

2610-4472

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ  
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

Direktoren:

Prof. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina

Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy

**PARTIELL BRANDBEANSPRUCHE STEHLBETONDECKEN  
- BERECHNUNG DES INNEREN ZWANGES MIT EINEM SCHEIBENMODELL -**

von  
Robert Walter



HEFT 47

BRAUNSCHWEIG

1981

*See 214*

*27.11*

## VORWORT

Die Beanspruchung von Baukonstruktionen durch Brandeinwirkung ist nur ein "Lastfall" im breiten Spektrum möglicher Lastfälle oder Beanspruchungen, denen Bauteile unterworfen sind. Trotzdem wurde diesem Problemkreis in der letzten Zeit verstärkte Aufmerksamkeit geschenkt. Die Gründe hierfür sind sehr vielfältig. So erforderte beispielsweise die Verwendung veränderter Bauweisen oder Baustoffe, wie die Neu- oder Weiterentwicklung von Vorschriften (z. B. DIN 1045) verstärkte Forschungstätigkeit auch auf dem Gebiet des Brandverhaltens von Bauteilen. In besonderem Maße wurden die Bemühungen verstärkt, das Brandverhalten von Baukonstruktionen auf rechnerisch-theoretischem Wege zu beschreiben.

In diesem Zusammenhang wurde im Jahre 1972 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft der Sonderforschungsbereich 148 - Brandverhalten von Bauteilen - an der Technischen Universität Braunschweig eingerichtet. Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz in diesem Sonderforschungsbereich. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sei für die zur Verfügung gestellten finanziellen Mittel vielmals gedankt.

Die Arbeit wurde wesentlich von Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K KORDINA gefördert und unterstützt, dem ich dafür an dieser Stelle herzlich danken möchte.

Herr Prof. Dr.-Ing. H. DUDDECK hat sich in dankenswerter Weise bereit erklärt, den Mitbericht zu übernehmen. Für seine wertvollen Anregungen wie die stete Diskussionsbereitschaft bin ich zu besonderem Dank verpflichtet.

Weiterhin danke ich Frau H. Schroeder-Herrl für die Übernahme der umfangreichen Schreibarbeiten des Manuskripts und Frl. cand. ing. H. Triebold für die Mitarbeit bei der Entwicklung der Rechenprogramme wie für die sorgfältige Durchführung der Zeichenarbeiten bei der Herstellung der Bilder und Diagramme.

B r a u n s c h w e i g , März 1981

R o b e r t W a l t e r

INHALTSVERZEICHNIS		Seite
Bezeichnungen . . . . .		6
1. EINLEITUNG . . . . .		11
1.1 Problemstellung . . . . .		11
1.2 Bisherige Untersuchungen . . . . .		13
1.3 Zielsetzung . . . . .		15
1.4 Annahmen . . . . .		18
2. STOFFGESETZE . . . . .		20
2.1 Stoffgesetz für Beton . . . . .		20
2.1.1 Bruchfestigkeit bei biaxialer Beanspruchung . . . . .		20
2.1.2 Spannungs-Dehnungs-Gesetz . . . . .		26
2.1.3 Kriechen und Relaxation bei instationärer Temperaturbeanspruchung . . . . .		37
2.2 Stoffgesetz für Stahl . . . . .		48
2.2.1 Spannungs-Dehnungs-Gesetz . . . . .		48
2.2.2 Bewehrungsnetz . . . . .		52
2.3 Materialgleichungen für das Stahlbetonelement . . . . .		53
2.3.1 Ungerissenes Stahlbetonelement . . . . .		53
2.3.2 Gerissenes Stahlbetonelement . . . . .		54
2.3.2.1 Risse in einer Richtung . . . . .		54
2.3.2.2 Risse in zwei Richtungen . . . . .		56
2.3.3 Betondruckversagen . . . . .		57
2.3.4 Mitwirkung des Betons bei Zug . . . . .		58
2.3.5 Bestimmung der Ribrichtung . . . . .		62
3. TEMPERATUREINWIRKUNG! . . . . .		64
3.1 Berechnung der Temperaturfelder . . . . .		64
3.2 Thermische Dehnungen . . . . .		66
4. RECHENMODELL . . . . .		67
4.1 Analytische Lösung . . . . .		67
4.2 Diskretisierung mit Hilfe von Finiten Elementen . . . . .		70
4.2.1 Grundgleichungen . . . . .		72
4.2.2 Physikalisch nichtlineare Berechnung . . . . .		75
4.2.3 Berücksichtigung des Temperaturgradienten . . . . .		78
4.2.4 Programmstruktur . . . . .		82
4.2.5 Genauigkeit und Konvergenzverhalten . . . . .		84

	Seite
5. RECHNERISCHE UNTERSUCHUNGEN . . . . .	85
5.1 Gewähltes Berechnungsbeispiel . . . . .	85
5.2 Verformungsbehinderung durch umschließende kalte Deckenteile. . . . .	87
5.2.1 Rißbildung . . . . .	88
5.2.2 Mitwirkung des Betons bei Zug . . . . .	92
5.2.3 Bewehrungsgehalt . . . . .	95
5.2.4 Größe der umgebenden kalten Bereiche . . . . .	96
5.3 Der beflamte Deckenteil . . . . .	99
5.3.1 Thermische Dehnung des Betons . . . . .	99
5.3.2 Beton-E-Modul . . . . .	99
5.3.3 Kriechverformungen . . . . .	102
5.4 Das geschichtete Scheibenelement . . . . .	103
6. VERSUCHE . . . . .	111
6.1 Versuche von Abrams/Lin . . . . .	111
6.2 Versuche des Sonderforschungsbereichs 148 der Technischen Uni- versität Braunschweig . . . . .	123
7. KRITISCHE BEURTEILUNG DER ERGEBNISSE . . . . .	130
8. ZUSAMMENFASSUNG . . . . .	134
9. Literatur . . . . .	136
10. Anhang . . . . .	145

BEZEICHNUNGEN

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
<u>Geometrie</u>		
A	Fläche (allgemein)	[m <sup>2</sup> ]
A <sub>T</sub>	beflammte Fläche	[m <sup>2</sup> ]
A <sub>G</sub>	Gesamtfläche	[m <sup>2</sup> ]
d	Platten- bzw. Scheibendicke	[mm]
l	Länge	[m]
r	Radius	[m]
c	Federsteifigkeit	[MN/m]
<u>Thermische Größen</u>		
a	Temperaturleitfähigkeit	[m <sup>2</sup> /s]
α	Wärmeübergangszahl	[W/m <sup>2</sup> ·K]
α <sub>T</sub>	Temperaturausdehnungskoeffizient	[1/K]
λ	Wärmeleitfähigkeit	[W/m·K]
T	Temperatur	[°C]
ΔT	Temperaturdifferenz	[K]
	ΔT = T - T <sub>0</sub>	
T <sub>0</sub>	Anfangstemperatur = 20 °C	[°C]
t	Zeit	[min]
w	Aufheizgeschwindigkeit	[K/min]
<u>Material</u>		
<u>Beton</u>		
β <sub>p</sub>	Prismendruckfestigkeit	[N/mm <sup>2</sup> ]
β <sub>z</sub>	Zugfestigkeit (einachsig)	[N/mm <sup>2</sup> ]
E <sub>b</sub>	E-Modul (ungerissen)	[N/mm <sup>2</sup> ]
E <sub>b,r</sub>	fiktiver E-Modul (gerissen)	[N/mm <sup>2</sup> ]
K	Kompressionsmodul	[N/mm <sup>2</sup> ]
G	Schubmodul	[N/mm <sup>2</sup> ]
ν	Querdehnzahl	
σ <sub>u</sub>	biaxiale Bruchfestigkeit	[N/mm <sup>2</sup> ]

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
$\varphi_{tr}$	Kriechzahl für Kriechverformungen unter instationärer Temperatureinwirkung	
$[D]^b$	Biaxiale Stoffmatrix - ungerissener Zustand	$[N/mm^2]$
$[D]^{br}$	Stoffmatrix - Risse in einer Richtung	$[N/mm^2]$
$[D]^{brr}$	Stoffmatrix - Risse in zwei Richtungen	$[N/mm^2]$
$\epsilon_p$	zum Scheitelpunkt der Arbeitslinie gehörige Dehnung	
$\epsilon_u$	Bruchstauchung	

#### Stahl

$\beta_s$	Streckgrenze	$[N/mm^2]$
$E_s$	E-Modul	$[N/mm^2]$
$\mu$	Bewehrungsgehalt	
$[D]^s$	Stoffmatrix für orthogonale Bewehrungsnetze	$[N/mm^2]$

#### Verformungen und Verzerrungen

$u$	Horizontalverschiebung	$[mm]$
$v$	Vertikalverschiebung	$[mm]$
$u_{\epsilon th}$	unbehinderte Horizontalverschiebung durch Temperatureinwirkung	$[mm]$
$\epsilon$	Dehnung, allgemein	
$\epsilon_c$	Dehnung des Stahlbetonelementes	
$\epsilon_b$	Betondehnung	
$\epsilon_s$	Stahldehnung	
$\epsilon_e$	elastische Dehnung	
$\epsilon_{th}$	thermische Dehnung	
$\epsilon_{zw}$	Zwangsdehnung	
$\epsilon_{st}$	Kriechdehnung bei stationärer Temperatureinwirkung	
$\epsilon_{tr}$	Kriechdehnung bei instationärer Temperatureinwirkung	
$\epsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung im gerissenen Zustand	

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
$\epsilon_{s_{II}}$	Stahldehnung (reiner Zustand II)	
$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix}$	Verzerrungsvektor	

Schnittgrößen und Spannungen

F	Kraft (allgemein)	[MN]
$N_{zw}$	Zwangsnormalkraft	[MN]
$n_{zw}$	Zwangsnormalkraft je lfd.m	[MN/m]
$\sigma$	Spannung, allgemein	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma \cdot \delta_{ik}$	hydrostatischer Spannungsteil	[N/mm <sup>2</sup> ]
	mit $\delta_{ik} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
$\sigma'_{ik}$	deviatorischer Spannungsteil	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_v$	Vergleichsspannung nach v.Mises	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_r$	radiale Spannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_t$	tangentiale Spannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\{n\} = \begin{Bmatrix} n_{11} \\ n_{22} \\ n_{12} \end{Bmatrix}$	Normalkraftvektor	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}$	Spannungsvektor	[N/mm <sup>2</sup> ]

Koordinaten

x, Y	globale Koordinaten
$\xi, \eta$	lokale Koordinaten
r	zugeordnet der Rißrichtung
h	zugeordnet der Hauptspannungsrichtung

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
<u>Indices</u>		
b	zugeordnet zum Beton	
c	zugeordnet zum Stahlbeton	
e	elastisch	
o	Anfangswert (tangentiell)	
r	gerissen	
s	zugeordnet zum Bewehrungsstahl	
s	Sekantenwert	
T	zugeordnet der Temperatureinwirkung	

Abweichende Verwendungen der Symbole und hier nicht aufgeführte Symbole werden im Text beschrieben.





## 1. EINLEITUNG

### 1.1 Problemstellung

Für eine wirklichkeitsnahe Beurteilung der Standsicherheit eines Geschoßbaues bei Brandbeanspruchung ist es häufig nicht ausreichend, nur das Verhalten der beflamten Einzelbauteile zu analysieren. Von wesentlichem Einfluß können die zwischen den Bauteilen vorhandenen Interaktionen, insbesondere das Zusammenwirken von heißen und kalten Bauteilen, sein. Da die Untersuchung größerer Bauwerksabschnitte experimentell in der Regel nicht mehr möglich ist, müssen vornehmlich rechnerische Methoden hierfür herangezogen werden. Erste Untersuchungen in dieser Richtung wurden im Rahmen der Forschungstätigkeit des Sonderforschungsbereichs 148 "Brandverhalten von Bauteilen" der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt [25].

Brände in Hochbauten bleiben bedingt durch die vorliegende Raumaufteilung oder durch die Brandlastverteilung häufig lokal begrenzt (Bild 1.1). Daraus resultiert für die in der Regel über viele Felder durchlaufende Geschoßplatte eine partielle Brandbeanspruchung. Da der beflamte Teil von kalten Plattenbereichen umschlossen wird, kann er sich nicht frei verformen. Es entsteht in der Platte ein innerer Zwängungszustand. Zu solchen thermisch bedingten Zwängungen kann es auch bei vorhandenen Verformungsunterschieden auf Grund der Beflammung zwischen anderen Bauteilen kommen [32].

Der mögliche g ü n s t i g e Einfluß einer solchen Zwängung auf das Brandverhalten biegebeanspruchter Bauteile wurde in den 60er und 70er Jahren in zahlreichen Versuchen in den USA [ 1 , 2 , 28 , 58 , 59 ] nachgewiesen. Hierbei spielen die aufgrund der behinderten Längsdehnung entstehenden Zwangsdruckkräfte wahrscheinlich die wesentliche Rolle. Kordina [35] weist darauf hin, daß eine solche günstige Wirkung jedoch nur dann zu erwarten ist, wenn die die Verformung behindernden kalten Teile diese Zwängungskräfte aufnehmen können bzw. diese Kräfte innerhalb des beflamten Teiles keinen Druckbruch hervorrufen.

Neben der für den beflamten Plattenteil möglichen günstigen Wirkung einer Dehnbehinderung können sich, bedingt durch die auftretenden horizontalen Plattenverschiebungen, kritische Beanspruchungen für die mit der Platte

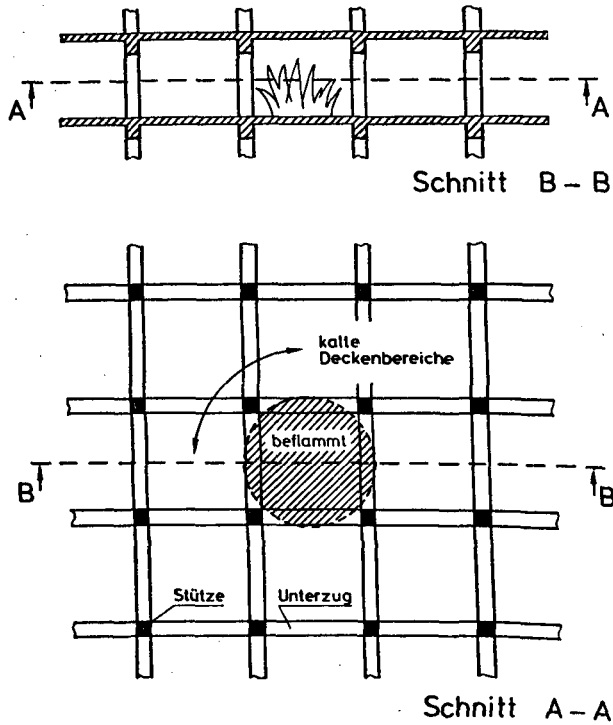


Bild 1.1: Partiiell beflamnte Geschoßdecke

gekoppelten Bauteile wie Stützen oder Unterzüge ergeben. Von Schäden solcher Art wird bei Brandfällen immer wieder berichtet [23, 36]. Hierbei können die kalten Bauteile unter Umständen mehr gefährdet sein als die beflamnte Konstruktion [33].

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung der inneren Zwängung der partiell beflamnten ebenen Stahlbetongeschoßdecke. Hierbei beschränkt sich die Analyse auf die Beschreibung der entstehenden Zwangskräfte in Verbindung mit den horizontalen Verschiebungen. Für die numerische Bearbeitung wurde ein Rechenmodell entwickelt.

## 1.2 Bisherige Untersuchungen

Mit dem Bau eines Brandversuchsstandes durch die Portland Cement Association in den USA im Jahre 1958 [58], der die Möglichkeit vorsah, die Längsdehnung brandbeanspruchter Biegebauteile zu behindern, konnte erstmalig der Einfluß eines solchen Zwanges auf das Brandverhalten dieser Bauteile experimentell untersucht werden. Hierbei stand zunächst das Verhalten des beflamten Bauteils im Mittelpunkt der Studien.

Die Frage, ob die Zwangsnittgrößen in den Bauteilen, die den Zwang verursachen, auch aufnehmbar sind, wurde zunächst in die Untersuchungen nicht mit einbezogen.

In den 60er Jahren fanden in diesem Versuchsstand zahlreiche Brandversuche an Biegebauteilen mit behinderter Längsdehnung statt [28, 59]. Dabei wurde gleichzeitig immer auch die Rotation am Bauteilende behindert. Der Endquerschnitt wurde während der gesamten Beflammung in vertikaler Lage gehalten. Der Grad der Dehnbehinderung wurde durch die Vorgabe freier Dehnungen zu Beginn der Beflammung variiert, wobei nach Erreichen dieses Dehnweges weitere Verlängerungen des Bauteils nicht zugelassen wurden. Die Untersuchungen wurden in der Mehrzahl an einachsig dehnbehinderten 2-stegigen Plattenbalken durchgeführt. Bild 1.2 zeigt in Abhängigkeit der freien Dehnwege die gemessenen maximalen Zwangskräfte [28].

Die Zwängung beeinflusste das Brandverhalten dieser Bauteile durchweg günstig. Während einer Beflammung von 4 h gemäß der Normbrandkurve [5] trat ein Versagen in der Regel nicht ein. Die rechnerische Begleitung der Versuche beschränkte sich auf die Ermittlung von empirischen Formeln, die durch Freiwerte an die Versuche angepaßt wurden [28].

In den 70er Jahren wurden die theoretischen Grundlagen vertieft. Abrams/Lin [1, 2] untersuchten die thermisch bedingten Zwängungen in Stahlbetonplatten bei lokaler Brandbeanspruchung. Neben experimentellen führten sie auch rechnerische Studien durch.

Das Rechenprogramm entwickelten sie auf der Grundlage eines Scheibenmodells unter Verwendung der Finiten-Element-Methode und bestimmten so die horizontalen Verschiebungen und die Zwangskräfte in partiell beflamten Platten.

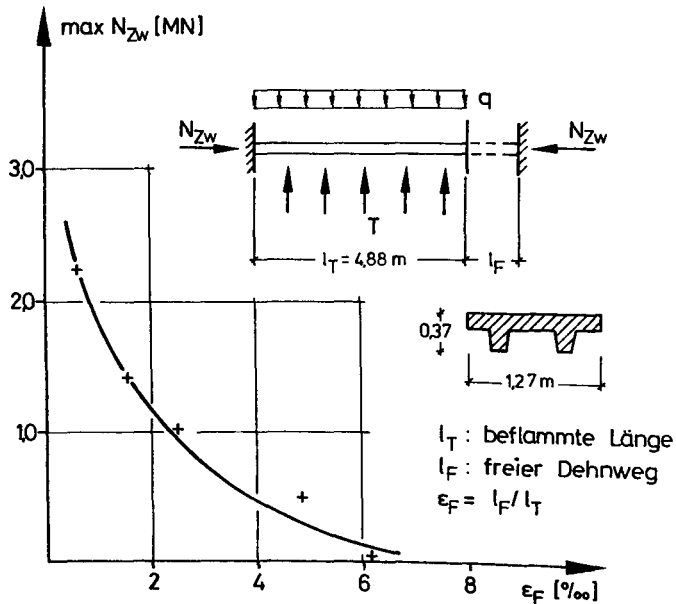


Bild 1.2: Zwangskräfte in brandbeanspruchten  $\pi$ -Platten bei teilweise behinderter Längsdehnung  
- Versuchsergebnisse aus [28] -

Sie berücksichtigten die Rißbildung im kalten Plattenbereich und formulierten für den Beton ein elasto-plastisches Werkstoffgesetz mit temperaturabhängigem E-Modul und temperaturabhängiger Druckfestigkeit. In ihrem Modell wurden vernachlässigt:

- Einflüsse aus biaxialer Beanspruchung,
- das Hochtemperaturkriechen des Betons,
- die Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Betons (es wurde ein mittlerer konstanter Wert von  $\alpha_T = 0,62 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$  gewählt),
- temperaturbedingte Spannungsänderungen über die Plattendicke im beflamten Teil,

- Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zug und
- Einflüsse aus der Plattenbiegung.

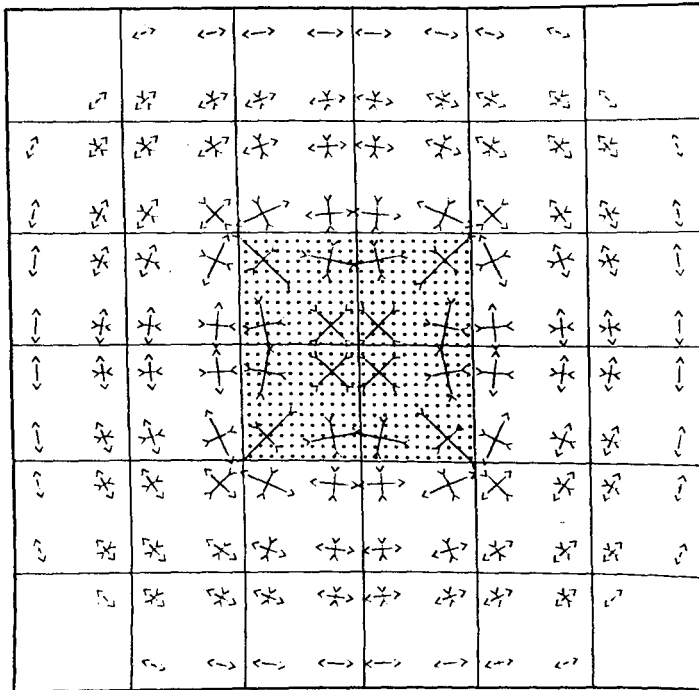
Die auf der Grundlage dieses Modells berechneten Zwangsgrößen werden von tatsächlichen Werten in der Regel deutlich abweichen. Die von Abrams/Lin im Vergleich zu Versuchen erzielte teilweise gute Übereinstimmung mit der Berechnung [ 1 ] ist nach Meinung des Verfassers mehr ein zufälliges Ergebnis und auf die gegenseitige Kompensation von Einflußgrößen zurückzuführen. So sind bei der Untersuchung der Zwängung brandbeanspruchter Bauteile sowohl die Nicht-linearität der thermischen Dehnungen als auch das Hochtemperaturkriechen des Betons sicher nicht vernachlässigbar, wenn die Berechnung wirklichkeitsnahe Ergebnisse liefern soll.

Im Rahmen der Forschungstätigkeit des Sonderforschungsbereichs 148 wurden erste rechnerische Untersuchungen über die Zwängung in lokal beflamten ebenen Stahlbeton-Flächentragwerken von Klingsch [ 31 ] durchgeführt. Für die Studien wurde ein elastisches Scheibenprogramm auf der Grundlage der Finiten-Element-Methode verwendet. Ergänzende Ergebnisse wurden von Klingsch/Walter in [ 33 ] mitgeteilt. Diesen Berechnungen lagen einachsige, temperaturabhängige Betonarbeitslinien zugrunde. Ribbildung im kalten Plattenteil wurde nicht bzw. nur mit grober Näherung berücksichtigt. Die Ergebnisse sollten einen ersten Überblick über die Zusammenhänge bezüglich der lokalen Brandbeanspruchung in Stahlbeton-Flächentragwerken geben, wobei zutreffende quantitative Aussagen mit diesen einfachen Modellen nicht möglich waren. Auch fehlte die Möglichkeit einer experimentellen Überprüfung der Rechenergebnisse. Mit Inbetriebnahme eines Versuchstandes zur Simulation der Dehnbehinderung biegebeanspruchter Bauteile bei Brandbeanspruchung durch den SFB 148 Anfang 1980 [ 37 ] konnte diese Lücke geschlossen werden.

### 1.3 Zielsetzung

Der aufgrund einer partiellen Beflammung einer Stahlbetondecke entstehende Zwangsspannungszustand ist ein Eigenspannungszustand. Bei statisch bestimmter Lagerung resultieren hieraus keine Auflagerreaktionen. Im heißen Teil entstehen Zwang-Druck-Kräfte, im kalten Teil Druck- und Zugkräfte, wobei die Zugkräfte bei zentrischer Beflammung ringförmig um den heißen Teil herumlaufen.

Bild 1.3 zeigt die Spannungsverteilung in einer zentrisch lokal erwärmten Scheibe (konstante Temperatur über die Scheibendicke vorausgesetzt); die Berechnung wurde mit Hilfe eines elastischen Scheibenprogramms auf der Grundlage der Finiten Elemente [65] durchgeführt.



$\longleftrightarrow$  Zug  
 $\rightarrow \leftarrow$  Druck  
 beflamte Fläche

**Bild 1.3:** Scheibenspannungszustand bei zentrischer lokaler Erwärmung  
Darstellung der Hauptspannungen aus der elastischen Berechnung

Neben den Zwangskräften entstehen bei einseitiger Beflammung der Deckenplatte auch Zwangsmomente, die von Momenten aus vertikalen Lasten und Zusatzmomenten durch die Zwangskräfte am verformten System überlagert werden. Die umfassende numerische Analyse des Zwängungszustands einer partiell beflamten Stahlbetonplatte erfordert ein Rechenmodell, das Scheiben- und Plattenansätze enthält. Dies führt z. B. auf geschichtete Modelle, wie sie

zu numerischen Untersuchungen von Stahlbetonplatten bei Raumtemperatur schon von mehreren Forschern verwendet wurden, u. a. [22, 40, 54]. Der schon für die Berechnungen bei Raumtemperatur erhebliche numerische Aufwand vergrößert sich bei Einführung des Parameters Temperatur im allgemeinen deutlich.

Eine umfassende numerische Lösung dieses Problems erfordert einen extrem hohen rechentechnischen Aufwand, der sich in der Größe des Rechenprogramms, dem erforderlichen hohen Speicherplatzbedarf und der benötigten Rechenzeit ausdrückt.

Ein solch hoher numerischer Aufwand erschien dem Verfasser jedoch nicht erforderlich, zumal mit der Zielsetzung im Rahmen dieser Arbeit im wesentlichen die horizontalen Deckenverschiebungen und die Zwangskräfte bei lokaler Beflammung mit Hilfe des Rechenmodells beschrieben werden sollten. Bei Vernachlässigung von Biegeeinflüssen kann die durch die Behinderung der Längsdehnung bei partieller Beflammung auftretende Zwängung in der Plattenebene näherungsweise allein durch die Lösung des Scheibenproblems beschrieben werden.

Das unter Verwendung der Scheibentheorie entwickelte Rechenmodell berücksichtigt als wesentliche Voraussetzung die Rißbildung im auf Zug beanspruchten kalten Teil und das nichtlineare Verformungsverhalten des Betons im heißen Teil, wobei Kriech- und Relaxationsvorgänge mit erfaßt werden. Das Werkstoffgesetz für Beton wird unter Berücksichtigung biaxialer Beanspruchung formuliert. Die Stoffkennwerte des Betons und des Bewehrungsstahles werden temperaturabhängig in die Berechnung eingeführt.

Neben den kalten Teilen der Geschoßdecke können auch die mit der Decke gekoppelten Bauteile wie Stützen oder Unterzüge zur Dehnbehinderung des beflamnten Teils beitragen. Voruntersuchungen haben jedoch gezeigt, daß der Einfluß dieser Bauteile im Hinblick auf die Dehnbehinderung in der Regel klein gegenüber der Wirkung durch die kalten Teile der Geschoßdecke ist. Bei den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wird nur die Geschoßdecke selbst betrachtet.

Der Einfluß von Biegeverformungen auf den Zwängungszustand kann durch den Vergleich von Rechen- mit Versuchswerten abgeschätzt werden (vgl. Abschnitt 6). Im Hinblick auf die Genauigkeit des Rechenmodells erscheinen dem Verfasser erhöhte Anforderungen wenig sinnvoll. So liegen schon die Abweichungen der



Rechen- von den Versuchswerten bei der kalten Untersuchung gerissener Stahlbetontragwerke häufig bei 10 % [20]. Da in Abhängigkeit vom Parameter Temperatur weitere Unsicherheiten insbesondere im Hinblick auf die Anwendbarkeit des Rechenmodells oder der gewählten Stoffgesetze hinzukommen, wird sich der mögliche Streubereich bei der rechnerischen Untersuchung heißer, gerissener Stahlbetonbauteile noch erhöhen.

#### 1.4 Annahmen

Die dem Rechenmodell zugrunde liegenden Annahmen und Voraussetzungen sind im einzelnen in den jeweiligen Abschnitten dargestellt. Vorweg sind nachfolgend die wesentlichen Annahmen zusammengestellt.

##### a) Grundannahmen des Rechenmodells

- aa) Dem Modell liegt die Scheibentheorie für den ebenen Spannungszustand zugrunde. Es wird die statisch bestimmt gelagerte Scheibe unter zentrischer partieller Brandeinwirkung untersucht. Der Brandbeanspruchung liegt die Normbrandkurve der DIN 4102 [9] zugrunde.
- ab) Veränderliche Temperaturen über die Dicke werden näherungsweise über mittlere, konstante Temperaturrechenwerte oder über einzelne Schichten im Element mit je Schicht konstanter Temperatur erfaßt (vgl. Abschnitt 4.2.3). Spannungen und Dehnungen im geschichteten Element sowie die Elementdehnsteifigkeit und die in Abhängigkeit der Temperatureinwirkung äquivalenten Kräfte werden am unverkrümmten Element bestimmt. Einflüsse aus Biegeverformungen bleiben unberücksichtigt. Die Scheibenlösung liefert die Verschiebungen der Mittelfläche sowie die zugehörigen Zwangskräfte.
- ac) Für die numerische Berechnung wird eine Diskretisierung auf der Grundlage der Finiten Elemente gewählt. Es wird ein Weggrößenmodell verwendet.

##### b) Nichtlineare Rechnung

- ba) Physikalische Nichtlinearitäten und Rißbildung werden durch schrittweise, iterative Berechnung erfaßt.
- bb) Zur Linearisierung des nichtlinearen Verformungsverhaltens von Beton und Stahl wird die Sekantenmodul-Methode verwendet.

c) Stoffgesetze

- ca) Die verwendeten Stoffgesetze haben Gültigkeit im kalten wie im beflam-  
ten Bereich.
- cb) Alle für Beton und Stahl verwendeten Materialkennwerte werden tempera-  
turabhängig definiert (u. a. E-Modul, Druck- und Zugfestigkeit, Streck-  
grenze).
- cc) Die Beton-Bruchfestigkeiten werden über eine biaxiale Bruchkurve ermit-  
telt.
- cd) Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons im ungeris-  
senen Zustand wird eine biaxiale, isotrope Formulierung gewählt. Mit Hil-  
fe einer Vergleichsspannung, die der v. Mises'schen Formulierung für Bruch-  
oder Fließzustände entspricht, wird der biaxiale Spannungszustand berück-  
sichtigt. Im gerissenen Zustand wird das isotrope durch ein anisotropes,  
in Richtung der Risse orientiertes Gesetz ersetzt.
- ce) Kriechverformungen des Betons bei instationärer Temperaturbeanspruchung  
werden über Kriechzahlen im Stoffgesetz berücksichtigt. Die Kriechzah-  
len werden zeitunabhängig definiert, so daß eine je Zeitschritt quasi  
stationäre Tragwerksanalyse erfolgen kann.
- cf) Im ungerissenen Zustand wird idealer Verbund zwischen Beton und Stahl  
sowohl bei Raumtemperatur als auch bei hohen Temperaturen angenommen.  
Diese Voraussetzung wird auch im gerissenen Zustand beibehalten, wobei  
im gerissenen Element eine mittlere Dehnung definiert wird.
- cg) Die thermischen Dehnungen von Beton und Stahl werden temperaturabhängig  
mit Hilfe nichtlinearer Funktionen beschrieben.

Für die Formulierung der Stoffgesetze werden Ergebnisse experimenteller Materi-  
aluntersuchungen verwendet. Zur Beschreibung des Hochtemperaturverhaltens des  
Betons stehen zur Zeit lediglich Versuche mit einachsiger Beanspruchung zur  
Verfügung. Die Übertragung auf den Bereich der biaxialen Beanspruchung wird  
in Anlehnung an Erkenntnisse bei Raumtemperatur vorgenommen.

## 2. S T O F F G E S E T Z E

### 2.1. Stoffgesetz für Beton

Beton ist ein heterogener Zweiphasenstoff, der aus Zementstein und Zuschlagkörnern gebildet wird. Das Bindemittel Zement wird durch Wasserzugabe aktiviert. Herstellungsbedingt stellt Beton einen porösen Baustoff dar. Die Poren sind mit Luft und freiem oder chemisch-physikalisch gebundenem Wasser gefüllt.

Auf Grund seiner heterogenen Struktur ist eine zutreffende Beschreibung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Beton mit Hilfe von einfachen Modellen nur näherungsweise möglich. Als elastischer Werkstoff läßt sich Beton in guter Näherung nur bei geringer Beanspruchung beschreiben. Mit zunehmender Druckbeanspruchung vergrößern sich die plastischen Verformungsanteile deutlich. Dabei nimmt die Nichtlinearität mit steigender Temperatur zu.

Des weiteren hängt das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton von der Art des mehrachsigen Beanspruchungszustandes ab. Für die numerische Untersuchung dünner Flächentragwerke ist es im allgemeinen in guter Näherung ausreichend, ein biaxiales Werkstoffgesetz zu formulieren.

#### 2.1.1. Bruchfestigkeit bei biaxialer Beanspruchung

Die numerische Analyse des Bruchverhaltens von Stahlbetonflächentragwerken erfordert die Berücksichtigung des biaxialen Beanspruchungszustandes sowohl für das Festigkeits- als auch für das Verformungsverhalten des Betons. Entsprechende Versuche bei Raumtemperatur wurden vermehrt in den vergangenen 20 bis 30 Jahren durchgeführt. Dabei stand die zweiachsige Druckbeanspruchung im Vordergrund der Untersuchungen.

Die besondere Problematik bei der Durchführung solcher Versuche liegt in der einwandfreien Verwirklichung eines nur zweiachsigen Spannungszustandes. Die ersten Versuche wurden an Würfeln mit Kantenlängen von  $d = 7$  cm bis  $d = 20$  cm durchgeführt [18, 67]. Dabei wurde versucht, den Einfluß der Querdehnungsbehinderung durch die Lasteintragungslatten mit Hilfe von Schmiermitteln bzw. Gummieinlagen zu eliminieren.

Einen anderen Weg beschritten in den 60er Jahren Becker/Weigler [7], indem sie scheibenförmige Prüfkörper wählten (10/10/2,5 cm).

Zusätzliche Maßnahmen zur Verringerung der Querdehnungsbehinderung wurden auf Grund der geringen Scheibendicke nicht getroffen. Scheibenförmige Prüfkörper wurden auch verwendet von Kupfer (20/20/5 cm) [38], Nelissen (18/18/13 cm) [45] und Liu (12,7/12,7/1,27 cm) [42], wobei die Lasteinleitung durch Belastungsbürsten erfolgte. In diesen Versuchen scheint der zweiachsige Spannungszustand offenbar am besten angenähert worden zu sein. Die Bruchhüllkurven sind in Bild 2.1 dargestellt.

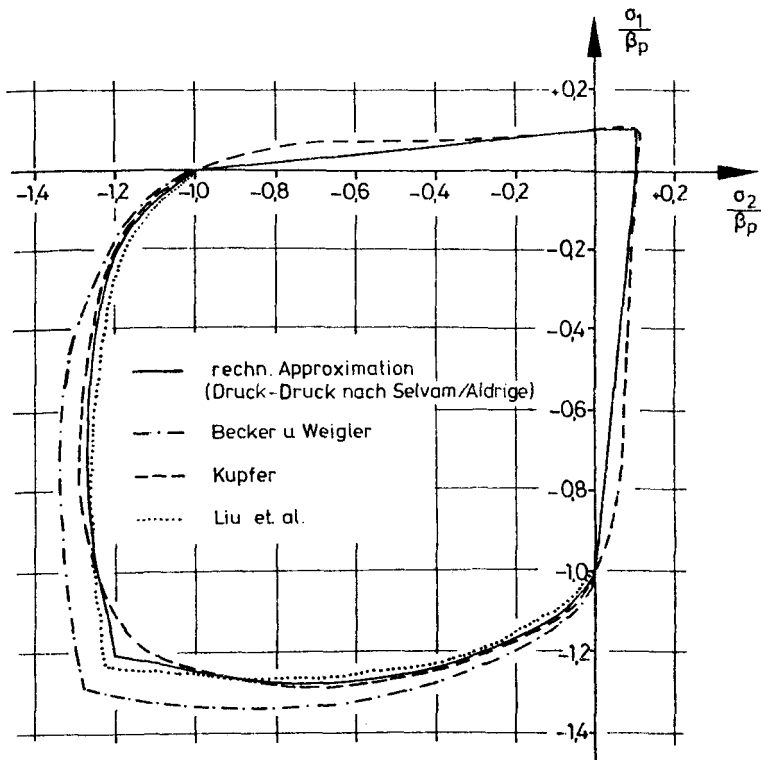


Bild 2.1: Biaxiale Bruchkurven für Beton bei Raumtemperatur

Kupfer [38] und Nelissen [45] haben neben dem Druck-Druck- auch den Druck-Zug- und den Zug-Zug-Bereich untersucht. Dabei sind die unter Zugbeanspruchung ermittelten Ergebnisse naturgemäß einer größeren Streuung unterworfen.

Für die mathematische Formulierung der zweiachsigen Bruchfestigkeit wurden vielfältige Vorschläge gemacht. Hierbei bilden geschlossene Darstellungen für den gesamten Beanspruchungsbereich ([15], [20]) die Ausnahme. Einfacher für Anwendungen in Tragwerksberechnungen sind bereichsweise gültige Formeln. Einen Überblick über die verwendeten Gleichungen geben [14].

Zur Beschreibung des Druck-Druck-Bereiches wird die Formulierung von Selvam/Aldrige [60] benutzt. Der Druck-Zug-Bereich wird linear, der Zug-Zug-Bereich konstant angenähert (vgl. Bild 2.1).

#### Druck-Druck-Bereich

$$\frac{\sigma_{u_i}}{\beta_p} = \left( 1 + 0,2 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \right) \cdot e^c \quad (2.1)$$

$$c = 0,3 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)$$

$\sigma_{u_i}$  : Bruchspannung in Richtung i

$\beta_p$  : einachsige Prismendruckfestigkeit

#### Druck-Zug-Bereich

$$\frac{\sigma_1}{\beta_z} = 1,0 + \frac{\sigma_2}{\beta_p} \quad (2.2)$$

$\sigma_1 > 0$  Zug

$\sigma_2 < 0$  Druck

$\beta_z$  : einachsige Zugfestigkeit

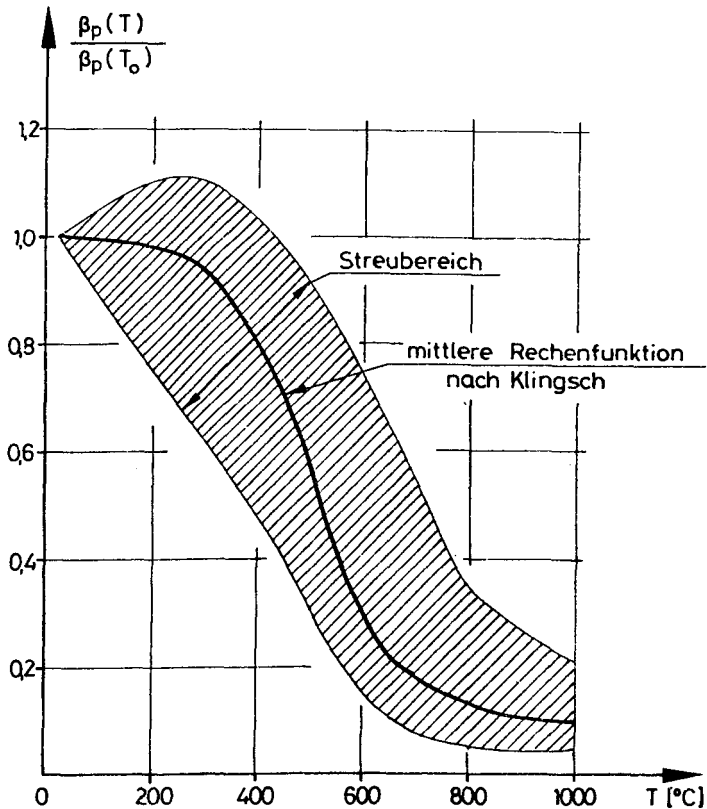
#### Zug-Zug-Bereich

$$\sigma_1 = \beta_z \quad (2.3)$$

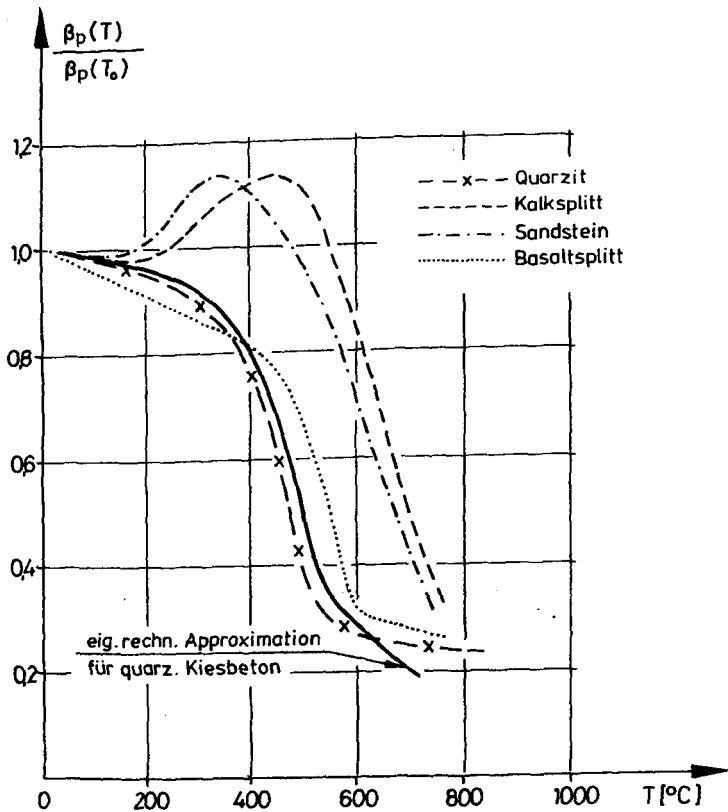
Die in Gl. (2.1), (2.2) und (2.3) angegebenen Formeln zur Beschreibung der biaxialen Bruchkurve von Beton haben Gültigkeit nur bei Raumtemperatur. Ergebnisse aus Versuchen bei erhöhten Temperaturen und mehrachsiger Beanspruchung liegen bis zum jetzigen Zeitpunkt keine vor.

Versuche zur Klärung der Hochtemperaturfestigkeit von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung wurden dagegen in den letzten 20 Jahren vermehrt durchgeführt, u. a. [17, 27, 55].

Eine Auswertung der in der Literatur mitgeteilten Ergebnisse zeigt Klingsch [30]. Sehr deutlich wird hier die große Streuung der dargestellten Versuchswerte (Bild 2.2). Ein wesentlicher Parameter ist dabei u. a. die Zuschlagart des Betons. Entsprechende Versuche wurden von Schneider [11] durchgeführt (vgl. Bild 2.3).



**Bild 2.2:** Einachsige Druckfestigkeit von Beton bei hohen Temperaturen - Literatúrauswertung nach Klingsch [30]



**Bild 2.3:** Einaxiale Druckfestigkeit von Beton bei hohen Temperaturen - Versuche Schneider [11]

Bei Sandstein- und Kalksteinzuschlag fällt der Festigkeitszuwachs zwischen 200 °C und 500 °C auf, der nach Schneider et. al. [74] vermutlich auf Verbesserungen der Festigkeit in der Kontaktzone Zuschlag-Zementstein infolge Portlanditbildung zurückgeführt werden kann.

Über die Veränderung der einachsigen Zugfestigkeit mit steigender Temperatur liegen nur wenige Versuche vor [62, 63, 72]. Anderberg/Thelandersson [3] schlagen die in Bild 2.4 dargestellte Rechenfunktion vor. Auf Grund der insbesondere bei Zugversuchen zu erwartenden großen Versuchsstreuung wird vom Verfasser ein vereinfachter bilinearer Rechenwertverlauf gewählt (Bild 2.4).

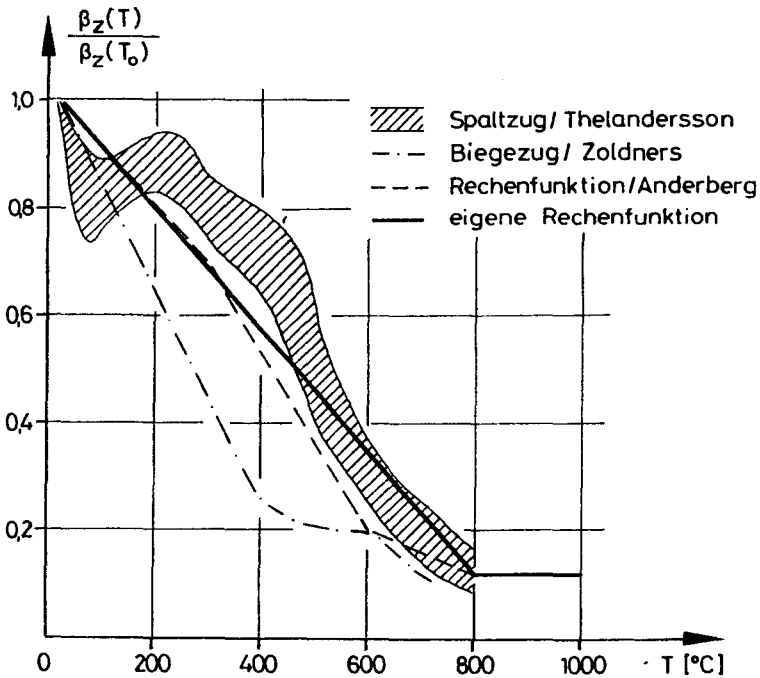


Bild 2.4: Einachsige Betonzugfestigkeit bei hohen Temperaturen

Analog der Veränderung der einaxialen Festigkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur werden sich auch für die biaxialen Bruchfestigkeiten zumindest qualitativ entsprechende Temperaturabhängigkeiten ergeben. Werden in die Gl. (2.1), (2.2), (2.3) zur Beschreibung der biaxialen Bruchhüllkurve bei Raumtemperatur die einaxiale Prismendruckfestigkeit  $\beta_p$  und die einaxiale Zugfestigkeit  $\beta_z$  als Funktionen der Temperatur eingeführt, so ergeben sich die in Bild 2.5 dargestellten temperaturabhängigen Bruchkurven. Für  $\beta_p(T)$  und  $\beta_z(T)$  wurden die in den Bildern 2.3 (quarzitischer Kiesbeton) und 2.4 dargestellten Rechenfunktionen zu Grunde gelegt.

Inwieweit diese Übertragung der biaxialen Bruchhüllkurve bei Raumtemperatur auf den Hochtemperaturbereich als Näherung brauchbar ist, muß durch Versuche letztlich noch geklärt werden.



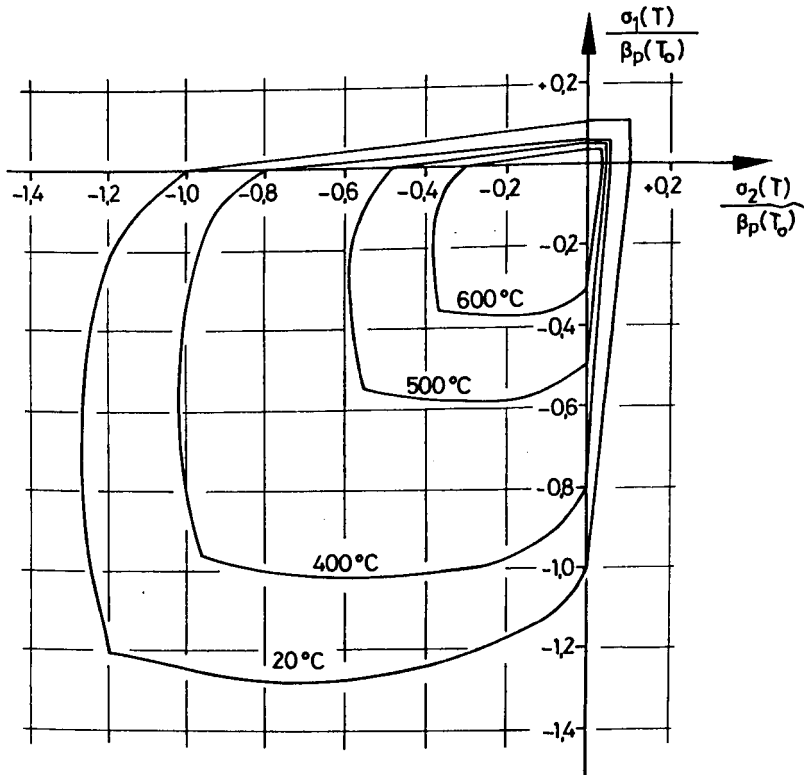


Bild 2.5: Biaxiale Bruchkurven bei hohen Temperaturen (Rechenwerte) - Normalbeton mit quarzitischen Zuschlägen

Die Arbeitshypothese besagt, daß auch unter erhöhten Temperaturen sich bei biaxialer Druckbeanspruchung eine Festigkeitserhöhung bis zu 25 % gegenüber der einachsigen Prismendruckfestigkeit einstellen wird.

### 2.1.2. Spannungs-Dehnungs-Gesetz

Das Gesetz zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons soll sowohl im beflamten als auch im nicht beflamten Teil des Tragwerkes anwendbar sein. Es muß daher neben dem zweiachsigen Beanspruchungszustand auch den Parameter Temperatur berücksichtigen. Entsprechende Versuchsergebnisse bei hohen Temperaturen liegen bisher nur bei einaxialer Beanspruchung vor [11, 17, 27, 56].

Das Verformungsverhalten von Beton unter zweiachsiger Beanspruchung bei Normaltemperatur wurde in den letzten Jahren in verstärktem Maße untersucht [38, 42].

Für die mathematische Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wurden unterschiedliche Vorschläge gemacht. Neben einigen physikalisch orientierten Werkstoffgesetzen, u. a. [8, 49], überwiegen Beschreibungen des Betons als linear oder nichtlinear elastisches bzw. plastisches Material [38, 40]. Für die rechnerische Untersuchung von Tragwerken ist in der Regel die Verwendung von numerisch einfach zu handhabenden Gesetzen, die jedoch in der Lage sein müssen, die entscheidenden Einflußgrößen beschreiben zu können, den sehr differenzierten Gesetzen, die eine möglichst exakte Beschreibung des Materialverhaltens anstreben, der Vorzug zu geben. Angesichts der Streuung der Ergebnisse aus Beton-Versuchsserien hat diese Vorgehensweise sicherlich ihre Berechtigung.

In der vorliegenden Arbeit wird für den ungerissenen Beton eine isotrop-hyperelastische Formulierung zur Beschreibung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens verwendet. Der Gesamtspannungs- bzw. Gesamtdehnungszustand wird dabei in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil aufgeteilt [12].

$$\epsilon_{ik} = \frac{1}{3K(f_1)} \cdot \sigma \cdot \delta_{ik} + \frac{1}{2G(f_2)} \cdot \sigma'_{ik} \quad (2.4)$$

Das nichtlineare und im Brandfall auch temperaturabhängige Materialverhalten des Betons kann durch beanspruchungs- und temperaturabhängige Funktionen für den Kompressionsmodul  $K$  und den Schubmodul  $G$  beschrieben werden. Entsprechende Funktionen hat z. B. Kupfer [38] zur rechnerischen Darstellung der von ihm in Versuchen ermittelten Spannungs-Dehnungsbeziehungen bei Normaltemperatur angegeben. Einen Sonderfall stellt die Einführung eines beanspruchungsunabhängigen Kompressionsmodul dar.

Grünberg [22] und Zienkiewicz et al. [70] führen Tragwerksberechnungen mit konstantem Kompressionsmodul durch. Die Rechenergebnisse von Zienkiewicz zeigen gute Übereinstimmung mit den im Versuch gemessenen Verformungen. Die Annahme eines beanspruchungsunabhängigen Kompressionsmoduls läßt sich bis zu einem gewissen Grade durch die Tatsache rechtfertigen, daß der deviatorische Dehnungsanteil ein sehr viel ausgeprägteres nichtlineares Verhalten zeigt als der hydrostatische Dehnungsanteil.

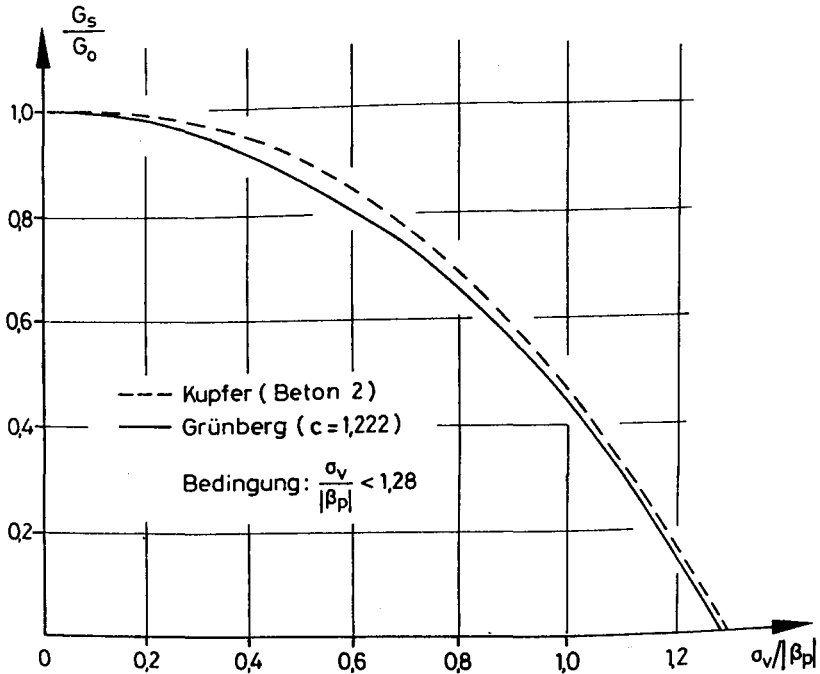


Bild 2.6: Formulierung des Sekantenschubmoduls von Beton bei Normaltemperatur nach Grünberg [22] und Kupfer [38]

Auch in der vorliegenden Arbeit wird der Kompressionsmodul als beanspruchungsunabhängig angenommen. Für den Schubmodul wird die Sekantenformulierung nach Grünberg [22] verwendet (vgl. Bild 2.6):

$$\frac{G_s}{G_0} = \frac{|\beta_p|}{c \cdot \sigma_v} \cdot \tan \left( \frac{c \cdot \sigma_v}{|\beta_p|} \right) \quad (2.5)$$

Hierbei steuert der Faktor  $c$  die zur Maximalspannung  $\beta_p$  gehörige Dehnung  $\epsilon_p$ . Für die einachsige Druckbeanspruchung ist der Einfluß von  $c$  auf die Spannungsdehnungslinie in Bild 2.7 dargestellt.

$\beta_p$  ist die einachsige Prismendruckfestigkeit und  $\sigma_v$  die Vergleichsspannung für den ebenen Spannungszustand mit:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (2.6)$$

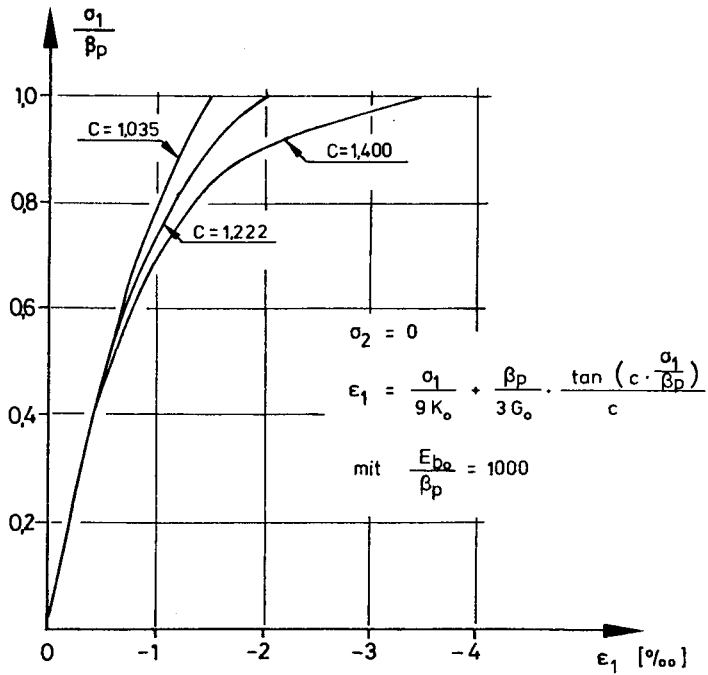


Bild 2.7:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung für Beton bei Normaltemperatur nach Grünberg [22]

Des weiteren gelten folgende aus der Elastizitätstheorie bekannte Beziehungen:

- für die elastischen Anfangswerte für Kompressions- und Schubmodul

$$K_o = \frac{E_{b0}}{3 \cdot (1 - 2\nu)} \quad (2.7)$$

$$G_o = \frac{E_{b0}}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.8)$$

- für die Oktaeder-Normalspannung und die Oktaeder-Schubspannung nebst den zugehörigen Oktaederdehnungen

$$\sigma_o = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \quad \sigma_3 \equiv 0 \quad (2.9)$$

$$\epsilon_o = \frac{\sigma_o}{3 K} \quad (2.10)$$

$$\tau_o = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sigma_v \quad (2.11)$$

$$\gamma_o = \frac{\tau_o}{2G} \quad (2.12)$$

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für ein ungerissenes Betonelement wird als finites Materialgesetz mit Hilfe der Sekantenmatrix  $[D]_x^b$  formuliert.

$$\{ \sigma \}_x = [D]_x^b \cdot \{ \epsilon \}_x \quad (2.13)$$

$$[D]_x^b = \frac{G_s}{3K_o + 4G_s} \cdot \begin{bmatrix} 4(3K_o + G_s) & 6K_o - 4G_s & 0 \\ 6K_o - 4G_s & 4(3K_o + G_s) & 0 \\ 0 & 0 & 3K_o + 4G_s \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Dieses Gesetz hat Gültigkeit innerhalb der nach Gl. (2.1), (2.2), (2.3) definierten Bruchhüllkurve, auch für den Zug-Druck- und den Zug-Zug-Bereich. Im Zugbereich ergibt dieses Gesetz eine näherungsweise lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

Im Falle des einachsigen Spannungszustandes reduziert sich die Matrixgleichung auf [22]:

$$\sigma_{11} = E_{b_s} \cdot \epsilon_{11} \quad (2.15)$$

mit 
$$E_{b_s} = \frac{9K_o \cdot G_s}{3K_o + 4G_s} \quad (2.16)$$

Die Übertragung der nach Gl. (2.13) und (2.15) definierten Spannungs-Dehnungsbeziehung auf den Hochtemperaturbereich kann zur Zeit nur in Anlehnung an vorhandene Versuche bei einachsiger Beanspruchung erfolgen.

Durch Einführung von temperaturabhängigen Funktionen für den E-Modul  $E_{b_o}$  (vgl. Bild 2.8) und die Druckfestigkeit  $\beta_p$  (vgl. Bild 2.3) in das Materialgesetz nach Gl. (2.13) bzw. Gl. (2.15) lassen sich Arbeitslinien berechnen,

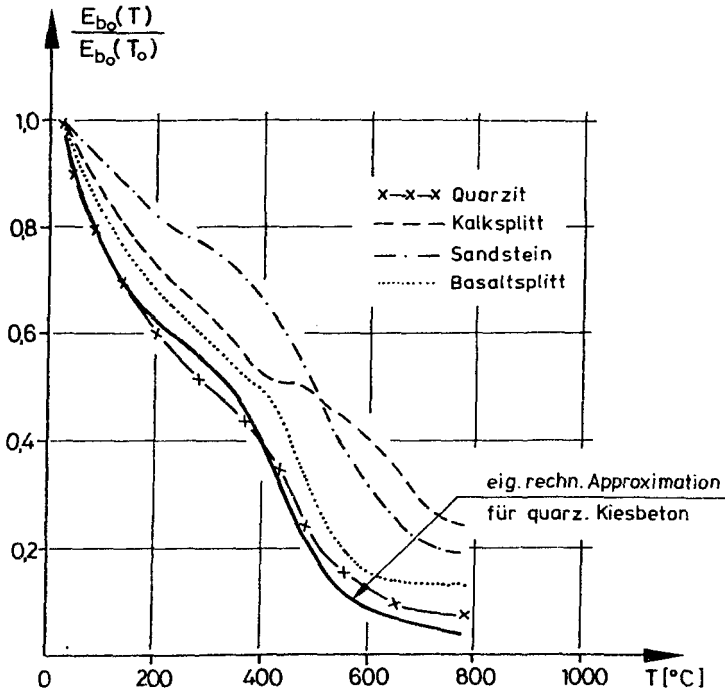
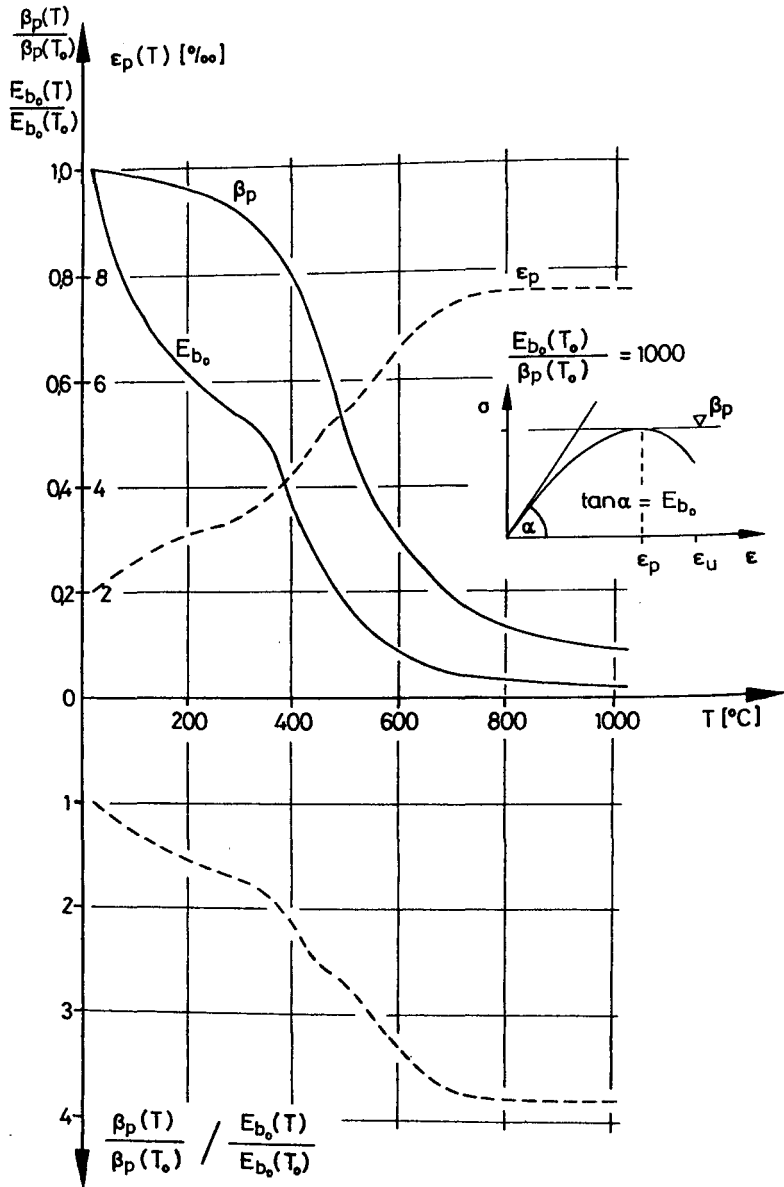


Bild 2.8: Beton-E-Modul bei hohen Temperaturen nach Versuchen von Schneider [11]

die gute Übereinstimmung mit experimentell ermittelten Kurven zeigen (Bild 2.10). Der Faktor  $c$  in Gl. (2.5) wie auch die Querdehnzahl (siehe S. 24) bleiben temperaturunabhängig. Die Berechnung beschränkt sich auf den ansteigenden Ast der Arbeitslinie.

Zu bemerken ist, daß die Temperaturfunktionen für den Anfangs-E-Modul  $E_{b_0}$  und die Druckfestigkeit  $\beta_p$  nicht unabhängig voneinander wählbar sind, wenn an die Grenzstauchung  $\epsilon_p$  Voraussetzungen, wie z. B. eine monotone Zunahme mit steigender Temperatur, geknüpft sind. In dem gewählten Rechenmodell ist  $\epsilon_p$  direkt abhängig vom Verhältnis Druckfestigkeit/E-Modul (Bild 2.9).

$$\epsilon_p(T) = \epsilon_p(T_0) \cdot \frac{\beta_p(T)/\beta_p(T_0)}{E_{b_0}(T)/E_{b_0}(T_0)} \quad (2.17)$$



**Bild 2.9:** Abhängigkeit der Stauchung  $\epsilon_p$  vom E-Modul  $E_{b_0}$  und der Druckfestigkeit  $\beta_p$  bei einachsiger Beanspruchung unter Verwendung des Stoffgesetzes nach Gl. (2.15) und Gl. (2.16)

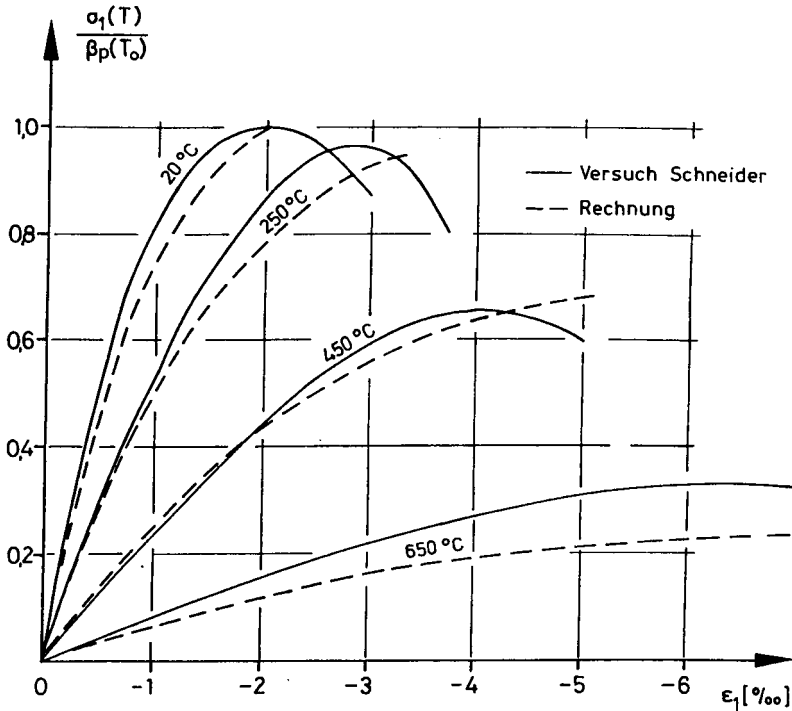


Bild 2.10: Spannungs-Dehnungs-Linien für Beton bei einachsiger Beanspruchung nach Versuchen von Schneider [56]

Das für die einachsige Beanspruchung gezeigte Vorgehen zur Berücksichtigung des Parameters Temperatur wird auch auf den biaxialen Beanspruchungszustand angewandt. Es bestehen damit für die zentralen Größen Kompressionsmodul  $K_0$  und Schubmodul  $G_s$  folgende funktionelle Abhängigkeiten:

$$K_0 = f(E_{b_0}, v) \quad (2.18)$$

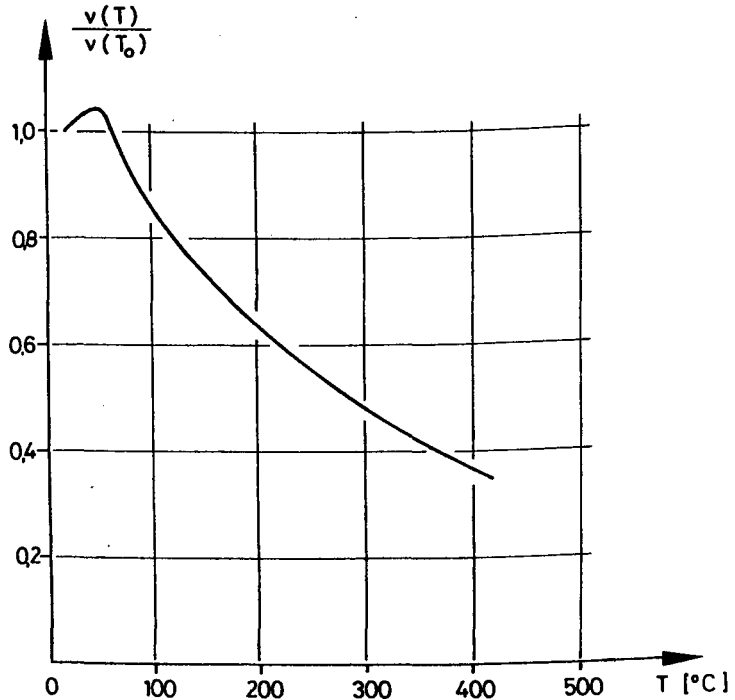
$$G_s = f(E_{b_0}, v, \beta_p, \sigma_v, c) \quad (2.19)$$

Hierbei werden aus einachsigen Versuchen Temperaturfunktionen hergeleitet für:

- Anfangs-E-Modul  $E_{b_0}$
- Druckfestigkeit  $\beta_p$



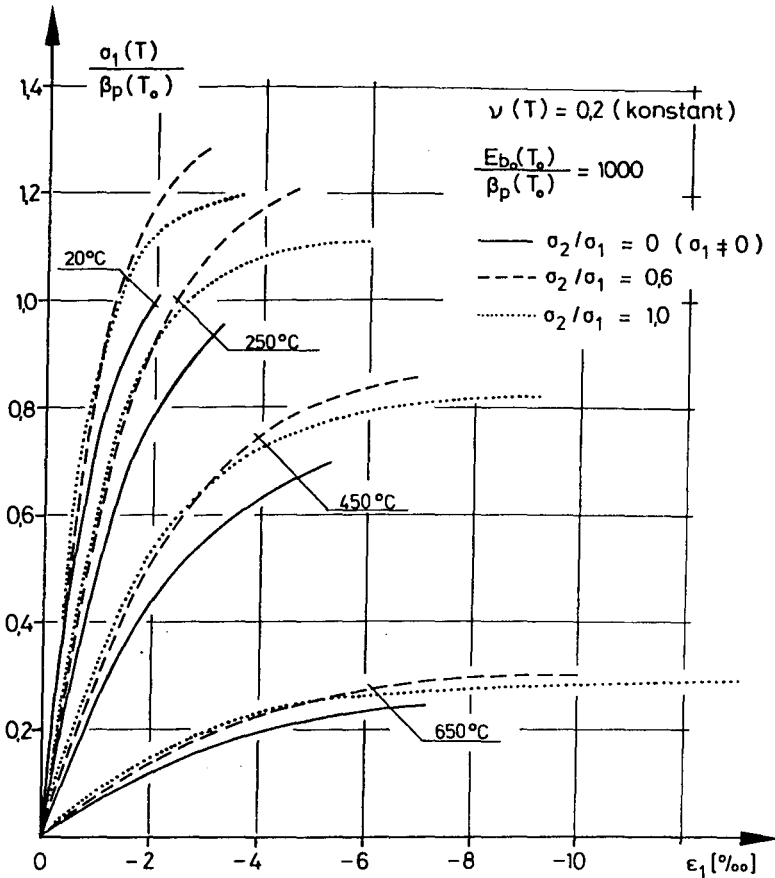
Über die Temperaturabhängigkeit der Querdehnzahl  $\nu$  wurde bisher nur von Marechal [43] berichtet. Die von ihm dargestellten Versuchsergebnisse bei stationärer Temperaturbeanspruchung zeigen eine abnehmende Querdehnzahl mit steigender Temperatur (Bild 2.11). Gesicherte Erkenntnisse liegen jedoch zur Zeit nicht vor.



**Bild 2.11:** Temperaturabhängigkeit der Querdehnzahl nach Versuchen von Marechal [43]

Vergleichsrechnungen mit Werten für  $\nu$  von 0 bis 0,2 ergaben einen nur geringen Einfluß auf die Spannungs-Dehnungs-Linien, zumal im verwendeten Stoffgesetz nur der elastische Dehnungsanteil durch die Querdehnzahl beeinflusst wird und dieser Anteil mit steigender Temperatur immer mehr hinter dem nichtlinearen Dehnungsanteil zurücktritt.

In Bild 2.12 sind unter Benutzung des hier vorgeschlagenen Modells Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für biaxiale Druckbeanspruchung bei erhöhten Temperaturen dargestellt.



**Bild 2.12:** Berechnete Spannungs-Dehnungs-Linien für Beton bei biaxialem Druck und hohen Temperaturen

Inwieweit das hier vorgeschlagene Modell zutreffende quantitative Aussagen macht, muß letztendlich durch entsprechende Versuche noch geklärt werden.

Anstelle der isotropen Formulierung des Werkstoffgesetzes für Beton wird von einigen Forschern, u. a. Link [41] und Liu [42], ein anisotropes Gesetz gewählt.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{E_i} \cdot \left[ (1 + \nu_i) \cdot \sigma_{ij} - \nu_i \cdot \delta_{ij} \cdot \sigma_{kk} \right] \quad (2.20)$$

$$\text{mit } \nu_i = \nu_j \cdot \frac{E_i}{E_j} \quad [41]$$

E-Moduln und Querdehnzahlen werden orthogonal in Abhängigkeit von der Beanspruchung definiert. Link [41] hat in Anlehnung an die Versuche von Kupfer entsprechende Funktionen entwickelt. Eingangparameter für die Approximationsfunktionen sind  $E_{b_0}$ ,  $\nu$  und  $\beta_p$ . Durch Einführung von Temperaturfunktionen für diese in einachsigen Druckversuchen bestimmten Parameter läßt sich auch hier in analoger Weise wie für die isotrope Materialbeschreibung der Temperatureinfluß auf das biaxiale Verformungsverhalten berücksichtigen. In Bild 2.13 sind die Spannungs-Dehnungs-Linien unter Benutzung der isotropen (nach Grünberg [22]) wie der anisotropen Formulierung (nach Link [41]) dargestellt.

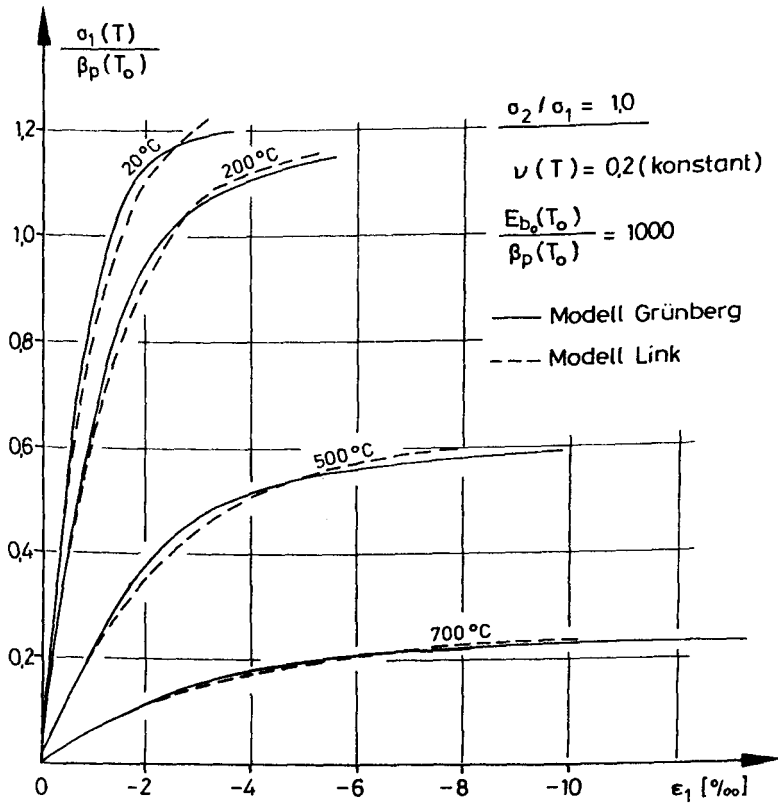


Bild 2.13: Berechnete Spannungs-Dehnungslinien bei biaxialem Druck und hohen Temperaturen - Vergleich Grünberg [22] - Link [41]

Die Arbeitslinien zeigen praktisch keine Unterschiede. Für die weitere Rechnung wird der isotrope Ansatz verwendet, da er numerisch wesentlich einfacher zu handhaben ist. Außerdem können im isotropen Materialgesetz Kriechverformungen ohne besondere Schwierigkeiten berücksichtigt werden (Abschnitt 2.1.3).

### 2.1.3 Kriechen und Relaxation bei instationärer Temperaturbeanspruchung

Unter hohen Temperaturen zeigt der Beton schon in kleinen Zeiträumen erhebliche Kriechverformungen, so daß diese Verformungsanteile insbesondere bei der Analyse von Zwängungszuständen nicht vernachlässigt werden können. Hochtemperaturkriechvorgänge werden unterschieden für instationäre und stationäre Temperaturbeanspruchung [55]. Brandbeanspruchungen führen in der Regel zu instationären Temperaturlasten. Nur solche "instationären" Kriechverformungen werden im weiteren betrachtet. Kriechverformungen bei instationärer Temperaturbeanspruchung sind im allgemeinen deutlich größer als solche bei stationärer Temperaturbeanspruchung (vgl. Bild 2.14).

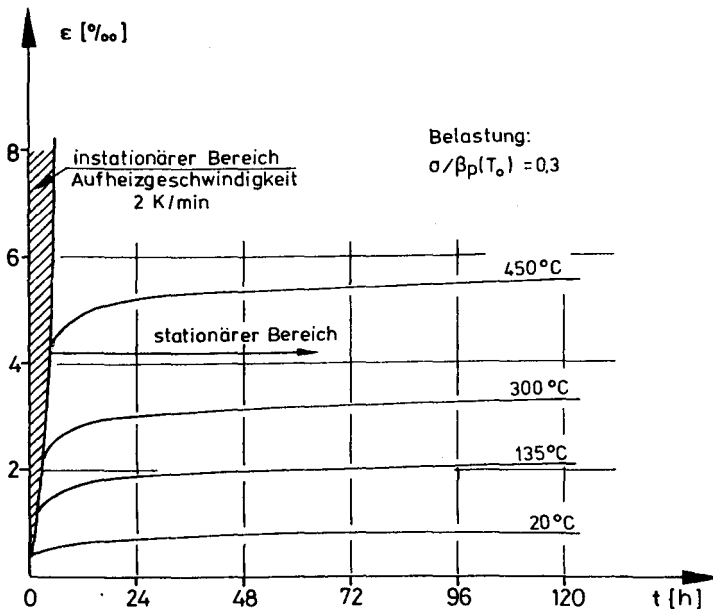


Bild 2.14: Kriechverformungen bei instationärer und stationärer Temperaturbeanspruchung (aus [55])

Das Hochtemperaturkriechen von Beton ist in den letzten Jahren intensiver untersucht worden [u.a. 3, 55]. Die in einachsigen Warmkriechversuchen ermittelte Gesamtverformung  $\text{tot } \epsilon$  spaltet Schneider [55] in folgender Weise auf:

$$|\text{tot } \epsilon| = |\epsilon_{\text{th}}| - |\epsilon_{e,20^\circ\text{C}}| - |\epsilon_{\text{tr}}| - |\epsilon_{\text{st}}| \quad (2.21)$$

- $\epsilon_{\text{th}}$ : thermische Dehnung
- $\epsilon_{e,20^\circ\text{C}}$ : elastische Verformung durch Belastung bei  $20^\circ\text{C}$
- $\epsilon_{\text{tr}}$ : Übergangsverformung während der Aufheizphase (instationäre Temperaturlast)
- $\epsilon_{\text{st}}$ : Kriechverformung bei konstanter Temperatur (stationäre Temperaturlast)

Bei Versuchsbeginn wurden die Probekörper belastet (Anfangsverformung:  $\epsilon_{e,20^\circ\text{C}}$ ). Dann wurden sie mit einer konstanten Erwärmungsgeschwindigkeit auf die gewählte Versuchstemperatur  $T$  gebracht (Verformung während der Aufheizung:  $|\epsilon_{\text{tr}}| = |\epsilon_{\text{th}}| - |\epsilon_{e,20^\circ\text{C}}|$ ). Anschließend wurde die Versuchstemperatur über einen längeren Zeitraum (ca. 120 h) konstant gehalten (Messung der Kriechverformung  $\epsilon_{\text{st}}$ ).

Während der gesamten Versuchsdauer wurde die Belastung konstant gehalten. Der Versuchsablauf ist in Bild 2.15 schematisch dargestellt.

Die Kriechverformung während des Aufheizens kann weiter unterteilt werden. Sie setzt sich mindestens aus zwei Anteilen zusammen [55].

$$\epsilon_{\text{tr}} = \epsilon_{\text{tr},\sigma} + \epsilon_{\text{tr},k} \quad (2.22)$$

$\epsilon_{\text{tr},\sigma}$  ist ein statischer Anteil, der insbesondere abhängt von der thermisch bedingten Änderung des Elastizitätsmoduls.  $\epsilon_{\text{tr},k}$  ist der eigentliche Kriechanteil, der als Übergangskriechen (transient creep [3]) bezeichnet wird [55].

Für die numerische Formulierung der Kriechverformungen  $\epsilon_{\text{tr},k}$  wird in der vorliegenden Arbeit ein Weg gewählt, der auf einfache Art der Erweiterung des unter 2.1.2 beschriebenen Materialgesetzes erlaubt. Ein solcher Weg ist die Verwendung von Kriechzahlen. Bezogen auf die elastische Verformung

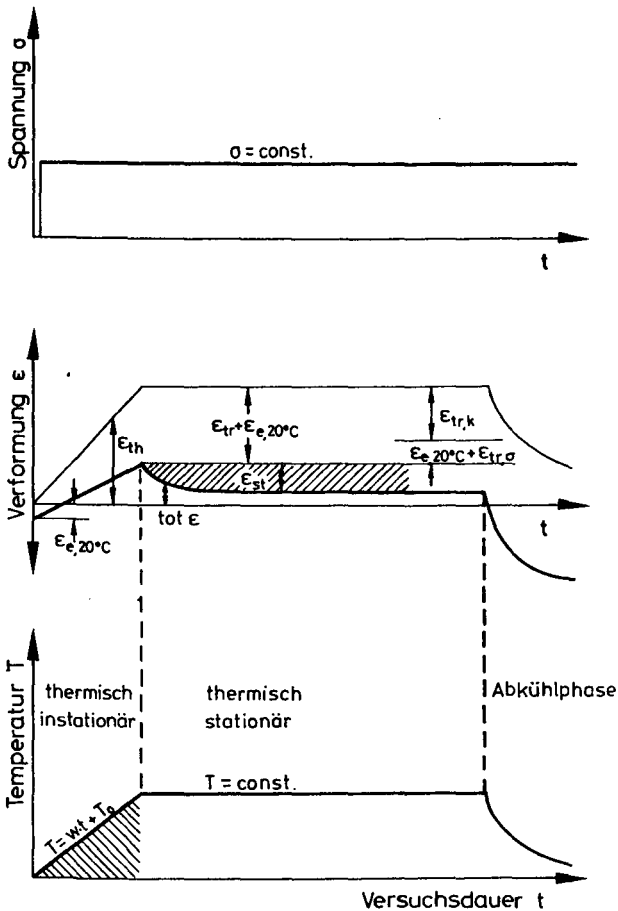
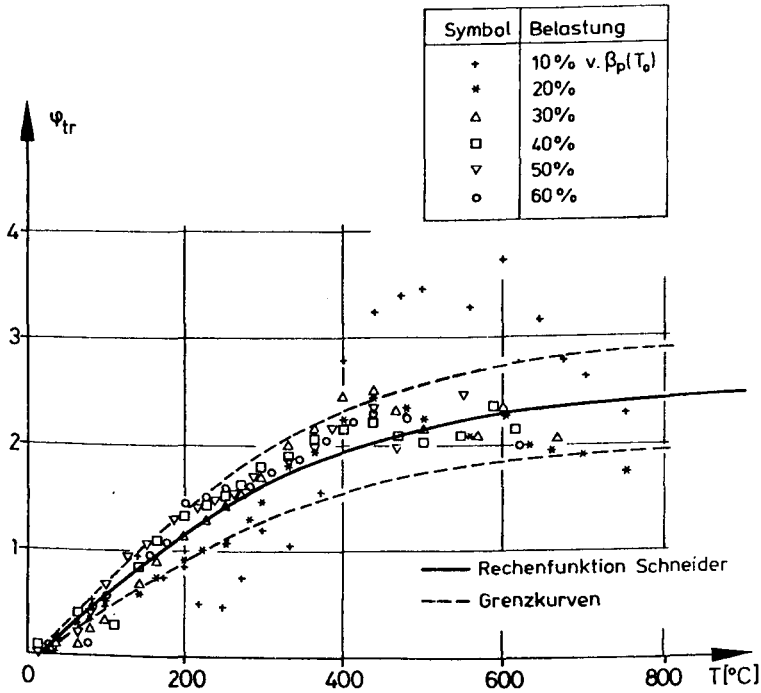


Bild 2.15: Schematische Darstellung eines Warmkriechversuchs (aus [55])

$\epsilon_e(T)$  definiert Schneider [57] die Kriechzahl für das Übergangskriechen in der Form

$$\psi_{\text{tr}}(T) = \frac{\epsilon_{\text{tr,k}}(T)}{\epsilon_e(T)} \quad (2.23)$$

Bild 2.16 zeigt den temperaturabhängigen Verlauf der Kriechzahl  $\psi_{\text{tr}}(T)$  für das Übergangskriechen nach den von Schneider [57] in Versuchen bestimmten Kriechverformungen.



**Bild 2.16:** Kriechzahlen für das Kriechen bei instationärer Temperaturlast nach Schneider [57] (Normalbeton mit quarzitischen Zuschlägen)

Solche Kriechzahlen haben zunächst nur Gültigkeit für den speziellen Versuch (äußere Belastung, Erwärmungsgeschwindigkeit, Betonart usw.).

Die bisherigen Versuche haben jedoch gezeigt, daß in gewissen Bereichen Verallgemeinerungen möglich sind. Anderberg et al. [3] zeigen, daß zwischen dem Übergangskriechen und der äußeren Belastung näherungsweise ein linearer Zusammenhang besteht (gewählte Belastung von 22,5 % bis 67,5 % der Bruchlast bei Raumtemperatur). Dies deuten auch die Versuche von Schneider [57] an (siehe Bild 2.16). Weiter wurde festgestellt, daß die Erwärmungsgeschwindigkeit in dem in diesen Versuchen gewählten Rahmen von 1 K/min bis 5 K/min keinen meßbaren Einfluß auf das Übergangskriechen hatte, d. h. die Verformungen sind zeitunabhängig. Anderberg et al. [3] formulieren aus diesem Grund das Übergangskriechen als Teil der thermischen Dehnung, und zwar in der Form:

$$\epsilon_{tr,k} = -k_2 \cdot \frac{0}{\beta_p(T_0)} \cdot \epsilon_{th} \tag{2.24}$$

Der Faktor  $k_2$  ist eine dimensionslose Konstante und berücksichtigt die Betonart ( $k_2 = 1,8 - 2,35$ ).

Die bei tatsächlichen Bränden und auch im Normbrand gemäß der Einheits-temperaturzeitkurve (ETK) nach DIN 4102 auftretenden Erwärmungsgeschwindigkeiten in den Randzonen der beflamten Betonbauteile überschreiten in der Regel den in diesen Kleinversuchen gewählten oberen Wert von 5 K/min deutlich. Ob auch in diesen Fällen das Übergangskriechen durch eine zeit-unabhängige Formulierung definiert werden kann, müssen weitere Untersuchungen zeigen.

Für die weiteren Berechnungen wird die Zeitunabhängigkeit und ein linearer Zusammenhang zwischen Belastung und Kriechverformung vorausgesetzt. Es wird die von Schneider [57] angegebene Funktion zur Beschreibung der Kriechzahl verwendet:

$$\varphi_{tr}(\Delta T) = 2,51 \cdot \tanh(2,72 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T) \quad (2.25)$$

Mit Hilfe der so definierten Kriechzahl lassen sich auf einfache Weise Arbeitslinien für den Werkstoff Beton angeben, die das Übergangskriechen berücksichtigen. Für die tangentiellen Anfangswerte von Kompressions- und Schubmodul werden folgende Beziehungen eingeführt:

$$K_{o,tr} = \frac{K_o}{1 + \varphi_{tr}} \quad (2.26)$$

$$G_{o,tr} = \frac{G_o}{1 + \varphi_{tr}} \quad (2.27)$$

Diese Anfangswerte werden dann in die im Abschnitt 2.1.2 definierten Materialgleichungen eingesetzt.

Hierbei gilt die Voraussetzung, daß sich der hydrostatische und der deviatorische Kriechanteil durch dieselbe Kriechzahl beschreiben lassen. Eine experimentelle Bestätigung dieser Annahme fehlt bisher.



Es läßt sich jedoch eine Analogie zur Beschreibung der Kriechverformungen unter mehrachsiger Beanspruchung bei Raumtemperatur, wie sie schon mehrfach verwendet wurde [4, 21, 29, 53], aufzeigen. Aus den Versuchen von Gopalakrishnan et al. [21] lassen sich Kriechzahlen für den hydrostatischen und den deviatorischen Kriechanteil ableiten, die sich nur wenig voneinander unterscheiden (Bild 2.17). Weiter wurde gezeigt, daß die in einachsigen Versuchen bestimmten Kriechfunktionen sich in guter Näherung auch für mehrachsige Beanspruchung anwenden lassen.

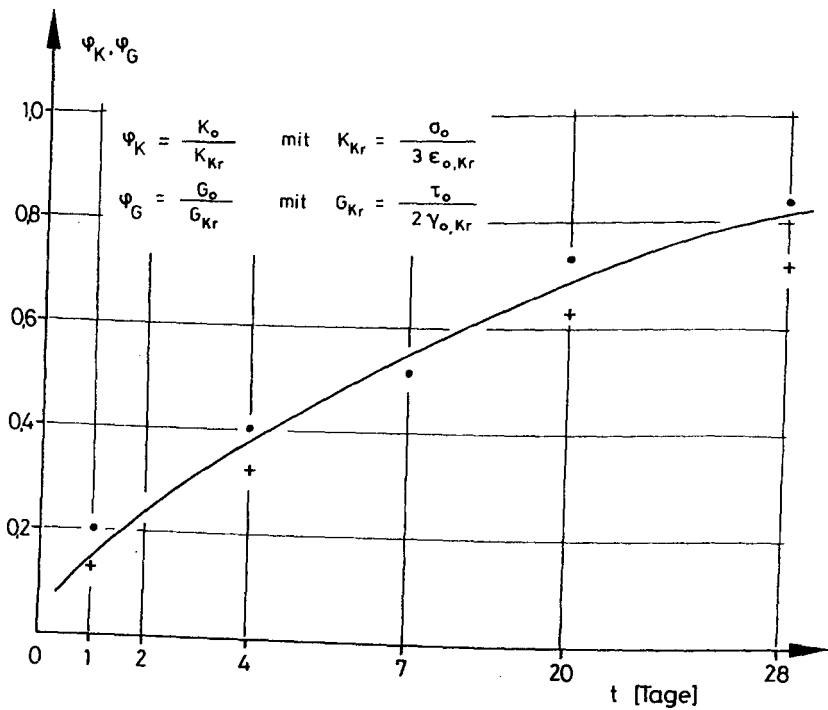
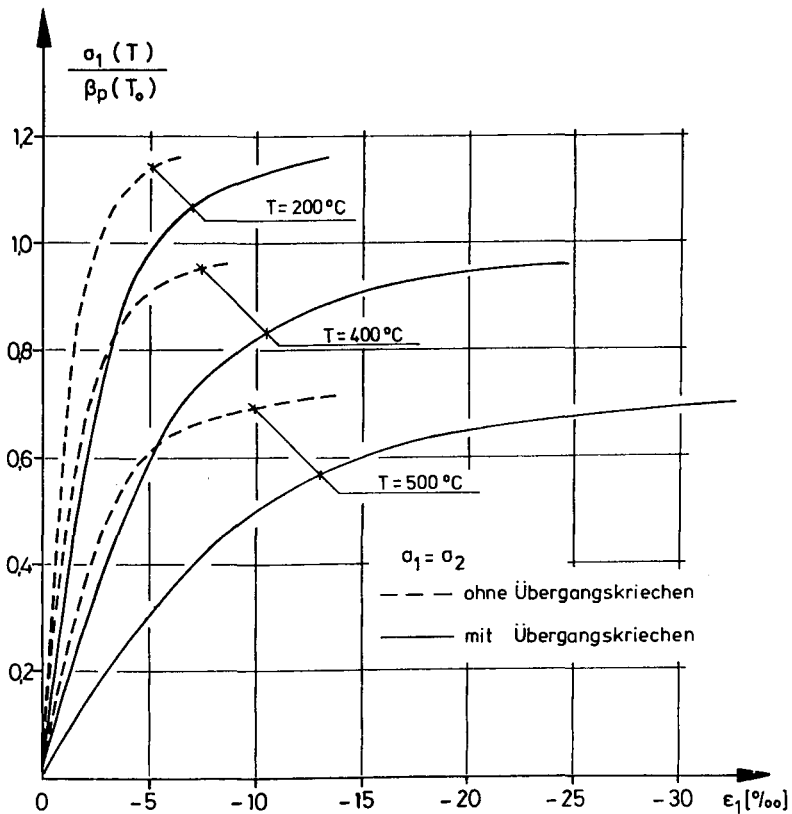


Bild 2.17: Kriechzahlen für den hydrostatischen ( $\psi_K$ ) und den deviatorischen Kriechanteil ( $\psi_G$ ) aus Versuchen von Gopalakrishnan et al. [21] bei Raumtemperatur

Mit Hilfe der nach Gl. (2.26) und (2.27) definierten kriechabhängigen Kompressions- und Schubmoduli lassen sich Betonarbeitslinien beschreiben, die die Kriechverformungen aus instationärer Temperaturbeanspruchung beinhalten. In Bild 2.18 sind solche Arbeitslinien bei biaxialem Druck im Vergleich zu Arbeitslinien ohne Kriecheinfluß dargestellt. Deutlich wird die kriechbedingte Zunahme der Verformungen.



**Bild 2.18:** Rechnerische Beton-Arbeitslinien bei biaxialem Druck mit und ohne Berücksichtigung von Kriechverformungen aus instationärer Temperaturbeanspruchung

Die hier vorliegende isotrope Materialbeschreibung für Beton bei instationärer Temperatur- und biaxialer Lastbeanspruchung wurde für Nachrechnungen der von Schneider [57] durchgeführten einachsigen Versuchen benutzt. Bild 2.19 zeigt den Vergleich von berechneten und gemessenen Warmkriechkurven.

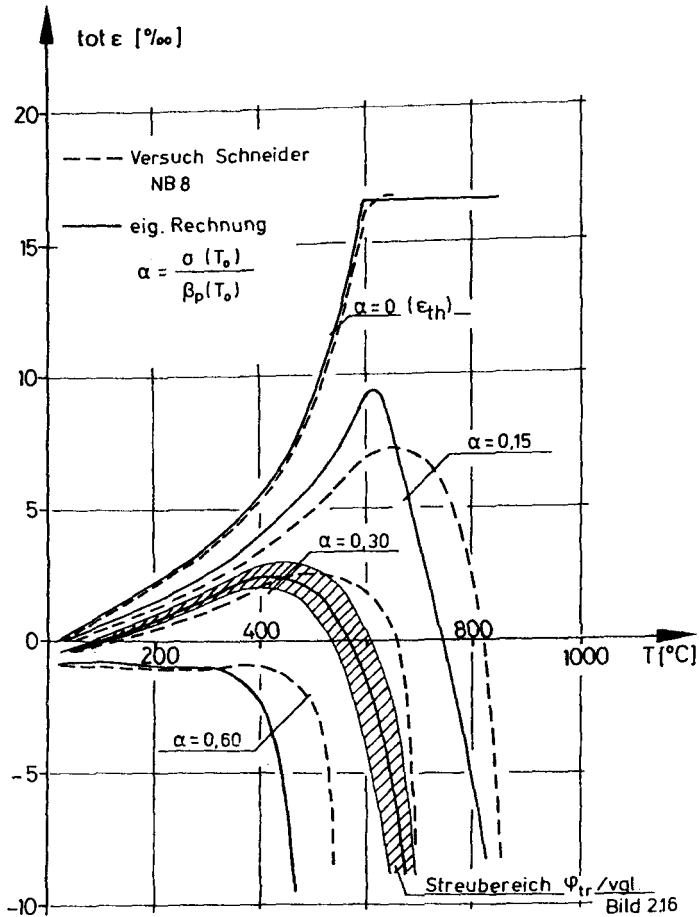


Bild 2.19: Vergleich von gerechneten und nach Schneider [57] gemessenen Warmkriechkurven

Die Proben wurden unter konstanter Belastung (Belastungsgrad  $\alpha$ ) mit einer Erwärmungsgeschwindigkeit von 2 K/min bis zum Bruch aufgeheizt. Für den Belastungsgrad  $\alpha = 0,30$  ist die Streuung der Rechenwerte bei Berücksichtigung der in Bild 2.16 eingetragenen Grenzkurven für die Kriechzahl  $\psi_{tr}$  mit eingetragen. Die rechnerisch bestimmten Kurven zeigen brauchbare Übereinstimmung mit den Versuchswerten, obwohl der Berechnung doch erhebliche Vereinfachungen zu Grunde liegen.

Bild 2.20 zeigt die Anwendung des Materialgesetzes auf ein Relaxationsproblem, der Berechnung der Spannungen  $\sigma(T)$  in einem Prüfkörper unter instationärer Temperaturbeanspruchung und vollständiger, einachsiger Dehnungsbehinderung. Die von Schneider [56] im Versuch gemessenen Spannungen sind mit eingetragen.

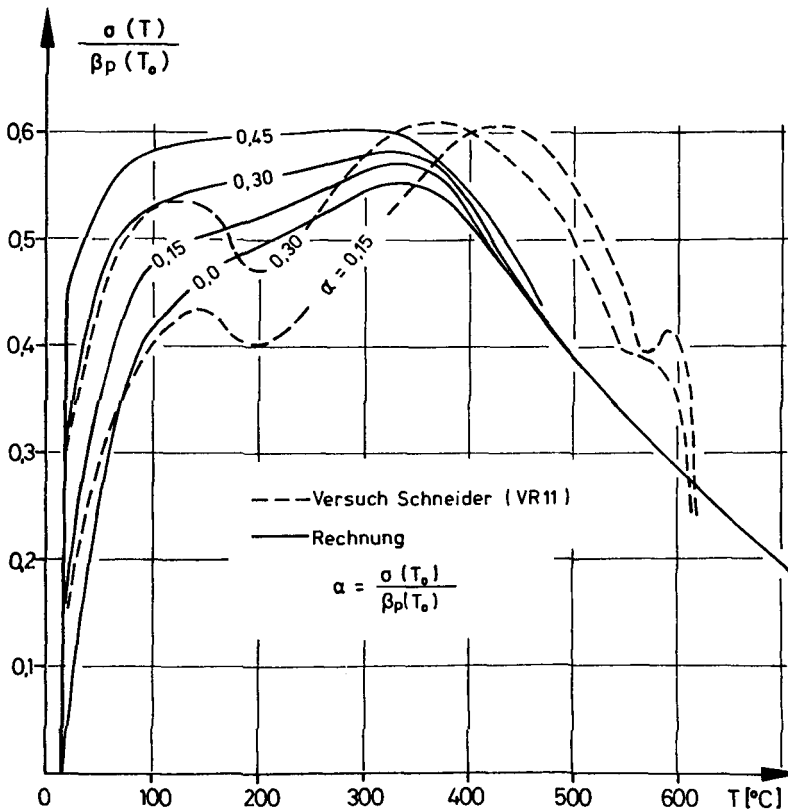


Bild 2.20: Vergleich von gerechneten und gemessenen [56] Zwangsspannungen bei einachsiger voller Dehnungsbehinderung und instationärer Temperatureinwirkung

Die Spannungen  $\sigma(T)$  ergeben sich nach Gl. (2.15) zu:

$$\sigma(T) = E_{b_s}(T) \cdot \text{tot } \epsilon(T) \quad (2.28)$$

$E_{b_s}(T)$ : Kriechabhängiger Sekantenmodul

Die Ermittlung der spannungserzeugenden Dehnungen  $\text{tot } \epsilon(T)$  ist in Bild 2.21 dargestellt.

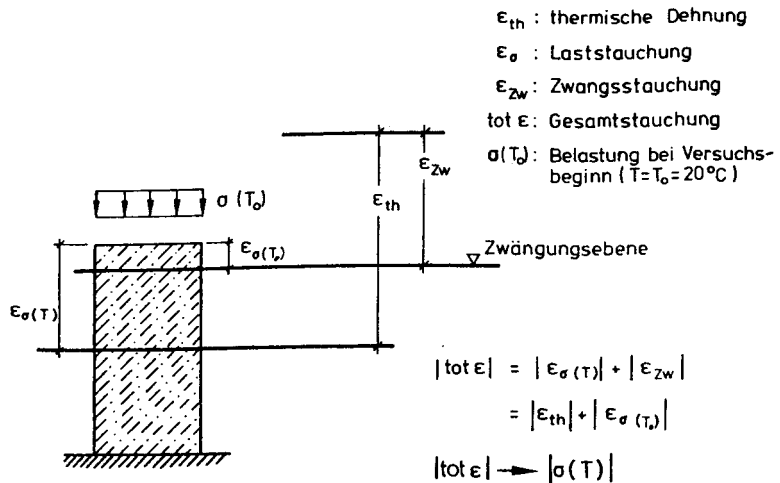


Bild 2.21: Berechnung der spannungserzeugenden Gesamtstauchung  $\text{tot } \epsilon$  bei voller Dehnbehinderung

Dieses Rechenmodell zur Bestimmung der Zwangsspannungen ist sicher nur ein recht grobes Näherungsverfahren.

Trotzdem sind die Abweichungen in den wesentlichen Punkten von den Versuchskurven nur gering:

- die bei diesen Versuchen gewählte Anfangslast  $\sigma_0(T_0)$  hat praktisch keinen Einfluß auf das erreichte Spannungsmaximum;
- die maximalen Zwangsspannungen von Versuch und Rechnung weichen nur wenig voneinander ab;
- ein Versagen der Probe während der Zwängung tritt nicht ein.

Daher erscheint die Einführung eines verfeinerten, numerisch aufwendigen Rechenverfahrens, wie es Schneider [57] in Form einer Integralbeziehung vorgeschlagen hat, zunächst nicht erforderlich, insbesondere im Hinblick auf die Anwendung einer solchen Materialbeschreibung in einem Tragwerksmodell, in dem selbst schon erhebliche Vereinfachungen stecken.

Die Anwendung des in dieser Arbeit definierten Materialgesetzes gemäß Gl. (2.13) und (2.14) auf die biaxiale vollständige Dehnungsbehinderung zeigt Bild 2.22. Die Behinderung der Querdehnung vergrößert die Zwängung gegenüber der einachsigen Behinderung. Versuchsergebnisse liegen hierzu zur Zeit keine vor.

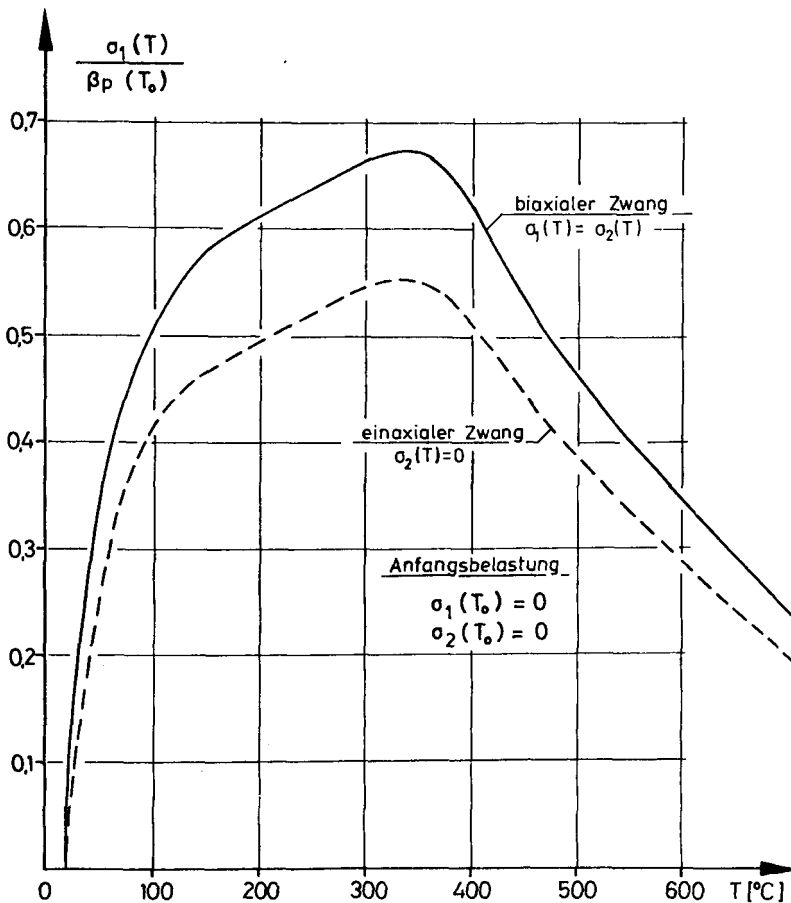


Bild 2.22: Biaxiale und einaxiale volle Dehnungsbehinderung (Rechenwerte)

## 2.2 Stoffgesetz für Stahl

### 2.2.1 Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Bei partiell beflamten Stahlbetonflächentragwerken beeinflusst insbesondere die Bewehrung der kalten Bereiche den Zwängungszustand, da nach dem Aufreißen des Betons das Verformungsverhalten des Bewehrungsstahls die Steifigkeit dieser Tragwerksteile wesentlich mitbestimmt. Der Einfluß der Bewehrung im beflamten Teil auf die Zwängung ist bei den in der Regel üblichen Bewehrungsgehalten in Flächentragwerken ( $\mu_s \leq 1\%$ ) von geringer Bedeutung.

Als Bewehrung für Stahlbetonflächentragwerke werden sehr häufig Matten aus kaltverformtem Stabstahl verwendet. Das Spannungsdehnungsverhalten dieser Stähle bei Raumtemperatur läßt sich in einfacher Weise durch das modifizierte Ramberg-Osgood-Polynom [14] beschreiben

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_{s0}} + \epsilon_{PL} \cdot \left( \frac{\sigma_s}{\beta_s} \right)^n \quad (2.29)$$

$E_{s0}$ : E-Modul

$\beta_s$ : Streckgrenze

$\epsilon_{PL}$ : bei Erreichender Streckgrenze bleibende Dehnung ( $\epsilon_{PL} = \frac{\beta}{E_{s0}}$ )

$n$ : Parameter zur Steuerung der Nichtlinearität ( $n = 10 - 50$ )

Durch entsprechende Wahl des Faktors  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ) kann auch die Spannungs-Dehnungsbeziehung naturharter Stabstähle, die durch eine ausgeprägte Fließgrenze gekennzeichnet sind, beschrieben werden (Bild 2.23).

Der Parameter Temperatur wird berücksichtigt, indem der E-Modul und die Streckgrenze als Funktionen der Temperatur eingeführt werden. Die plastische Dehnung  $\epsilon_{PL}$  wird dabei definiert mit

$$\epsilon_{PL}(T) = \frac{\beta_s(T)}{E_{s0}(T)} \quad (2.30)$$

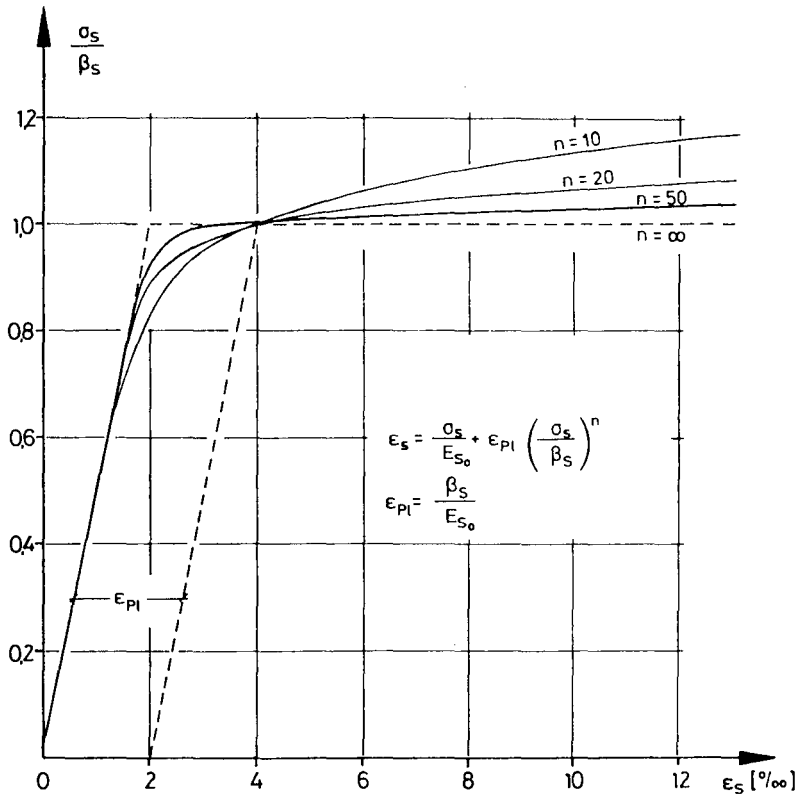


Bild 2.23: Spannungs-Dehnungs-Linien für Betonstahl (Rechenwerte)

Der Faktor  $n$  bleibt temperaturunabhängig.

Die Temperaturfunktionen für E-Modul und Streckgrenze (Bild 2.24) werden so gewählt, daß experimentell bestimmte Arbeitslinien ausreichend genau wiedergegeben werden können. Der Bruchzustand ist durch die Bruchdehnung definiert, die sich nach Gl. (2.29) bei Einsetzen der Stahlzugfestigkeit für die Stahlspannung  $\sigma_s$  ergibt. Die durchgeführten Berechnungen haben gezeigt, daß die ermittelten Stahlschwangsdehnungen kleiner als diese vorgegebene Bruchdehnung bleiben. Dies trifft insbesondere für die Bewehrungsstäbe innerhalb der kalten Tragwerksteile zu.



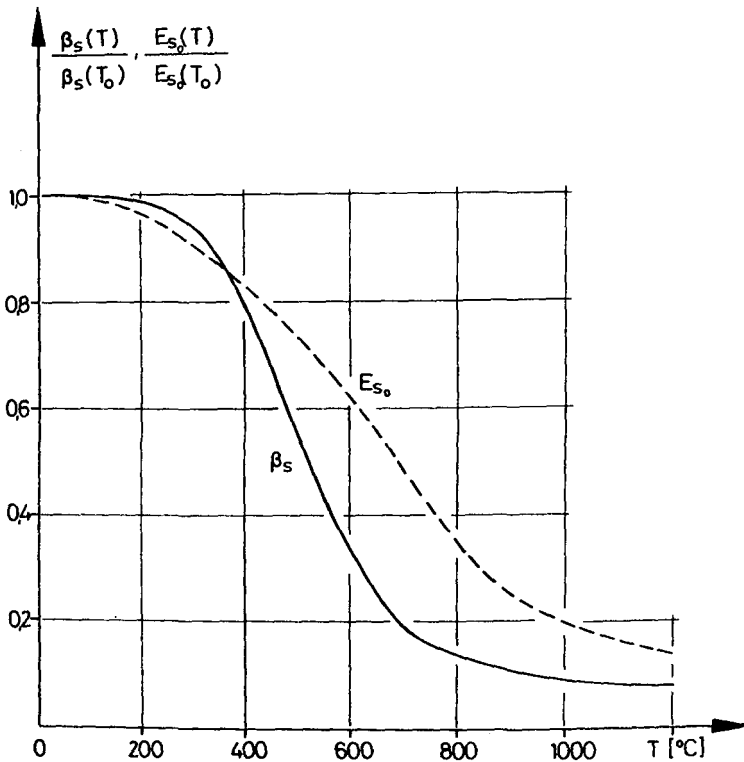


Bild 2.24: Temperaturabhängigkeit von E-Modul und Fließgrenze für Betonstahl (E-Modul nach Klingsch [30])

Mit Hilfe dieses Modells berechnete Stahlarbeitslinien sind in Bild 2.25 dargestellt. Zum Vergleich sind experimentell aus Warmkriechversuchen bestimmte Spannungs-Dehnungs-Linien nach Winkelmann [69] mit eingetragen.

Obwohl Abweichungen zwischen Rechen- und Versuchswerten festzustellen sind, wird eine bessere Anpassung an die Versuchskurven hier nicht angestrebt, da der Zwängungsanteil des Bewehrungsstahls bei den in der Regel kleinen Bewehrungsgehalten in Flächentragwerken nur gering ist. Die wesentlichen Einfluß-

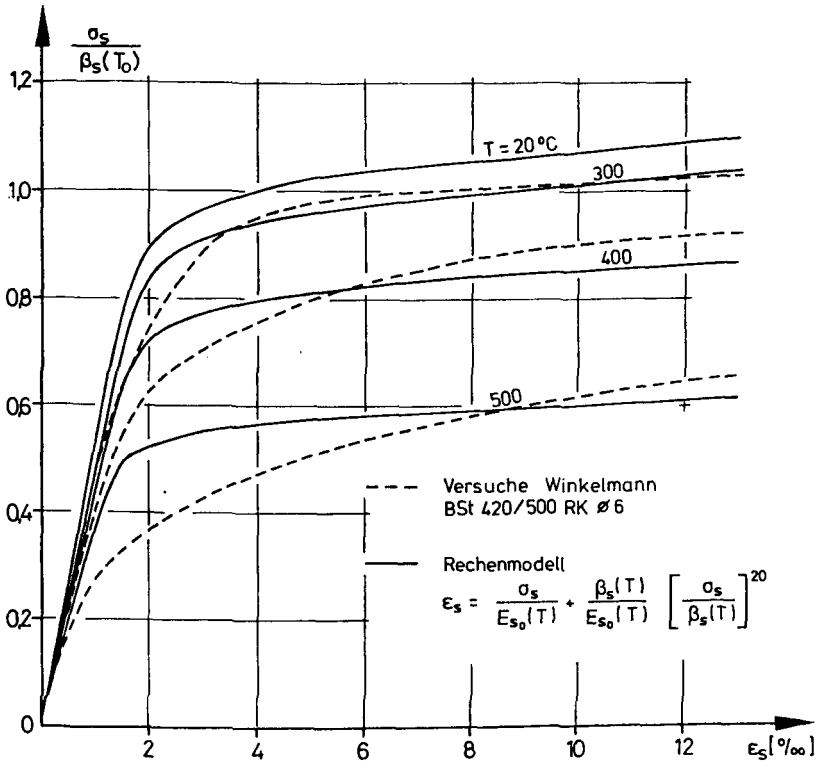


Bild 2.25: Arbeitslinien für Betonstahl - Vergleich von Rechen- mit Versuchswerten nach Winkelmann [69]

größen wie Anfangssteigung und max. Spannung werden ausreichend genau beschrieben. Es wird Zug-Druck-Symmetrie für die Arbeitslinien vorausgesetzt.

Für die Bestimmung der zu gegebenen Dehnungen zugehörigen Spannungen ist eine Invertierung von Gl. (2.29) erforderlich. Die Invertierung wird bereichsweise über eine quadratische Interpolation zwischen drei Punkten der Arbeitslinien durchgeführt [53].

### 2.2.2 Bewehrungsnetz

In Stahlbetonflächentragwerken werden in vielen Fällen orthogonale Bewehrungsnetze verwendet. Bei gegebenen Stahldehnungen lassen sich die Stahlkräfte in einem orthogonal bewehrten Scheibenelement angeben durch [53]:

$$\begin{pmatrix} n_{11} \\ n_{22} \\ n_{12} \end{pmatrix}_i^s = d \cdot [D]_i^s \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{pmatrix}_i^s \quad (2.31)$$

mit

$$[D]_{j=i}^s = \begin{bmatrix} E_{s(s_1)} \cdot \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_{s(s_2)} \cdot \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

für Richtung  $i =$  Richtung  $j$   
 $j$ : Richtung des Bewehrungsnetzes

- $d$ : Scheibendicke
- $\mu_1, \mu_2$ : Bewehrungsgehalt in Richtung 1 und in Richtung 2 des orthogonalen Netzes ( $\mu_1 = a_{s1}/d$ )
- $E_{s(s_1)}, E_{s(s_2)}$ : Sekanten-E-Modul:

$$E_{s(s_1)} = \frac{\sigma_{s11}}{\epsilon_{s11}}$$

Weicht Richtung  $i$  von der Richtung des Bewehrungsnetzes ab (Richtung  $i \neq$  Richtung  $j$ ), muß die Materialmatrix  $[D]_j^s$  transformiert werden (siehe Abschnitt 2.3.1).

Das mit zunehmender Beanspruchung auftretende nichtlineare Materialverhalten wird wie beim Beton nach der Sekantenmodul-Methode berücksichtigt. Im gerissenen Zustand wird die Stoffmatrix in Abhängigkeit von im Element verschmierten mittleren Dehnungen beschrieben (Abschnitt 2.3.4).

### 2.3 Materialgleichungen für das Stahlbetonelement

Zur Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen werden überwiegend Materialgesetze verwendet, die den Bewehrungsstahl in integrierter Form verschmiert innerhalb der einzelnen Elemente enthalten [20, 22, 40, 53, 54]. Ein erhöhter Rechenaufwand muß im allgemeinen in Kauf genommen werden, wenn für die Bewehrungsstäbe spezielle Einzelelemente gewählt werden [19, 61].

Eine wesentliche Einflußgröße in Stahlbetontragwerken stellt die Rißbildung dar. Auch hier werden in den meisten Fällen numerisch keine Einzelrisse verfolgt, sondern es werden die Risse verschmiert in Form von Rißbereichen in die Berechnung eingeführt. Gerissene Elemente oder Elementteile werden mit Hilfe des Stoffgesetzes durch veränderte Elementsteifigkeiten berücksichtigt [20, 22, 40, 53, 54].

In der vorliegenden Arbeit werden Bewehrung und Rißbildung verschmiert im Element über die Materialgleichungen in die numerische Berechnung eingeführt.

#### 2.3.1 Ungerissenes Stahlbetonelement

Das Stoffgesetz für das ungerissene Stahlbetonelement wird durch Addition der Stoffmatrizen für die beiden Strukturkomponenten Beton und Stahl ermittelt. Mit den Materialmatrizen  $[D]_x^b$  für Beton (siehe Abschnitt 2.1.2) und  $[D]_x^s$  (siehe Abschnitt 2.2.2) für das Bewehrungsnetz folgt:

$$[D]_x^c = [D]_x^b + [D]_x^s \quad (2.33)$$

für die globale Koordinatenrichtung  $x$  im X-Y-System. Weicht das Bewehrungsnetz von der globalen Koordinatenrichtung  $x$  ab, muß die anisotrope Stoffmatrix  $[D]_j^s$  nach Gl. (2.34) transformiert werden ( $j$  = Richtung des Bewehrungsnetzes).

Mit dem Winkel  $\varrho$  für die Abweichung der Bewehrungsschar 1 von der  $x$ -Achse ergibt sich folgende Transformationsgleichung [20, 22]:

$$[D]_x^s = [T]_{x,j}^{-1} \cdot [D]_j^s \cdot [T]_{x,j}^{-1T} \quad (2.34)$$

mit

$$[T]_{x,j}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varrho & \sin^2 \varrho & -\sin 2\varrho \\ \sin^2 \varrho & \cos^2 \varrho & \sin 2\varrho \\ \sin \varrho \cdot \cos \varrho & -\sin \varrho \cdot \cos \varrho & \cos 2\varrho \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Die isotrope Stoffmatrix für Beton  $[D]_x^b$  wird in Abhängigkeit der Hauptspannungen für die Hauptrichtung  $h$  formuliert. Sie ist aufgrund der Isotropie koordinateninvariant, so daß gilt:

$$[D]_x^b = [D]_h^b \quad (2.36)$$

Die Addition von Beton- und Stahlmatrix ist nur unter der Voraussetzung idealen Verbundes zwischen Beton und Stahl möglich. Auch im Hochtemperaturbereich wird diese Voraussetzung beibehalten. Für die Stahlkräfte ergibt sich:

$$\begin{Bmatrix} n_{11} \\ n_{22} \\ n_{12} \end{Bmatrix}_j^s = d \cdot [D]_j^s \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix}_j^c \quad (2.37)$$

$j$ : Richtung des Bewehrungsnetzes

$d$ : Scheibendicke

$\{\epsilon\}_j^c$ : Dehnungen im Element in Richtung des Bewehrungsnetzes  
(gleiche Dehnungen von Beton und Stahl werden vorausgesetzt)

### 2.3.2 Gerissenes Stahlbetonelement

Wird vom biaxialen Beton-Spannungszustand die biaxiale Bruchkurve (Abschnitt 2.1.1) im Druck-Zug oder Zug-Zug-Bereich überschritten, ist für die weitere Berechnung zur Steifigkeitsermittlung des Elements der gerissene Zustand zugrunde zu legen. Als Rißrichtung wird die Richtung senkrecht zur Hauptzugspannung des ungerissenen Stahlbetonelements gewählt. Die so bestimmte Rißrichtung bleibt bei allen weiteren Rechenschritten unverändert. Risse in der zweiten Richtung können nur senkrecht zu Rissen in der ersten Richtung auftreten.

#### 2.3.2.1 Risse in einer Richtung (Richtung 1)

##### Stoffgesetz

Nach dem Aufreißen des Stahlbetonelements wird die isotrope Stoffmatrix für Beton durch eine anisotrope Stoffmatrix ersetzt. Sie lautet in Rißrichtung  $r$ :

$$[D]_r^{br} = \begin{bmatrix} E_{b(r_1)} & 0 & 0 \\ 0 & E_{b(s_2)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{b(r_1)} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

mit

$$E_{b(r_1)} = k_1 \cdot E_{b_0} \quad 0 \leq k_1 < 1 \quad (2.39)$$

$$G_{b(r_1)} = g \cdot \frac{E_{b(s_2)}}{2(1+\nu)} \quad 0 \leq g \leq 1 \quad (2.40)$$

In Richtung 1 kann kein Zug bzw. Zug nur aufgrund der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen übertragen werden (siehe Abschnitt 2.3.4). Die Mitwirkung wird durch den Faktor  $k_1$  berücksichtigt.

Senkrecht zu Richtung 1 in Richtung 2 wirken Druckspannungen. Die Steifigkeit der Betonstreben wird durch den Sekantenmodul  $E_{b(s_2)}$  gemäß Gl. (2.16) beschrieben.

Der Schubmodul des gerissenen Elements bestimmt, in welcher Größe Schubkräfte im Riß übertragen werden können. Hierbei spielen neben der Dübelwirkung der Bewehrung insbesondere die Rißweite und die Rauigkeit der Rißflächen die entscheidende Rolle. Im gerissenen Zustand nimmt der Schubmodul mit zunehmender Beanspruchung (zunehmende Rißweite) ab [39].

Zur Beschreibung der Schubsteifigkeit liegen sowohl konstante als auch in Abhängigkeit von der Beanspruchung veränderliche Ansätze vor [20, 40, 54]. Der Einfluß der Schubsteifigkeit auf das Gesamttrag- und Verformungsverhalten des Bauteils ist jedoch in vielen Fällen nur von untergeordneter Bedeutung [20, 40].

Wesentlich für die Stabilität der numerischen Berechnung ist, daß die Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand nicht zu Null gesetzt wird. Diese Zusammenhänge wurden auch bei den eigenen Berechnungen bestätigt.

Die weiteren Untersuchungen des gerissenen Zustands werden mit konstanter, unverminderter Schubsteifigkeit durchgeführt ( $g = 1$ ). Damit wird die Steifigkeit des Tragwerks etwas überschätzt.

Die Stoffmatrix für das gerissene Stahlbetonelement  $[D]_x^{cr}$  ergibt sich wieder durch Addition der Einzelkomponenten nach Gl. (2.33).

Hierbei ist die in Rißrichtung formulierte Betonstoffmatrix  $[D]_z^{br}$  auf die globale Richtung  $x$  im X-Y-System zu transformieren:

$$[D]_x^{br} = [T]_{x,r}^{-1} \cdot [D]_r^{br} \cdot [T]_{x,r}^{-T} \quad (2.41)$$

mit  $[T]_{x,r}^{-1}$  nach Gl. (2.35).

Beanspruchung der Bewehrung

Nach dem Aufreißen wird die Zugkraft senkrecht zum Riß auf die Bewehrungsstäbe, die den Riß kreuzen, umgelagert. Die Beanspruchung der den Riß kreuzenden Bewehrung hängt dabei wesentlich von der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ab (siehe Abschnitt 2.3.4).

Die mittleren Stahlspannungen werden aus über das gerissene Element kontinuierlich verlaufenden mittleren Dehnungen (vgl. Bild 2.26) nach Gl. (2.37) berechnet.

Im Riß selbst ist die Zugkraft allein von der Bewehrung aufzunehmen. Für Risse in Richtung 1 gilt im Riß für die Stahlzugkraft  $n_{S11}^r$ :

$$n_{S11}^r = n_{c11} \tag{2.42}$$

Unter Voraussetzung von

$$\epsilon_{S22} = \epsilon_{c22} \tag{2.43}$$

und

$$\epsilon_{S12} = \epsilon_{c12} \tag{2.44}$$

kann die Stahldehnung im Riß  $\epsilon_{S11}^r$  unter Verwendung von Gl. (2.37) bestimmt werden mit

$$n_{S11}^r = d \cdot ( D_{S11} \cdot \epsilon_{S11}^r + D_{S12} \cdot \epsilon_{S22} + D_{S31} \cdot \epsilon_{S12} ) \tag{2.45}$$

2.3.2.2 Risse in zwei Richtungen

Stoffgesetz

Risse in der zweiten Richtung werden nur orthogonal zu den Rissen in Richtung 1 zugelassen. Mit der Stoffmatrix für Beton

$$[D]_r^{brr} = \begin{bmatrix} E_{b(r_1)} & 0 & 0 \\ 0 & E_{b(r_2)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{b(rr)} \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

mit

$$E_{b(r_1)} = k_1 \cdot E_{b0} \quad 0 \leq k_1 < 1 \tag{2.47}$$

und

$$E_{b(r_2)} = k_2 \cdot E_{b0} \quad 0 \leq k_2 < 1 \tag{2.48}$$

und

$$G_{b(rr)} = g \cdot \frac{E_{b0}}{2(1+\nu)} \quad 0 \leq g \leq 1 \tag{2.49}$$

wird nach Transformation auf die globale Richtung  $x$  durch Addition der Stoffmatrizen von Beton und Stahl die Stoffmatrix für das Stahlbetonelement gebildet.

Aus Gründen der numerischen Stabilität wird auch bei Rissen in zwei Richtungen der Schubmodul nicht abgemindert ( $g = 1$ ). Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird durch die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$  in Gl. (2.47) und Gl. (2.48) berücksichtigt.

### Beanspruchung der Bewehrung

Auch bei Rissen in zwei Richtungen werden die mittleren Stahlspannungen aus im Element verschmierten, mittleren Dehnungen bestimmt.

Die Stahldehnungen im Riß  $\epsilon_{s11}^r$  und  $\epsilon_{s22}^r$  lassen sich mit

$$n_{s11}^r = n_{c11} \quad (2.50)$$

und

$$n_{s22}^r = n_{c22} \quad (2.51)$$

unter Voraussetzung von

$$E_{s12} = E_{c12} \quad (2.52)$$

mit Hilfe von Gl. (2.37) berechnen.

Bei Überschreiten der Bruchdehnung in einer oder in beiden Bewehrungsscharen ist in der Stahl-Stoffmatrix der jeweilige E-Modul zu Null zu setzen. Dieser Fall tritt jedoch bei Zwängungsbeanspruchungen aufgrund der großen Verformungsfähigkeit des Stahls in der Regel nicht ein.

### 2.3.3 Betondruckversagen

Wird in einem Element die Bruchstauchung überschritten, ist dieses Element durch Druckbruch zerstört. Es sind rechnerisch keine Spannungen aufnehmbar. Die Beton-Stoffmatrix wird durch die Nullmatrix bzw. aus rechentechnischen Gründen durch eine mit kleinen Werten besetzte Matrix ersetzt.

Als Bruchstauchung wird die bei Erreichen der Druckfestigkeit zugehörige Dehnung  $\epsilon_p$  definiert (vgl. Bild 2.9). Ein sich anschließender horizontaler oder abfallender Ast in der Arbeitslinie wird nicht berücksichtigt. Die Zwangsspannungen erreichen in der Regel nicht die Beton-Bruchfestigkeit, so daß eine Formulierung der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung für Dehnungen  $|\epsilon| > |\epsilon_p|$  ohne Einfluß auf die



numerischen Ergebnisse bleibt. Dies haben z. B. die Versuche von Schneider [56] an isothermen Prüfkörpern bestätigt (vgl. Bild 2.20).

#### 2.3.4 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Unter der Voraussetzung idealen Verbundes ergeben sich im ungerissenen Zustand gleiche Dehnungen für Beton und Stahl. Nach dem Auftreten von Rissen gilt dies nicht mehr. Dehnungen und Spannungen verlaufen über die Bauteillänge diskontinuierlich (vgl. Bild 2.26). Im Rißbereich werden die Zugkräfte allein vom Stahl getragen (reiner Zustand II). Zwischen den Rissen beteiligt sich der Beton an der Aufnahme der Zugspannungen; die Zugbeanspruchung des Stahls verringert sich. Diese Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zug hat entscheidende Bedeutung für die Dehnsteifigkeit gezogener Stahlbetonkörper und damit besonderen Einfluß auf die Größe der Zwängung bei thermischer Beanspruchung [50].

In der vorliegenden Arbeit werden zur Beschreibung des gerissenen Zustands fiktive mittlere Dehnungen verwendet (Bild 2.26), womit die Voraussetzung des idealen Verbundes zwischen Beton und Stahl auch im gerissenen Zustand beibehalten werden kann.

Die mittleren Stahldehnungen  $\epsilon_{s_m}$  werden berechnet, indem von den Stahldehnungen im reinen Zustand II  $\epsilon_{s_{II}}$  ein Anteil für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen  $\Delta\epsilon_s$  abgezogen wird.

$$\epsilon_{s_m} = \epsilon_{s_{II}} - \Delta\epsilon_s \quad (2.53)$$

Die Dehnungsdifferenz  $\Delta\epsilon_s$  hängt im wesentlichen ab von der Betonzugfestigkeit, dem Bewehrungsgehalt und der Verbundqualität zwischen Stahl und Beton [16, 47, 48]. Sie nimmt mit steigender Zugbeanspruchung ab und ist praktisch Null, wenn der Bewehrungsstahl fließt. Diese Erkenntnisse beschränken sich auf das Verhalten bei Normaltemperatur.

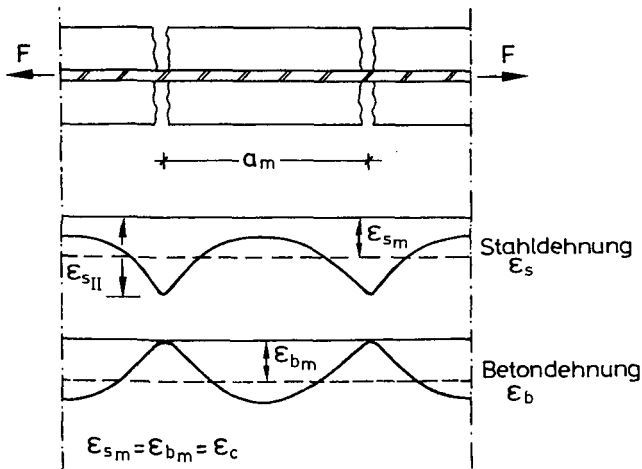


Bild 2.26: Gerissener Stahlbetonstab unter Zugbeanspruchung

Die Formeln zur Berechnung von  $\Delta\epsilon_s$ , wie sie von mehreren Forschern formuliert wurden (u. a. [16, 47, 48]), sind zur direkten Anwendung für die Analyse von Stahlbetonflächentragwerken weniger gut geeignet.

Numerisch einfacher zu handhaben ist in diesen Fällen die Einführung eines fiktiven Materialgesetzes für Beton unter Zugbeanspruchung, wie es u. a. Lin [40], Scanlon [52] und Schäfer [54] verwendet haben. Lin [40] und Scanlon [52] führen in die  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung des Betons einen abfallenden Ast ein (Bild 2.27) und erfassen über beanspruchungsabhängige E-Moduli die Mitwirkung des Betons.

Die Anwendung eines solchen Ansatzes führte jedoch bei den Zwängungsrechnungen in verstärktem Maße zu Iterationsstörungen. Als numerisch stabiler erwies sich die Formulierung eines fiktiven Beton-E-Moduls für den gerissenen Zustand in Abhängigkeit von der Stahldehnung im Riß (reiner Zustand II). Ein solcher funktioneller Verlauf ist in Bild 2.28 dargestellt. Grenzwerte für diese Rechenfunktion sind die Rißdehnung  $\epsilon_r$  des Betons und die Stahldehnungen im plastischen Verformungsbereich (Stahlstreckgrenze), bei denen die Mitwirkung des Betons praktisch Null wird. Dem raschen Abfall der Mitwirkung bei zunehmender Zugbeanspruchung wurde durch einen hyperbolischen Verlauf, der an Versuchswerten zu orientieren ist, Rechnung getragen.

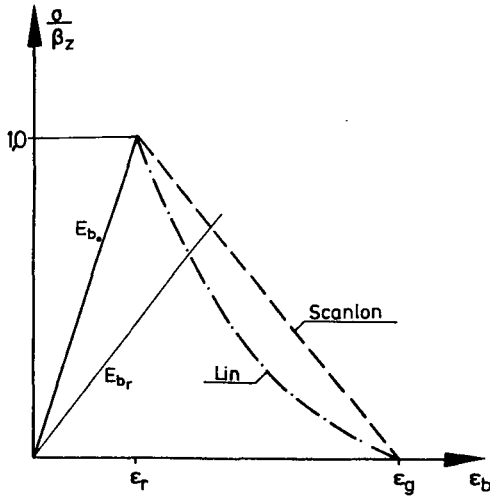


Bild 2.27:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung für Beton bei Zug mit abfallendem Ast nach Lin [40] und Scanlon [52]

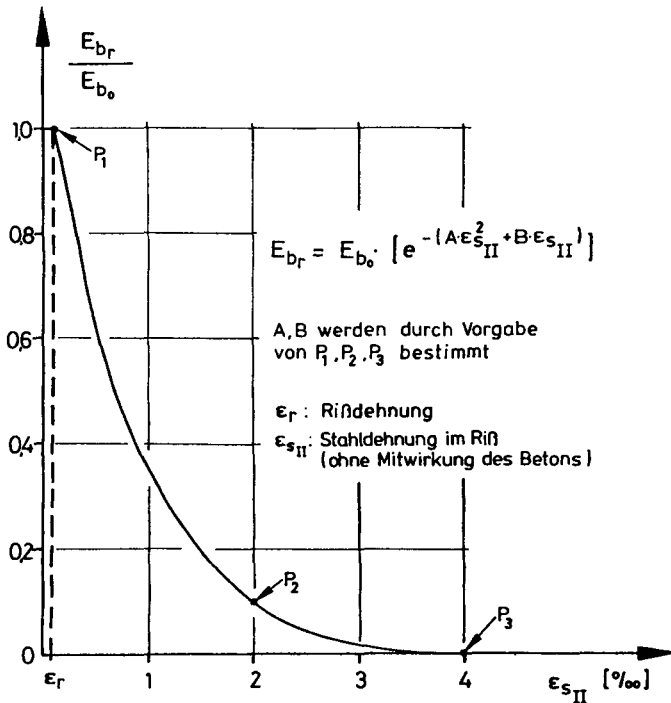


Bild 2.28: Fiktiver E-Modul  $E_{b_r}$  bei Zug in Abhängigkeit von der Stahldéhnung  $\epsilon_{sII}$  (eigener Vorschlag)

Die Stahldehnungen im Riß  $\epsilon_s^I$  ergeben sich in Rißrichtung gemäß Gl. (2.42) bis (2.45) bzw. Gl. (2.50) bis (2.52). Weicht die Rißrichtung von der Richtung des Bewehrungsnetzes ab, ist der Dehnungsvektor in Rißrichtung für die Bestimmung von  $\epsilon_{sII}$  auf die Richtung des Bewehrungsnetzes zu transformieren. Bei Rissen in einer Richtung bestimmt die Dehnung  $\epsilon_{sII}$  der Bewehrungsschar mit der geringeren Abweichung von der Rißrichtung den fiktiven Beton-E-Modul  $E_{br}$ .

Bei Rissen in zwei Richtungen werden vereinfachend die Rißdehnungen in Rißrichtung als Eingangsgrößen gewählt. Bei den hier durchgeführten Zwängungsberechnungen treten Risse in zwei Richtungen im kalten Deckenteil nicht auf.

Die Brauchbarkeit der gewählten Formulierung wurde an Hand von Nachrechnungen der von Peter [46] durchgeführten Versuche an gezogenen Stahlbetonscheiben überprüft. Auch bei Beanspruchungsrichtungen, die von der Richtung des Bewehrungsnetzes abweichen, wird das Verformungsverhalten der gerissenen Stahlbetonscheibe zutreffend beschrieben (Bild 2.29).

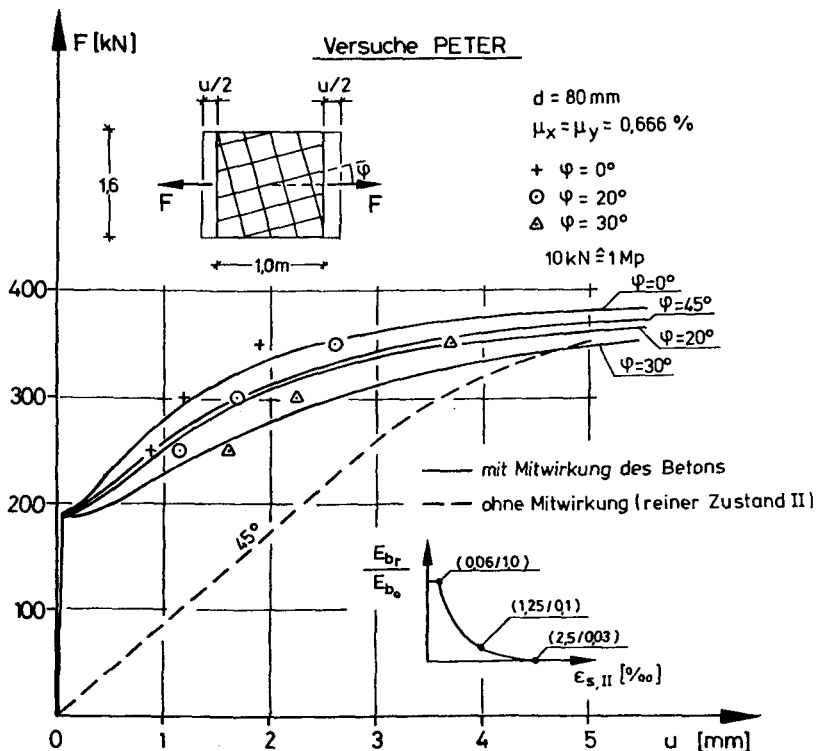


Bild 2.29: Berechnete Last-Verformungskurven im Vergleich mit Meßwerten nach Peter [46]

Eine Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wird im weiteren nur in den kalten Tragwerksteilen berücksichtigt. Gesicherte Erkenntnisse über die Mitwirkung bei hohen Temperaturen liegen zur Zeit keine vor. Über erste experimentelle Ergebnisse bei der Untersuchung des Hochtemperaturverbundverhaltens von Betonstählen wurde in [51] berichtet.

#### 2.3.5 Bestimmung der Rißrichtung

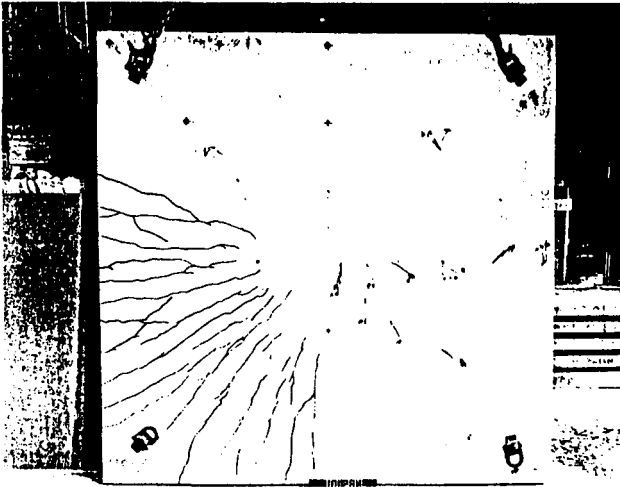
Die Beanspruchung des Bewehrungsnetzes gerissener Stahlbetonscheiben hängt wesentlich von der Rißrichtung ab. Experimentelle Untersuchungen von Peter [46] und insbesondere neuere theoretische Überlegungen von Baumann [6] zeigen die Problematik auf.

Das Auftreten der Primärrisse orientiert sich in der Regel am Hauptspannungszustand und der zugehörigen Hauptrichtung des ungerissenen Zustands. Je nach Beanspruchung und Abweichung der Richtung des Bewehrungsnetzes von der Richtung der Primärrisse können sich bei weiterer Belastung Sekundärrisse einstellen, deren Richtung von der Richtung der Primärrisse abweicht. Eine zentrale Größe ist dabei die verbleibende Schubsteifigkeit im Riß.

Der Einfluß sich in Abhängigkeit von Rißbild und Beanspruchung ändernder Rißrichtung auf das Gesamttrag- und -verformungsverhalten eines Bauteils ist aufgrund der Vielzahl vorhandener Parameter nur schwer aufzuzeigen. Geistefeld [20] führt Berechnungen mit konstanter und variabler Rißrichtung durch, ohne daß dies wesentlichen Einfluß auf die Last-Verformungs-Kurve hat.

Die thermisch bedingte Zwängung partiell beflamelter Platten führt näherungsweise zu einer rotationssymmetrischen Beanspruchung. Die in den Versuchen von Abrams/Lin [1] aufgezeichneten Rißbilder zeigen um den beflamten Bereich herum radial angeordnete Risse. Die Rißrichtungen entsprechen dabei der Richtung der Hauptspannungen des ungerissenen Zustands.

In den eigenen rechnerischen Untersuchungen wird in Anlehnung an diese Versuchsergebnisse als Rißrichtung die Richtung der Hauptspannungen des ungerissenen Zustands gewählt. Die Rißrichtung bleibt während der gesamten Beanspruchung unverändert.



Plattenoberseite



Plattenunterseite

Bild 2.30: Rißbild einer partiell beflamten Platte nach Versuchsende  
(Versuch-Nr. 1011 von Abrams/Lin [1])



Bild 3.1 zeigt den Temperaturverlauf in einer 20 cm dicken einseitig beflamnten Stahlbetonplatte. Bemerkenswert ist der insbesondere zu Beginn der Beflammung steile Temperaturgradient am beflamnten Rand.

Die Berechnung der Temperaturfelder einer partiell beflamnten Geschoßdecke stellt im allgemeinen ein dreidimensionales Problem dar. Vereinfachend wird in der vorliegenden Arbeit von einer konstanten Brandbeanspruchung im beflamnten Teil ausgegangen und die Ausbildung eines Temperaturübergangsbereichs zwischen beflamntem und kaltem Deckenteil vernachlässigt. Bild 3.2 zeigt die Größe dieses Temperaturübergangsbereichs und seine zeitliche Veränderung aufgrund von Versuchen von Abrams/Lin [1]. Mit diesen Vereinfachungen läßt sich das dreidimensionale Temperaturproblem auf ein eindimensionales reduzieren.

Im beflamnten Deckenteil werden als Stahltemperaturen die Betontemperaturen im Schwerpunkt der Bewehrungsstäbe gewählt [13].

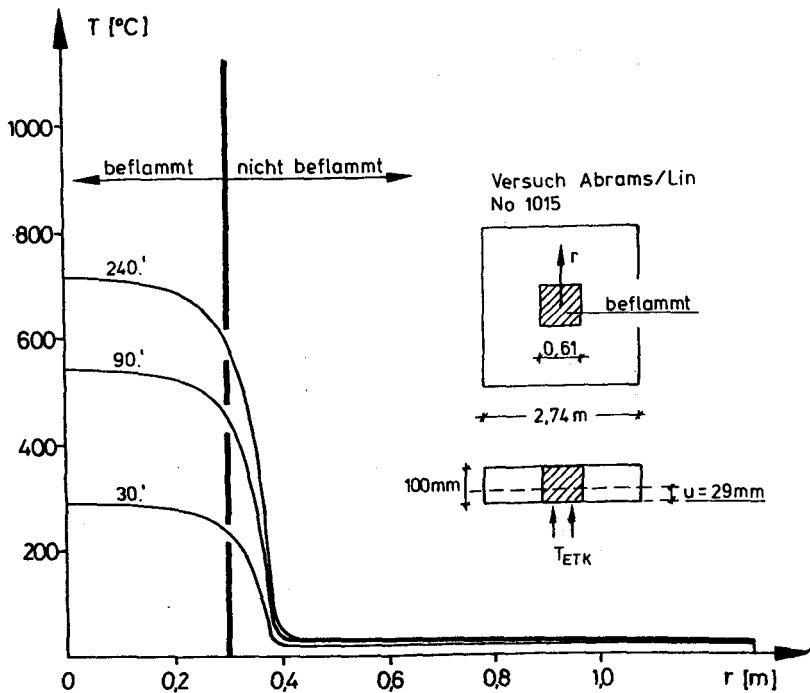


Bild 3.2: Temperaturverlauf in einer partiell beflamnten Stahlbetondecke - Meßergebnisse von Abrams/Lin [1] - Meßwerte bei  $u = 29$  mm



### 3.2 Thermische Dehnungen

In Abhängigkeit der vorgegebenen Temperaturen lassen sich thermische Dehnungen berechnen. Dabei führt die Veränderung der Temperaturen über die Bauteildicke zu entsprechend veränderlichen thermischen Dehnungen. Dies muß bei der Tragwerksanalyse berücksichtigt werden (vergl. Abschnitt 4.2.3).

Literaturauswertungen von Klingsch [30] zeigen bezüglich der thermischen Dehnungen von Beton einen größeren Streubereich. Versuche von Schneider [56] verdeutlichen den Einfluß der Zuschlagart (vgl. Bild 3.3), wobei in allen Fällen die zunehmende Nichtlinearität mit steigender Temperatur auffällt. In den eigenen Untersuchungen werden in Anlehnung an Versuchswerte entsprechende Polynome zur Beschreibung der thermischen Dehnungen des Betons entwickelt.

Die in Versuchen bestimmten thermischen Dehnungen des Stahls zeigen nur geringe Streuungen und liegen innerhalb des Streubereichs der thermischen Dehnungen des Betons [30]. Für die rechnerische Analyse wird vereinfachend von gleichen thermischen Dehnungen für Beton und Stahl ausgegangen.

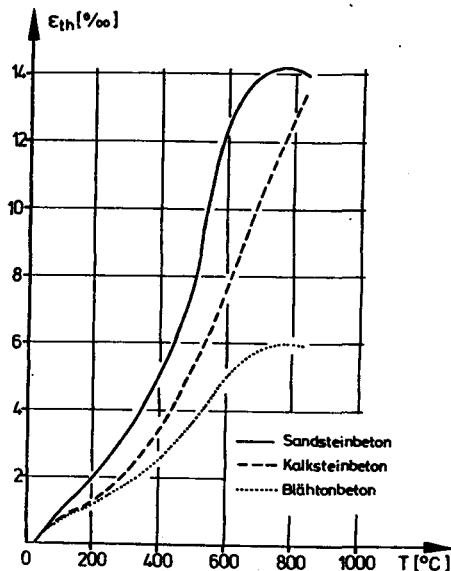


Bild 3.3: Thermische Dehnung von Beton mit unterschiedlichen Zuschlägen nach Versuchen von Schneider [56]

#### 4. RECHENMODELL

##### 4.1 Analytische Lösung

Die analytischen Verfahren zur Lösung von Scheibenproblemen liefern nur für einfache Fälle brauchbare Lösungen. Des weiteren lassen sich örtlich unterschiedliche Materialien in der Regel nicht berücksichtigen. Die Einbeziehung physikalischer Nichtlinearitäten ist nicht möglich; es sind lediglich Lösungen auf der Grundlage der Elastizitätstheorie erhältlich. Dennoch sind analytische Lösungsverfahren ein wertvolles Hilfsmittel zur Beurteilung der Brauchbarkeit numerischer Näherungsmethoden, wie z. B. auch für die Methode der Finiten Elemente.

Für die kreisförmige Scheibe mit Loch unter innerer Druckbeanspruchung (vgl. Bild 4.1) gibt Timoshenko [64] folgende Lösung an:

$$\sigma_r = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (4.1)$$

$$\sigma_t = \frac{a^2 \cdot p}{b^2 - a^2} \cdot \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \quad (4.2)$$

$$u = \frac{p \cdot a^2}{E \cdot r} \cdot \left[ \frac{r^2 + b^2 + \nu(b^2 - r^2)}{b^2 - a^2} \right] \quad (4.3)$$

u: Radialverschiebung

E: E-Modul

$\nu$ : Querdehnzahl

Für die Verschiebung des inneren Randes ergibt sich:

$$u_{(r=a)} = \frac{p \cdot a}{E} \cdot \left( \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} + \nu \right) \quad (4.4)$$

Bei bekannter Druckbeanspruchung  $p$  lassen sich unter der Voraussetzung elastischen Materialverhaltens die Radial- und die Tangentialspannungen sowie die Scheibenverformungen berechnen.

Eine Anwendung dieser Formeln zur Ermittlung des Eigenspannungszustands bei zentrischer Erwärmung der Scheibe im Bereich  $0 \leq r \leq a$  erfordert die Berechnung der im erwärmten Teil der Scheibe entstehenden Druckspannungen, wobei diese Zwangsspannungen mit den Scheibenverformungen gekoppelt sind.

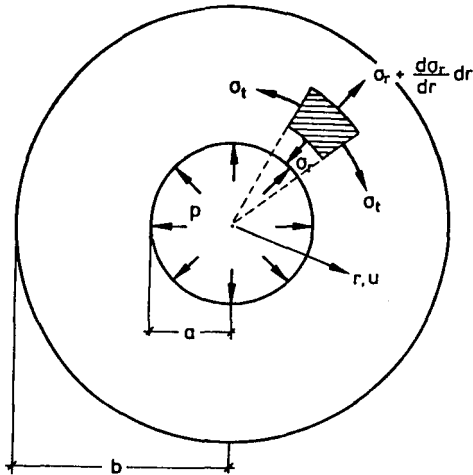


Bild 4.1: Kreisscheibe mit Loch unter Innendruckbeanspruchung

Melan/Parkus [44] haben hierfür eine analytische Lösung angegeben, wobei sie einen Temperaturübergangsbereich zwischen erwärmtem (konstante Temperatur  $T_1$ ) und kaltem Scheibenteil voraussetzen (Temperatur der umgebenden Luft:  $T_\infty = 0$ ). Der Temperaturübergangsbereich hängt insbesondere von den thermischen Kennwerten ab. Die angegebenen Gleichungen gelten für den stationären Temperaturfall mit konstanten Temperaturen über die Scheibendicke.

Das Temperaturfeld beschreiben sie mit:

$$T(r) = T_1 \cdot \frac{X(r)}{X(a)} \quad (4.5)$$

unter Benutzung der Besselschen Funktionen [10]:

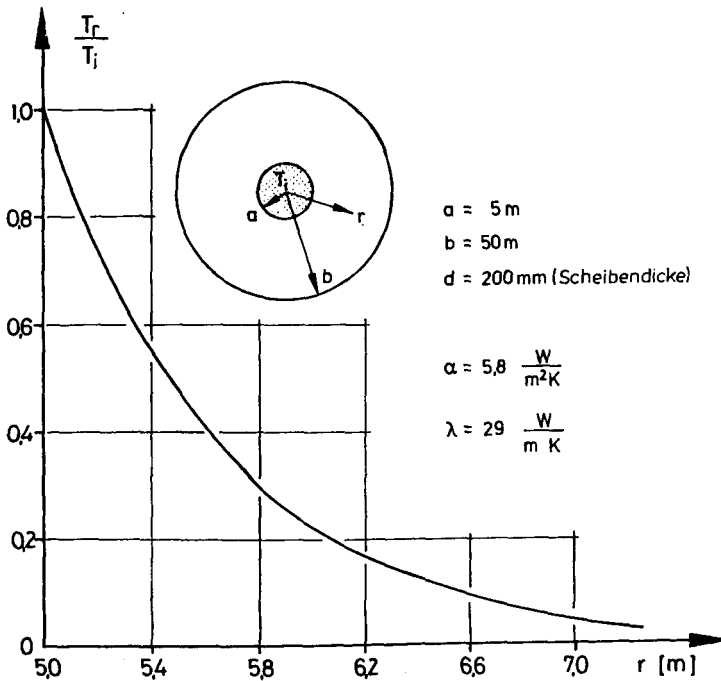
$$X(r) = K_1(m \cdot b) \cdot I_0(m \cdot r) + I_1(m \cdot b) \cdot K_0(m \cdot r) \quad (4.6)$$

$$\text{mit} \quad m^2 = \frac{2\alpha}{\lambda \cdot d} \quad (4.7)$$

Hierbei liefern nur kleine  $m$ -Werte ( $m < 2$ ) numerisch brauchbare Ergebnisse. Aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit von Beton ist Gl. (4.6) für Betonbauteile in der Regel nicht anwendbar ( $m \sim 5$ ).

Für einen fiktiven Baustoff mit  $\lambda = 29 \frac{\text{W}}{\text{mk}}$  ( $= 25 \frac{\text{kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}}$ ) ergibt die Anwendung von Gl. (4.5) den in Bild 4.2 dargestellten Temperaturübergangsbereich. Die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  von Beton und Stahl sind:

Beton	$2,0 \frac{\text{W}}{\text{mk}}$	$(1,75 \frac{\text{kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}})$ ,
Stahl	$58 \frac{\text{W}}{\text{mk}}$	$(50 \frac{\text{kcal}}{\text{mh}^\circ\text{C}})$ .



**Bild 4.2:** Temperaturübergangsbereich in einer partiell erwärmten Scheibe nach Melan/Parkus [44]

Unter Voraussetzung der durch Gl. (4.5) beschriebenen Temperaturverteilung ergibt sich für die Druckspannungen im erwärmten Plattenteil

$$\sigma_i = -E \cdot \alpha_T \cdot T_i \cdot f \tag{4.8}$$

mit  $f = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{[2\Psi(a) - X(a)] + X(a)}{2X(a)}$  (4.9)

$$\text{und } \psi(r) = \frac{1}{m \cdot r} \cdot [K_1(m \cdot b) \cdot I_1(m \cdot r) - I_1(m \cdot b) \cdot K_1(m \cdot r)] \quad (4.10)$$

Für das in Bild 4.2 dargestellte Beispiel errechnet sich  $f = 0,49$ , d. h. bei elastischer Dehnbehinderung durch anschließende kalte Scheibenteile erreicht der Zwang nur 49 % des Wertes bei voller Behinderung. Weiter zeigt Gl. (4.8), daß die Zwängungsspannungen  $\sigma_i$  unter der Voraussetzung elastischen Materialverhaltens von der Querdehnzahl  $\nu$  unabhängig sind.

Da die analytische Lösung weder temperaturabhängiges, noch nichtlineares Materialverhalten oder Ribbildung berücksichtigt, wird zur Untersuchung dieser Einflüsse ein Rechenverfahren auf der Grundlage der Finiten Elemente gewählt.

#### 4.2 Diskretisierung mit Hilfe von Finiten Elementen

Grundlage der Finite-Element-Methode ist die Unterteilung der Gesamtstruktur in einzelne Elemente und die Beschreibung der Zustandgrößen durch elementweise gewählte Funktionen. Damit lassen sich in einfacher Weise beliebige Tragwerksformen, Randbedingungen und Belastungen erfassen.

Zur Beschreibung krummlinig berandeter Strukturen hat sich der Einsatz isoparametrischer Elemente als besonders wirtschaftlich erwiesen. Geometrie und Zustandgrößen werden durch dieselben Funktionen angenähert. Die Anwendung dieser Elemente für die Analyse der thermischen Zwängung bei Bränden hat sich als günstig erwiesen, da häufig kreisförmige Brandbereiche innerhalb orthogonaler Tragstrukturen beschrieben werden müssen (Bild 4.3). Einen Überblick über Herleitung und Anwendung isoparametrischer Finiten Elemente gibt Zienkiewicz [71].

Im vom Verfasser benutzten Finite-Element-Programm wird ein isoparametrisches Scheibenelement mit acht Knoten und zwei Freiheitsgraden je Knoten, den Verschiebungen  $u$  und  $v$  (vgl. Bild 4.4) verwendet. Die finite Übersetzung erfolgt nach dem Weggrößenverfahren.

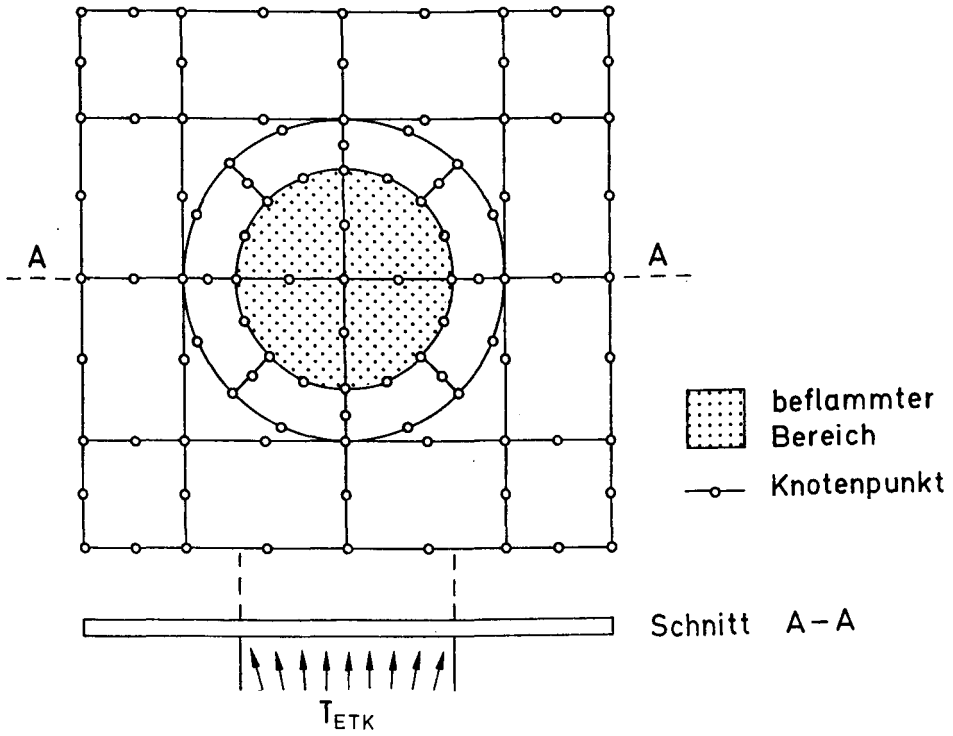


Bild 4.3: Finite-Elementeinteilung bei partieller Beflammung

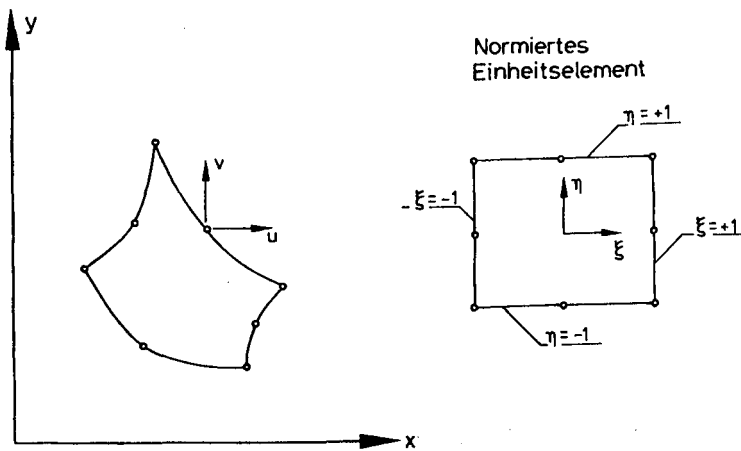


Bild 4.4: Isoparametrisches Scheibenelement

### 4.2.1 Grundgleichungen

Die Verschiebungen im Element werden mit Hilfe von quadratischen Shape-Functionen  $N_i$  beschrieben.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

Für das normierte Einheitselement lauten die Shape-Functions in den lokalen  $\xi$ - $\eta$ -Koordinaten (vgl. Bild 4.5):

$$\begin{aligned} N_1 &= 1/4 \cdot (1+\xi) \cdot (1+\eta) \cdot (\xi+\eta-1) \\ N_2 &= 1/2 \cdot (1-\xi^2) \cdot (1+\eta) \\ N_3 &= 1/4 \cdot (1-\xi) \cdot (1+\eta) \cdot (-\xi+\eta-1) \\ N_4 &= 1/2 \cdot (1-\xi) \cdot (1-\eta^2) \\ N_5 &= 1/4 \cdot (1-\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (-\xi-\eta-1) \\ N_6 &= 1/2 \cdot (1-\xi^2) \cdot (1-\eta) \\ N_7 &= 1/4 \cdot (1+\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (\xi-\eta-1) \\ N_8 &= 1/2 \cdot (1+\xi) \cdot (1-\eta^2) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Die geometrische Transformation vom lokalen  $\xi$ - $\eta$ -System auf das globale X-Y-System erfolgt mit:

$$\begin{Bmatrix} x/y \\ \vdots \end{Bmatrix}_p = \{ N_{1p}, N_{2p}, \dots, N_{8p} \} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

; Koordinaten der Elementknoten im globalen System

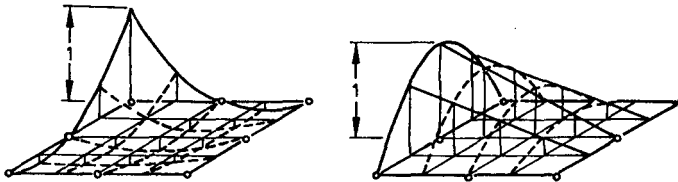


Bild 4.5: Shape Functions als Ansatzfunktionen im Weggrößenmodell (aus [71])

Die finite Übersetzung der Gesamtstruktur führt auf ein lineares Gleichungssystem in der Form

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{F\} \quad (4.14)$$

$\{\delta\}$ : Verformungsvektor des Gesamtsystems

$[K]$ : Globale Gesamtsteifigkeitsmatrix

$\{F\}$ : Lastvektor

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix ergibt sich durch Summation aller Elementsteifigkeitsmatrizen

$$[K] = \sum_{i=1}^n [k]^e \quad (4.15)$$

mit 
$$[k]^e = \int [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot d \cdot dA \quad (4.16)$$

$[B]$ : Operatormatrix

$[D]$ : Materialmatrix

$d$ : Scheibendicke

In Gl. (4.16) läßt sich unter Anwendung der Gauß'schen Integration das Integral durch die Summation der Werte an speziellen Integrationspunkten ersetzen.

Mit vier Integrationspunkten je Element folgt:

$$[k]^e = \sum_{j=1}^4 [B]_j^T \cdot [D]_j \cdot [B]_j \cdot d_j \cdot |J|_j \quad (4.17)$$

$|J|_j$ : Determinante der Jacobi-Matrix - vgl. Gl. (4.19)

Die Transformation der Ableitungen der Shape Functions vom lokalen auf das globale Koordinatensystem wird mit Hilfe der Jacobi-Matrix  $[J]$  durchgeführt.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = [J]_j^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$i$ : Elementknoten

$j$ : Integrationspunkt



$$[J]_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Die zum Integrationspunkt gehörige Teilfläche des Elements wird durch Berechnung der Determinante der Jacobi-Matrix bestimmt.

Mit den auf das globale Koordinatensystem transformierten Ableitungen der "Shape-Functions" läßt sich die Operatormatrix [B] formulieren:

$$[B]_j = [B_1, B_2, \dots, B_8] \quad (4.20)$$

$$[B_i]_j = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Im Lastvektor {P} werden nur Temperaturlasten berücksichtigt. Die äquivalenten Knotenkräfte je Element lauten:

$$\{F\}^e = \int [B]^T \cdot [D] \cdot \{\epsilon_0\} \cdot d \cdot dA \quad (4.22)$$

Das Integral wird wieder durch die Summation über die vier Integrationspunkte ersetzt:

$$\{F\}^e = \sum_{j=1}^4 [B]_j^T \cdot [D]_j \cdot \{\epsilon_0\}_j \cdot d_j \cdot |J|_j \quad (4.23)$$

mit der Anfangsdehnung  $\{\epsilon_0\}_j$  aus Temperatur:

$$\{\epsilon_0\}_j = \begin{Bmatrix} \epsilon_{thx} \\ \epsilon_{thy} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

Verzerrungen und Spannungen werden in einer Nachlaufrechnung bestimmt:

$$\{\epsilon\}_j^e = [B]_j^e \cdot \{\delta\}^e - \{\epsilon_0\}_j^e \quad (4.25)$$

$$\{\sigma\}_j^e = [D]_j^e \cdot \{\epsilon\}_j^e \quad (4.26)$$

$\{\delta\}^e$  : Elementverschiebungsvektor

Aufgrund des verwendeten Integrationsverfahrens ergeben sich Verzerrungen und Spannungen innerhalb des Elements für die Integrationspunkte. Im Element lassen sich zugeordnet zum Integrationspunkt unterschiedliche Materialwerte berücksichtigen.

#### Lösung des Gleichungssystems

Das hier verwendete Weggrößenmodell liefert ein lineares Gleichungssystem mit positiv definiten symmetrischer Koeffizientenmatrix, die Bandstruktur aufweist. Zur Auflösung des Gleichungssystems wird die Dreieckzerlegung nach Cholesky [73] verwendet. Die Gesamtlösung wird dabei in einen lastunabhängigen und einen lastabhängigen Teil aufgespalten (vgl. Abschnitt 4.2.4).

#### 4.2.2 Physikalisch nichtlineare Berechnung

Für linearelastische Werkstoffe liefert Gl. (4.14) eine lineare Last-Verformungs-Beziehung. Die zur Belastung gehörige Verformung kann in einem Rechenschritt bestimmt werden. Stahlbetontragwerke zeigen demgegenüber mit steigender Belastung zunehmend nichtlineare Verformungen. Ursachen für solche nichtlinearen Last-Verformungslinien sind nichtlineare Arbeitslinien von Beton und Stahl sowie auftretende Ribbildung bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit. Aufgrund der in der Regel geringen Betonzugfestigkeit entstehen Risse schon bei kleinen Lasten.

Um solche physikalischen Nichtlinearitäten berücksichtigen zu können, muß die Analyse von Stahlbetontragwerken schrittweise durchgeführt werden. Hierbei wird die nichtlineare Last-Verformungs-Beziehung für den jeweiligen Rechenschritt linearisiert. Die zur Belastung gehörige Verformung wird iterativ bestimmt.

Die Iteration wird in der vorliegenden Arbeit durch Änderung der globalen Steifigkeitsmatrix  $[K]$  in Gl. (4.14) entsprechend dem Beanspruchungszustand des Tragwerks durchgeführt. Verfahren, die die nichtlinearen Verformungsanteile nur über den Lastvektor  $\{P\}$  berücksichtigen (Anfangslasten), erschienen dem Verfasser insbesondere zur Erfassung der Ribbildung weniger gut geeignet. Obwohl bei diesen Verfahren nur die lastabhängige Lösung bei jedem Iterationsschritt neu bestimmt werden muß, was die Rechenzeit erheblich verkürzt, sind in der Regel mehr Iterationsschritte durchzuführen. Wird das Verformungsverhalten wesentlich durch die Ribbildung bestimmt, können verstärkt

Konvergenzprobleme auftreten. Gemischte Verfahren verwenden sowohl veränderliche Steifigkeitsmatrizen (Beschreibung der Rißbildung) als auch Anfangslasten im Lastvektor [14].

Die iterativen Verfahren der veränderlichen Steifigkeitsmatrizen lassen sich in zwei Gruppen einteilen (Bild 4.6):

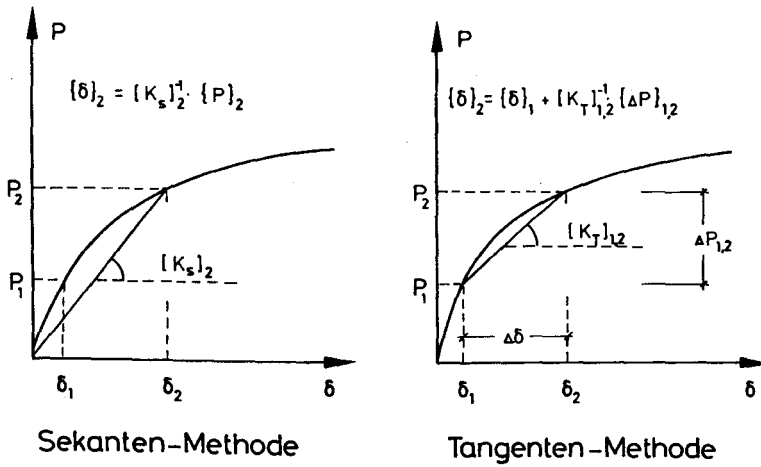
- Sekanten-Methode,
- Tangenten-Methode.

Die Anwendung der Tangenten-Methode erfordert eine Laststeigerung in Form von Lastinkrementen. Hierbei wird aus numerischen Gründen die Tangente häufig durch die Sekante in dem jeweiligen Lastabschnitt ersetzt (vgl. Bild 4.6). Das Auftreten von Rissen erfordert zusätzliche Rechenschritte, da ein Riß nur bei den folgenden Lastinkrementen im Stoffgesetz und damit in der Steifigkeitsmatrix  $[K_T]$  berücksichtigt werden kann. Vorhandene Zugspannungen senkrecht zum Riß aus vorherigen Lastinkrementen müssen durch weitere Rechenschritte umgelagert werden. Werden differentielle Stoffgesetze, wie sie z. B. die Plastizitätstheorie definiert, verwendet, ist ausschließlich nur die inkrementelle Tangenten-Methode brauchbar.

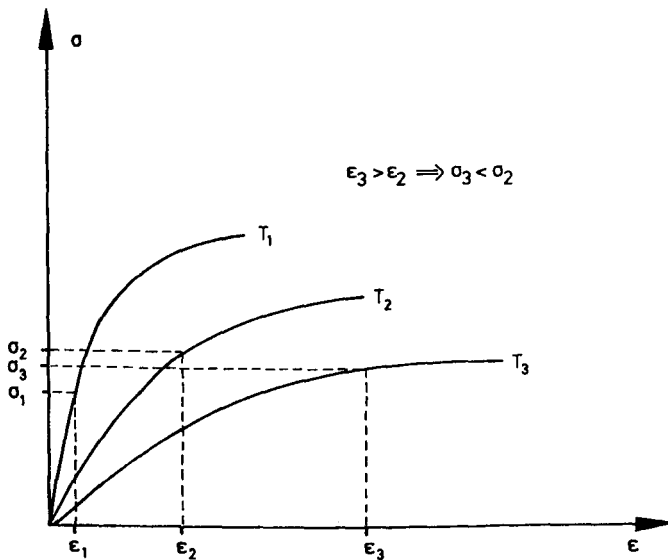
Bei Anwendung der Sekanten-Methode wird in jedem Rechenschritt mit der jeweiligen gesamten Teillast iteriert. Diese Methode hat bei der Analyse von Temperaturbeanspruchungen wesentliche Vorteile:

- Zustandsänderungen bei Rißbildung werden ausschließlich über das Stoffgesetz berücksichtigt,
- der steifigkeitsabhängige Lastvektor  $\{F\}$  bei thermischer Beanspruchung nach Gl. (4.22) kann auch im Bereich abnehmender Werte beschrieben werden.

Im Gegensatz zu Untersuchungen kalter Stahlbetontragwerke, bei denen in der Mehrzahl tangentielle Steifigkeiten verwendet werden [53], bleibt der Lastvektor bei Zwangsbeanspruchungen aus Temperatur während der Iteration nicht konstant. Auch können sich trotz monoton steigender Zwangsdehnungen abnehmende Zwangsspannungen ergeben (Bild 4.7). In Bereichen sehr hoher Temperaturen führt der temperaturbedingte Steifigkeitsabfall trotz weiter zunehmender thermischer Dehnungen möglicherweise zu abnehmenden Zwangsbeanspruchungen. Die Anwendung der inkrementellen Tangentenmethode ergibt bei monoton steigenden Arbeitslinien zugehörig zu einem thermischen Dehnungszuwachs immer einen Beanspruchungszuwachs, so daß eine abfallende "Last"-Verformungskurve nicht erfaßt werden kann.



**Bild 4.6:** Rechenmethoden zur Beschreibung nichtlinearer Last-Verformungs-Kurven



**Bild 4.7:** Spannungsänderung bei zunehmenden Dehnungen mit steigender Temperatur  $T_i$

Aus diesen Gründen wird die Linearisierung des Gleichungssystems mit Hilfe von Sekantensteifigkeiten durchgeführt, die unter Verwendung der in Abschnitt 2 beschriebenen Stoffgesetze berechnet werden.

Für den Iterationsvorgang werden Schranken bezüglich der Verformungen wie auch der Sekantensteifigkeiten gesetzt. Die Iteration wird abgebrochen, wenn die Änderungen der Sekantenmoduli 5 % bzw. die Änderung der Verformung im Mittel einen vorgegebenen Grenzwert nicht überschreiten. Die Schranke für die Verformungen, die in der Regel den Iterationsvorgang bestimmte, wurde mit 2 bis 5 % bezüglich der Summe der Verformungen aller Knoten gewählt.

#### 4.2.3 Berücksichtigung des Temperaturgradienten

Die Brandbeanspruchung von Betonbauteilen führt zu instationären, örtlich veränderlichen Temperaturfeldern in den Bauteilen. Wie in Bild 3.1 dargestellt, ergeben sich aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit des Betons steile Temperaturgradienten, insbesondere in der Nähe der beflamten Ränder. Infolge dieser Temperatureinwirkung entstehen Längenänderungen und Verkrümmungen des Bauteils bzw. entsprechende Zwangsschnittgrößen bei Behinderung dieser Verformungen. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Scheibenmodell beschreibt allein die Längenänderungen und daraus resultierende Beanspruchungen, wobei ein möglicher Einfluß der Verkrümmungen vernachlässigt wird. Sowohl thermische als auch lastbedingte Verkrümmungen können nicht erfaßt werden, da die Scheibentheorie eine zur Mittel­fläche vertikale Zwängungsebene voraussetzt (vergl. Bild 4.9).

Die vorliegende nichtlineare Temperaturverteilung in brandbeanspruchten Beton­decken wird im Scheibenmodell mit Hilfe von Rechenwerten, die eine mittlere Temperatureinwirkung wie eine mittlere Steifigkeit definieren, berücksichtigt. Zur Festlegung bzw. Ermittlung solcher Rechenwerte wurden drei Modelle untersucht:

1. Die Temperatur der Mittelfläche wird als über die Dicke konstanter Rechenwert gewählt.
2. Zugehörig zu einer durch Integration über die Dicke berechneten thermischen Ersatzdehnung  $\bar{\epsilon}_{th}$  wird ein konstanter Temperaturrechenwert  $\Delta T_{\epsilon_{th}}$  definiert (Bild 4.8).
3. Das Scheibenelement wird über die Dicke durch einzelne Schichten unterteilt (Bild 4.9). Temperaturverlauf und thermischer Dehnungsverlauf werden treppenförmig angenähert. Unter Verwendung einer Zwängungsebene, deren Lage sich

durch die Lösung der Scheibengleichung ergibt, werden die Größe der thermischen Beanspruchung, die vorhandene Zwangskraft wie auch die Dehnsteifigkeit des Scheibenelementes durch Summation der Einzelwerte aller Schichten gewonnen. Die Scheibenlösung liefert den Verformungs- und Zwangskraftzustand bezüglich der Mittelfläche.

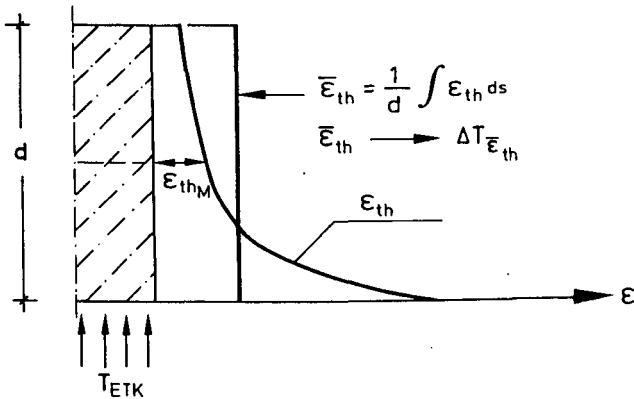


Bild 4.8: Integral bestimmte Rechentemperatur  $\Delta T \bar{\epsilon}_{th}$

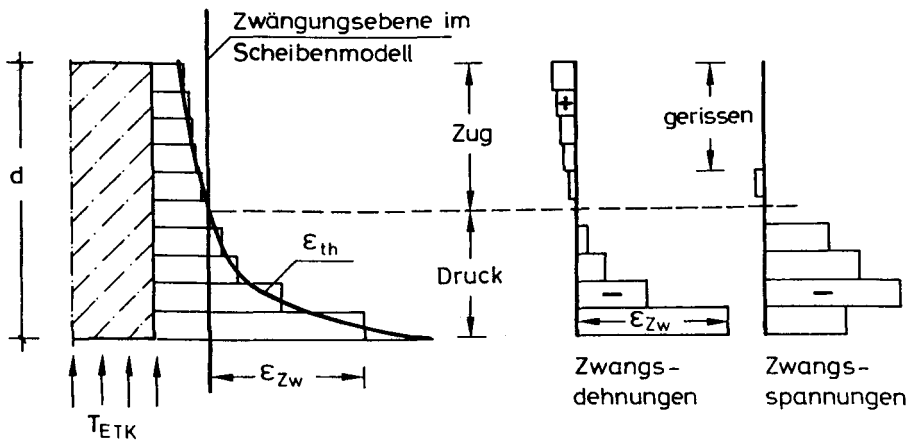


Bild 4.9: Geschichtetes Scheibenelement

Modell 1 und 2 definieren konstante Temperaturrechenwerte. Bei Anwendung von Modell 2 erfolgt ein Flächenausgleich nach der Integrationsmethode. Hierbei wird der Verlauf der thermischen Dehnungen der Integration zugrunde gelegt, daß die thermischen Dehnungen und nicht die Temperaturen die eigentliche Beanspruchungsgröße darstellen. Der zeitliche Verlauf dieser Temperaturrechenwerte für Beton-

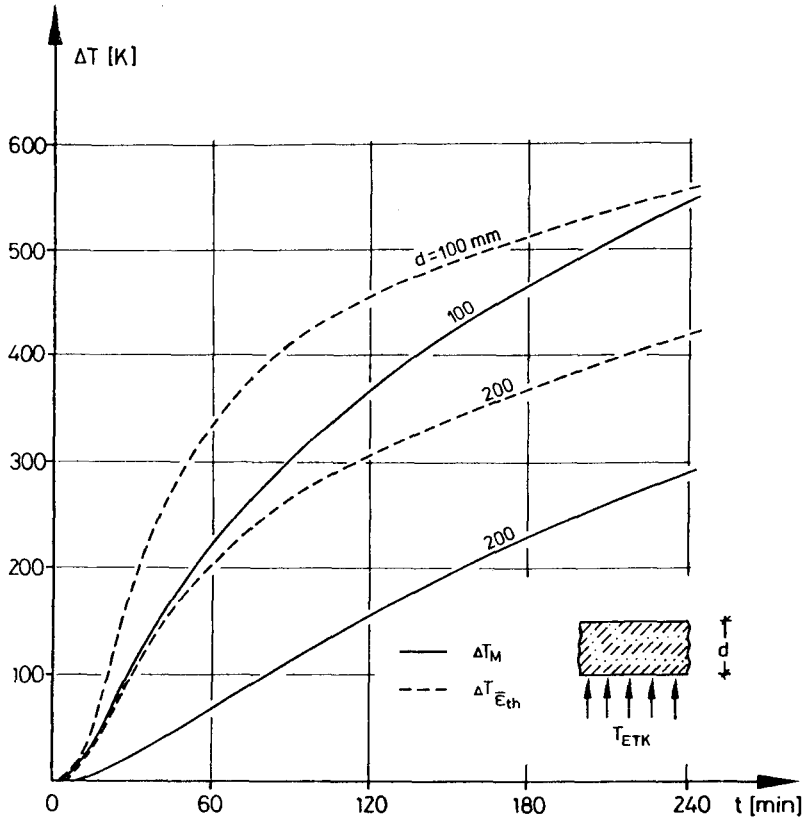


Bild 4.10: Temperaturen  $\Delta T_M$  in Deckenmitte im Vergleich zu einer durch Integration der thermischen Dehnungen bestimmten Rechentemperatur  $\Delta T_{\epsilon_{th}}$  (Beton mit quarzitischen Zuschlägen)

decken mit 100 mm und 200 mm Dicke bei Brandbeanspruchung gemäß der Normbrandkurve ist in Bild 4.10 aufgetragen. Die Integrationsmethode ergibt deutlich größere Temperaturrechenwerte ( $\Delta T_E^-$ ), wobei sich der Unterschied zu den Temperaturwerten der Mittelfläche ( $\Delta T_M^{\text{th}}$ ) mit zunehmender Deckendicke erheblich vergrößert.

Die Brauchbarkeit der drei Modelle zur Beschreibung des Zwängungszustands ist unterschiedlich und hängt von einer Reihe von Parametern ab. Theoretische Überlegungen hierzu werden in Abschnitt 5 dargelegt.

Die Verwendung des geschichteten Scheibenelements erlaubt die Erfassung sowohl thermisch wie beanspruchungsbedingter Unterschiede über die Elementdicke. Mit Hilfe konstanter Temperaturrechenwerte ist dies nicht möglich. Die Berechnung der horizontalen Deckenverschiebungen wie der entstehenden Zwangskräfte mit Hilfe der Scheibentheorie vernachlässigt jedoch in jedem Fall den Einfluß möglicher Verkrümmungen. Daher kann auch das geschichtete Scheibenelement den tatsächlichen Beanspruchungszustand im Element nur näherungsweise beschreiben. Der Frage, inwieweit zutreffende Aussagen über den horizontalen Verformungs- und Zwangskraftzustand bei Geschoßdecken mit dem Scheibenmodell möglich sind, wird in Abschnitt 6 durch den Vergleich der Rechen- mit den Versuchswerten nachgegangen.



#### 4.2.4 Programmstruktur

Zur Durchführung der Berechnungen wurde ein Rechenprogramm auf der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Grundlage der Finiten Elemente entwickelt. Als Programmiersprache wurde Fortran IV verwendet. Das Programm wurde auf der ICL 1906 S des Rechenzentrums der Technischen Universität Braunschweig, wie auf der Prime 400 des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz in Braunschweig installiert.

Der Kernspeicherbedarf des Programms hängt in erster Linie von der Größe des Gleichungssystems und damit von der gewählten geometrischen Struktur des zu untersuchenden Tragwerks ab. Strukturen mit z. B. 50 Elementen benötigen an der ICL 1906 s ca. 120 K-Worte Kernspeicher bei einer Wortlänge von 24 Bit. Die Berechnung kann in mehreren Schritten durchgeführt werden, wobei beim Abbruch der jeweilige Beanspruchungszustand abgespeichert werden und beim Wiederanstart erneut eingelesen werden kann. Die bei der Unterbrechung ausgegebenen Zwischenergebnisse können bei der Festlegung der optimalen und variabel wählbaren Schrittweite bei der Steigerung der thermischen Beanspruchung hilfreich sein.

Das Programm ist mit Hilfe von Prozeduren strukturiert. Änderungen oder Erweiterungen können in der Regel in einfacher Weise durch Ersetzen oder Einfügen von Prozeduren durchgeführt werden. Die Programmstruktur ist in Bild 4.11 dargestellt.

Die Berechnung erfolgt schrittweise über eine Zeitschleife. Nichtlineares Werkstoffverhalten und Ribildung werden iterativ durch Änderung der Stoffwerte erfaßt. In jedem Iterationsschritt sind die Systemmatrix und der Temperaturlastvektor zu bestimmen und das Gleichungssystem neu zu lösen.

Das Temperaturfeld wird in einem Vorlaufprogramm bestimmt. Die zum jeweiligen Zeitschritt zugehörigen Temperaturen werden vom Programm eingelesen. Für die Erstellung der in der Regel großen Datenmenge zur Beschreibung der Geometrie werden für regelmäßige orthogonale wie radiale Strukturen Generierungsprogramme verwendet. Für die zeichnerische Darstellung der Ergebnisse mit Hilfe von Plotterprogrammen kann eine spezielle Ausgabe erfolgen.

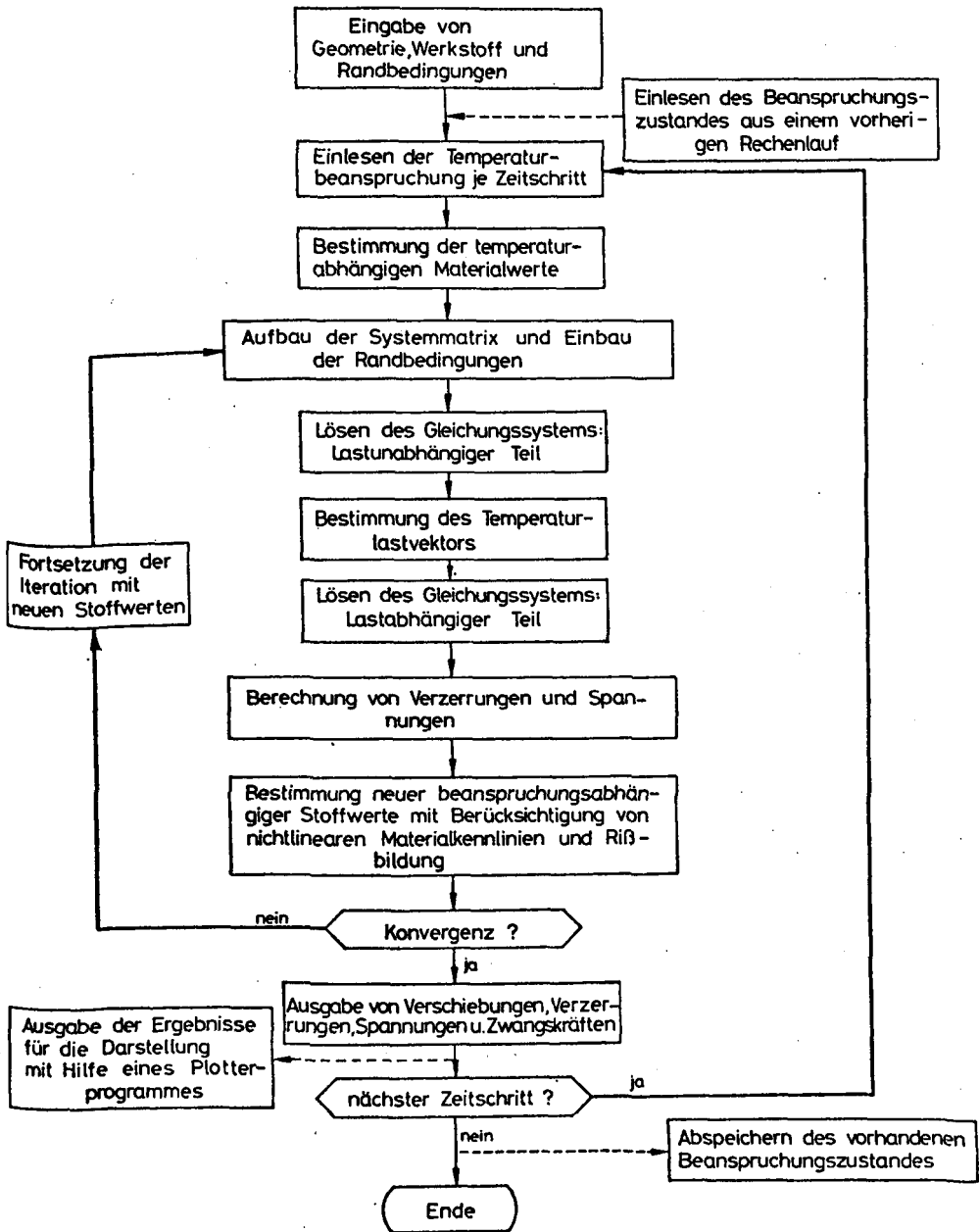


Bild 4.11: Flußdiagramm des Rechenprogramms

#### 4.2.5 Genauigkeit und Konvergenzverhalten

Die Genauigkeit der Rechenergebnisse wird zunächst von der Güte des gewählten Finiten Elementtyps bestimmt. Das in der vorliegenden Arbeit verwendete isoparametrische Element beschreibt aufgrund des quadratischen Verschiebungsansatzes die Verzerrungen und Spannungen im Element linear veränderlich. Damit können mit einer noch recht groben Elementeinteilung (z. B. 9 Elemente für die halbe Scheibe unter gleichförmiger Belastung) Ergebnisse erzielt werden, die z. B. von der analytischen Lösung in den Verformungen praktisch nicht und in den Spannungen nur wenig (ca. 5 - 10 %) abweichen. Für die Untersuchung der Zwängung bei partieller Beflammung brachte eine Verfeinerung des Elementnetzes über 40 Elemente hinaus keine wesentliche Änderung der Ergebnisse (vgl. Abschnitt 6). Die Elementeinteilung ist der jeweiligen Aufgabenstellung des Einzelfalles anzupassen.

Das Konvergenzverhalten des Iterationsprozesses zur Erfassung der physikalischen Nichtlinearitäten hängt im wesentlichen von der Rißbildung und dem Rißfortschritt ab. Da die Rißbildung zu großen Steifigkeitsänderungen führt, sind die Zeitschritte und damit die Temperaturerhöhung sinnvoll zu begrenzen.

Eine Begrenzung der Temperaturerhöhung auf  $\Delta T = 10 - 20 \text{ K}$  je Rechenschritt bzw. eine Zeitschrittwahl von 1 bis 2 Minuten bis zur 60. Minute beim Schichtenmodell ( $\Delta t = 5' - 10'$  für  $t > 60'$ ) erforderten 3 - 5 Iterationsschritte je Berechnungsschritt, wobei die maximal mögliche Iterationszahl in der Regel auf 5 begrenzt wurde. In wenigen Fällen wurde dabei die Iteration nach Ablauf von 5 Schritten abgebrochen, ohne daß die Abweichungen bezüglich Verformungen und Stoffwerten unter den in Abschnitt 4.2.2 definierten Schrankenwerten lagen. Konvergenz wurde hier in der Regel im nächsten Temperatur- bzw. Zeitschritt erreicht. Bei entsprechender Temperatur- oder Zeitschrittwahl traten divergierende Lösungen nicht auf.

Die zunehmend plastischen Verformungen von Stahl und Beton bei hoher Beanspruchung führen zu großen Änderungen der Sekantenwerte in den Stoffmatrizen. Um in diesen Fällen Konvergenzstörungen zu unterdrücken, wurde die maximal mögliche Änderung eines Sekantenwertes je Iterationsschritt begrenzt.

## 5. RECHNERISCHE UNTERSUCHUNGEN

Der Zwängungszustand von Stahlbetondecken aufgrund partieller Beflammung wird von einer Vielzahl von Einflußgrößen bestimmt, wobei die Bedeutung der einzelnen Parameter für die Größe des Zwanges sehr unterschiedlich ist. Insbesondere im Hinblick auf die Überprüfung von Rechenmodellen durch Versuche oder die Durchführung von rechnerischen Studien ist es wichtig, die wesentlichen Parameter zu kennen.

Die folgenden Berechnungen, die sich auf die Untersuchung von partiell beflamnten ebenen Stahlbetondecken und den in der Deckenebene entstehenden Zwang beschränken, sollen Zusammenhänge aufzeigen und verdeutlichen, welche Parameter die Zwangskräfte und die damit gekoppelten horizontalen Verschiebungen signifikant beeinflussen. Hierbei erfaßt die Analyse aufgrund des gewählten Rechenmodells nur den Scheibenzustand. Einflüsse aus Biegung, z. B. durch thermische Verkrümmungen aufgrund der Temperaturunterschiede über die Deckendicke oder aus äußeren vertikalen Lasten (Eigengewicht und Verkehrslasten) werden an Hand durchgeführter Versuche abgeschätzt (vgl. Abschnitt 6).

### 5.1 Gewähltes Berechnungsbeispiel

Die partielle Beflammung von Geschoßdecken führt zu einem quasirotationssymmetrischen Spannungszustand auch bei orthogonalen Geometrien. An den Ecken bilden sich in der Regel Spannungsspitzen (vgl. Bild 1.3). Vereinfachend wird daher für die folgenden grundlegenden Überlegungen und theoretischen Untersuchungen als Grundmodell die Kreisscheibe mit kreisförmiger zentrischer partieller Beflammung gewählt. Der rotationssymmetrische Zwangverformungs- und Zwangspannungszustand bleibt auch im nichtlinearen Bereich erhalten und liefert stabile Lösungen bei schnell konvergierenden Iterationen.

Die finite Elementteilung ist in Bild 5.1 dargestellt. Je nach Abmessung wird die Elementzahl in radialer Richtung verändert, um eine den radialen Spannungs- und Verformungsänderungen angepaßte Einteilung zu erzielen. Die Berechnung beschränkt sich aus Symmetriegründen auf ein Scheibenviertel.

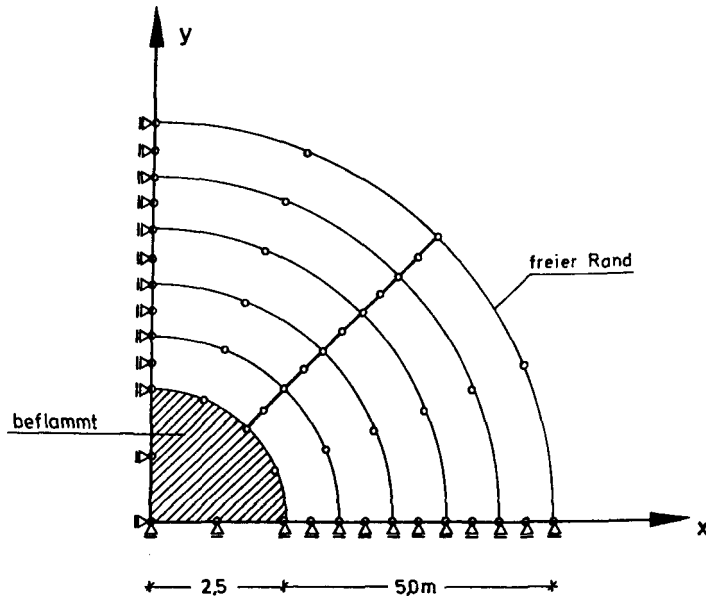


Bild 5.1: Finite Elementteilung einer zentrisch erwärmten Kreisscheibe  
- Berechnung eines Scheibenviertels -

Die Bewehrung wird radial und tangential angeordnet. Der Bewehrungsprozentsatz in jeder Richtung ( $\mu_z = \mu_r$ ) variiert von 0,5 bis 2 %. Stahl und Betongüte bleiben für alle Berechnungsbeispiele konstant.

Stahl	BSt 420/500
Beton	$\beta_p(T_o) = - 30 \text{ N/mm}^2$
	$\beta_z(T_o) = + 3 \text{ N/mm}^2$
	$E_{bo}(T_o) = 30\ 000 \text{ N/mm}^2$
	$\nu = 0,2$

Für die thermischen ( $\alpha, \epsilon_{th}$ ) wie die statischen ( $\beta_p, E_b, \varphi_{tr}$  usw.) Materialkennwerte werden temperaturabhängige Kennlinien für Beton mit quarzitischen Zuschlägen verwendet. Im einzelnen sind die Funktionen im Anhang aufgeführt. Im gerissenen kalten Teil wird die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen berücksichtigt. Es wird der in Bild 2.28 dargestellte funktionelle Verlauf verwendet.

Der Zwängungsanteil des Stahles im beflamnten Teil, der aufgrund des in der Regel geringen Bewehrungsprozentsatzes klein ist, wird vernachlässigt.

Grundlegende Studien wurden zunächst an zentrisch erwärmten Scheiben mit in Richtung der Dicke konstanter Temperatureinwirkung  $\Delta T_R$  durchgeführt (vgl. Abschnitt 4.2.3). Die Ergebnisse werden in Abhängigkeit dieses Rechenwertes  $\Delta T_R$  dargestellt. Ein Temperaturübergangsbereich zwischen kaltem und beflamntem Teil wird nicht berücksichtigt.

In Abschnitt 5.4 werden Ergebnisse unter Benutzung geschichteter Scheibenelemente (vgl. Abschnitt 4.2.3) zur Beschreibung der beflamnten Deckenteile dargestellt und mit den Ergebnissen bei Verwendung konstanter Rechentemperaturen verglichen.

## 5.2 Verformungsbehinderung durch umschließende kalte Deckenteile

Ursache für die Entstehung von Zwangskräften innerhalb des beflamnten Deckenteils ist die horizontale Verformungsbehinderung durch die umgebenden kalten Teile, eventuell in Verbindung mit anderen Tragwerksteilen, wie z. B. Unterzügen oder Stützen. Rechnerische Voruntersuchungen haben dabei gezeigt, daß die Behinderung durch solche stabförmigen Bauteile in der Regel klein gegenüber der Behinderung durch die Geschoßdecke selbst ist. Die folgenden Untersuchungen beschränken sich auf die Behinderung allein durch die Deckenplatte.

Der Grad der Behinderung hängt im wesentlichen ab von dem Verhältnis der Dehnsteifigkeit der kalten Bereiche zur Dehnsteifigkeit des heißen Teiles. Verformungsfähigkeit bzw. Dehnsteifigkeit der kalten Teile werden u. a. bestimmt durch:

- Rißbildung
- Bewehrungsgehalt
- Größe des kalten Deckenteiles

Sehr steife kalte Bereiche führen zu großen Zwangskräften bei kleinen Horizontalverschiebungen. Bei abnehmenden Steifigkeiten werden die Zwangskräfte kleiner, wobei die Verschiebungen in der Regel zunehmen.

### 5.2.1 Rißbildung

Die Dehnsteifigkeit der kalten Bereiche wird entscheidend vom Grad der Rißbildung bestimmt. So beträgt z. B. die Dehnsteifigkeit einer gezogenen, gerissenen Stahlbetonscheibe in der Regel weniger als 10 %, bezogen auf die Dehnsteifigkeit der ungerissenen Scheibe [20].

In einer zentrisch partiell beflamten Decke bildet sich ein Eigenspannungszustand aus mit tangentiellen Ringzugspannungen um den beflamten Teil herum. Bild 5.2 zeigt den Hauptspannungszustand der erwärmten Scheibe, wie sie die Berechnung für den ungerissenen Zustand liefert. Die maximalen Zugspannungen treten in der Nähe des beflamten Teiles auf. Aufgrund der geringen vom Beton aufnehmbaren Zugspannungen kommt es schon für kleine Zwängungen

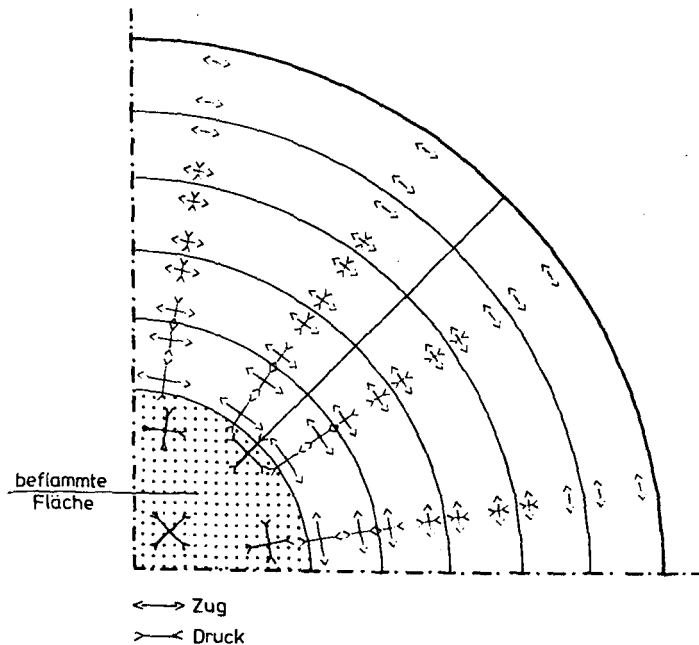


Bild 5.2: Hauptspannungszustand (Zustand I) für ein Scheibenviertel

bzw. geringe Temperaturerhöhungen zur Rißbildung im angrenzenden kalten Teil. Im Rechenmodell bestimmt die Betonzugfestigkeit die Größe der Temperatureinwirkung, unter der die Rißbildung einsetzt. Ihre Variation im Rahmen des für Beton möglichen Werte ergab nur geringe Änderungen bezüglich des Rißbeginns. Eine genauere Erfassung dieses Parameters erscheint daher hier nicht erforderlich.

Bild 5.3 zeigt den Einfluß der Rißbildung auf die Verschiebungen  $u_T$  am beflamnten Rand in Abhängigkeit von der über die Dicke konstanten Rechentemperatur  $\Delta T_R$ .

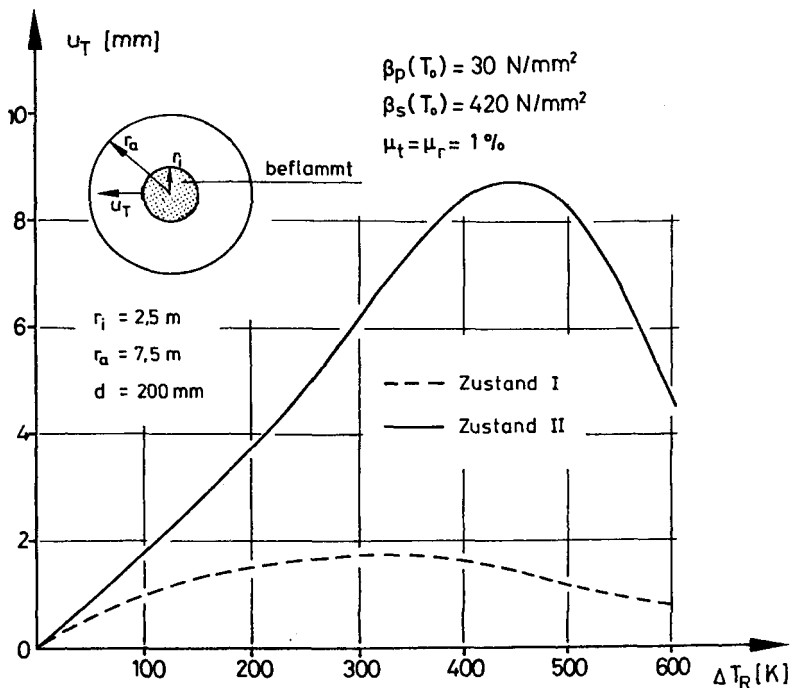


Bild 5.3: Einfluß der Rißbildung auf die Verschiebung  $u_T$



Mit Beginn der Rißbildung bei  $\Delta T_R \sim 20$  K und schnell fortschreitendem Aufreißen (für  $\Delta T_R \sim 60$  K erreichen die radialen Risse den äußeren Rand) weichen die Verschiebungen bei Berücksichtigung des gerissenen Zustandes immer mehr von den nach Zustand I berechneten Verschiebungen ab. Nach Durchlaufen eines Maximums zwischen 400 K bis 500 K nehmen sie wieder ab, obwohl die thermischen Dehnungen in diesem Temperaturbereich weiter ansteigen (vgl. Bild 3.3). Ursache hierfür ist die reduzierte Steifigkeit des beflamnten Bereiches, wobei sich insbesondere die temperaturbedingte Abnahme des Beton-E-Moduls bemerkbar macht.

Nach dem Aufreißen wird die verbleibende Zugbeanspruchung im wesentlichen vom Bewehrungsnetz unter eventueller Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen getragen. Der weitere Anstieg der Zwangskräfte im beflamnten Teil wird deutlich geringer (vgl. Bild 5.14).

Bild 5.4 zeigt die Beanspruchung des Bewehrungsnetzes. Aufgetragen sind die Ringzugspannungen in der Nähe des beflamnten Randes und am äußeren kalten Rand. Die Stahlspannungen durchlaufen wie die Verformungen ein Maximum und fallen dann wieder ab. In der Nähe des beflamnten Teiles wird die Bewehrung bis etwa zur Streckgrenze beansprucht (Spannung  $\sigma_{S_1}$ ). Die Dehnsteifigkeit erreicht hier aufgrund der zunehmenden plastischen Verformungen des Bewehrungsstahls einen Minimalwert. Weiter außen liegende Teile werden verstärkt beansprucht. Die Stahlspannungen der am äußeren Rand liegenden Bewehrungsstäbe ( $\sigma_{S_2}$ ) nehmen weiter zu.

Die mit steigender Temperatur fortschreitende Rißbildung und verstärkte Beanspruchung der vom beflamnten Teil weiter entfernt liegenden Bereiche zeigt sich auch im Verschiebungsfeld. In Bild 5.5 ist das Verhältnis der Verschiebung  $u_T$  am beflamnten Rand zur Verschiebung  $u_R$  am kalten Rand bei Variation der Größe der kalten Fläche dargestellt. Für  $r_a = 7,5$  m (11 % beflamnter Flächenanteil) erfährt der äußere, kalte Rand in diesem Beispiel nahezu die gleichen Verschiebungen wie der beflamnte Rand.

Mit zunehmender kalter Fläche wird die Beanspruchung am äußeren kalten Rand erwartungsgemäß kleiner. Die Zunahme der Verformungen bei Rißbildung hat besondere Bedeutung für die Zusatzbeanspruchungen von Stützen, die mit der Geschoßdecke monolytisch verbunden sind. So können möglicherweise nicht beflamnte, kalte Stützen ähnlich große Kopf- oder Fußverschiebungen erfahren wie im beflamnten Teil stehende, heiße Stützen.

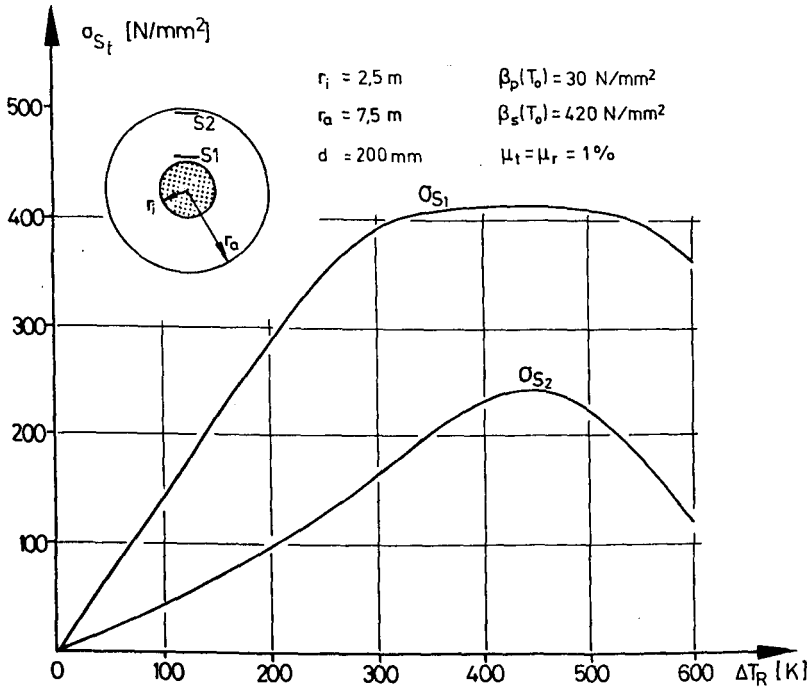


Bild 5.4: Beanspruchung der Bewehrung (Lage S1 und S2)

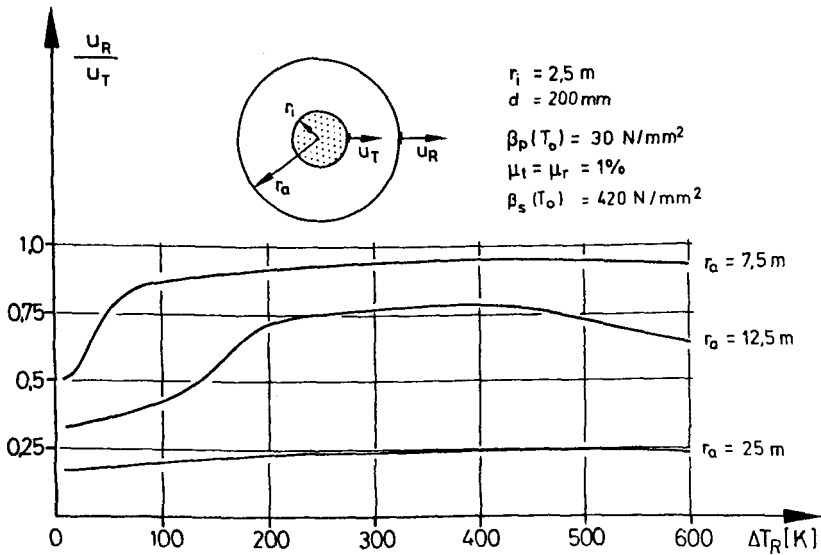


Bild 5.5: Verhältnis der Verschiebung  $u_R$  des äußeren kalten Randes zur Verschiebung  $u_T$  am Rand des beflamten Teiles

### 5.2.2 Mitwirkung des Betons bei Zug

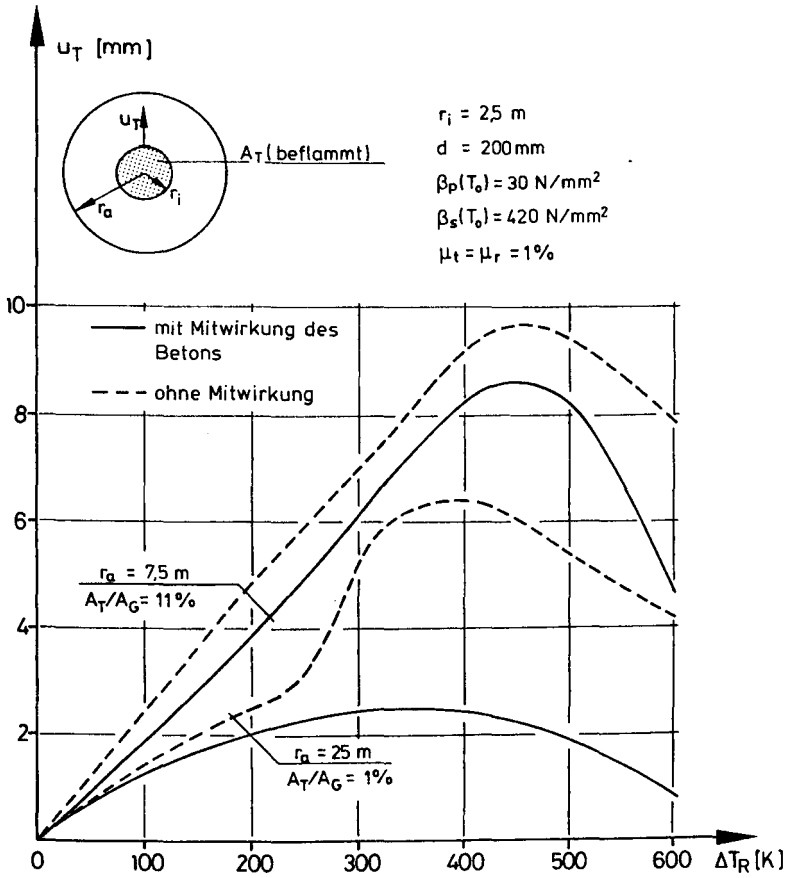
Die Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen im gerissenen Zustand wird wesentlich von der Bewehrung (Bewehrungsgehalt, Verteilung der Bewehrung) geprägt, wobei auch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen von Bedeutung sein kann. Insbesondere in Verformungsberechnungen oder bei Untersuchung von Zwängungszuständen kann die Mitwirkung des Betons in der Regel nicht mehr vernachlässigt werden [50].

Daher wurden Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons innerhalb des gerissenen, kalten Deckenteiles durchgeführt. Die Mitwirkung des Betons wurde, wie in Abschnitt 2.3.4 beschrieben, berücksichtigt. Bild 5.6 zeigt die Rechenergebnisse, wobei zusätzlich die Größe des kalten Teils variiert wurde.

Einflüsse der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zug auf den Zwängungszustand zeigten sich bei den rechnerischen Untersuchungen in zweifacher Weise. Wie in Abschnitt 5.2.1 dargestellt, ist die Größe des gerissenen, kalten Teils für die Größe des Zwanges von wesentlicher Bedeutung, da der Unterschied zwischen der Dehnsteifigkeit des ungerissenen Zustands zu der des gerissenen Zustands grundlegend ist. Die Rechenergebnisse zeigen, daß für den Rißfortschritt bei steigender Temperatureinwirkung die Mitwirkung des Betons im gerissenen Zustand eine bedeutende Rolle spielen kann. Für die untersuchten Beispiele wurde diese Wirkung festgestellt, wenn die beflamnte Fläche von einer relativ großen kalten Fläche umgeben war, beispielsweise für ein Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G = 1$  % (Bild 5.6).

Die höhere Dehnsteifigkeit der gerissenen Teile bei Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons führt zu einer Begrenzung des Rißfortschritts. Ohne Mitwirkung des Betons reißt der gesamte kalte Teil auf (vgl. Bild 5.7), was deutlich größere Verformungen zur Folge hat.

Bei einem Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G = 11$  % reißt demgegenüber der gesamte kalte Teil auf. Eine Rißbegrenzung auch bei Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons wurde nicht festgestellt. Die vorhandene Mitwirkung des Betons bewirkt in diesem Fall ca. 20 % geringere Verschiebungen  $u_T$  als ohne Mitwirkung (Bild 5.6).



**Bild 5.6:** Einfluß der Mitwirkung des Betons bei Zug im gerissenen Zustand auf die Verschiebung  $u_T$

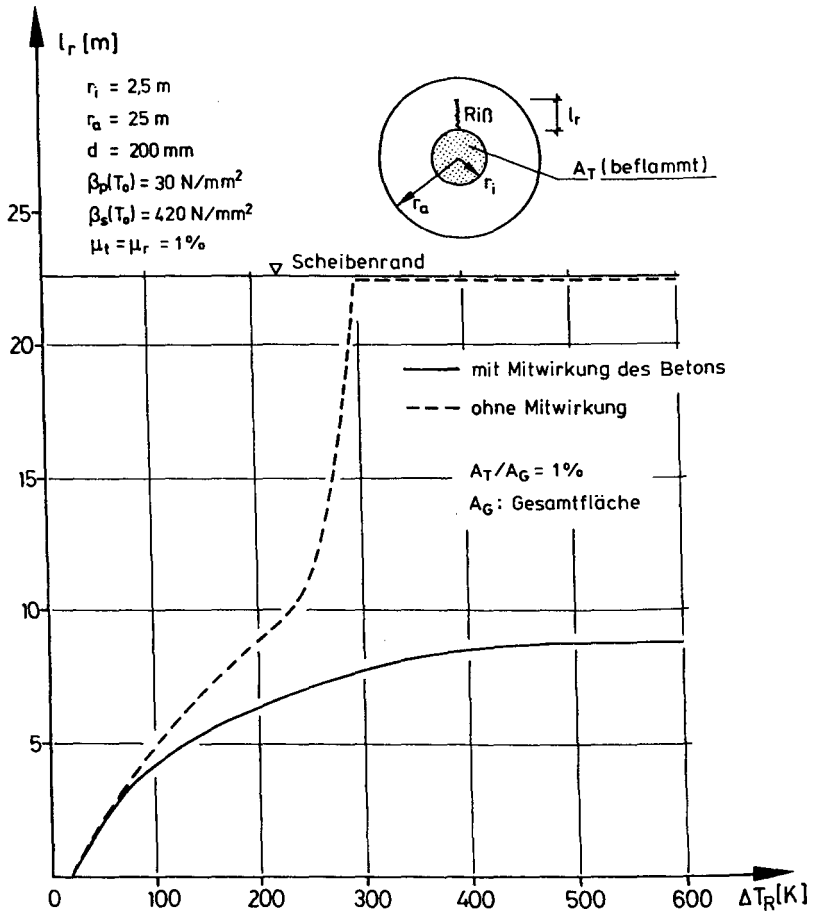


Bild 5.7: Einfluß der Mitwirkung des Betons bei Zug im gerissenen Zustand auf den Rißfortschritt

### 5.2.3 Bewehrungsgehalt

Die Größe der Zwängung und der damit gekoppelte Verformungszustand wird nach dem Aufreißen der kalten Deckenteile durch die vorhandene Bewehrung bestimmt. In Bild 5.8 ist die Veränderung der Verschiebung  $u_T$  am Rand des beflamten Teiles in Abhängigkeit vom Bewehrungsgehalt ( $\mu_t = \mu_r = 0,5\%$  bis  $2\%$ ) dargestellt.

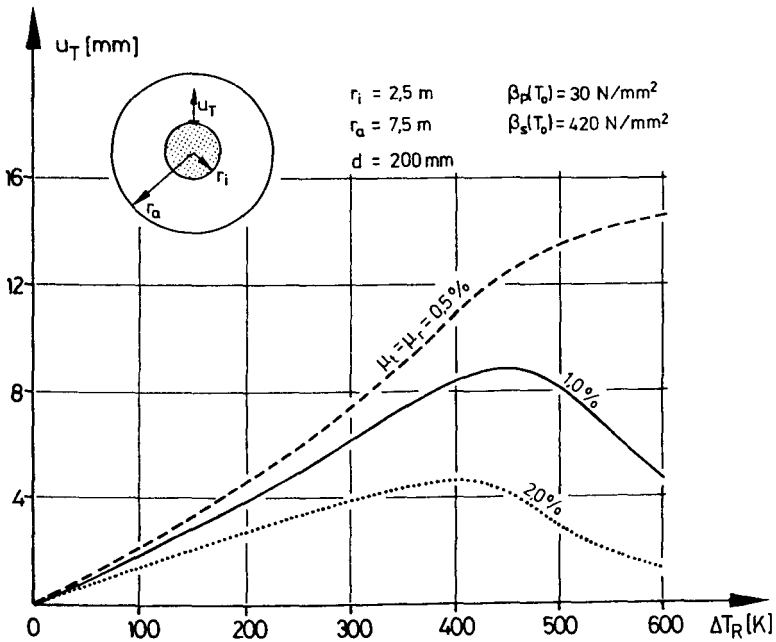


Bild 5.8: Einfluß des Bewehrungsgehaltes auf die Verschiebung  $u_T$

Für  $\mu = 0,5\%$  nimmt die Verschiebung  $u_T$  auch bei Temperaturerhöhungen  $\Delta T_R > 450 \text{ K}$  weiter zu, wohingegen die Verschiebungs-Temperatur-Kurven für  $\mu = 1\%$  und  $\mu = 2\%$  in diesem Bereich abnehmen. Ursache für dieses unterschiedliche Verhalten ist das Verhältnis der Steifigkeit des gerissenen kalten Teiles zu der des beflamten Teiles. Bei einem Bewehrungsgehalt von  $\mu = 0,5\%$  bleibt für das hier gewählte Beispiel der beflamte Teil auch bei hohen Temperaturen steifer als die gerissene kalte Umgebung.

Im Bereich der in Stahlbetonplatten üblichen Bewehrungsgehalte von  $\mu = 0,5\%$  bis  $1\%$  ergeben sich in den Verschiebungen bis  $\Delta T_R = 400\text{ K}$  nur geringe Unterschiede.

#### 5.2.4 Größe der umgebenden kalten Bereiche

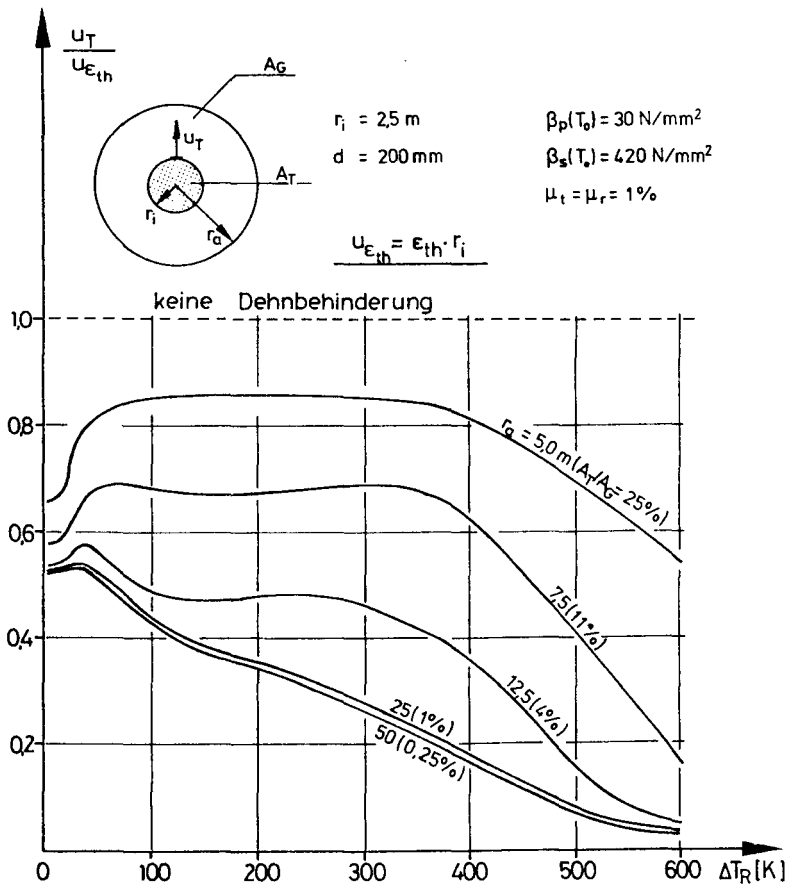
Neben den Einflüssen aus Ribbildung auf die Zwängung spielt die Größe der umgebenden kalten Tragwerksteile eine besondere Rolle. Die Zwängung wird hervorgerufen durch die Dehnbehinderung des heißen Teiles durch die kalte Umgebung. Dabei nimmt die Behinderung mit der Vergrößerung des kalten Teiles zu und erreicht ihr Maximum für die unendlich ausgedehnte Deckenplatte.

In Bild 5.9 sind Rechenergebnisse aufgetragen, die den Einfluß der Veränderung der Größe des kalten Bereiches bei konstanter Größe des beflamten Teiles verdeutlichen.

Als Maß für den Grad der Dehnbehinderung wurde das Verhältnis von behinderter Verschiebung  $u_T$  am beflamten Rand zu freier Verschiebung  $u_{E_{th}}$  (keine Behinderung der thermischen Dehnungen) gewählt. Für  $u_T/u_{E_{th}} = 1,0$  liegt keine Behinderung, für  $u_T/u_{E_{th}} = 0$  volle Behinderung vor.

Die Dehnbehinderung bleibt für ein festes Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G$  nicht konstant, sondern ändert sich in Abhängigkeit von der thermischen Einwirkung (Rechentemperatur  $\Delta T_R$ ). Das Verhältnis  $A_T/A_G$  (beflammte Fläche  $A_T$  zu Gesamtfläche  $A_G$ ) wurde von  $25\%$  bis  $1\%$  variiert. Verhältnisse  $A_T/A_G < 1\%$  ergaben praktisch keine Veränderungen mehr bezüglich der Größe der Dehnbehinderung.

Der Grad der Behinderung hängt im ungerissenen Zustand ( $\Delta T_R \leq 20\text{ K}$ ) nur wenig vom Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G$  ab. Er variiert für die hier untersuchten Fälle zwischen  $0,52$  und  $0,65$ . Dies ändert sich signifikant nach aufgetretener Ribbildung. Die Dehnbehinderung nimmt ab, wobei für ein Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G = 25\%$  der beflammte Teil sich zu ca.  $80\%$  "frei" ausdehnen kann. Für Beflammungsverhältnisse  $A_T/A_G = 25\%$  bis  $5\%$  bleibt der Grad der Behinderung dann bis etwa  $\Delta T_R = 300\text{ K}$  bis  $400\text{ K}$  nahezu konstant. Bei weiterer Erwärmung wird das Verhältnis  $u_T/u_{E_{th}}$  schnell kleiner. Eine Ursache hierfür ist die temperaturbedingte Zunahme der Verformungsfähigkeit des Betons im beflamten Teil (Zunahme der Kriechverformungen und abnehmender Beton-E-Modul) und der damit verbundene Steifigkeitsabfall.



**Bild 5.9:** Veränderung der Dehnbehinderung bei Variation des Beflammungsverhältnisses  $A_T/A_G$

Bei kleinem Beflammungsverhältnis ( $A_T/A_G \leq 1\%$ ) nimmt die Dehnbehinderung bei steigenden Temperaturen monoton zu - das Verformungsverhältnis  $u_T/u_{\epsilon_{th}}$  wird stetig kleiner. Die Dehnsteifigkeitsabnahme im heißen Teil ist in diesem Fall stärker als die Verringerung der Steifigkeit im kalten Teil infolge Ribbildung.



Die zunehmende Dehnbehinderung bei vergrößertem kalten Flächenteil zeigt sich auch in der Entwicklung der Zwangsspannungen, die in Bild 5.10 dargestellt sind. Mit zunehmender Größe des kalten Flächenteils nehmen die Zwangsspannungen  $\sigma_{zw}$  deutlich zu. Bei hoher Dehnbehinderung ( $r_a \geq 12,5$  m) folgt nach Durchlaufen eines Maximums zwischen 300 K und 400 K ein deutlicher Spannungsabfall, der durch den im Vergleich zur kalten Fläche größeren Steifigkeitsabfall im heißen Teil bedingt ist.

Eine mögliche Bruchgrenze erreichen die Zwangsspannungen in keinem Fall. Die Spannungswerte bleiben für die hier berechneten Fälle im gesamten dargestellten Temperaturbereich noch unter den Werten für die zugehörige, einachsige Prismendruckfestigkeit  $\beta_p(T_R)$ .

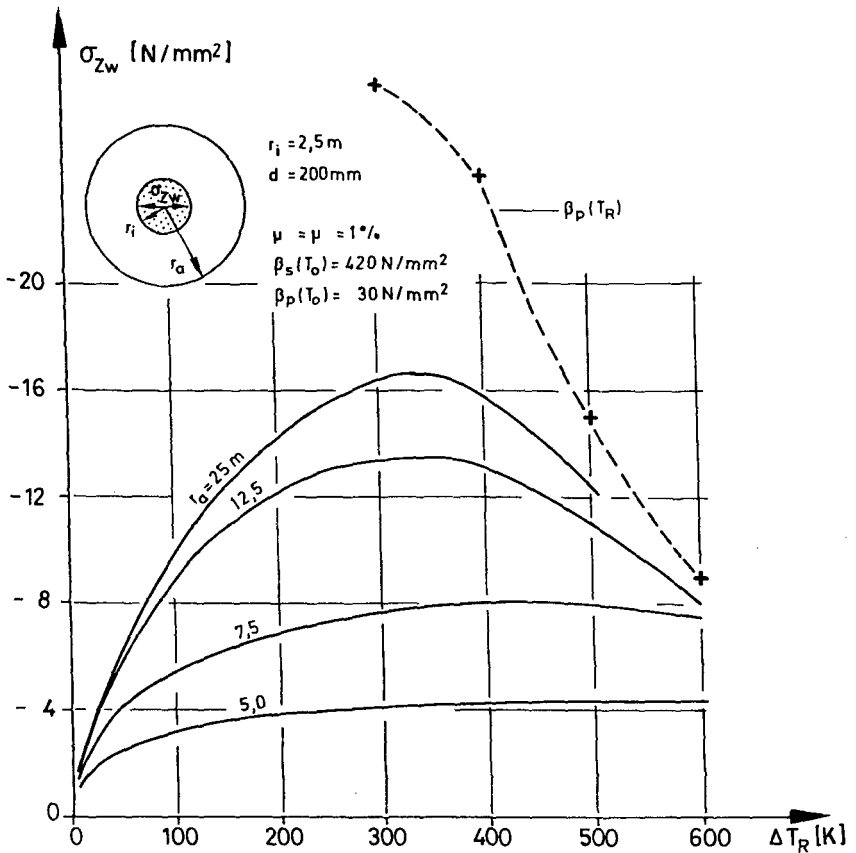


Bild 5.10: Einfluß der Größe der umgebenden kalten Fläche auf die Zwangsspannungen

### 5.3 Der beflamnte Deckenteil

Zwangskräfte und Verformungen bei partieller Beflammung hängen direkt ab von den thermischen Dehnungen im heißen Teil, wobei der Zwängungszustand selbst vom Grad der Dehnbehinderung bestimmt wird. Dabei spielt das Verhältnis der Steifigkeit der umgebenden kalten Teile zur Steifigkeit des heißen Teiles, wie in Abschnitt 5.2.4 nachgewiesen, die wesentliche Rolle. An Einflußgrößen im beflamnten Teil werden untersucht;

- thermische Dehnung
- Beton-E-Modul
- Kriechzahl  $\epsilon_{tr}$

Der Einfluß dieser Parameter auf die Zwangsentwicklung wird auch hier in Abhängigkeit der über die Dicke konstanten Rechentemperatur  $\Delta T_R$  dargestellt. Im kalten Teil wird Ribildung und die Mitwirkung des Betons bei Zug berücksichtigt.

#### 5.3.1 Thermische Dehnung des Betons

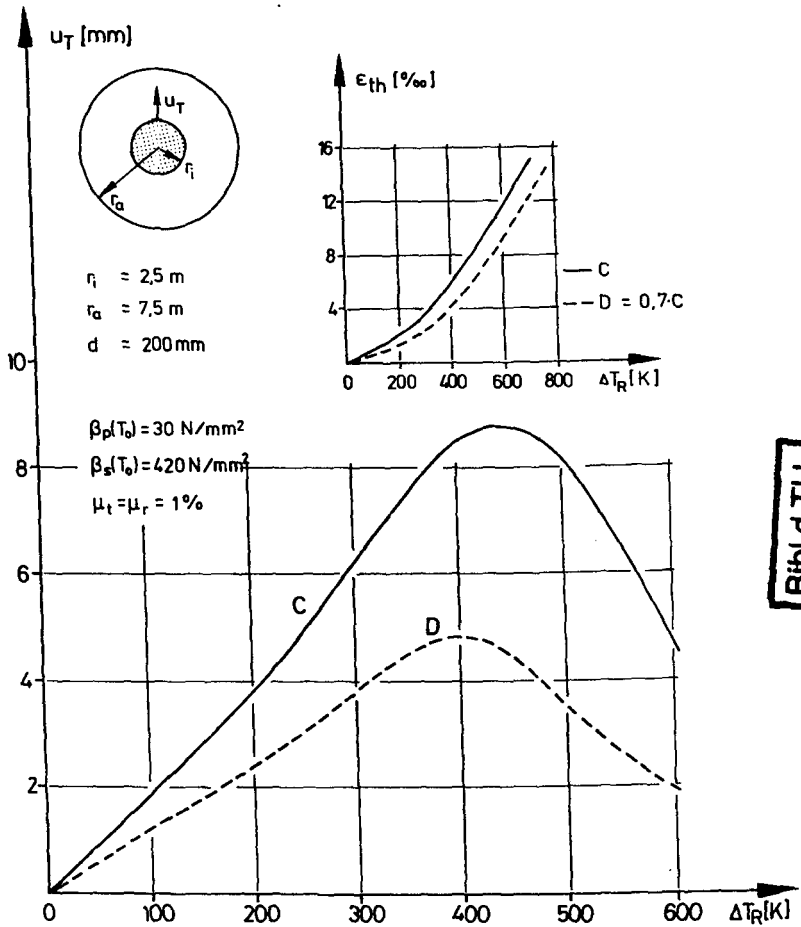
Die thermischen Dehnungen von Beton sind im wesentlichen abhängig vom Zuschlagstoff (vgl. Bild 3.3). Die zum Teil erheblichen Unterschiede zwischen den einzelnen Betonarten haben direkte Auswirkung auf die Zwängung. Rechenergebnisse bei Variation der thermischen Dehnungen in dem bei Beton möglichen Rahmen sind in Bild 5.11 dargestellt.

Die gewählten thermischen Dehnungskurven (Kurve C und Kurve D) unterscheiden sich um 30 %. In demselben Maß ergeben sich unterschiedliche Verschiebungen  $u_T$ , d. h. thermische Dehnungen und Verschiebungen sind für dieses Beispiel nahezu proportional zueinander. Diese Ergebnisse deuten an, daß sich je nach Betonart aufgrund der unterschiedlichen thermischen Dehnungen deutlich voneinander abweichende Zwängungen einstellen können.

#### 5.3.2 Beton-E-Modul

Ein Maß für die Verformungsfähigkeit des Betons ist der E-Modul. Mit steigender Temperatur wird der Beton zunehmend weicher, wobei der E-Modul in der Regel schneller abnimmt als z. B. die Druckfestigkeit (vgl. Bild 2.9).

Ebenso wie die thermischen Dehnungen ist die temperaturabhängige Änderung des E-Moduls maßgebend von der Zuschlagart abhängig (vgl. Bild 2.8).



Bibl.d.TU.  
Braunschweig

**Bild 5.11:** Verschiebung  $u_T$  bei veränderter thermischer Dehnungskurve (Berechnung für Kurve C und Kurve D)

Wie die Zwangsbeanspruchung vom Verlauf der E-Modul-Kennlinie abhängt, zeigt Bild 5.12. Es wurde ein Beispiel mit kleinem Beflammungsverhältnis  $A_T/A_G$  gewählt (große Dehnbehinderung). Die Verwendung der E-Modul-Kennlinie B anstelle der Kennlinie A führt auf signifikant unterschiedliche Verschiebungen und Zwangsspannungen. Insbesondere für  $\Delta T_R > 200 \text{ K}$  steigen die Verschiebungen nach Linie B bei entsprechend größeren Zwangsspannungen überproportional an. Dies zeigt, wie empfindlich der Zwängungszustand auf Steifigkeitsveränderungen des heißen Teils reagiert. Hierbei hat der Beton-E-Modul einen wesentlichen Einfluß.

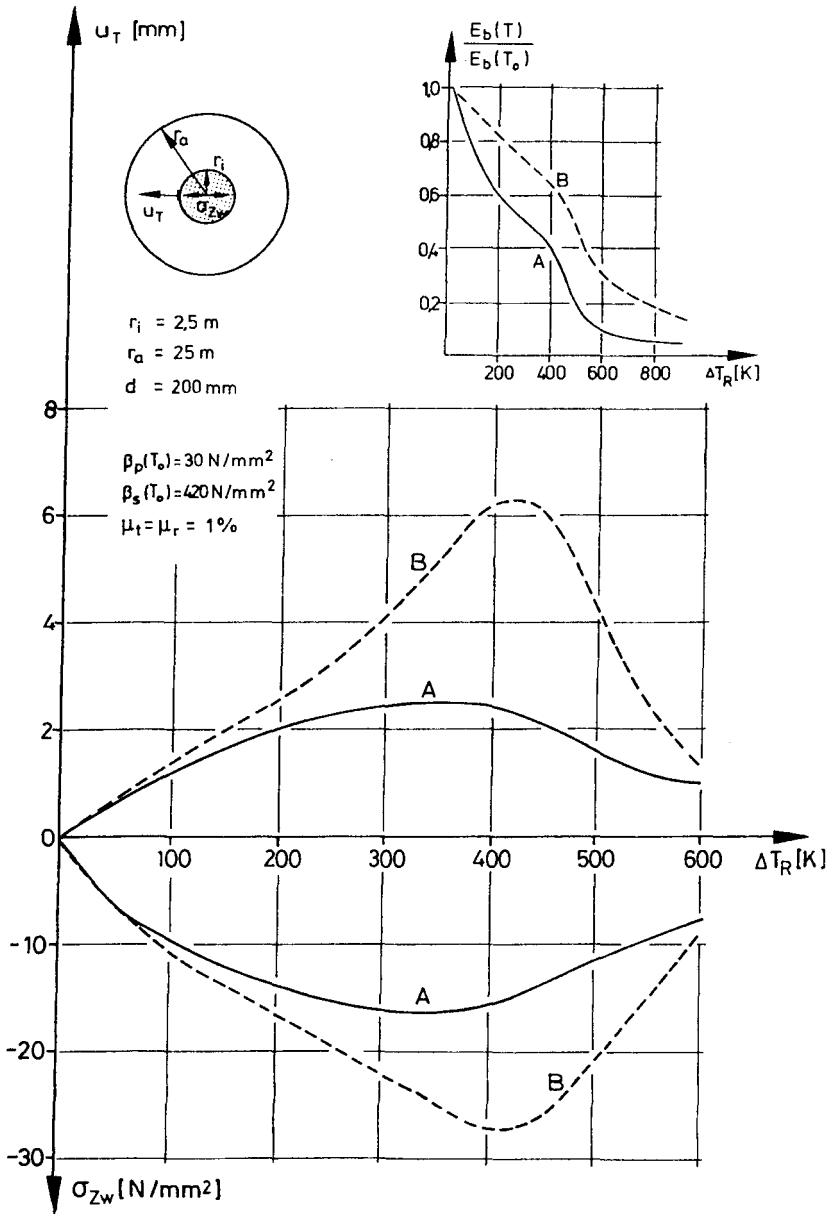


Bild 5.12: Zwangsbeanspruchung bei veränderter Kennlinie für den Beton-E-Modul

### 5.3.3 Kriechverformungen

Neben dem E-Modul bestimmt maßgebend auch das mit der Temperatur zunehmende Kriechvermögen des Betons die Zwängung. Die Kriechverformungen bzw. das Relaxationsverhalten des Betons bei instationärer Temperaturbeanspruchung wird mit Hilfe der von Schneider [57] beschriebenen Kriechzahlen  $\psi_{tr}$  im Rechenmodell erfaßt (vgl. Abschnitt 2.1.3). Es wird die für Beton mit quarzitischen Zuschlägen angegebene Kriechfunktion nach Gl. 2.25 verwendet.

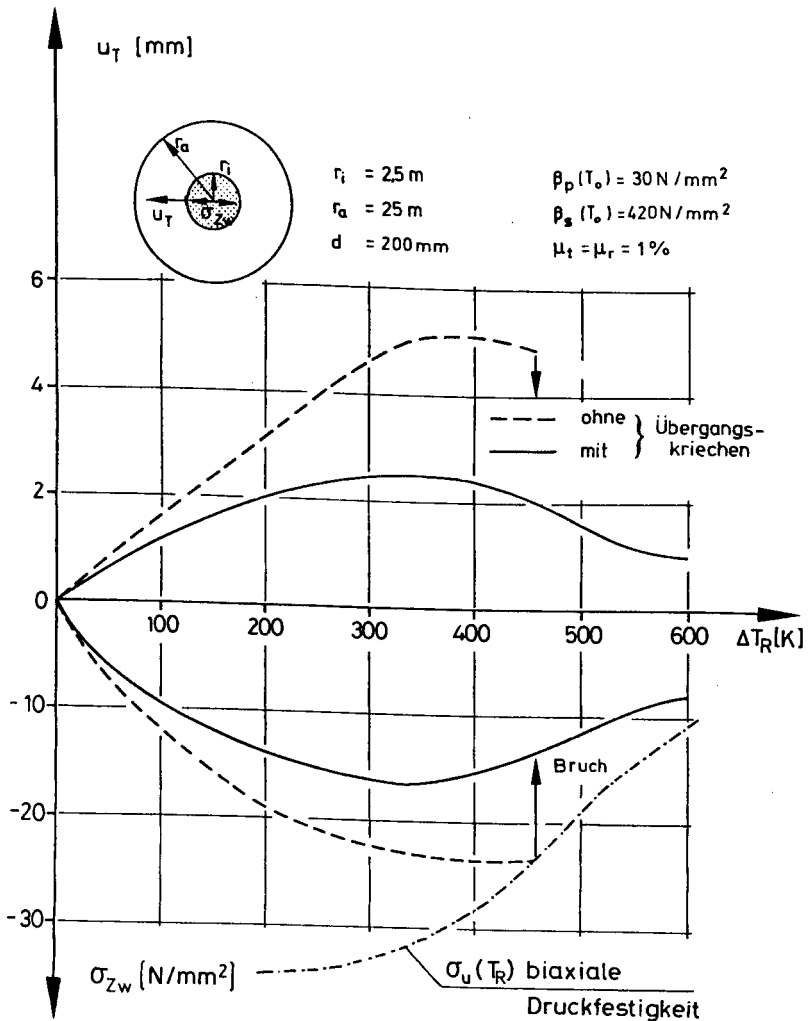


Bild 5.13: Einfluß des Betonkriechens auf den Zwängungszustand

Bild 5.13 zeigt die Unterschiede auf den Zwängungszustand für Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung des Kriecheinflusses. Ohne kriechbedingten Steifigkeitsabbau bleibt der erwärmte Teil erheblich steifer; größere Zwangsspannungen führen zu größeren Verschiebungen. Bei etwa 460 K wird im heißen Teil schließlich der biaxiale Druckfestigkeitswert erreicht und überschritten; gemäß Definition in Abschnitt 2.3.3 ist der Bruchzustand eingetreten. Bei Berücksichtigung des Kriechens bleibt dagegen die Zwängung im gesamten untersuchten Temperaturbereich immer unterhalb der Bruchfestigkeiten. Die Ergebnisse zeigen, daß bei Zwängungsuntersuchungen im Brandfall auf die Berücksichtigung des Betonkriechens nicht verzichtet werden kann.

#### 5.4 Das geschichtete Scheibenelement

Die einseitige Beflammung einer Stahlbetondecke erzeugt ein instationäres Temperaturfeld mit in Richtung der Dicke veränderlichen Temperaturen. Bei Durchführung der Spannungs- und Verformungsanalyse mit Hilfe einer über die Dicke konstanten Rechentemperatur, wie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben, werden die Zwangskräfte im beflamten Teil über mittlere konstante Spannungen bestimmt. Diese mittleren Spannungen weichen in der Regel deutlich vom tatsächlich vorliegenden Spannungszustand ab. Die über die Dicke veränderlichen Temperaturen führen in Abhängigkeit von der Lage einer definierten Zwängungsebene zu veränderlichen Zwangsdehnungen und Zwangsspannungen, wobei die Lage der Zwängungsebene auch abhängt von vorhandenen Biegeanteilen (Neigung der Zwängungsebene).

Bei Vernachlässigung solcher Biegeeinflüsse läßt sich das Scheibenmodell auch auf über die Dicke veränderliche Beanspruchungszustände anwenden, indem in Bereichen mit über die Dicke veränderlichen Temperaturen mehrere Schichten eingeführt werden und bei Vorgabe einer vertikalen Zwängungsebene veränderliche Zwangsdehnungen und Zwangsspannungen bestimmt werden (siehe Bild 4.9). Die Zwangskräfte werden durch Integration der Zwangsspannungen ermittelt. Die Sekanten-Stoffmatrix wird beanspruchungsabhängig für jede einzelne Schicht gebildet, und die Gesamtsteifigkeit eines geschichteten Elementes wird durch Summation der Einzelsteifigkeiten aller Schichten ermittelt.

Da eine mögliche Neigung der Zwängungsebene in diesem Modell nicht berücksichtigt wird, stellen der im Element berechnete Zwangsbeanspruchungszustand wie auch die ermittelten Zwangskräfte zunächst mehr oder weniger gute Näherungen im Hinblick auf die tatsächlichen Werte dar. Inwieweit dieses Modell zutreffende Ergebnisse liefern kann, wird in Abschnitt 6 im Vergleich mit Versuchswerten diskutiert.

In Bild 5.14 ist der mit Hilfe geschichteter Scheibenelemente bestimmte Zwangskraftverlauf im heißen Teil einer partiell beflamten Decke dargestellt, wobei die Dehnbehinderung durch Veränderung der Größe des kalten Bereichs variiert wurde. Für die Schichtung im heißen Teil wurden 10 Schichten mit einer Schichtdicke von 2 cm gewählt. Der Brandbeanspruchung liegt die Normbrandkurve zugrunde.

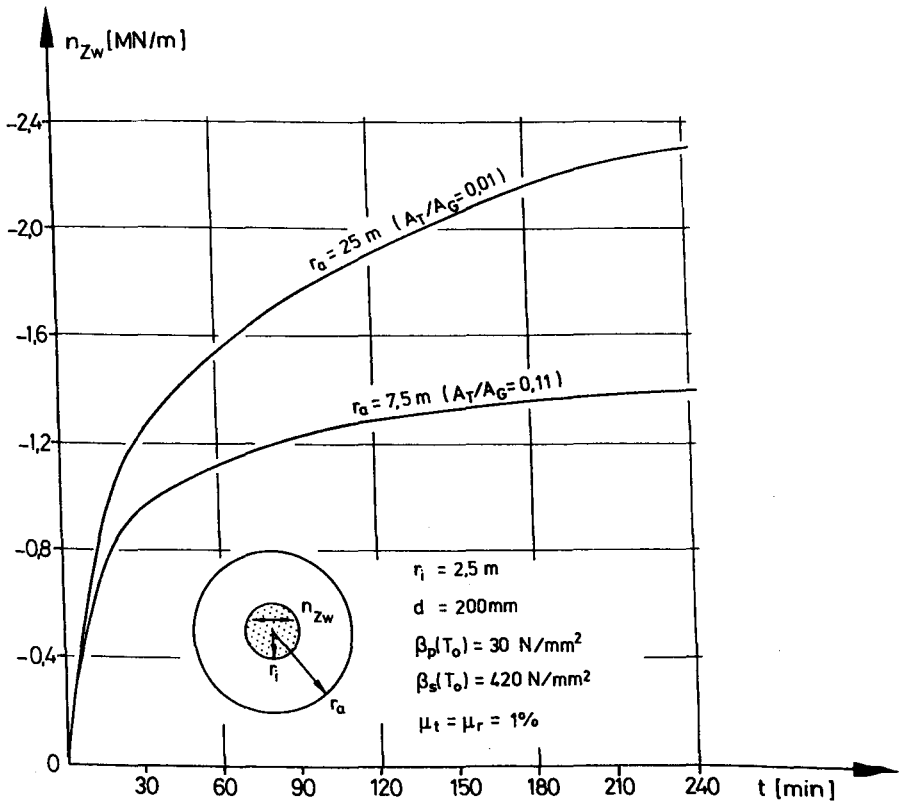


Bild 5.14: Zwangskräfte bei veränderter Größe des kalten Deckenteils (Berechnung mit Hilfe von geschichteten Scheibenelementen)

Die Zwangskräfte steigen zunächst schnell an. Schon nach etwa 30 Minuten Branddauer verlangsamt sich die Zwangskraftzunahme jedoch deutlich. Bei einem Beflammungsverhältnis von  $A_T/A_G = 0,11$  ( $r_a = 7,5 \text{ m}$ ) ändert sich die Zwangskraft zwischen der 90. Minute und der 240. Minute nur noch wenig.

Der schnelle Zwangskraftanstieg zu Beginn der Beflammung wird verursacht durch die rasche Zunahme der thermischen Dehnungen an der beflamten Deckenunterseite. Mit fortschreitender Beflammung wandert der Bereich mit maximaler Zwängungsspannung in das Deckeninnere. Die an der beflamten Unterseite

liegenden Querschnittsteile liefern immer geringer werdende Anteile zur Zwangskraft, da ihre Steifigkeit temperaturbedingt schnell abnimmt (Abnahme des E-Moduls und Zunahme des Kriechvermögens). Hierbei verläuft der Steifigkeitsabbau im randnahen Bereich in der Regel schneller als die Aktivierung weiter innen liegender, kälterer Querschnittsteile. Dies führt zu einer Verlangsamung des Zwangskraftanstiegs.

Bild 5.15 zeigt die mit der Branddauer veränderliche Beanspruchung einzelner Querschnittsfasern. Das Spannungsprofil über die Dicke bildet sich analog dem vorliegenden Temperaturprofil aus, wobei von der beflamten Deckunterseite weiter entfernte, kältere Querschnittsteile auch auf Zug beansprucht werden bzw. gerissen sind. Hierbei verändert sich die Lage der Spannungsnulllinie zeitabhängig.

Im unteren Teil des Bildes 5.15 ist die relative Beanspruchung der einzelnen Querschnittsfasern aufgetragen. Als Bezugsgröße wurde die zur jeweiligen aktuellen Temperatur zugehörige Prismendruckfestigkeit  $\beta_p(T)$  gewählt.

Die maximale relative Beanspruchung erfährt der Querschnittsteil nahe des beflamten Randes ( $u = 10 \text{ mm}$ ), wobei der Wert von  $\sigma(T)/\beta_p(T) = 1,0$  jedoch nicht überschritten wird. Da aufgrund der vorliegenden biaxialen Zwängung die biaxiale Druckfestigkeit als Grenzwert für eine Druckzerstörung maßgebend ist, wird deutlich, daß auch bei einem hohen Zwängungsgrad ( $A_T/A_G = 0,01$ ) die Zwängung allein nicht zum Druckversagen des Querschnitts oder einzelner Querschnittsteile führen wird, zumal durch mögliche Verkrümmungen des Querschnitts, die hier nicht berücksichtigt sind, eine teilweise Entspannung eintreten kann, so daß die Druckbeanspruchung im Bereich der beflamten Deckenunterseite reduziert wird. Des weiteren zeigt diese Darstellung, daß die Frage, inwieweit eine biaxiale Beanspruchung zur Erhöhung der Druckfestigkeit auch bei hohen Temperaturen führt, bei partieller Beflammung wahrscheinlich von untergeordneter Bedeutung ist, da Zwangsspannungen, die größer sind als die einachsige Festigkeit, in der Regel nicht auftreten werden. Dies läßt sich zumindest anhand der durchgeführten Berechnungen aufzeigen.



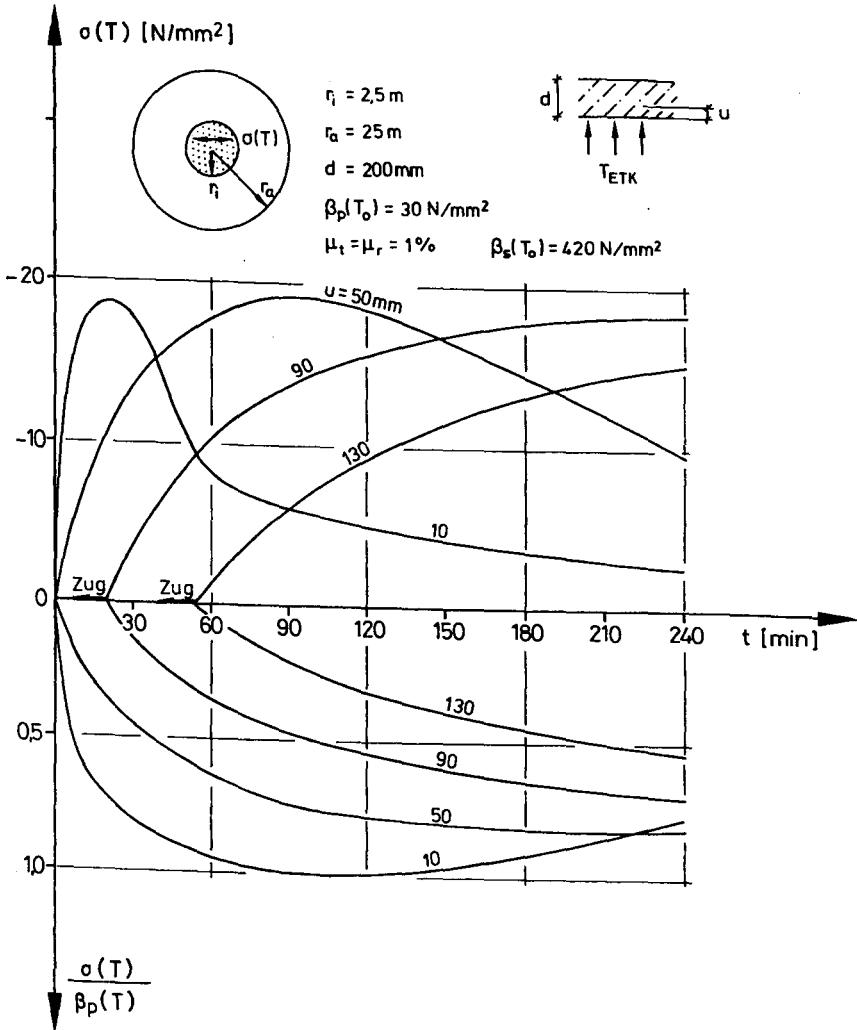


Bild 5.15: Spannungsänderungen im Querschnitt innerhalb des gezwängten heißen Teils - Geschichtetes Scheibenelement mit vertikaler Zwängungsebene - vgl. Bild 4.9

Mit Hilfe eines geschichteten Scheibenmodells können über die Dicke veränderliche Zwangsspannungen erfaßt werden. Modelle, die im erwärmten Teil eine über die Dicke mittlere Rechentemperatur definieren, berechnen über die Dicke mittlere konstante Dehnungen und mittlere konstante Spannungen (vgl. Abschnitt 4.2.3). Ein entscheidender Vorteil dieser Modelle ist der erheblich geringere Speicherplatzbedarf der Rechenprogramme, da eine schichtenweise Abspeicherung aller Zustandsgrößen, Stoff- und Steifigkeitswerte wie beim Schichtenmodell für einen folgenden Rechenschritt entfällt. Die zeitliche Zuordnung von Kräften oder Verformungen erfolgt durch die Kopplung von Zeit (Branddauer  $t$ ) und Rechentemperatur (vgl. Bild 4.10).

Sowohl bei Verwendung von Rechentemperaturen wie von geschichteten Scheibenelementen wird zur Berechnung der Zwangsspannungen bzw. der Zwangskräfte und der Verschiebungen die unverkrümmte Deckenplatte für das Rechenmodell vorausgesetzt. Die folgenden Berechnungen zeigen, ob und in welcher Größe sich Unterschiede bezüglich des berechneten Zwängungszustands zwischen den einfacheren Modellen der konstanten Rechentemperaturen und dem numerisch aufwendigeren Schichtenverfahren ergeben. Die Vergleiche wurden bezüglich der berechneten Verschiebungsfelder durchgeführt.

Abweichend von den in den vorherigen Abschnitten untersuchten Beispielen mit radialer Berandung wurde für diese Untersuchung ein orthogonaler Grundriß gewählt, da in Hochbauten die orthogonale Struktur die vorherrschende Bauform ist. In orthogonal berandeten Decken mit orthogonalem Bewehrungsnetz verhält sich der gerissene, kalte Teil dehnweicher als in Decken mit radial und tangential angeordneter Bewehrung, da insbesondere in Richtung der Diagonalen die Risse die Bewehrungsstäbe unter  $45^\circ$  kreuzen (vgl. Bild 2.29). Dies führt zu größeren Verschiebungen bei abnehmenden Zwangskräften als bei radialen Strukturen mit radialer und tangentialer Bewehrungsführung.

Vergleichende Berechnungen wurden für zwei Stoffarten durchgeführt, Beton mit quarzitischem und Beton mit kalzitischen Zuschlägen. Hierbei wirkt sich die Stoffart nur untergeordnet auf das Temperaturfeld, deutlich jedoch auf das Verformungsverhalten aus. Für Beton mit kalzitischen Zuschlägen wurden

die von Abrams/Lin [ 1 ] angegebenen Kennlinien verwendet. Die Funktionen sind im Anhang aufgeführt. Für die Kriechzahl wurde für beide Stoffarten die von Schneider [57] angegebene Funktion für Beton mit quarzitischen Zuschlägen verwendet.

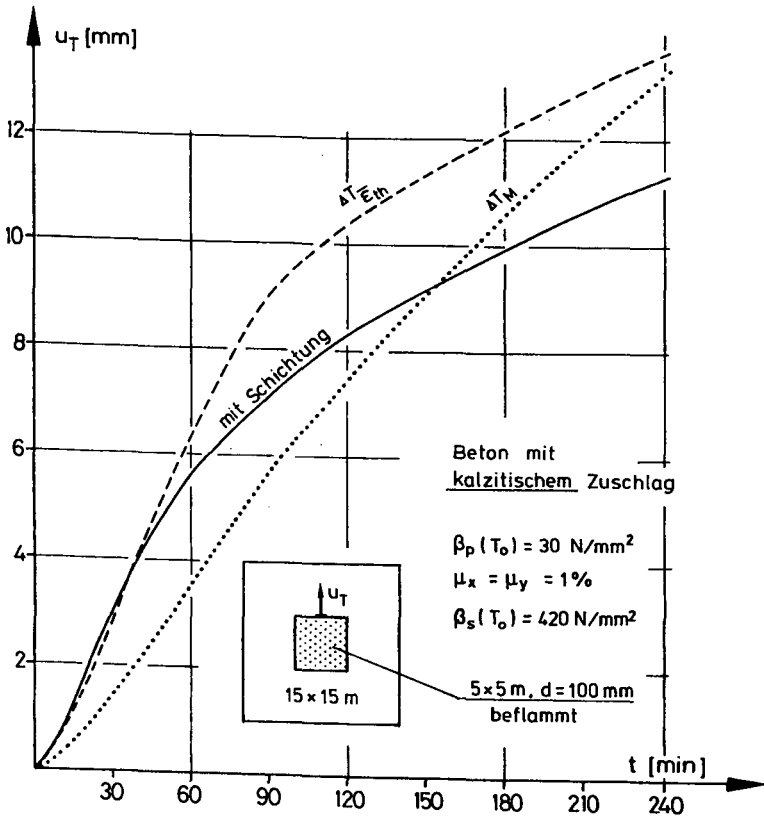


Bild 5.16: Vergleich der Rechenmodelle für Beton mit kalzitischem Zuschlag

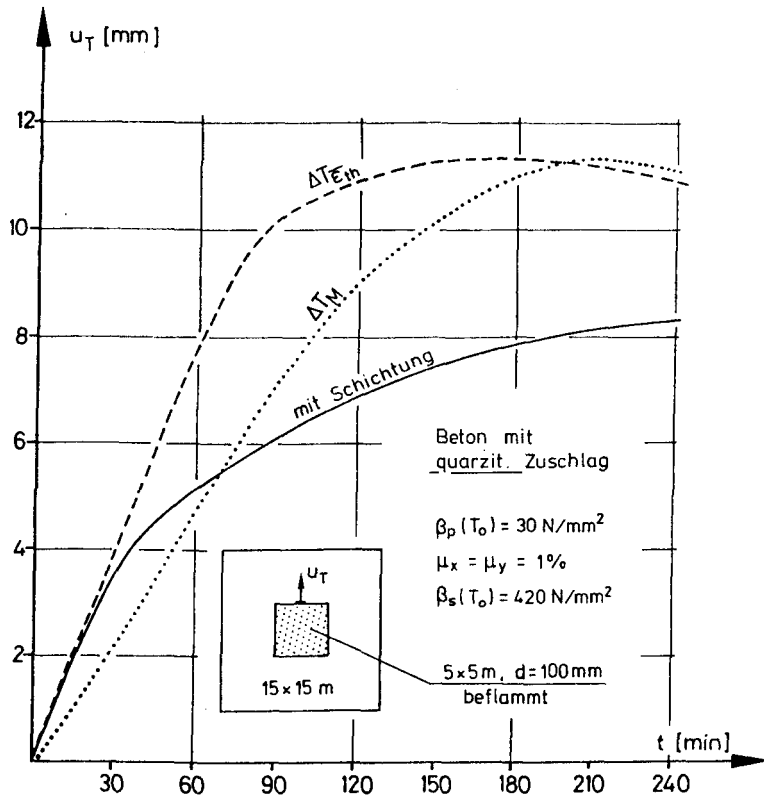


Bild 5.17: Vergleich der Rechenmodelle für Beton mit quarzitischem Zuschlag

In den Bildern 5.16 und 5.17 ist die mit Hilfe der einzelnen Modelle berechnete Verschiebung  $u_T$  des beflamten Randes dargestellt. Bei den vereinfachten Modellen wurde als über die Dicke konstante Ersatztemperatur zum einen ein integral bestimmter Mittelwert, zum anderen die Temperatur der Deckenmittelfläche gewählt. Auffällig sind die Unterschiede zwischen den Modellen im Hinblick auf die unterschiedliche Materialart. Für Beton mit kalzitischen Zuschlägen (Bild 5.16) bilden die vereinfachten Modelle bis zu einer Branddauer  $t \leq 150$  min eine obere und eine untere Schranke für die mit dem Schichtenmodell berechnete Verformungskurve. Die Abweichungen der einzelnen Verformungskurven untereinander bleiben relativ gering.

Ganz anders zeigt sich der Vergleich für Beton mit quarzitischen Zuschlägen. Hier weichen die mit dem Schichtenmodell berechneten Verschiebungen deutlich von denen ab, die mit den vereinfachten Modellen bestimmt wurden (Bild 5.17).

Bei Anwendung des Schichtenmodells bleiben infolge des größeren Steifigkeitsabbaus des Betons mit quarzitischen Zuschlägen (Verringerung des E-Moduls) trotz höherer thermischer Dehnungen (vgl. Bild 3.3) die Verschiebungen kleiner als für Beton mit kalzitischem Zuschlag. Die Näherungsmodelle mit mittlerer konstanter Temperatur (vereinfachte Modelle) können den Steifigkeitsabbau der an der beflamten Deckenunterseite liegenden Querschnittsteile nicht adäquat erfassen und ergeben deutlich größere Verschiebungen bei größeren Zwangskräften.

Bei Verwendung konstanter Rechentemperaturen wird der Zwängungszustand im Element infolge veränderlicher Temperatureinwirkung nicht im einzelnen, sondern im Hinblick auf Zwangskräfte und Verschiebungen als mittlerer Zustand in Form von mittleren Dehnungen und mittleren Spannungen erfaßt. Die Rechenergebnisse werden daher im Vergleich zum tatsächlichen Bauteilverhalten mit größeren Streuungen behaftet sein. Die numerisch einfache Anwendbarkeit dieser Modelle ermöglicht andererseits die Durchführung umfangreicher rechnerischer Studien, die grundlegende Aussagen über die Zwangsbeanspruchung in Betondecken bei partieller Brandbeanspruchung ermöglichen und die Interaktion zwischen heißen und kalten Deckenteilen generell beschreiben. Die Einflüsse der verschiedenen Parameter lassen sich ausreichend genau aufzeigen.

Die Anwendung des vorgeschlagenen geschichteten Scheibenmodells erlaubt Aussagen über den Zwängungszustand unter näherungsweise Berücksichtigung der Wirkung des veränderlichen Temperaturfeldes im Querschnitt auf die thermische Beanspruchung wie auf die Dehnsteifigkeit des beflamten Deckenelements. Hierbei bleibt eine mögliche "Entspannung" infolge vertikaler Deckendurchbiegungen, verbunden mit Verkrümmungen des Querschnitts, unberücksichtigt. Die berechneten Verschiebungen und Zwangskräfte stellen daher in der Regel obere Grenzwerte dar. Der Einfluß von Verkrümmungen auf den Zwängungszustand wird unter Einbeziehung von Versuchswerten in Abschnitt 6 diskutiert.

## 6. VERSUCHE

Die Brauchbarkeit von Rechenmodellen zur Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonkonstruktionen läßt sich mit ausreichender Sicherheit nur mit Hilfe von Versuchen überprüfen. Insbesondere Rißbildung und nichtlineare Verformungen machen die Angabe von theoretisch exakten Lösungen unmöglich.

Die Vergleichbarkeit von Versuch und Rechnung ist besonders davon abhängig, inwieweit die Randbedingungen des durchgeführten Versuchs mit denen, die im Rechenmodell simuliert wurden bzw. überhaupt simuliert werden können, übereinstimmen. Bei Brandversuchen sind neben geometrischen, stofflichen und statischen auch thermische Randbedingungen zu beachten. Werden Verformungen für den Spannungszustand maßgebend, wie dies für den inneren Zwängungszustand partiell beflammer Platten der Fall ist, muß im allgemeinen mit größeren Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung gerechnet werden, da die Verformungsberechnung von Stahlbetonkonstruktionen in der Regel aufgrund der vorgenommenen Idealisierungen immer mit größeren Fehlern behaftet ist.

### 6.1 Versuche von Abrams/Lin

In der Versuchsanstalt der Portland Cement Association (Skokie, Illinois, USA) wurde in den vergangenen 20 Jahren eine große Zahl von Versuchen durchgeführt, in denen der Einfluß der Zwängung bei Behinderung der Längsdehnung von Stahlbetondecken auf das Brandverhalten dieser Bauteile untersucht wurde [ 2, 28, 58, 59]. Im Mittelpunkt der vornehmlich experimentellen Analyse standen Ausschnitte von Rippen- und Kassetendecken unter einachsiger Zwängung, wobei nach einer freien Anfangsdehnung die Bauteile voll dehnbehindert waren.

Zur Klärung der Zwängung der partiell beflamten monolytisch über mehrere Felder durchlaufenden Geschoßdecke wurden von Abrams/Lin [2] in den 70er Jahren experimentelle wie auch rechnerische Untersuchungen durchgeführt. Am Beginn eines 5-Phasen-Programms standen Kleinversuche an einfachen Stahlbetonplatten mit lokaler Beflammung [1].

Für diese Experimente wurden Versuchskörper mit folgenden Abmessungen gewählt:

maximale Gesamtfläche	2,74 x 2,74 m (108 x 108 in.)
maximale beflammte Fläche	0,91 x 0,91 m ( 36 x 36 in.)
Dicke	10 cm (4 in.)

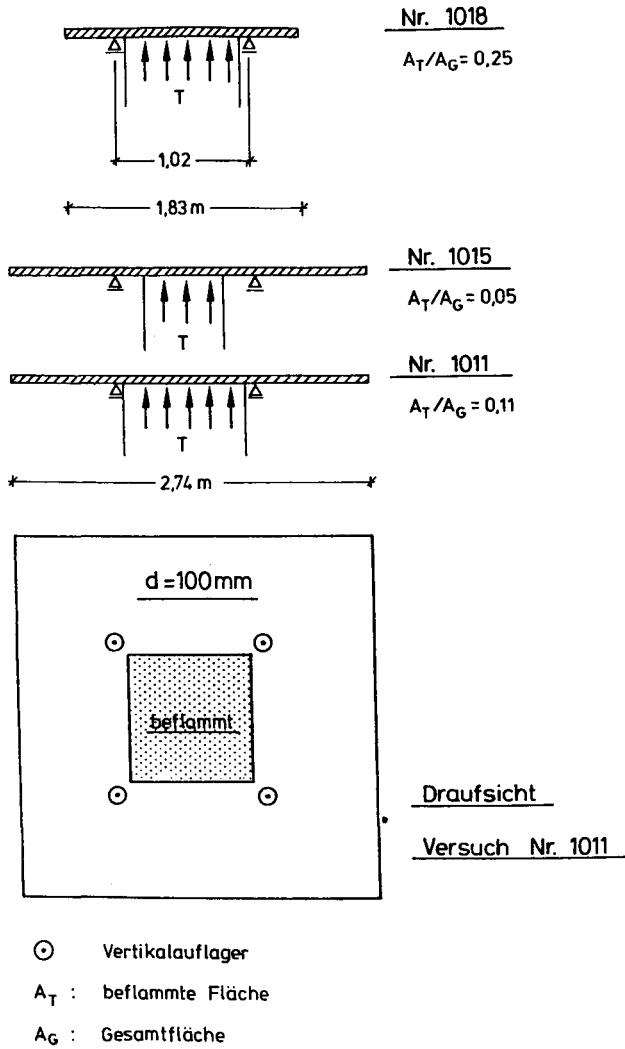


Bild 6.1: Statisches System und Brandbelastung  
Versuche 1011, 1015, 1018 von Abrams/Lin [ 1 ]

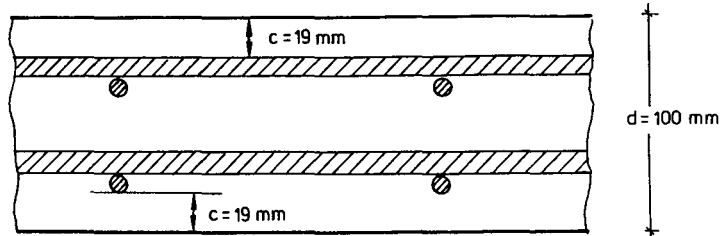
Die lokale Beflammung erfolgte gemäß der Standard-Temperatur-Kurve gemäß ASTM E 119 über einen Zeitraum von 4 Stunden. Während des Brandversuchs wurden neben den Temperaturen im Versuchskörper die horizontalen und die vertikalen Verschiebungen an mehreren Punkten gemessen.

Drei Versuche dieser Serie wurden mit Hilfe des geschichteten Scheibenmodells untersucht. Angaben über Geometrie, statische Belastung und Stoffwerte enthält die Tabelle 6.1. Der beflamte Teil dieser drei Platten war zentrisch angeordnet. Zusätzliche vertikale Lasten aus Verkehrsbelastung waren bei diesen Versuchen nicht vorhanden. Ein Versagen der Versuchskörper trat nicht ein. Weitere Angaben insbesondere zum statischen System und der Bewehrungsanordnung sind in den Bildern 6.1 und 6.2 enthalten.

Versuch-Nr.	1011	1015	1018
<u>Abmessungen</u>			
Gesamtfläche	2,74 x 2,74 m		1,83 x 1,83
Beflammte Fläche	0,91 x 0,91 m	0,61 x 0,61 m	0,91 x 0,91
Dicke	100 mm		
<u>Statische Belastung</u>	nur Eigengewicht		
<u>Beton</u>			
Zuschlag	vorwiegend kalzitische Zuschläge		
E-Modul $E_b(T_0)$	35 800 N/mm <sup>2</sup>		
Zylinderdruckfestigkeit zum Versuchszeitpunkt $f_c(T_0)$	33,5 N/mm <sup>2</sup>	30,5	32,7
Alter zum Versuchszeitpunkt	167 Tage	164	178
<u>Stahl</u>			
Bewehrungsgehalt	Betonstahlmatten oben und unten mit $\mu_x = \mu_y = 0,46 \%$ (siehe Bild 6.2)		
Betondeckung	$\bar{u} = 19$ mm		
Streckgrenze $f_s(T_0)$	430 N/mm <sup>2</sup> (Normwert)		

Tabelle 6.1: Versuchskennwerte  
Versuche von Abrams/Lin [ 1 ]





**Betonstahlmatten oben und unten  
ø 9,5 mm (# 3) mit a=150 mm**

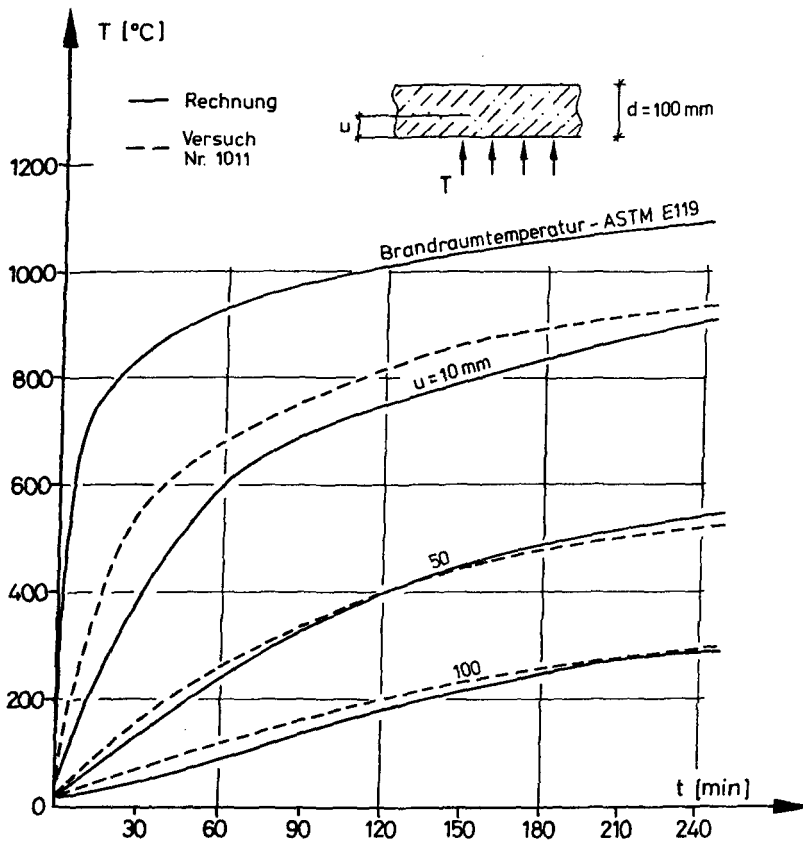
Bild 6.2: Bewehrungsanordnung  
Versuche 1011, 1015, 1018 von Abrams/Lin [1]

Die Temperaturmessung zeigte, daß die Temperaturbeanspruchung innerhalb des beflamnten Teiles nahezu gleich war, so daß für die Berechnung eine gleichförmige Beflammung vorausgesetzt werden konnte. Der Temperaturübergangsbereich zwischen heißem und kaltem Teil blieb aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit des Betons während der gesamten Beflammung relativ klein. So betrug er z. B. bei Versuch Nr. 1015 etwa 5 - 10 cm (vgl. Bild 3.2 in Abschnitt 3) für eine Temperaturbezugsebene, die 30 mm von der beflamnten Unterkante entfernt ist. Für Versuch Nr. 1015 beträgt dieser Übergangsbereich dennoch schon 10 - 20 % der eigentlich beflamnten Fläche. Bei wirklichkeitsnahen geometrischen Abmessungen im Bauwerk ergibt sich in der Regel ein erheblich kleinerer prozentualer Anteil. In den eigenen Berechnungen wurde der Temperaturübergangsbereich vernachlässigt. Er läßt sich jedoch ohne weiteres im Rechenprogramm berücksichtigen.

Zur Bestimmung des instationären Temperaturfeldes wurden thermische Kennwerte für Beton mit vorwiegend kalzitischem Zuschlag verwendet. Die Funktion für die Temperaturleitfähigkeit  $a$  ist im Anhang dargestellt. Die rechnerisch bestimmten Temperaturwerte zeigen ausreichende Übereinstimmung mit den im Versuch gemessenen Werten (siehe Bild 6.3).

Auf der Grundlage dieser Temperaturen wurden mit Hilfe des Scheibenmodells unter Verwendung geschichteter Elemente im heißen Teil die Zwangskräfte und das horizontale Verschiebungsfeld der Versuchskörper Nr. 1011, 1015 und 1018 berechnet.

Für die Materialwerte wurden in der Berechnung temperaturabhängige Kennlinien für Beton mit vorwiegend kalzitischem Zuschlag verwendet. Zur Beschreibung der



**Bild 6.3:** Temperatur-Zeit-Verlauf  
Vergleich Rechnung - Versuch (Versuch-Nr. 1011 von Abrams/Lin [1])

Kriechzahl  $\varphi_{tr}$  wurde die von Schneider [57] vorgeschlagene Funktion für Beton mit quarzitischem Zuschlag gewählt. Kriechzahlen für den in diesen Versuchen verwendeten Beton lagen keine vor. Die Funktionen sind im einzelnen im Anhang angegeben. Als Ausgangswerte wurden die in Tabelle 6.1 angegebenen Werte eingesetzt (Beton-E-Modul, Betondruckfestigkeit, Stahl-Streckgrenze). Für die Betonzugfestigkeit bei Raumtemperatur wird einheitlich  $f_z(T_0) = 4,0 \text{ N/mm}^2$

gewählt. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zug im gerissenen kalten Teil wurde in gleicher Weise wie für die Nachrechnung der Versuche von Peter [46] berücksichtigt (vgl. Bild 2.29 in Abschnitt 2.3.4).

Aus Symmetriegründen wurde die Berechnung auf ein Scheibenviertel beschränkt. Es wurde eine finite Elemententeilung mit 36 Elementen und 133 Knoten vorgenommen. Die heißen Scheibenelemente wurden in fünf Schichten mit Schichtdicken von  $d_s = 20$  mm unterteilt.

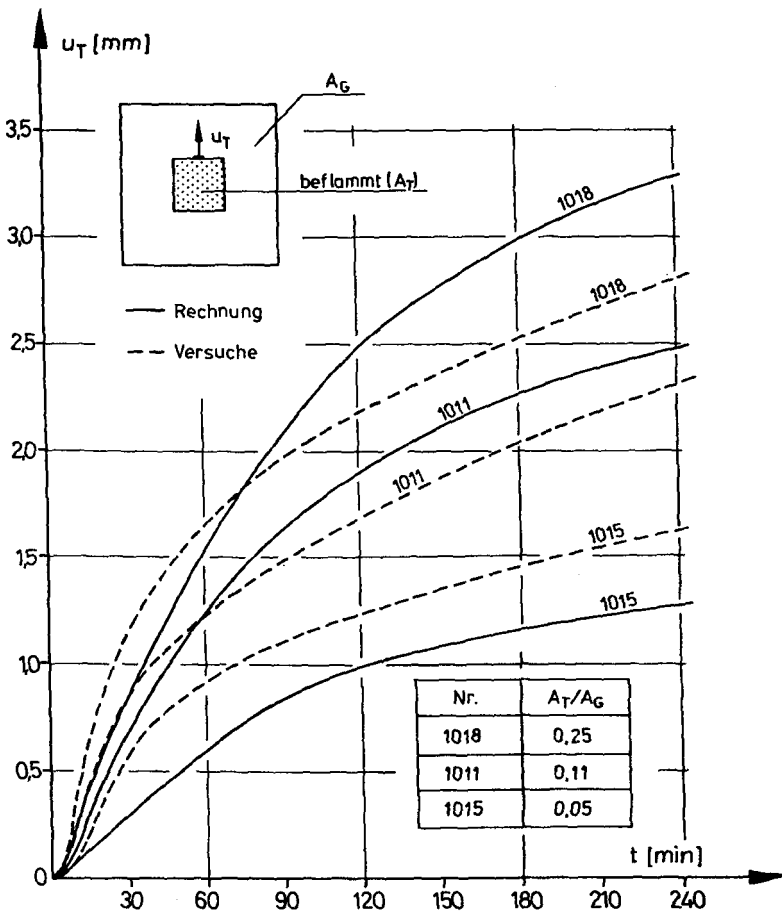
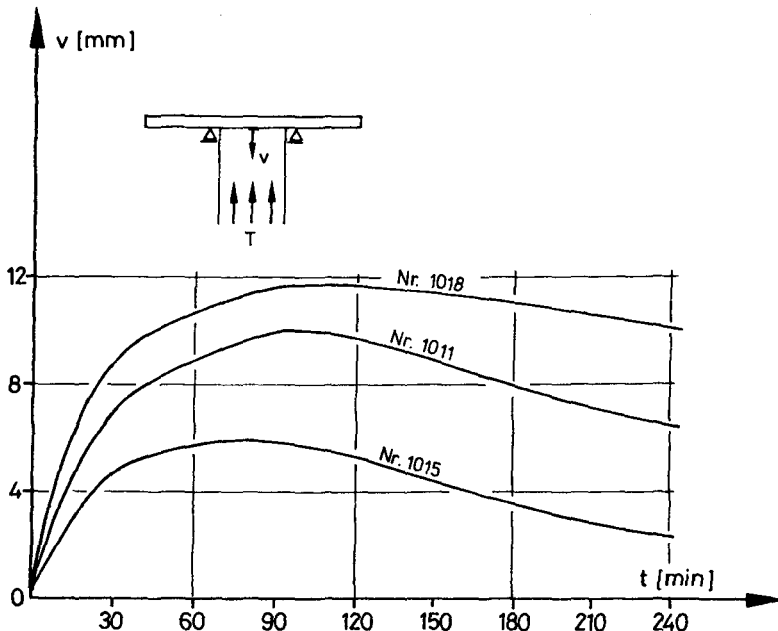


Bild 6.4: Partiiell beflamnte Betondecken  
 Vergleich Rechnung - Versuch (Versuche von Abrams/Lin [1])  
 Berechnung mit Hilfe des geschichteten Scheibenmodells

In Bild 6.4 sind die berechneten Verschiebungen  $u_T$  des Randes des beflamten Deckenteils den in den Versuchen gemessenen Werten gegenübergestellt. Als Parameter wurde in diesen Versuchen das Verhältnis  $A_T/A_G$  von beflamter Fläche zur Gesamtfläche variiert (vgl. Bild 6.1).

Die Rechnung ergibt bei kleiner beflamter Fläche (Versuch-Nr. 1015) gegenüber dem Versuch etwas zu kleine, bei größerer beflamter Fläche (größerer  $A_T/A_G$ -Wert) insbesondere für Branddauern  $t > 90$  min etwas zu große Verschiebungen, wobei die Abweichungen im Bereich von etwa 20 % liegen. Im Versuch Nr. 1015 wird der Temperaturübergangsbereich, der in der Rechnung vernachlässigt wurde, zu einem gewissen Teil die größeren Verschiebungen bedingen. Im Hinblick auf die Empfindlichkeit der Zwängungsberechnung bezüglich des Verformungsverhaltens des Betons (gewählter E-Modul, Kriechzahl usw.) erscheint dem Verfasser die hier erzielte Genauigkeit der Berechnung im Vergleich zum Versuch als ausreichend, zumal auch die thermisch wie lastbedingten Biegeverformungen beflamter Betondecken, die im Scheibenmodell nicht berücksichtigt werden, zur Abweichung der Rechen- von den Versuchswerten beitragen. In Bild 6.5 sind die in den Versuchen gemessenen vertikalen Verformungen  $v$  im Plattenmittelpunkt dargestellt.



**Bild 6.5:** Vertikale Verformungen  $v$  in Plattenmitte  
Versuche Abrams/Lin [1]

Diese Durchbiegungen sind mit Verkrümmungen verknüpft, so daß die Zwängungsebene abweichend von der vorausgesetzten vertikalen Lage im Scheibenmodell geneigt ist.

Der Einfluß der Verkrümmungen auf die im beflamten Teil entstehenden Zwangskräfte wurde rechnerisch mit Hilfe einer Biegeanalyse untersucht. Ersatzweise wurde hierzu anstelle der Platte der einachsrig gespannte, beflamte Plattenstreifen untersucht. Die Berechnungen wurden für die Versuche Nr. 1011 und 1018 durchgeführt. Zur Diskretisierung des Plattenstreifens wurde ebenfalls das Scheibenelement verwendet, wobei die Elementierung sowohl in Richtung der Spannweite wie über die Plattendicke vorgenommen wurde (Bild 6.6). Die Dehnbehinderung durch die umgebenden kalten Flächenteile wurde ersatzweise über äquivalente Dehnfedern in der unteren Querschnittshälfte vorgegeben. Der Temperaturgradient wurde durch Eingabe der Temperaturwerte in den Elementknoten beschrieben, das Eigengewicht des Plattenstreifens durch eine entsprechende Linienlast berücksichtigt.

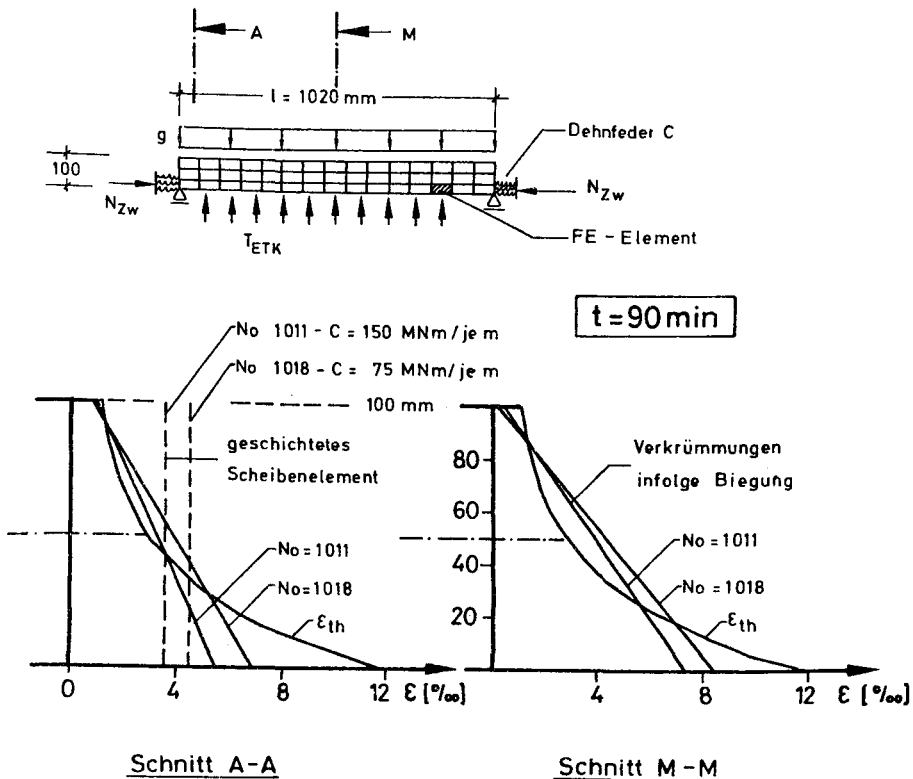


Bild 6.6: Lage und Neigung der Zwängungsebene bei Berücksichtigung von Verkrümmungen im Vergleich zur vertikalen Zwängungsebene des geschichteten Scheibenelements nach 90 min Branddauer

Bild 6.6 zeigt Lage und Neigung der Zwängungsebene in Feldmitte wie in der Nähe des Auflagers im Vergleich zur vertikalen Zwängungsebene des geschichteten Scheibenmodells.

In Bild 6.7 ist die zeitliche Entwicklung der Zwangskräfte dargestellt, die sich durch Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Verkrümmungen ergibt. Der Einfluß der "Biegeentspannung" reduziert die Zwangskräfte um etwa 20 %.

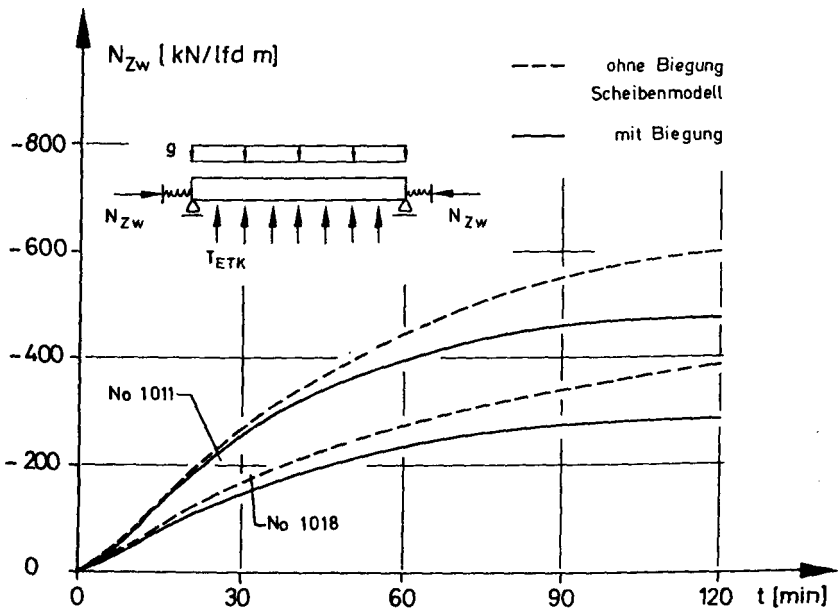


Bild 6.7: Zwangskraftverlauf mit und ohne Berücksichtigung von Biegeverformungen

Im Rahmen der angestrebten Genauigkeit und unter Beachtung der stofflich bedingten Streuungen, die besonders im Hochtemperaturbereich von vielfältigen Einflüssen abhängen, liefert das geschichtete Scheibenmodell ausreichend genaue Rechenwerte, zumal die Berechnung auf der sicheren Seite liegende, obere Grenzwerte ergibt. Die Untersuchung macht auch deutlich, daß die Verschiebungen der Mittelfläche wie die Zwangskräfte in partiell beflamten Betondecken von Verkrümmungen des Bauteils möglicherweise weniger deutlich abhängen, als vermutet werden könnte. Diese Feststellung kann sicher ohne Einschränkungen nicht verallgemeinert werden. Sie ist jedoch zumindest für die hier untersuchten Beispiele gültig.

Bild 6.8 zeigt die rechnerisch bestimmte Rißverteilung für ein Scheibenviertel für Versuch Nr. 1011 im kalten Teil bei zunehmender Branddauer. Die Rißbildung beginnt in der 8. min. Da der kalte Teil in diagonaler Richtung steifer als in Richtung der Symmetrielinien ist, breiten sich die Risse zunächst entlang der Diagonalen aus. Mit fortschreitender Branddauer nimmt die Rißbildung dann schnell zu. In der 90. min ist praktisch der gesamte kalte Flächenteil gerissen. Das Rißbild in der 240. min stimmt mit dem von Abrams/Lin festgehaltenen Rißbild bei Versuchsende überein (vgl. Bild 2.30 in Abschnitt 2.3.4).

Versuch 1011

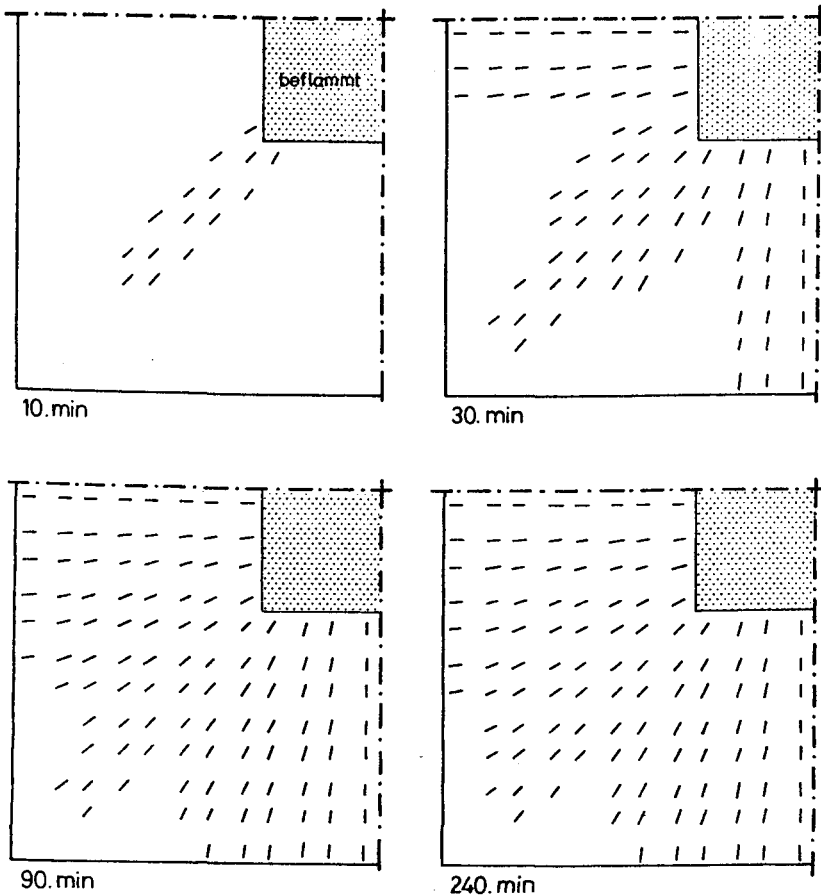
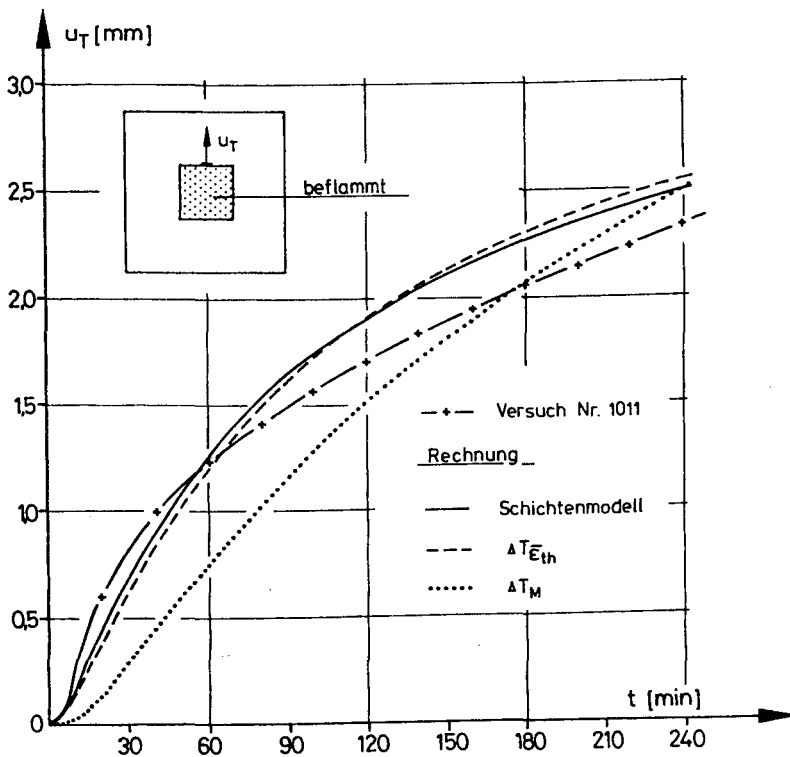


Bild 6.8: Rechnerisch bestimmte Rißverteilung im kalten Scheibenteil

Zu diesen Versuchen begleitende rechnerische Analysen wurden auch von Abrams/Lin [1] durchgeführt. Sie ermittelten hierbei aus den über die Dicke veränderlichen Temperaturen eine konstante Rechentemperatur und erzielten mit diesem Modell eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch.

Eigene Nachrechnungen des Versuchs Nr. 1011 von Abrams/Lin [1] mit Hilfe von einfachen Näherungsmodellen auf der Grundlage einer konstanten Rechentemperatur (vgl. Abschnitt 5.4) bestätigen die Anwendbarkeit dieser Modelle für die rechnerische Analyse solcher Kleinversuche. Bild 6.9 zeigt einen Vergleich der rechnerisch gewonnenen Ergebnisse zwischen den einzelnen Modellen. Insbesondere führt die Verwendung einer über die Dicke integral aus den thermischen Dehnungen bestimmten Rechentemperatur  $\Delta T_{Eth}$  hier praktisch zum gleichen Verformungs-Zeit-Verlauf wie bei Verwendung des geschichteten Scheibenmodells.



**Bild 6.9:** Nachrechnung Versuch-Nr. 1011 von Abrams/Lin [1]  
- Vergleich der Rechenmodelle



Die Übertragung dieser mit Hilfe von Kleinversuchen gewonnenen Erkenntnisse auf Geschoßdecken mit größeren Abmessungen ist jedoch nur mit Einschränkungen möglich. So führt, wie in Abschnitt 5.4, Bild 5.16 gezeigt, die Näherung mit Hilfe einer über die Dicke konstanten, integral bestimmten Rechentemperatur  $\Delta T_{E_{th}}$  gegenüber dem geschichteten Modell zu deutlich größeren Verformungen mit zugehörig größeren Zwangskräften, obwohl das Verhältnis von beflammer Fläche zu Gesamtfläche mit  $A_T/A_G = 0,11$  ebenso groß wie im Kleinversuch ist. Der Grund hierfür ist die Tatsache, daß der Grad der Dehnbehinderung nicht von der relativen, sondern von der absoluten Größe der den heißen Teil einschließenden kalten Umgebung abhängt.

Das geschichtete Scheibenmodell berücksichtigt zutreffender als die Modelle mit konstanter Rechentemperatur den veränderlichen Zwängungszustand im Querschnitt. Die Versuchsnachrechnungen zeigen, daß im Rahmen gewisser Streuungen die Zwangsbeanspruchung ausreichend genau beschrieben werden kann.

6.2 Versuche des Sonderforschungsbereichs 148 "Brandverhalten von Bauteilen"  
der Technischen Universität Braunschweig

Die von Abrams/Lin [1] durchgeführten Kleinversuche zeigen Zusammenhänge bezüglich der Interaktion zwischen heißem und kaltem Flächenteil auf. Die Übertragung dieser Ergebnisse auf Geschoßdecken mit größeren Abmessungen ist, wie bereits erwähnt, aber nur bedingt möglich.

Zur Untersuchung des Brandverhaltens von Stahlbetondecken mit größeren Abmessungen bei behinderter Längsdehnung wurden Versuche im Sonderforschungsbereich 148 "Brandverhalten von Bauteilen" der Technischen Universität Braunschweig durchgeführt. In einem ersten Versuchsabschnitt wurden vom Verfasser Brandversuche an 2 m breiten, einachsig dehnbehinderten Stahlbetonplattenstreifen mit 4,78 m Stützweite ausgeführt [26]. Der gesamte Plattenstreifen wurde beflammt, die Dehnbehinderung über hydraulische Pressen an den Rändern des Versuchskörpers simuliert. Die vertikale Belastung entsprach der nach DIN-Norm zulässigen Last.

Die Versuche sollten Abhängigkeiten zwischen Biegeverformungen und Zwangskraftentwicklung aufzeigen. Unterschiedliches Biegeverhalten wurde durch Veränderung der am Versuchskörperrand vorgegebenen Angriffshöhe der Zwangskräfte erzeugt.

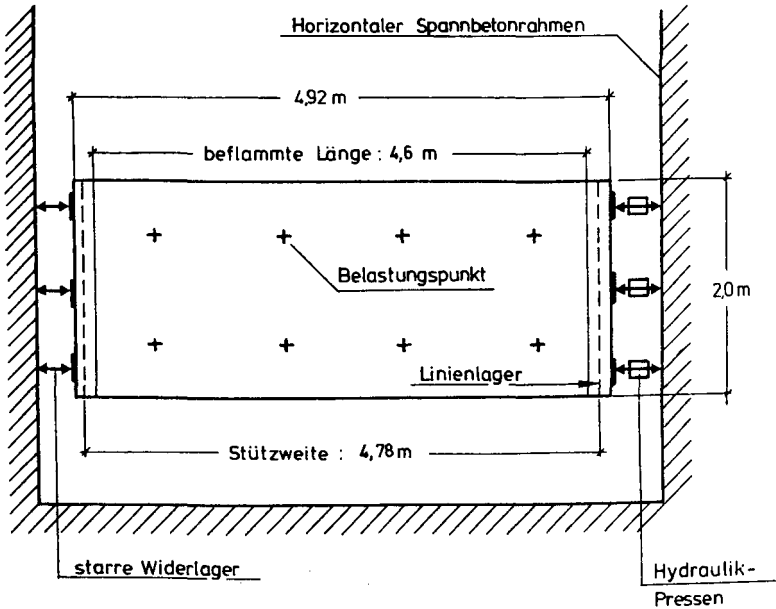
Tabelle 6.2 enthält Angaben über Geometrie, statische Belastung und Materialkennwerte der Versuche PLS-791 und PLS-794. Bild 6.10 zeigt das statische System.

Vertikal sind die Plattenstreifen über die gesamte Breite auf Linienlagern aufgelagert. Die Zwangskräfte wurden über horizontale hydraulische Pressen in den Versuchskörper eingeleitet. Die vertikale Belastung wurde über acht Einzellaisten aufgebracht. Die Beflammung der Platte erfolgte gemäß der Einheits-Temperaturzeit-Kurve der DIN 4102 Teil 2 [9]. Die beflamte Länge der Platte ist etwas kleiner als die statische Auflagerlänge, da die Auflagerbereiche durch Isolation vor direkter Beflammung geschützt wurden. Weitere Angaben über Versuchsdurchführung und den Versuchsstand enthält [26].

Versuch	PLS-791	PLS-794
<u>Abmessungen</u>		
Länge gesamt	4,96 m	4,92 m
Stützweite	4,78 m	
Breite	2,0 m	
Dicke	160 mm	
<u>Belastung</u>		
Verkehrslast $p_{vorh} = p_{zul}$	3,35 kN/m <sup>2</sup>	3,00 kN/m <sup>2</sup>
Lage der Zwangskraft $e_{zw}$ (vgl. Bild 6.10)	30 mm	70 mm
<u>Beton</u>		
Zuschlag	vorwiegend quarzitische Zuschläge	
Zylinderdruckfestigkeit zum Versuchszeitpunkt $f_c(T_0)$	28 N/mm <sup>2</sup>	32 N/mm <sup>2</sup>
E-Modul zum Versuchszeit- punkt $E_b(T_0)$	23.400 N/mm <sup>2</sup>	24.000 N/mm <sup>2</sup>
Alter des Betons	300 Tage	105 Tage
<u>Stahl</u>		
	Bewehrungsmatte unten	
Bewehrungsgehalt längs	0,41 %	0,37 %
quer	0,09 %	0,08 %
Betondeckung	$\bar{u} = 30$ mm	
Streckgrenze $f_s(T_0)$	600 N/mm <sup>2</sup> (Meßwert)	

Tabelle 6.2: Versuchskennwerte  
Versuche des SFB 148 an Plattenstreifen [26]

## Draufsicht Plattenstreifen



## Schnitt Plattenstreifen

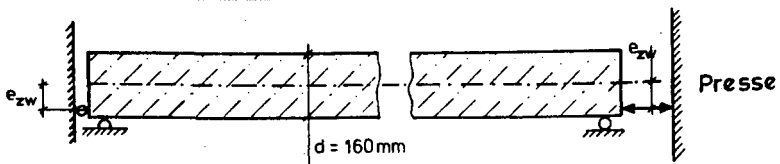


Bild 6.10: Statisches System für Versuch PLS-794

Als wesentlicher Parameter wurde die Angriffshöhe  $e_{zw}$  der Zwangskraft variiert (Bild 6.10). In beiden Fällen lagen die horizontalen Widerlagerpunkte in der unteren Plattenhälfte. Über die horizontalen Pressen wurde die Dehnbehinderung so gesteuert, daß der Weg der Pressenzylinder während der gesamten Beflammung Null blieb. Da die Zwangskräfte in einen elastisch verformbaren Spannbetonrahmen abgeleitet wurden, lag in beiden Versuchen keine volle, sondern eine teilweise Dehnbehinderung vor, auch wenn die Verformungen des Spannbetonrahmens absolut gesehen klein waren [26]. Die Endverdrehungen der Platten wurden nicht behindert.

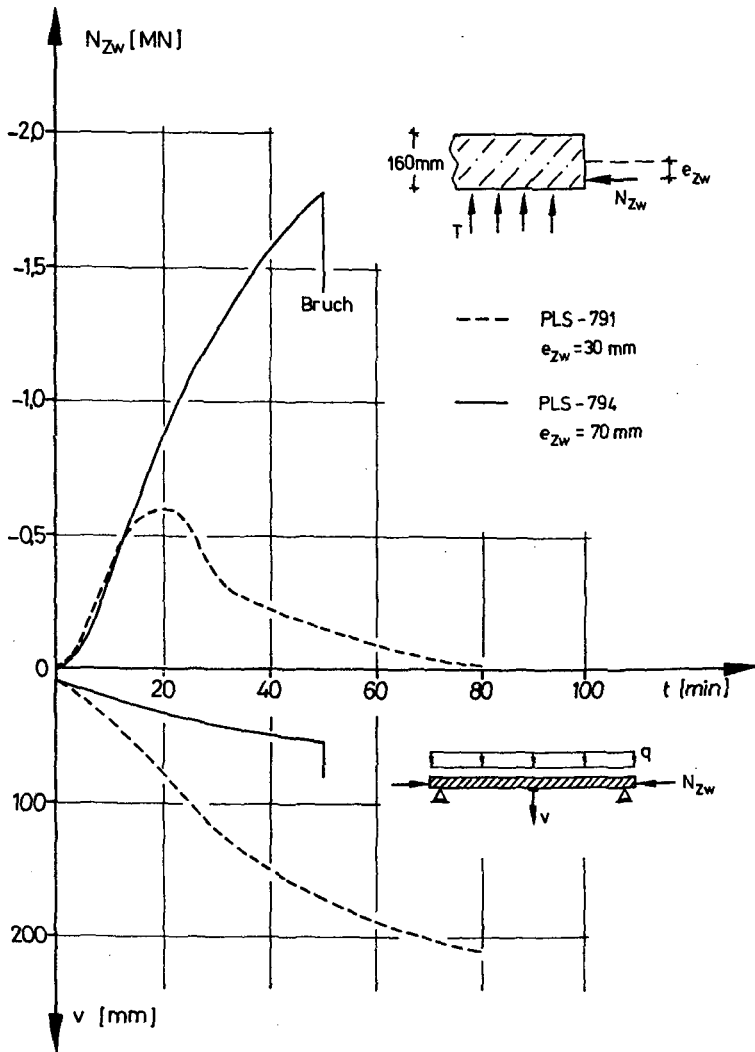
In Bild 6.11 sind die gemessenen Zwangskräfte  $N_{zw}$  und die Durchbiegung  $v$  in Plattenmitte in Abhängigkeit von der Branddauer  $t$  dargestellt. Deutlich wird der Einfluß der gewählten Ausmitte auf die Zwangskraft. Im Versuch PLS-791, bei dem die Zwangskraft nur wenig unterhalb der Plattenmittelfläche eingeleitet wurde, durchläuft die Zwangskraftkurve in der 20. min ein Maximum und fällt dann schnell wieder ab.

Gleichzeitig nimmt die Durchbiegung  $v$  fortlaufend schnell zu, wobei die Zwangskraft die Durchbiegungszunahme beschleunigt. Der Versuch wurde nach 80 min Branddauer bei Erreichen einer vorgegebenen maximalen Durchbiegung abgebrochen.

Deutlich unterschiedlich verhält sich die Platte PLS-794, bei der der Angriffspunkt der Zwangskraft nur wenig von der beflamten Unterkante der Platte entfernt war. Die Zwangskraft steigt rasch und kontinuierlich an, wobei die Plattendurchbiegungen klein bleiben. Die hohe Zwangskraft führt in der 50. min zur Zerstörung der Platte in den Auflagerbereichen. Auf die Gründe für das Versagen der Platte soll hier nicht näher eingegangen werden (Ausführungen hierzu enthält [26]).

Deutlich erkennbar ist bei diesen Versuchen die Kopplung von Zwangskraftverlauf und Plattendurchbiegungen. So kann sicherlich für die rechnerische Bestimmung der Zwangskraft im Versuch PLS-791 der Biegeeinfluß nicht vernachlässigt werden. Demgegenüber erscheint die Anwendung der Scheibentheorie bei Versuch PLS-794 möglich.

Entsprechende Berechnungen wurden mit Hilfe des geschichteten Scheibenmodells durchgeführt. Hierbei wurde die Verformbarkeit des horizontalen Spannbeton-



**Bild 6.11:** Zwängung dehnbehinderter Stahlbetonplattenstreifen  
Versuche des SFB 148 [26]

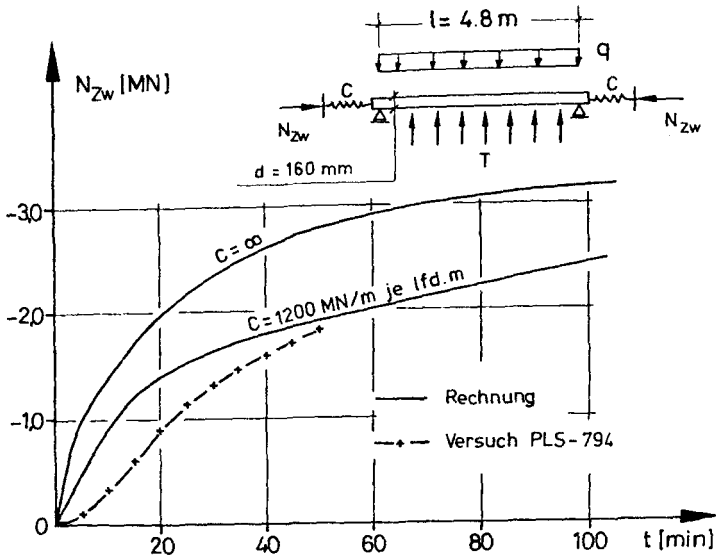


Bild 6.12: Rechnerisch bestimmter Zwangskraftverlauf im Vergleich zu Versuchswerten (Versuch PLS-794 des SFB 148 [26])

rahmens (vgl. Bild 6.10) über Dehnfedern berücksichtigt. Angaben über die Bestimmung der Dehnsteifigkeit dieser Ersatzfedern enthält [26].

Bild 6.12 zeigt den rechnerisch bestimmten Zwangskraftverlauf im Vergleich zu den im Versuch PLS-794 gemessenen Werten. Die Berechnung wurde sowohl für volle Dehnbehinderung (keine Verformungen des Spannbetonrahmens) wie für elastische Dehnbehinderung (Berücksichtigung der Verformungen des Spannbetonrahmens durch Dehnfedern) durchgeführt. Hier wird deutlich, daß schon kleine Verformungen des zwängenden Systems (die Gesamtverformungen des Spannbetonrahmens erreichen bei einer Zwangskraft  $N_{zw} = 1,0$  MN ca. 1 mm) im Bereich hoher Dehnbehinderung die Zwangskraft merklich reduzieren.

Bei Berücksichtigung der Verformungen des Spannbetonrahmens kann der Zwangskraftverlauf rechnerisch zutreffend beschrieben werden. Etwas größere Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung treten zu Beginn der Beflammung auf, wobei eine Vielzahl von Einflüssen als Ursache für diese Differenzen in Frage kommen. Dem Verfasser erscheint es jedoch wenig sinnvoll, für die Berechnung eine größere Genauigkeit zu fordern, zumal die Anwendung der Scheibentheorie, durch die in der Regel ein oberer Grenzwert beschrieben wird, eine Näherung bleibt.

Die Nachrechnung zeigt, daß die Beschreibung der Zwangskraft mit Hilfe des Scheibenmodells zu brauchbaren Ergebnissen führt, wenn die vertikalen Verformungen klein bleiben. Bei sehr geringer Dehnbehinderung, hohen Verkehrslasten oder sehr großen Deckenspannweiten wird möglicherweise eine verstärkte "Biegeentspannung" eintreten, so daß der mit dem Scheibenmodell berechnete Zwang den tatsächlichen Zwängungszustand deutlich überschätzt. Andererseits bleiben die Durchbiegungen von Geschoßdecken infolge von Durchlaufwirkungen oder zweiachsigem Lastabtrag in vielen Fällen auch bei Brandbeanspruchung begrenzt, so daß die Anwendbarkeit des Scheibenmodells möglich bleibt.



## 7. KRITISCHE BEURTEILUNG DER ERGEBNISSE

Der Zwängungszustand in lokal beflamten Geschoßdecken wird von der Interaktion zwischen kalten und heißen Bereichen bestimmt. Die durchgeführte rechnerische Studie unter Verwendung eines Scheibenmodells zeigt die Bedeutung einzelner Einflußgrößen auf, wobei von der Voraussetzung ausgegangen wird, daß Biegeanteile nur geringen Einfluß auf die in Abhängigkeit von den horizontalen Verschiebungen entstehenden Zwangskräfte haben.

Die Größe der Zwängung wird neben der thermischen Beanspruchung von den Dehnsteifigkeiten der kalten und der heißen Flächenteile bzw. ihrem Verhältnis zueinander bestimmt. Die schon bei geringer thermischer Einwirkung einsetzende Ribbildung, bedingt durch die geringe Zugfestigkeit des Betons, bestimmt die Dehnsteifigkeit der den heißen Teil umschließenden kalten Deckenbereiche entscheidend, wobei die horizontalen Verschiebungen bei abnehmenden Zwangskräften deutlich zunehmen.

Im gerissenen Zustand sind der Bewehrungsgehalt und die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen von zunehmender Bedeutung. Hierbei erstreckt sich die Ribbildung häufig auf den gesamten kalten Flächenteil. Nur bei sehr großen kalten Bereichen bzw. einem sehr kleinen Beflammungsverhältnis (z. B.  $A_T/A_G \sim 0,01$ ) kommt es zum Stillstand des Ribfortschrittes, wobei vom beflamten Teil weiter entfernte kalte Teile im ungerissenen Zustand verbleiben (vgl. Bild 5.7).

Das Aufreißen des gesamten kalten Deckenteils wurde sowohl von Abrams/Lin [ 1 ] in den von ihnen durchgeführten Kleinversuchen beobachtet als auch durch die eigenen Nachrechnungen bestätigt. Hierbei liefert die Scheibentheorie im kalten Teil bei konstanten Dehnungen und Spannungen über die Dicke durchgehende Risse. Die Ribverteilung im tatsächlichen Bauwerk kann hiervon insbesondere aufgrund vorhandener Plattenbiegung (z. B. durch äußere vertikale Lasten) abweichen. Über den Einfluß der Biegung auf die Ribbildung und die Dehnsteifigkeit von gezogenen, kalten, ebenen Stahlbetontragwerken liegen zur Zeit keine gesicherten Erkenntnisse vor. Die brauchbare Übereinstimmung von Versuchs- und Rechenwerten bei Nachrechnung der in Abschnitt 6.1 dargestellten Kleinversuche läßt jedoch vermuten, daß dieser Einfluß für die hier untersuchten Fälle nur gering ist.

Die Güte einer Versuchsnachrechnung hängt in diesen Fällen aber nicht allein davon ab, ob der kalte Deckenteil vom Modell wirklichkeitsnah erfaßt wird, sondern auch davon, inwieweit dies für den beflamten Teil zutrifft. Hier hat die Parameteruntersuchung gezeigt, daß neben der eigentlichen thermischen Beanspruchung (Größe der thermischen Dehnungen des Betons), die Verformungscharakteristika des benutzten Werkstoffgesetzes und die Temperaturverteilung über die Deckendicke die wesentliche Rolle spielen. Bedeutsame Steuergrößen für das Verformungsverhalten sind dabei die Anfangssteigung der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung (E-Modul) und die Kriechzahl zur Erfassung des Hochtemperaturkriechens bzw. der Hochtemperaturrelaxation bei instationärer Temperaturbeanspruchung. Die Beschreibung der Bruchfestigkeiten ist von untergeordneter Bedeutung, da in partiell beflamten Betondecken die Zwangskräfte aufgrund der nur teilweisen Dehnbehinderung des heißen Teils und der zunehmenden Plastizität des Betons bei hohen Temperaturen mögliche Bruchgrößen in der Regel nicht erreichen.

Die Materialkennwerte des Betons bei hohen Temperaturen wurden mit Hilfe von Versuchen an kleinen, quasi isothermen Versuchskörpern gewonnen. Des weiteren wurden vom Verfasser Kenntnisse über das Verhalten des Betons unter biaxialer Beanspruchung bei Raumtemperaturen auf den Hochtemperaturbereich übertragen. Zur Überprüfung des Werkstoffgesetzes für Beton bei hohen Temperaturen standen dabei nur Versuche unter einachsiger Beanspruchung zur Verfügung. Schon diese wenigen Punkte deuten an, daß bei Anwendung der hier beschriebenen Materialgesetze, die insbesondere das Verformungsverhalten des Betons nur näherungsweise beschreiben, Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung auftreten können. In den eigenen Nachrechnungen wurden Unterschiede bis zu 20 % festgestellt. Höhere Genauigkeiten anzustreben, scheint jedoch für die Bestimmung von Zwangsgrößen wenig sinnvoll, insbesondere im Hinblick auf mögliche Streuungen der in Versuchen ermittelten Materialkennwerte wie auch der zugrunde gelegten Scheibentheorie.

Wie im kalten Deckenteil können Biegewirkungen auch im heißen Teil bei Verwendung eines Scheibenmodells nicht erfaßt werden. Die Nachrechnung eigener Versuche (Abschnitt 6.2) hat gezeigt, daß das Modell nur dann hinreichend richtige Zwangskräfte ermittelt, wenn die Deckendurchbiegungen klein bleiben. Die vorhandene thermische Einwirkung mit ausgeprägten Gradienten wie auch äußere, statische Lasten (Eigengewicht und Verkehrsbelastung) führen in jedem Fall zu Biegeverformungen mit entsprechenden Deckenverkrümmungen. Durch eine vergleichende rechnerische Abschätzung (vgl. Abschnitt 6.1) konnte jedoch gezeigt werden, daß der Einfluß solcher Biegewirkungen auf die Zwangskräfte wie auf die horizontalen Deckenverschiebungen für die untersuchten Fälle gering blieb.

Bei Verwendung geschichteter Scheibenelemente zur Diskretisierung des heißen Deckenteils konnten entsprechende Versuche ausreichend genau nachgerechnet werden. Hierbei sind die berechneten horizontalen Verschiebungen und die Zwangskräfte in der Regel obere, konservative Grenzwerte, so daß eine auf der sicheren Seite liegende Beurteilung der brandbeanspruchten Konstruktion möglich ist.

Für eine umfassende Beurteilung und Abgrenzung des Scheibenmodells gegenüber den im wirklichen Bauwerk auftretenden Zwängungen sind weitere Untersuchungen erforderlich, wobei insbesondere der Einfluß der Plattenbiegung näher untersucht werden sollte. Hierzu sind experimentelle wie auch numerische Untersuchungen erforderlich, wobei die Rechenmodelle Platten- und Scheibenansätze enthalten müssen.

Im Gegensatz zu Druckgliedern, bei denen die Zwängung bei Dehnbehinderung zu verminderten Feuerwiderstandsdauern führt [24], hat die Dehnbehinderung bei beflamten Biegebauteilen häufig einen günstigen Einfluß. Dies wurde durch zahlreiche Versuche in den USA [28] wie auch durch erste Versuche des SFB 148 der Technischen Universität Braunschweig nachgewiesen [26]. Hierbei führen die entstehenden Zwangskräfte in der Regel nicht zur Zerstörung der beflamten Bauteile. Lediglich bei sehr großen Zwängungen besteht möglicherweise die Gefahr des vorzeitigen Bauteilversagens, wie dies bei dem in Abschnitt 6.2 dargestellten Versuch an einem dehnbehinderten Plattenstreifen festgestellt wurde. Zur Klärung der Ursache dieses Versagens sind noch weitere Untersuchungen erforderlich. Der Grad der Dehnbehinderung bei partieller Beflammung von Geschoßdecken ist in der Regel deutlich kleiner als der, der in diesem Versuch realisiert worden war.

Für die Geschoßdecke selbst wird daher die Zwängung in der Regel keine kritische Beanspruchung sein. Die in Abhängigkeit der auftretenden horizontalen Verschiebungen entstehenden Zusatzbeanspruchungen für die mit der Decke gekoppelten Bauteile wie Stützen oder Unterzüge können jedoch unter Umständen zum Versagen dieser Bauteile führen. Erste rechnerische Untersuchungen haben solche Gefahren für Stützen aufgezeigt [33, 66], wobei die kalte Stütze aufgrund ihrer geringeren Verformungsfähigkeit möglicherweise mehr gefährdet ist als eine innerhalb des beflamnten Teils stehende heiße Stütze. Hierbei sind häufig alle kalten Stützen (auch weiter entfernt stehende) in nahezu gleicher Weise gefährdet, da die Horizontalverschiebungen bei größeren gerissenen kalten Flächen teilen sich mit zunehmender Entfernung vom beflamnten Plattenteil nur geringfügig ändern (vgl. Bild 5.5).

Das Tragverhalten von Stahlbetonstützen bei vorgegebenen Kopf- oder Fußverschiebungen ist zur Zeit weder bei Raumtemperatur noch bei hohen Temperaturen durch Brandbeanspruchung ausreichend experimentell und rechnerisch geklärt. Die mit Hilfe des hier beschriebenen Rechenprogramms ermittelten Verschiebungen können als Verformungsrandbedingungen in solche Versuche einfließen.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird ein Rechenmodell zur Beschreibung der inneren Zwängungen von Stahlbetondecken bei partieller Brandeinwirkung entwickelt. Die Anwendung des Modells beschränkt sich auf die Berechnung der horizontalen Verschiebungsfelder und der entstehenden Zwangskräfte bei Behinderung der Längsdehnung des beflamten Deckenteiles durch umgebende kalte Flächenteile. Bei Vernachlässigung von Biegeverformungen aus thermischer Einwirkung wie aus vertikaler Belastung werden die Ergebnisse durch die Lösung des Scheibenproblems gewonnen.

Für den Werkstoff Beton wurde in Anlehnung an vorhandene Gesetze bei Raumtemperatur ein nichtlineares biaxiales Stoffgesetz bei hohen Temperaturen formuliert. Für einachsige Beanspruchung werden die Annahmen an Hand vorliegender Versuche überprüft. Kriechverformungen aus instationärer Temperatureinwirkung werden berücksichtigt. Orthogonale Bewehrungsnetze werden in verschmierter Form in der Stoffmatrix des Stahlbetonelements erfaßt. Die nichtlineare  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung für den Bewehrungsstahl wurde temperaturabhängig formuliert. Von wesentlichem Einfluß auf die Steifigkeitsverteilung und damit auf den Zwängungszustand ist die Ribbildung. Der gerissene Zustand wird im Stoffgesetz erfaßt, wobei die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Zugbeanspruchung im kalten Deckenteil berücksichtigt wurde.

Für die numerische Berechnung wurde ein Rechenprogramm entwickelt, das ein Weggrößenmodell mit isoparametrischen Scheibenelementen nach der Finiten-Element-Methode verwendet. In der zur Erfassung von Ribbildung und nichtlinearen Verformungen zeitschrittweise durchgeführten Berechnung werden die nichtlinearen Stoffgesetze von Beton und Stahl nach der Sekanten-Modul-Methode linearisiert.

Um wesentliche Einflußfaktoren aufzuzeigen, wurde eine rechnerische Parameterstudie durchgeführt. Der Brandbeanspruchung lag in allen Fällen die Einheitstemperaturkurve der DIN 4102 zugrunde. Der Zwängungszustand einer partiell brandbeanspruchten Stahlbetondecke wird durch die Interaktion zwischen beflamtem und nicht beflamtem Deckenteil bestimmt. Die wesentlichen Erkenntnisse dieser Studie sind:

- die zwangsbedingte Zugbeanspruchung im kalten Flächenteil führt schon bei geringer Temperatureinwirkung zu Rißbildung;
- Horizontalverschiebungen und Zwangskräfte werden wesentlich von der Rißausbreitung im kalten Deckenteil beeinflusst, wobei die verbleibende Dehnsteifigkeit der gerissenen Flächenteile von Bewehrungsgehalt und Bewehrungsführung abhängt;
- die Rißausbreitung wird bestimmt vom Verhältnis von beflammt zu nicht beflammt Fläche und dem Grad der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei der Aufnahme der Zugkräfte;
- die Größe der Zwängung wird im beflamnten Deckenteil im wesentlichen durch die thermischen Dehnungen und das Hochtemperaturverformungsverhalten des Betons beeinflusst; veränderliche Temperatureinwirkungen und davon abhängig veränderliche Zwangsbeanspruchungen über die Deckendicke wurden näherungsweise mit Hilfe geschichteter Scheibenelemente erfaßt;
- ein Versagen des beflamnten Deckenteils infolge entstehender Zwangskräfte wurde auch bei großer Dehnbehinderung rechnerisch nicht ermittelt.

Die Aussagefähigkeit des Rechenmodells wurde an Hand von Versuchsnachrechnungen überprüft und ergab zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Rechenwerten. Die Abweichungen lagen innerhalb vorgegebener Schrankenwerte. Die Rechenergebnisse stellen aufgrund der Vernachlässigung der Plattenbiegung bezüglich der Verschiebungen wie auch der Zwangskräfte in der Regel obere Grenzwerte dar, die eine auf der sicheren Seite liegende Beurteilung des Zwängungszustandes erlauben.

Das Rechenmodell kann einfließen in die Analyse von brandbeanspruchten Bauwerksabschnitten oder Gesamtbauwerken. Hierbei sind z. B. die berechneten horizontalen Deckenverschiebungen wesentliche Eingangsgrößen zur Beurteilung des Tragverhaltens der mit der Geschoßdecke monolythisch verbundenen Stützen.

## 9. LITERATUR

- [1] ABRAMS, M.S., LIN, T.D.:  
Simulation of Realistic Thermal Restraint During Fire; Portland  
Cement Association, 1. Zwischenbericht, Skokie, USA 1974.
  
- [2] ABRAMS, M.S., LIN, T.D.:  
Simulation of Realistic Thermal Restraint During Fire Test During Fire  
Tests of Floor and Roof Assemblies; Portland Cement Association,  
Abschlußbericht, Skokie, USA 1980.
  
- [3] ANDERBERG, Y., THELANDERSSON, S.:  
Stress and Deformation Characteristics of Concrete at High  
Temperatures;  
Lund Institute of Technology, Bulletin 54, Lund, Sweden 1976.
  
- [4] ARUTYUNYAN, N. KH.:  
Some Problems in the Theory of Creep;  
Pergamon Press, London/Frankfurt 1966.
  
- [5] ASTM-Standards, Part 14:  
Thermal Insulation; Acoustical Materials; Joint Sealants; Fire  
Tests; Building Constructions; Baltimore, USA 1967.
  
- [6] BAUMANN, Th.:  
Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in  
Flächentragwerken; DAFStb., Heft 217, Ernst & Sohn, Berlin 1972.
  
- [7] BECKER, G., WEIGLER, H.:  
Untersuchungen über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton  
bei zweiachsiger Beanspruchung; DAFStb, Heft 157, Ernst & Sohn,  
Berlin 1963.
  
- [8] BERG, O.J.:  
Die Hauptentwicklungsrichtung der Theorie der Festigkeit und Verfor-  
mungen des Betons; Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden,  
Band 17, Heft 6, 1968, S. 1489 - 1496.

- [9] Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen; DIN 4102, Teil 2, 1977.
- [10] BRONSTEIN, J.N., SEMENDJAJEW, K.A.:  
Taschenbuch der Mathematik; Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M. 1968.
- [11] DIEDERICHS, U., SCHNEIDER, U., WEISS, R.:  
Ursachen und Auswirkungen der Entfestigung von Beton bei hoher Temperatur; Beitrag zum Kolloquium des SFB 148 am 07./08.06.1979, TU Braunschweig 1979.
- [12] DIMITROV, N., HERBERG, W.:  
Festigkeitslehre; Band I und II, Sammlung Göschen Nr. 6144 und 6145, Berlin 1972.
- [13] EHM, H.:  
Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen; Dissertation, TH Braunschweig 1966.
- [14] EIBL, J., IVANYI, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton; DAFStB, Heft 260, Ernst & Sohn, Berlin 1976.
- [15] ERNST, M., LINK, J., MEHLHORN, G., SCHÄFER, H.:  
Berechnung von dünnen Stahlbetonplatten bei Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens - Teil 1; 2. Zwischenbericht zum Schwerpunktprogramm "Flächentragwerke im konstruktiven Ingenieurbau", TH Darmstadt 1973.
- [16] FALKNER, H.;  
Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwangsspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen; DAFStB, Heft 208, Ernst & Sohn, Berlin 1969
- [17] FISCHER, R.:  
Über das Verhalten von Zementmörtel und Beton bei höheren Temperaturen; DAFStB, Heft 214, Ernst & Sohn, Berlin 1970.



- [18] FÖPPL, A. ;  
Mitteilungen aus dem Mechanisch-technologischen Laboratorium der  
königlichen Technischen Hochschule München, Heft 27, 1900.
- [19] FRANKLIN, H.A. :  
Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels;  
Dissertation, University of California, Berkeley 1970.
- [20] GEISTEFELD, H. :  
Stahlbetonscheiben im gerissenen Zustand - Berechnung mit Berücksichtigung der risseabhängigen Schubsteifigkeit im Materialgesetz;  
Dissertation, TU Braunschweig 1976.
- [21] GOPALAKRISHNAN, NEVILLE, GHALI :  
Creep Poisson's Ratio of Concrete Under Multiaxial Compression;  
ACI-Journal, Dezember 1969, S. 1008.
- [22] GRÜNBERG, J. :  
Berechnung von ebenen Stahlbetonflächentragwerken im gerissenen Zustand mit der Methode der finiten Elemente; Werner Verlag,  
Düsseldorf 1974.
- [23] GULVER, C.G., CHRIST, R.A. :  
Fire Performance of Military Record Center; ACI-Journal,  
April 1975, S. 164.
- [24] HAKSEVER, A. :  
Relaxationsverhalten von Stahlbetontragwerken im Brandfall; Beitrag A 1-5 im Arbeitsbericht 1978 - 1980 des SFB 148; TU Braunschweig 1980.
- [25] HAKSEVER, A. :  
Ein Rechenmodell zur Beschreibung des Verhaltens von Gesamtbauwerken und Bauwerksabschnitten im Brandfall; Beitrag A 1/2-1 im Arbeitsbericht 1978 - 1980 des SFB 148; TU Braunschweig 1980.
- [26] HAKSEVER, A., WALTER, R. :  
Dehnbehinderte Stahlbeton-Plattenstreifen und  $\pi$ -Platten im Brandfall; Versuchsergebnisse und numerische Analysen; Beitrag A 2-2 im Arbeitsbericht 1978-1980 des SFB 148; TU Braunschweig 1980.

- [27] HARMATHY, T.Z.:  
Thermal Properties of Concrete at Elevated Temperatures;  
ASTM, Special Technical Publication 464, 1970.
- [28] ISSEN, L.A., GUSTAFERRO, A.H., CARLSON, C.C.:  
Fire Tests of Concrete Members: An Improved Method for Estimating  
Thermal Restraint Forces; Special Technical Publication 464, ASTM,  
Philadelphia, USA 1970, pp. 153 - 185.
- [29] KABIR, A.F.:  
Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs and Shells  
for Time Dependent Effects; Dissertation, University of California,  
Berkeley 1976.
- [30] KLINGSCH, W.:  
Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahl-  
betondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisie-  
rung; Dissertation, TU Braunschweig 1976.
- [31] KLINGSCH, W.:  
Entwicklung und Verteilung von axialen Zwangskräften in Stahlbe-  
ton-Flächentragwerken bei partieller Brandbeanspruchung; Tätig-  
keitsbericht des SFB 148, TU Braunschweig 1974.
- [32] KLINGSCH, W., NEVES, J.:  
Zwängungen in Stahlrahmen-Systemen bei lokalen Bränden; Beitrag  
A 1-3 im Arbeitsbericht 1978-1980 des SFB 148, TU Braunschweig  
1980.
- [33] KLINGSCH, W., WALTER, R.:  
Stahlbeton-Flächentragwerke unter partieller Brandbelastung;  
Beitrag im Arbeitsbericht 1975-1977 des SFB 148, TU Braunschweig  
1977.
- [34] KORDINA, K., SCHNEIDER, U., HAKSEVER, A., KLINGSCH, W.:  
Zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen im Brandfall; Beitrag  
im Heft 1 der Schriftenreihe des SFB 148; TU Braunschweig 1975.

- [35] KORDINA, K.:  
Grundlagen für den Entwurf von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit bestimmter Feuerwiderstandsdauer; Beitrag in: Stahlbetonbau, Berichte aus Forschung und Praxis, Festschrift Rüsck, Ernst & Sohn, Berlin 1969.
- [36] KORDINA, K., KRAMPF, L., SEILER, H.-F.:  
Über den Großbrand bei der Firma Linde, Mainz-Kostheim, Im Januar 1971. Beton- und Stahlbetonbau, Nr. 5, 1972, S. 108.
- [37] KRAMPF, L.:  
Die Brandversuchsanlage für flächenartige Bauteile mit Verformungsbehinderung; Beitrag A 2-1 im Arbeitsbericht 1978-1980 des SFB 148, TU Braunschweig 1980.
- [38] KUPFER, H.:  
Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung; DAFStB, Heft 229, Ernst & Sohn, Berlin 1973.
- [39] LEOBER, P.J.:  
Shear Transfer by Aggregate Interlock; MS-Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand 1970.
- [40] LIN, C.S.:  
Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs and Shells; Dissertation, University of California, Berkeley 1972.
- [41] LINK, J.:  
Eine Formulierung des zweiachsialen Verformungs- und Bruchverhaltens von Beton und deren Anwendung auf die wirklichkeitsnahe Berechnung von Stahlbetonplatten; DAFStB, Heft 270, Ernst & Sohn, Berlin 1976.
- [42] LIU, T.C.Y., NILSON, A.H., SLATE, F.O.:  
Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression; ACI-Journal, Mai 1972, S. 291.

- [43] MARECHAL, J.C.:  
Variations in the Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio with Temperature; ACI-Int. Sem. on Concrete for Nuclear Reactors, Berlin 1970.
- [44] MELAN, E., PARKUS, H.:  
Wärmespannungen infolge stationärer Temperaturfelder; Springer Verlag, Wien 1953.
- [45] NELISSEN, L.J.M.:  
Biaxial Testing of Normal Concrete; Heron, Vol. 18, No. 1, University Delft 1972.
- [46] PETER, J.:  
Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung; Dissertation, TH Stuttgart 1964.
- [47] RAO, P.S.:  
Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte; DAFStB, Heft 177, Ernst & Sohn, Berlin 1966.
- [48] REHM, G., MARTIN, H.:  
Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau; Beton- und Stahlbetonbau, Nr. 8, 1968, S. 175.
- [49] ROMSTAD, K.M., TAYLOR, M.A., HERRMANN, L.R.:  
Numerical Biaxial Characterization for Concrete; Journal of the Engineering Mechanics Division, Oct. 1974, S. 935.
- [50] ROSTASY, F.S., ALDA, W.:  
Rißbreitenbeschränkung bei zentrischem Zug von Stäben aus Stahlbeton und Stahlleichtbeton; Beton- und Stahlbetonbau Nr. 6, 1977, S. 149.
- [51] SAGER, H.:  
Hochtemperaturverbundverhalten von Beton- und Spannstahl; Beitrag zum Kolloquium des SFB 148 vom 07./08.06.1979; TU Braunschweig 1979.

- [52] SCANLON, A.:  
Time Dependent Deflections of Reinforced Slabs; Dissertation,  
University of Alberta, Alberta, Canada 1972.
- [53] SCHAPER, G.:  
Stahlbetonplatten unter Last- und Zwangbeanspruchung - Berechnung  
des zeitabhängigen Verhaltens bei Berücksichtigung der Ribbildung;  
Dissertation, TU Braunschweig 1978.
- [54] SCHÄFER, H.:  
Zur Berechnung von Stahlbetonplatten; Dissertation, TH Darmstadt  
1976.
- [55] SCHNEIDER, U.:  
Festigkeits- und Verformungsverhalten von Beton unter stationärer  
und instationärer Temperaturbeanspruchung; Die Bautechnik Nr. 4,  
1977, S. 123.
- [56] SCHNEIDER, U., DIEDERICHS, U., WEISS, R.:  
Hochtemperaturverhalten von Festbeton; Beitrag im Arbeitsbericht  
1975-1977 des SFB 148, TU Braunschweig 1977.
- [57] SCHNEIDER, U.:  
Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton  
unter hohen Temperaturen; Habilitationsschrift, TU Braunschweig  
1979.
- [58] SELVAGGIO, S.L., CARLSON, C.C.:  
Effect of Restraint on Fire Resistance of Prestressed Concrete;  
Portland Cement Association, Bulletin 164, Skokie, USA 1963.
- [59] SELVAGGIO, S.L., CARLSON, C.C.:  
Restraint in Fire Tests of Concrete Floors and Roofs; Portland  
Cement Association, Bulletin 220, Skokie, USA 1967.
- [60] SELVAM, V.K.M., ALDRIDGE, W.W.:  
Diskussionsbeitrag zu: Liu, Nilson, Slate: Stress-Strain Response  
and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression;  
ACI-Journal, Nov. 1972, S. 710.

- [61] STAUDER, W.:  
Ein Beitrag zur Untersuchung von Stahlbetonscheiben mit Hilfe finiter Elemente unter Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens; Dissertation, TH Darmstadt 1973.
- [62] SULLIVAN, P.J., MELLOR, P., POUCHER, :  
The Influence of Temperature on the Physical Properties of Concrete and Mortar in the Range 20 °C - 400 °C; Symposium on Effects of Temperature on Concrete, Paper SP 25.4., ACI, Detroit 1971.
- [63] THELANDERSSON, S.:  
Effect of High Temperatures on Tensile Strength of Concrete; Lund Institute of Technology, Bulletin 26, Lund, Sweden 1972.
- [64] TIMOSHENKO, S.:  
Strength of Materials, Part II; D. van Nostrand Company, Princeton, USA 1956.
- [65] WALTER, R.:  
Finites-Element-Programm zur statischen Berechnung elastischer Scheiben; Mitteilung 78/9-1 des SFB 148 (unveröffentlicht), TU Braunschweig 1978.
- [66] WALTER, R.:  
Innere Zwängungen brandbeanspruchter Stahlbetonplatten. Beitrag zum Kolloquium des SFB 148 am 07./08.06.1979, TU Braunschweig 1979.
- [67] WÄSTLUND, T.:  
Nya von angående betonges grundläggande halfasthetsegens kaper Betong, Vol. 3, Stockholm 1937.
- [68] WINKELMANN, O.:  
Untersuchungen an Beton- und Baustählen im Warmkriechversuch; Beitrag zum Kolloquium des SFB 148 am 07./08.06.1979, Institut für Schweißtechnik und Werkstofftechnologie, TU Braunschweig 1979.
- [69] WINKELMANN, O.:  
Untersuchungen an Betonstählen im Warmkriechversuch; Institut für Schweißtechnik und Werkstofftechnologie der TU Braunschweig; Persönliche Mitteilung, Braunschweig 1980.

- [70] ZIENKIEWICZ, O.C., PHILLIPS, D.V., OWEN, D.R.J.:  
Finite Element Analysis of Some Concrete Non-Linearities, Theory  
and Examples; Seminar on: "Concrete Structures Subjected To  
Triaxial Stresses"; IVBH, Bergamo, May 1974.
- [71] ZIENKIEWICZ, O.C.:  
Methode der Finiten Elemente; Hanser Verlag, München 1975.
- [72] ZOLDNERS, N.G.:  
Effect of High Temperatures on Concretes Incorporating Different  
Aggregates; ASTM Proceedings, Vol. 60, 1960, S. 1087
- [73] ZURMÜHL, R.:  
Matrizen; Springer Verlag, Berlin 1964.
- [74] SCHNEIDER, U., DIEDERICHS, U., ROSENBERGER, W., WEISS, R.:  
Hochtemperaturverhalten von Festbeton. Beitrag im Arbeitsbericht  
1978 - 1980 des SFB 148, Technische Universität Braunschweig, 1980.

## 10. ANHANG

Im nachfolgenden werden die verwendeten Funktionen zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Materialkenngrößen dargestellt.

### 10.1 Bewehrungsstahl

Funktionen wurden entwickelt für die Streckgrenze  $\beta_s$  und den E-Modul  $E_{s_0}$  (vgl. Bild 2.24):

#### Streckgrenze $\beta_s$

für  $\Delta T \leq 480$  K (Bereich I):

$$\begin{aligned} \beta_s(\Delta T) = & 1,0 - 0,6473 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T + 0,7539 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T^2 \\ & - 0,2761 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^3 + 0,2218 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta T^4 \end{aligned} \quad (10.1)$$

für  $\Delta T > 480$  K (Bereich II):

$$\begin{aligned} \beta_s(\Delta T) = & e^{-A} \\ A(\Delta T) = & -0,97946 - 0,32260 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T \\ & + 0,11138 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T^2 - 0,75425 \cdot 10^{-8} \cdot \Delta T^3 \end{aligned} \quad (10.2)$$

#### E-Modul $E_{s_0}$ (nach Klingsch [30]):

für  $T \leq 800$  °C (Bereich I):

$$E_{s_0}(\Delta T) = 1,0 - 0,435 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T - 0,103 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T^2 \quad (10.3)$$

für  $T > 800$  °C (Bereich II):

$$E_{s_0}(\Delta T) = 1,0 / (5,0 - 1,276 \cdot 10^{-2} \cdot T + 0,128 \cdot 10^{-4} \cdot T^2) \quad (10.4)$$

In diesen Gleichungen, wie in den folgenden, bedeutet:

$$\begin{aligned} \Delta T = & T - T_0 \quad (10.5) \\ \text{mit } T_0 = & 20 \text{ °C} \end{aligned}$$



10.2 Beton

Durch Funktionen beschrieben wurde die Temperaturabhängigkeit:

- der Temperaturleitfähigkeit  $a$
- des E-Moduls  $E_{b_0}$
- der Prismendruckfestigkeit  $\beta_p$
- der Zugfestigkeit  $\beta_z$
- der thermischen Dehnung  $\epsilon_{th}$
- der Kriechzahl  $\psi_{tr}$

Es wurden in der Regel unterschiedliche Funktionen für Beton mit quarzitischen und Beton mit kalzitischen Zuschlägen verwendet. Lediglich für die Kriechzahl  $\psi_{tr}$  und die Zugfestigkeit  $\beta_z$  wurden für beide Betonarten vereinfachend dieselben Funktionen in der Berechnung eingesetzt.

Temperaturleitfähigkeit  $a$

Zur numerischen Darstellung im Rechenprogramm werden lineare Polygonzüge verwendet. Die Stützstellen sind in Tabellenform angegeben.

T [°C]	0	60	100	200	300	400	500	600	700	800	>800
$a \cdot 10^{-6}$ [m <sup>2</sup> /s]	1,0	1,0	0,75	0,64	0,57	0,49	0,43	0,40	0,39	0,38	0,38

Tabelle 10.1: Temperaturabhängigkeit der Temperaturleitfähigkeit  $a$  für Beton mit quarzitischen Zuschlägen

T [°C]	0	450	>450
$a \cdot 10^{-6}$ [m <sup>2</sup> /s]	0,75	0,33	0,33

Tabelle 10.2: Temperaturabhängigkeit der Temperaturleitfähigkeit  $a$  für Beton mit kalzitischen Zuschlägen

Die Temperaturleitfähigkeit  $a$  wird in den Rechenprogrammen zur Ermittlung der Temperaturverteilung in den Betonbauteilen benötigt.

E-Modul  $E_{b_0}$

Beton mit quarzitischen Zuschlägen (vgl. Bild 2.8)

für  $\Delta T \leq 380$  K (Bereich I):

$$E_{b_0}(\Delta T) = 1,0 - 0,39372 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta T + 0,13713 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T^2 - 0,19601 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^3 - 0,13394 \cdot 10^{-11} \cdot \Delta T^4 \quad (10.6)$$

für  $\Delta T > 380$  K (Bereich II):

$$E_{b_0}(\Delta T) = e^{-A} \\ A(\Delta T) = 9,3816 - 0,08200 \cdot \Delta T + 0,27038 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T^2 - 0,38536 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T^3 + 0,25756 \cdot 10^{-9} \cdot \Delta T^4 - 0,66092 \cdot 10^{-13} \cdot \Delta T^5 \quad (10.7)$$

Beton mit kalzitischen Zuschlägen (vgl. Bild 2.8)

$$E_{b_0}(\Delta T) = 1,0 - 0,15522 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta T + 0,97698 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T^2 - 0,38705 \cdot 10^{-9} \cdot \Delta T^3 \quad (10.8)$$

Druckfestigkeit  $\beta_p$

Beton mit quarzitischen Zuschlägen (vgl. Bild 2.3)

für  $\Delta T \leq 480$  K (Bereich I):

$$\beta_p(\Delta T) = 1,0 + 0,10233 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T - 0,29110 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T^2 + 0,11959 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^3 - 0,21077 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta T^4 \quad (10.9)$$

für  $\Delta T > 480$  K (Bereich II):

$$\beta_p(T) = e^{-A} \text{ mit } T = \Delta T + 20 \\ A(T) = -0,57169 \cdot 10^{-2} \cdot T + 0,20876 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - 0,13339 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 \quad (10.10)$$

Für Beton mit kalzitischen Zuschlägen wird für  $\beta_p(T)$  die von Abrams/Lin angegebene Kurve verwendet (siehe unten).

Zugfestigkeit  $\beta_z$

für  $\Delta T \leq 780$  K (Bereich I):

$$\beta_z(\Delta T) = 1,0 - 0,001128 \cdot \Delta T \quad (10.11)$$

für  $\Delta T > 780$  K (Bereich II):

$$\beta_z(\Delta T) = 0,12 \quad (10.12)$$

thermische Dehnung  $\epsilon_{th}$

Beton mit quarzitischen Zuschlägen (vgl. Bild 3.3 - Sandsteinbeton)

für  $\Delta T \leq 680$  K (Bereich I):

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = 0,11747 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta T - 0,10057 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2 + 0,36235 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta T^3 \quad (10.13)$$

für  $\Delta T > 680$  K (Bereich II):

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = 0,01473 \quad (10.14)$$

Beton mit kalzitischen Zuschlägen (vgl. Bild 3.3 - Kalksteinbeton)

für  $\Delta T \leq 380$  K (Bereich I):

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = 0,75439 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T + 0,43860 \cdot 10^{-8} \cdot \Delta T^2 \quad (10.15)$$

für  $380 < \Delta T \leq 810$  K (Bereich II):

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = -0,11613 \cdot 10^{-2} + 0,7200 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T + 0,13333 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2 \quad (10.16)$$

für  $\Delta T > 810$  K (Bereich III):

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = 0,0140 \quad (10.17)$$

Kriechzahl  $\psi_{tr}$

Funktion nach Schneider [57]; vgl. Bild 2.16:

$$\psi_{tr}(\Delta T) = 2,51 \cdot \tan h(2,72 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T) \quad (10.18)$$

obere Grenzkurve:

$$\psi_{tr}(\Delta T) = 3,0 \cdot \tan h(2,72 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T) \quad (10.19)$$

untere Grenzkurve:

$$\psi_{tr}(\Delta T) = 2,0 \cdot \tan h(2,72 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta T) \quad (10.20)$$

Für die Nachrechnung der Versuche von Abrams/Lin [1] in Abschnitt 6.1 wurden Funktionen entsprechend der von den Autoren angegebenen Kurven entwickelt.

thermische Dehnung  $\epsilon_{th}$

$$\epsilon_{th}(\Delta T) = 0,55949 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T + 0,16752 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T^2 - 0,85474 \cdot 10^{-11} \cdot \Delta T^3 \quad (10.21)$$

E-Modul  $E_{b_0}$

$$E_{b_0}(\Delta T) = 1,0 - 0,15522 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta T + 0,97698 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T^2 - 0,38705 \cdot 10^{-9} \cdot \Delta T^3 \quad (10.22)$$

Druckfestigkeit  $\beta_p$

für  $\Delta T \leq 630$  K (Bereich I):

$$\beta_p(\Delta T) = 1,0 \quad (10.23)$$

für  $630 < \Delta T \leq 980$  K (Bereich II):

$$\beta_p(\Delta T) = 2,6186 - 0,00257 \cdot \Delta T \quad (10.24)$$

für  $\Delta T > 980$  K (Bereich III):

$$\beta_p(\Delta T) = 0,10 \quad (10.25)$$

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe,  
Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität  
Braunschweig sind bisher erschienen:

- Heft 1: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öliger  
Holzschutzmittel (1962)  
von Rolf Deters - vergriffen -
- Heft 2: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter  
Feuerangriff (1963)  
von Karl Kordina - vergriffen -
- Heft 3: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem  
Zugband und schlaffen Hängestangen (1963)  
von Josef Eibl - vergriffen -
- Heft 4: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge  
Schlupf in der Verankerung - Zur Frage der Temperatur-Beans-  
pruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos - (1964)  
von Karl Kordina und Josef Eibl
- Heft 5: Über den Schalungsdruck von Frischbeton (1964)  
von Helmut Ertingshausen
- Heft 6: Transportphänomene in Betonporen (1966)  
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruch-  
ten balkenartigen Stahlbetonbauteilen (1967)  
von Herbert Ehm - vergriffen -
- Heft 8: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab-  
und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (1967)  
von Joachim Steinert - vergriffen -
- Heft 9: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln (1967)  
von Axel Lämmke - vergriffen -
- Heft 10: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger  
und gerader, flächenartiger Träger (1968)  
von Kamal Fouad Rafia - vergriffen -
- Heft 11: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten -  
Brazier-Effekt - (1968)  
von György Iványi - vergriffen -
- Heft 12: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der  
Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der Klasse A 2  
(1969)  
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 13: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berück-  
sichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes (1969)  
von Günther Fuchs - vergriffen -

- Heft 14: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff (1970)  
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 15: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongüte-  
würfeln und -bohrproben (1970)  
von Ralf Lewandowski - vergriffen -
- Heft 16: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten  
Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten (1970)  
von Fritz-Joachim Neubauer - vergriffen -
- Heft 17: Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton (1970)  
von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung -  
Grundlagen und Bemessungsvorschläge - (1971)  
von Wilfried Bödeker
- Heft 19: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften - Beispiele für ihre  
Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken - (1971)  
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 20: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfei-  
lern mit Rollenlagern (1972)  
von Kurt Liermann
- Heft 21: Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerkrahmen  
aus Stahlbeton (1972)  
von Béla Jankó
- Heft 22: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoff-  
armer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung  
praxisnaher Verhältnisse (1972)  
von Ulf Nürnberger
- Heft 23: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton  
bei Brandbeanspruchung (1972)  
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 24: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die  
Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im  
frischen und festen Zustand (1973)  
von Hassan Taha El-Arousy
- Heft 25: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hin-  
blick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (1973)  
von Günter Rieche
- Heft 26: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen  
unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens  
des Stahlbetons (1974)  
von Eckhard Tennstedt

- Heft 27: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (1973)  
von Ulrich Schneider - vergriffen -
- Heft 28: Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (1974)  
von Jürgen Neisecke
- Heft 29: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern (1974)  
von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken (1974)  
von Josef Eibl und György Iványi - vergriffen -
- Heft 31: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau (1974)  
von Karl Kordina und Béla Jankó
- Heft 32: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des hohen Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten (1976)  
von Olaf Hjorth
- Heft 33: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung (1976)  
von Wolfram Klingsch - vergriffen -
- Heft 34: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton (1977)  
von Farid Djamous - vergriffen -
- Heft 35: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall (1977)  
von Ataman Haksever - vergriffen -
- Heft 36: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden (1977)  
von Karl-Heinz Storkebaum
- Heft 37: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall (1977)  
von Rolf Bechtold
- Heft 38: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten (1978)  
von Joachim Steinert
- Heft 39: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone (1978)  
von Rolf Weiß
- Heft 40: Zum Schwingkriechen von Beton (1978)  
Von Willi Alda

- Heft 41: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion (1979)  
von Manfred Teutsch
- Heft 42: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen (1979)  
von Ulrich Schneider
- Heft 43: Veröffentlichungen 1967-1979
- Heft 44: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde (1979)  
von Karl Kordina und Helmut Fröning
- Heft 45: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung (1980)  
von Volker Henke
- Heft 46: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil I) (1981)  
von Ulrich Schneider und Aysen Haksever

Die Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz wird im Selbstverlag herausgegeben.