur das Restschwinds ab Austrocknungsanfang (t_0) in Rechnung zu setzen:

$$\begin{aligned} \epsilon_s(t, t_0) &= \epsilon_s(t, 0) - \epsilon_s(t_0, 0) \\ &= \epsilon_{s0} \{ f(t, 0) - f(t_0, 0) \} \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.2.4.3 Kriechen

A: Zur Beobachtung im Versuch und den Ursachen des Kriechens

Bereits aus dem Verhalten bei Be- und Entlastung im Kurzzeit-Druckversuch wird klar, daß Beton kein elastischer Werkstoff ist, sondern einem sehr verwickelten Stoffverhalten folgt. Darüber hinaus stellt man im Versuch bei Dauerbelastung einer prismatischen oder zylindrischen Probe unter zentrischem Druck auch noch ein ausgesprochen zeitabhängiges Verhalten fest. Bild 2.13 zeigt die Dehnungs-Zeitlinie dieses Verhaltens, das Kriechen genannt wird.

Infolge der Kriechspannung σ_0 - im Alter t_0 aufgebracht - entsteht zunächst spontan die elastische Dehnung.

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma_0}{E(t_0)} \quad (2.19)$$

Daran schließt die Dauerbeanspruchung an, unter der sich monoton, jedoch mit abnehmender Dehngeschwindigkeit, die Kriechdehnung $\epsilon_k(t, t_0)$ aufbaut. Die dargestellte degressive Kriechentwicklung gilt für Belastungsgrade $\sigma_0/\beta_p \leq 0,5$.

Mit höher werdenden Belastungsgraden kann die degressive Kriechgeschwindigkeit sogar in eine progressive umschlagen [8], [23], [107], [121], [141]. Dies ist ab $\sigma_0/\beta_p \approx 0,75 - 0,83$ der Fall; die Folge ist ein Kriechbruch.

Alda [4] hat dieses Phänomen beschrieben. Hierauf soll, da in dieser Arbeit nur die Beanspruchungen des Gebrauchslastbereiches mit $\sigma_0/\beta_p < 0,5$ untersucht werden, nicht weiter eingegangen werden.

Wird im Zeitpunkt t_e die Kriechspannung entfernt, so federt der Probekörper zunächst spontan um ϵ_{el} zurück, wobei man ab einem Belastungsalter von $t_0 = 28$ d vereinfachend annehmen darf, daß

$$E_{el}(t_0) = \epsilon_{el}(t_e) \quad (2.20)$$

was eine Unveränderlichkeit des E-Moduls im Betrachtungszeitraum bedeutet. Daran anschließend beobachtet man eine zeitdegressiv verlaufende "Erholung" der bis $t = t_e$ aufgelaufenen Kriechdehnung $\epsilon_k(t_e, t_0)$. Diese Erholung, eine Zeitlang fälschlicherweise mit Rückkriechen bezeichnet, ist jedoch elastischer, wenngleich verzögert-elastischer Natur. Die Zeit-Dehnungslinie strebt einem Grenzwert zu, der die wahre bleibende, also viskose Verformung markiert. Unter der Voraussetzung, daß sich die verzögert-elastische Dehnung unter Last in der gleichen zeit- und größenaffinen Entwicklung bildet, wie im entlasteten Zustand, so können wir für $t = t_e$ die Kriechdehnung in einen verzögert-elastischen Anteil ϵ_v und einen viskosen Anteil ϵ_f (Fließen) zerlegen:

$$\epsilon_k(t, t_0) = \epsilon_v(t, t_0) + \epsilon_f(t, t_0) \quad (2.21)$$

Diese Aufteilung in eine altersunabhängige verzögerte Elastizität und in ein viskoses Fließen fand Eingang in die Spannbeton-Richtlinie [105] und in das CEB-FIP-Model-Code [23]. Weiterhin darf näherungsweise angenommen werden, daß Kriech- und Schwindprozeß einander nicht beeinflussen. Ein Stoff, der spontane

und verzögerte Elastizität aber auch irreversible Verformungen aufweist, kann als viskoelastisch bezeichnet werden.

Das Kriechen unter Dauerspannung ist nur eine der Ausdrucksweisen eines viskoelastischen Stoffes. Eng verwandt mit dem Kriechen ist die Relaxation, worunter wir den zeitdegressiven Abfall der Spannungsantwort auf eine aufgezwungene Dehnung verstehen. Kriechen und Relaxation beruhen auf den gleichen physikalischen Vorgängen in der Betonstruktur. Da das Relaxationsproblem bislang experimentell wenig erforscht wurde, liegen Relaxationsfunktionen noch nicht vor. In der Praxis werden deshalb die Relaxationsprobleme mit Kriechansätzen behandelt. In Stahlbetontragwerken liegen sowohl bei Last- als auch bei Zwangsbeanspruchung selten reine Kriech- oder reine Relaxationsphänomene, sondern stets Kopplungen davon vor.

Die Ursachen des Kriechens sind trotz umfangreicher Forschung bis heute noch nicht vollständig geklärt [79], [114], [141]. Zweifelsfrei ist jedoch, daß das Kriechen auf der Wechselwirkung des Wassers mit dem Zementsteingefüge beruht und von der Feuchtebewegung infolge Trocknung oder Befeuchtung beeinflusst wird. Weiterhin lehrt die Beobachtung, daß das Kriechen von Proben, die sich mit ihrer Umgebung in hygrischem Gleichgewicht befinden, deutlich kleiner ausfällt als das Kriechen von Proben, die im belasteten Zustand trocknen. Selbstverständlich würde bei den letzteren die Schwinddehnung (Schwinden an unbelasteten Proben gemessen) abgezogen: Es findet also eine Kriechverstärkung bei gleichzeitigem Trocknen statt.

Ausgehend von dieser Beobachtung hat man das Kriechen in zwei Anteile unterteilt: 1.) Grundkriechen und 2.) Trocknungskriechen. Dabei umfaßt das Grundkriechen die Verformungen im hygrischen Gleichgewicht, während bei gleichzeitiger Trocknung beide Anteile überlagert auftreten [89], [121].

Das Grundkriechen nimmt nach Münchener Untersuchungen [114], [126], [148], [149] mit zunehmender Ausgleichsfeuchte und zunehmendem W/Z-Wert zu, weil durch die Adsorption von Wasser die Oberflächenenergie der Gelpartikel abnimmt und der Spaltdruck ansteigt. Beide Effekte führen zu einer Gefügauflockerung, verbunden mit erhöhter Kompressibilität. Die Verstärkung des Kriechens bei Trocknung wird damit erklärt, daß die Beweglichkeit der Wassermoleküle in den Zwischenschichten durch die externe Spannung gesteigert wird und innere Gleitungen stattfinden.

Von der Zementsteinstruktur u.a.m. gesehen, steigt das Kriechen an:

- bei Zunahme des W/Z -Wertes und damit der Porosität,
- bei zunehmendem Feuchtegehalt,
- durch gleichzeitiges Austrocknen, umso mehr, je niedriger die rel. Luftfeuchte und je höher die Ausgangsfeuchte ist,
- bei Zunahme der Temperatur,
- bei Belastung im jungen Alter,
- bei Zunahme der Spannungen.

Die Zementart übt einen untergeordneten Einfluß aus.

Die Kriechdehnungen zu einem bestimmten Zeitpunkt hängen im Bereich der Gebrauchsspannung ungefähr linear mit der Spannung, Druck oder Zug, zusammen.

B: Einfluß des Kriechens auf die Biege- und die Dehnsteifigkeit

Durch das Kriechen wird die Steifigkeit von Stahlbetonkonstruktionen verringert [31], [51], [86], [90], [121]. Die wichtigsten Einflüsse auf die Größenordnung dieser Steifigkeitsabnahme sind

- die Kriechneigung des Betons, ausgedrückt durch die Kriechzahl,
- die bremsende Wirkung der Bewehrungseinlagen,
- der Zustand des Konstruktionsteils, gerissen oder ungerissen.

Bild 2.17 veranschaulicht den Einfluß des Kriechens auf das Verformungsverhalten biegebeanspruchter Tragglieder. Die zeitabhängige Zunahme der durch die Spannung ausgelösten Verformung ist im Zustand I proportional der Kriechzahl und umgekehrt proportional der Behinderung durch die Stahleinlagen. Im Zustand II nimmt infolge Kriechens nur die Verformung der Betondruckzone zu. Weil das Stahlkriechen vernachlässigbar gering ist, entsteht in der gerissenen Zugzone lediglich eine geringe, elastische Verformungszunahme dadurch, daß die Dehnungsnulldlinie nach unten wandert und dem Stahl eine etwas größere Zugbeanspruchung zugewiesen wird. Während des Kriechvorganges findet auf diese Weise eine stetige Verringerung des inneren Hebelarmes und Veränderung der Verteilung der inneren Kräfte statt.

Für die Veränderung der Dehnsteifigkeit infolge Kriechens gilt Entsprechendes. Bei Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen entsteht zwischen Bewehrung und Beton Verbundkriechen, das im Abschnitt 5 gesondert behandelt wird.

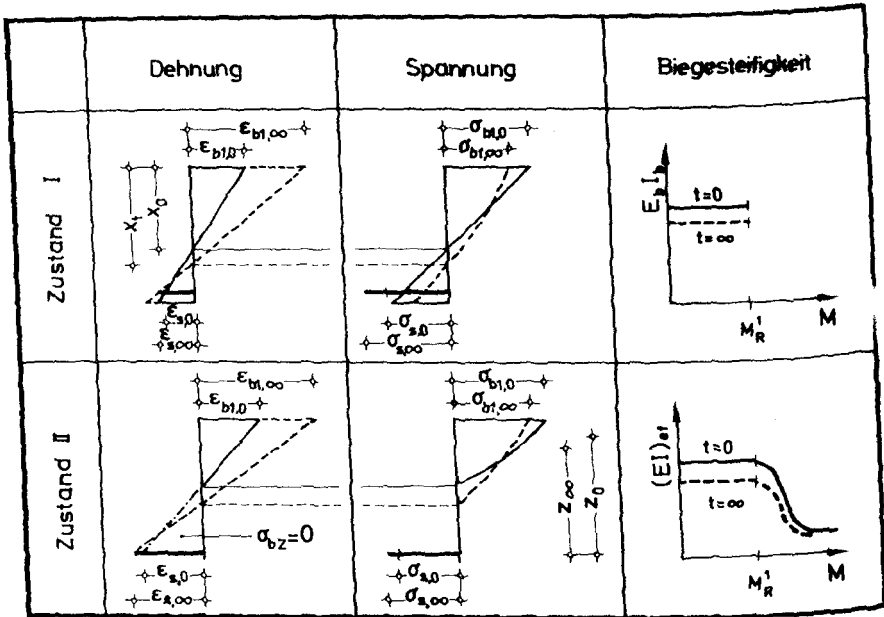


Bild 2.17 Einfluß des Kriechens auf Dehnung, Spannung und die Biegesteifigkeit von Stahlbetonquerschnitten

C: Phänomenologische Beschreibung des Kriechens

Mathematische Formulierungen der phänomenologischen Erkenntnisse liefern uns die bestehenden linearen Kriechtheorien und rheologischen Modelle. Im folgenden wird nur kurz auf die wichtigsten Theorien und Modelle eingegangen. Nähere Angaben befinden sich in [4] und [89].

C1: Die linearen Kriechtheorien

Die wichtigsten linearen Kriechtheorien sind

- a) das Fließen mit Alterung,
- b) das verzögert-elastische Kriechen,
- c) das affine Kriechen,
- d) der Summenansatz, der a) und b) additiv verknüpft.

a) Der Ansatz für das Fließen mit Alterung - auch das Whitney'sche Fließen genannt - lautet:

$$\psi(t, t_0) = \psi(t, 0) - \psi(t_0, 0) \quad (2.22)$$

Die Kriechkurve, die sich nach diesem Ansatz bei einer Belastung im Betonalter von 3 Tagen ergibt, wird als Whitney'sche Idealkurve bezeichnet. Die Kriechkurven für Belastungen zu späteren Zeitpunkten ergeben sich durch vertikale Verschiebung der Idealkurve (Bild 2.18).

Nach dieser Theorie stellt sich bei Entlastung keine reversible Kriechverformung ein. Dies widerspricht aber allen Versuchsergebnissen.

Auf dem Ansatz (2.22) basieren auch die Ansätze von Dischinger [36], Ross [109] und England [43].

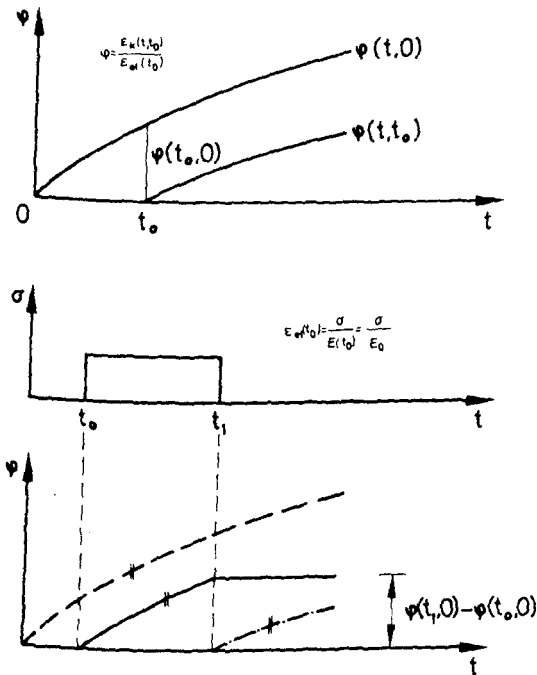


Bild 2.18 Das Fließen mit Alterung

b) Das verzögert-elastische Kriechen [63], [128] mit dem Ansatz

$$\Psi(t, t_0) = \Psi(t - t_0) \quad (2.23)$$

kennt kein Altern des Materials. Damit sind die Kriechkurven zu verschiedenen Belastungsaltern gleich. Sie ergeben sich lediglich aus einer horizontalen Verschiebung der Kriechkurven um den Betrag Δt (Bild 2.19). Auch dieser Ansatz widerspricht den Versuchsergebnissen.

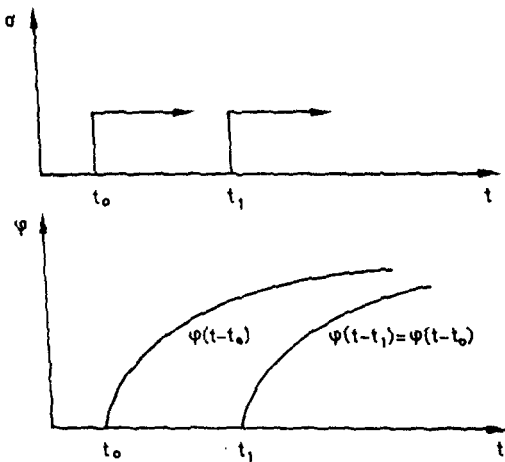


Bild 2.19 Das verzögert-elastische Kriechen

c) Das affine Kriechen - auch Produktansatz genannt - wurde von Arutyunyan [5] vorgeschlagen. Durch den Ansatz

$$\Psi(t, t_0) = \Psi_{\infty}(t_0) \cdot k(t - t_0) \quad (2.24)$$

wobei

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t - t_0) = 1 \quad (2.25)$$

ist, werden die Ordinaten der Kriechfunktion mit einem Faktor k in Abhängigkeit vom Belastungszeitpunkt verzerrt.

Dieser Ansatz wurde von Haas [52] und Trost [137] aufgegriffen und für DIN 1045 [33], CEB-FIP (1972) [22] und ACI [2] gewählt.

d) Der Summenansatz, auch als reversibel-irreversibles Kriechen bekannt [121], geht auf Untersuchungen von Illston und England zurück [62], [42].

Der Ansatz

$$\Psi(t, t_0) = \Phi_f(t) - \Phi_f(t_0) + \Phi_v(t - t_0) \quad (2.26)$$

setzt sich aus einem irreversiblen Fließanteil entsprechend Glg. (2.22) und einem reversiblen verzögert-elastischen Anteil Glg. (2.23) zusammen (s. Bild 2.20 und 2.21). Der Summenansatz (2.26) wurde in den Spannbetonrichtlinien [105], DIN 4227 [35] und in den CEB-Empfehlungen [25], [26], [27], [28], [29] aufgenommen.

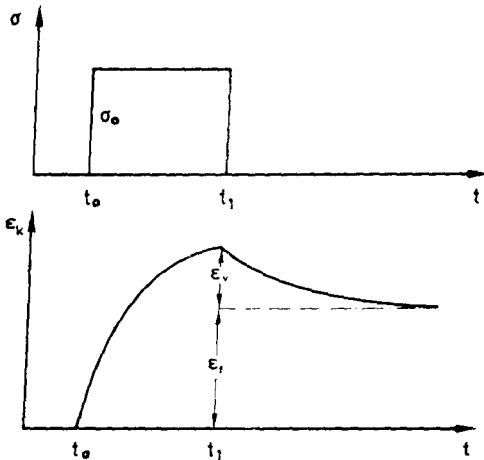


Bild 2.20
Kriechdehnung bei einmaliger Be- und Entlastung

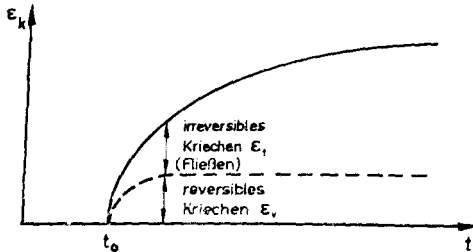


Bild 2.21
Reversibles und irreversibles Kriechen


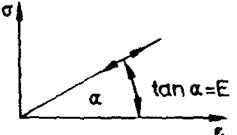
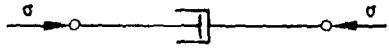
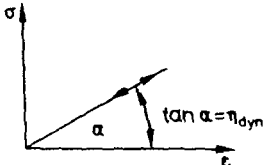
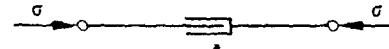
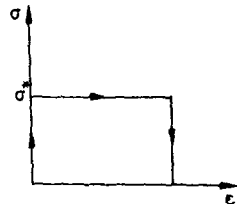
Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs unter konstanter Beanspruchung werden in der Regel analytische Ansätze in Form von Potenzfunktionen [131], [127], Funktionen mit natürlichem Logarithmus [54], Hyperbelansätze [106] oder Exponentialfunktionen [36] eingeführt.

C2: Rheologische Modelle

Zur Beschreibung des Formänderungsverhaltens eines Stoffes werden in der Rheologie sogenannte Idealkörper eingeführt, die eine Zuordnung von mechanischen Parametern des Modellkörpers zu den Werkstoffeigenschaften des Betons ermöglichen.

Gegenüber den erwähnten Kriechtheorien bieten die Idealkörper nur eine alternative Beschreibungsmöglichkeit, durch welche Verformungszusammenhänge anschaulich dargestellt werden. Die Modelle werden in der Regel so zusammengestellt, daß sie die Ergebnisse von Versuchen befriedigend beschreiben können. Deshalb gelten sie weder allgemein, noch können sie zu einem fundamentalen Verständnis des Kriechens führen [13], [89], [96]. Hierzu kommt noch, daß die Werkstoffkennwerte des Betons zeitlich veränderlich sind und daß der Kriechvorgang alterungsabhängig ist. Um dies zu erfassen, müssen zeitabhängige Werkstoffparameter eingeführt werden, was wieder zu einem Verlust von Anschaulichkeit führt.

Die drei bekanntesten rheologischen Grundkörper und deren Eigenschaften sind in der Tabelle 2.4 zusammengestellt. Aus den drei Grundkörpern lassen sich durch Kombination beliebig viele Idealkörper zusammenstellen. Die wichtigsten sind in der Tab. 2.5 aufgeführt. Eine Reihe aus nur Kelvinkörpern stellt einen festen Körper dar. Wenn sich in Reihenschaltung mit den Kelvinkörpern noch ein Hooke-Körper befindet, erhält man einen viskoelastisch-festen Körper. Irreversible Verformungen erhält man bei diesen Körpern nur dann, wenn Feder und Dämpfer der Kelvinkörper alters- und zeitabhängig gemacht werden. Wenn in einer Reihenschaltung von Idealkörpern mindestens einer ein Newtonscher Dämpfer bzw. ein Maxwellkörper ist, wird ein viskoelastisch-flüssiger Körper dargestellt. Entsprechend erhält man einen plastischen Körper, wenn in der Reihe von rheologischen Körpern sich ein St.-Venant-Körper (ideal-plastisch) oder ein Bingham-Körper (viskoplastisch) befindet.

Bezeichnung	Modell und Stoffgleichung	Arbeitslinie
Hooke'sche Feder	 <p style="text-align: center;">E</p> <p style="text-align: center;">$\sigma = E \cdot \epsilon$ (linear elastisch)</p>	
Newton'scher Dämpfer (Flüssigkeitsdämpfer)	 <p style="text-align: center;">η_{dyn}</p> <p style="text-align: center;">$\sigma = \eta_{\text{dyn}} \frac{d\epsilon}{dt} = \eta_{\text{dyn}} \cdot \dot{\epsilon}$ (linear viskos)</p>	
St.-Venant'scher Körper (Trockenreibungsdämpfer)	 <p style="text-align: center;">σ^*</p> <p style="text-align: center;">$\sigma \leq \sigma^*$ (Fließspannung)</p> <p style="text-align: center;">$\sigma < \sigma^* \rightarrow \epsilon = 0$</p> <p style="text-align: center;">$\sigma = \sigma^* \rightarrow \epsilon$ undefiniert</p>	

	Modell	Stoffgleichung
① Maxwell-Körper		$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta_{dyn}}$
② Kelvin-Körper (Voigt-Modell)		$\sigma = E \cdot \epsilon + \eta_{dyn} \dot{\epsilon}$
③ Prandtl-Körper		$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ für } \sigma < \sigma^*$ $\epsilon = ? \text{ für } \sigma = \sigma^*$ $\sigma > \sigma^* \text{ nicht zulässig}$
④ Bingham-Körper		$\text{für } \sigma < \sigma^*: \dot{\epsilon} = 0$ $\text{für } \sigma \geq \sigma^*: \dot{\epsilon} = \frac{\sigma - \sigma^*}{\eta_{dyn}}$
⑤ elastischer Bingham-Körper		$\text{für } \sigma < \sigma^*: \epsilon = \frac{\sigma}{E}$ $\text{für } \sigma \geq \sigma^*: \dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma - \sigma^*}{\eta_{dyn}}$

Tab. 2.5 Zusammengesetzte rheologische Idealkörper
 η_{dyn} = dynam. Viskosität; E = Elastizitätsmodul

D: Gewählter Ansatz

Für die rechnerische Ermittlung der Kriecheinwirkung wird hier der Summenansatz nach DIN 4227 [35] gewählt. Das dort verwendete Stoffgesetz lautet:

$$\varepsilon(\sigma, t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} \left\{ 1 \cdot \varphi_{v0} \cdot f_{v0}(t - \tau) + \varphi_{f0} [f(t) - f(\tau)] \right\} \cdot \sigma_0 + \int_{\tau_0}^t \frac{1}{E(\tau)} \left\{ 1 \cdot \varphi_{v0} \cdot f_{ve}(t - \tau) + \varphi_{f0} [f(t) - f(\tau)] \right\} \frac{\partial \sigma(t)}{\partial \tau} \cdot d\varepsilon \quad (2.27)$$

wobei der Endwert der verzögert-elastischen Verformung $\varphi_{v0} = 0,4$ gesetzt wird

Berechnungsansätze für den zeitlichen Verlauf wurden von Haas [] und Schaper [129] erstellt. Für den irreversiblen Anteil wird der Ansatz

$$k_f(d_{ef}, \tau) = \frac{\tau}{a_i + b_i \cdot \tau} \quad (2.28)$$

mit den von Haas ermittelten Koeffizienten und für den reversiblen Anteil der Ansatz

$$k_{ve}(t - \tau) = \sum_{i=1}^2 v_i \left(1 - e^{-\frac{t - \tau}{a_i}} \right) \quad (2.29)$$

mit den von Schaper ermittelten Koeffizienten verwendet. Das wirksame Betonalter t zum untersuchten Zeitpunkt und τ beim Aufbringen der Spannung werden nach dem Ansatz

$$t = \sum_i \frac{T_i + 10^\circ\text{C}}{30^\circ\text{C}} \cdot \Delta t_i \quad (2.30)$$

bestimmt. Für die wirksame Körperdicke d_{ef} gilt Glg. (2.15).

Die von Haas und Schaper ermittelten Koeffizienten sind in Tab. 2.6 zusammengestellt.

Funktion	Ansatz	Koeffizienten				Verfasser	
$k_{ve}(t-\tau)$	$\sum_{i=1}^2 v_i (1-e^{-\frac{t-\tau}{a_i}})$	v_1	v_2	a_1	a_2	Schaper [129]	
		0,356	0,644	0,678	125,3		
$k_f(d_{ef}, \tau)$	$\frac{\tau}{a_i + b_i \cdot \tau}$	d_{ef}	10	20	40	80 cm	Haas [52]
		a_1	10,5	10,5	110,0	12,0	
		b_1	1,26	1,52	1,84	2,02	
		a_2	30,0	30,0	45,0	100,0	
		b_2	0,65	0,86	0,98	11,0	
		a_3	90,0	130,0	170,0	300,0	
		b_3	0,59	0,65	0,72	0,8	
		T_1	31,7	29,5	39,5	96,1	
		T_2	1053	465,0	471,7	666,0	
		Index i					
1	$0 \leq \tau < T_1$						
2	$T_1 \leq \tau < T_2$						
3	$T_2 \leq \tau < \infty$						

Tab. 2.6 Nach den Angaben in DIN 4227 [35] erstellte Berechnungsansätze für den zeitlichen Verlauf des reversibel-irreversiblen Kriechens

2.3 Verbundverhalten

2.3.1 Allgemeines

Der Verbund zwischen Beton und Stahl ist die Voraussetzung für das Zusammenwirken der beiden Werkstoffe und wird im wesentlichen durch die Materialeigenschaften des Betons, die Oberflächenbeschaffenheit des Stahles und durch den Beanspruchungszustand, in welchem sich das betrachtete Stahlbetonelement befindet, bestimmt.

Nach Rehm [103], Lutz [84] u. a. beruht der Verbund auf folgenden Wirkungen;

- a) Haftung infolge chemisch-physikalischer Bindung (Adhäsion),
- b) Reibung infolge der Rauigkeit der Stahloberfläche,
- c) Dübelwirkung der in den Beton eingreifenden Rippen der Betonrippenstähle.

In der Regel faßt man Haftung und Reibung als den sogenannten Haftverbund zusammen und bezeichnet die Verdübelung als Scherverbund. Der Haftverbund hängt von der Oberflächenbeschaffenheit des Stabes (Walzrauigkeit) und von der Betonzusammensetzung ab. Von großem Einfluß ist die Höhenlage waagrecht liegender Stäbe über dem Schalungsboden, weil sich insbesondere bei weichen Betonen infolge Sackens Wassersäcke etc. am unteren Bereich des Stabes bilden können, die den Haftverbund beeinträchtigen. In DIN 1045 [33] unterscheidet man deshalb nach der Verbundlage des Stabes im Bauteil.

Da heute überwiegend Betonrippenstähle verwendet werden, kommt der Kraftübertragung durch Scherverbund zwischen den Rippen und den dazwischen liegenden Betonkonsolen die größere Bedeutung zu. Der Scherverbund hängt neben der Zusammensetzung und der Festigkeit des Betons entscheidend von der Profilierung, gekennzeichnet durch das auf die Längeneinheit des Stabes bezogene Verhältnis von Rippenfläche zu Scherfläche, als bezogene Rippenfläche f_R bezeichnet, ab [85], [103].

Das Verbundverhalten wird in der Regel im Ausziehversuch mit kurzer Verbundlänge untersucht. Bild 2.22 zeigt den üblichen Versuchsaufbau und die im Kurzzeitversuch gewonnene Beziehung zwischen der Verbundspannung τ_v und der Relativverschiebung v . Bei der kurz gewählten Verbundlänge ($l_v \sim 3 - 5 d_s$) kann angenommen werden, daß über sie $\tau_v \sim \text{const.}$ ist.

Bild 2.22 zeigt, wie sich Haft- und Scherverbund anteilig an der Verbundspannung beteiligen. Im Bereich niedriger Verbundspannung treten nur kleine Endverschiebungen, vermutlich verursacht durch elastische Gleitungen im Kontaktbereich, auf. Die Verschiebewege nehmen nach Überwinden der Haftung zu. Durch die Reibung geht jedoch der Haftwiderstand nicht verloren.

Die im Experiment gewonnenen τ_v - v -Beziehungen wurden von zahlreichen Forschern in mathematische Ansätze geformt, mit denen dann eine nichtlineare Berechnung von Stahlbetontragwerken vorgenommen wurde, siehe z. B. [37]. Einige dieser Ansätze sind in Bild 2.23 dargestellt.

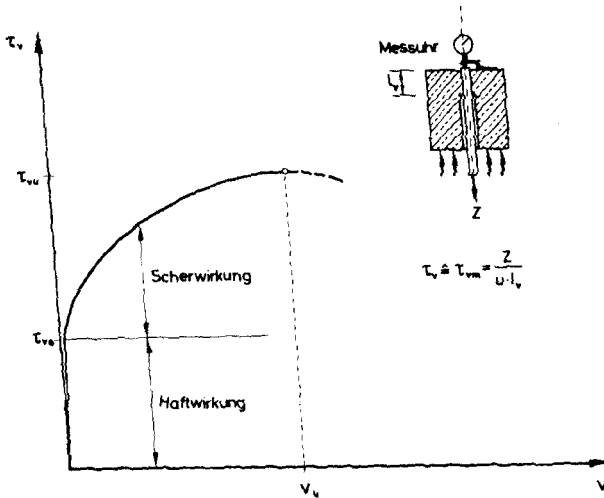


Bild 2.22 Verbundspannungs-Verschiebungsbeziehung im Kurzzeitversuch

Während Lutz [83] einen linearen Ansatz wählt, schlagen Wahla [142] und Tanner [133] bilineare τ - v -Beziehungen vor. Nichtlineare Ansätze werden von Nilson [12], Rehm [101], [102], Martin [85] und Noakowski [14] entwickelt. Wahla und Tanner untersuchten das Verbundverhalten an Spleißkörpern, Zugkörpern und Balkenendkörpern bzw. Balken (Bild 2.24). Ihre Versuchsergebnisse zeigen zwar eine parabelförmige Entwicklung der τ_v - v -Beziehung, trotzdem empfehlen beide Autoren bilineare Näherungsansätze.

Nilson entwickelt aufgrund von Wahlas Versuchsergebnissen einen Näherungsansatz mit der Form eines Polynoms dritten Grades, den er aber nur bis zum ersten Extremwert gelten läßt. Ab diesem bestimmt er den weiteren Verlauf in Abhängigkeit von der Lage des Bewehrungsstabes gegenüber dem Versuchskörper-
rand.

Martin und Noakowski führten Versuche sowohl an gefrästen Stählen als auch mit handelsüblichen Betonstählen durch und bezogen aber auch Versuchsergebnisse von Rüsck und Rehm [103], [117], [118] in ihre Auswertungen ein.

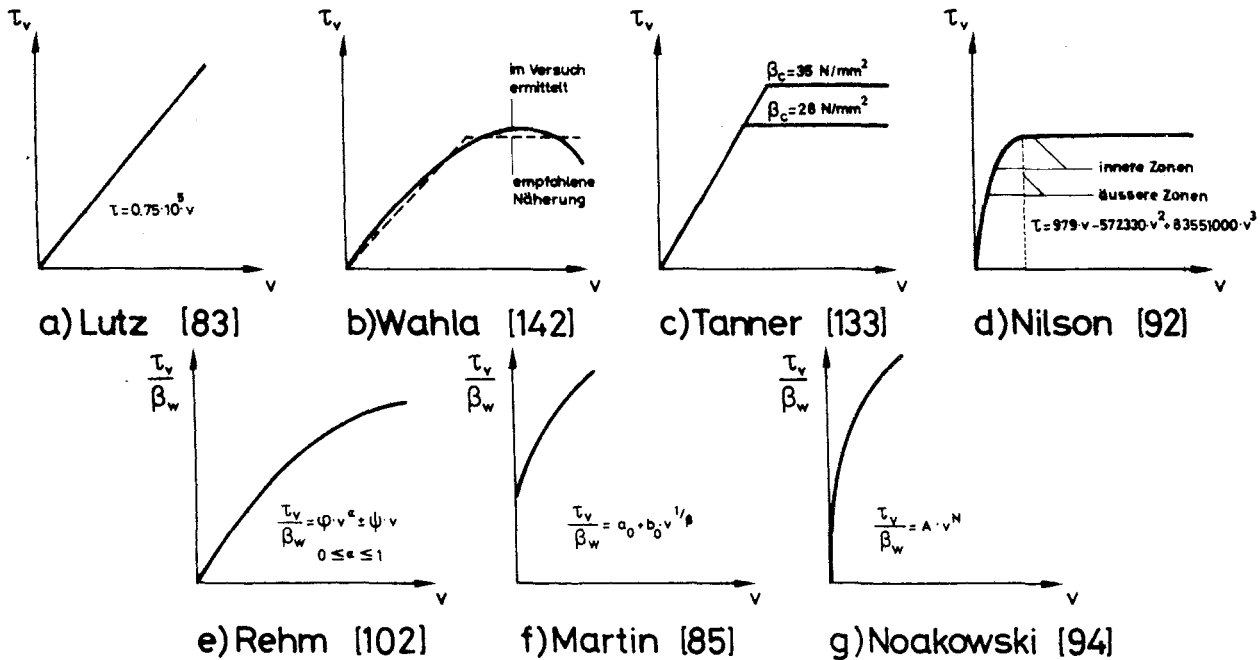


Bild 2.23 Ansätze für die τ_v - v -Beziehung nach einigen Forschern

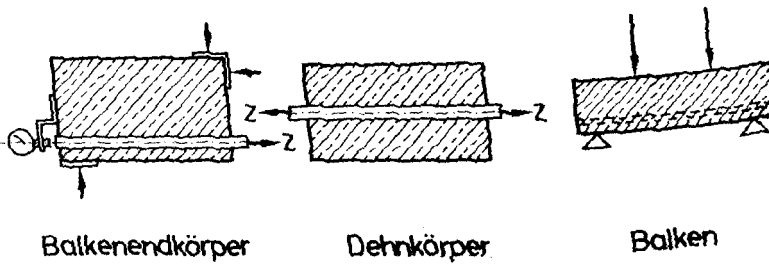
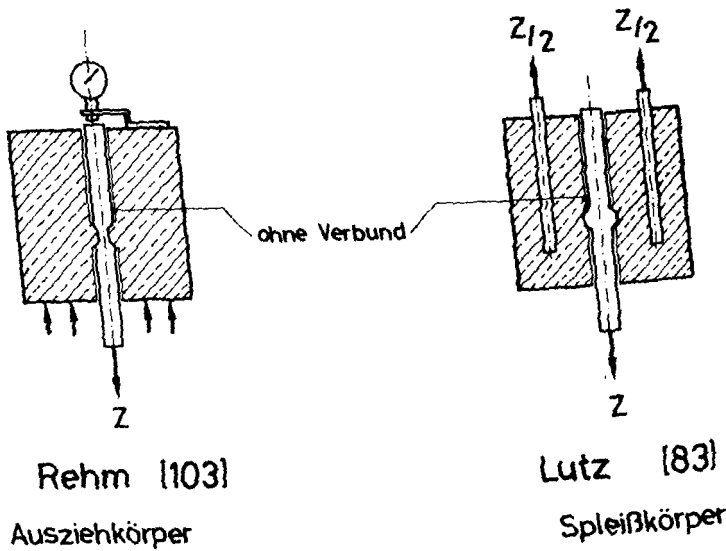


Bild 2.24 Versuchsarten für die Bestimmung von τ_v -v-Beziehungen

Während Rehm, Martin und Noakowski einen linearen Zusammenhang zwischen der Verbundspannung τ_v und der Würfelfestigkeit B_w feststellen, gehen Lutz, Wahla, Tanner und Nilson von einem linearen Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Betonzugfestigkeit, ausgedrückt durch $\tau_v/\sqrt{B_p}$ [147], aus. Dieser Zusammenhang fand auch Eingang in die amerikanische Stahlbetonnorm ACI 318-72 [1].

Die zum Teil sehr unterschiedlichen Versuchsergebnisse - und die danach entwickelten Ansätze - können auf unterschiedliche Betonzusammensetzungen, auf

unterschiedliche Oberflächenbeschaffenheiten der Stähle (Profilierung, Rauigkeit), vor allem aber auf die Unterschiede in der Versuchsart zurückgeführt werden, wie in Bild 2.24 gezeigt ist. An den Auszieh-, Spleiß- und Balkenendkörpern werden die Relativverschiebungen am unbelasteten Stabende gemessen. An Balken und Dehnkörpern werden Stahldehnungsverlauf mittels Dehnmessstreifen und Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton mit speziell hierfür entwickelten Verschiebungsmessern (s. [37], [142]) oder, nach Einbau von Platinstäbchen, durch photographische Aufnahmen bestimmt.

2.3.2 Verbundverhalten unter kurzzeitiger Beanspruchung

Bild 2.25 zeigt das τ_v - v -Verhalten, wie man es im Ausziehversuch bei Schlupfmessung am unbelasteten Ende des Stabes feststellen kann. Unter steigender Verbundbeanspruchung τ_v nimmt der Schlupf v_0 infolge des elastischen Haftverbundes zwischen Stahl und Beton zunächst nur wenig und ungefähr linear zu. Nach Überwindung der Haftfestigkeit - ausgedrückt durch τ_{v0} - erfolgt bei gerippten Bewehrungsstählen die weitere Kraftübertragung durch die Verzahnung der Betonkonsolen mit den Stahlrippen (Bild 2.26). Dabei entstehen in den Kontaktflächen zwischen Beton und Stahl sehr hohe Druckspannungen, die die Porenstruktur des Betons in dem Bereich verdichten und zerstören, innere Mikrorisse erzeugen und eine zunehmende Verschiebung zwischen Stahl und Beton hervorrufen [41], [82], [83], [84]. Die Schlupfzunahme erfolgt stetig bei steigender Kraft. Das Verbundversagen bei behinderter Querverformung erfolgt dann schließlich durch ein Abscheren der Betonkonsole. Die dabei erreichte maximale Verbundspannung wird als Verbundfestigkeit τ_{vu} und der dazugehörige Schlupf mit v_u bezeichnet.

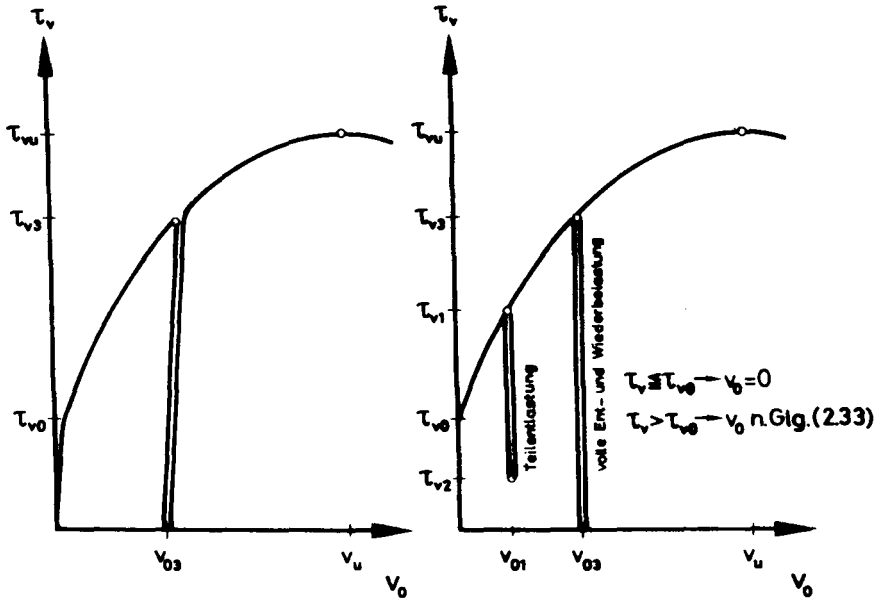
Auch bei Messung des Schlupfes mit 1/1000 mm-Meßhren sind die anfänglichen elastischen Schiebungen bei einer Beanspruchung unterhalb τ_{v0} nicht registrierbar. Man darf deshalb als Idealisierung für die Kurzzeitbelastung den in Bild 2.25 b) gezeigten Zusammenhang ansetzen.

Als Beschreibungsansatz für Beanspruchungen oberhalb von τ_{v0} wird das von Martin [85] vorgeschlagene Verbund-Grundgesetz gewählt:

$$\tau_v = \tau_{v0} + b_0 \beta_w v_0^{1/\beta} \quad (2.31)$$

bzw.

$$\frac{\tau_v}{\beta_w} = a_0 + b_0 v_0^{1/\beta} \quad (2.32)$$



a) Versuch

b) Idealisierung

Bild 2.25 τ_v - v -Verhalten unter kurzzeitiger Beanspruchung

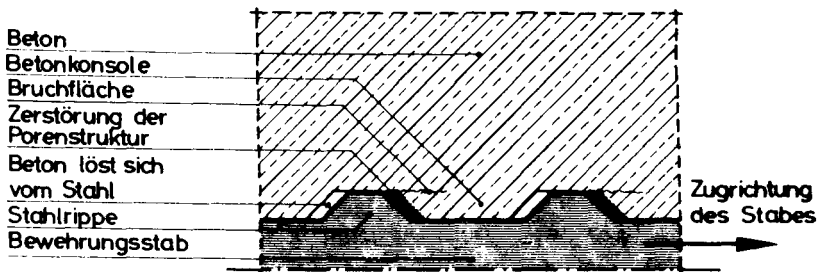
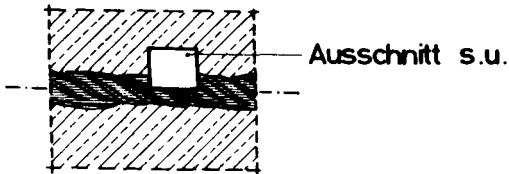


Bild 2.26 Verbundbereich zwischen Stahl und Beton

Durch Umformung der Glg. (2.31) läßt sich die Relativverschiebung zu

$$v_0 = \left(\frac{\tau_v - \tau_{v0}}{b_0 \cdot \beta_w} \right)^{\beta} \quad (2.33)$$

ausdrücken.

Hierbei wird sowohl die Wirkung des Haftverbundes als auch die des Scherverbundes proportional der Betonwürfelstärke gesetzt. Die Berechtigung dieser Annahme zeigen Versuche von Rehm [103]. a_0 ist ein Maß für die Größe des Haftverbundes τ_{v0} in bezug auf β_w , und b_0 und β_w sind Faktoren zur Beschreibung des Kurvenverlaufs, wobei $\beta > 1$ ist. Die Faktoren hängen von der bezogenen Rippenfläche ab.

Nach der in Bild 2.25 b) dargestellten idealisierten Form der τ_v - v -Beziehung tritt eine Verschiebung erst dann auf, wenn der Haftwiderstand überwunden wird. Bei Belastung auf τ_{v1} und anschließender Belastung auf τ_{v2} möge sich eine lotrechte Entlastungslinie einstellen. Dieser entspricht aber auch bei erneuter Belastung auf τ_{v1} die Belastungslinie. Bei Weiterbelastung auf τ_{v3} erfolgt die Spannungsaufnahme entlang der Linie des Grundgesetzes. Bei Entlastung auf $\tau_v = 0$ betrage die bleibende Verschiebung v_{03} . Ein zeitabhängiges Rückschlupfen, eine anelastische Verformung, wird im Kurzzeitversuch nur in sehr geringem Umfang beobachtet.

Ein Werkstoffverhalten dieser gewählten Art trägt die wesentlichen Grundzüge eines St.Venant-Reibungskörpermodells (s. Bild 2.27). Dabei muß man die Verfestigung beispielsweise über eine verschiebungswegabhängige Reibungszunahme erklären. Das Werkstoffverhalten im Kurzzeit-Versuch ist also deutlich plastischer Natur.

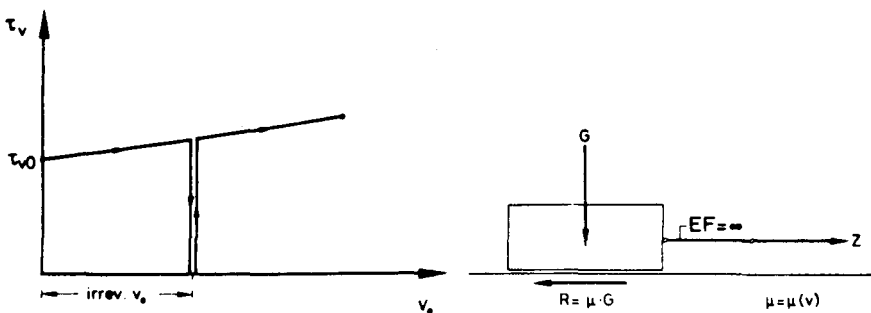


Bild 2.27 St.Venant'scher Reibungskörper und seine Arbeitslinie

2.3.3 Verbundverhalten unter langandauernder Beanspruchung

2.3.3.1 Grundsätzliches Verhalten im Versuch

Führt man einen Verbundkriechversuch an einem Ausziehkörper und mit kurzer Verbundlänge durch, so wird das im Bild 2.28 dargestellte Verhalten beobachtet. Beim Anfahren der Verbundspannung $\tau_{v1} > \tau_{vo}$ stellt sich die spontane Verschiebung v_{o1} ein. Daran anschließend beobachtet man eine zeitabhängige Zunahme der Verschiebung, so daß die Gesamtverschiebung als

$$v(t, t_1) = v_{o1}(t_1) + v_k(t, t_1) \quad (2.34)$$

geschrieben werden kann. Hierin ist $v_k(t, t_1)$ die Kriechverschiebung. Die Zeitdrehung t entspräche dem Betonalter, t_1 ist das Alter bei Erstbelastung. Dabei wird vorausgesetzt, daß die angelegte Verbundspannung so niedrig ist, daß kein Kriechbruch entsteht. Damit liegt sog. primäres Kriechen $v_k \rightarrow 0$ vor, also mit t abnehmende Kriechgeschwindigkeit.

Entlastet man im Alter t_e , so stellt sich keine spontane Rückfederung ein. Allerdings ist eine zeitabhängige, also verzögert-elastische "Kriecherholung" zu beobachten, die gemessen an $v(t, t_1)$ klein und rasch abgeschlossen ist.

Als Beispiel solcher Versuchsergebnisse wird in dem Bild 2.29 in doppelliniger Darstellung und im Bild 2.30 in doppellogarithmischer Darstellung eine zeitabhängige Verschiebungsentwicklung gezeigt.

2.3.3.2 Bisherige Arbeiten über das Verbundkriechen

Die bisher einzige Arbeit, die sich eingehend mit der Frage des Verbundlangzeitverhaltens beschäftigt, stammt von Franke [47]. Franke stellt zunächst eine Integro-Differentialgleichung über den zeitabhängigen Zusammenhang zwischen Stahlspannung, Verbundspannung und örtlicher Verschiebung auf und zeigt, daß eine geschlossene analytische Lösung nicht möglich ist. Durch theoretische Betrachtungen und aufgrund von Ergebnissen aus Langzeit-Ausziehversuchen mit kurzer Verbundlänge formuliert er dann ein wirklichkeitsnahes Verbundkriechgesetz. Mit Hilfe dieses Gesetzes berechnet er zeitabhängige Spannungen und Verschiebungen innerhalb eines Verankerungskörpers. Zur Überprüfung seiner Beziehungen führte Franke Dauerstand-Ausziehversuche - vorwiegend unter Verwendung von Kunstharz-Betonen - mit größeren Verbundlängen durch und konnte

eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch feststellen.

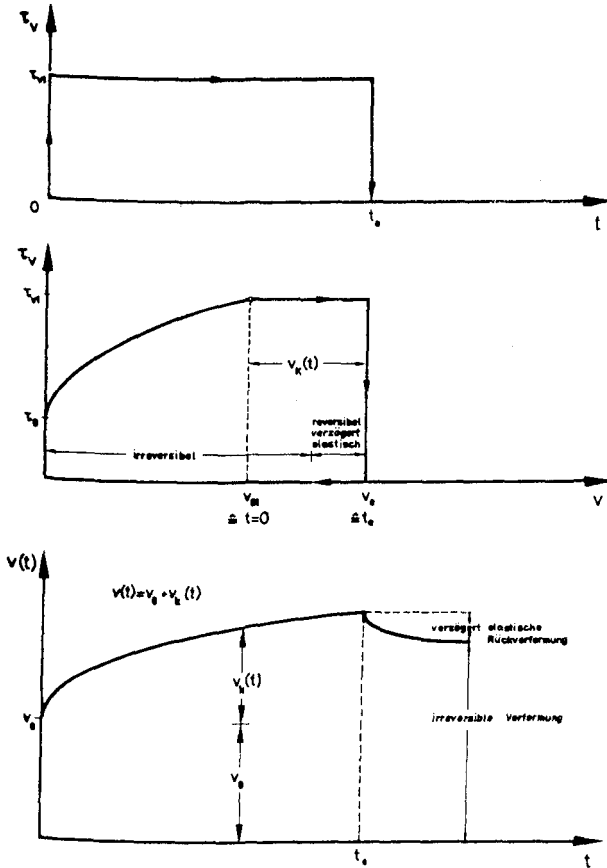


Bild 2.28 Grundsätzliches Verbundverhalten im Versuch

Franke stellte fest, daß unabhängig von der Anfangsverschiebung v_0 die zeitliche Zunahme der Verschiebung durch eine einheitliche Kriechfunktion $\varphi(t, t_1)$ beschrieben werden kann:

$$v(t, t_1) = v_0 [1 + \varphi_v(t, t_1)] \quad (2.35)$$

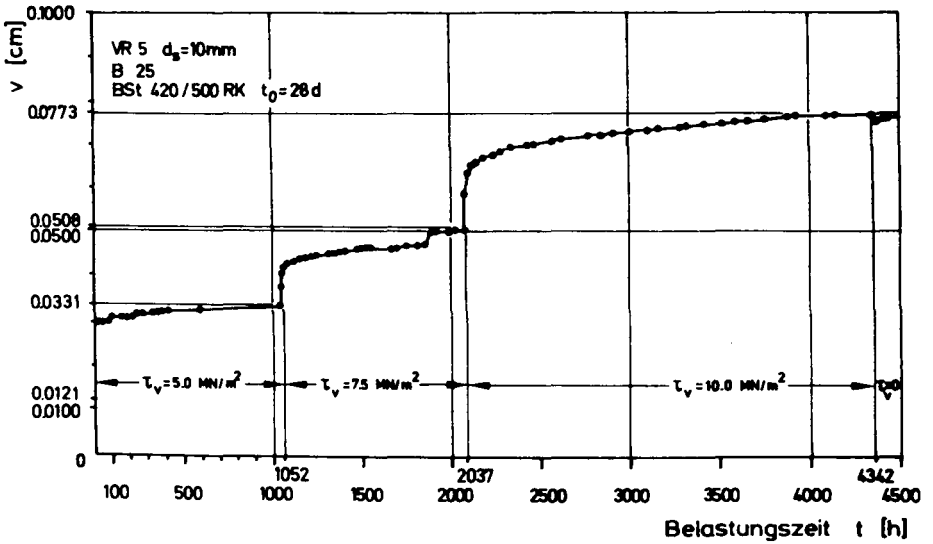


Bild 2.29 Zeitabhängige Verschiebungsentwicklung im Verbundkriechbereich, doppellinear

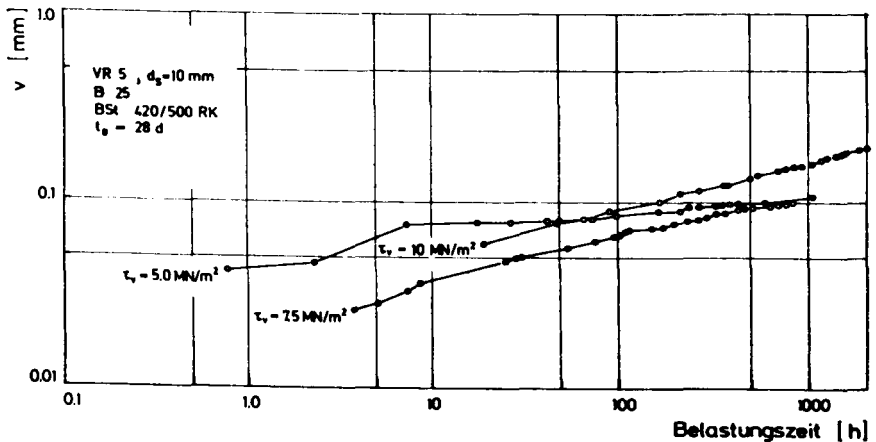


Bild 2.30 Zeitabhängige Verschiebungsentwicklung im Verbundkriechbereich, doppellogarithmisch

Da er mangels geeigneter Versuchsergebnisse den Einfluß des Belastungsalters nicht berücksichtigen kann, gelten die Beziehungen nur für ein bestimmtes Belastungsalter t_1 . Damit beginnt die Zeitzählung ab t_1 , und t steht für die Zeit unter Last:

$$v(t) = v_0 [1 + \varphi_v(t)] \quad (2.36)$$

wobei

$$\varphi_v(t) = \frac{v_k(t) - v_0}{v_0} \quad (2.37)$$

Für die zeitabhängige Kriechzahl $\varphi_v(t)$ gelangt Franke, unter Ausnutzung der im Bild 2.30 gezeigten Linearität im doppellogarithmischen Maßstab, zu dem Ansatz

$$\varphi_v(t) = \frac{v(t) - v_0}{v_0} = \frac{v_k(t) - v_0}{v_0} = [(1 + \alpha t)^a - 1] \quad (2.38)$$

Hierbei steht a für die Steigung der Kriechkurve im doppellogarithmischen Maßstab und t für die Belastungsdauer in Stunden.

Weiterhin verfügt Franke über die Kriechfunktion derart, daß sie auch während der Belastungszeit und auch bei Laständerungen an $t_1 > t_1$ in gleicher Weise und ohne zu altern gilt:

$$\varphi_v(t, t_1) = \varphi_v(t - t_1) \quad (2.39)$$

Diese Beziehung gilt für die lineare Viskoelastizitätstheorie mit altersunabhängigen Viskoelastizitätsmodulen. Auch DIN 1045, Ausgabe 1972 [33] und die FIP-Richtlinien [23] machten als Produktansätze mit Alterungsmultiplikatoren von ihr Gebrauch.

Laständerungen werden von Franke nach dem Superpositionsprinzip von McHenry [87], das auf dem Boltzmannschen Überlagerungsgesetz beruht [14], berücksichtigt. Diese Art der Superposition stellt eine Summe von Sprungfunktionen dar und läßt sich durch Bild 2.31 und Glg. (2.40) veranschaulichen.

Dieses Superpositionsprinzip ermöglicht Franke die Darstellung einer mehrstufigen Spannungsgeschichte in folgender Form:

$$v_i(t) = v_i(t_0) [1 + \varphi_v(t-t_0)] + \Delta v_j [1 + \lambda(\tau_j) \varphi_v(t-t_j)] \quad (2.40)$$

Hierin ist Δv_j die spontane Verschiebungsänderung infolge Steigerung der Spannung, und $\lambda(\tau_j)$ ist ein verbundspannungsabhängiger Beiwert, der die Nichtlinearität des Verbundgesetzes berücksichtigt.

2.3.3.3 Eigener Ansatz des Verbundkriechens

In Abweichung zu Frankes Vorgehen wird es aus einer Reihe von Gründen notwendig, einen eigenen Ansatz für das Verbundkriechen zu entwickeln. Der erste Grund liegt in den unterschiedlichen Voraussetzungen im Kurzzeitverhalten. In dieser Arbeit wird hinsichtlich Be- und Entlastungsverhalten unterschiedlich verfügt.

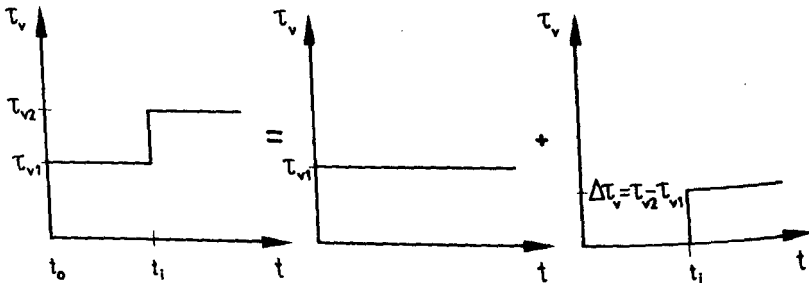


Bild 2.31 Superpositionsprinzip von McHenry [87]

Ausgehend von der im Kurzzeitversuch festgestellten Gesetzmäßigkeit der τ_v - v_0 -Beziehung (Bild 2.32a) und von dem im Langzeitversuch ermittelten Verschiebungsverhalten $v(t)$ (Bild 2.32b), wobei

$$v(t, t_i) = v_0 + v_k(t, t_i) = v_0 [1 + \varphi_v(t, t_i)] \quad (2.41)$$

bzw.

$$\varphi_v(t, t_i) = \frac{v_k(t, t_i)}{v_0} = \frac{v(t, t_i) - v_0}{v_0} \quad (2.42)$$

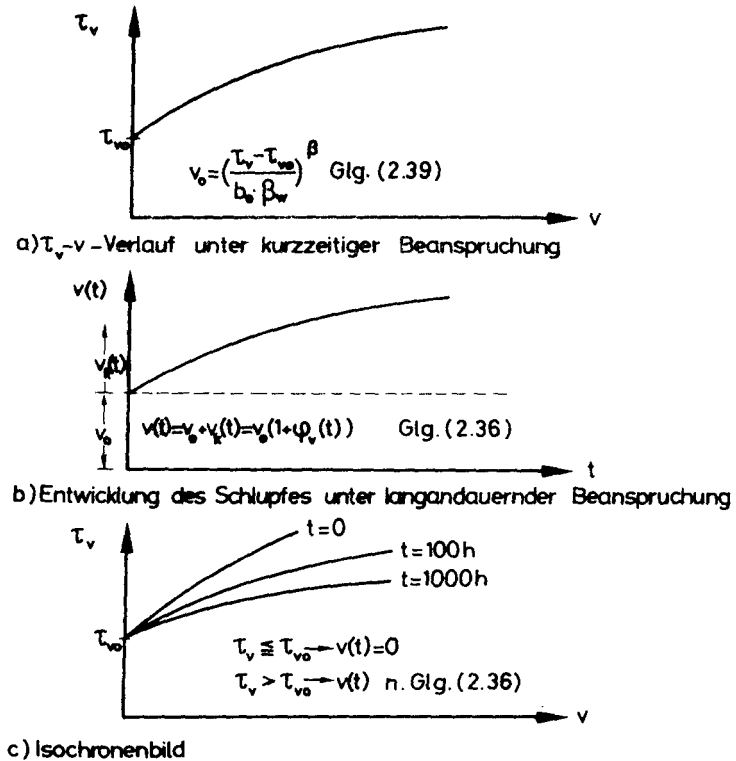


Bild 2.32 Verbundverhalten unter kurzzeitiger und unter langandauernder Beanspruchung

ist, kann man ein Isochronenbild in Form von Bild 2.32c darstellen, wenn man Affinität der Kriechkurven voraussetzt.

Für Beanspruchungen unterhalb der Haftfestigkeit τ_{v0} ergibt sich nach Glg. (2.26) keine Spontanverschiebung und damit nach Glg. (2.35) kein Verbundkriechen. Für Beanspruchungen oberhalb der Haftfestigkeit ergeben sich die zeitabhängigen Verschiebungen bei erstmaliger Belastung nach Glg. (2.36).

Da aufgrund eigener Versuche die verzögert-elastische Rückverformung - gemessen an der irreversiblen Gesamtverformung am Entlastungszeitpunkt - nur sehr

klein ist, wird sie außer acht gelassen. Damit wird die Kriechverformung im wesentlichen viskoser Natur, sie stellt also ein Fließen dar. Über das Fließen wird entsprechend zur Fließverformung unbewehrten Betons unter Druck entsprechend DIN 4227 [35] mit dem Whitney'schen Fließansatz (s. Bild 2.33):

$$\psi_v(t, t_1) = \psi_v(t, 0) - \psi_v(t_1, 0) \quad (2.43)$$

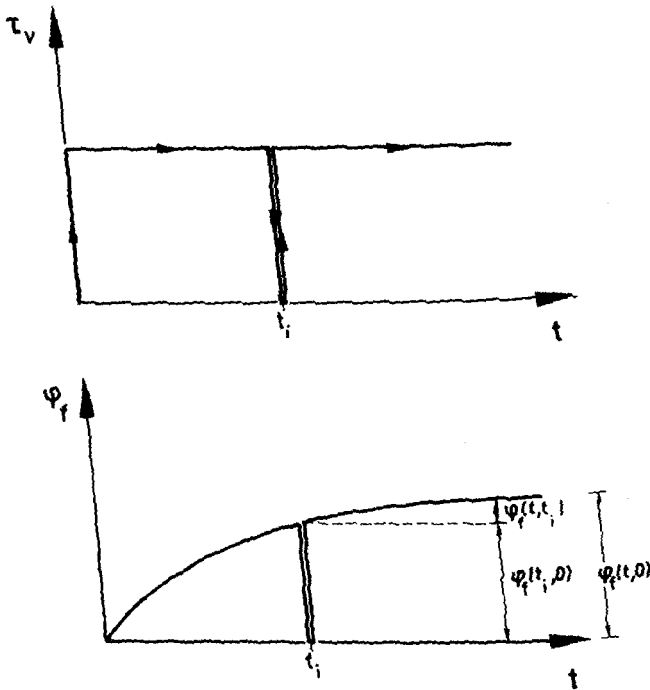


Bild 2.33 Kriechverhalten nach dem Whitney'schen Fließansatz

verfügt. Die Zeitvarianten t, t_1 sind Betonalter. Dem Betonalter $t = 0$ entspricht das erstmögliche wirksame Alter des Betons, in dem er belastet werden kann. Die Anwendung des Whitney'schen Fließens setzt also prinzipiell die Kenntnis der Grundfließkurve $\psi_v(t, 0)$ voraus, die wir aber nicht kennen. Gehen wir nun berechtigterweise davon aus, daß die im Langzeitversuch bestimmte Kriechkurve $\psi_v(t, t_1)$ ab dem Belastungsalter t_1 mit dem Restfließen ab t_1

$$\Psi_v(t, t_1) = \varphi_v(t, 0) - \varphi_v(t_1, 0) \quad (2.44)$$

identisch ist, so ist also zumindest ab dem Alter t_1 die formelmäßige Darstellung möglich.

Ein Langzeit-Verbundgesetz muß das Verbundverhalten sowohl bei einmaliger Belastung als auch bei Laständerungen befriedigend beschreiben. Als Superpositionsprinzip wird das von Stafford (s. Lockett [80]) gewählt, das einer Reihe von Impulsfunktionen entspricht (Bild 2.34). Das Prinzip besagt, daß bei einer Laständerung die Erstlast vollständig entfernt wird und daß die Zweitlast sofort und in voller Größe aufgebracht wird.

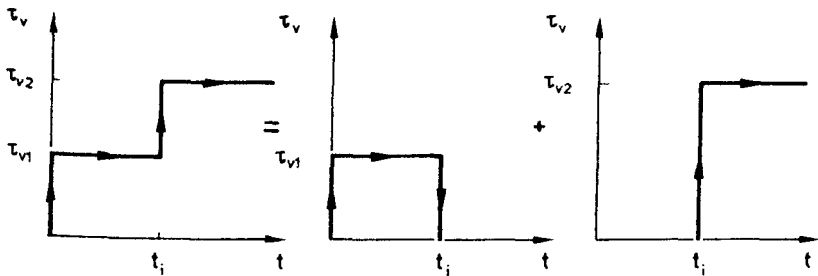


Bild 2.34: Superpositionsprinzip von Stafford [80]

Im folgenden wird eine Reihe von Belastungsgeschichten untersucht, um die gemeinsame analytische Basis der Verschiebungsantworten herauszuarbeiten.

1. Belastungsgeschichte 1

Diese Belastungsgeschichte stellt den klassischen Ablauf eines Kriechversuches dar (s. Bild 2.35). Zum Zeitpunkt t_1 (t_1 ist das Betonalter) wird mit

$\tau_{v1} > \tau_{v0}$ belastet. Man erhält im Alter t (Belastungsdauer $t - t_1$):

$$v(t, t_1) = v_{01} [1 + \varphi_v(t, t_1)] \quad t \geq t_1 \quad (2.45)$$

$\tau_v(t, t_1)$ ist die Kriechfunktion eines im Alter t_1 erstmalig belasteten Körpers. Bei Weiterbelastung bis $t = t_2$ und dann erfolgender Entlastung ist:

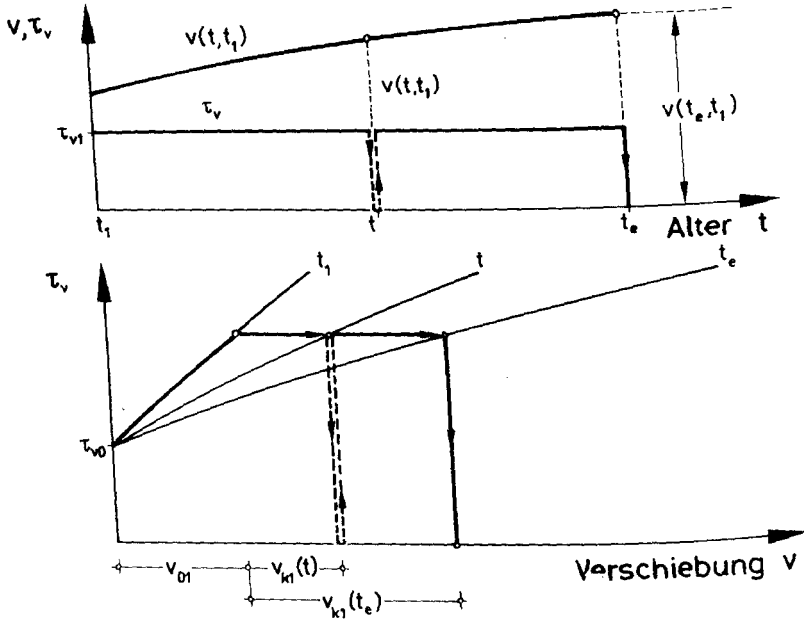


Bild 2.35: τ_v - $v(t)$ -Beziehung bei der Belastungsgeschichte 1

$$v(t_e, t_1) = v_{01} [1 + \varphi_v(t_e, t_1)] \quad (2.46)$$

Voraussetzungsgemäß ist für $t \geq t_e$ die bei $t = t_e$ entstandene Verschiebung irreversibel. Bereits an diesem Grundfall kann die Anwendung des Superpositionsprinzips der Spannungsimpulse nach Stafford überprüft werden, indem man eine totale Zwischenentlastung und sofortige Wiederbelastung bei t vornimmt. Es ist dann:

$$v(t_e, t_1) = v_{01} [1 + \varphi_v(t, t_1)] + v_{01} \varphi_v(t_e, t) \quad (2.47)$$

Nur wenn über die Kriechfunktion als Whitney-Fließen in der Form

$$\varphi_v(t_e, t) = \varphi_v(t_e, t_1) - \varphi_v(t, t_1) \quad t_e > t \quad (2.48)$$

verfügt wurde, geht Glg. (2.47) in Glg. (2.46) über.

2. Belastungsgeschichte 2

Nach Erstbelastung im Alter t_1 wirkt die erste Spannungsstufe τ_{v1} bis t_2 (s. Bild 2.36). Ab dort wird die Verbundspannung auf τ_{v2} erhöht. Als Besonderheit der BG 2 sei vorausgesetzt, daß der unter der Spannungsstufe τ_{v1} eingetretene Gesamtweg $v_1(t_2, t_1)$ gerade der zu τ_{v2} allein gehörenden Spontanverschiebung v_{o2} entspricht:

$$v_{o2} = v_1(t_2, t_1) = v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] \quad (2.49)$$

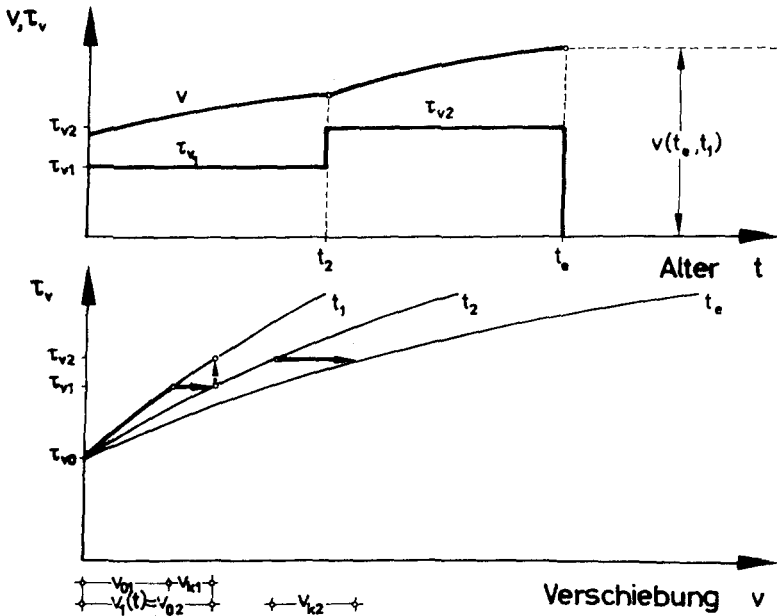


Bild 2.36: τ_v - $v(t)$ -Beziehung bei der Belastungsgeschichte 2

Da voraussetzungsgemäß eine weitere Spontanverschiebung nur dann auftreten kann, wenn entlang der t_1 -Isochrone die Spannungsaufnahme erfolgt, ist v_{02} als bereits durch $v_1(t_2, t_1)$ viskos "verbraucht" anzusehen. Damit ist im Alter t

$$v(t, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] + v_{02} \Phi_v(t, t_2) \quad (2.50)$$

Führen wir im Alter $t_e \geq t$ eine Vollerlastung durch, so ist

$$v(t, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] + v_{02} \Phi_v(t, t_2) \quad (2.51)$$

3. Belastungsgeschichte 3

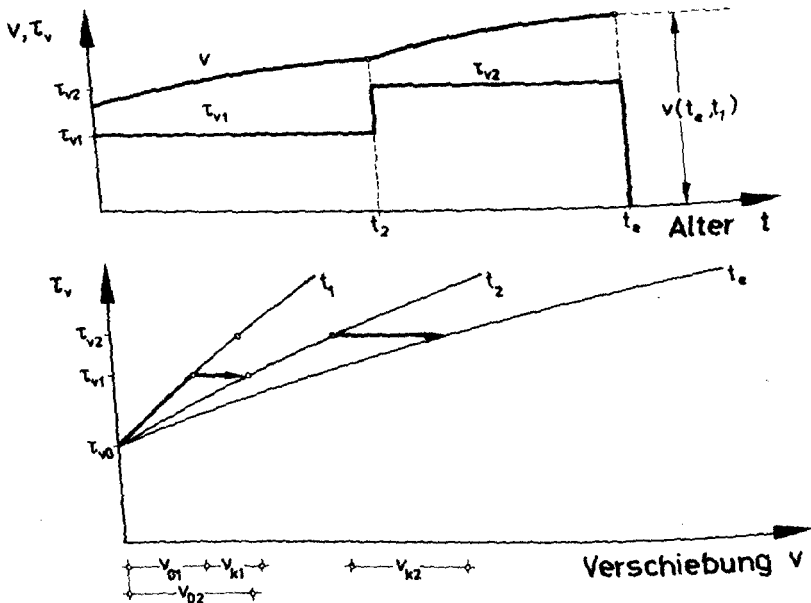


Bild 2.37: τ_v - $v(t)$ -Beziehung bei der Belastungsgeschichte 3

In diesem Fall (s. Bild 2.37) erzeugt die Spannungsstufe τ_{v2} für sich allein eine kleinere Spontanverschiebung v_{o2} als die Gesamtverschiebung infolge τ_{v1} . Wir erhalten bei $t < t_e$ wieder

$$v(t_e, t_1) = v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] + v_{o2} \varphi_v(t_e, t_2) \quad (2.52)$$

In diesem Fall war

$$v_{o2} < v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] \quad (2.53)$$

Entsprechend zu Glg. (2.51) erhalten wir bei Vollentlastung bei $t_e \geq t_2$:

$$v(t_e, t_1) = v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] + v_{o2} \cdot \varphi_v(t_e, t_2) \quad (2.54)$$

4. Belastungsgeschichte 4

Hier ist τ_{v2} so hoch, daß $v_{o2} > v_1(t_2, t_1)$ (s. Bild 2.38).

Damit ist die Spannungserhöhung auf τ_{v2} mit einer Steigerung der Spontanverschiebung von

$$\Delta v_o = v_{o2} - v_1(t_2, t_1) = v_{o2} - v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] \quad (2.55)$$

verbunden. Damit ist die Gesamtverschiebung für

$$v(t_e, t_1) = v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] + v_{o2} - v_{o1} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] + v_{o2} \cdot \varphi_v(t_e, t_2) \quad (2.56)$$

oder

$$v(t_e, t_1) = v_{o2} [1 + \varphi_v(t_e, t_2)] \quad (2.57)$$

Aus dieser Beziehung äußert sich das als rein viskos angenommene Materialverhalten, das noch dazu als gedächtnislos anzusehen ist.

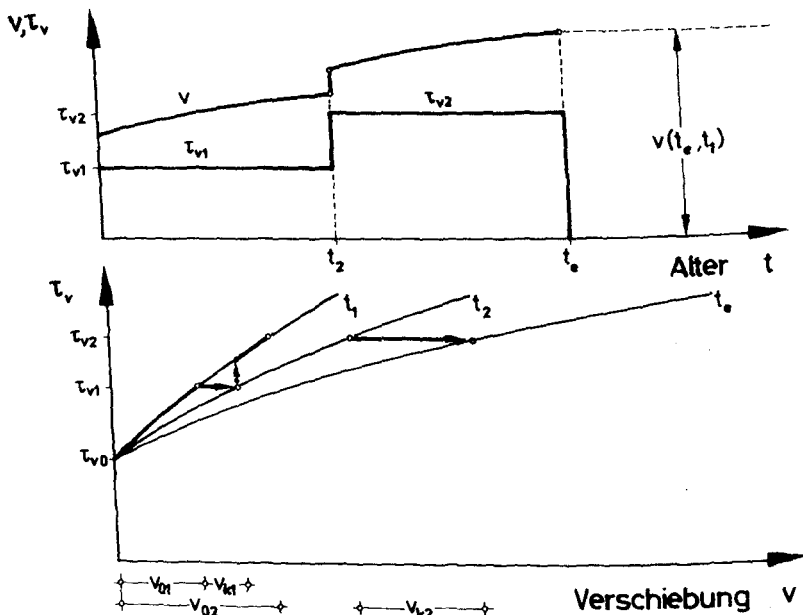


Bild 2.38: τ_v - $v(t)$ Beziehung bei der Belastungsgeschichte 4

5. Belastungsgeschichte 5

Die BG 5 (s. Bild 2.39) stellt eine fallende Spannungsgeschichte dar. Dabei ist wegen $\tau_{v2} < \tau_{v1}$ natürlich auch

$$v_{02} < v_1(t_2, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] \tag{2.58}$$

und wir erhalten, wenn $\tau_{v2} > \tau_{v0}$

$$v(t_0, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] + v_{02} \Phi_v(t_0, t_2) \tag{2.59}$$

bzw. wenn $\tau_{v2} \leq \tau_{v0}$ ist, voraussetzungsgemäß:

$$v(t_0, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] \tag{2.60}$$

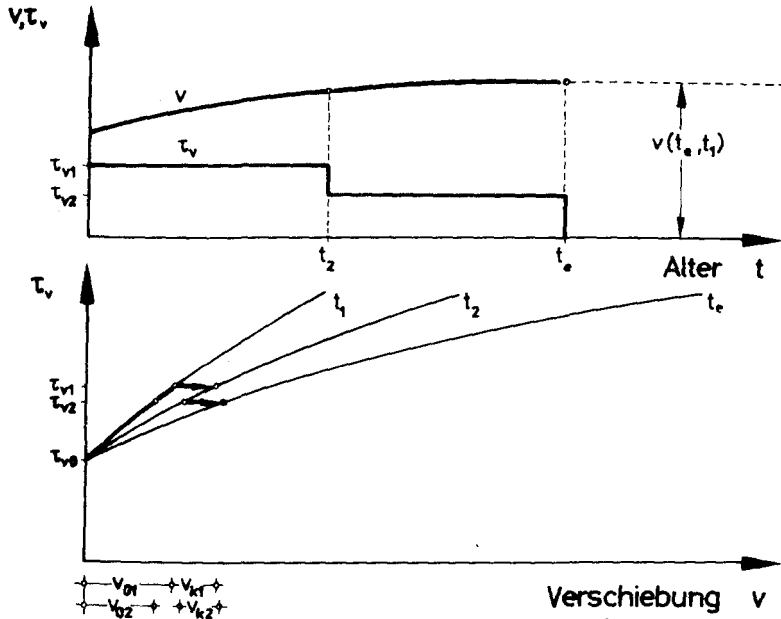


Bild 2.39: τ_v - $v(t)$ -Beziehung bei der Belastungsgeschichte 5

6. Zusammenfassender Ansatz

Die Vergleiche haben gezeigt, daß eine Spannungserhöhung nur dann mit einer Zunahme der bzw. weiteren Spontanverschiebung verbunden ist, wenn der unmittelbar vor der Spannungserhöhung aufgetretene viskose Gesamtweg kleiner als der jungfräuliche Spontanweg der neuen Spannungsstufe ist:

$$\Delta v_0 \geq 0 \quad (2.61)$$

oder

$$\Delta v_0 = v_{02} - v_{01} [1 + \varphi_v(t_2, t_1)] \geq 0 \quad (2.62)$$

oder

$$v_{02} \geq v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] \quad (2.63)$$

Damit lassen sich die bisher untersuchten Spannungsgeschichten sehr einfach zusammenfassen. Wir erhalten für $t > t_2$ folgenden Ausdruck:

$$v(t, t_1) = v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] + \delta \{ v_{02} - v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] \} + v_{02} \Phi_v(t, t_2) \quad (2.64)$$

Hierin ist δ ein Multiplikator. Er beträgt:

$$\delta = 1 \quad \text{für} \quad v_{02} - v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] \geq 0 \quad (2.65)$$

$$\delta = 0 \quad \text{für} \quad v_{02} - v_{01} [1 + \Phi_v(t_2, t_1)] < 0 \quad (2.66)$$

Also gilt

$$\delta \approx 1 \quad \text{für} \quad \text{BG 2, 4}$$

$$\delta \approx 0 \quad \text{für} \quad \text{BG 1, 3, 5}$$

Nun ist es sofort möglich, die zweistufigen Geschichten auf vielstufige auszuweiten. Ausgehend von Bild 2.40 läßt sich jede Belastungsgeschichte in einzelne Impulse τ_{vi} über die Zeitintervallbreite $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ wirkend, aufteilen. Im Intervall entstehen infolge τ_{vi} folgende Verschiebungen:

$$\Delta v_i = \Delta v_{0i} \cdot \delta_i + v_{0i} \cdot \Phi_v(t_{i+1}, t_i) \quad (2.67)$$

Die Gesamtverformung am Intervallende t_{i+1} beträgt dann:

$$v(t_{i+1}, t_i) = v_{i+1} - v_i + \Delta v_i \quad (2.68)$$

bzw.

$$v_{i+1} = v_i + \delta_i (v_{0i} - v_i) + v_{0i} \Phi_v(t_{i+1}, t_i) \quad (2.69)$$

wobei

$$\delta_i = 1 \quad \text{für} \quad v_{0i} - v_i \geq 0 \quad (2.70)$$

$$\delta_i = 0 \quad \text{für} \quad v_{0i} - v_i < 0 \quad (2.71)$$

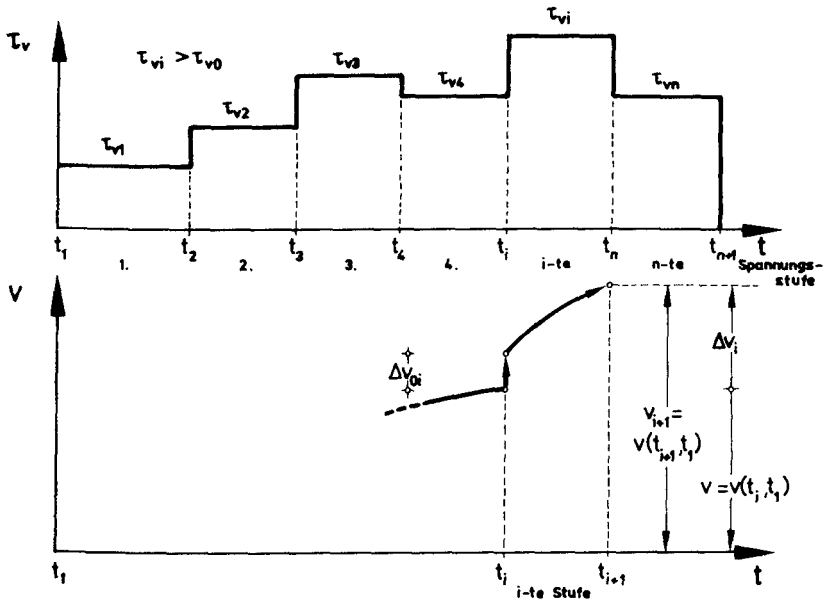


Bild 2.40: Vielstufige Verbundspannungsgeschichte und Bestimmung der Verschiebungen

Mit Glg. (2.69) ist eine einfache Rekursionsformel entstanden, die es gestattet, additiv bis zu beliebigen Zeitpunkten zu rechnen.

2.3.3.4 Verbundversuche an Ausziehkörpern unter Dauerlast

Die zeitabhängige Veränderung der Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton wurde in einer Pilotstudie an Ausziehkörpern experimentell untersucht [113], weil aufgrund der Literatur eine Reihe der zuvor geschilderten Aspekte des Verbundkriechens noch ungeklärt ist.

Der Versuchskörper, die verwendeten Baustoffe und die verwendeten Stabdurchmesser sind im Bild 2.41 dargestellt. Die Endverschiebung des Stabes relativ

zum Beton wurde mit einer Meßuhr gemessen. Zur Konstanthaltung der Last wurden Tellerfederpakete verwendet. Diese waren so zusammengestellt, daß unter dem zu erwartenden Schlupf nur ein vernachlässigbar kleiner Lastabfall stattfinden würde. Die Versuche wurden im 20/65-Normklima durchgeführt.

Die Versuchskörper wurden im Alter von 28 d sechs verschiedenen Belastungsgeschichten unterworfen, die in Bild 2.42 dargestellt sind und rund 120 d dauerten. Außerdem wurden vor der Dauerstandsperiode Kurzzeitausziehversuche durchgeführt. Die Belastungsgeschichten wurden nach folgenden Überlegungen festgelegt:

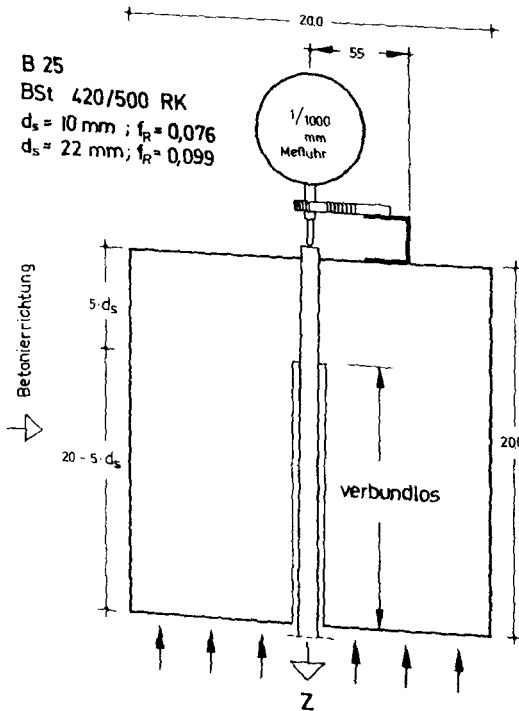


Bild 2.41: Versuchsanordnung der Ausziehkörper

Die Verbundspannungen wurden größer als τ_{vo} gewählt, damit deutliche zeitabhängige Verschiebungen entstehen konnten. Zum anderen wurde τ_v maximal so eingestellt, daß kein Kriechbruch entstehen konnte ($\tau_{vu} \cong 18 \text{ MN/m}^2$).

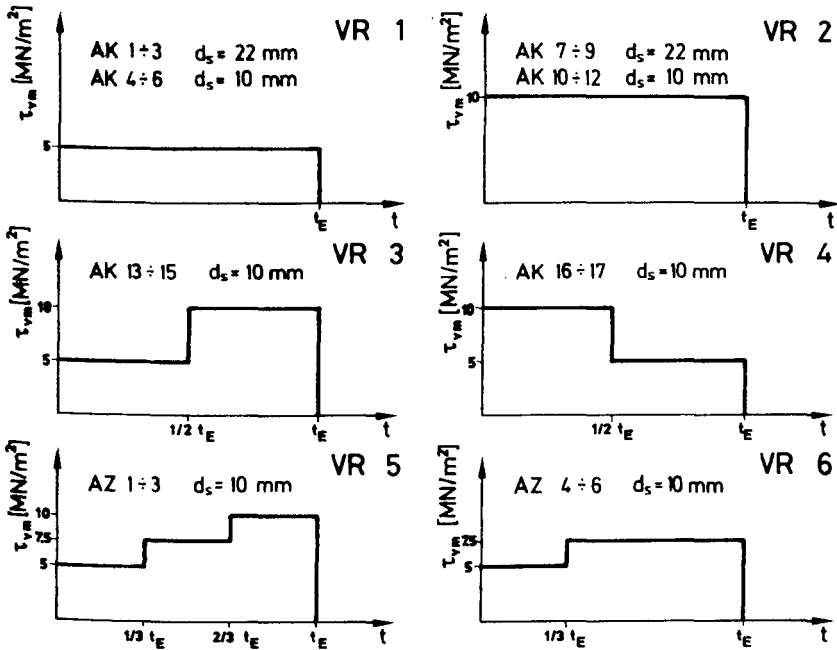


Bild 2.42: Belastungsgeschichten der sechs Versuchsreihen

Mit den Versuchsreihen VR1 und VR2 sollten die Isochronen bestimmt und die Linearität des Kriechgesetzes überprüft werden. Durch die Versuchsreihen VR3 bis VR6 war der Einfluß stufenweise veränderlicher Verbundspannung und die Anwendbarkeit Stafford'scher Superposition zu untersuchen.

2.3.3.5 Verbundkriechfunktion

Die Verschiebungen infolge Dauerlast sind - für die Versuche AK und AZ getrennt - in den Bildern 2.43 und 2.44 über die Belastungsdauer t in doppel-

logarithmischem Maßstab aufgetragen. Bei sämtlichen Versuchen fällt die Linearität der v - t -Beziehung ab $t \approx 1$ h auf. Franke [45] machte sich die beobachtete Linearität im doppellogarithmischen Maßstab zunutze. Er setzt

$$\frac{v_1}{v_0} = \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^a \quad (2.72)$$

bzw.

$$\log v_1 - \log v_0 = a (\log t_1 - \log t_0) \quad (2.73)$$

Die Konstante a ist die Steigung der Geraden im doppellogarithmischen Maßstab; t_1 ist ein beliebiger, t_0 jener Zeitpunkt, zu dem die Linearität frühestmöglich gilt und der der Belastungszeit zur Kurzzeitverschiebung v_0 entspricht.

Er substituiert

$$t_1 = t_0 + t \quad (2.74)$$

wobei t die Belastungszeit im Dauerstandversuch ist. t_0 setzt er zu 0,1 h. Wegen

$$\varphi_v(t) = \frac{v_k(t)}{v_0} = \frac{v(t) - v_0}{v_0} \quad (2.75)$$

erhält Franke als Kriechfunktion

$$\varphi_v(t) = \{ (1 + 10t)^a - 1 \} \quad (2.76)$$

Wie das Bild 2.45 zeigt, erhält man aber mit diesem Ansatz die angenommene Linearität erst nach sehr langer Belastungszeit bzw. nur mit t_0 -Werten, die wesentlich geringer sind als die gewählte 1/10 h. In beiden Fällen erhält man schon nach kurzer Zeit zu große Kriechzahlen. Wählt man dagegen größere Werte für t_0 , erhält man für geringere Belastungszeiten zu kleine Kriechzahlen.

Nutzt man aber die Tatsache aus, daß eine Gerade im doppellogarithmischen Maßstab eine Parabel im doppellinearen Maßstab entspricht, d. h. setzt man

$$\log \varphi_v(t) = n + m \cdot \log t \quad (2.77)$$

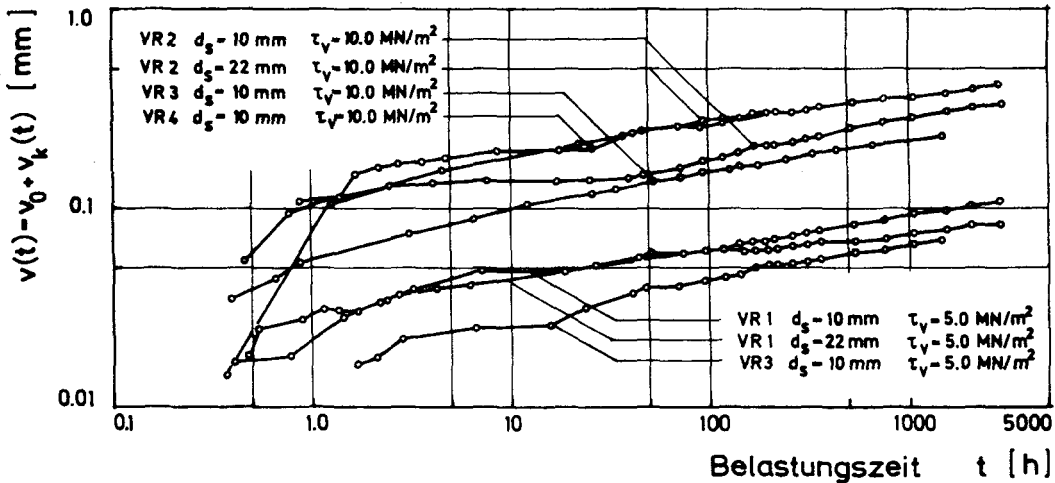


Bild 2.43: Mittlere zeitabhängige Verschiebung der AK-Versuche
<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00057335>

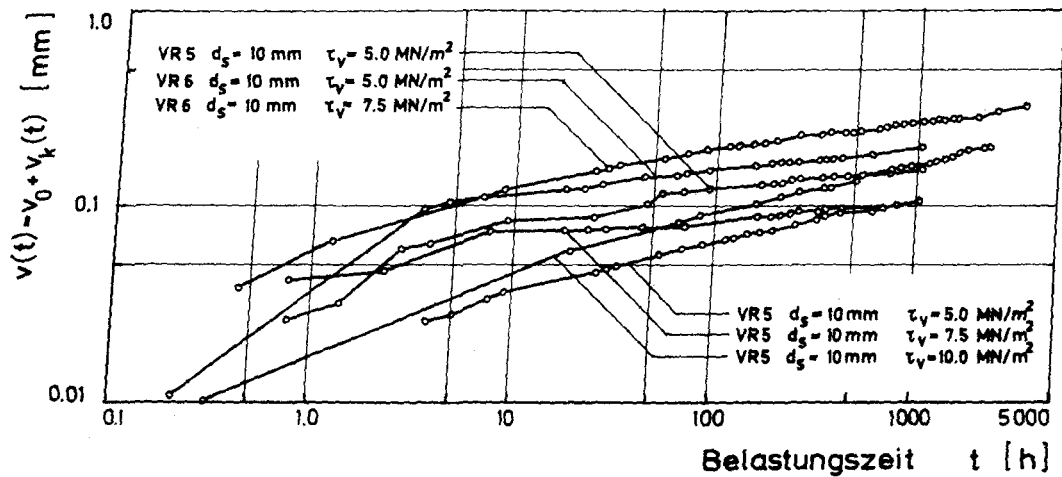


Bild 2.44: Mittlere zeitabhängige Verschiebung der AZ-Versuche

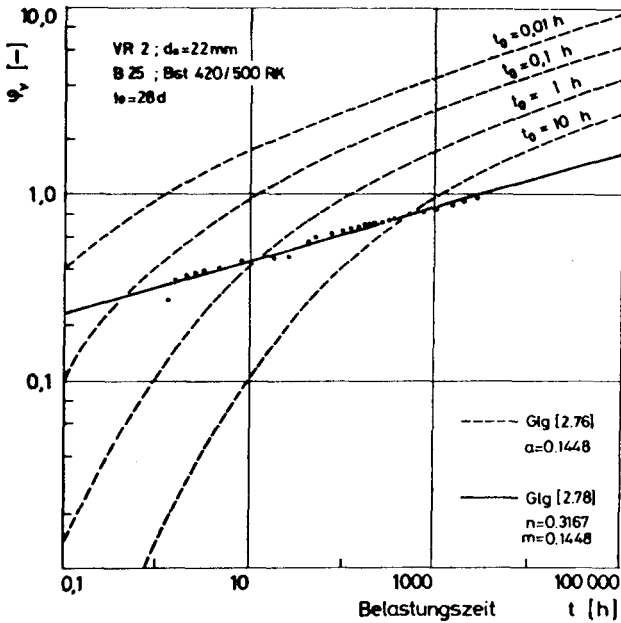


Bild 2.45: Verbundkriechzahl $\dot{\varphi}_v$ in Abhängigkeit von der Belastungszeit

so erhält man als Kriechfunktion

$$\varphi_v(t) = n \cdot t^m \quad (2.78)$$

Diese Kriechfunktion besitzt keinen Endwert.

Da sich in den Bildern 2.43 und 2.44 erst ab einer gewissen Belastungszeit die Linearität zeigt, muß dies bei der Bestimmung der Ausgleichsgeraden derart berücksichtigt werden, indem die Meßwerte erst ab einer gewissen Zeit einbezogen werden. Am Beispiel der Versuchsreihe VR2, \varnothing 22 mm, wird dies verdeutlicht. In Bild 2.46 sind die Ausgleichsgeraden unter Berücksichtigung aller Versuchswerte bzw. nur solcher nach 1 h, 10 und 100 h doppellogarithmisch aufgetragen. In Bild 2.47 erfolgt dasselbe in doppellinearer Darstellung. Dabei ist deutlich zu erkennen, daß man nur dann zu einem brauchbaren

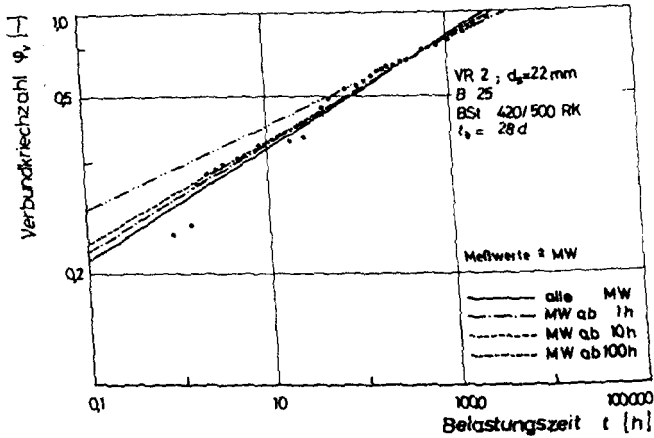


Bild 2.46: Auswirkung der Anfangswerte auf die Kriechzahl (doppelloarithmisch)

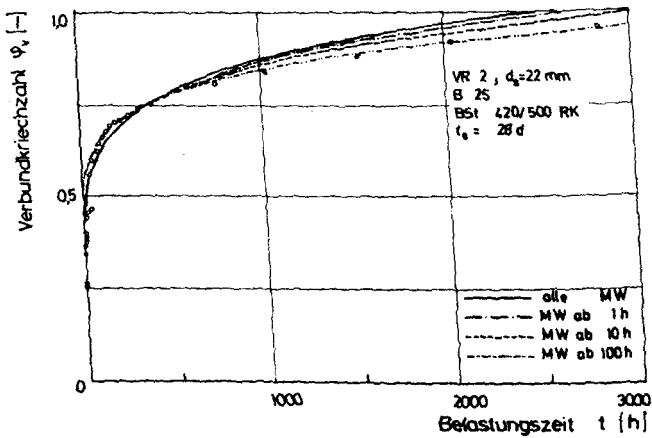


Bild 2.47: Auswirkung der Anfangswerte auf die Kriechzahl (doppellinear)

Verbund-Kriechansatz gelangt, wenn man zur Berechnung von m und n die Versuchswerte erst ab ~ 100 h berücksichtigt. Dann wird auch das beobachtete Verhalten bei $t < 100$ h gut beschrieben.

In Bild 2.48 wird am gleichen Beispiel ein Vergleich zwischen dem Ansatz von Franke (2.76) und dem Potenzansatz (2.78) gezeigt. In Glg. (2.76) sind a -Werte unter Berücksichtigung aller Versuchswerte und unter Berücksichtigung nur solcher ab 100 h eingesetzt. Weiter wurde der von Franke für einen ähnlichen Beton ermittelte a -Wert von $a = 0,8200$ verwendet. Die letztere Kurve zeigt, daß die beiden Ansätze unter Verwendung ganz unterschiedlicher Neigungen zu Kriechfunktionen ähnlicher Größe führen können. Die anderen Kurven machen deutlich, daß die beiden Ansätze unter Ausnutzung der gleichen Versuchsergebnisse zu ganz unterschiedlichen, zeitabhängigen Verschiebungen führen.

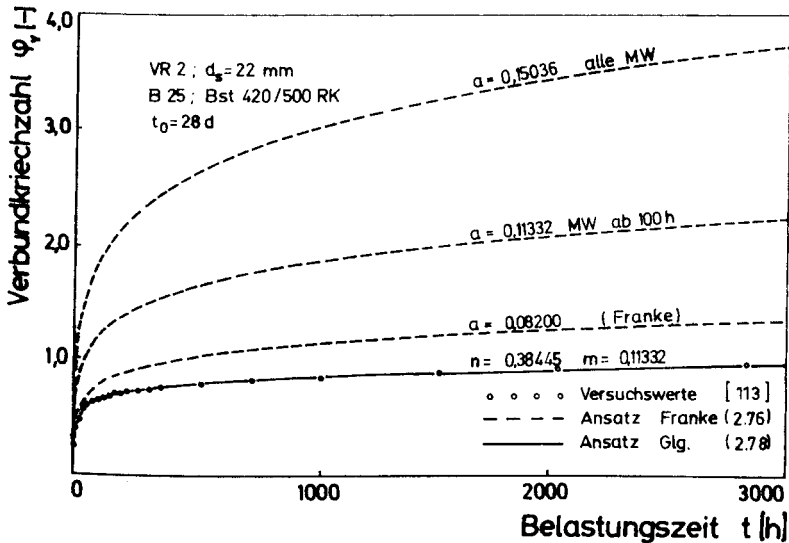


Bild 2.48: Vergleich der Verbundkriechansätze (2.76) und (2.78) mit Versuchswerten aus [113]

Die Voraussetzung für eine lastunabhängige Verbundkriechzahl - und damit für die Richtigkeit der Annahme (2.78) - ist Parallelität der $v(t)$ -Verläufe verschiedener Beanspruchungshöhen und das Zusammenfallen der daraus ermittelten $\varphi(t)$ -Kurven. Wie die Bilder 2.49 und 2.50 zeigen, kann dies als gegeben angesehen werden.

Eine spontane, elastische Rückverformung bei Entlastung konnte bei einigen Versuchsreihen beobachtet werden. Bei anderen Reihen zeichnete sich keine Verschiebungsänderung ab. Bedingt durch die geringe Anzahl der Versuche und deren unterschiedliches Verhalten ist es nicht möglich, irgendeine Gesetzmäßigkeit für die spontane, elastische Rückverformung anzugeben. Auf jeden Fall ist dieser Verschiebungsanteil sowohl an der Gesamt- als auch an der Kriechverschiebung gemessen sehr gering.

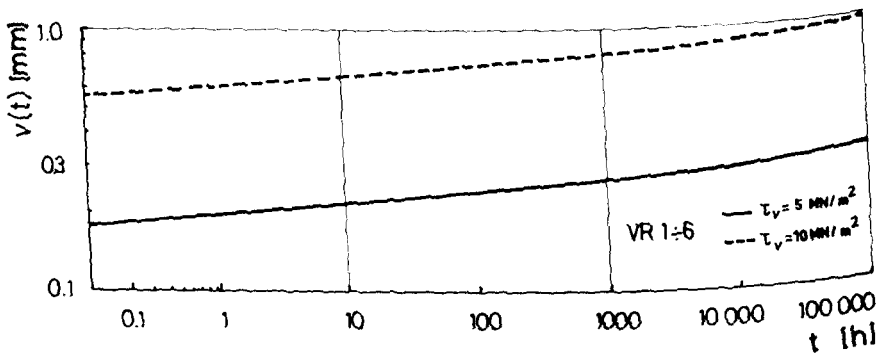


Bild 2.49: Zeitabhängige Verbundverschiebung für unterschiedliche Belastungshöhen, Durchschnittswerte sämtlicher Versuchsreihen

Anders sieht es mit der verzögerten Elastizität aus. Bei den AK-Serien stellte sich dieser Verformungsanteil bei völliger Entlastung als relativ sehr groß heraus. In etwa entspricht er der sehr raschen Anfangsverformung bei Belastung. Allerdings wurden hier nur zwei Ablesungen durchgeführt; die eine unmittelbar nach Entlastung und die andere nach 200 h, so daß keine Aussage über den zeitlichen Verlauf gemacht werden kann. Um dies zu ermöglichen, wurde bei den darauffolgenden AZ-Serien nach Entlastung eine Reihe von Ablesungen durchgeführt. Bei diesen beiden Versuchsreihen erwies sich jedoch die verzögerte Elastizität als sehr gering. Aufgrund dessen muß eine endgültige Aussage über eine diesbezügliche Aufteilung der Gesamtverformung zurückgestellt werden, bis eindeutige Versuchsergebnisse vorliegen. Das gleiche betrifft den Einfluß des Alters beim Belastungsbeginn.

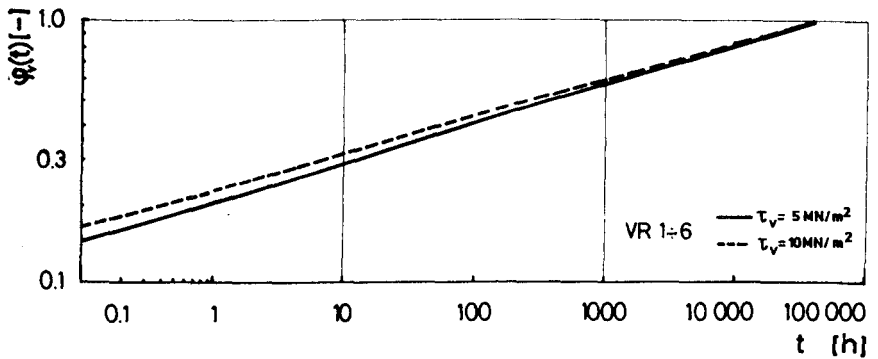


Bild 2.50: Zeitabhängige Kriechzahlen für unterschiedliche Belastungshöhen, Durchschnittswerte sämtlicher Versuchsreihen

Zur Überprüfung der Anwendbarkeit der Stafford'schen Superposition [80] wurden die Versuchsreihen VR3 und VR4 nachgerechnet. Die Gegenüberstellung von Meßwerten und Rechenwerten zeigt für den Fall einer Spannungserhöhung Bild 2.51 und für den Fall einer Spannungsverringerung Bild 2.52. Die gute Übereinstimmung ist darauf zurückzuführen, daß sich auch die zeitabhängigen Verbundverschiebungen im Versuch deutlich plastischer Natur herausstellen und deswegen im Zeitintervall nur von der momentanen Spannungshöhe und dem zeitlichen Abstand vom Belastungsbeginn abhängig sind.

2.3.4 Bestimmung der τ_v -Isochronen

Mit dem Martin'schen Ansatz für Kurzzeitbelastung, Glg. (2.33), und der Verbundkriechfunktion, Glg. (2.78), ist es nun möglich, die τ_v -v-Isochronen zu bilden (s. Bild 2.53).

$$v(t) = \left(\frac{\tau_v(t) - a_p \cdot \beta_w}{b_p(t) \cdot \beta_w} \right)^{n(t)} \quad (2.79)$$

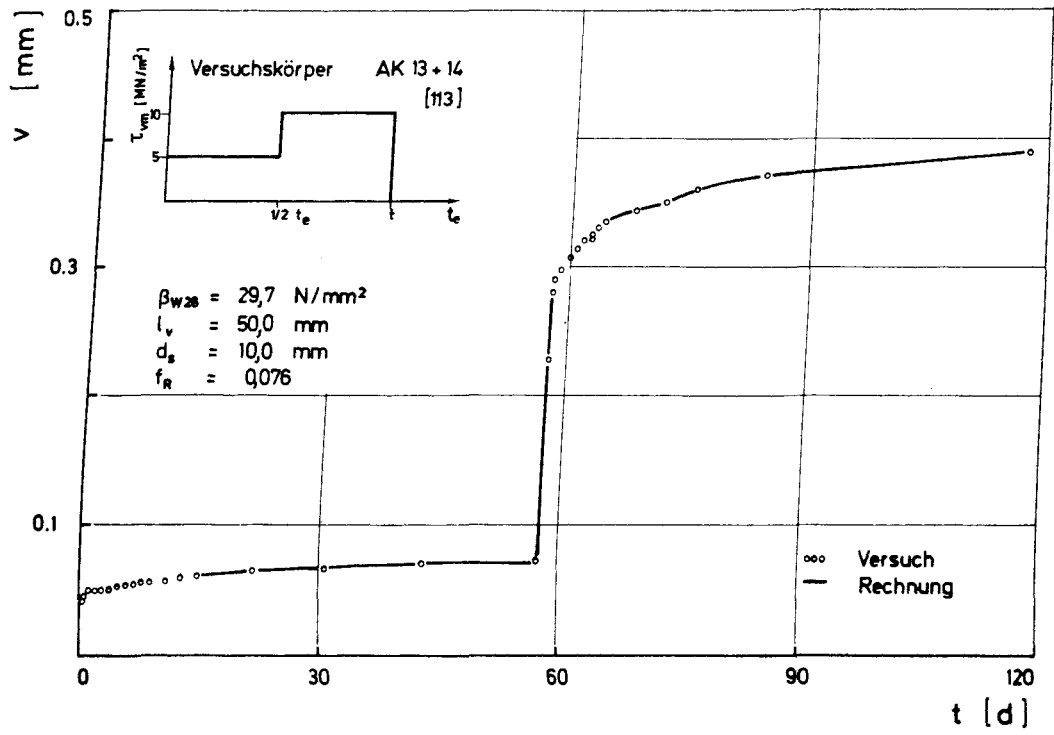


Bild 2.51: Nachrechnung zeitabhängiger Verschiebungen bei einer Spannungserhöhung

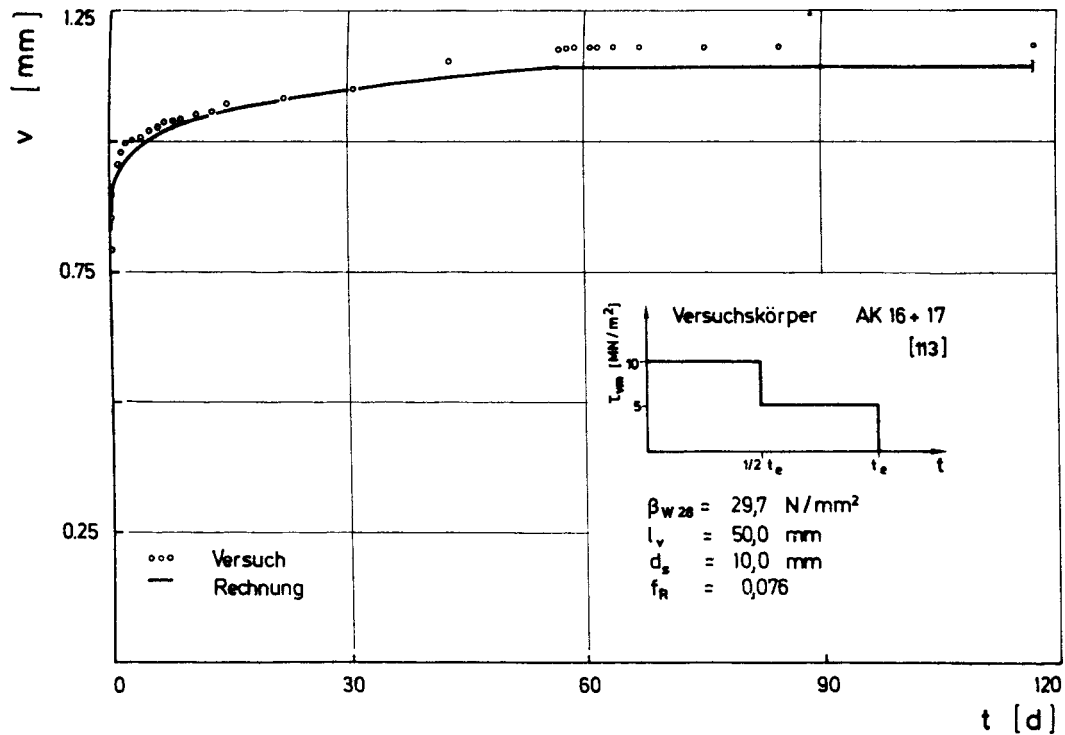


Bild 2.52: Nachrechnung zeitabhängiger Verschiebungen bei einer Spannungsverringernung
<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00057335>

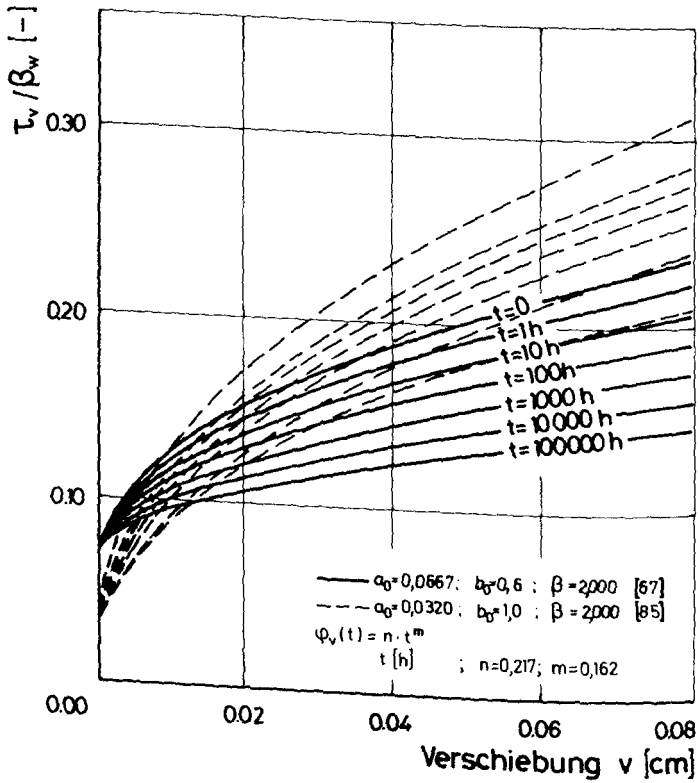


Bild 2.53: Isochronenbilder unter Verwendung der Parameter von Koch [67] und von Martin [85]

3. DIE IDEALISIERUNG DER VERBUNDWIRKUNG

3.1 Grundlagen des Kurzzeitverhaltens

Die wirklichkeitsnahe Vorhersage des Verformungsverhaltens eines Stahlbetonstabs - angefangen von der Erstrißbildung bis zum Versagen - gelingt nur, wenn die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen berücksichtigt wird. Hierzu ist es erforderlich, die Mitwirkung zu quantifizieren, was aber, sieht man von sog. "verschmierten" Ansätzen (Rao [98], Rabich [97] u.a.) ab, nur dann gelingt, sofern die Verbundwirkung erfaßt und dargestellt wird. Diese Einsicht ist nicht neu, und so verwundert es nicht, daß sich eine Reihe von Forschern bemüht hat, die Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton über Verbundgesetze zu formulieren.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist das Gleichgewicht am differentiellen Stahlstabelement der Länge dx , das wie folgt lautet:

$$A_s \frac{d\sigma_s(x)}{dx} = u_s \cdot \tau_v(x) \quad (3.1)$$

Der Zusammenhang zwischen der örtlichen Veränderung der Relativverschiebung $v(x)$ und den Dehnungen kann zu

$$\frac{dv(x)}{dx} = \epsilon_s(x) - \epsilon_b(x) \quad (3.2)$$

angeschrieben werden. Setzen wir Glg. (3.2) in (3.1) ein, so erhalten wir - vorausgesetzt, daß aus Ausziehversuchen das Verbundgrundgesetz $\tau_v = f(v)$ gewonnen wurde - die sog. Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = f \cdot \left[v(x) \right] \cdot \frac{1}{d_s} \cdot \frac{1 + u_s \cdot \mu}{E_s} \quad (3.3)$$

Die Lösung dieser DG ist nur für bestimmte funktionale Zusammenhänge möglich [103], [85], weshalb Martin [85] für das von ihm gefundene Grundgesetz ein Verfahren zur numerischen Integration entwickelt hat.

Koch [67] ist in seiner Arbeit einen anderen Weg gegangen. Er nahm an, daß die ortsabhängige Verteilung der $\tau_v(x)$ mit ausreichender Genauigkeit als eine lineare angenommen werden darf (s. Bild 3.1). Dabei ist die Verbundspannung an Stellen mit der Verschiebung Null (Mitte zwischen zwei benach-

barten Rissen bei verschieblichem Verbund über den gesamten Rißabstand bzw. am Ende der Einleitungslänge x_1 bei nicht ausgeprägtem Rißbild) logischerweise τ_{v0} , wenn man - wie er - Martins Grundgesetz anwendet. Ab diesen Stellen steigt $\tau_v(x)$ linear bis zum Riß an, und er formuliert mit der Geradensteigung

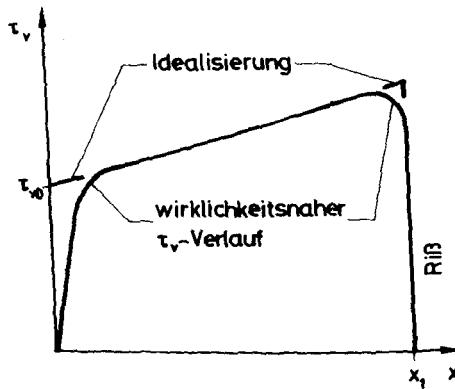


Bild 3.1 Idealisierter und wirklichkeitsnaher Verbundspannungsverlauf (nach [67])

k_v , als Verbundbeiwert bezeichnet,

$$\tau_v(x) = \tau_{v0} + k_v \cdot x \tag{3.4}$$

Damit erhält er den Näherungsansatz für die Stahlspannungsverteilung zu:

$$\sigma_s(x) = \sigma_{s0} + \frac{4 \cdot \tau_{v0}}{d_s} \cdot x + \frac{2 k_v}{d_s} \cdot x^2 \tag{3.5}$$

Den Verbundbeiwert k_v bestimmt Koch wie folgt: Er wertet für beliebige Werte σ_{s0} die DG des verschieblichen Verbunds mit dem Martin'schen Grundgesetz aus und berechnet die Verteilung der $\tau_v(x)$ und $\sigma_s(x)$. Alsdann wählt er jene k_v -Werte durch lineare Regression aus, die den Verlauf der letztendlich wichtigen $\sigma_s(x)$ -Verteilung optimal approximieren. Er stellt fest, daß der Verbundbeiwert von der Betongüte, Betonart und vom Stabdurchmesser abhängt. Bild 3.4 zeigt ein Beispiel.

$$k_v = k_{v0} + k_{v1} \cdot \sigma_{s0} \tag{3.6}$$

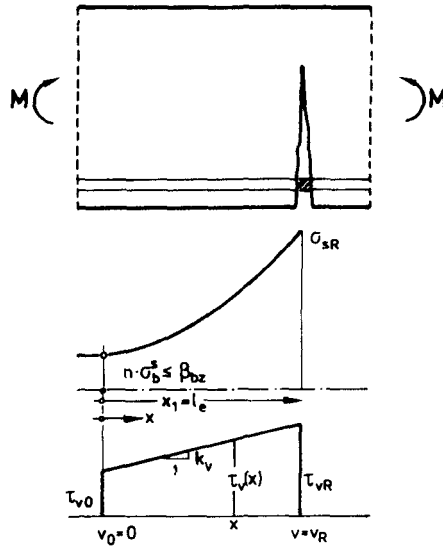


Bild 3.2 Stahl- und Verbundspannungsverlauf beim nicht ausgeprägten Ribbild

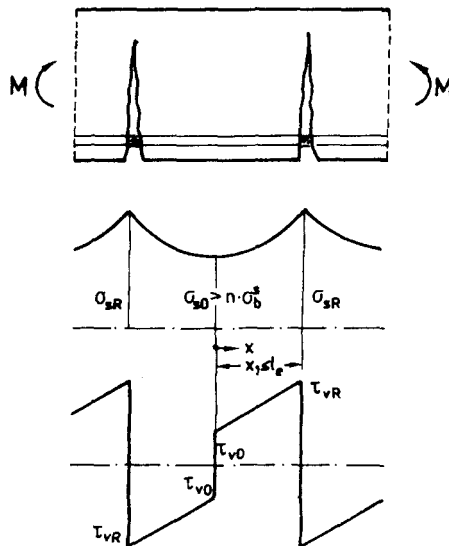


Bild 3.3 Stahl- und Verbundspannungsverlauf beim weitgehend ausgeprägten Ribbild (es existieren nur Bereiche verschieblichen Verbundes)

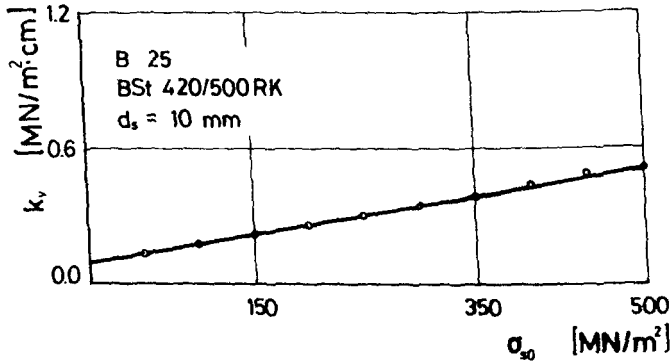


Bild 3.4 Beispiel für den Zusammenhang zwischen k_v und σ_{s0}

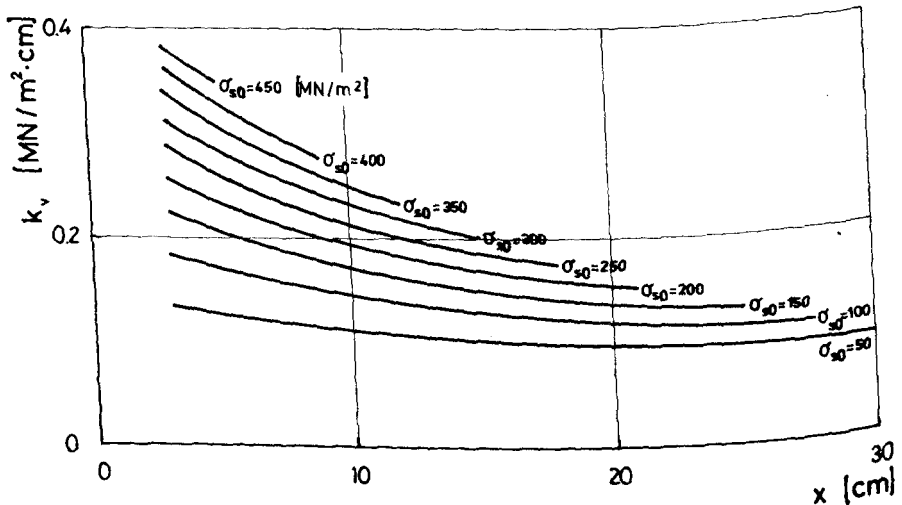


Bild 3.5 Verbundbeiwert k_v abhängig von der Länge x

Mit den Werten $a_o = 0,0667$, $b_o = 0,600$ und $\beta = 0,500$ nach Martin für eine bezogene Rippenfläche $f_R = 0,065$ sind die Verbundbeiwerte k_{v0} und k_{v1} für kurzzeitige Belastung bestimmt (s. Tab. 3.1). In Bild 3.5 ist der Verlauf von k_v in Abhängigkeit von der Länge x und von der Anfangsstahlspannung σ_{s0} dargestellt.

β_{wm} [N/mm ²]	20		30		40		50		60	
τ_{vo} [N/mm ²]	1,33		2,00		2,66		3,33		4,00	
d_s [mm]	k_{vo} [N/mm ² cm]	1000 k_{v1} [1/cm] ^{y1}	k_{vo} [N/mm ² cm]	1000 k_{v1} [1/cm] ^{y1}	k_{vo} [N/mm ² cm]	1000 k_{v1} [1/cm] ^{y1}	k_{vo} [N/mm ² cm]	1000 k_{v1} [1/cm] ^{y1}	k_{vo} [N/mm ² cm]	1000 k_{v1} [1/cm] ^{y1}
6	0,052	0,63	0,109	0,94	0,167	1,27	0,239	1,56	0,318	1,84
8	0,049	0,54	0,097	0,81	0,148	1,10	0,209	1,35	0,277	1,60
10	0,047	0,48	0,089	0,73	0,135	0,99	0,192	1,27	0,253	1,42
12	0,047	0,43	0,084	0,66	0,126	0,90	0,177	1,10	0,232	1,30
14	0,048	0,39	0,078	0,62	0,118	0,83	0,167	1,01	0,219	1,20
16	0,049	0,36	0,077	0,57	0,113	0,77	0,158	0,95	0,257	1,11
18	0,048	0,34	0,076	0,53	0,110	0,72	0,150	0,89	0,195	1,05
20	0,048	0,32	0,072	0,51	0,105	0,68	0,144	0,85	0,193	0,96
22	0,049	0,30	0,073	0,48	0,104	0,64	0,140	0,80	0,185	0,92
25	0,047	0,28	0,071	0,44	0,099	0,60	0,133	0,75	0,175	0,86
28	0,048	0,26	0,072	0,41	0,099	0,56	0,129	0,70	0,168	0,80

Tab. 3.1 Verbundbeiwerte k_{vo} und k_{v1} für Kurzzeitbelastung

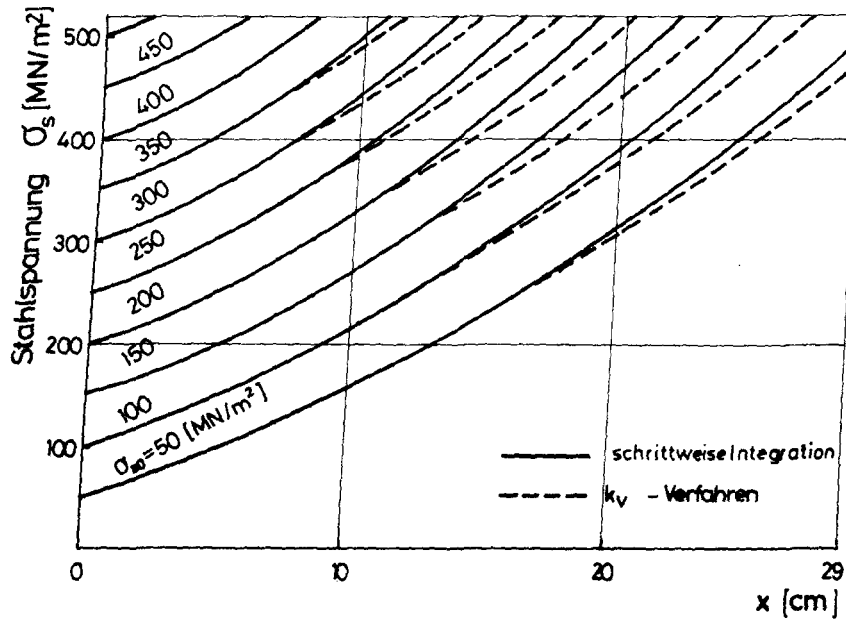


Bild 3.6 Vergleich der nach der schrittweisen, numerischen Integration und der nach dem k_v -Verfahren gerechneten Stahlspannungskurven für unterschiedliches σ_{so} (in $x = 0$)

Bild 3.6 zeigt einen Vergleich zwischen den nach der schrittweisen, numerischen Integration und den nach dem k_v -Verfahren berechneten Stahlspannungskurven. Eine nennenswerte Abweichung ergibt sich erst bei Stahlspannungen ab $\sim 250 \text{ MN/m}^2$.

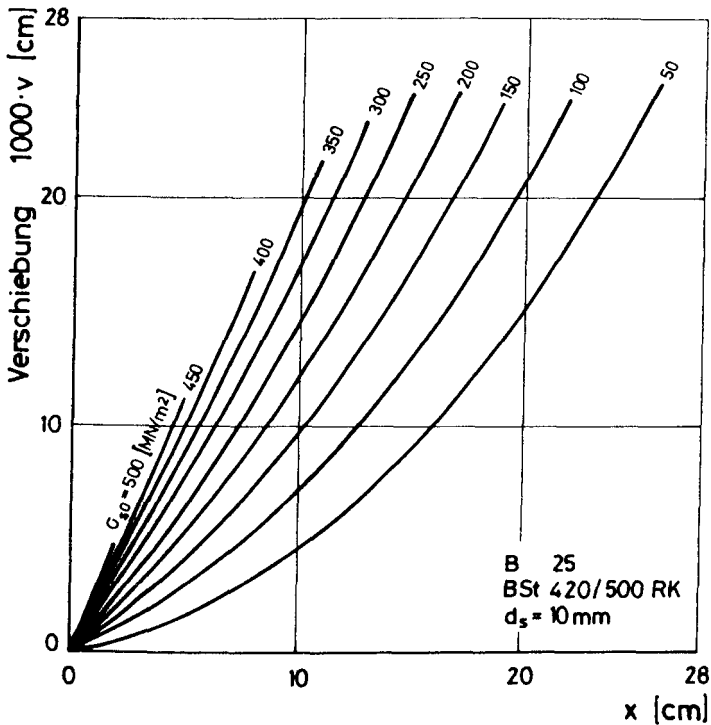


Bild 3.7 Verschiebung in Abhängigkeit von der Länge x und von σ_{so}

Am Beispiel eines Betons B 25 und eines Stahldurchmessers $d_s = 10 \text{ mm}$ (BSt 420/500 RK) sind die Verschiebungs-, Stahlspannungs- und Verbundspannungsverläufe für verschiedene σ_{so} -Werte in den Bildern 3.7, 3.8 und 3.9 dargestellt. Abschließend ist zu bemerken, daß es mit dem k_v -Verfahren mit ausreichender Genauigkeit gelingt, die Verbundwirkung bei kurzzeitiger Beanspruchung zu beschreiben.

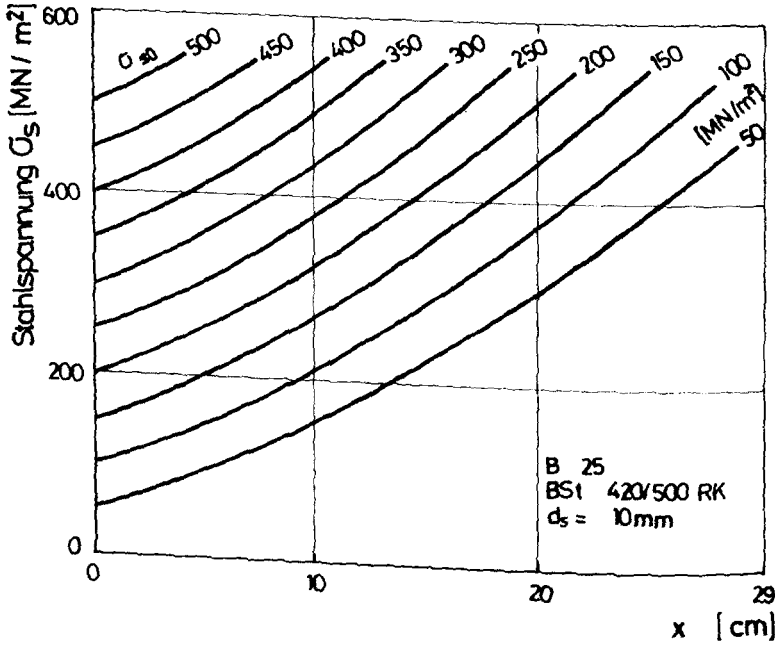
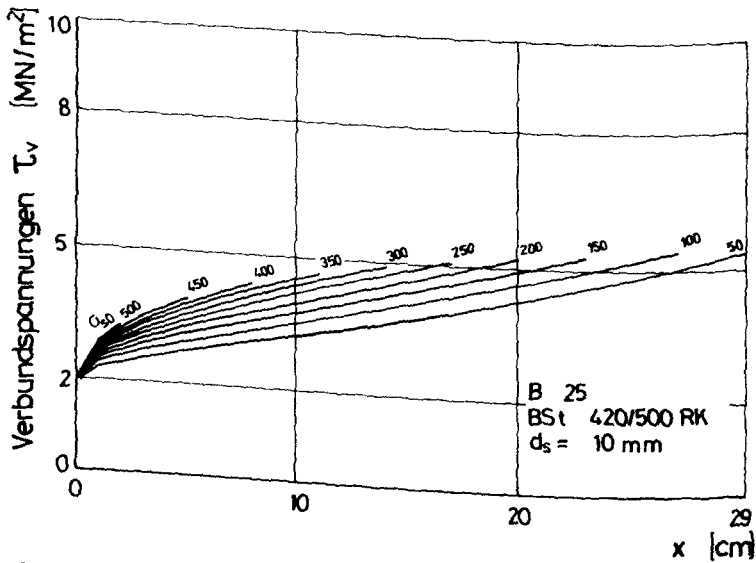


Bild 3.8 Stahlspannung in Abhängigkeit von der Länge x und von σ_{so}



3.9 Verbundspannung in Abhängigkeit von der Länge x und von σ_{so}

3.2 Verbundwirkung bei langandauernder Beanspruchung

Der erste fundamentale Ansatz, der Verbundkriechen in die Verbundwirkung und die damit verbundenen zeitlichen Änderungen der Stahl- und Verbundspannungen einzuführen, stammt von Franke [47]. Dabei stellt er den gesamten Verankerungsbereich einschließlich eingebettetem Stab als ein diskretisiertes Stabwerksmodell dar. Dieses Modell zeigt Bild 3.10. Über Gleichgewicht und Kontinuität am einzelnen Stabelement entwickelt er ein gekoppeltes System von Differenzgleichungen und einem iterativen Lösungsweg. Da aber auch dieser Weg numerisch sehr aufwendig ist, untersuchte Franke, ob es mit dem sog. Isochronenverfahren gelingt, eine brauchbare Näherung für die orts- und zeitabhängigen Verteilungen $\tau_v(x,t)$ und $\sigma_s(x,t)$ zu gewinnen.

Das Isochronenverfahren hat folgenden Inhalt: Wirkt auf den verankerten Stab entweder an $x = 0$ oder $x = x_1$ eine konstante Stahlspannung σ_{s0} oder σ_{sR} , so kann man zu einem beliebigen Zeitpunkt t^* die Verteilung $\sigma_s(x,t^*)$ mit der Isochrone $\tau(v,t^*)$ genau wie für $t = 0$ berechnen. Franke beweist, daß man auf diesem Wege, auch bei nichtlinearen Isochronen des Verbundverhaltens, befriedigende Näherungsergebnisse erhält. Das Isochronenverfahren wird deshalb auch hier angewandt.

Da die Verbundwirkung bei Kurzzeitbelastung durch das k_v -Verfahren sehr befriedigend behandelt werden konnte, lag es nahe, dieses auch für $t > 0$ einzusetzen. Damit ergeben sich für jede Isochrone zeitabhängige $k_v(t)$ -Werte.

Der Weg zur Bestimmung der $k_v(t)$ -Werte ist der gleiche wie für $t = 0$; er ist im Abschnitt 3.1 beschrieben. Die Bilder 3.11 bis 3.14 zeigen die Zeitabhängigkeiten $k_{v0}(t)$ und $k_{v1}(t)$ für verschiedene Betongüten und Stabdurchmesser.

3.3 Grundsätzliche Auswirkung des Verbundkriechens

In den Bildern 3.15 und 3.16 ist die Auswirkung des Verbundkriechens auf die Stahl- und Verbundspannungen für die beiden Grundfälle Dauerlast und Dauerzwang dargestellt. Dabei wurde der mittig gezogene Stahlbetonstab als Modell gewählt, wobei Betonkriechen und eine weitere zeitabhängige Ribildung nicht stattfinden soll.

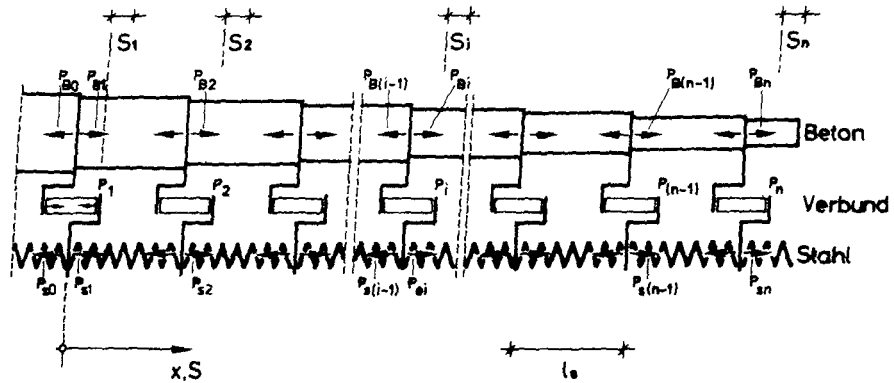


Bild 3.10 Diskretisiertes Stabwerksmodell von Franke [47]

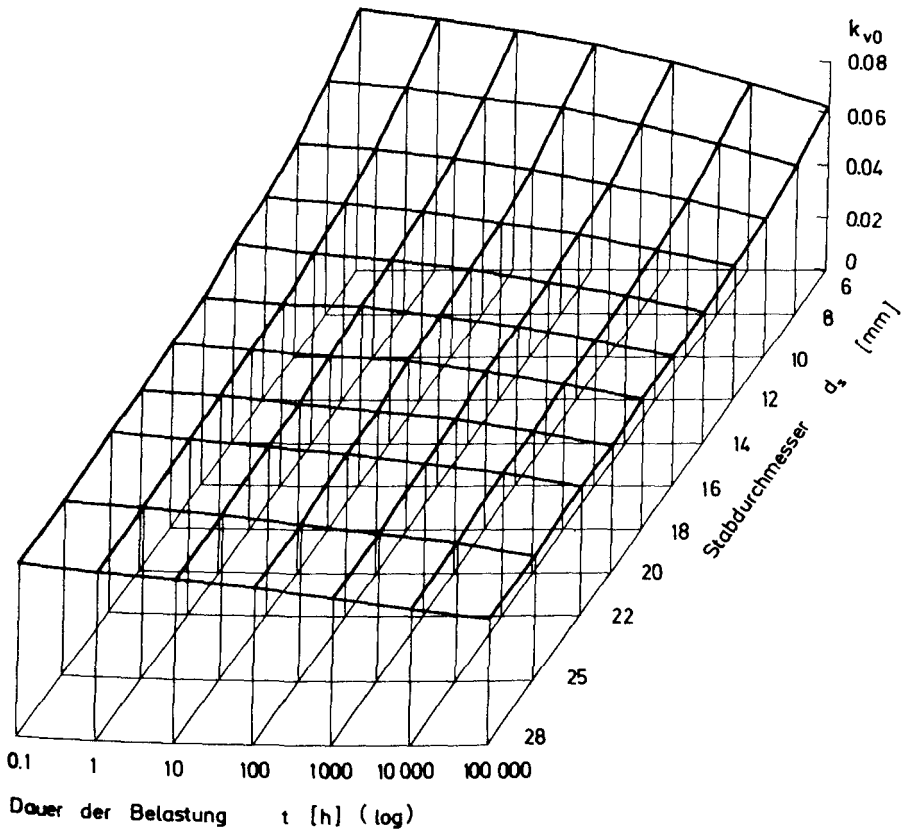


Bild 3.11 Zeitabhängige Entwicklung von k_{v0} für die Betongüte B 25 für verschiedene Stabdurchmesser

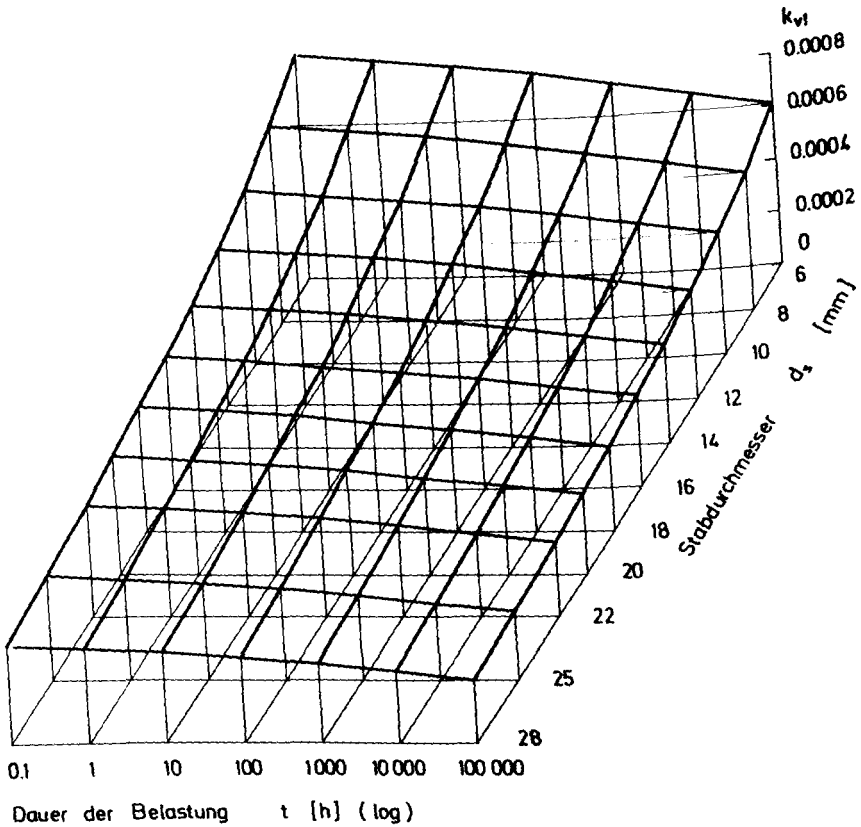


Bild 3.12 Zeitabhängige Entwicklung von k_{v1} für die Betongüte B 25 für verschiedene Stabdurchmesser

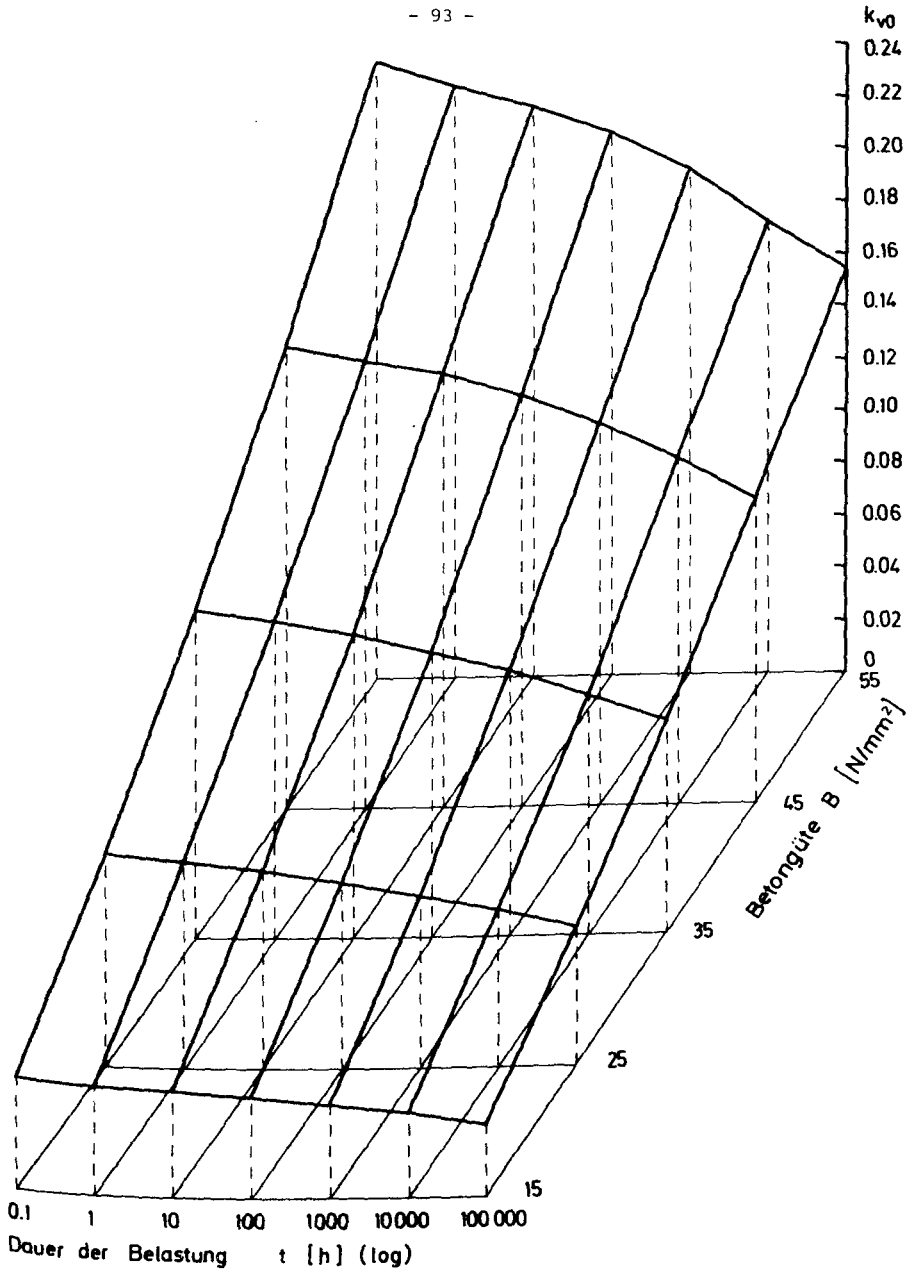


Bild 3.13 Zeitabhängige Entwicklung von k_{v0} für den Stabdurchmesser $d_s = 10$ mm für verschiedene Betongüten

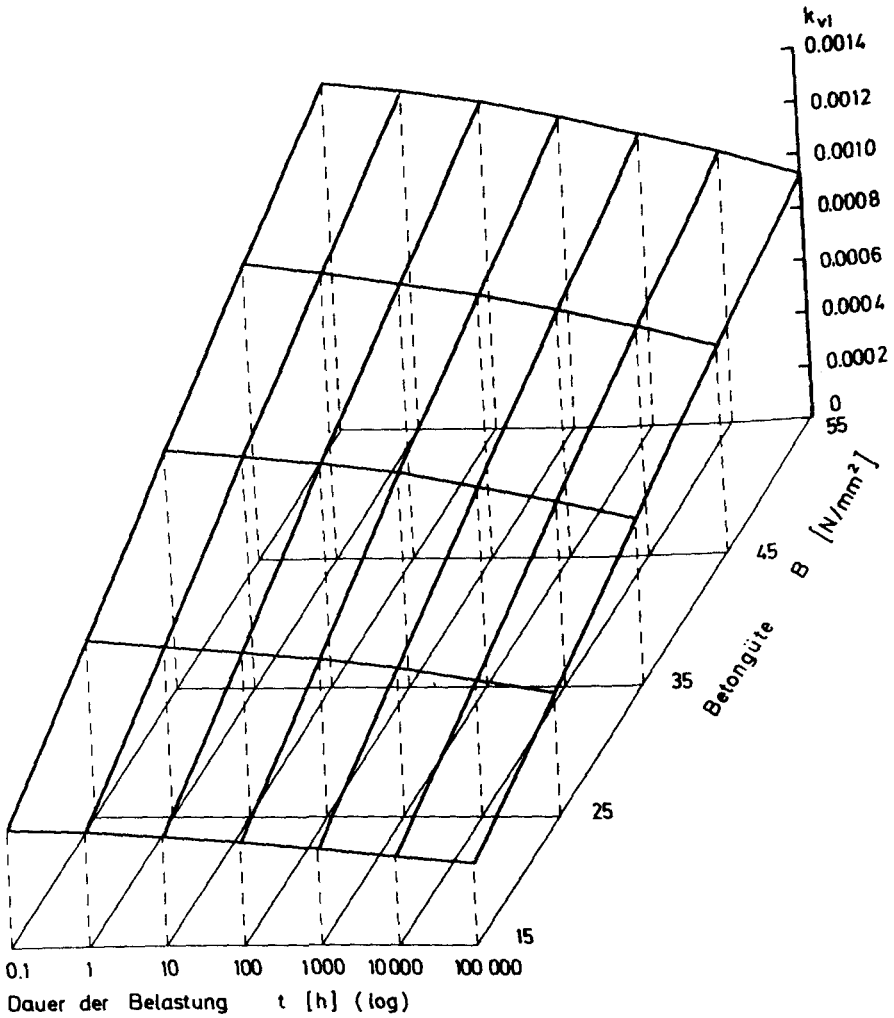


Bild 3.14 Zeitabhängige Entwicklung von k_{v1} für den Stabdurchmesser $d_s = 10$ mm für verschiedene Betongüten

Bild 3.15 gilt für eine geringe Kraft $N^* > N_R^1$, unter der das Rißbild noch nicht ausgeprägt ist. Unter Dauerlast ist $N^* = \text{const.}$, aber auch σ_{sO} und σ_{sR} verändern sich nicht. Logischerweise muß wegen des "Verweichens" des Verbunds die Einleitungslänge, die mittlere Dehnung, die Verschiebung im Riß und die Rißbreite anwachsen. Beim Dauerzwang fällt N^* ab, und damit sinken auch die Spannungen σ_{sO} und σ_{sR} .

Beim i. w. ausgeprägten Rißbild führt $N^* = \text{const.}$ zu einem Anwachsen von σ_{sO} , und alle Verformungen nehmen zu. Der Dauerzwang führt zu einem Abfall der Rißspannung, jedoch zu einem Anstieg von σ_{sO} , weil sonst die Bedingung $\epsilon_m = \text{const.}$ nicht zu realisieren wäre.

Im folgenden wird an einigen Beispielen die Auswirkung zahlenmäßig vorgeführt. Dabei wurden in den Kriechansatz die mittleren n- und m-Werte aus den Versuchsreihen VR1 - VR4 eingesetzt.

Bild 3.17 zeigt das zeitabhängige "Nachgeben" der Verbundspannungen. Die hieraus resultierende Zunahme der Stahlspannungen und der Verschiebung geht aus den Bildern 3.18 bzw. 3.19 hervor. Weiter ist auf Bild 3.20 die zeitabhängige Veränderung von σ_{sO} für verschiedene Anfangs-Stahlspannungshöhen gezeigt.

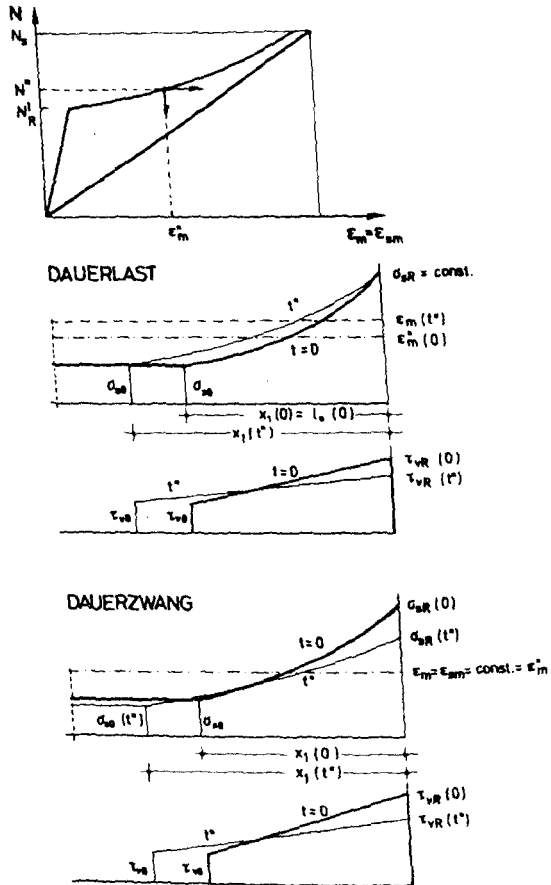


Bild 3.15 Auswirkungen des Verbundkriechens auf die Stahl- und Verbundspannungen infolge Dauerlast bzw. Dauerzwang beim nicht ausgeprägten Ribbild

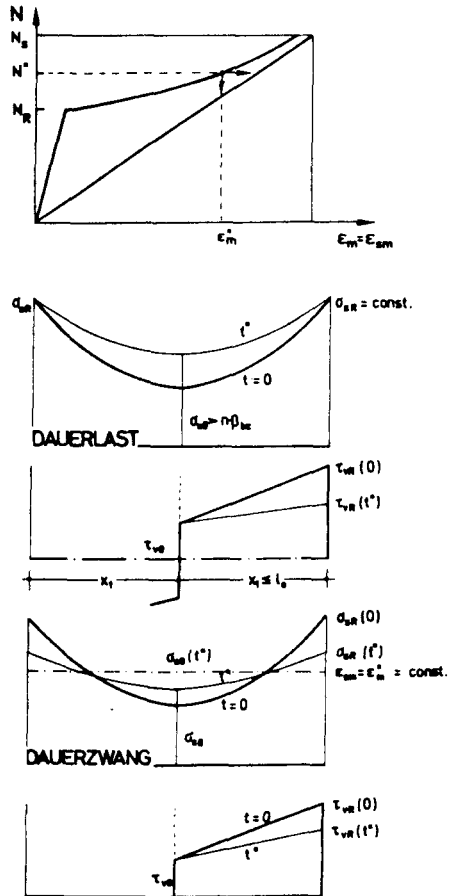


Bild 3.16 Auswirkung des Verbundkriechens auf die Stahl- und Verbundspannungen infolge Dauerlast bzw. Dauerzwang beim ausgeprägten Ribbild

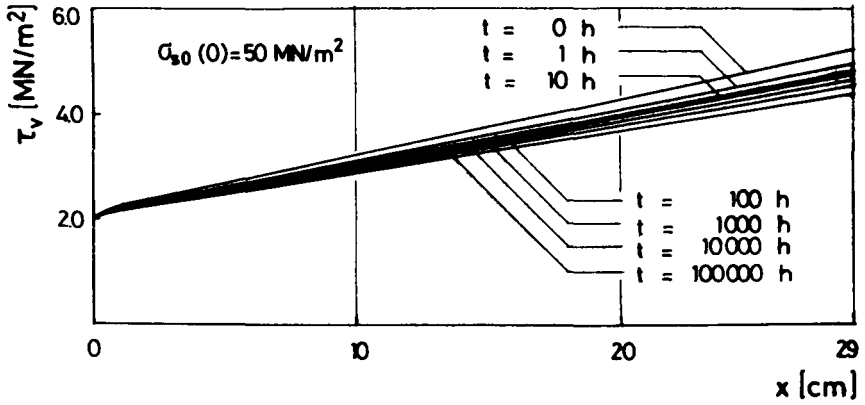


Bild 3.17 Zeitabhängige Veränderung der Verbundspannungen über die Länge x

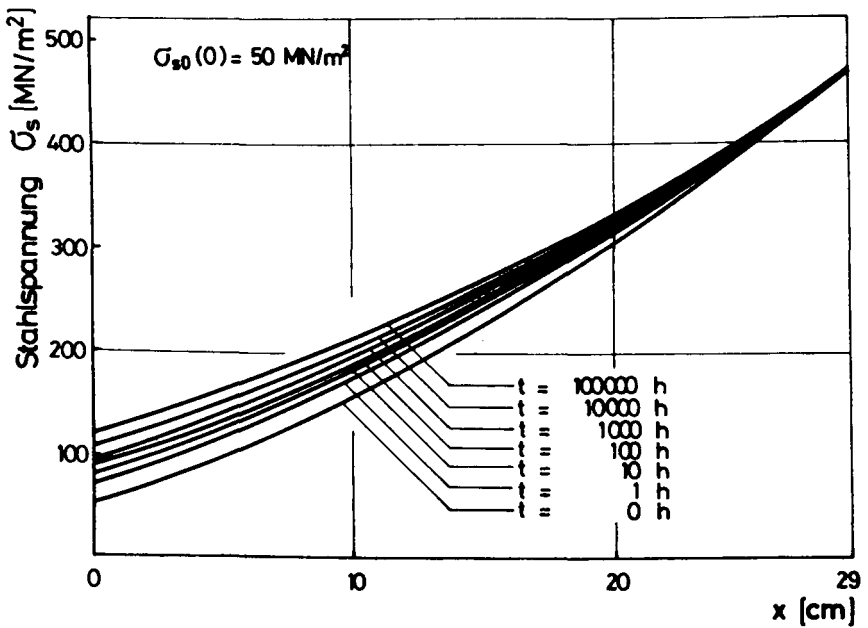


Bild 3.18 Zeitabhängige Veränderung der Stahlspannung über die Länge x

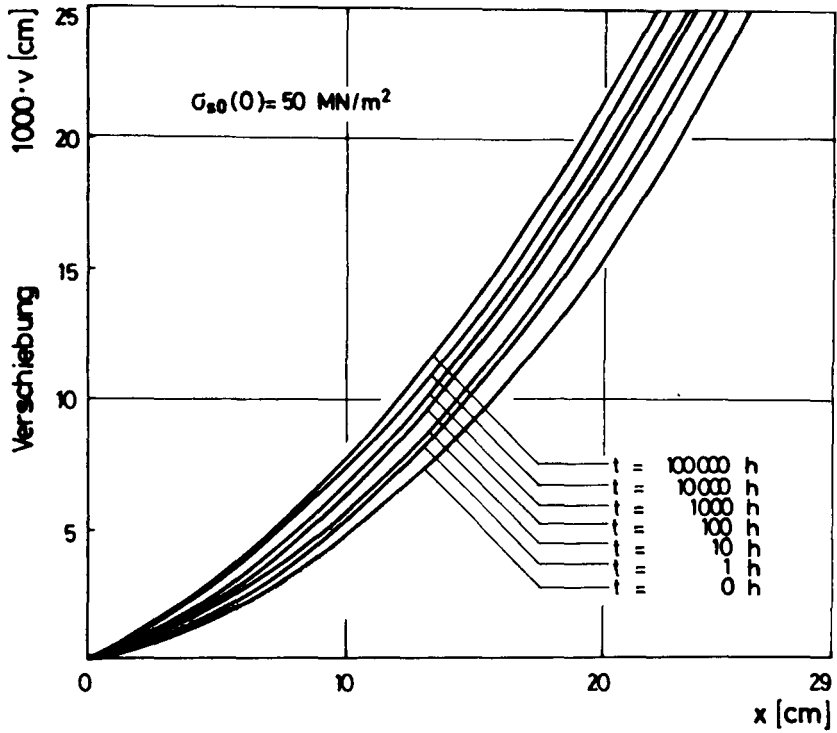


Bild 3.19 Zeitabhängige Veränderung der Verschiebungen über die Länge x

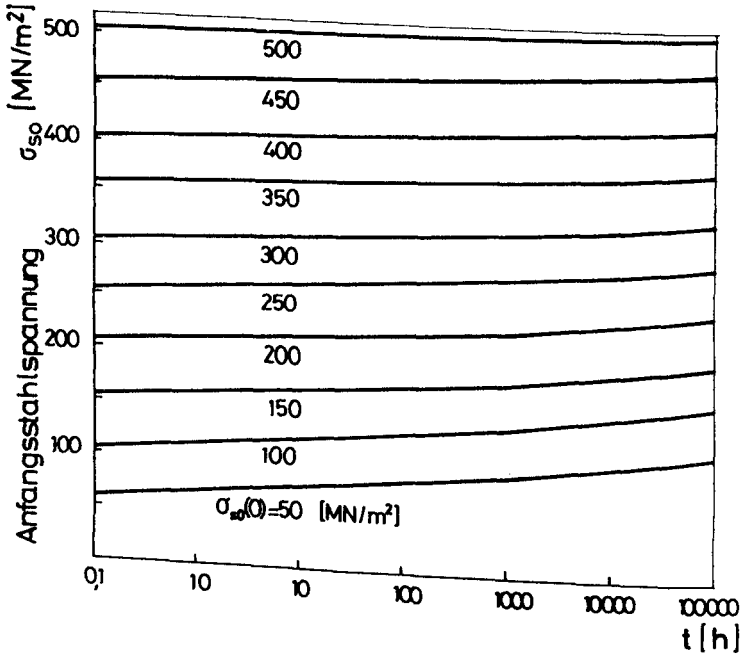


Bild 3.20 Zeitabhängige Veränderung von σ_{so} für verschiedene Anfangsstahlspannungshöhen



4. SCHNITTKRAFT-VERFORMUNGSBEZIEHUNGEN AUF BIEGUNG BEANSPRUCHTER STAHLBETON-STÄBE MIT RECHTECK-QUERSCHNITT IM ZUSTAND I UND IM REINEN ZUSTAND II (RISS-QUERSCHNITT)

4.1 Vorbemerkungen

Für die Berechnung von Schnittkraft-Verformungsbeziehungen müssen die Zusammenhänge zwischen der Beanspruchung einerseits und der Rißbildung, der Steifigkeit sowie den Querschnitts- und Baustoffwerten andererseits bekannt sein. Im folgenden werden die wesentlichsten Zusammenhänge für den Zustand I und den reinen Zustand II kurz zusammengestellt.

4.2 Rißbildung

4.2.1 Erstrißbildung

Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein durch ein Biegemoment beanspruchter Stababschnitt. In diesem Stababschnitt entsteht der erste Riß, sobald die Randzugspannung

$$\sigma_{bz} = \frac{M}{W_i} \quad (4.1)$$

die Betonzugfestigkeit β_{bz} erreicht (Bild 4.1). Dabei sei erinnert, s. Abschn. 2.2.3, daß die Eigenschaft Betonzugfestigkeit nicht nur eine streuende Werkstoffgröße ist, sondern auch von der Querschnittshöhe und der bezogenen Ausmitte M/Nd abhängt. Im Rißquerschnitt springt nun die Stahlspannung auf die Erstrißstahlspannung σ_{sR}^1 hoch. Nach Rostásy [111] beträgt - ohne weitere Ableitungen:

$$\sigma_{sR}^1 = \beta_{bz} \cdot \frac{1+n(\mu+\mu')}{\mu} \cdot \frac{\zeta_R^1 - \eta_s + k_z^1}{k_z^1(1+\zeta_R^1)} \quad (4.2)$$

wobei Bild 4.2 die gewählten Zeichen erklärt. Im hier betrachteten Fall reiner Biegung vereinfacht sich Glg. (4.2) zu:

$$\sigma_{sR}^1 = \beta_{bz} \frac{1}{6 \cdot \mu \cdot k_z^1} [1 + 12n \cdot \eta_s^2 (\mu + \mu')] \approx \frac{\beta_{bz}}{6 \mu \cdot k_z^1} \approx 0.21 \frac{\beta_{bz}}{\mu} \quad (4.3)$$

wenn man für den inneren Hebelarm k_z^1 an der Erstrißstelle $0,80 \cdot d$ setzt.

Bild 4.2 zeigt die Abhängigkeit von σ_{sR}^1 von der bezogenen Ausmitte und vom Bewehrungsgrad für einen Leichtbeton LB 15.

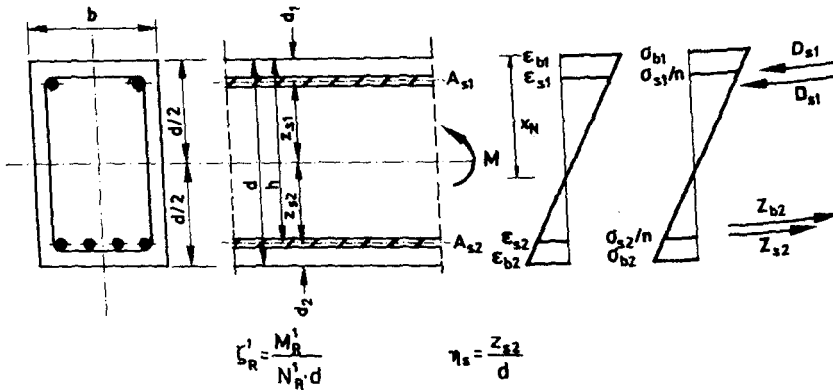


Bild 4.1 Bezeichnungen, Schnittgrößen, Spannungen und Dehnungen im Zustand I

Bild 4.3 zeigt, daß der Spannungssprung (α reduziert die Betonzugfestigkeit auf die Bewehrungsfaser)

$$\Delta \sigma_{sR}^1 = \sigma_{sR}^1 - \sigma_s^1 \approx \frac{\beta_{bz}}{5 \cdot \mu \cdot k_2^1} \cdot n \cdot \beta_{bz} \cdot \alpha \quad (4.4)$$

umso größer ist, je kleiner der Bewehrungsgrad μ gewählt wurde. Die Erstrießstahlspannung steigt mit β_{bz} an und ist umgekehrt proportional zu μ .

4.2.2 Zum Unterschied zwischen Last- und Zwangsbeanspruchung

Ehe der Fortschritt der Ribildung bei ansteigendem Moment besprochen wird, soll gezeigt werden, auf welche Weise ein Stahlbetonstab auf eine Last- oder Zwangsbeanspruchung antwortet. In Bild 4.4 ist das Momenten-Krümmungsdiagramm eines auf Biegung beanspruchten Stababschnitts unter Last und Zwang gezeigt, wobei eine kurzzeitige Einwirkung vorliegen möge: Kriechen bzw. Relaxieren findet nicht statt.

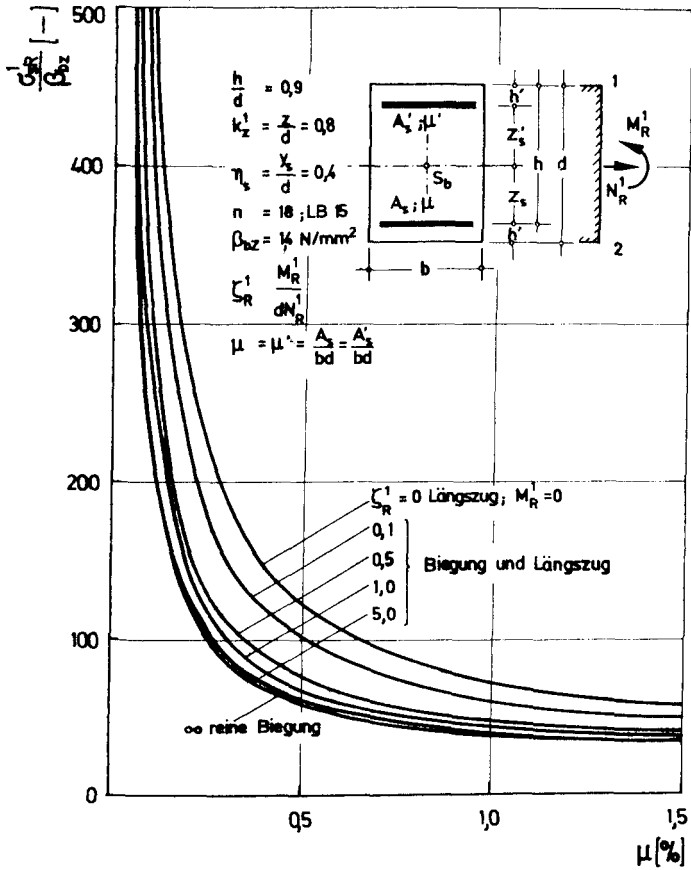


Bild 4.2 Erststahlspannung bei symmetrischer Bewehrung (nach [11])

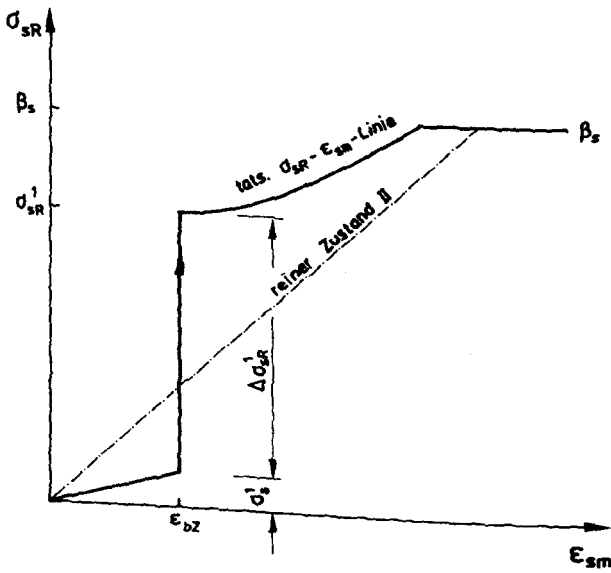
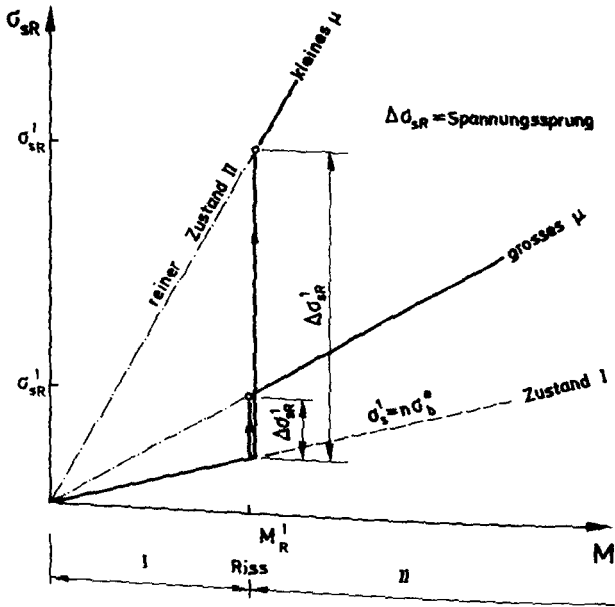


Bild 4.3 Spannungssprung beim 1. Riß

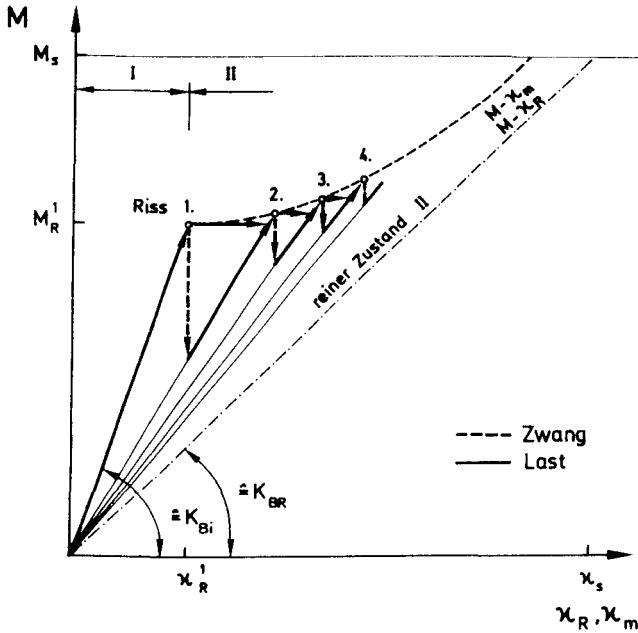


Bild 4.4 Rißverhalten bei Last und Zwang, dargestellt für reine Biegung

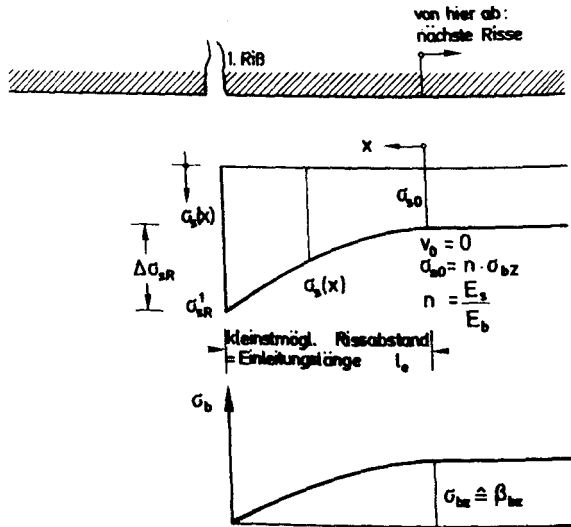
Natürlich gibt es im Zustand I, also bis zum Erreichen des Erstrißmoments M_R^1 , keinen Unterschied zwischen Last und Zwang. Bei der Lastbeanspruchung ist mit der Bildung des ersten Risses ein Sprung der mittleren, über die Risse hinweg gemessenen Krümmung verbunden. Bei weiterem Lastanstieg erfolgt die Verformung entlang einer gegenüber der Biegesteifigkeit $K_{Bi} = E_b \cdot I_i$ flacheren Steifigkeitsgeraden bis zum nächsten Rißmoment M_R usw. Es entsteht eine Steifigkeitstrepfenlinie.

Beim Zwang erfolgt nach Bildung des ersten Risses ein spontaner Abfall des Biegemoments. Bei weiterer Zunahme der aufgezwungenen Krümmung folgt die Momentenantwort entlang der flacheren Steifigkeitsgeraden bis zum nächsten Rißmoment M_R usw. Es ergibt sich eine Steifigkeitszackenlinie. Diese Zusammenhänge sind von Rostásy und Aldá [112] sowie von Falkner [44] am Beispiel des gezogenen Stabes im einzelnen erläutert worden. Wesentlich ist die Tatsache,

daß Last und Zwang eine gemeinsame obere Hüllkurve, Ort der Rißmomente, besitzen, die der weiteren Betrachtung als $M-\kappa_m$ -Linie zugrundeliegt. Im Abstand der Hüllkurve von der Geraden des nackten Zustands II erkennt man die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen.

4.2.3 Rißentwicklung

Vom 1. Riß aus betrachtet, kann ein weiterer Riß erst dann entstehen, wenn die zum erneuten Reißen des Betons notwendige Zugkraft über Verbund vom Stahl auf den Beton übergeleitet wird [103], [104], [15]. Dieser Zusammenhang ist in Bild 4.5 dargestellt.



$$\sigma_{s1} - \sigma_{s0} = \frac{\sigma_{bz} \cdot F_b}{F_s} = \frac{1}{\mu_z} \cdot \sigma_{bz} = \Delta \sigma_{sR}$$

Anfangswerte: $x = 0$
 $v_0 \approx 0$
 $\sigma_{s0} = n \cdot \sigma_{bz}$
 $\Delta \sigma_{sR}$ = Differenzspannung,
 die zum Reißen des
 Betons notwendig ist

Bild 4.5 Mindestabstand eines zweiten Risses vom Erstriß

Die Strecke, die zur Einleitung der Differenzzugkraft über Verbund benötigt wird, bezeichnet man als Einleitungslänge l_e . Diese ist der kleinstmögliche Rißabstand. Mit steigender Beanspruchung nimmt die Zahl der Risse zu. Dabei strebt der mittlere Rißabstand a_m dem Rißabstand a_{me} des stabilisierten Rißbildes zu, wie in Bild 4.6 schematisch gezeigt ist. Dabei ist auch der große Einfluß des Bewehrungsgrades bzw. des Verbundparameters μ/d_s oder d_s/μ ablesbar. Bei geringer Bewehrung ist ggf. die Ausprägung gar nicht erreichbar: Die Bewehrung fließt zuvor.

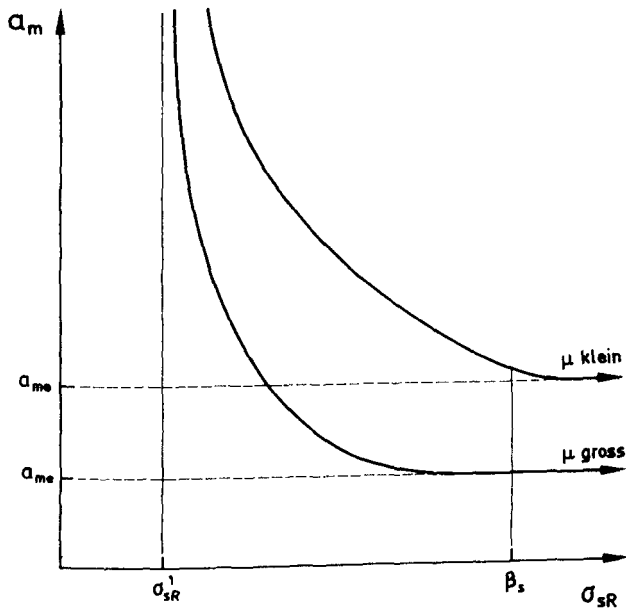


Bild 4.6 Ausprägung des Rißbildes

Die Bestimmung des Endrißabstands a_{me} geht davon aus, daß die zum Reißen führende Differenzkraft, gleich Verbundkraft, mit der Betonzugkraft im Gleichgewicht steht (s. Bilder 4.1 und 4.5):

$$\int_0^{a_{me}} \tau_v(x) \cdot u_s \cdot dx = \int_0^{h-x_N} \sigma_{bz}(y) \cdot b \cdot dy \quad (4.5)$$

Hierzu ist x_N der Nulllinienabstand vom Druckrand (s. auch Rehm und Martin [104]). Drückt man $\tau_v(x)$ und $\sigma_{bz}(y)$ durch mittlere Werte der Verbundspannung bzw. der Zugfestigkeit aus, so erhält man

$$a_{me} = \frac{\beta_{zm}}{\tau_{vm}} \cdot \frac{A_{bz}}{u_s} \quad (4.6)$$

Broms [18] zeigte durch Versuche, daß der Rißabstand auch von der Betondeckung abhängt. Ausgehend von Glg. (4.5) ist nach Umformung und Berücksichtigung des Einflusses der Betondeckung nach [104]:

$$a_{me} = k_1 \cdot \bar{u}_b + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu} \quad (4.7)$$

Die Ausprägung des Rißbildes hängt von zahlreichen Faktoren ab: Verbundeigenschaften der Bewehrung, Bewehrungsgrad, Betongüte u.a.m., wie Koch [67] gezeigt hat. Hierauf wird noch später eingegangen.

4.2.4 Rißbreite

Die Rißbreite ergibt sich aus der Relativverschiebung v zwischen Stahl und Beton im Riß. Bild 4.7 zeigt am Beispiel des schwach ausgeprägten Rißbildes die Zusammenhänge. Weil die Betonverschiebungen gegenüber den Stahlverschiebungen vernachlässigbar klein sind, kann die mittlere Rißbreite als Verschiebungsdifferenz entlang der Einleitungslänge ℓ_{em} als

$$w_m = 2 \int_0^{\ell_{em}} [\epsilon_s(x) - \epsilon_b(x)] dx \approx 2 \ell_{em} \bar{\epsilon}_{sm} \quad (4.8)$$

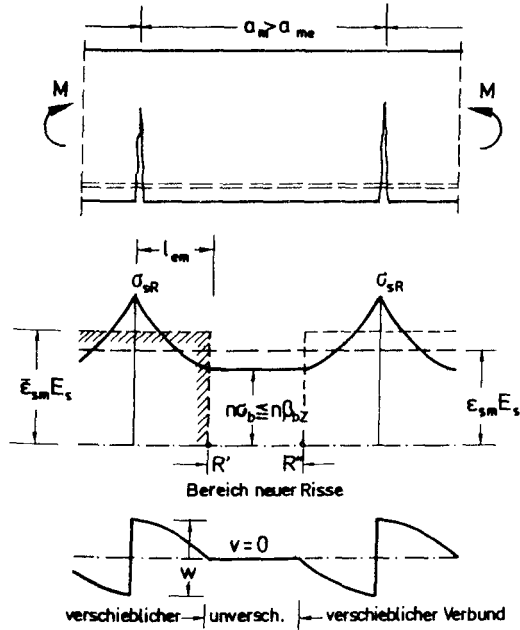
geschrieben werden. Hierbei ist $\bar{\epsilon}_{sm}$, die mittlere Stahldehnung über die Einleitungslänge ℓ_{em} , maßgebend und nicht die über die Stablänge gemittelte Stahldehnung.

Beim weiter fortgeschrittenen Rißbild treten über der ganzen Stablänge Verschiebungen auf, und es gilt:

$$w_m = a_m (\sigma_{sR}; \frac{d_s}{\mu}) \cdot \epsilon_{sm} \quad (4.9)$$

Erst beim ausgeprägten Rißbild gilt:

$$w_m = a_{me} \cdot \epsilon_m \quad (4.10)$$



$$w_m = 2 \int_0^{l_{em}} [\epsilon_s(x) - \epsilon_b(x)] dx \approx 2 l_{em} \bar{\epsilon}_{sm}$$

$$w_m \approx a_m \left(\sigma_{sR}, \frac{d_s}{\mu} \right) \cdot \epsilon_{sm} > a_{me} \cdot \epsilon_{sm}$$

$$l_{em} \approx \min \bar{a}_{me} \approx \frac{\beta_{bz} A_{bz}}{\tau_{vm} U_s} = k_2 k_3 \frac{d_s}{\mu_z}$$

Bild 4.7 Zusammenhänge zwischen Rißbreite, Einleitungslänge und Stahldehnung bei schwach ausgeprägtem Rißbild

Wie Bild 4.8 zeigt, wird man im Bereich niedriger Beanspruchung und bei geringer Bewehrung, die über den Endrißstand berechnete Rißbreite unterschätzen.

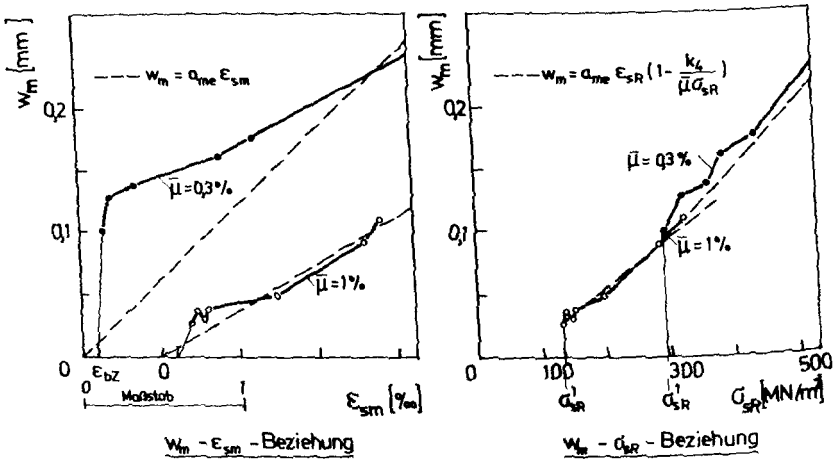


Bild 4.8 Zugversuche an mittig gezogenen Stäben aus LB 10 (nach [11])

4.3 Schnittkraft-Verformungsbeziehungen im Zustand I und II

Im folgenden werden die Zusammenhänge zwischen der Schnittgröße, hier Biegemoment, und den maßgebenden Verformungen auf der Basis der Literatur knapp zusammengestellt. Die nachstehenden Beziehungen stellen also gleichsam die Formelsammlung für spätere Auswertungen dar; auf eine Ableitung kann verzichtet werden.

4.3.1 Der ungerissene Zustand I

Bild 4.1 enthält die notwendigen Bezeichnungen. Beide Werkstoffe, Beton und Stahl, werden als rein elastisch wirkend angenommen. Mit der ideellen Querschnittsfläche

$$A_i = A_b + (n-1) \cdot (A_{s2} + A_{s1}) \quad (4.11)$$

und mit der Verschiebung d_i der ideellen Schwerachse bei $A_{s1} \neq A_{s2}$ von

$$d_i = \frac{n-1}{A_i} \left\{ A_{s2} \left(\frac{d}{2} - d_2 \right) - A_{s1} \left(\frac{d}{2} - d_1 \right) \right\} \quad (4.12)$$

erhalten wir das ideale Trägheitsmoment zu:

$$I_i = I_b + (n-1) \left\{ A_{s2} \cdot \left(\frac{d}{2} - d_2 - d_i \right)^2 + (n-1) \cdot A_{s1} \cdot \left(\frac{d}{2} - d_1 + d_i \right)^2 \right\} \quad (4.13)$$

Die Krümmung im Zustand I ist in bezogener Form:

$$d \cdot \chi_i = \frac{M}{E_b \cdot I_i} \quad (4.14)$$

Als Biegesteifigkeit wird definiert:

$$K_{Bi} = E_b \cdot I_i \quad (4.15)$$

bzw. in bezogener Form ist

$$k_{Bi} = \frac{E_b \cdot I_i}{E_b \cdot I_b} \geq 1 \quad (4.16)$$

4.3.2 Der reine Zustand II

Der reine Zustand II, der der Stahlbetonbemessung zugrunde liegt, ist streng nur im Ribßquerschnitt vorhanden. Jede Mitwirkung des Betons auf Zug, sei es im Ribßquerschnitt oder zwischen den Rissen, wird außer acht gelassen. Ebenheit der Dehnungen wird vorausgesetzt. Die $\sigma_s - \epsilon_s$ -Linie des Stahls wird nichtlinear nach dem Ramberg-Osgood-Polynom (s. Abschnitt 2.1), die $\sigma_b - \epsilon_b$ -Linie des Betons auf Druck wird nach Grasser [50] angesetzt.

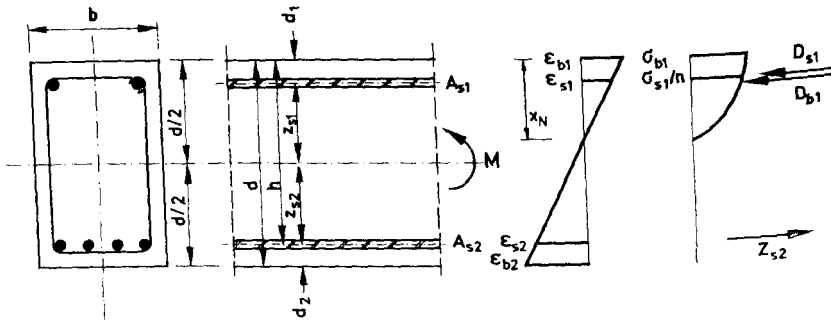


Bild 4.9 Bezeichnungen, Schnittgrößen, Spannungen und Dehnungen im nackten Zustand II

Setzt man, s. Bild 4.9, das Momentengleichgewicht um die Querschnittsmitte an, so erhält man:

$$M = \sigma_{s2R} A_{s2} z_{s2} - \sigma_{s1R} A_{s1} z_{s1} - \alpha \cdot x_N \cdot b \cdot \sigma_{b1R} \left(\frac{d}{2} - k_a \cdot x_N \right) \quad (4.17)$$

In dieser Beziehung bedeuten:

$$x_N = \frac{E_{b1R}}{E_{b1R} + E_{s2R}} \cdot h$$

Nulllinienabstand von Rand 1

$$\alpha = \sigma_m / \sigma_{b1R}$$

Völligkeitsbeiwert = mittlere Spannung / Randspannung

$$k_a = d / x_N$$

Druckkraftabstand vom gedrückten Rand 1

Die Beiwerte α und k_a sind, wie in Abschn. 2.2.2 gezeigt wurde, von β_w und E_{b1R} abhängig; man erhält sie durch Integration des Spannungsblocks.

Bekanntermaßen lassen sich wegen der nichtlinearen Spannungs-Dehnungslinien keine geschlossenen Ausdrücke der Stahl- und Betondehnungen für ein bestimmtes Moment und bei gewählter Geometrie anschreiben. Die Lösung von Glg. (4.17) erfolgt iterativ. Ist sie erfolgt, so lautet die bezogene Krümmung im Riß mit $\lambda = h/d$:

$$d \cdot \chi_R = \frac{E_{bBR} - E_{s2R}}{\lambda} \quad (4.18)$$

Gleichzeitig ist wegen (ρ_R ist der Krümmungsradius im Riß):

$$d \cdot \chi_R = \frac{d}{\rho_R} = \frac{M}{K_{BR}} \cdot d \quad (4.19)$$

der Zusammenhang zwischen Moment, Biegesteifigkeit K_{BR} und Krümmung im Riß dargestellt:

$$K_{BR} = \frac{M}{\chi_R} \quad (4.20)$$

bzw. in bezogener Form ist die Biegesteifigkeit:

$$k_{BR} = \frac{K_{BR}}{K_B} = \frac{K_{BR}}{E_b \cdot I_b} \quad (4.21)$$

Bild 4.10 zeigt an einem Beispiel den Zusammenhang zwischen Moment und Krümmung im Riß, sowohl bei $t = 0$ als auch bei $t = 1000$ h und $t = 100\,000$ h unter Verwendung der zuvor genannten Werkstoffgesetze. Bild 4.11 zeigt am gleichen Beispiel die last- und zeitabhängige Veränderung der bezogenen Biegesteifigkeit im Zustand I und im nackten Zustand II. Hierin bedeutet:

$$m = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot \beta_{wm}} \quad (4.22)$$

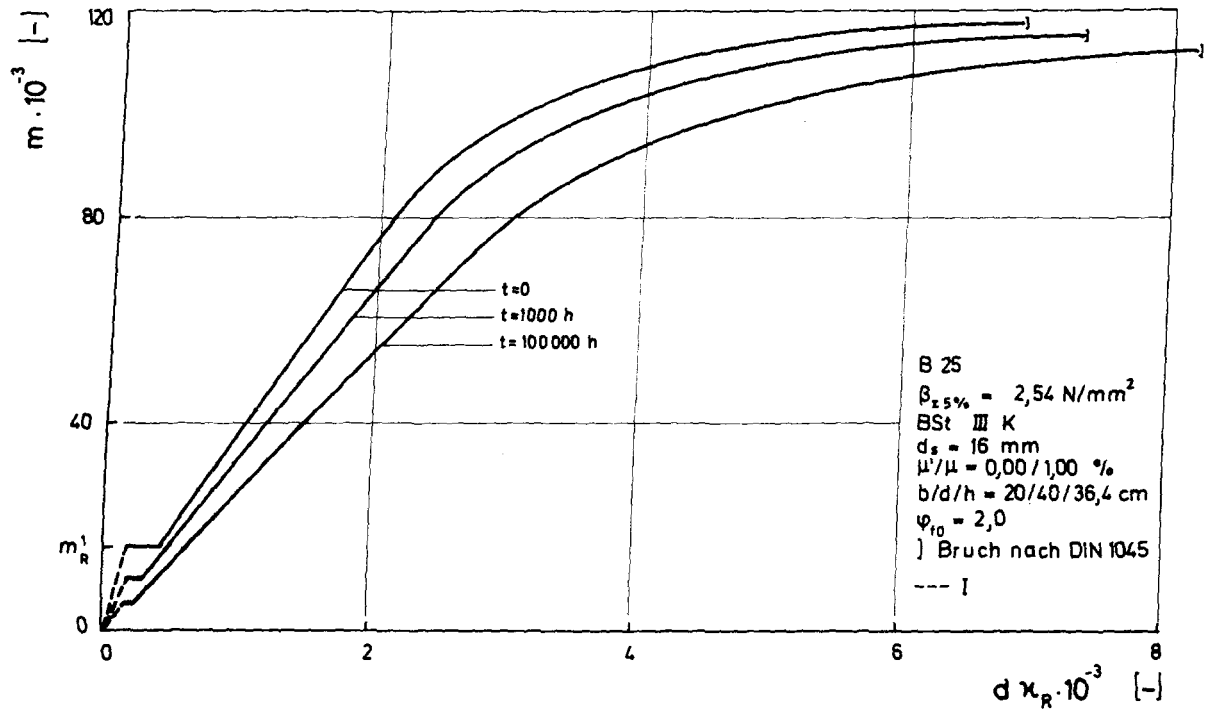


Bild 4.10 Momenten-Krümmungs-Beziehung im Ribquerschnitt, abhängig von der Beanspruchungsdauer

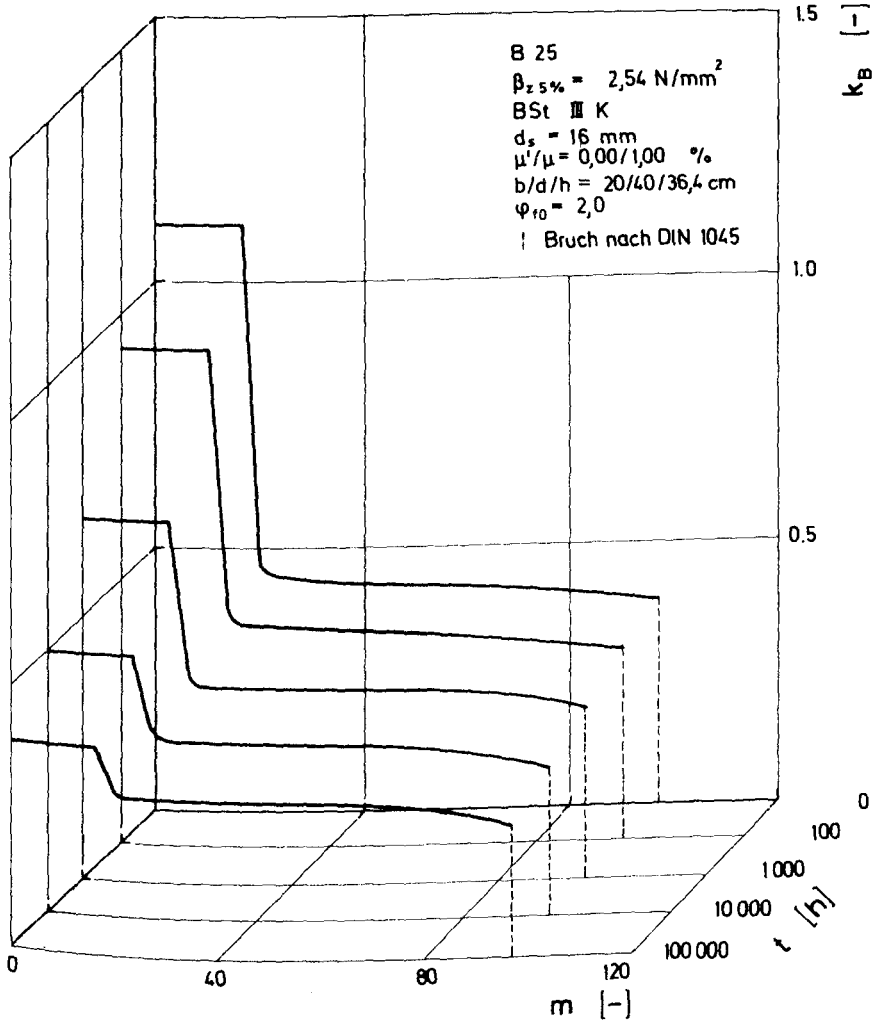


Bild 4.11 Bezogene Biegesteifigkeit im Ribquerschnitt, abhängig von Moment und Beanspruchungsdauer

5. MITWIRKUNG VON BETON AUF ZUG

5.1 Zum Phänomen und Einfluß der Mitwirkung

Es wurde bereits erwähnt, daß eine wirklichkeitsnahe Prognose des Verformungsverhaltens von eingerissenen Stahlbetonstäben bei Last oder Zwang weder auf Basis der Biegesteifigkeit des Zustands I noch auf der des reinen Zustands II (Rißquerschnitt) möglich ist. Der Grund hierfür ist in der "versteifenden" Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen zu suchen, die dadurch entsteht, weil die Stahlspannungen vom Riß weg ebenso stetig über Verbund abgebaut wie im Beton Zugspannungen aufgebaut werden.

Die Mitwirkung, wie sie im Versuch beobachtet wird, soll mit Bild 5.1 erläutert werden, in dem die $M-\epsilon_{sm}$ -Linie schematisch dargestellt ist (ϵ_{sm} ist die mittlere, über die Risse hinweg gemessene Stahldehnung). Die Mitwirkung äußert sich durch den Abstand $\Delta\epsilon_s$ von der Geraden des nackten Zustands II. Sie nimmt

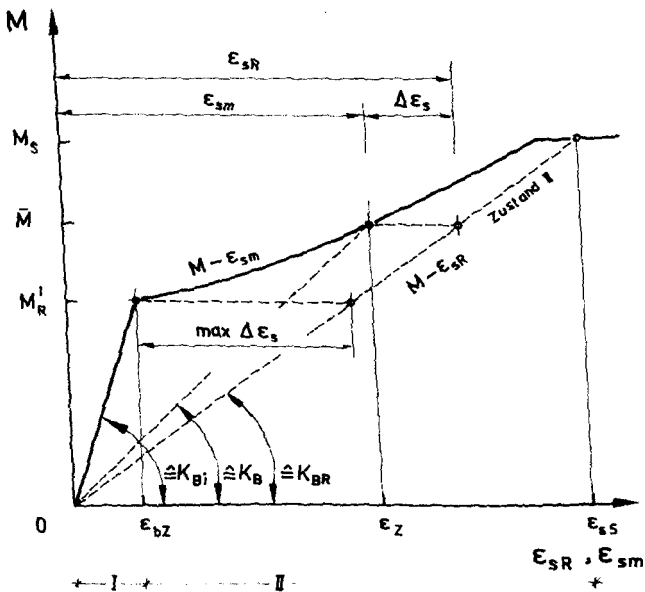


Bild 5.1 Mitwirkung des Betons bei Erstbelastung

mit steigender Beanspruchung wegen Zunahme der Anzahl der Biegerisse ab. Die Mitwirkung hängt vom Bewehrungsgrad, von der Betonzugfestigkeit und von den Verbundeigenschaften des Betonstahls ab. Sie wird auch von der Last- oder Zwangsgeschichte beeinflusst, s. Bild 5.2. Bei Dauerlast nimmt die mittlere Stahldehnung wegen Kriechens in der Druckzone und im Verbundbereich zu. Bei Dauerzwang entsteht ein zeitabhängiger Abfall des Zwangsmoments. Tritt der Zwang schwellend auf, z. B. durch Temperaturwechsel verursacht, so findet ebenfalls ein gradueller Zwangsabbau statt.

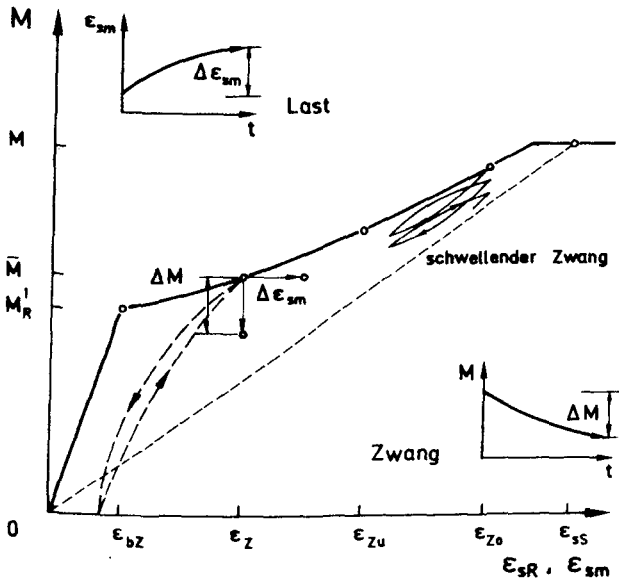


Bild 5.2 Dauer- und Schwellbeanspruchung und ihr Einfluß auf die Mitwirkung

5.2 Bisherige Ansätze zur Beschreibung der Mitwirkung

Die Erkenntnis, daß das Verformungsverhalten durch wirklichkeitsnahe Ansätze beschrieben werden muß, führte zu verstärkter Forschungsaktivität. Ehe jedoch auf diese eingegangen wird, soll mit Bild 5.3 die Ausgangssituation geschildert werden.

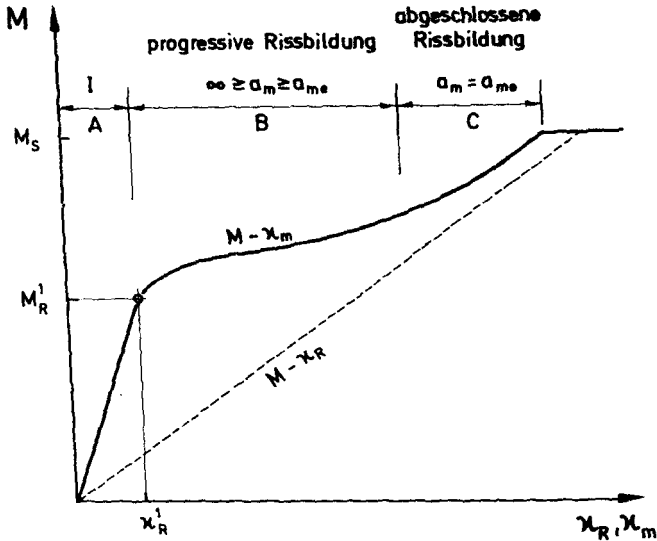


Bild 5.3 Rißbereiche bei steigendem Biegemoment

Wie Bild 5.3 zeigt, durchläuft ein biegebeanspruchter Stab mit steigendem Moment drei Bereiche. Im Bereich A bleibt er im Zustand I; dieser Bereich endet mit dem Erstrißmoment. Hiernach setzt mit der Erstrißbildung eine progressive Rißentwicklung im Bereich B ein, an dessen Ende sich das stabilisierte Rißbild eingestellt hat. Im Bereich C bilden sich keine weiteren Risse mehr. Die Angabe der Größe dieser Bereiche, z. B. ausgedrückt durch ein Krümmungsintervall, ist weder empirisch noch über einen "verschmierten" Ansatz möglich. Während die Festlegung von Bereich A unproblematisch ist, bereitet das Erfassen von Bereich B große Mühe. Dies erkennen wir aus Bild 5.4, in dem schematisch die Situation unmittelbar vor dem 2. Riß skizziert ist. Die Einleitungslänge $x_{1,1}$ ist mit $M_R^1 + \Delta M$ auf $x_{1,2}$ angewachsen. Die streuende und ortsveränderliche Betonzugfestigkeit $f_{bz}(x)$ wurde willkürlich als Blockdiagramm aufgetragen. Sicher ist, da sich ein oder ggf. mehrere Erstrisse unter $f_{5\%}$ (s. Abschnitt 5.3.4) gebildet haben, daß sich ein 2. Riß erst ab dem Pkt. A bilden kann. Grundsätzlich ist eine deterministische Vorhersage der Rißstelle unmöglich.

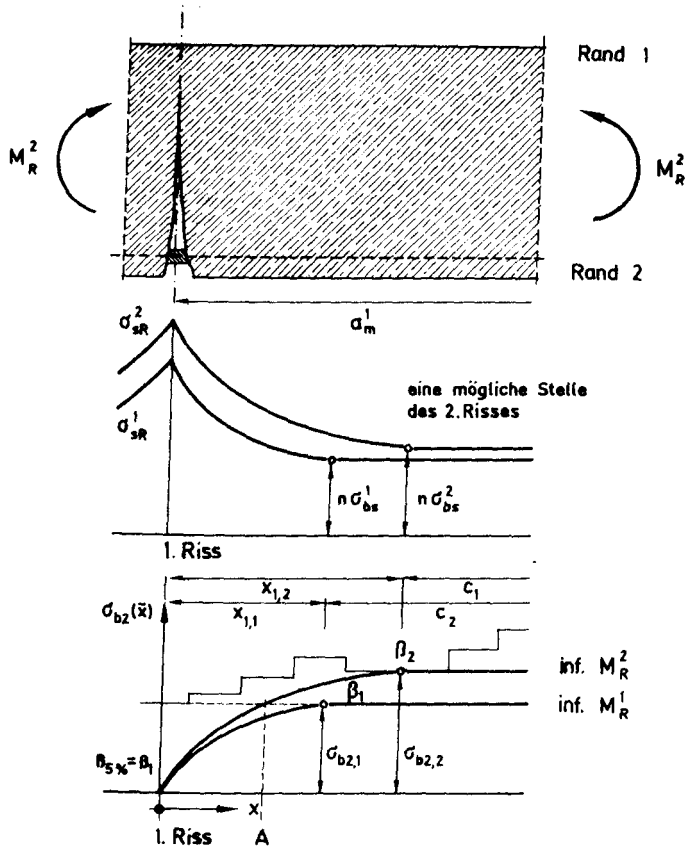


Bild 5.4 Situation bei Bildung des zweiten Risses

Bereiche mit verschieblichem Verbund x_1 und mit unverschieblichem Verbund existieren nebeneinander. Die Situation nach Bildung mehrerer Risse zeigt Bild 5.5. Während die Bestimmung der maßgebenden Dehnungen bzw. Steifigkeitswerte im Riß bzw. in der Mitte zwischen Rissen ohne Schwierigkeit möglich ist (s. Abschn. 4), erfordert die Ermittlung der mittleren Dehnungen ϵ_{s2m} und ϵ_{b1m} die Berücksichtigung des Verbundverhaltens.

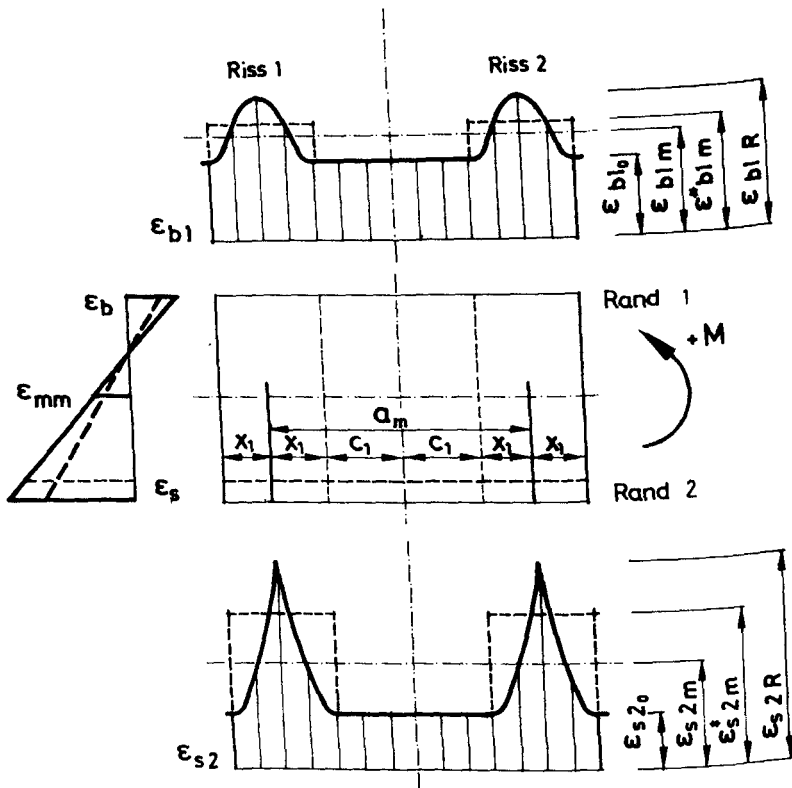


Bild 5.5 Dehnungen bei Zwischenbereichen mit ungestörtem Verbund

Mit zunehmender Beanspruchung nimmt die Zahl der Risse zu. Damit verschwinden die Bereiche ungestörten Verbunds, und es herrscht auf der ganzen Stablänge nur verschieblicher Verbund ($a_m \rightarrow a_{me}$). Aber auch in diesem Zustand, der zu Bereich C gehört, ist die Entstehung von neuen Rissen noch möglich, wenn bei Momentensteigerung von M_R^m auf M_R^{m+1} die Betonzugspannung auf β_{m+1} noch gesteigert werden kann (s. Bild 5.6). Ist dies nicht möglich, so hat sich das Rißbild stabilisiert.

Die ersten Ansätze, das beobachtete Verhalten bzw. die Mitwirkung zu beschreiben, stammen von Rabich [97] und Rao [98], s. Bild 5.7. Dabei handelt es sich um sog. "verschmierte" Ansätze, die das Verhalten - ohne eingehende physika-

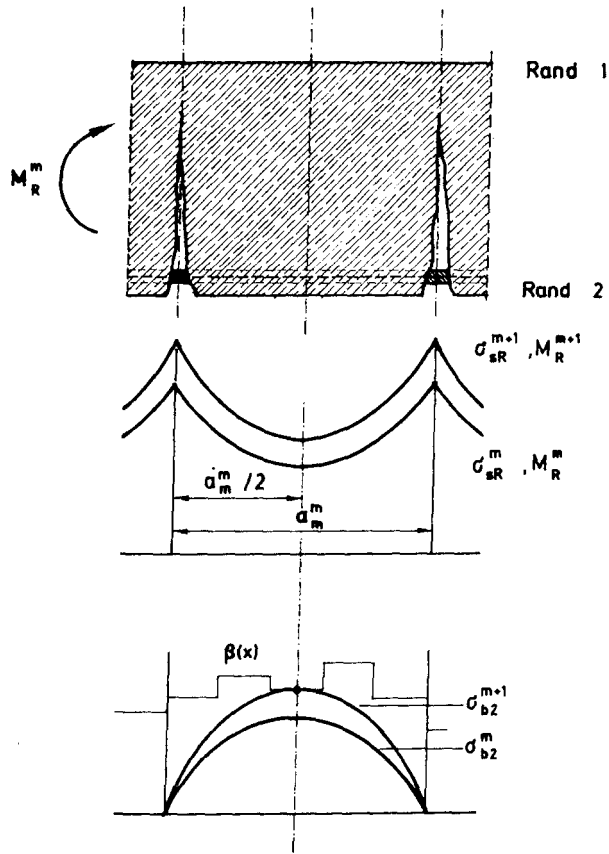


Bild 5.6 Spannungsverlauf, sobald die ungestörten Zwischenbereiche verschwunden sind

lische Begründung - phänomenologisch zu beschreiben versuchen. Das heißt: Verbundeigenschaften des Betonstahls, Durchsetzung der Zugzone durch die Bewehrungsstäbe, Stabdurchmesser und andere geometrische Parameter finden keinen Eingang. Dieser Einwand gilt auch für den auf beliebige M-, N-Zustände verallgemeinerten Ansatz von Rostásy [11]. Hartl [55] geht hier einen Schritt weiter und untersucht die vorstehend erwähnten Parameter.

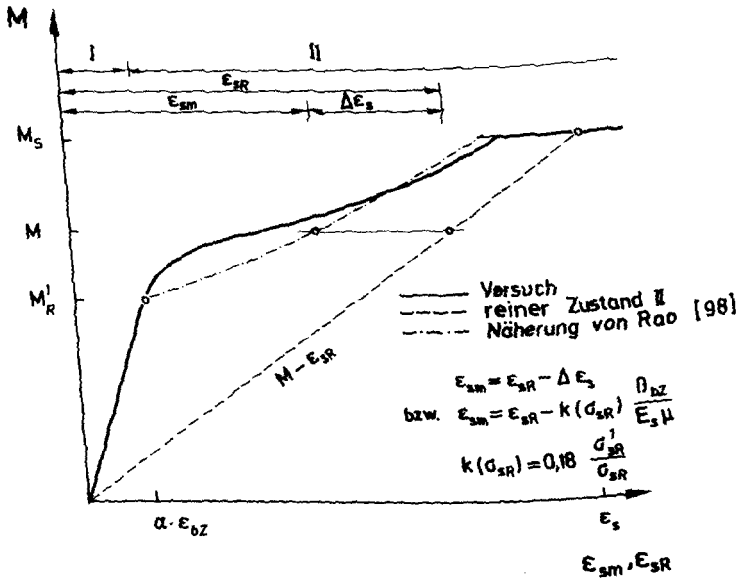
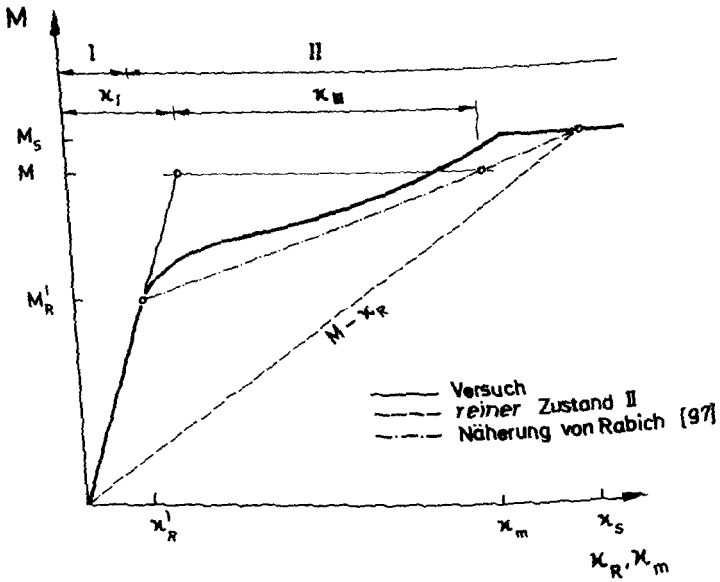


Bild 5.7 Die "verschmierten" Ansätze von Rabich und Rao zur Beschreibung der Mitwirkung

Kochs Arbeit [67] stellt m. W. den ersten Versuch dar, von einer "verschmier-ten" Betrachtung abzugehen. Aufbauend auf dem Verbundgrundgesetz von Martin [85] idealisiert er den Verlauf der Verbundspannungen innerhalb des Eintragungsbereichs x_1 bzw. innerhalb des halben Rißabstands $a_m/2$. Der Balken wird dann als Halbscheibe betrachtet, und es wird die gemeinsame Wirkung von Verbund- und Scheibenverhalten elastizitätstheoretisch mit der FE-Rechnung erfaßt. Dieser Lösungsweg wird hier beibehalten und auf lange einwirkende Beanspruchungen erweitert. Er wird deshalb in Abschn. 5.3 noch einmal, dann genauer, dargestellt werden. Für den bei der Zwangwirkung in der Regel maßgebenden Erstrißbereich (wenige Einzelrisse) entwickelt Noakowski [93], [94], [95] geschlossene Lösungen für Spannungen und Dehnungen in dem Einleitungsbereich. Da in der vorliegenden Arbeit auch die Kombination Last und Zwang untersucht werden muß, ist eine Beschränkung auf den Erstrißbereich nicht möglich.

5.3 Die Betonscheibe mit Riß nach Koch [67]

5.3.1 Berechnung der Spannungen in der Betonscheibe

Zur Berechnung der Spannungen und maßgebenden mittleren Dehnungen über die Risse hinweg bei Kurzzeitbelastung hat Koch [67] den Stababschnitt als Scheibe abgebildet. Die einseitig vom Riß begrenzte Scheibe, s. Bild 5.8, wird durch zwei Gleichgewichtsgruppen von Kräften und Spannungen beansprucht.

a) Stahlstab:

Er wird durch die Zugkräfte Z_{sR} und Z_{s0} und entlang der Oberfläche durch die Verbundspannungen $\tau_v(x)$ beansprucht, die zur resultierenden T_s zusammengefaßt werden können. Es gilt

$$Z_{sR} = Z_{s0} + T_s \quad (5.1)$$

und

$$T_s = \frac{x_1}{2} (\tau_{vR} + \tau_{v0}) \cdot \bar{u}_s = - T_b \quad (5.2)$$

bzw. mit (s. Abschn. 3)

$$\tau_v(x) = \tau_{v0} + k_v \cdot x \quad (5.3)$$

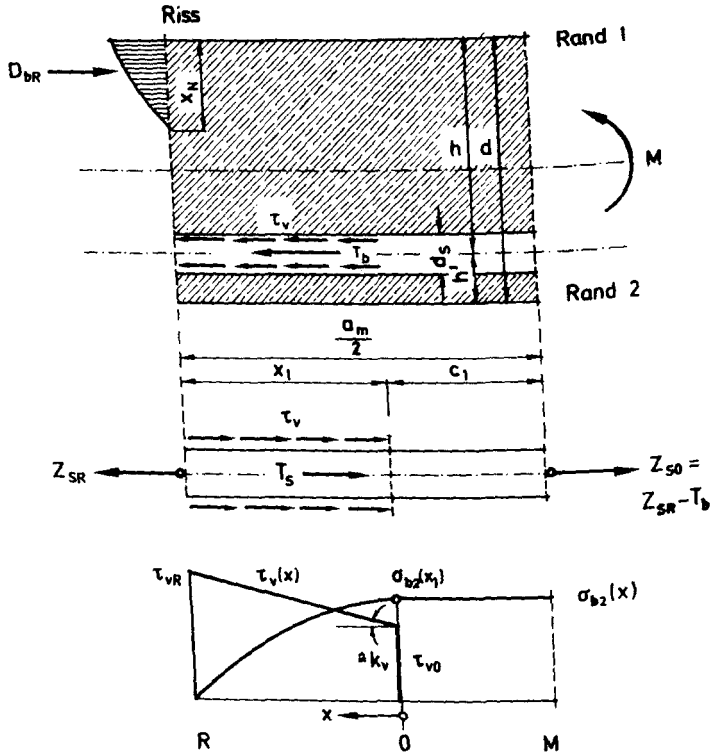


Bild 5.8 Spannungen und Kräfte an der Betonscheibe ($Q = 0$; Bewehrung als Schicht über Scheibendicke verschmiert)

$$\tau_{vR} = \tau_{v0} + k_v \cdot x_1 \quad (5.4)$$

$$\vartheta = \frac{\tau_{vR}}{\tau_{v0}} \geq 1 \quad (5.5)$$

$$\alpha_1 = \frac{x_1}{d} \quad (5.6)$$

ist

$$\tau_s = \frac{\alpha_1}{2} \cdot u_s \cdot d \cdot (1 + \vartheta) \cdot \tau_{v0} \quad (5.7)$$

b) Betonscheibe:

Die Betonscheibe wird im Reißquerschnitt durch die Betondruckkraft und entlang der Leibungsfläche des herausgelösten Stahlstabes durch die Verbundkraft $T_b = -T_s$ belastet.

Die Spannungen und Dehnungen berechnete Koch [67] an der Scheibe aus elastischem Werkstoff (vertretbar, da der Gebrauchsbereich vorrangig interessiert) mit der FE-Methode. Die Scheibe und die Kräfte werden normiert, indem die Dicke und Höhe gleich 1 bzw. die Einleitungslänge $\alpha_1 = x_1/d$ gesetzt und außerdem Einheitskräfte $D_{bR} = 1$ sowie $T' = 1$ angebracht werden. Der elastische Werkstoff erlaubt die getrennte Berechnung der Wirkungen infolge $D_{bR} = 1$ und $T' = 1$ und deren Überlagerung. Bild 5.9 zeigt - als Beispiel - die Spannungen in einer Betonscheibe, die nur mit $D_{bR} = 1$ belastet ist.

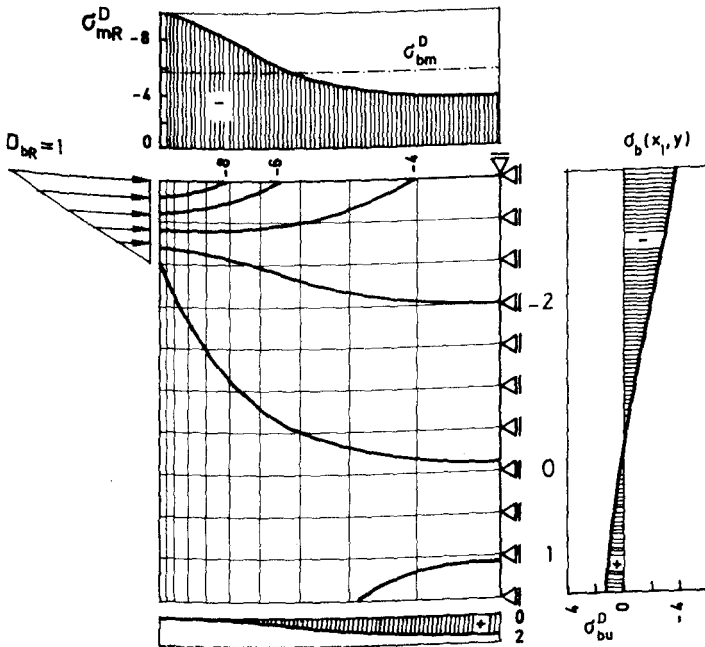


Bild 5.9 Spannungszustand in der Betonscheibe infolge $D_{bR} = 1$
 ($\alpha = 0,8$; $x_N = 0,2$, Rechteck) (nach [67])
 (Linien gleicher Betonspannungen σ_{bx})

Bei nicht ausgeprägtem Rißbild sind für einen Zustand $M > M_R^1$ die Kräfte $Z_{s0} = A_s \cdot n \cdot \sigma_b^s = A_s \cdot \sigma_{s0}$ und T wegen Glg. (5.1) und (5.3) bekannt. Damit kann man sofort die Verbundspannungsverteilung mit Glg. (5.4) und die Länge x_1 bestimmen. Wenn außerdem die Kräfte D_{bR} und T in der Scheibe am unteren Rand 2 keine Betonzugspannungen erzeugen, die die Zugfestigkeit erreichen, so bleibt die Halbscheibe in der Länge $a_m/2$ rißfrei. Nun wird das Biegemoment so lange gesteigert, bis in einem beliebigen Punkt innerhalb \overline{OM} die Zugfestigkeit erreicht wird und sich ein neuer Riß bildet.

5.3.2 Einfluß der Betonzugfestigkeit auf den Rißmechanismus

Zur Berechnung der Rißabstände und der mittleren Verformungen ist die Vorgabe eines Wertes für die Betonzugfestigkeit erforderlich. Würde man jedoch hierfür z. B. den 5-%-Fraktilewert als feste Größe wählen, so würden sich rechnerisch unter dem Erstrißmoment sofort alle Risse im Abstand $\overline{a}_m = x_1$ bis $2 x_1 \approx$ i.M. $1,5 \cdot x_1 \approx a_{me}$ bilden, was aber der beobachteten, allmählichen Ausprägung des Rißbildes widerspricht. Es wird also notwendig, auf vereinfachende Weise den streuenden Charakter der Zugfestigkeit β und dessen Einfluß auf den Ablauf der Rißbildung zu erfassen (eine besondere Indizierung ist hier unnötig). Hierzu werden folgende Annahmen getroffen:

a) Der Beton in der Zugzone des Biegestabes weist dieselbe Dichtefunktion der Zugfestigkeit auf wie parallel hierzu hergestellte Prismen 10/10/53 cm (Biegung): $h_{ST}(\beta) = h_p(\beta)$ (s. Bild 5.10). Die Dichtefunktion sei eine normalverteilte.

b) Der Kleinstwert, unter dem Erstrisse entstehen, sei die 5-%-Fraktile

$$\beta_5 = \beta_m(1-t \cdot v) \quad t=1,65 \quad ; \quad v = \frac{s}{\beta_m} \quad (5.8)$$

und die nutzbare Spanne der Betonzugfestigkeit sei

$$\Delta\beta = \beta_{95} - \beta_5$$

mit

$$\beta_{95} = \beta_m(1+t \cdot v) \quad (5.9)$$

Durch diese Festlegung wird die Dichtefunktion links von β_5 gleichsam gestutzt. Dies ist willkürlich, wird aber durch Versuche bestätigt.

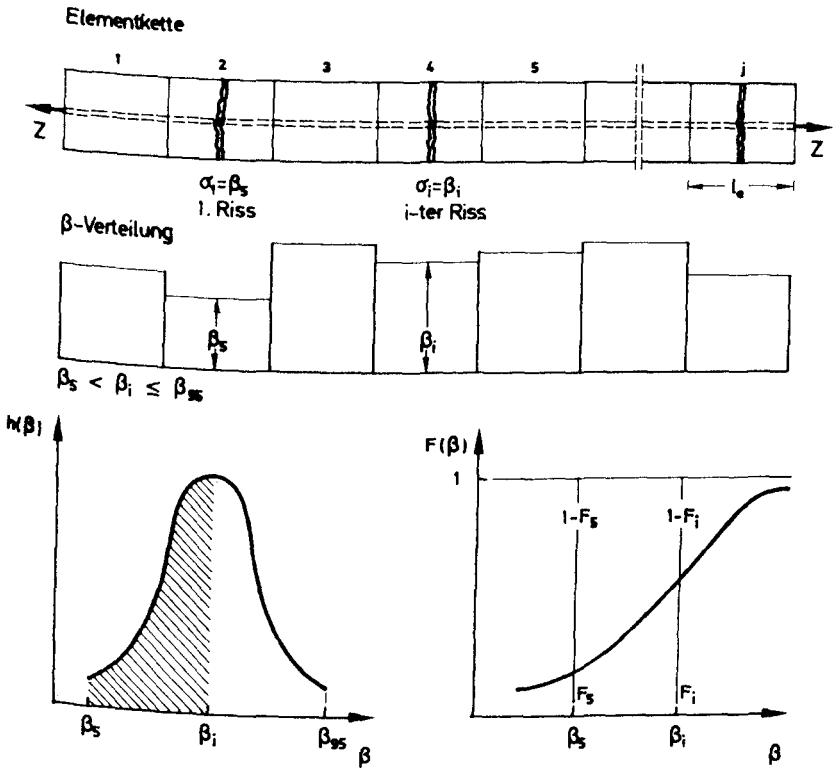


Bild 5.10 Verteilung der Zugfestigkeit

c) Die Zugzone sei als eine lange Kette abbildbar, deren Einzelglieder eine bestimmte Zugfestigkeit β_i besitzen (s. Bild 5.10). Beansprucht man die Kette mit $\sigma_{b1}(M) = \sigma_i = \beta_i$, so sind progressiv alle Glieder mit $\beta_5 \leq \beta \leq \beta_i$ ausgefallen. Die Kraft wird jedoch vom Stahl weitertransportiert. Innerhalb eines Elements sei β konstant; die Elementlänge l_e entspräche etwa dem Bereich $M = \text{const.}$ bei der Biegezugprüfung von 10er-Prismen. Damit ist der Bezug zur Materialprüfung hergestellt: $h_{ST} \approx h_p$.

Aus der Verteilungsfunktion

$$F(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\beta) d\beta \quad (5.10)$$

ist mit $F(\beta_i) = F_i$ die Versagenswahrscheinlichkeit gleich Reißwahrscheinlichkeit ablesbar, wenn die Spannung $\sigma_i = \beta_i$ angelegt würde. Die Gegenwahrscheinlichkeit $1 - F_i$ ist die Überlebenswahrscheinlichkeit. Da Spannungen $\sigma_i < \beta_s$ zu keinem Riß führen, hat Koch [67] die Überlebenswahrscheinlichkeit $1 - F_i$ auf die gesamte $1 - F_5$ bezogen. Damit erhält man die Überlebenswahrscheinlichkeit von durch Risse berandeten Stababschnitten, wenn eine Spannung $\sigma_i = \beta_i$ angelegt wird, zu

$$P_{üi} = \frac{1 - F_i}{1 - F_5} \quad (5.11)$$

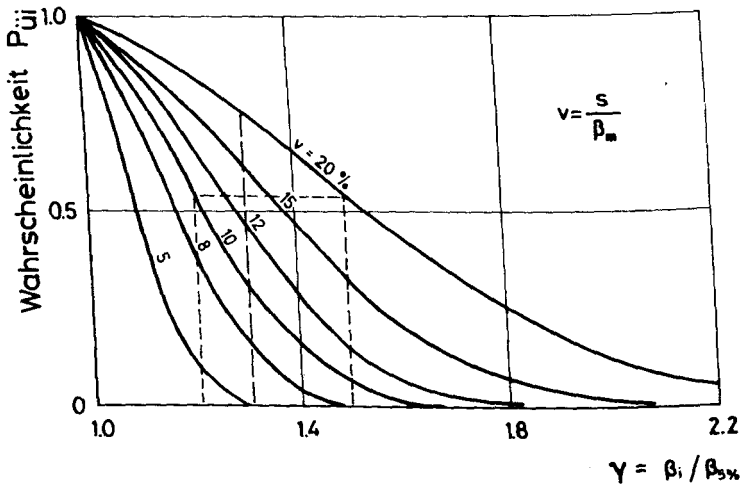
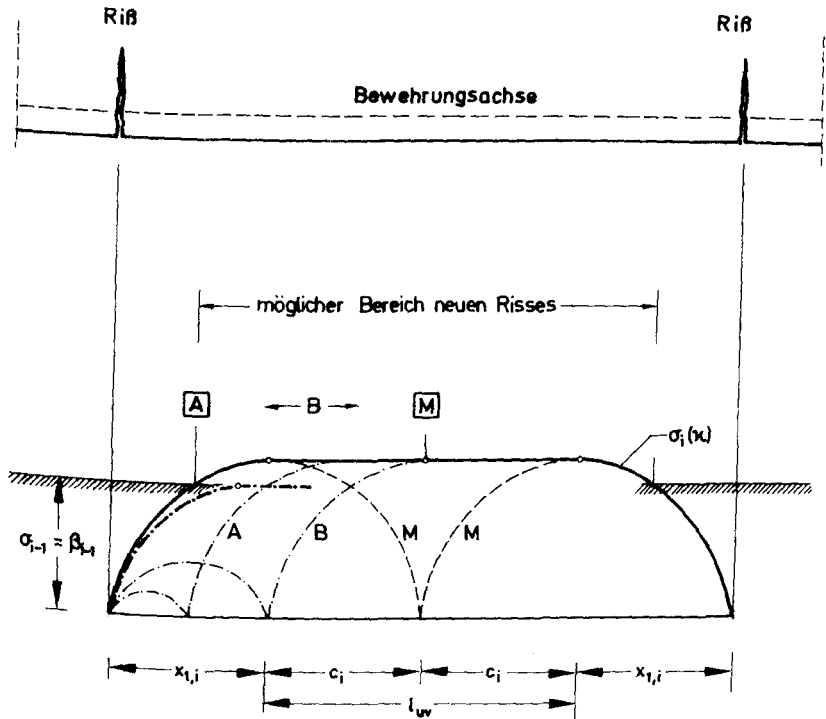


Bild 5.11 Wahrscheinlichkeit $P_{üi}$ für das Vorhandensein eines Zwischenbereichs im Zustand I $üi$

Bild 5.11 zeigt $P_{üi}$ für mehrere Werte des Variationskoeffizienten. Die Überlebenswahrscheinlichkeit sinkt mit Zunahme der Spannung $\sigma_i / \beta_5 = \beta_i / \beta_{s5}$. Bei einem vorgegebenen Wert von σ_i / β_5 ist $P_{üi}$ umso größer, je größer der Variationskoeffizient ist.



vor i-tem Riss : $l_{uv} = 2c \cdot \alpha \quad \alpha = 1$

nach i-tem Riss : Stelle **A** $l_{uv} = 2c \cdot \alpha_A \quad \alpha_A < 1$
 Stelle **B** $l_{uv} = 2c \cdot \alpha_B \quad \alpha_B < 1$ $\alpha_B < \alpha_A$
 Stelle **M** $l_{uv} = 2c \cdot \alpha = 0 \quad \alpha = 0$

Bild 5.12 Mögliche Rißbildung oberhalb des Erstrißzustands

Betrachten wir nun einen Rißzustand etwas oberhalb des Erstrißzustands. Es sind, s. Bild 5.12, einige Risse vorhanden; gleichzeitig existieren nebeneinander Einleitungsbereiche x_1 und Bereiche ungestörten Verbunds. Wird die Beanspruchung auf M_R^i gesteigert, so kann sich im gezeigten Bereich ein neuer, eben i-ter Riß bilden, und zwar mit der Auftretenswahrscheinlichkeit, daß die

Spannung σ_i mit der Festigkeit β_i zusammenfällt, von

$$P_{vi}=1-P_{üi} \quad (5.12)$$

Es ist allerdings nicht möglich vorherzusagen, an welcher Stelle der i -te Riß eintreten wird. Aber dies ist nicht bedeutungsvoll. Da es viel wichtiger ist, obere und untere Schranken der Biegesteifigkeit zu kennen, kann man zwei Grenzzustände auswählen.

1. Grenzzustand

Der Stababschnitt $a_m = 2 x_{1i} + 2 c_i$ reißt unmittelbar unterhalb von $M = M_R^i$ nicht ein. Der Bereich c_i existiert mit der Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{üi}$. Der Verformungswiderstand ist ein Maximum.

2. Grenzzustand

Der Stababschnitt reißt gerade unter M_R^i ein. Je nach Lage des Risses entstehen unterschiedliche Längen ungestörter Verbunds $l_{uv} < 2 c_i$. Man erkennt jedoch, daß l_{uv} umso kleiner wird, je näher die Rißstelle an Punkt M rückt. Die Länge l_{uv} wird zu null, wenn $c_i \leq x_{1i}$ und der Riß in M auftritt. Damit ist aber auch ein Minimum des Verformungswiderstands gegeben.

Die Überlegung reduziert sich auf die Frage, ob die ungestörte Verbundlänge c_i existiert und wenn ja, mit welcher Überlebenswahrscheinlichkeit. Damit kann man nach dem Additionssatz der Wahrscheinlichkeitslehre die Auftretenswahrscheinlichkeit der beiden Ereignisse $c_i > 0$ und $c_i = 0$ als die Summe der einzelnen Auftretenswahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse, die einander ausschließen, darstellen.

a) Ereignis $c_i > 0$

$$F_A(a_m) = F_A(2x_{1i} + 2c_i) = P_{üi}$$

b) Ereignis $c_i = 0$

$$F_A(a_m) = F_A(2x_{1i}) = 1 - P_{üi}$$

c) Ereignis $c_i > 0$ oder $c_i = 0$

$$F_A = P_{üi} + 1 - P_{üi} = 1$$

Nun kann man, nach Koch [67], die Grenzwerte der Rißabstände $\max a = a_{mv}$ und $\min a = 2 x_i$, die zu den Grenzzuständen gehören, in Beziehung setzen, da sich diese wie die zugehörigen Auftretenswahrscheinlichkeiten verhalten müssen:

$$\frac{a_{mv}}{2x_i} = \frac{F_A}{F_A(2x_i)} = \frac{1}{1-P_{üi}} \quad (5.13)$$

Hieraus folgt mit $a_{mv} = 2 x_{1,i} + 2 c_i$

$$\frac{c_i}{x_{1i}} = \frac{P_{üi}}{1-P_{üi}} \quad (5.14)$$

Bild 5.13 zeigt, wie das Verhältnis c/x_1 mit steigender Spannung $\sigma_i/\beta_5 = \beta_1/\beta_5$ und kleiner werdenden Variationskoeffizienten abfällt.

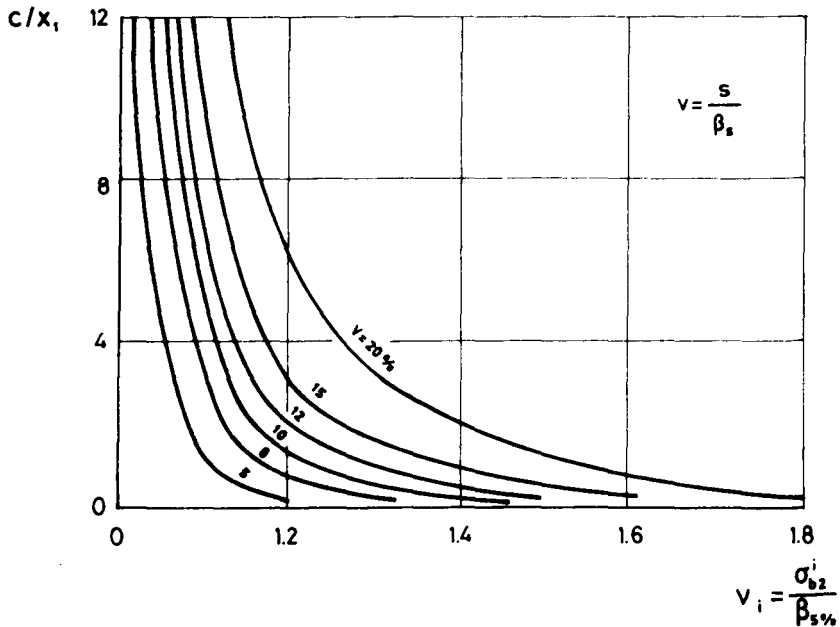


Bild 5.13 Länge der Zone c ungestörten Verbundes bei verschiedenen Variationskoeffizienten v

Bei den bisherigen Erläuterungen war die Frage offengeblieben, welche maßgebende Zugfestigkeit β_i einem Beanspruchungszustand M_R^i zugeordnet wird. Diese Frage kann in dieser Arbeit nicht beantwortet werden; hier bietet sich ggf. die Monte-Carlo-Methode an. Es soll ein den Ausgangsgrößen angepaßter Weg gewählt werden.

Koch hat über die ausschöpfbare Spanne $\beta_{95} - \beta_5$ linear verfügt, indem er dem Wert β_5 die Erstrißstahlspannung und dem Wert β_{95} die Streckgrenze zuordnet. Bild 5.14 zeigt die von ihm gewählte Beziehung, die Glg. (5.15) mit $n = 1$ entspricht. Außerdem rechnete er mit einem festen Variationskoeffizienten $v = 10\%$. Diese beiden Annahmen führten dazu, daß sich das stabilisierte Ribbild früher einstellt als man in Versuchen beobachtet. Es wird deshalb der Variationskoeffizient auf 20% erhöht. Eine noch bessere Übereinstimmung mit Ver-

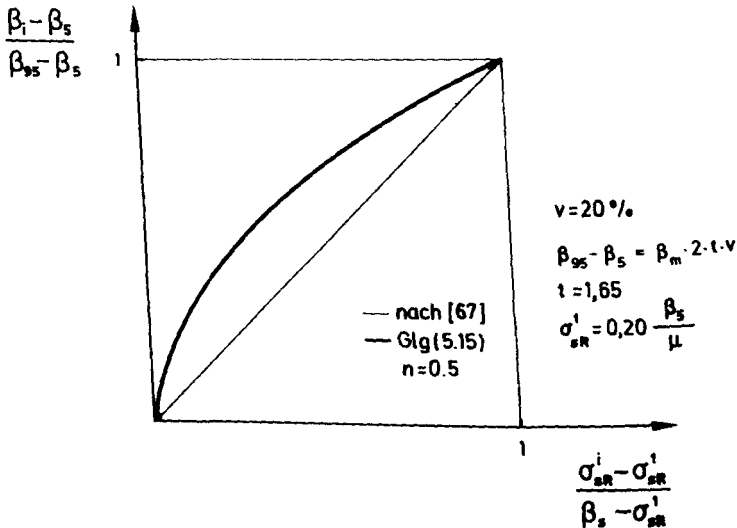


Bild 5.14 Gewählter Zusammenhang zwischen Stahlspannung im i -ten Rib und der zugehörigen Betonzugfestigkeit β_i

suchsergebnissen erhält man, wenn in Glg. (5.15) $n = 0,5$ gesetzt wird, statt wie bei Koch $n = 1$

$$\beta_i = \beta_5 + \left(\frac{\sigma_{sR,i} - \sigma_{sR}^1}{\beta_{0,2} - \sigma_{sR}^1} \right)^n \cdot (\beta_{95} - \beta_5) \quad (5.15)$$

Den gewählten Zusammenhang zwischen σ_{sR}^i und β_i zeigt Bild 5.14.

5.3.3 Bestimmung des mittleren Rißabstands

Koch [67] hat einen Weg aufgezeigt, über den sich der maßgebende Rißabstand mit Hilfe einer Finite-Element-Rechnung bestimmen läßt. Dieses Verfahren wird auch in dieser Arbeit benutzt.

Der Vorgang ist wie folgt:

1. Mit den ideellen Querschnittswerten wird die maßgebende Betonzugspannung (bei Biegung die Randzugspannung) ermittelt und mit der Betonzugfestigkeit $\beta_{bz} = \beta_{5\%} = \beta_5$ verglichen (Zustand I).
2. Sobald die Zugfestigkeit β_5 erreicht ist, wird unter Ausschluß der Betonzugspannungen nach üblicher n-freier Berechnung der Spannungs- und Dehnungszustand im Rißquerschnitt bestimmt.
3. Bei weiterer Spannungssteigerung wird nun anhand der angenommenen Beziehung zwischen Betonzugfestigkeit und Stahlspannung im Riß (Bild 5.14) die zugehörige Betonzugfestigkeit β_i bestimmt und die zugehörige Anfangsstahlspannung

$$\sigma_{s0} = n \cdot \beta_i \cdot \alpha \quad (5.16)$$

ermittelt.

4. Die zu dieser Anfangsstahlspannung gehörende Einleitungslänge x_1 errechnet sich zu:

$$x_1 = \frac{I_{v0}}{k_v} + \sqrt{\left(\frac{I_{v0}}{k_v} \right)^2 + \frac{d_s}{2k_v} (\sigma_{sR} - \sigma_{s0})} \quad (5.17)$$

5. Durch eine FE-Rechnung (s. Abschn. 5.3.1) wird nun der Verlauf der Betonrandzugspannungen ermittelt, wobei die Verbundwirkung als Schubfluß über die errechnete Einleitungslänge x_1 auf die Betonscheibe aufgebracht wird.

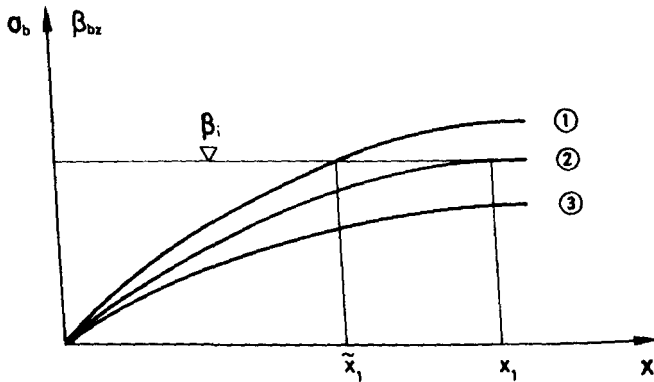


Bild 5.15 Vergleich zwischen Betonzugspannung und Betonzugfestigkeit

6. Daraufhin wird überprüft, ob die Betonrandzugspannung $\sigma_b(x)$ innerhalb der Einleitungslänge die zugehörige Zugfestigkeit β_i erreicht (Bild 5.15) oder nicht.

7. Ist dies der Fall, s. ①, so ist das Ribbild i.w. abgeschlossen. Als mittlerer Ribabstand kann dann gesetzt werden;

$$a_m = \tilde{x}_1 \quad (5.18)$$

8. Ist dies nicht der Fall, s. ③, so sind zwischen den Rissen im Anschluß an die Einleitungslängen immer noch Stababschnitte im Zustand I vorhanden. Mit der Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}i}$, daß in der ungestörten Strecke c kein Rib auftritt, wird der mittlere Ribabstand

$$a_{mv} = \frac{2 \cdot x_1}{1 - P_{\bar{u}i}} \quad (5.19)$$

gesetzt (s. Abschn. 5.3.2).

$P_{\bar{u}i}$ ergibt sich für den gewählten Variationskoeffizienten aus Bild 5.11.

9. Ein Sonderfall ergibt sich, s. ②, wenn gerade am Ende der Einleitungslänge x_1 die Betonzugfestigkeit β_i erreicht wird. Die Zufälligkeit, ob unter $\sigma_b(x_1) = \beta_i$ ein Riß entsteht oder nicht, beeinflusst in großem Maße sowohl die Größe des Rißabstandes wie auch die mittleren Verformungen. Koch führt hier einen unteren Verformungsgrenzwert a_{mv}^V ein, der den Rißabstand angibt, wenn in der Elementmitte die Betonzugspannung die maßgebende Betonzugfestigkeit gerade noch nicht erreicht, und einen oberen Verformungsgrenzwert a_{mv}^N , der den Rißabstand abgibt, wenn zwischen den vorhandenen Rissen ein neuer Riß entsteht. Da der wahrscheinliche Wert des mittleren Rißabstandes zwischen den beiden Grenzwerten liegt, legt Koch aus Gründen der symmetrischen Normalverteilung der Rißabstände den maßgebenden, mittleren Rißabstand fest auf

$$a_{mv} = \frac{1}{2} (a_{mv}^V + a_{mv}^N) \quad (5.20)$$

5.4 Berechnung der Verformungen, M-K_m-Linien und Steifigkeiten für Kurz- und Langzeitbeanspruchung

5.4.1 Ansätze für die Berechnung mittlerer Dehnungen und Krümmungen

Nach Bild 5.5 erhält man die mittleren Beton- und Stahldehnungen zwischen zwei Rissen zu

$$\epsilon_{b1m} = (\epsilon_{b1m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{b10} \cdot c_1) \cdot 2 / a_m \quad (5.21)$$

und

$$\epsilon_{s2m} = (\epsilon_{s2m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{s20} \cdot c_1) \cdot 2 / a_m \quad (5.22)$$

ϵ_{b10} und ϵ_{s20} sind die Dehnungen im Zustand I. ϵ_{b1m}^* und ϵ_{s2m}^* erhält man entsprechend Koch [67] aus der Scheibenrechnung zu

$$\epsilon_{b1m}^* = r_m^D \cdot \epsilon_{BR}^D + c_m^T \cdot T \cdot \epsilon_{bu,E} \quad (5.23)$$

und

$$\epsilon_{s2m}^* = \frac{1}{E_s} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{k_{v1}}{2d_s} \cdot a_m^2} \left[\left(1 + \frac{k_{v1}}{6d_s} \cdot a_m^2 \right) \cdot \sigma_{sR} - a_m \cdot \frac{T_{y0}}{d_s} \left(1 - \frac{k_{v1}}{6d_s} \cdot a_m^2 \right) - \frac{k_{v0}}{3d_s} \cdot a_m^2 \right] \right\} \quad (5.24)$$

siehe hierzu auch Abschn. 5.3.1 und Bild 5.9. ϵ_{b1m}^* und ϵ_{s2m}^* sind die mittleren Dehnungen innerhalb der Einleitungslänge x_1 .

Die mittlere Krümmung ergibt sich zu

$$\kappa_m = \frac{\epsilon_{b1m} - \epsilon_{s2m}}{h} \quad (5.25)$$

Mit den erläuterten Rechenansätzen und den angegebenen bzw. entwickelten Werkstoffgesetzen wurde ein Rechenprogramm zur Erstellung von wirklichkeitsnahen Momenten-Krümmungs-Beziehungen auch bei Berücksichtigung langandauernder Beanspruchung entwickelt. Die für die Bestimmung der mittleren Rißabstände notwendigen FE-Rechnungen wurden mit dem Programm SAP IV [123] durchgeführt.

5.4.2 Überprüfung des entwickelten Rechenverfahrens durch Versuchsergebnisse

Die Überprüfung des entwickelten Rechenverfahrens erfolgte für einen biegebeanspruchten Versuchskörper, für den außer der eindeutigen Momenten-Krümmungs-Beziehung auch sämtliche wichtigen Werkstoffkennwerte bekannt waren. Hierfür bot sich der Versuchskörper N 1 aus [11] an. Bild 5.16 zeigt das Ergebnis dieser Überprüfung. Auch die Ansätze von Rabich [97], Rao [98] und Noakowski [94] sind eingezeichnet. Abgesehen davon, daß im Zustand I in der Rechnung der E-Modul des Leichtbetons geringfügig zu groß eingeführt wurde, zeigt der eigene Ansatz eine gute Übereinstimmung mit dem beobachteten Verhalten. Insbesondere der allmähliche Übergang von Zustand I in Zustand II wird im Vergleich zu Rao und Rabich besser beschrieben; dies war eines der Ziele der Arbeit.

Als Maß für die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen führte Rao die Größe

$$k(\sigma_{sR}) = \max k \cdot \frac{\sigma_{sR}^1}{\sigma_{sR}} = 0,18 \cdot \frac{\sigma_{sR}^1}{\sigma_{sR}} \quad (5.26)$$

ein, die die Mitwirkung des Betons beschreibt. Die Größe $k(\sigma_{sR})$ gibt an, wie die größte Mitwirkung, die sich als Dehnungsdifferenz $\max \Delta \epsilon_s$ bei der Erstrißbildung anzeigt (s. Bild 5.1), mit zunehmender Beanspruchung abnimmt. $\Delta \epsilon_s(\sigma_{sR})$ ist die Differenz zwischen der mittleren Stahldehnung und der Stahldehnung im Riß; $\max \Delta \epsilon_s$ ist deren Größtwert bei σ_{sR}^1 . Beschreiben wir die Mitwirkung als Differenz der Stahldehnungen

$$\Delta \epsilon_s(\sigma_{sR}) = \epsilon_{sR} - \epsilon_{sm} = k(\sigma_{sR}) \cdot \frac{\beta_{bz}}{\mu \cdot \epsilon_s} \quad (5.27)$$

so ist

$$k(\sigma_{sR}) = \Delta E_s(\sigma_{sR}) \cdot \frac{\mu E_s}{\beta_{br}} \quad (5.28)$$

Diese Beziehung ist für den Versuch H 1 von Bild 5.16 in Bild 5.17 ausgewertet worden. Man erkennt die gute Beschreibung des beobachteten Verhaltens. Der Ansatz von Rao - dies ist ja auch schon in Bild 5.16 erkennbar gewesen - unterschätzt die Mitwirkung im Bereich der Erstrißbildung und überschätzt sie bei höherem Beanspruchungsgrad.

Die Bilder 5.18 und 5.19 zeigen für acht verschiedene Bewehrungsgradverhältnisse die mit dem hier entwickelten Verfahren berechnete Mitwirkung des Betons, ausgedrückt durch k . Außerdem enthalten sie die Rao-Gerade und zwei rechnerische Kurven von Koch [67], die für den Bewehrungsgrad $\mu = \mu' = 0,70 \%$ und für einen Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit von $v = 10 \%$ gelten. Die nach eigenem Ansatz berechnete Mitwirkung liegt erheblich über den Rao-Geraden; mit zunehmender Beanspruchung nähert sie sich dieser.

5.4.3 Einfluß wesentlicher Parameter auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung

Stellvertretend für eine Reihe von Einflüssen auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung sollen hier nur fünf der wichtigsten Parameter näher untersucht werden. Diese sind: die Betongüte, der Stahldurchmesser, der Bewehrungsgrad, die Verteilung der Bewehrung und das Kriechverhalten, ausgedrückt durch die Grundfließzahl Φ_{fo} .

1. Betongüte

Die Auswirkung der Betongüte auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung wird quantitativ für B 25 und B 35 für $t = 0$ und $t = 100\ 000$ h auf Bild 5.20 gezeigt. Durch die höhere Betongüte werden die Verformungen, wenn auch wenig, verringert.

2. Stahldurchmesser

Es wurden drei verschiedene Stahldurchmesser bei gleicher Bewehrungsmenge untersucht, und zwar $d_s = 6$, $d_s = 16$ und $d_s = 28$ mm (Bild 5.21). Auch hier erfolgte die Berechnung für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = 100\ 000$ h. Wegen der besseren Durchsetzung der Zugzone treten bei Verwendung von $d_s = 6$ mm geringere Verformungen ein als bei den dicken Stäben. Zwischen $d_s = 16$ mm und $d_s = 28$ mm war der Unterschied jedoch sehr gering. Eine Differenzierung nach dem Stahldurchmesser ist bei der $M-M_m$ -Linie unnötig.

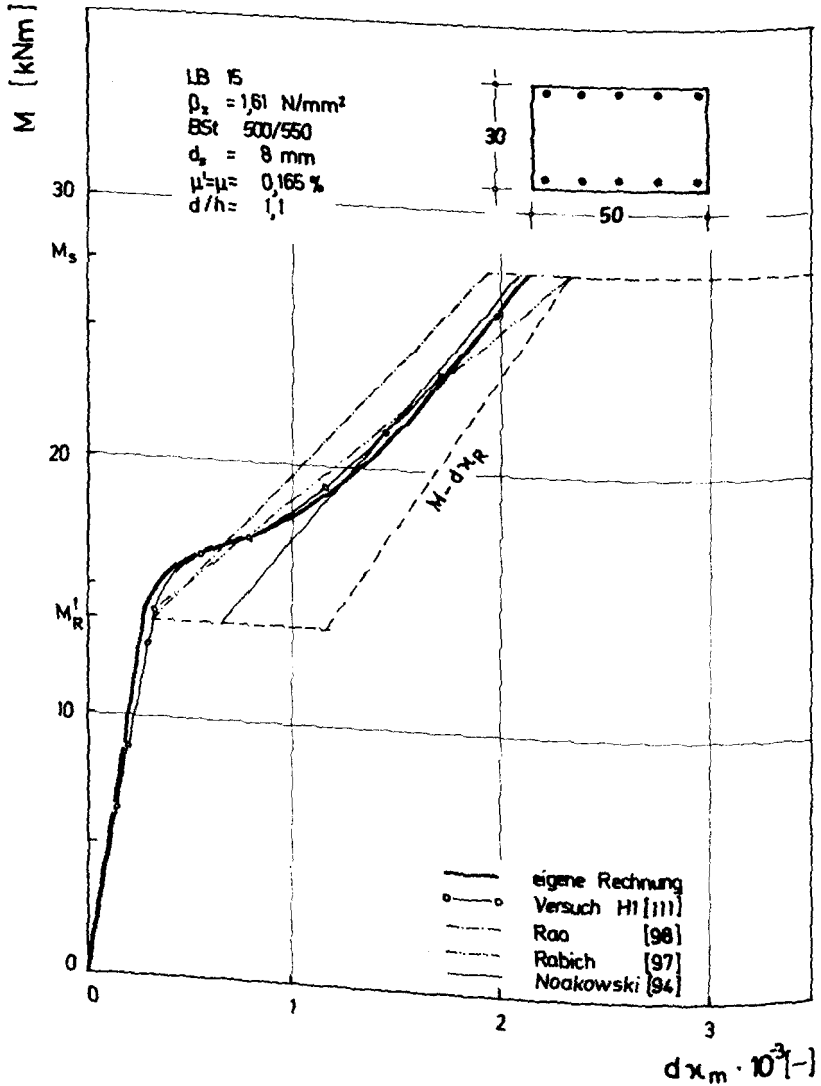


Bild 5.16 Momenten-Krümmungs-Beziehungen im Versuch und nach verschiedenen Rechenansätzen

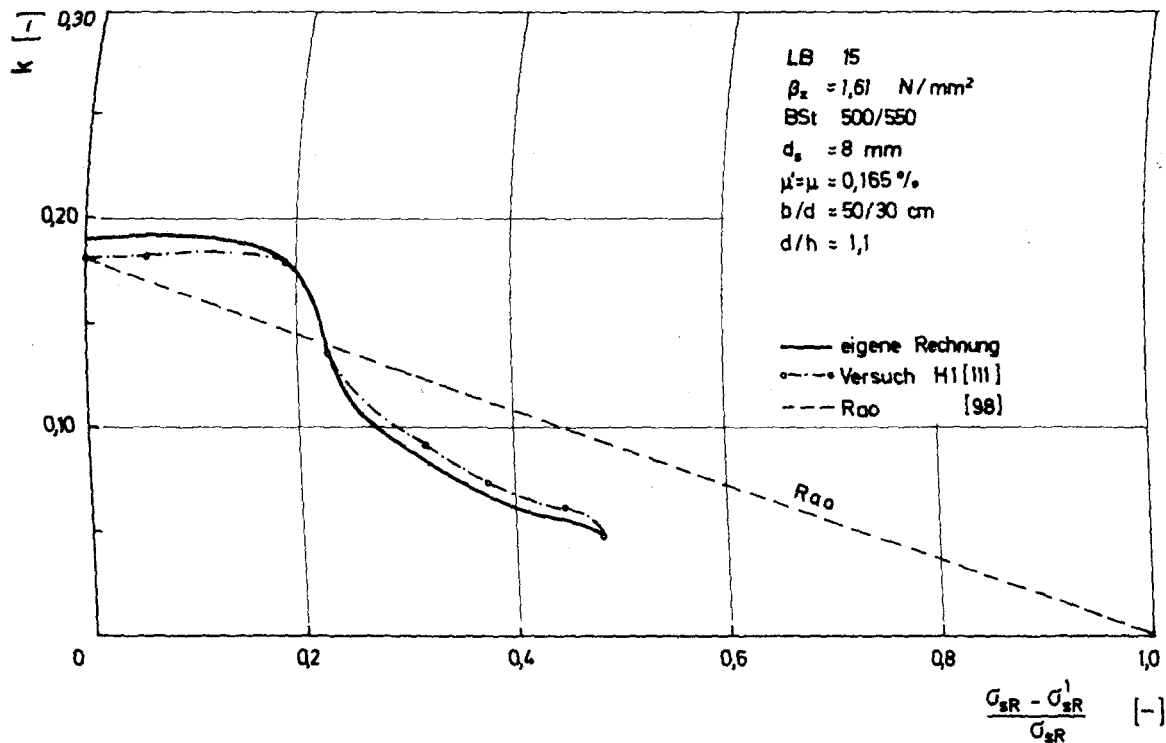


Bild 5.17 Mitwirkung des Betons auf Zug im Versuch [111], nach Rao [98] und nach eigener Rechnung

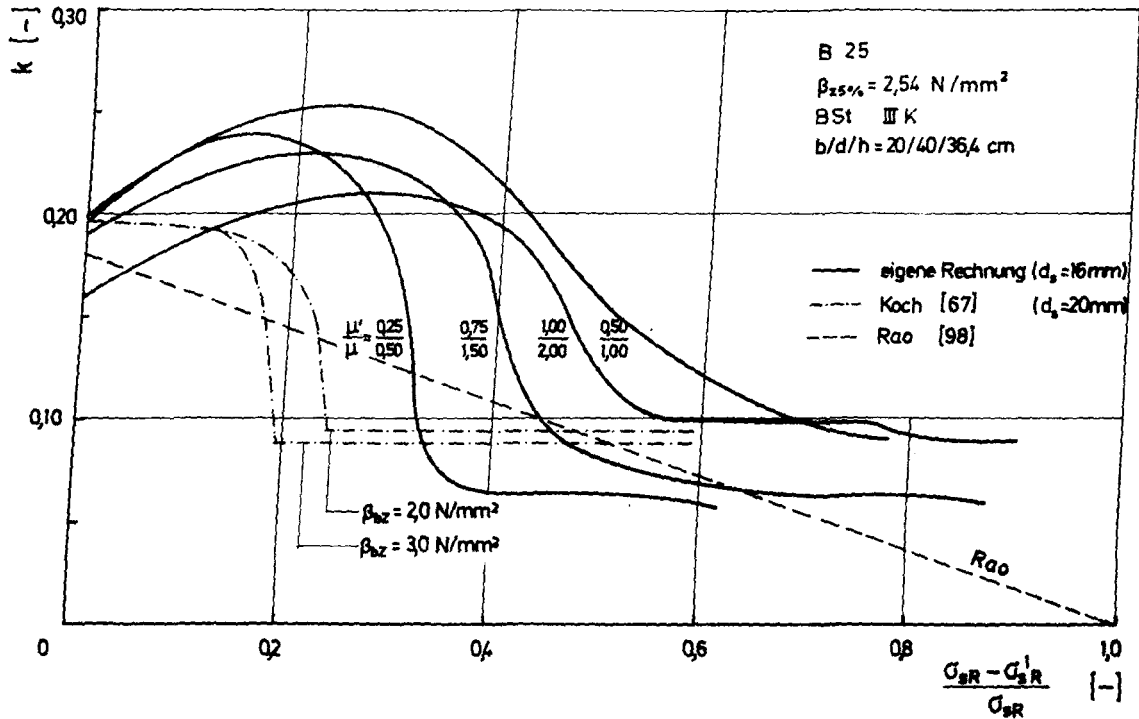


Bild 5.18 Mitwirkung des Betons auf Zug nach Rao [98], Koch [67] und nach eigener Rechnung ($\mu' = 0,5 \cdot \mu$)

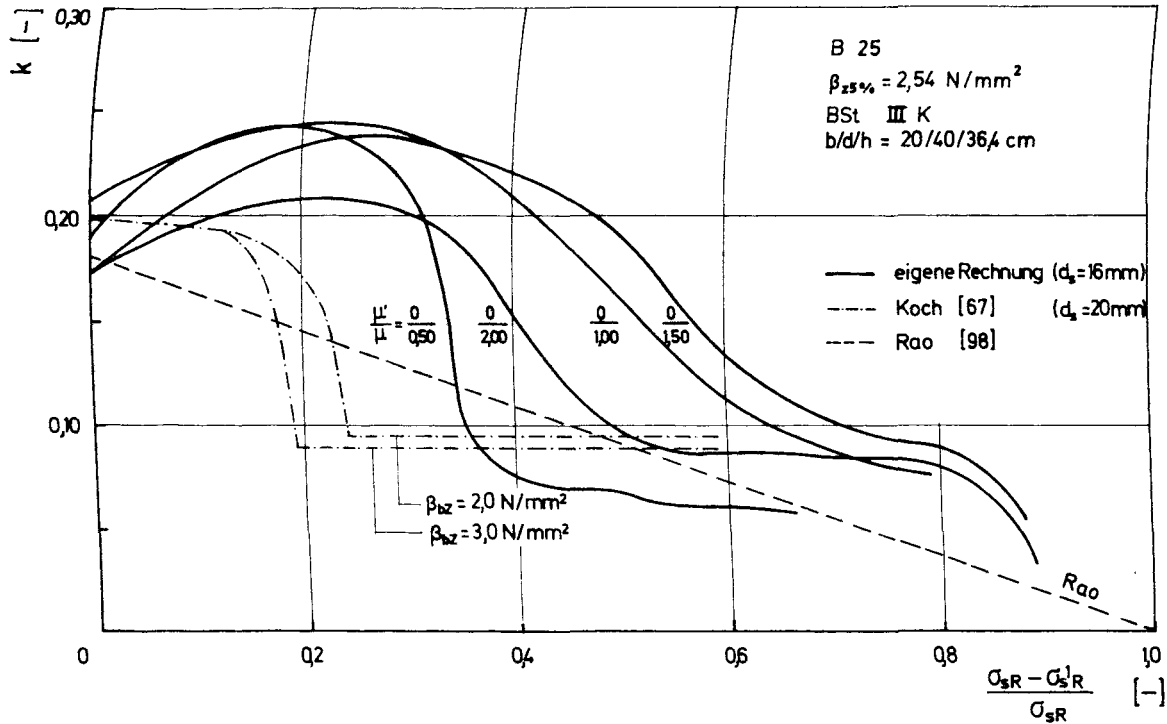


Bild 5.19 Mitwirkung des Betons auf Zug nach Rao [98], Koch [67] und nach
<http://www.digibib.tu-berlin.de/DocId/00057335> = ○

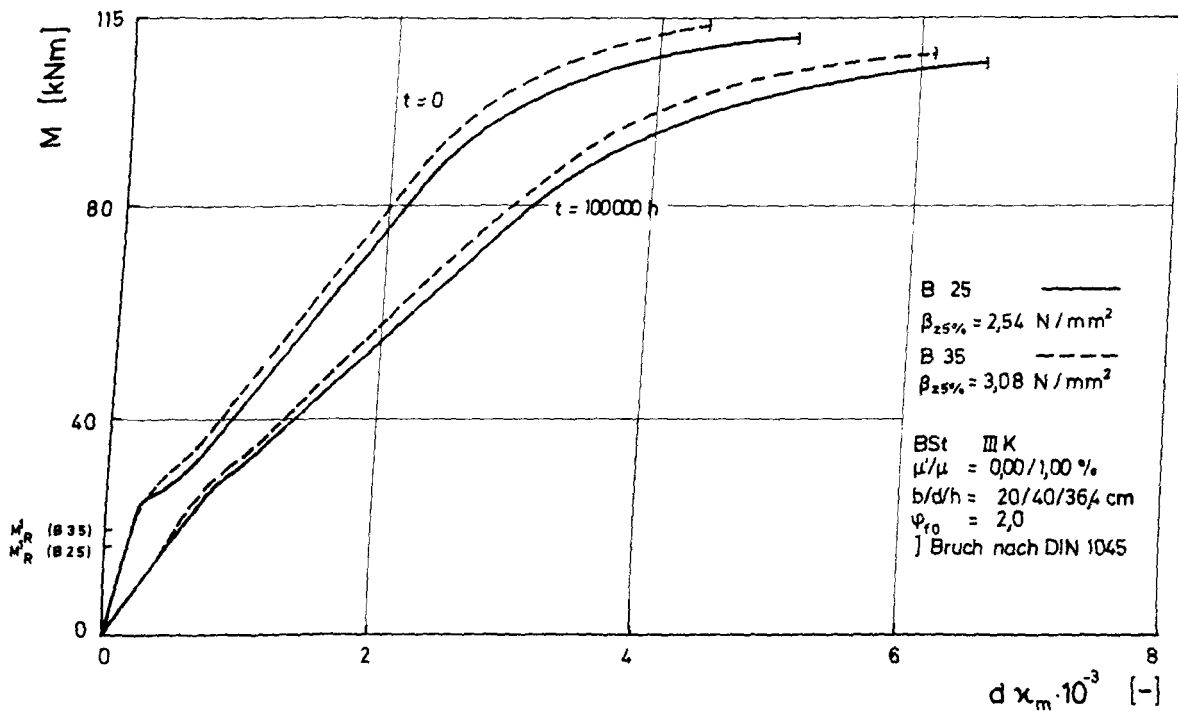


Bild 5.20 Einfluß der Betongüte auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung

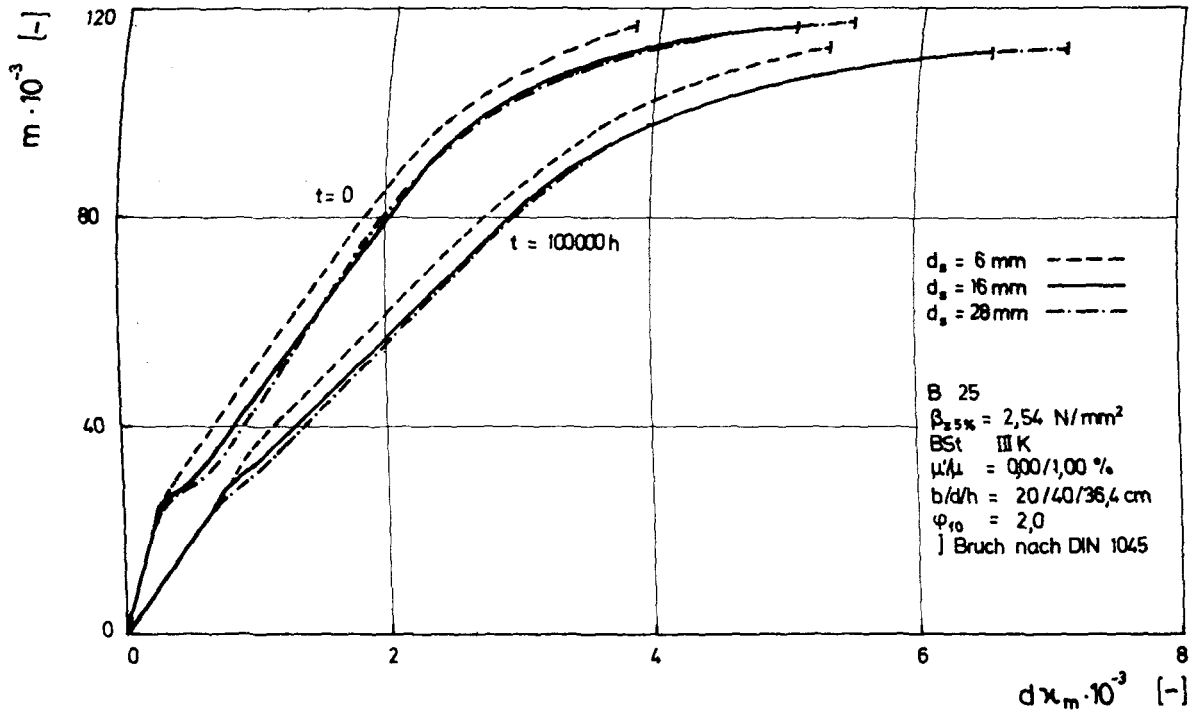


Bild 5.21 Einfluß des Stahldurchmessers auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung

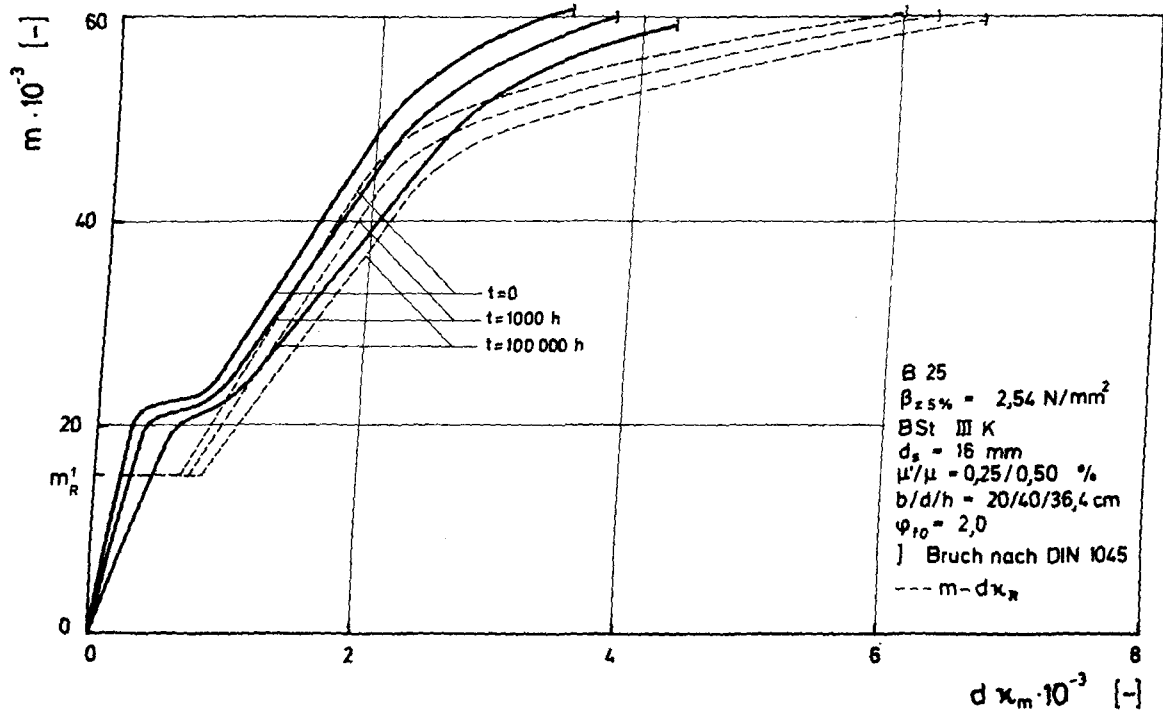


Bild 5.22 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0,25/0,50 \%$

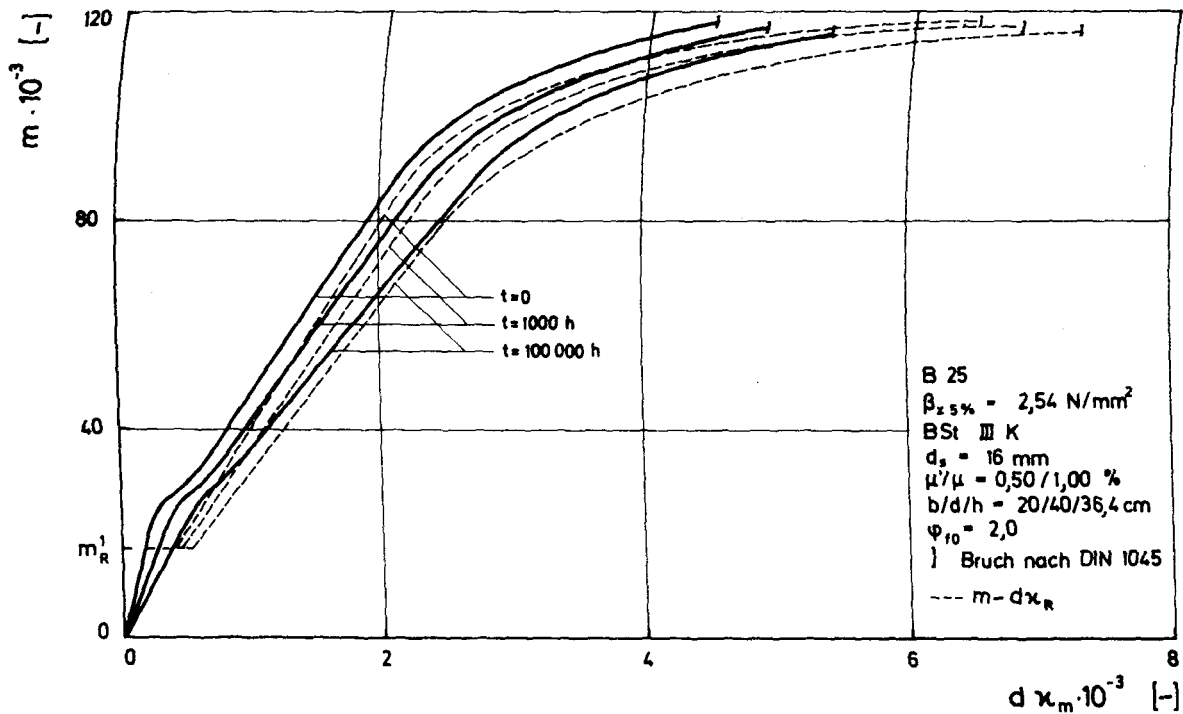


Bild 5.23 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0,50/1,00 \%$

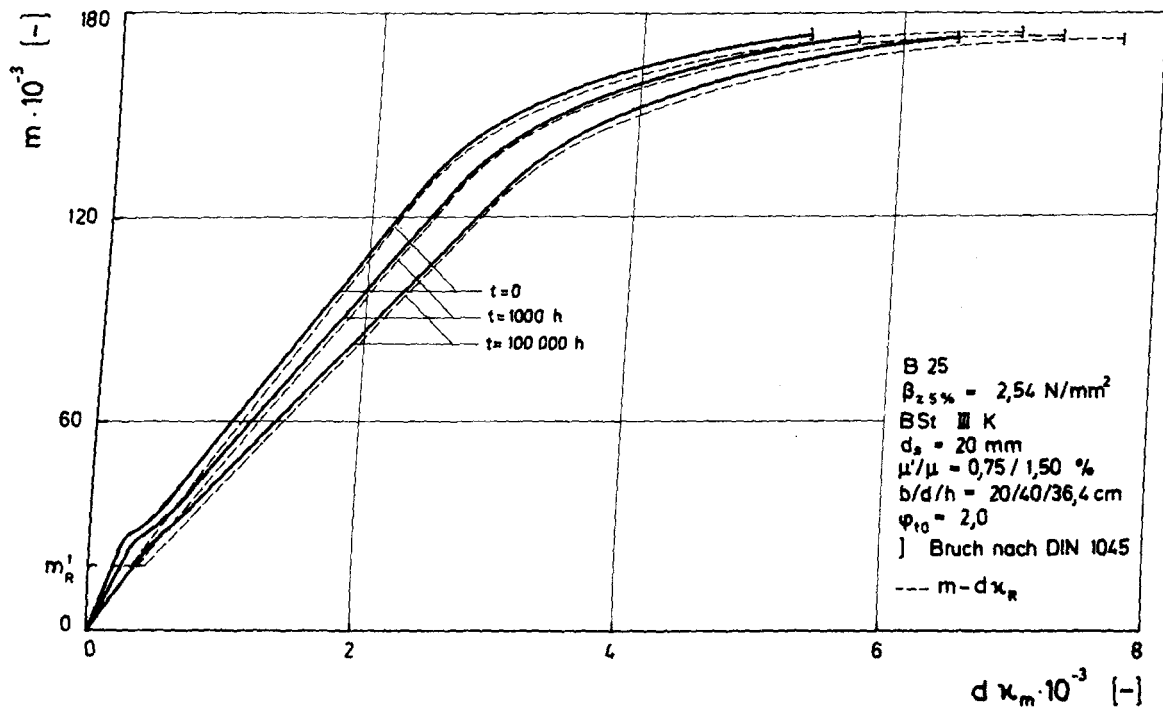


Bild 5.24 Zeitabhängige Veränderungen der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0,75/1,50 \%$

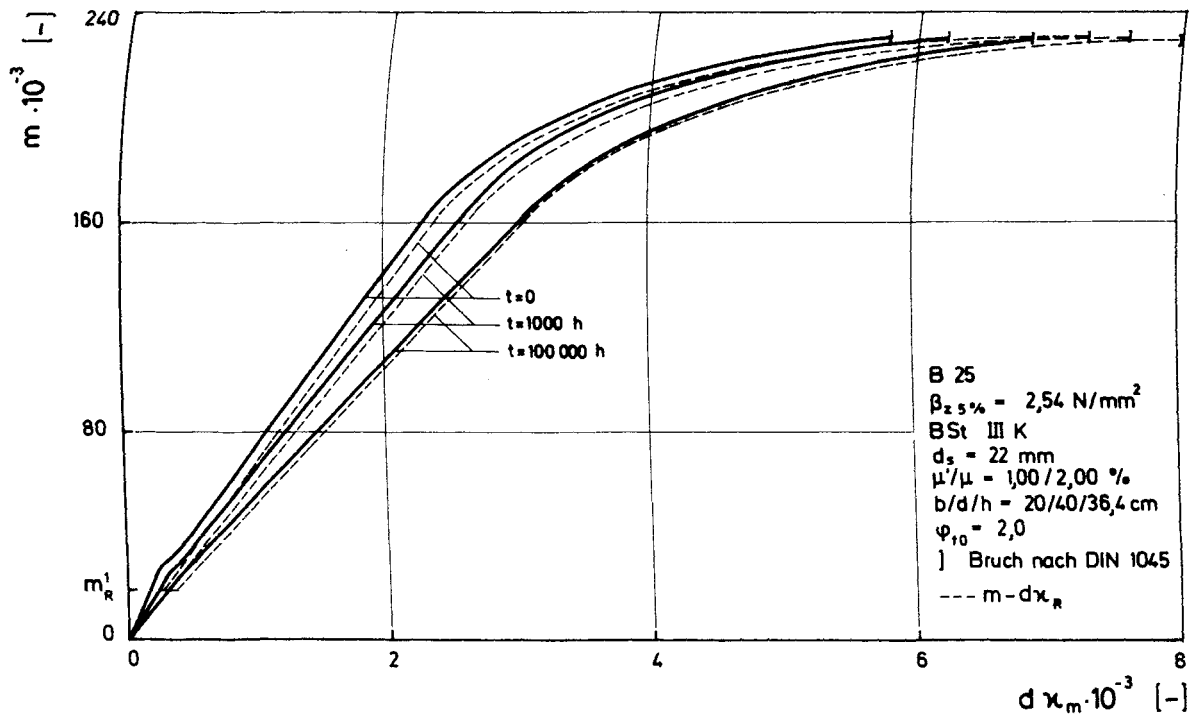


Bild 5.25 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 1,00/2,00 \%$

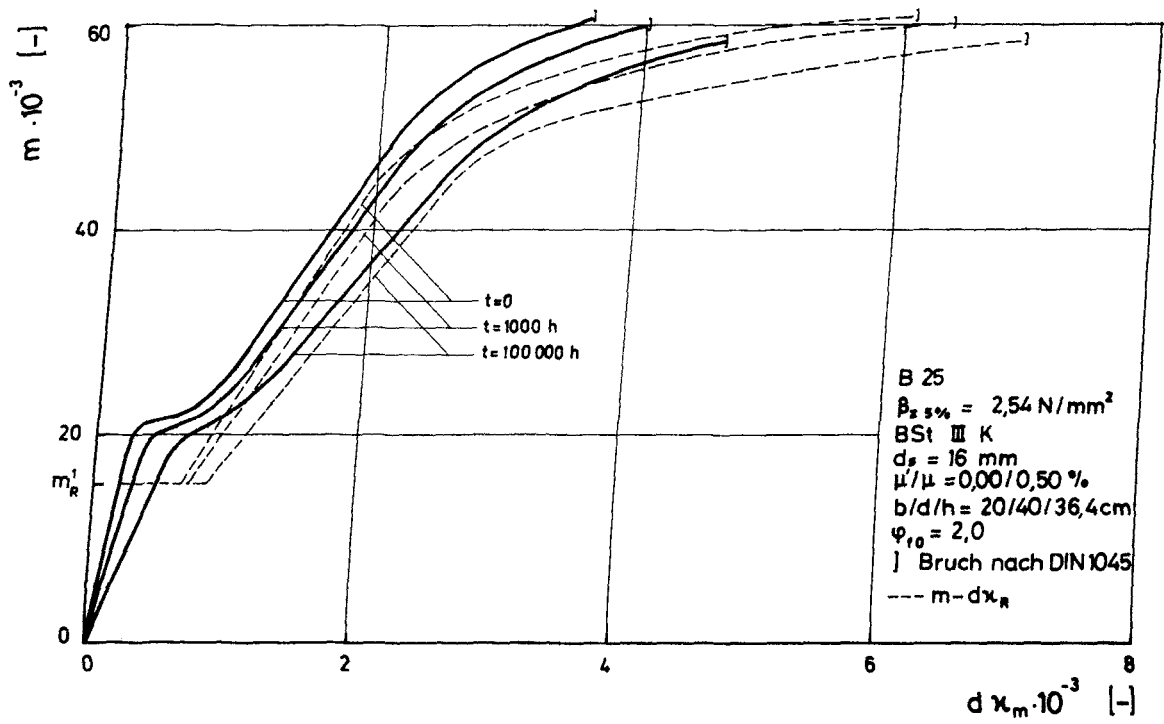


Bild 5.26 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0/0,50 \%$

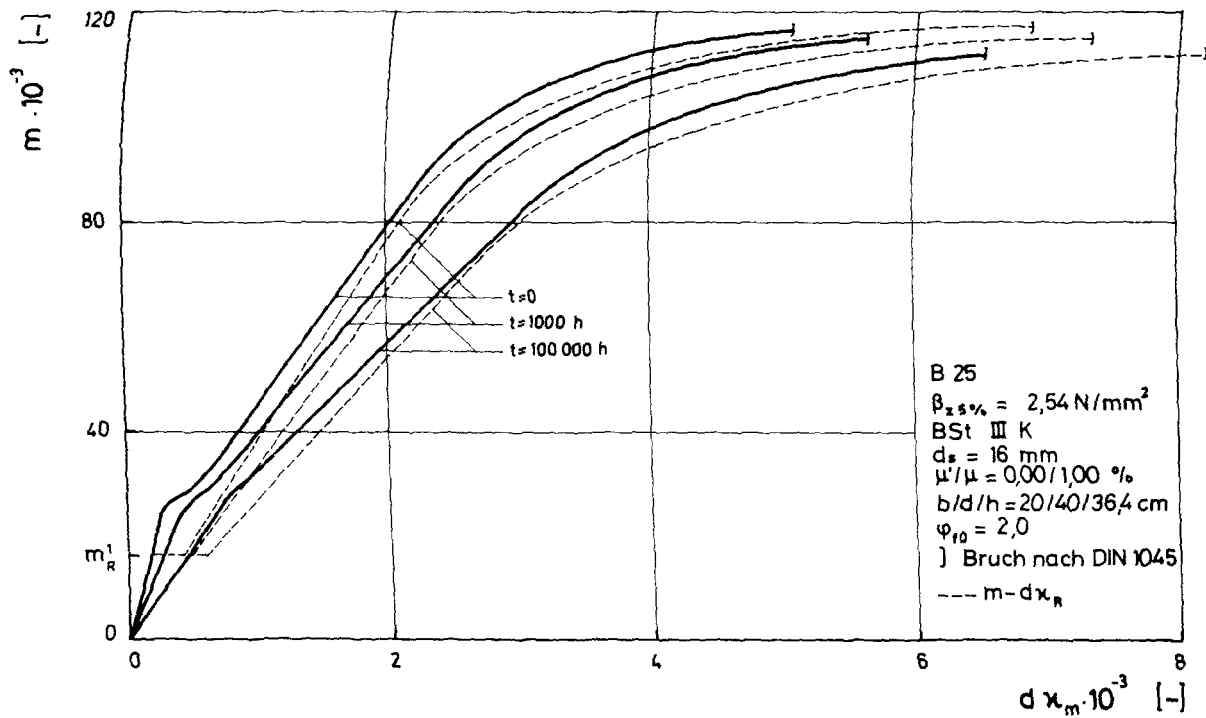


Bild 5.27 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0/1,00 \text{ ‰}$

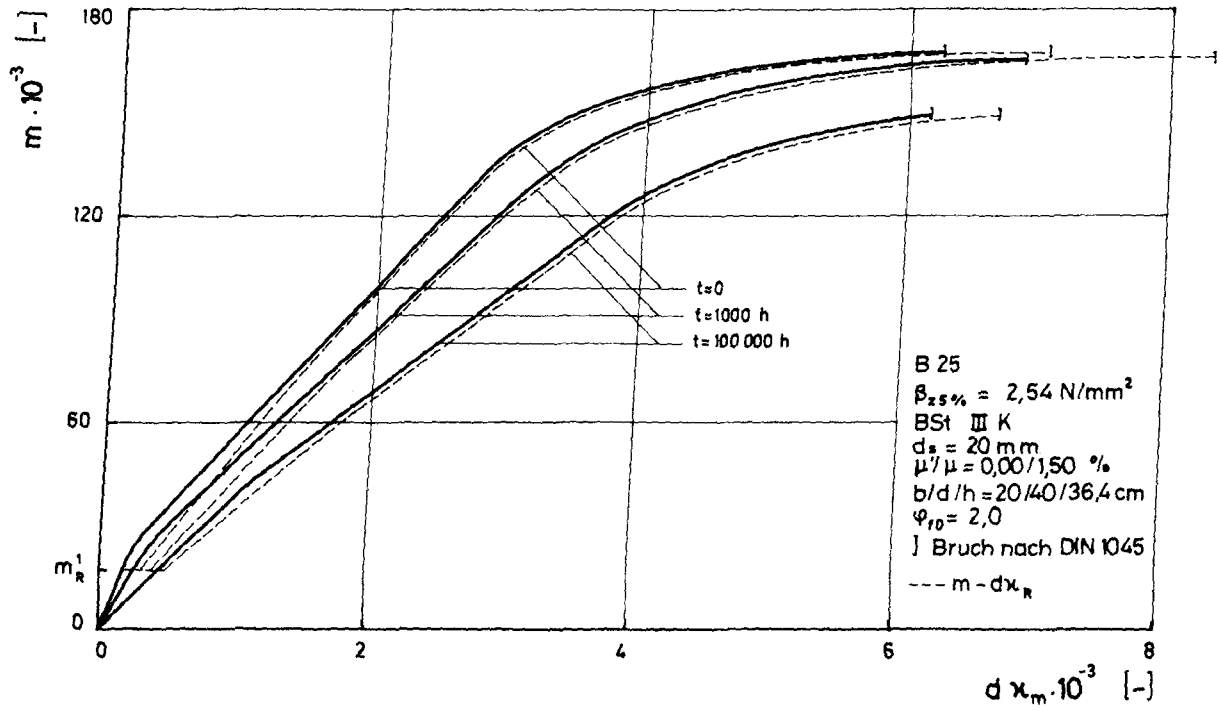


Bild 5.28 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu' / \mu = 0 / 1,50 \%$

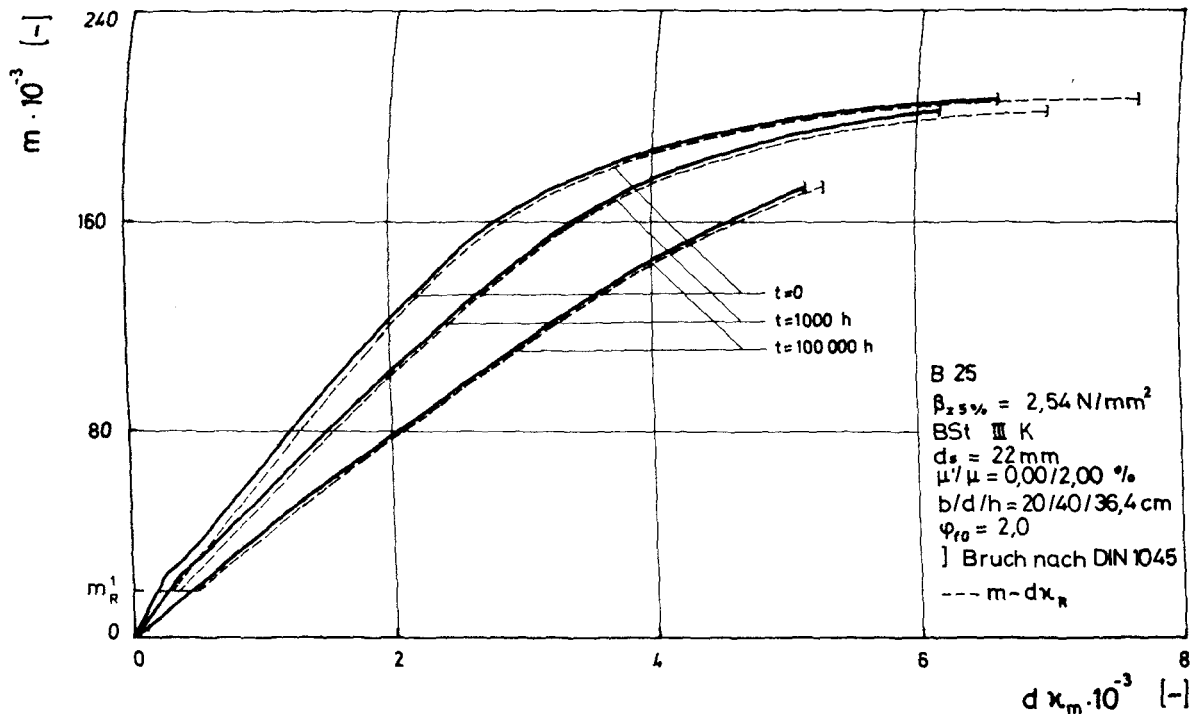


Bild 5.29 Zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Beziehung für ein Bewehrungsverhältnis $\mu'/\mu = 0/2,00 \text{ ‰}$

3. Bewehrungsgrad und Bewehrungsverhältnis

Diese Einflüsse sind in den Bildern 5.22 bis 5.29 dargestellt. Außer den Kurven für die mittleren Krümmungen wurden auch die des Ribquerschnittes aufgenommen. Aus dem Vergleich ist ablesbar, wie sich die Mitwirkung des Betons im Laufe der Zeit verändert. Die Rechnung erfolgte für die Zeitpunkte $t = 0$, $t = 1000$ h und $t = 100\ 000$ h.

Der Einfluß der Druckbewehrung auf die Krümmung wie auf Bruchmoment und Bruchverformung geht aus dem Vergleich von Querschnitten mit und ohne Druckbewehrung, bei gleicher Bewehrungsmenge in der Zugzone, hervor. In den Fällen, in denen die Bruchverformung mit der Zeit abnimmt - stark bewehrte Querschnitte ohne Druckbewehrung - ergibt sich ein rechnerisches Versagen der Druckzone, in sämtlichen anderen Fällen ein Versagen der Stahleinlagen.

Die Mitwirkung - ausgedrückt als der horizontale Abstand zwischen der $M-\kappa_R$ - und $M-\kappa_m$ -Linie - nimmt mit steigendem Bewehrungsgrad ab. Nur bei niedrigen Bewehrungsgraden und bei niedriger Beanspruchung ist im Laufe der Belastungszeit auch eine zeitabhängige Abnahme der Mitwirkung festzustellen.

Die Druckbewehrung übt eine versteifende Wirkung aus, da sie den kriechnfähigen Beton entlastet. Dies ist mit Zunahme der Belastungszeit besonders ausgeprägt.

Das starke Auseinanderschlagen der $M-\kappa_m$ -Linie im Vergleich zur $M-\kappa_R$ -Linie bei hoher Beanspruchung hängt mit folgender Tatsache zusammen: Bei Überschreiten der 0,2 ϵ -Dehngrenze im Rib nehmen die Ribdehnungen sehr stark zu; die mittlere Stahldehnung ist jedoch noch deutlich im elastischen Bereich. Dieser Effekt verschwindet mit zunehmendem Bewehrungsgrad, weil ja auch der Unterschied zwischen ϵ_{SR} und ϵ_{sm} immer kleiner wird (Mitwirkung nimmt ab).

4. Einfluß der Fließzahl des Kriechens

Der Einfluß unterschiedlicher Umweltbedingungen auf das Kriechverhalten des Betons wird in der DIN 4227 [35] durch drei verschiedene Grundfließzahlen φ_{f0} und entsprechende Beiwerte k_{ef} für die wirksame Körperdicke berücksichtigt. Wie das Bild 5.30 zeigt, ist der Unterschied in der zeitabhängigen Verformungszunahme zwischen Lagerung in sehr feuchter Luft ($\varphi_{f0} = 1,3$) und in

trockener Luft ($\varphi_{fo} = 2,7$) bedeutend. Die zeitabhängige Verformungszunahme in trockener Luft beträgt etwa. das Zweifache von der in sehr feuchter Luft.

Nun interessiert, wie sich die Mitwirkung als Folge des Kriechens in Druck- und Verbundzone im Laufe der Zeit verändert. Bild 5.31 gibt exemplarisch für $\varphi_{fo} = 2,0$ hierüber Auskunft. Aufgetragen ist der Beiwert k der Mitwirkung über den Belastungsgrad. Die Kurven nach Rao [98] und Koch [67] für $t = 0$ sind ebenfalls eingetragen.

5. Aufteilung Verbund-/Betonkriechen

Durch eine Aufteilung der zeitabhängigen Verformungszunahme bei reiner Biegung in einen Teil infolge Verbundkriechens und einen Teil infolge Betonkriechens ergab sich, daß der Verbundkriechanteil im Vergleich zum Kriechen in der Druckzone sehr klein ist. Dies muß allerdings noch weiter erhärtet werden.

5.4.4 Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von der Größe und der Dauer der Beanspruchung

Die Bilder 5.32 - 5.39 zeigen für verschiedene Bewehrungsgrade μ und verschiedene Bewehrungsverhältnisse μ'/μ die mittlere, auf den reinen Betonquerschnitt bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von der Höhe und der Dauer der Beanspruchung.

Bereits im Zustand I sinkt die Biegesteifigkeit infolge Kriechens beträchtlich ab, allerdings umso weniger, je größer μ' ist. Nach ausgeprägter Ribbildung - Tiefelage von k_B - nimmt der Einfluß des Kriechens ab.

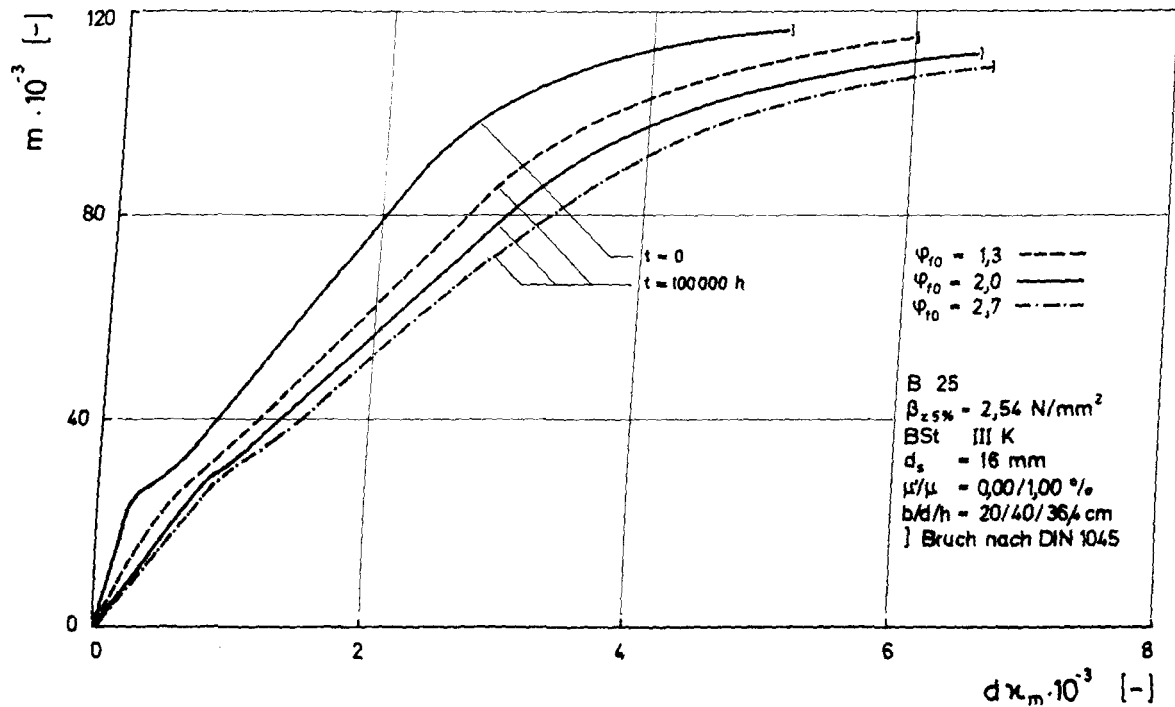


Bild 5.30 Einfluß der Grundfließzahl des Kriechens auf die zeitabhängige Veränderung der Momenten-Krümmungs-Linie

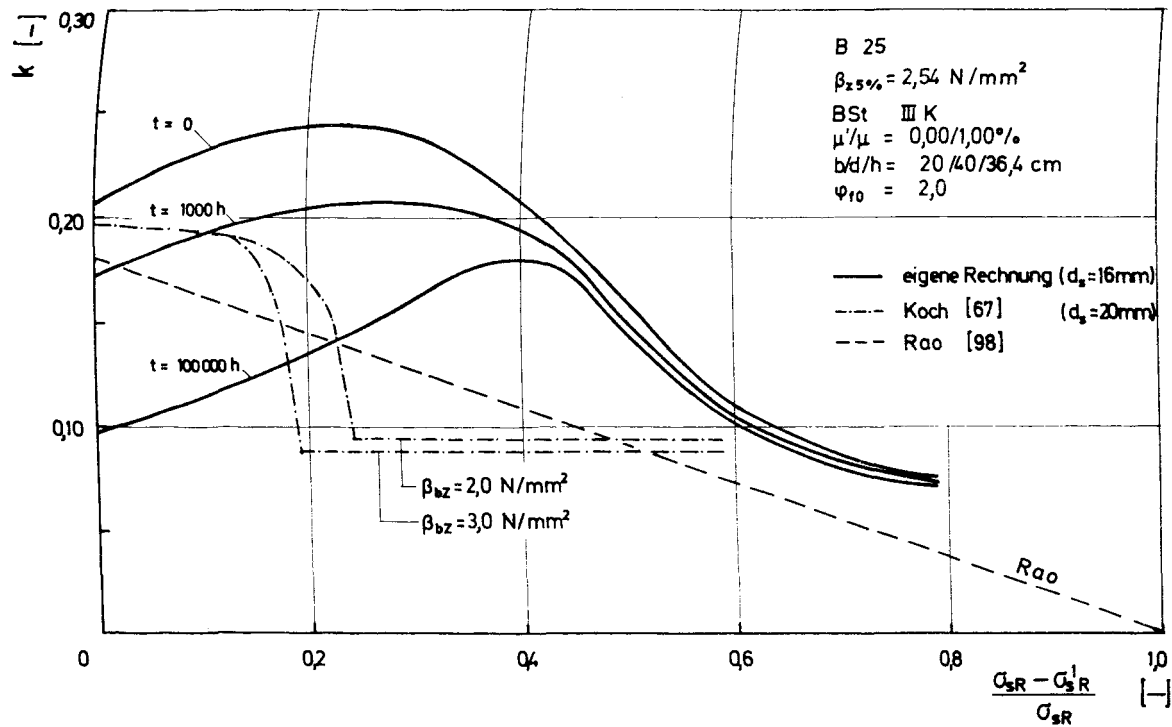


Bild 5.31 Zeitabhängige Veränderung der Mitwirkung des Betons auf Zug verglichen mit den Kurzzeitkurven von Koch [67] und Rao [98]

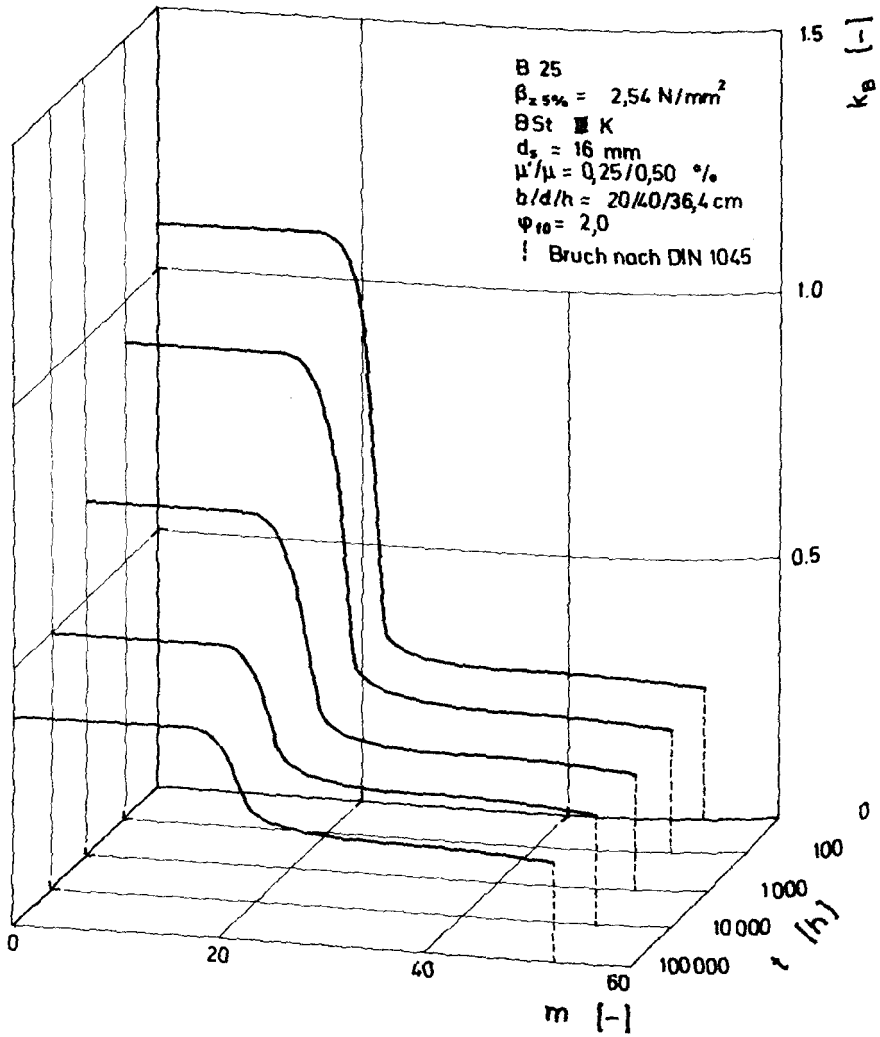


Bild 5.32 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0,25/0,50$

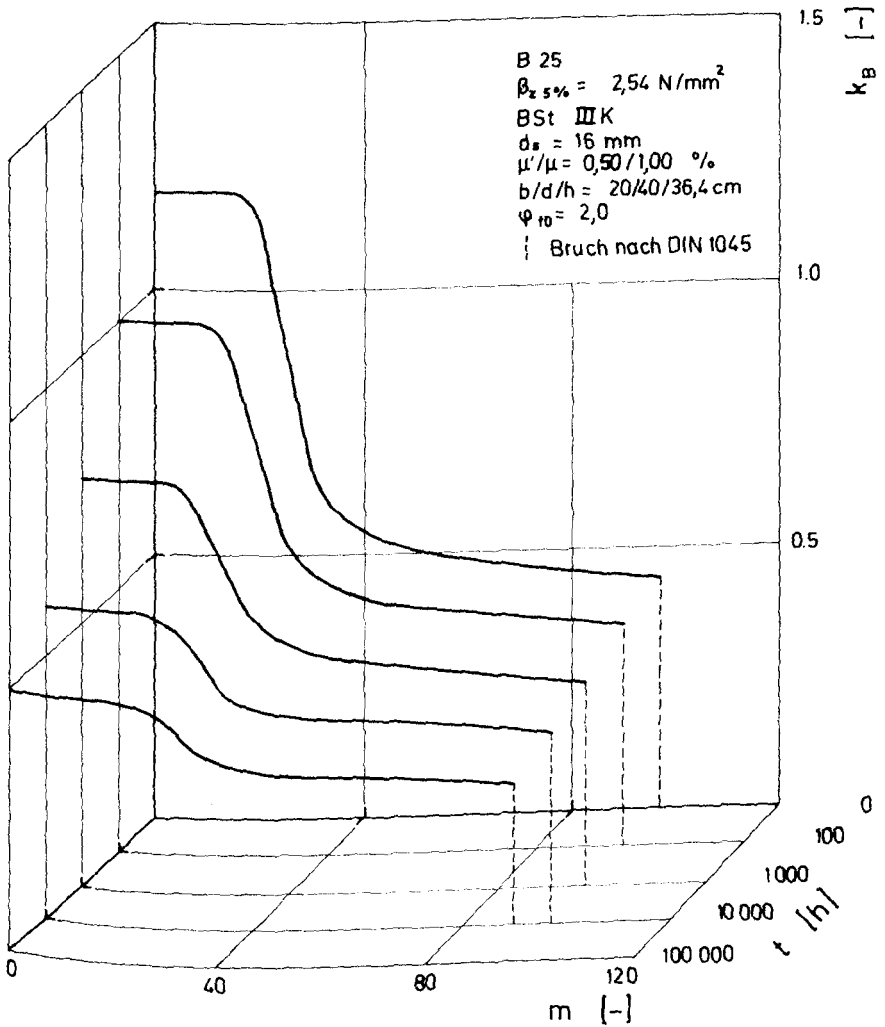


Bild 5.33 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0,50/1,00 \%$

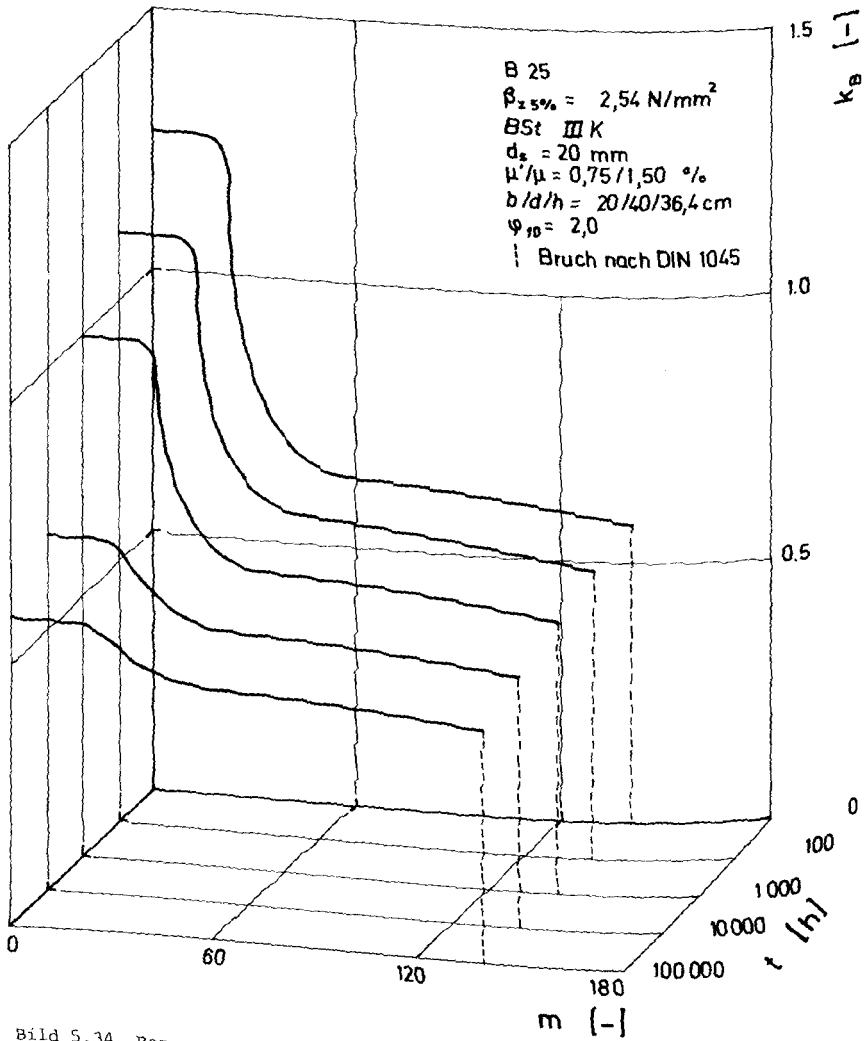


Bild 5.34 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu' / \mu = 0,75 / 1,50 \%$

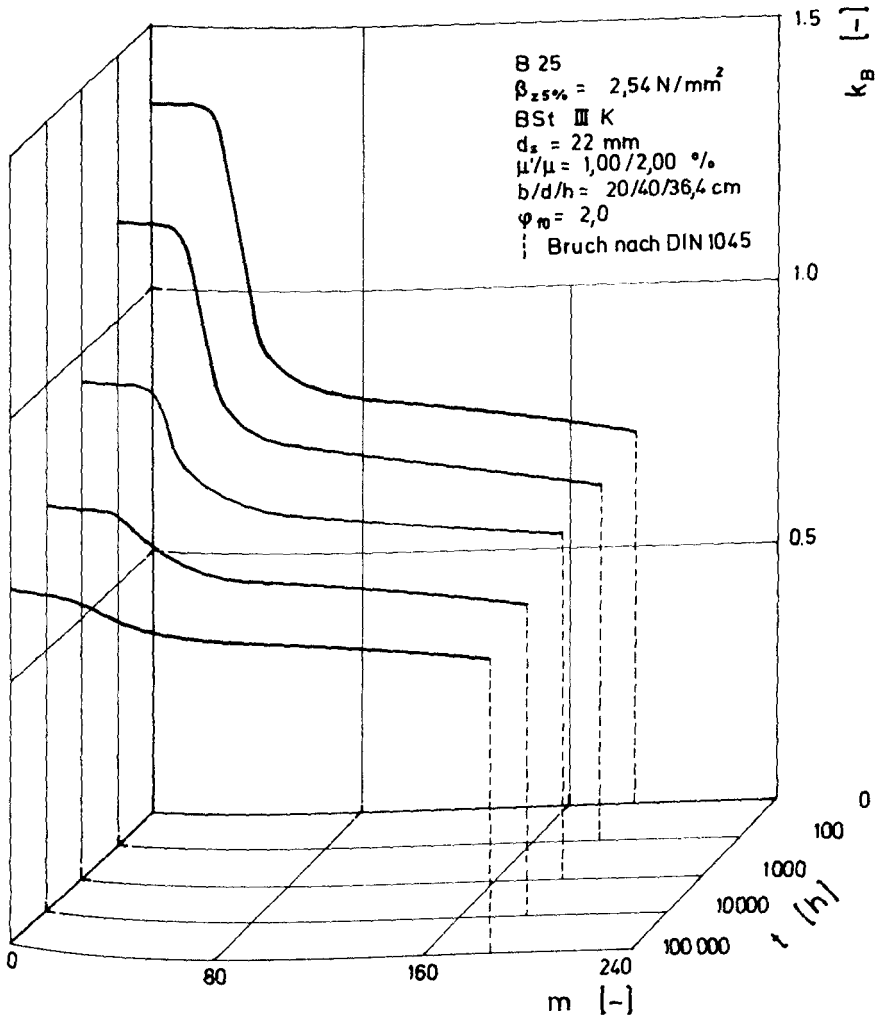


Bild 5.35 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 1,00/2,00 \%$

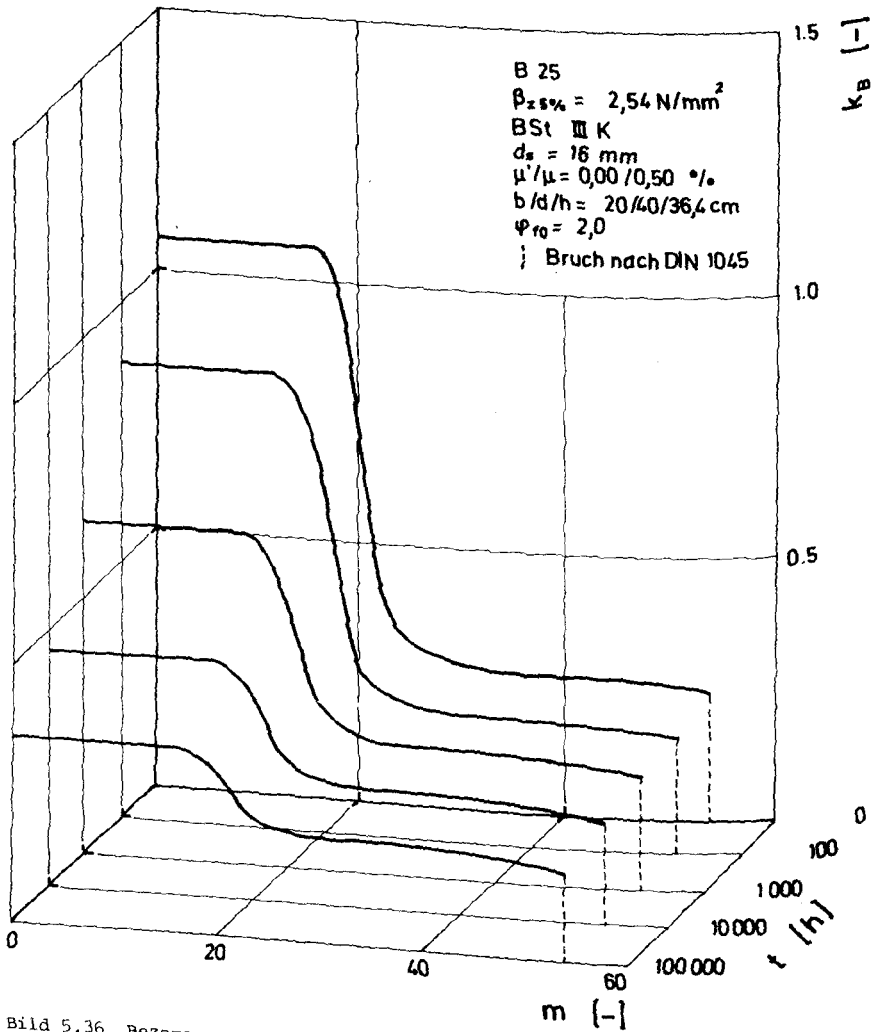


Bild 5.36 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0/0,50 \%$

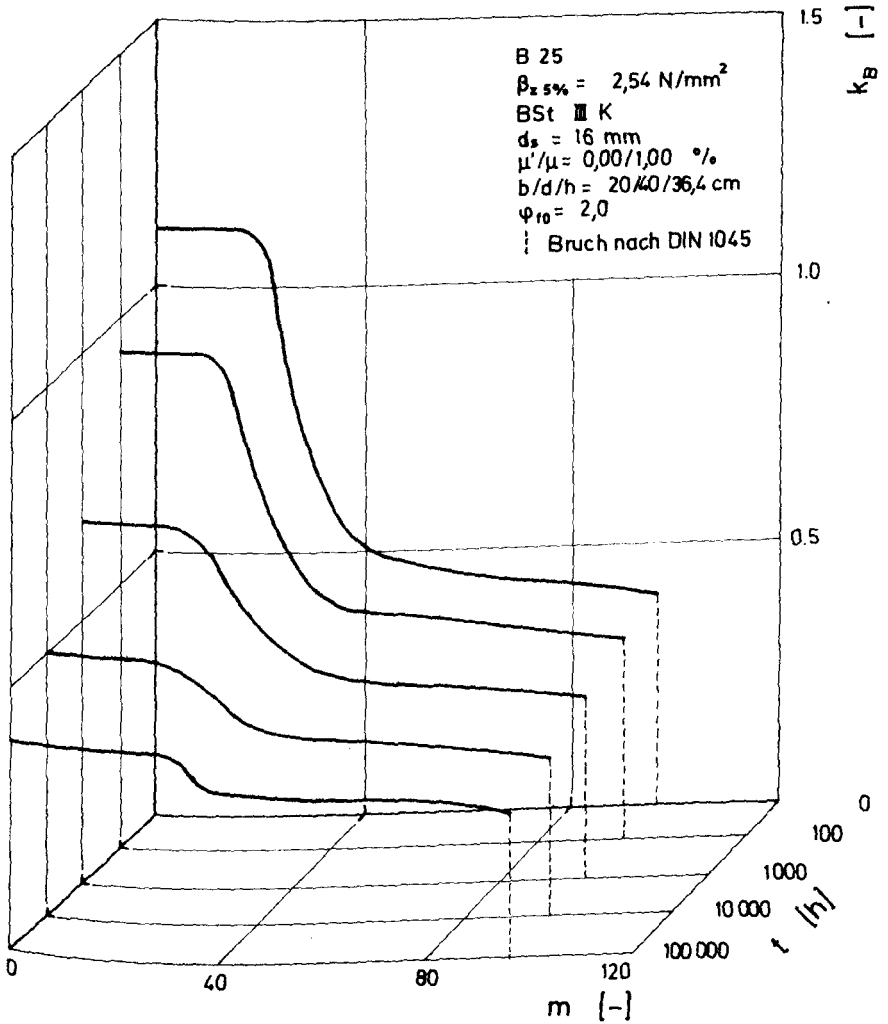


Bild 5.37 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0/1,00 \%$

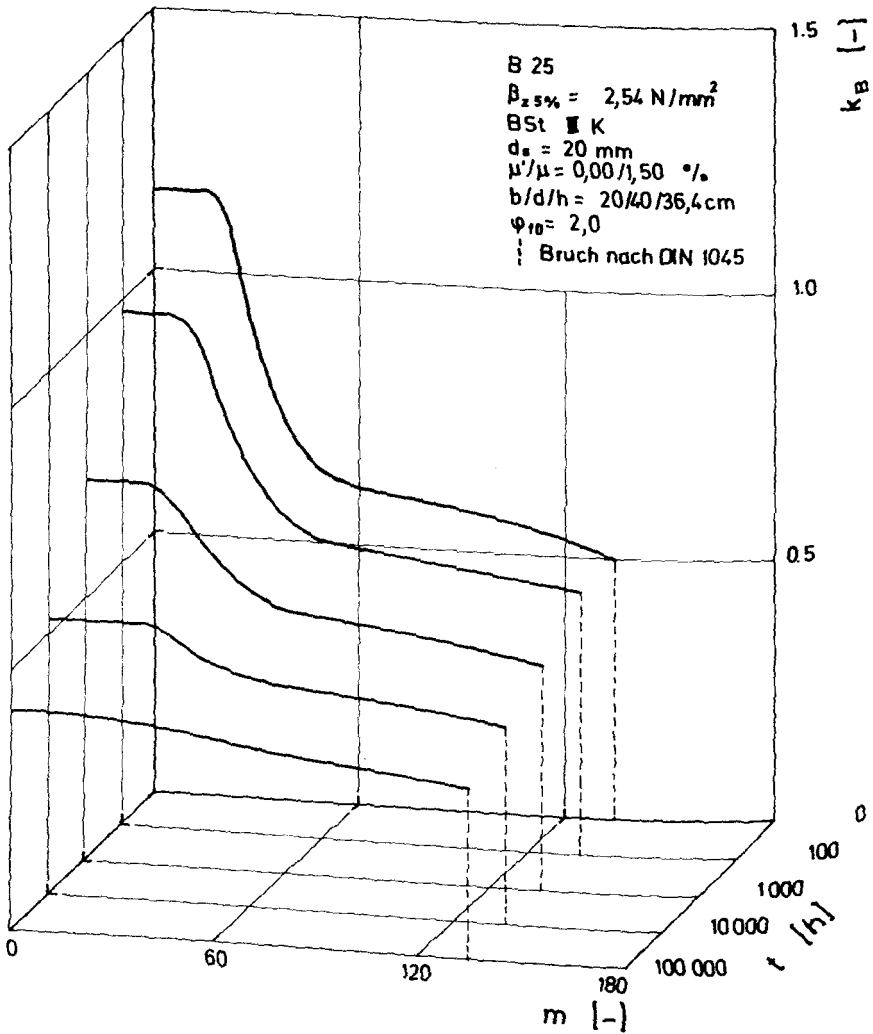


Bild 5.38 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0/1,50 \text{ ‰}$

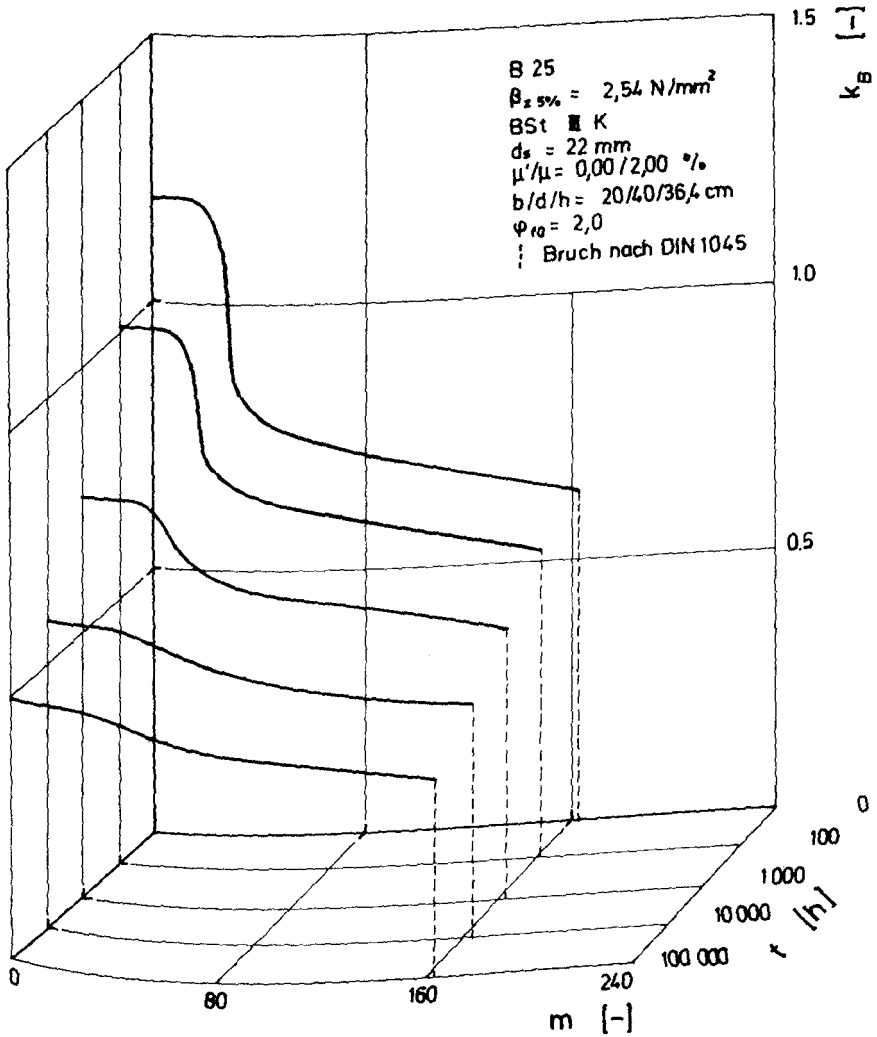


Bild 5.39 Bezogene mittlere Biegesteifigkeit in Abhängigkeit von Beanspruchung und Zeit, $\mu'/\mu = 0/2,00 \%$

6. ANWENDUNG DER ERMITTELTEN MOMENTEN-KRÜMMUNGS-BEZIEHUNGEN

6.1 Vorbemerkungen

Mit der in den Abschnitten 2 bis 5 aufgeführten bzw. entwickelten Beziehungen zwischen Beanspruchung einerseits und der Verformung andererseits lassen sich für Balkenabschnitte mit konstantem Moment Momenten-Krümmungs-Beziehungen sowohl für den Zeitpunkt $t = 0$ als auch für beliebige spätere Zeitpunkte er rechnen. Solange Schubverformungen nur einen vernachlässigbar kleinen Einfluß auf die Gesamtverformung ausüben, können die ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen auch bei veränderlichen Schnittgrößen angewendet werden. Hierzu muß die Stablänge in ausreichend viele Stabelemente aufgeteilt werden, über die ein im Mittel konstantes Moment angenommen werden kann. Alsdann ist eine rechnergestützte baustatische Berechnung auf iterativem Wege möglich.

Mit den ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen können bei gegebener Belastung die Durchbiegungen statisch bestimmt gelagerter Balken berechnet werden (s. hierzu auch Koch [67] für Kurzzeitbelastung). Für statisch unbestimmt gelagerte Systeme lassen sich außer den Verformungen auch die Schnittgrößenumlagerungen berechnen. Dies ist besonders bei Zwangbeanspruchung von großer Bedeutung.

In dieser Arbeit wird nachfolgend auf den Fall der Schnittgrößenumlagerung bei Setzungszwang näher eingegangen und ein Vergleich mit Versuchsergebnissen durchgeführt.

6.2 Anwendung der Beziehungen bei Biegezwang infolge Setzung

6.2.1 Bisherige Arbeiten über Biegezwang

Die meisten Arbeiten über Zwang befassen sich mit dem sog. reinen Zwang infolge von Temperatur- und Schwinddehnungsunterschieden ([20], [39], [44], [73], [74], [94], [111], [116], [130]), bei dem eine gleichzeitige Lastbeanspruchung nicht einwirkt. Da in diesen Fällen die Schnittkraftkombination (M, N) über die Stablänge konstant ist, ist es bei Vorliegen einer Schnittkraft-Verformungsbeziehung möglich, die zur Zwangverformung gehörige eindeutige Zwangantwort zu bestimmen.

Wesentlich schwieriger wird die Aufgabe, wenn Last und Zwang gemeinsam auftreten. Da die Zwangsschnittgrößen proportional zur Biegesteifigkeit sind und diese wiederum von der Beanspruchung infolge Last und Zwang abhängt, läßt sich diese Aufgabe aufgrund der nichtlinearen Werkstoffgesetze nur iterativ lösen. Weil eine derartige Berechnung für den praktisch tätigen Ingenieur in der Regel zu aufwendig ist, wurde nach einfachen Näherungsansätzen gesucht, mit denen die Zwangsschnittgrößen direkt ermittelt werden können.

Der erste Vorschlag hierzu stammt von Kordina [69]. Er entwickelt ein Verfahren, mit dem man durch abschnittsweise Reduktion der Biegesteifigkeit des gerissenen Betonquerschnitts die Zwangsschnittgrößen in gleicher Weise wie Lastschnittgrößen bestimmt. Dies vereinfacht den Rechengang bei gleichzeitig wirkenden Lasten und Zwang erheblich, da die Superposition der Zustände nun möglich wird. Ausgehend vom Gebrauchszustand werden für verschiedene Beanspruchungsarten (Biegung mit und ohne Normalkraft) und verschiedene Querschnittsformen reduzierte, bezogene Steifigkeitswerte angegeben, die im wesentlichen vom Bewehrungsgrad abhängen. Kordina geht auch auf die Belastungsgeschichte ein, deren Ablauf die Zwangsschnittgröße beeinflusst.

Nach dem von Kordina angegebenen Prinzip führte Tennstedt [134] umfangreiche rechnerische Untersuchungen durch. Mit den von ihm angegebenen Steifigkeitswerten ergeben sich Zwangsschnittgrößen, die normalerweise nicht überschritten werden können. So wählte er z. B. die ungünstigste Belastungsfolge und eine relativ hoch angesetzte Biegezugfestigkeit. Zeitabhängige Einflüsse wurden von ihm nicht berücksichtigt.

Thielen [135] führte eine stochastische Analyse des von den Werkstoffeigenschaften abhängigen Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen durch, die durch Last und Zwang beansprucht sind. Die für das einzelne Stabelement entwickelten Interaktionen von Last und Zwang überprüfte er mit einer Wahrscheinlichkeitstheoretischen Simulation nach der Monte-Carlo-Methode.

Schaper [129] untersuchte rechnerisch das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung auch unter Langzeiteinwirkung. In seinem Rechenprogramm nach der FE-Methode verwendete er dabei zwei verschiedene Berechnungs-Modelle, ein Schichtenmodell und ein integriertes M-X-Modell. Sein Ansatz für die Mitwirkung des Betons auf Zug entspricht der

von Wegner [146] und stellt einen sog. verschmierten Ansatz dar.

Die im folgenden geschilderten Versuche sind m. W. die bisher einzigen, bei denen Last und Zwang infolge Setzung gleichzeitig aufgebracht werden. An ihren Ergebnissen wird die Eignung der eigenen Ansätze überprüft.

6.2.2 Biegezwangversuche von Kordina/Rostásy/Svensvik [70], [71]

6.2.2.1 Versuchsprogramm

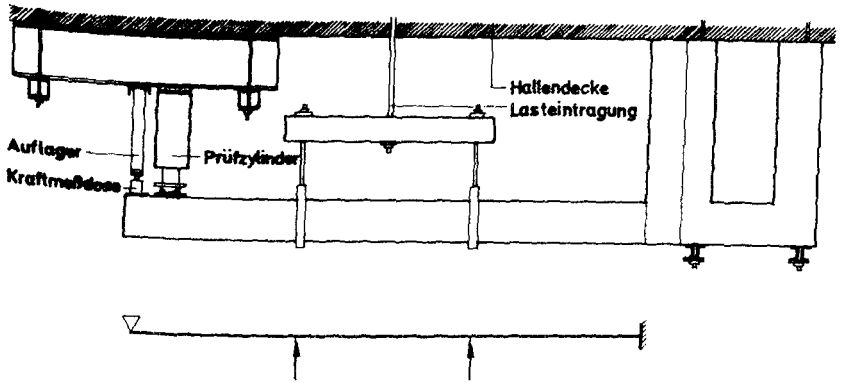
Zur Ergänzung und Überprüfung der rechnerischen Untersuchungen von [134] wurden für einige ausgewählte Beanspruchungsfälle Versuche an Stahlbetonbalken vorgenommen, um die resultierenden Biegemomente bei kombinierter Beanspruchung infolge Last und Zwang unter Kurz- und Langzeiteinwirkung zu ermitteln.

Die Versuche wurden an Rechteckbalken durchgeführt, die an einem Ende verschieblich aufgelagert und am anderen in einem Stahlbetonblock eingespannt waren. Die Versuche unterschieden sich nach Kurzzeit- und Langzeitversuchen. Die Querschnittsabmessungen der Kurzzeitbalken betragen $b/d = 20/40$ cm und die der Langzeitbalken $b/d = 35/40$ cm. Die Stützweite betrug einheitlich 5,00 m. Je zwei zueinander parallele Langzeitbalken waren in einem gemeinsamen Block eingespannt und bildeten einen Versuchskörper, der die Form einer Stimmgabel besaß (Bild 6.1). Insgesamt wurden zwei Kurzzeitkörper (B I und B II) und vier Langzeitkörper (B III bis B VI) geprüft.

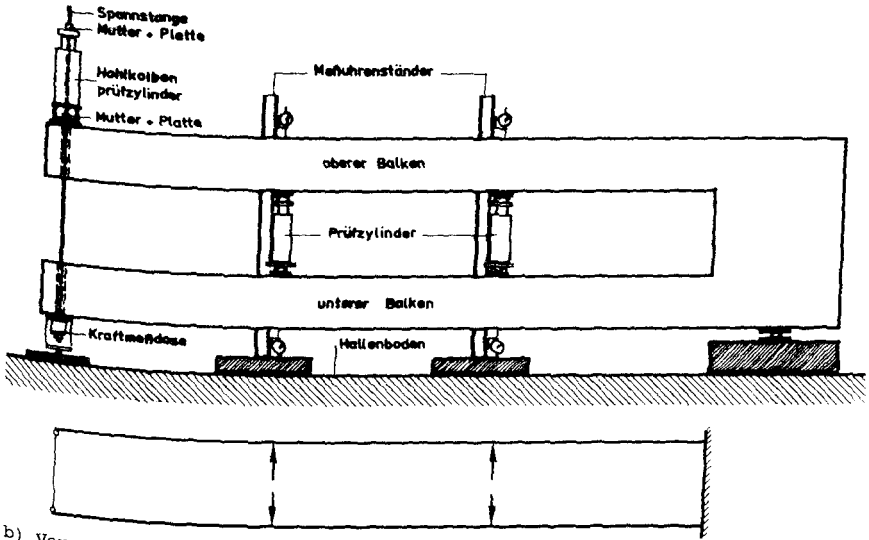
Die äußeren zwei Einzellasten griffen in den Drittelpunkten an. Bei den Langzeitkörpern wurden sie durch zwei Prüfzylinder aus dem Zwischenraum der "Stimmgabel" eingeleitet. Der Setzungszwang wurde als plötzliche vertikale Auflagerverschiebung von ± 2 cm am verschieblichen Ende aufgebracht.

Die wesentlichen Versuchsparameter waren die Bewehrungsmenge und die Richtung der Auflagerverschiebung (Verringerung bzw. Erhöhung des Einspannmomentes). Die Verschiebungsgröße betrug 2 cm je Balken. In Tab. 6.1 sind die untersuchten Parameter zusammengestellt.

Der Beton entsprach der Festigkeitsklasse B 25, und es wurde nur Betonrippenstahl BST 420/500 RK (Rippentorstahl) verwendet. Die Betonzusammensetzung ist in Tab. 6.2 und die Festigkeitseigenschaften der Betone in Tab. 6.3 aufgeführt.



a) Versuchskörper B I und B II der Kurzzeitversuche



b) Versuchskörper B III - B VI der Langzeitversuche

Bild 6.1 Aufbau der Versuche

Versuchskörper	Versuchsbalken	Bewehrung				Auflager Verschiebung cm	Verformungsbild
		Feld		Einspannung			
		μ_F %	Stäbe n; \emptyset	μ_E %	Stäbe n; \emptyset		
B I	-	0,81	2; 14 3; 12	0,45	4; 10 1; 8	+ 2,0	
B II	-	0,63	4; 12 1; 8	1,00	4; 16	+ 2,0	
B III	o ¹⁾	0,55	10; 10	0,8	10; 12	+ 2,0	
	u ²⁾	0,55	2; 22	0,8	3; 22	+ 2,0	
B IV	o	0,55	10; 10	0,8	10; 12	- 2,0	
	u	0,55	2; 22	0,8	3; 22	- 2,0	
B V	o	0,9	4; 20	1,8	8; 20	+ 2,0	
	u	0,9	2; 28	1,8	4; 28	+ 2,0	
B VI	o	0,9	4; 20	1,8	8; 20	- 2,0	
	u	0,9	2; 28	1,8	4; 28	- 2,0	

1) oberer Balken

2) unterer Balken

Tab. 6.1: Untersuchte Parameter der Versuche

Zusammensetzung des Betons					
Versuchskörper	Baustoffe/m³ Beton (in kg)			W/Z-Wert	Frischbetonrohddichte (kg/m³)
	Zement	Zuschlag	Wasser		
B I	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 237	1938	225	0,96	2400
B II	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 235	1926	224	0,95	2385
B III	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 234	1914	222	0,95	2370
B IV	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 233	1910	222	0,95	2365
B V	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 233	1910	222	0,95	2365
B VI	Soll: 230	1885	219	0,95	2334
	Ist: 234	1918	223	0,95	2375

Tab. 6.2: Betonzusammensetzung

Versuchskörper	Alter (Tage)	Festigkeit (N/mm ²)				E-Modul (kN/mm ²)
		Würfel-	Balken-Biegezug-	Zylinder-Druck-	Prismen-Druck-	
B I	7	20,1	-	-	-	-
	28	30,4	2,94	24,6	-	26,50
	-	-	-	-	-	-
B II	7	19,0	-	-	-	-
	28	28,2	-	-	2,62	23,9
	-	-	-	-	-	-
B III	7	22,6	-	-	-	-
	28	31,6	3,21	26,54	2,72	26,12
	120	32,4	4,55	29,70	2,68	23,44
B IV	7	21,7	-	-	-	-
	28	29,7	3,29	28,60	2,23	26,33
	120	32,4	4,26	31,60	2,73	26,10
B V	7	20,5	-	-	-	-
	28	28,9	2,86	26,5	2,46	26,6
	120	32,1	4,07	28,1	2,56	22,00
B VI	7	18,8	-	-	-	-
	28	31,2	3,35	25,7	2,08	24,51
	120	32,1	4,04	26,5	2,67	22,60

Tab. 6.3: Festigkeitseigenschaften der Betone

6.2.2.2 Versuchsdurchführung

Die äußere Last wurde über mehrere Stufen bis zur rechnerischen Gebrauchslast gebracht. Daraufhin wurde unter Konstanthaltung der Gebrauchslast die Setzung aufgezwungen. Bei den Langzeitkörpern wurde dieser Zustand rd. 4 Monate aufrecht gehalten. Bei den Kurzzeitkörpern wurden 10 000 Lastwechsel zwischen der 1,1- und der 0,7-fachen Gebrauchslast aufgebracht. Anschließend wurde die äußere Last in Stufen bis zum Bruch erhöht.

Bei jeder Laststufe und auch in zeitlichen Abständen während der Dauerbeanspruchung bzw. der Lastwechsel wurden folgende Messungen durchgeführt:

- a) Messung der Auflagerreaktion am freien Balkenende mit einer Kraftmeßdose,
- b) Messung der Stahldehnungen mit Dehnmeßstreifen,
- c) Messung der Betondehnungen mit Setzdehnungsmessern,
- d) Messung der Durchbiegung in den Drittelpunkten mit Meßuhren,
- e) Anzeichnen der Risse und Messung der Rißbreiten mit der Meßlupe.

Die Tabellen 6.4 und 6.5 zeigen die Zusammenstellung der wesentlichen Rechen- und Versuchswerte. Die Kurzzeitbalken wurden wie folgt bemessen: Beim Balken B II wurde der Setzungszwang bewußt "vergessen". Beim Balken B I hingegen wurden die Zwangsmomente nach E-Theorie errechnet, wobei die Biegesteifigkeit des ungerissenen Betonquerschnittes k_{Bi} mit dem Faktor $c \approx 0,7$ zur Berücksichtigung des Zustandes II abgemindert wurde. Bei allen Langzeitbalken wurde wie bei Balken II verfahren.

6.2.3 Nachrechnung der Biegezwangversuche - Vergleich zwischen Theorie und Experiment

6.2.3.1 Zur Berechnung der Momente infolge Last und Zwang

Ausgehend von $P = 0$ wird die Last inkrementell gesteigert. Zu jeder Laststufe wird als erstes die Momentenverteilung nach Elastizitätstheorie mit $c = 1$ (Zustand I) berechnet. Der Balken ist dabei in Teilelemente $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ (s. Bild 6.2) eingeteilt; es werden die Momente an den Elementgrenzen berechnet. Zuvor mußten zwei $M-\chi_m$ -Kurven, entsprechend μ_F und μ_E , für die beiden Steifigkeitsbereiche Feld und Einspannung bestimmt werden. Die $M-\chi_m$ -Kurven liegen dabei als Datensatz von Wertepaaren vor. Die zu den berechneten Momenten M_i gehörigen mittleren Krümmungen χ_{mi} wurden nach dem Newton-Verfahren eininterpoliert. Hierauf folgte die numerische Integration der Arbeits-

	Größe	Einheit	Auflagerverschiebung [cm]	
			+ 2,0	+ 2,0
			Zwang rechn. Berücks.	Zwang rechn. Vernachl.
			Versuchskörper	
			B I	B II
Bruchlastzustand nach DIN 1045	krit $M_F^{*)}$	kNm	87,2	69,3
	krit M_E	kNm	50,2	103,8
	krit P	kN	62,4	62,3
	zul $P = \frac{\text{krit P}}{1,75}$	kN	35,66	35,60
	max τ_o	MN/m ²	0,688	0,765
rechnerischer Bruchzustand	rechn $M_{FD}^{**)}$	kNm	103,0	74,6
	rechn M_{EU}	kNm	53,9	110,6
	rechn P_U	kN	72,6	66,9
Versuchswerte	M_{FUV}	kNm	93,0	83,9
	M_{EUV}	kNm	108,5	129,6
	P_{UV}	kN	77,5	76,3
Vergleiche	$P_{UV}/\text{krit P}$	-	1,24	1,22
	$P_{UV}/\text{rechn } P_U$	-	1,08	1,14
	$P_{UV}/\text{zul P}$	-	2,17	2,14

*) Bruch nach DIN 1045 [33]

***) Bruch nach vorh. Werkstoffkennwerten

Tab. 6.4: Rechen- und Versuchswerte der Kurzzeitversuche

	Größe	Einheit	Auflagerverschiebung [cm]			
			+ 2,0	- 2,0	+ 2,0	- 2,0
			μ_F und μ_E klein		μ_F und μ_E groß	
			Versuchskörper			
			B III	B IV	B V	B VI
Bruchlastzustand nach DIN 1045	krit $M_F^*)$	kNm	107,6	107,6	165,1	165,1
	krit M_E	kNm	152,3	152,3	291,0	291,0
	krit P	kN	95,0	95,0	157,3	157,3
	zul P	kN	54,3	54,3	89,9	89,9
	max τ_0	MN/m ²	0,50	0,50	1,30	1,30
rechnerischer Bruchzustand	rechn $M_{FU}^{**})$	kNm	120,2	120,6	172,0	173,8
	rechn M_{EU}	kNm	171,0	169,6	312,6	316,3
	rechn P_U	kN	106,3	106,3	165,7	167,5
Versuchswerte	M_{FUV}	kNm	133,3	133,3	222,2	222,2
	M_{EUV}	kNm	200,0	200,0	333,3	333,3
	P_{UV}	kN	120,0	120,0	200,0	200,0
Vergleiche	$P_{UV}/\text{krit P}$	-	1,26	1,26	1,27	1,27
	$P_{UV}/\text{rechn } P_U$	-	1,13	1,13	1,21	1,19
	$P_{UV}/\text{zul P}$	-	2,21	2,21	2,22	2,22

*) Bruch nach DIN 1045 [33]

***) Bruch nach vorh. Werkstoffkennwerten

Tab. 6.5: Rechen- und Versuchswerte der Langzeitversuche

integrale des Weggrößenverfahrens bzw. der Verdrehungen und Verschiebungen über die Stablänge. Unter Kontrolle der Randbedingungen $w = 0$ vor Setzung bzw. $w = \pm 2$ cm nach erzwungener Setzung am verschieblichen Lager sowie $w = 0$ an der Einspannung muß das neu gewonnene Einspannmoment iterativ so lange korrigiert werden, bis die Randbedingungen innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke erfüllt sind (s. auch [134]). Nach erfolgtem Zwang und nach der vorgegebenen Zwangdauer t_z kommen die $M-\kappa_m$ -Isochronen für t_z zur Anwendung, da sich das Steifigkeitsverhalten zeitabhängig verändert hat.

6.2.3.2 Nachrechnung der Kurzzeitversuche

In den Bildern 6.3 und 6.4 sind die bezogenen Momente an der Einspannung M_E und im Feld M_F (im 1. Drittelpunkt neben dem verschieblichen Lager) abhängig von der auf die Gebrauchslast P bezogenen Last aufgetragen. Die Momente werden dabei auf das nach E-Theorie berechnete Lastbiegemoment des jeweiligen Schnittes unter P bezogen. Bei P wurde der Setzungszwang aufgebracht, der zur Minderung von M_E bzw. zur Steigerung von M_F führt.

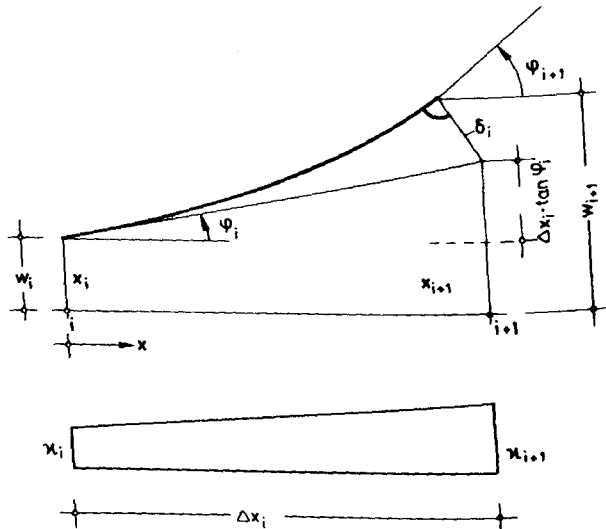


Bild 6.2 Verformungen am Teilelement des Biegestabs

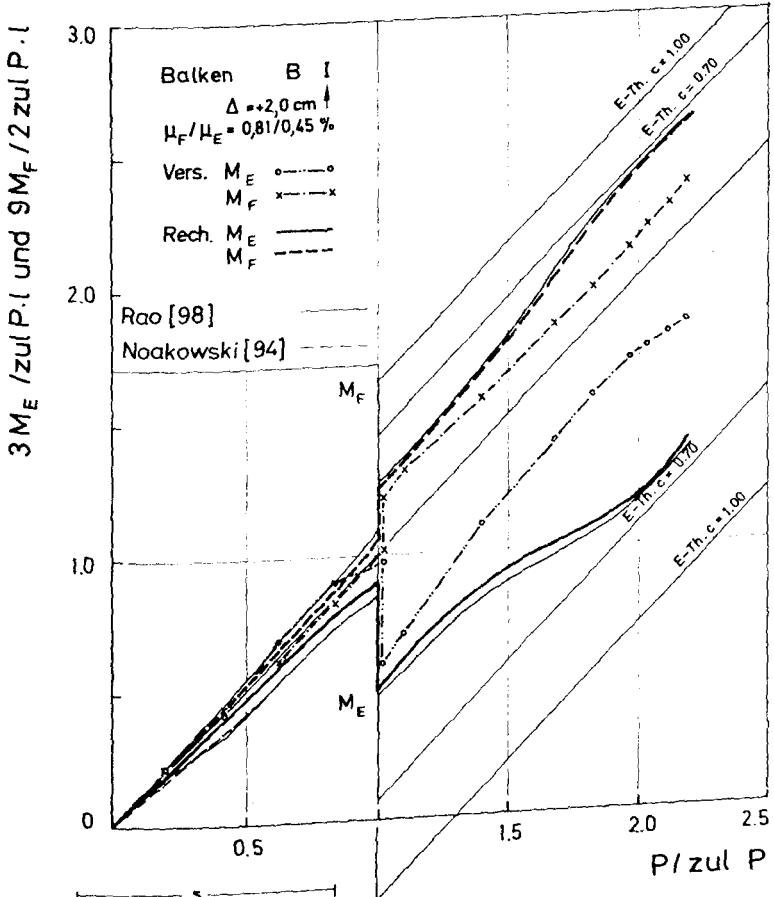


Bild 6.3 Bezogene Momente in Abhängigkeit von der Last für den Kurzzeitbalken B I

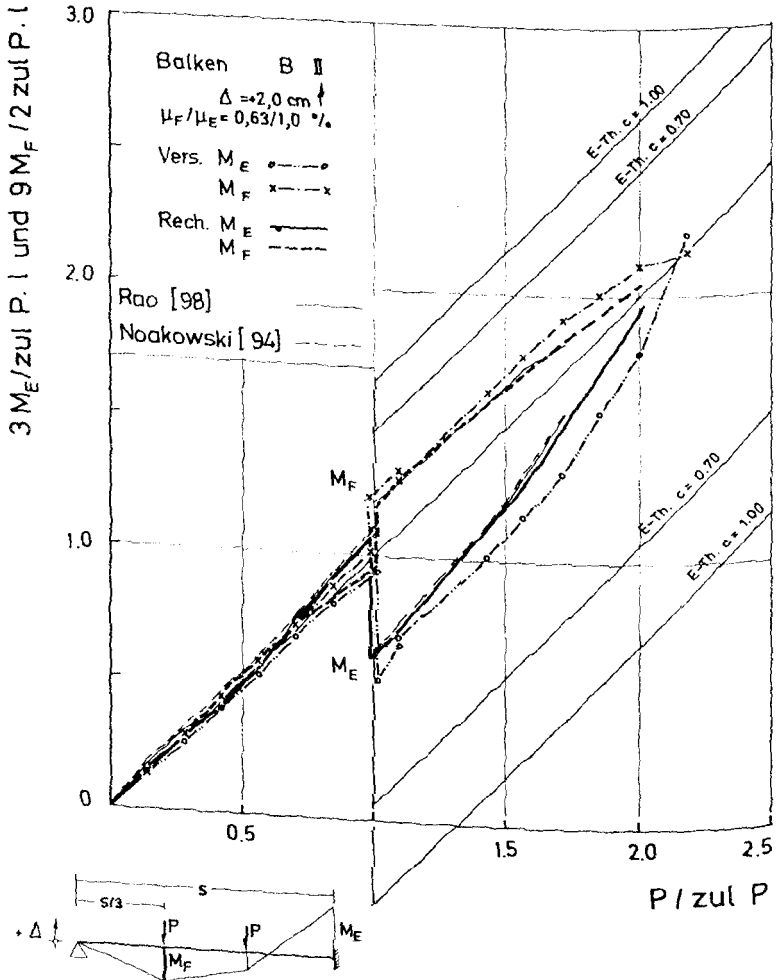


Bild 6.4 Bezogene Momente in Abhängigkeit von der Last für den Kurzzeitbalken B II

Man erkennt, daß die rechn. Zwangsmomente auch bei mit $c = 0,7$ pauschal verminderter Biegesteifigkeit die gemessenen Werte von M_E deutlich unter- bzw. von M_F deutlich überschätzen. Der wirkliche Verlust an Biegesteifigkeit infolge vermehrter Ribbildung im Feldbereich ist doch erheblich größer als $1 - c \approx 30$ von k_{Bj} . Die rechnerische Berücksichtigung des Zwangs bei Balken B I wirkt sich zwar tendenziell richtig, jedoch nicht deutlich aus. Beim Balken B II,

bei dem der Zwang "vergessen" wurde, verschwindet der Zwangeinfluß bei Annäherung an die Bruchlast vollständig. Beim Balken B I hingegen ist noch ein deutlicher Zwangeinfluß bei $P_{\underline{u}} \approx 2,2$ zur P feststellbar.

Bei der rechnerischen Erfassung wurden neben dem eigenen Ansatz auch die Ansätze von Rao [98] und Noakowski [94] herangezogen, nachdem für diese die entsprechenden $M-\chi_m$ -Linien ermittelt worden waren. Grundsätzlich zeigen die rechnerischen Verfahren mit beanspruchungsabhängiger Biegesteifigkeit eine deutlich bessere Vorhersage der Versuchswerte als die Rechnung mit pauschaler Steifigkeitsabminderung.

Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist beim Balken B II, bei dem der Zwang keine Berücksichtigung in der Bemessung fand, besser als bei B I.

Es erstaunt, daß die drei untersuchten Ansätze zu nahezu gleichen rechnerischen Aussagen führen, obwohl sie sich bezüglich der $M-\chi_m$ -Verläufe deutlich unterscheiden. Hieraus ist zu folgern, daß sich die Unterschiede in den $M-\chi_m$ -Beziehungen bei der Integration über eine Stablänge mit allen möglichen Stadien der Biegesteifigkeit glätten.

Aus den Bildern 6.5 und 6.6 kann man indirekt ableiten, welchen Anteil der Zwang am gemessenen Gesamtmoment ausmacht. Die Gesamtmomente $M_E (P + Z)$ bzw. $M_F (P + Z)$ wurden auf die elastizitätstheoretisch bestimmten jeweiligen Lastbiegemomente $M(P)$ bezogen. Es gelten im wesentlichen die zuvor getroffenen Feststellungen.

6.2.3.3 Nachrechnung der Langzeitversuche

Die Bilder 6.7 bis 6.10 zeigen die bezogenen Momente (s. Bilder 6.3 und 6.4) von Versuch und Rechnung. Es sei nochmal darauf hingewiesen, daß auch bei diesen Balken der Einfluß des plötzlichen Setzungszwanges infolge $\Delta = + 2$ cm bei der Biegebemessung bewußt "vergessen" worden war.

Zunächst zu den Balken B III und B V, die einem positiven Zwang, also ein positives Feldmoment erzeugend, unterworfen wurden. Die Abweichungen von der elastischen Geraden unterhalb der Gebrauchslast sind in der Regel gering. Ab Gebrauchslast zur P sind wieder die Geraden eingezeichnet, die von der ela-

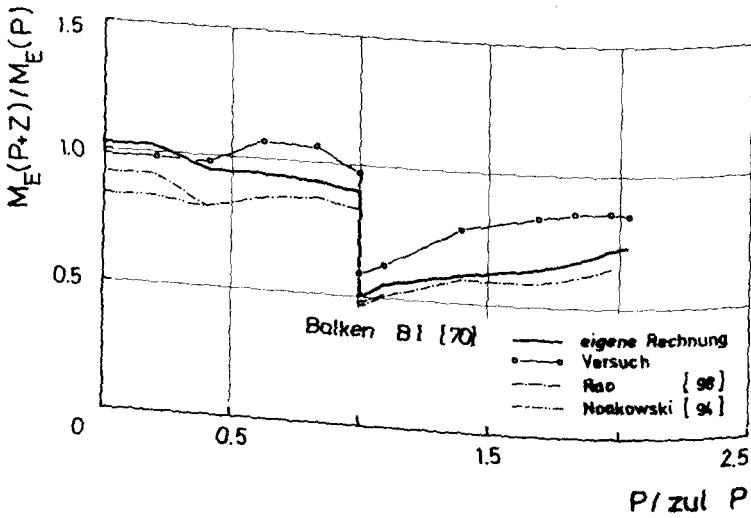
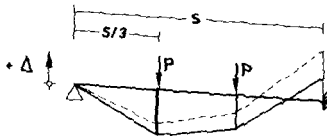
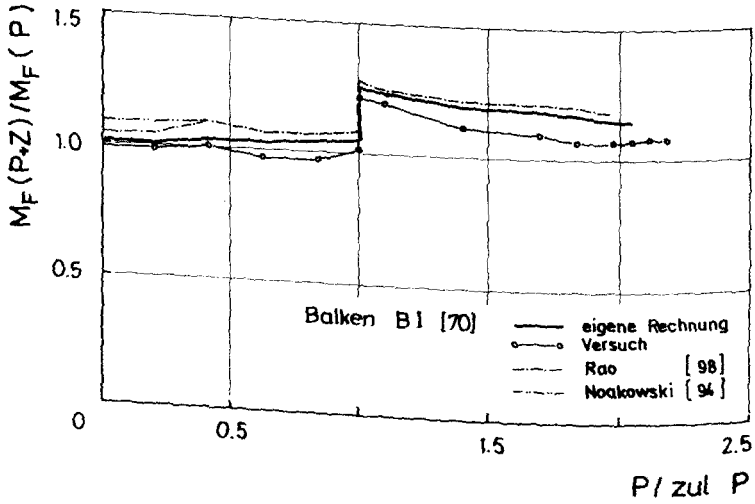


Bild 6.5 Auf das jeweilige Lastmoment bezogene Momente in Abhängigkeit von der Last - Balken B I [70]

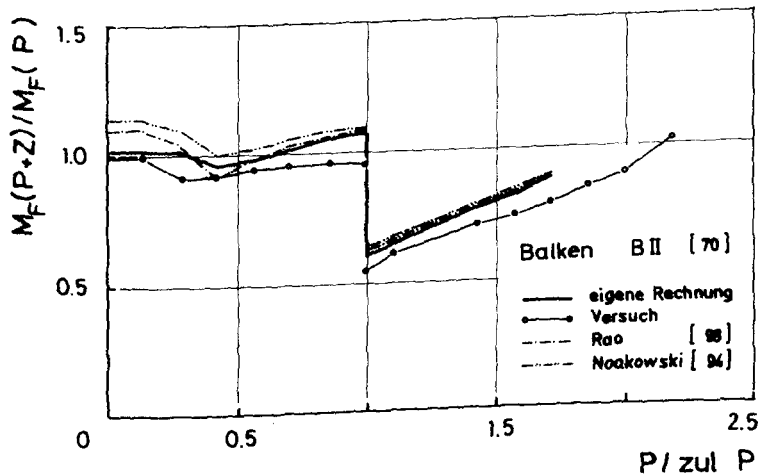
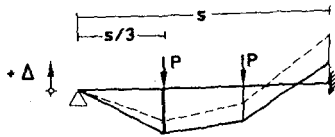
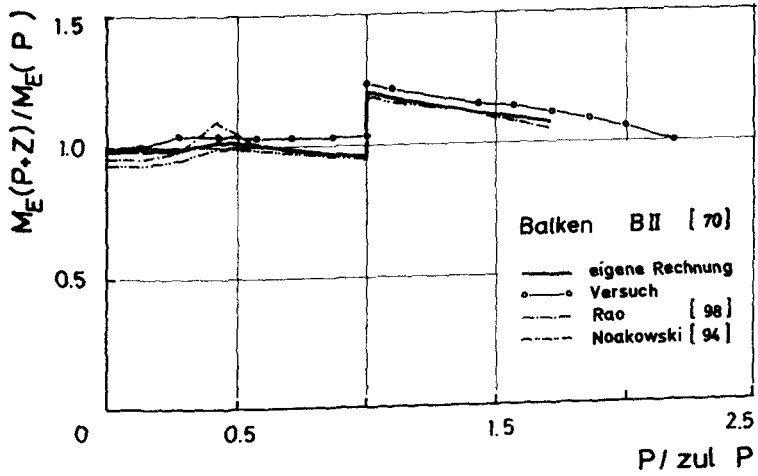


Bild 6.6 Auf das jeweilige Lastmoment bezogene Momente in Abhängigkeit von der Last - Balken B II [70]

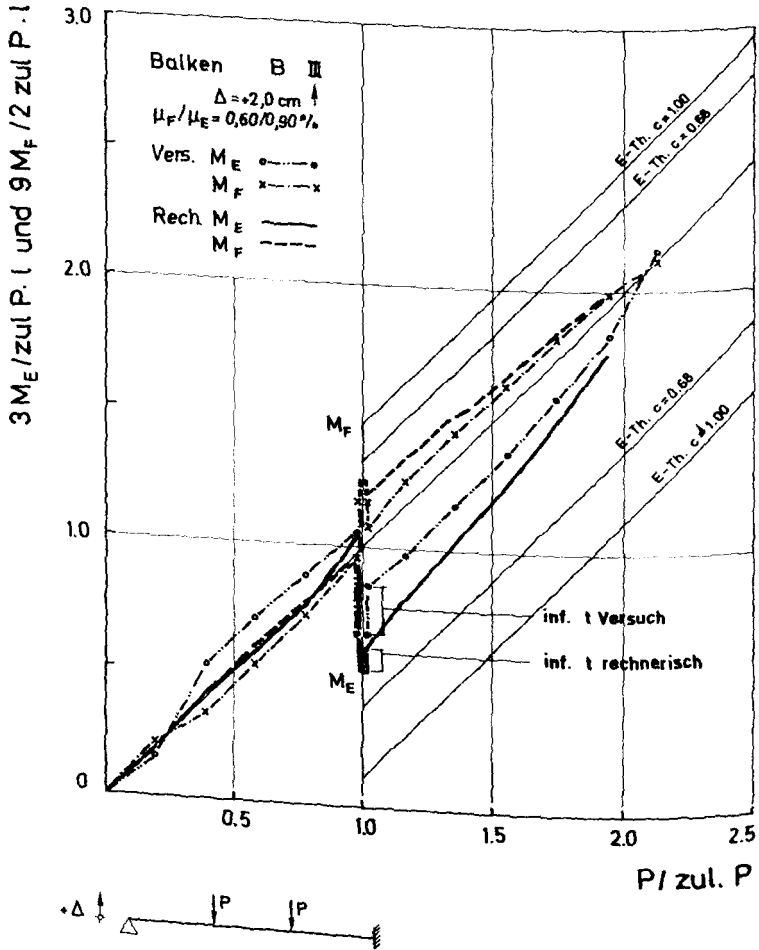


Bild 6.7 Bezogene Momente abhängig von Zeit und Last - Langzeitbalken B III

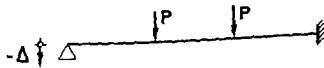
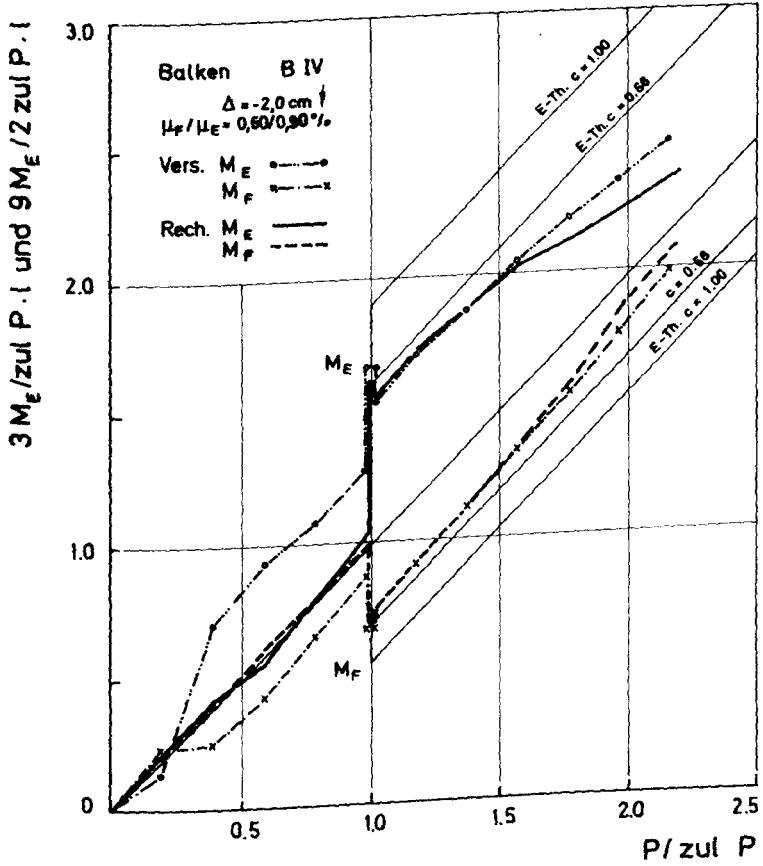


Bild 6.8 Bezogene Momente abhängig von Zeit und Last -
 Langzeitbalken B IV

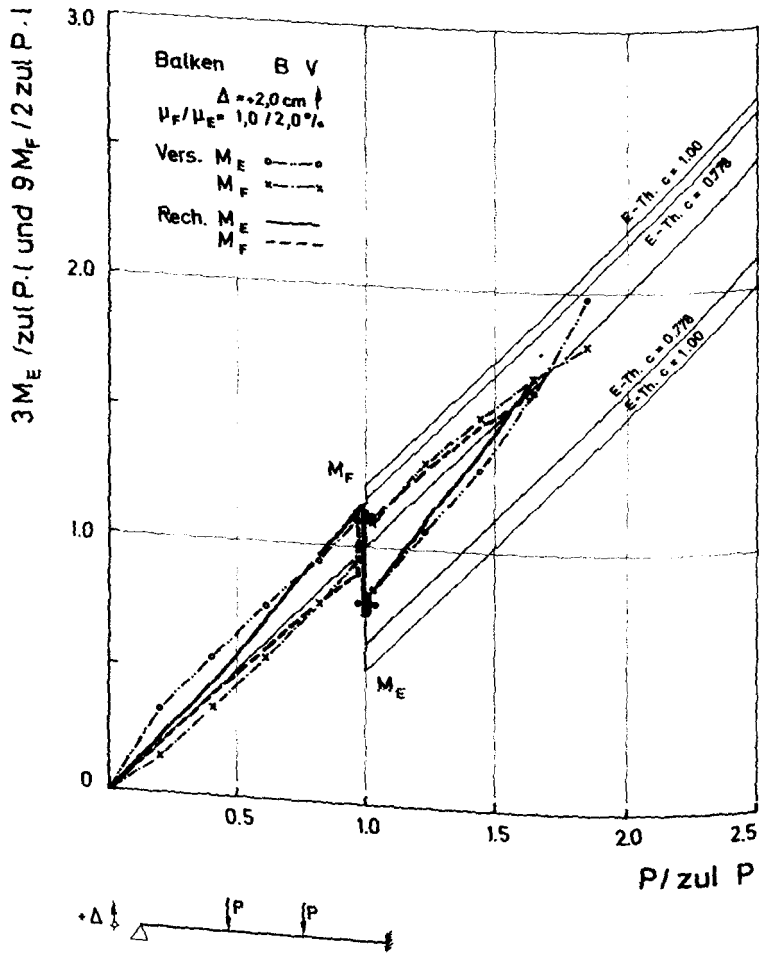


Bild 6.9 Bezogene Momente abhängig von Zeit und Last -
 Langzeitbalken B V

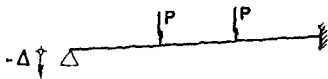
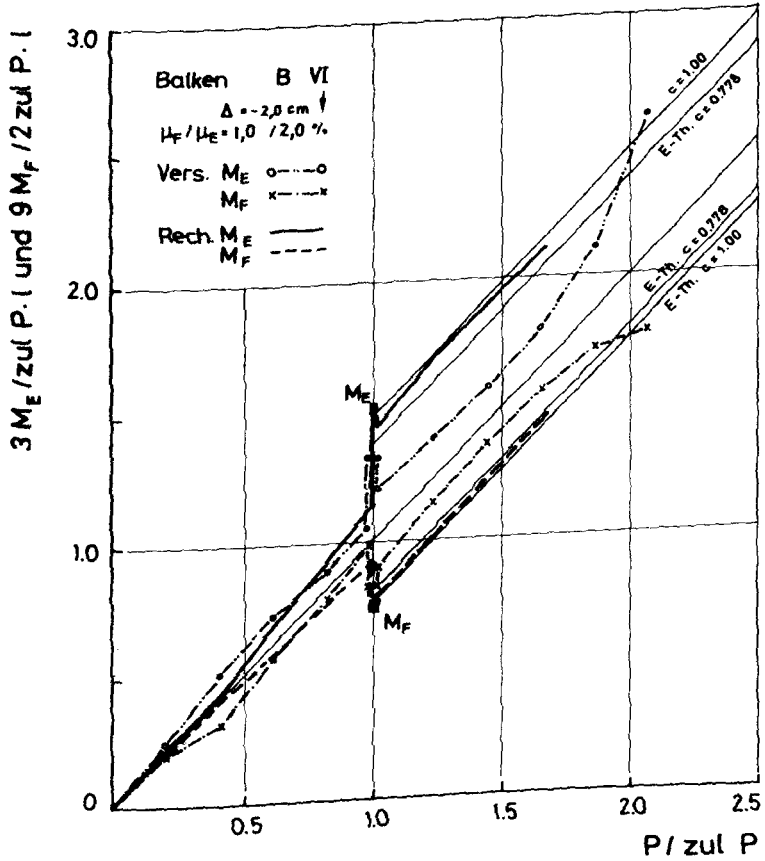


Bild 6.10 Bezogene Momente abhängig von Zeit -
 Langzeitbalken B VI

stischen Linie der Lastmomente weg die überlagerten Zwangsmomente darstellen. Die unterschiedlichen pauschalen Reduktionsfaktoren c wurden bewehrungsabhängig nach [152] bestimmt. Die pauschale Reduktion führt auch hier wieder zu einer Überschätzung von M_F bzw. zu einer Unterschätzung von M_E , und zwar umso mehr, je geringer die Bewehrungsgrade sind. Die Rechnung überschätzt ebenfalls die Momentensprünge infolge Δ , aber in nur geringem Maße. Interessant ist der zeitabhängige Abbau des Zwanges: Er fällt im Versuch deutlich größer aus als in der Rechnung. Bei der Bruchbelastung im Anschluß an die Ständzeit verschwindet die Wirkung des Zwanges; dies wurde auch von der Rechnung befriedigend vorhergesagt. Die höhere Bewehrungsmenge von B V gegenüber B III erhöht die Steifigkeit von B V und führt zu stärkeren Momentensprüngen infolge Δ .

Bei den Balken B IV und B VI wurden negative, also nach unten gerichtete Auflagerverschiebungen aufgezwungen, die negative Feldmomente erzeugen. Die Abweichungen von der elastischen Geraden unterhalb von z ul P beim Balken B IV sind durch Ungenauigkeiten im Versuch bei der Realisierung von $w \approx 0$ am verschieblichen Lager entstanden. Beim Balken B VI sind die Abweichungen von der elastischen wieder gering, was auch für die Rechnung gilt. Verblüffend ist, daß das rechnerische Einspannmoment nach dem Aufbringen des Zwanges hoch anspringt: Beim Balken B IV mit der niedrigen Bewehrung $\mu_F/\mu_E = 0,55/0,80$ % auf die $c = 0,68$ -Gerade und beim Balken B VI mit der hohen Bewehrung $\mu_F/\mu_E = 0,9/1,8$ % sogar nahezu bis zur $c = 1$ -Geraden. Der Balken B VI mußte aus konstruktiven Gründen höher bewehrt werden als den elastischen M_P -Momenten entsprechend. Für diese gilt das Verhältnis $\mu_F/\mu_E = 1 : 1,5$, das hier mit $1 : 2$ überschritten wurde. Die hohe Stützbewehrung saugt gleichsam den Zwang an. Der Zwangabbau infolge Zeit und anschließender Lasterhöhung ist im Versuch deutlicher als nach Rechnung.

6.2.4 Einige Folgerungen für die Praxis

Die Versuche und die Rechenergebnisse nach dem eigenen Ansatz zeigen, daß die Wirkung eines plötzlichen Biegezwangs infolge Setzung, und zwar sowohl entlastend als auch belastend wirkend, bei Anwendung der E-Theorie und mit der Steifigkeit $K_B = K_{B1}$ entschieden zu groß geschätzt wird. Solange umfassende Nachrechnungen der verschiedenen Einflüsse fehlen, erscheint es für Näherungen gerechtfertigt, die plötzliche Zwangwirkung mit einer pauschal über die Stablänge reduzierten Biegesteifigkeit $K_{Bw} = c \cdot K_{B1}$ abzuschätzen. Dabei kann

mit einem Reduktionswert von $c \approx 0,65$ gerechnet werden, wenn der Zwang das Einspannmoment vergrößert. Führt hingegen der Zwang zu einer Verringerung des Einspannmoments, so ist mit $c \approx 0,4$ bis $0,5$ eine bessere Schätzung erreichbar. Dies ist durchaus erklärbar, denn im ersten Fall erstreckt sich die Steifigkeitsminderung infolge Ribbildung über einen kürzeren Bereich (Einspannung) des Stabes als im zweiten Fall (Feld).

Eine langzeitige Einwirkung des Zwanges führt zu einem Abbau der Zwangwirkung infolge Kriechens in der Druckzone und infolge Verbundkriechens. Das am Ende des betrachteten Zeitraums noch übriggebliebene, rechnerische Zwangmoment kann überschläglich durch Reduktion des spontan entstandenen, mit der Steifigkeit $K_{Bw} = c \cdot K_{Bi}$ berechneten Zwangmoments $M_z(0)$ abgeschätzt werden. Dieser Reduktionsfaktor beträgt

$$\frac{M_z(t)}{M_z(0)} \approx \frac{1}{1 + \varphi(t)} \quad (6.1)$$

wobei $\varphi(t)$ die Kriechzahl nach DIN 4227 [35] ist. Die eigenen Versuche lassen diesen Vorschlag als gerechtfertigt erscheinen.

Bei weiterer Laststeigerung auf v zur P ist ein weiterer Zwangabbau zu beobachten, der bei einigen Versuchen vollständig (vorh $v_z \approx 0$), bei einigen anderen jedoch nur teilweise geschah (max vorh $v_z \approx 0,6$). Bis zur endgültigen Klärung dieser Erscheinung muß mit dem Sicherheitsbeiwert für Zwang von $v_z = 1$ weitergearbeitet werden.

Eine genauere, allerdings mühevollere Erfassung gelingt mit dem eigenen Ansatz über die $M-\mathcal{M}_m$ -Beziehung. Aber auch mit den "verschmierten" Ansätzen von Rao [98] und Noakowski [94] bzw. hiernach entwickelten $M-\mathcal{M}_m$ -Linien ist eine befriedigende Vorhersage möglich.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Für die Ermittlung der Last-Schnittgrößen in statisch-unbestimmten Stabtragwerken aus Stahlbeton ist es zulässig, den Einfluß der Rißbildung auf die Biegesteifigkeit in erster Näherung zu vernachlässigen. Diese Voraussetzung wird im wesentlichen auch von den eigenen Versuchen bestätigt. Würde man jedoch bei der Berechnung von Schnittgrößen infolge von Zwang den steifigkeitsmindernden Einfluß der Rißbildung ebenfalls vernachlässigen, so würde dies zu einer groben Überschätzung der Zwangwirkung führen. Zu einer Unterschätzung würde man auch gelangen, wenn man bei der Berechnung der Zwangwirkung von der Biegesteifigkeit des nackten Zustandes II ausgehen würde. Die wirklichkeitsnahe Vorhersage einer Zwangwirkung erfordert den Einschluß der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, da erst auf diese Weise die Biegesteifigkeit wirklichkeitsnah vorausgesagt werden kann. Aufbauend auf diesen grundsätzlichen Erkenntnissen hat eine Reihe von Forschern versucht, die Mitwirkung des Betons zu beschreiben. Die meisten der bisherigen Ansätze stellen jedoch im wesentlichen eine phänomenologische Beschreibung des im Versuch beobachteten Verhaltens dar, ohne hierfür eine genauere physikalische Begründung geben zu können. Sie "verschmieren" gleichsam eine Vielzahl einander oft entgegenwirkender Parameter. Außerdem gelten nahezu alle Ansätze nur für Kurzzeitbelastung, was in Anbetracht der meist lange andauernden Beanspruchungen infolge von Last und Zwang nicht befriedigt.

Die vorgelegte Arbeit versucht, eine Reihe der bisherigen Mängel zu beseitigen. Hierzu war es notwendig, nicht nur das Stoffverhalten von Stahl und Beton, sondern auch die Verbundwirkung des einbetonierten Bewehrungsstahls sowohl unter Kurzzeit- als auch unter Langzeitbeanspruchung darzustellen. Das Hauptziel der Arbeit war es, wirklichkeitsnahe Momenten-Krümmungs-Beziehungen zu entwickeln, die nicht nur den steifigkeitsmindernden Einfluß der Zeit, sondern auch die Auswirkungen der wesentlichen Stahlbetonparameter beinhalten. Diese Momenten-Krümmungs-Linien bieten die Basis für eine nichtlineare Tragwerksberechnung unter kombinierter Beanspruchung infolge Last und Zwang. Im folgenden wird beschrieben, welche Arbeitsergebnisse erzielt wurden.

Im ABSCHNITT 2 mußten zunächst auf der Basis der Literatur die Stoffgesetze für Beton und Betonstahl dargestellt werden. Hier wurde von einem Betonrippenstahl mit nicht ausgeprägter Streckgrenze ausgegangen, dessen Nichtlinearität oberhalb der Proportionsgrenze durch einen üblichen exponentiellen Ansatz be-

schrieben wurde. Das Stoffverhalten für den Beton auf Druck folgt dem Ansatz von Grasser [50], wobei vereinfachend nur die einaxiale Beanspruchung angesetzt wurde. Der Beton auf Zug wird nach Noakowski [97] und das Kriechverhalten des gedrückten Betons nach DIN 4227 [35] beschrieben.

Da die Mitwirkung des Betons in dieser Arbeit nicht durch einen "verschmier-ten" Ansatz beschrieben werden sollte, sondern die unmittelbare Beschreibung des Spannungs- und Verzerrungszustands in Bereichen zwischen Biegerissen erfolgt, war es notwendig, das Verbundverhalten des einbetonierten Betonrippenstahls zu berücksichtigen. Das Verbundverhalten unter kurzzeitiger Belastung wird nach dem Ansatz von Martin [85] dargestellt. Da zu vermuten war, daß auch das Kriechen in der Verbundzone einen Beitrag zum zeitabhängigen Steifigkeitsabbau leisten würde, war es notwendig, hierfür einen Ansatz zu finden. In Anlehnung an Franke [47] und auf der Basis eigener Versuchsergebnisse wurde ein Verbund-Kriech-Gesetz entwickelt. Die Versuche haben gezeigt, daß die zeitabhängigen Verschiebungen infolge von Verbundkriechen im wesentlichen viskoser Natur sind. Zur Beschreibung des Verbundkriechens in Form zeitveränderlicher Verbundspannungen haben sich ein Fließansatz Wittney'scher Art und das Superpositionsprinzip nach Stafford (s. [80]) angeboten. Eigene Verbundkriechversuche mit wechselnder Spannungsgeschichte bestätigten die Brauchbarkeit der gewählten Ansätze. Aufbauend hierauf wurde das Verbundkriechen in Abhängigkeit charakteristischer Belastungsgeschichten analytisch formuliert. Als Basis für spätere numerische Arbeiten werden - in analoger Weise wie bei Beton auf Druck - Schubspannungs-Verschiebungs-Isochronen ausgearbeitet.

Die Idealisierung der Verbundwirkung entlang des einbetonierten Bewehrungsstabs folgt dem von Koch [67] vorgeschlagenen Weg, der allerdings nur für Kurzzeitbeanspruchungen gilt. Dieser Weg, abgekürzt als k_v -Verfahren bezeichnet, gibt an, welche Schubkraft entlang einer Einleitungslänge in Abhängigkeit von der Stahlzugkraft transportiert werden kann. Zur Beschreibung des Verhaltens des Verbundes bei einer langandauernden Stahlzugkraft mußte das k_v -Verfahren modifiziert werden. Mit Hilfe der τ_v -v-Isochronen wurden zeitabhängige k_v -Werte wieder in Isochronenform entwickelt, die außerdem vom Durchmesser des Bewehrungsstabes und von der Festigkeit des Betons abhängen.

Der ABSCHNITT 4 behandelt die Schnittkraft-Verformungsbeziehungen gebogener Stäbe mit Rechteck-Querschnitt, und zwar sowohl im ungerissenen Zustand I

als auch im nackten Zustand II (Rißquerschnitt). Dieser Abschnitt stellt gleichsam eine aufbereitete Sammlung bekannter Beziehungen dar, die später für die numerische Rechnung benötigt werden. Beispiele zeigen, wie sich die $M-\chi_m$ -Beziehung zeitabhängig verändert und wie die Biegesteifigkeit im Rißquerschnitt infolge von Last und Zeit beeinflußt wird.

Der ABSCHNITT 5 ist der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen gewidmet. Der Stahlbetonstab wird dabei als von zwei Rissen berandete Scheibe betrachtet. Die bisherigen "verschmierten" Ansätze betrachten entweder den Zustand der Erstrißbildung (alle Risse bilden sich im wesentlichen unter dem Erstrißmoment), oder sie gehen vom abgeschlossenen Rißbild aus. Beide Annahmen können je nach Bewehrungsgrad zu einer groben Fehleinschätzung der Biegesteifigkeit führen. Es war deshalb notwendig, den Mechanismus des konsekutiven Reißens bei zunehmender Beanspruchung auf einfache Weise zu beschreiben und dabei die Streuung der Betonzugfestigkeit sowie deren Verteilung über den Stab darzustellen. Durch diesen halbprobabilistischen Näherungsweg konnte die lastabhängige Rißauslösung und -stabilisierung erfaßt werden; er folgt einem Vorschlag von Koch [67], der jedoch modifiziert wurde. Eine zeitabhängige Veränderung des Rißbildes mußte außer acht gelassen werden.

Nach diesen Vorarbeiten war es möglich, Beziehungen zwischen dem Biegemoment und der mittleren Krümmung in Abhängigkeit von Last und Zeit zu entwickeln. Außerdem konnte die Auswirkung der wesentlichen Parameter wie Betongüte, Stabdurchmesser, Bewehrungsgrad, Verhältnis der Druck- und Zugbewehrung und Fließzahl des Kriechens studiert werden.

Im ABSCHNITT 6 wurden Möglichkeiten zur Anwendung der $M-\chi_m$ -Beziehungen aufgezeigt. Außerdem wird deren Anwendung exemplarisch zur Berechnung der Wirkungen eines Setzungszwanges benutzt. Diese Berechnungen werden am Beispiel eines einseitig verschieblich gelagerten und am anderen Ende voll eingespannten Balkens durchgeführt. Der Balken wird dabei kurzzeitig und langandauernden Einzellasten und einem Biegezwang infolge Stützensetzung unterworfen. Die Rechenergebnisse werden den Ergebnissen von Versuchen, die der Verfasser durchgeführt hat, gegenübergestellt. Die Vergleiche zeigen, daß es sowohl mit dem Ansatz des Verfassers als auch mit einigen der "verschmierten" Ansätze befriedigend genau gelingt, das im Versuch beobachtete Verhalten zu beschreiben. Im Gegensatz dazu führt das Verfahren mit einer pauschalen Reduktion der Biegesteifigkeit über die Stablänge in der Regel zu Überschätzungen der Wir-

kung des Zwanges. Hierauf aufbauend schließt dieser Abschnitt mit einigen Folgerungen für die Praxis ab.

Auch diese Arbeit konnte eine Reihe von Problemen nicht lösen, auf die im folgenden eingegangen wird und die durch künftige Forschung geklärt werden sollten. Es zeigte sich, daß das gewählte Verfahren zur Beschreibung des Verbundkriechens eine zuverlässige Aussage über dessen Bedeutung für den zeitabhängigen Abbau der Biegesteifigkeit noch nicht zuläßt. Hier sind weitergehende Untersuchungen erforderlich, um zu klären, ob es sich in einer zeitabhängigen Verformungsrechnung überhaupt lohnt, den Einfluß des Verbundkriechens zu erfassen. Eine eingehende Untersuchung der Rißentwicklung bezüglich Abstand und Breite der Risse konnte in dieser Arbeit nicht durchgeführt werden, da damit deren Rahmen gesprengt worden wäre. Es wäre wünschenswert zu wissen, wie sich die Rißbreite bei kombinierter Last- und Zwangsbeanspruchung entwickelt. Die eigenen Versuchsergebnisse deuten darauf hin, daß im Laufe der Zeit der Zwang wohl abfällt, die Rißbreite jedoch zunimmt.

Unbefriedigend bleibt auch der gewählte Weg zur Beschreibung des Reißens des Betons in Abhängigkeit von der Beanspruchung. Hier ist eine Grundlagenstudie auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Basis durchzuführen, die die Streuung aller relevanter Werkstoffparameter beinhalten müßte. Auch der hier vorgeschlagene Weg zur Berechnung von Momenten-Krümmungs-Beziehungen ist für die Ingenieurpraxis noch zu kompliziert. Nach Verbesserung der Grundlagen sollten in weiterführenden Arbeiten vereinfachte $M-\mu_m$ -Beziehungen entwickelt werden. Dabei sollte auch die Bandbreite der möglichen, durch die Vielzahl der Parameter erzeugten Schwankungen angegeben werden, damit der Ingenieur obere und untere Grenzwerte von Verformungen und Schnittgrößen berechnen kann.

8. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] ACI Committee 318: Buildings Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-72). American Concrete Institute, Detroit 1972.
- [2] ACI Committee 209: Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures. ACI Special Publication No 27, 1970, pp. 1 - 42/ pp. 51 - 93.
- [3] ACI Committee 408: Opportunities in Bond Research - Reported by ACI Committee 408. ACI Journal, Proceedings Vol. 67, No 11, Nov. 1970, pp. 857 - 867.
- [4] Alda, W.: Zum Schwingkriechen von Beton. Dissertation, TU Braunschweig, 1978.
- [5] Arutyunyan, N.: Some Problems in the Theory of Creep in Concrete Structures. Pergamon Press, London, 1966.
- [6] Baumann, Th.: Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton. DAFStb. Heft 217, Berlin, 1972.
- [7] Bažant, Z.P., Osman, E., Thonguthai, W.: Practical Formulation of Shrinkage and Creep of Concrete. Matériaux et Construction Vol. 9 - No 54, 1970.
- [8] Bažant, Z.P.: Numerical Solution of Nonlinear Creep Problems with Applications to Plates. International Journal Solids and Structures 7/1971, pp. 83 - 97.
- [9] Bažant, Z.P., Wu, S.T.: Dirichlet Series Creep Function for Aging Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, 4/1973.
- [10] Bažant, Z.P.: Zuschrift zu: "On the Applicability of Modified Dischinger Equations", v. L.P. Nielsen. Cement and Concrete Research, Vol. 8/1978.
- [11] Beeby, A.W.: An Investigation of Cracking in Slabs Spanning One Way. Technical Report No TRA 433, Cement and Concrete Association, London, April 1970.
- [12] Bell, J.C.: A Complete Analysis for Reinforced Concrete Slabs and Shells. Dissertation, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1970.

- [13] Bletzacker, R.W.: The Concepts of Rheology applied to Portland-Cement Concrete.
ASTM Proc. 62, 1962, pp. 996 - 1006.
- [14] Boltzmann, L.: Zur Theorie der elastischen Nachwirkungen.
Annalen der Physik und Chemie.
Ergänzungsband 7, 1876, S. 624 ff.
- [15] Brandtzaeg, A.: Failure of Material Composed of non-isotropic Elements: An Analytical Study with Special Application to Concrete.
Det Kongelige Norske Videnskabers Selskabs Skrifter, No 2, 1927, S. 1 - 68.
- [16] Bresler, B.,
Bertero, V.: Behaviour of Reinforced Concrete under Repeated Load.
Journal of the Structural Division, June 1968, pp. 1567 - 1590.
- [17] Broms, B.B.: Technique for Investigation of Internal Cracks in Reinforced Concrete Members.
ACI Journal, January 1965, pp. 35 - 44.
- [18] Broms, B.B.: Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members.
ACI Journal Vol. 62, No 10, Oct. 1965, pp. 1237 - 1256.
- [19] Bronstein, J.N.,
Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik.
Verlag Harri Deutsch, Zürich/Frankfurt(M.), 1967.
- [20] Bruy, E.: Über den Abbau instationärer Temperaturspannungen in Betonkörpern durch Rißbildung.
Dissertation, Universität Stuttgart, 1973.
- [21] CEB Recommendations for an International Code of Practice for Reinforced Concrete.
CEB, Paris, 1964.
- [22] CEB - FIP Internationale Richtlinien zur Berechnung und Ausführung von Betonbauwerken.
2. Auflage, London, 1970.
- [23] CEB - FIP Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton.
Granada, 1977 (Model-Code).
- [24] CEB Bulletin d'Information, No. 61, 6/1967.
- [25] CEB Bulletin d'Information, No. 80, 2/1972.
- [26] CEB Bulletin d'Information, No. 94, 8/1973.
- [27] CEB Bulletin d'Information, No. 97, 11/1973.
- [28] CEB Bulletin d'Information, No. 111, 10/1975.

- [29] CEB Bulletin d'Information, No. 117-D, 12/1976.
- [30] Desayi, P.,
Krishnan, S.: Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete.
ACI Journal, Proceedings, Vol. 61 No. 3, March
1964, pp. 345 - 350.
- [31] Dilger, W.: Veränderlichkeit der Biege- und Schubfestigkeit
bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf
Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch
unbestimmter Lagerung.
DAfStb. Heft 179, Berlin, 1966.
- [32] DIN 488 Betonstahl.
Ausgabe April 1972.
- [33] DIN 1045 Beton- und Stahlbeton; Bemessung und Ausführung.
Fassung Januar 1972, Berlin, 1972.
- [34] DIN 1048 Prüfverfahren für Beton.
- [35] DIN 4227 Spannbeton - Richtlinien für Bemessung und Aus-
führung.
Fassung Dezember 1979, Berlin 1979.
- [36] Dischinger, F.: Untersuchungen über die Knicksicherheit, die el-
astische Verformung und das Kriechen des Betons
bei Bogenbrücken.
Bauingenieur Heft 33/34/35/36/39/40, 1937.
- [37] Dörr, K.,
Mehlhorn, G.,
Stauder, W.,
Uhlich, D.: Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II
bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoff-
verhaltens.
DAfStb. Heft 238, Berlin, 1974.
- [38] Dyduch, K.: Rheology of Cracks in Bent, partially prestressed
Elements.
FIP London, 1978, Technical Contribution to the
VIII. Congress, pp. 17 - 30.
- [39] Eibl, J.: Zwängung und Ribbildung von Stahlbetonstäben bei
Behinderung der Längsverformung.
Die Bautechnik 11/1969, S. 373 - 379.
- [40] Eibl, J.: Comments to a proposed σ - ϵ -Diagram for CEB Recom-
mendations.
Cranston's Proposal - Diskussionsbeitrag März
1971 (unveröffentlicht).
- [41] Eibl, J.:
Iványi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von
Stahlbeton.
DAfStb. Heft 260, Berlin, 1976.
- [42] England, G.L.,
Illston, J.M.: Methods of Computing Stress in Concrete from a
History of Measured Strain.
Civil Engineering and Public Works Review 60/1965,
pp. 513 - 517/692 - 694/846 - 847.

- [43] England, G.L.: Numerical Creep Analysis applied to Concrete Structures.
Journal ACI Vol. 64, 1967.
- [44] Falkner, H.: Zur Frage der Ribbildung durch Eigen- und Zwangspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen.
DAfStb. Heft 208, Berlin, 1969.
- [45] Farah, A.,
Huggins, M.W.: Analysis of Reinforced Concrete Columns Subjected to Longitudinal Load and Biaxial Bending.
ACI-Journal 66, 1969, pp. 569 - 575.
- [46] Ferry-Borges, J.: Cracking and Deformability of Reinforced Concrete Beams.
CEB Bulletin d'Information No. 61, 6/1967.
- [47] Franke, L.: Einfluß der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen).
DAfStb. Heft 268, Berlin, 1976.
- [48] Franklin, H.A.: Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels.
Dissertation, University of California, Berkeley, 1970.
- [49] Goto, Y.: Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars.
ACI-Journal 4/1971, pp. 244 - 251.
- [50] Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen.
Dissertation, TU München, 1968.
- [51] Grasser, E.,
Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, Ausgabe Januar 1972.
DAfStb. Heft 240, Berlin, 1976.
- [52] Haas, W.: Über ein für EDV geeignetes Verfahren zur Erfassung des Kriechens und Schwindens von Beton.
Dissertation, Universität Stuttgart, 1974.
- [53] Hansen, T.C.,
Mattock, A.H.: Influence of Size and Shape of Member on the Shrinkage and Creep of Concrete.
Proceedings of the American Concrete Institute Vol. 63, No 2, February 1966, pp. 267 - 290.
- [54] Hanson, J.A.: A 10-Year Study of Creep Properties of Concrete.
U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, July 1953.
- [55] Hartl, G.: Die Arbeitslinie "eingebetteter Stähle" bei Erst- und Kurzzeitbelastung.
Dissertation, Universität Innsbruck, 1977.

- [56] Heilmann, H.G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons.
beton 1969, Heft 2, S. 68 - 70.
- [57] Heilmann, H.G.,
Hilsdorf, H.,
Finsterwalder, K.: Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen.
DAfStb. Heft 203, Berlin, 1969.
- [58] Heilmann, H.G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons.
beton 1975, Heft 2, S. 55 - 58.
- [59] Heilmann, H.G.: Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung.
DAfStb. Heft 269, Berlin, 1976.
- [60] Hognestad, E.: Inelastic Behaviour in Tests of Excentrically Loaded Short Reinforced Concrete Columns,
ACI-Journal 49/1952, pp. 117 - 139.
- [61] Illston, J.M.: The Creep of Concrete under Uniaxial Tension.
Magazine of Concrete Research 17/1965, pp. 77 - 84.
- [62] Illston, J.M.: The Components of Strain in Concrete under Sustained Compressive Stress.
Magazine of Concrete Research 17, No 50/1965, pp. 21 - 28.
- [63] Illston, J.M.: The Delayed Elastic Deformation of Concrete as a Composite Material.
International Conference on the Structure of Concrete, London; Cement and Concrete Association 1968, pp. 24 - 36.
- [64] Ishikawa, H.: Elasto-plastic Stress Analysis of Prismatic Bars under Combined Bending and Torsion.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), 53/1973, S. 17 - 30.
- [65] Ivány, G.: Zugfestigkeit von Beton in örtlich veränderlichen Beanspruchungszuständen - Gradientenwirkung.
(bisher nicht veröffentlicht).
- [66] Kemp, E.L.,
Brezny, F.S.,
Unterspan, J.A.: Effect of Rust and Scale on the Bond Characteristics of Deformed Reinforcing Bars.
ACI-Journal Proceedings Vol. 65, No. 9/1968, pp. 743 - 756.
- [67] Koch, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen.
Dissertation, Universität Stuttgart, 1976.
- [68] Kordina, K.: Influence of Time upon Strength and Deformation of Concrete.
Final Report on RILEM-Symposium 1958, RILEM-Bulletin No 9, 1960.

- [69] Kordina, K.: Zur Frage der näherungsweise Ermittlung von Zwangsschnittgrößen.
IVBH-Symposium, Madrid, 1970.
- [70] Kordina, K.,
Rostásy, F.S.,
Svensvik, B.: Versuche zum Verformungsverhalten und zur Tragfähigkeit von Stahlbetonbalken unter Biegung und kurzzeitig einwirkendem Zwang infolge Auflager-verschiebung.
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brand-schutz, TU Braunschweig, 1979 (Teil I).
- [71] Kordina, K.,
Rostásy, F.S.,
Svensvik, B.: Versuche zum Verformungsverhalten und zur Tragfähigkeit von Stahlbetonbalken unter Biegung und langfristig einwirkendem Zwang infolge Auflager-verschiebung.
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brand-schutz, TU Braunschweig, 1979 (Teil II).
- [72] Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung.
DAfStb. Heft 229, Berlin, 1973.
- [73] Kupfer, H.,
Noakowski, P.: Entwicklung eines wirklichkeitsnahen Bemessungs-verfahrens für die horizontale Temperaturbean-spruchung von Stahlbetonschornsteinen im Hin-blick auf die zulässige Stahlspannung und auf die zulässige Rißbreite.
Institut für Massivbau, TU München, 1975.
- [74] Leonhardt, F.,
Fruehauf, H.,
Netzel, D.: Wasserturm ohne Wärmedämmung - Abminderung von Zwangkräften und Rissebeschränkung.
Beton- und Stahlbetonbau 6/1969, S. 129 - 136.
- [75] Leonhardt, F.: Crack Control in Concrete Structures.
IABSE Surveys, S. 4/77.
- [76] Leonhardt, F.: Rissebeschränkung.
Beton- und Stahlbetonbau Heft 1/1976, S. 14 - 20.
- [77] Leonhardt, F.: Das Bewehren von Stahlbetontragwerken.
Betonkalender 1979 II, Berlin, W. Ernst & Sohn.
- [78] Liebenberg, A.C.: A Stress-Strain Function for Concrete Subjected to Short-Term Loading.
Magazine of Concrete Research Vol. 14, No 41,
July 1962, pp. 85 - 99.
- [79] Locher, F.W.,
Wischers, G.: Aufbau und Eigenschaften des Zementsteins.
Zement-Taschenbuch 1976/77, Wiesbaden, 1976.
- [80] Lockett, F.J. Nonlinear Viscoelastic Solids.
Academic Press, London/New York, 1972.

- [81] Lutz, L.A.,
Sharma, N.K.,
Gergely, P.: Increase in Crack Width in Reinforced Concrete Beams under Sustained Loading. ACI-Journal September 1967, pp. 538 - 546.
- [82] Lutz, L.A.,
Gergely, P.: Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete. ACI-Journal Vol. 64, No 11, Nov. 1967, pp. 711 - 721.
- [83] Lutz, L.A.: Information on the Bond of Deformed Bars from Special Pull-out Tests. ACI-Journal Vol. 67, No 11, Nov. 1970. pp. 885 - 887.
- [84] Lutz, L.A.: Analysis of Stresses in Concrete Near a Reinforcing Bar Due to Bond and Transverse Cracking. ACI-Journal Proceedings Vol. 67, No 10, Oct. 1970, pp. 778 - 787.
- [85] Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. DAFStb. Heft 228, Berlin, 1973.
- [86] Mayer, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbeton-Bauteilen. DAFStb. Heft 194, Berlin, 1967.
- [87] McHenry, D.: A New Aspect of Creep in Concrete and its Application to Design. Proceedings ASTM 43, 1943, pp. 1069 ff.
- [88] Nawy, E.G.: Crack Control in Reinforced Concrete Structure. ACI-Journal Vol. 65, No 10, Oct. 1968, pp. 825 - 836.
- [89] Neville, A.: Creep of Concrete: Plain, Reinforced and Pre-Stressed. North-Holland-Publishing-Company, Amsterdam 1970.
- [90] Nielsen, L.F.: Einfluß des Kriechens und Schwindens auf die Moment-Krümmungs-Beziehung des Stahlbetons - insbesondere im gerissenen Zustand. Acta Polytechnica Scandinavica, Helsinki, 1973.
- [91] Nielsen, L.F.: On The Applicability of Modified Dischinger Equations. Cement and Concrete Research Vol. 7/1977.
- [92] Nilson, A.H.: Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method. ACI-Journal Vol. 65, ISO 9, Sept. 1968, pp. 757 - 766.
- [93] Noakowski, P.: Bemessung auf Biegezwang im Hinblick auf zulässige Stahlspannung und zulässige Rißbreite. Bauingenieur Heft 52/1977, S. 137 - 144.

- [94] Noakowski, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur. DAFStb. Heft 296, Berlin, 1978.
- [95] Noakowski, P.: Praxisgerechtes Verfahren für die Bemessung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung. Beton- und Stahlbetonbau Heft 4/1980, S. 77 - 82; Heft 5/1980, S. 120 - 125.
- [96] Philleo, R.E.: Discussion on Ref. 22. ASTM Proc. 62/1962, p. 1006.
- [97] Rabich, R.: Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der Ribbildung. "Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues". Franz-Festschrift, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1969.
- [98] Rao, S.R.: Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte. DAFStb. Heft 177, Berlin, 1966.
- [99] Rasch, Ch.: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. DAFStb. Heft 154, Berlin, 1962.
- [100] Reckling, K.A.: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- [101] Rehm, G.: Stress Distribution in Reinforced Bars Embedded in Concrete. RILEM-Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete Vol.II, Stockholm, Sweden, 1957.
- [102] Rehm, G.: The Fundamental Law of Bond. RILEM-Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Vol. II, Stockholm, Sweden, 1957, pp. 491 - 498.
- [103] Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. DAFStb. Heft 138, Berlin, 1961.
- [104] Rehm, G.,
Martin, H.: Zur Frage der Ribbildung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau Heft 8/1968, S. 175 - 182.
- [105] Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen. Fassung Juni 1973.

- [106] RILEM RILEM International Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete. Vol. I - IV, Stockholm, Sweden, 1957.
- [107] Roll, F.: Long Time Creep Recovery of Highly Stressed Concrete Cylinders. ACI Special-Publication No 9, 1964, pp. 94 - 113.
- [108] Ross, A.D.: Concrete Creep Data. The Structural Engineer Vol. 15, No 8/1937.
- [109] Ross, A.D.: Creep of Concrete under Variable Stress. Journal ACI Vol. 29/1958.
- [110] Rostásy, F.S.: Theoretische und experimentelle Beiträge zur Erforschung des Schwindens und der Schwindspannungen des Betons. Dissertation, TH Stuttgart, 1958.
- [111] Rostásy, F.S.: Zwang und Rissebeschränkung bei Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Habilitation, Universität Stuttgart, 1975.
- [112] Rostásy, F.S., Alda, W.: Ribreitenbeschränkung bei zentrischem Zwang von Stäben aus Stahlbeton und Stahlleichtbeton. Beton- und Stahlbetonbau Heft 6/1977, S. 149 - 156.
- [113] Rostásy, F.S., Svensvik, B.: Bericht Ausziehkörper. (bisher nicht veröffentlicht)
- [114] Ruetz, W.: Das Kriechen des Zementsteins in Beton und seine Beeinflussung durch gleichzeitiges Schwinden. DAFStb. Heft 183, Berlin, 1966.
- [115] Rüsç, H.: Zusammenhänge zwischen Ribbildung und Haftfestigkeit unter besonderer Berücksichtigung der Anwendung hoher Stahlspannungen. Vorbericht zum Kongreß der IVBH, Lissabon, 1956.
- [116] Rüsç, H.: Die wirklichkeitsnahe Bemessung für lastunabhängige Spannungen. Betontag, 1965.
- [117] Rüsç, H., Rehm, G.: Versuche zur Bestimmung der Übertragungslänge von Spannstählen. DAFStb. Heft 147, Berlin, 1963.
- [118] Rüsç, H., Rehm, G.: Versuche mit Betonformstählen Teil I, II und III. DAFStb. Heft 140/160/165, Berlin, 1963 und 1964.
- [119] Rüsç, H.: Die Grundlagen für die Berechnung der Folgen des Betonkriechens. Symposium IVBH 1970, Madrid, Band 6.

- [120] Rüsçh, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. beton 1975, Heft 2, S. 55 - 58.
- [121] Rüsçh, H.,
Jungwirth, D.: Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke. Werner-Verlag, Düsseldorf 1976, Band 2.
- [122] Säenz, L.P.: Diskussionsbeitrag P. Desayi und S. Krishnan: "Equation for the Stress-Strain-Curve of Concrete. ACI-Journal Proceedings Vol. 61, No 9/1964, pp. 1229 - 1235.
- [123] SAP IV Beschreibung und Benutzerhandbuch Mitteilung Nr. 75-14. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Oktober 1975.
- [124] Sargin, M.: Stress-Strain Relationships for Concrete and Analysis of Concrete Sections. Study No 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1971.
- [125] Sell, R.: Der E-Modul des Betons. Dissertation, TH München, 1959.
- [126] Setzer, M.J.: Einfluß des Wassergehaltes auf die Eigenschaften des erhärteten Betons. DAFStb. Heft 280, Berlin, 1977.
- [127] Shank, J.R.: The Plastic Flow of Concrete. Ohio State University Eng. Exp. Sta. Bull. No 91 (1935).
- [128] Schade, D.: Einige eindimensionale Ansätze zur Berechnung des Kriechens und der Relaxation von Betontragwerken. Beton- und Stahlbetonbau Heft 3/1972, S. 63 - 67.
- [129] Schaper, G.: Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung - Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens bei Berücksichtigung der Ribbildung. Bericht Nr. 78-29, Institut für Statik, TU Braunschweig, 1978.
- [130] Schießl. P.: Bericht über die Beschränkung der Ribbreiten bei Zwangbeanspruchung. Institut für Massivbau, TU München, 1975.
- [131] Straub, L.G.: Plastic Flow in Concrete Arches. Proceedings ASCE Vol. 95 (1931).
- [132] Sturmman, G.M.,
Shah, S.P.,
Winter, G.: Effect of Flexural Strain Gradients on Micro-cracking and Stress-Strain Behaviour of Concrete. ACI-Journal Proceedings Vol. 62, No 7/1965, pp. 805 - 822.

- [133] Tanner, J.A. An Experimental Investigation of Bond Slip in Reinforced Concrete. M.S. Thesis, Cornell University, Nov. 1971.
- [134] Tennstedt, E.: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons. Dissertation, TU Braunschweig, 1974.
- [135] Thielen, G.: Deterministische und stochastische Analyse des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Last- und Zwangbeanspruchungen. Dissertation, TU München, 1975.
- [136] Trost, H.: Spannungs-Dehnungs-Gesetz eines viskoelastischen Festkörpers wie Beton und Folgerungen für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. Beton, Herstellung und Verwendung Heft 6, 1966.
- [137] Trost, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzipes auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton. Beton- und Stahlbetonbau Heft 62/1967, S. 230 - 238/S. 261 - 269.
- [138] Trost, H., Mainz, B.: Zweckmäßige Ermittlung der Durchbiegungen von Stahlbetonträgern. Beton- und Stahlbetonbau Heft 6/1969, S. 142 - 146.
- [139] Tulin, L.G., Gerstle, K.H.: Diskussionsbeitrag - P. Desayi u. S. Krishnan: "Equation for the Stress-Strain-Curve of Concrete". ACI-Journal Proceedings Vol. 61, No 9/1964, pp. 1236 - 1238.
- [140] US Department of Commerce: Strength and Serviceability Criteria. Reinforced Concrete Bridges: Ultimate Design. US Department of Commerce, Bureau of Public Roads, August 1966.
- [141] Wagner, O.: Das Kriechen unbewehrten Betons. DAFStb. Heft 131, Berlin, 1958.
- [142] Wahla, M.I.: Direct Measurement of Bond Slip in Reinforced Concrete. Ph. D. Thesis, Cornell University, January 1970.
- [143] Walz, K., Wischers, G.: Über Aufgaben und Stand der Betontechnologie. beton 10/1976, S. 403 - 408, 11/1976, S. 442 - 444, 12/1976, S. 476 - 480.
- [144] Watstein, D., Mathey, R.G.: Width of Cracks in Concrete at the Surface of Reinforcing Steel Evaluated by Means of Tensile Bond Specimens. ACI-Journal, July 1959, pp. 47 - 56.

- [145] Waubke, N.V.: Betonfeuchtigkeit und Schwindverhalten. DAFStb. Heft 237, Berlin 1974.
- [146] Wegner, R.: Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit nichtlinearen Materialgesetzen im gerissenen Zustand. - Finite Element Methode -. Dissertation, TU Braunschweig, 1974.
- [147] Winter, G., Nilson, A.H.: Design of Concrete Structures. McGraw-Hill-Book Co. Inc. 7th Edition, New York, 1964.
- [148] Wissmann, F., Zaitsev, F.: Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung unter Dauerlast. DAFStb. Heft 232, Berlin, 1974.
- [149] Wittmann, F.H.: Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften des Betons. DAFStb. Heft 290, Berlin, 1977.
- [150] Young, L.E.: Simplifying Ultimate Flexural Theory by Maximizing the Moment of the Stress Block. ACI-Journal Proceedings Vol. 57, No 5, Nov. 1960, pp. 549 - 556.
- [151] Zimbelmann, R.: Untersuchung der Kontaktzone zwischen Zuschlag und Zementstein. 2. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben: "Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Zugfestigkeit von Beton." Universität Stuttgart, 1975.
- [152] Bemessung von Beton- und Stahlbetonteilen nach DIN 1045, Ausgabe Januar 1972 - Biegung mit Längskraft, Schub, Torsion, Nachweis der Knicksicherheit. DAFStb. Heft 220, Berlin, 1972.

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe,
Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität
Braunschweig sind bisher erschienen:

- Heft 1: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öligler Holzschutzmittel (1962)
von Rolf Deters - vergriffen -
- Heft 2: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff (1963)
von Karl Kordina - vergriffen -
- Heft 3: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen (1963)
von Josef Eibl - vergriffen -
- Heft 4: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung - Zur Frage der Temperatur-Beanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos - (1964)
von Karl Kordina und Josef Eibl
- Heft 5: Über den Schalungsdruck von Frischbeton (1964)
von Helmut Ertingshausen
- Heft 6: Transportphänomene in Betonporen (1966)
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen (1967)
von Herbert Ehm - vergriffen -
- Heft 8: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (1967)
von Joachim Steinert - vergriffen -
- Heft 9: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln (1967)
von Axel Lämmke - vergriffen -
- Heft 10: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger und gerader, flächenartiger Träger (1968)
von Kamal Fouad Rafla - vergriffen -
- Heft 11: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten - Brazier-Effekt - (1968)
von György Iványi - vergriffen -
- Heft 12: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der Klasse A 2 (1969)
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 13: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes (1969)
von Günther Fuchs - vergriffen -

- Heft 14: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff (1970)
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 15: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongüte-
würfeln und -bohrproben (1970) - vergriffen -
von Ralf Lewandowski
- Heft 16: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten
Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten (1970) - vergriffen -
von Fritz-Joachim Neubauer
- Heft 17: Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton (1970)
von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung -
Grundlagen und Bemessungsvorschläge - (1971)
von Wilfried Bödeker
- Heft 19: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften - Beispiele für ihre
Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken - (1971)
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 20: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfei-
lern mit Rollenlagern (1972)
von Kurt Liermann
- Heft 21: Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerkrahmen
aus Stahlbeton (1972)
von Béla Jankó
- Heft 22: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoff-
armer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung
praxisnaher Verhältnisse (1972)
von Ulf Nürnberger
- Heft 23: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton
bei Brandbeanspruchung (1972) - vergriffen -
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 24: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die
Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im
frischen und festen Zustand (1973)
von Hassan Taha El-Arousy
- Heft 25: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hin-
blick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (1973)
von Günter Rieche
- Heft 26: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen
unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens
des Stahlbetons (1974)
von Eckhard Tennstedt

- Heft 27: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (1973)
von Ulrich Schneider - vergriffen -
- Heft 28: Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (1974)
von Jürgen Neisecke
- Heft 29: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern (1974)
von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken (1974)
von Josef Eibl und György Iványi - vergriffen -
- Heft 31: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau (1974)
von Karl Kordina und Béla Jankó
- Heft 32: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des hohen Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten (1976)
von Olaf Hjorth
- Heft 33: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung (1976)
von Wolfram Klingsch - vergriffen -
- Heft 34: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton (1977)
von Farid Djamous - vergriffen -
- Heft 35: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall (1977)
von Ataman Haksever - vergriffen -
- Heft 36: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden (1977)
von Karl-Heinz Storkebaum
- Heft 37: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall (1977)
von Rolf Bechtold
- Heft 38: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten (1978)
von Joachim Steinert
- Heft 39: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone (1978)
von Rolf Weiß
- Heft 40: Zum Schwingkriechen von Beton (1978)
Von Willi Alda

- Heft 41: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (1979)
von Manfred Teutsch
- Heft 42: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen (1979)
von Ulrich Schneider
- Heft 43: Veröffentlichungen 1967 - 1979
- Heft 44: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde (1979)
von Karl Kordina und Helmut Fröning
- Heft 45: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung (1980)
von Volker Henke
- Heft 46: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil I) (1981)
von Ulrich Schneider und Aysen Haksever
- Heft 47: Partiiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken
- Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell - (1981)
von Robert Walter

Die Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz wird im Selbstverlag herausgegeben.