

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen

Direktoren:

Prof. Dr.-Ing. K. Kordina

Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy

**Ein Beitrag zur Traglastermittlung von
vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden**

von

Karl-Heinrich Storkebaum



Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau/Materialprüfamt für Bauwesen der Technischen Universität Braunschweig. In dieser Zeit war es mir möglich, mehrere - vom Innenministerium des Landes Nordrhein-Westfalen und vom Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau finanziell unterstützte - Forschungsvorhaben durchzuführen, die das Entstehen der Arbeit begünstigten.

Dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kordina, danke ich an dieser Stelle recht herzlich für die hilfreichen Anregungen und die in jeder Hinsicht großzügige Unterstützung.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Eibl für die Mitberichterstattung und die wertvollen Hinweise.

Mein Dank gilt auch allen diskussionsbereiten Kollegen und den Mitarbeitern des Instituts, die mir beim Durchführen der Versuche sowie bei den Schreib-, Rechen- und Zeichenarbeiten behilflich waren.

Braunschweig, im September 1977

K. H. Storkebaum

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>1. Einleitung</u>	6
1.1. Allgemeines	6
1.2. Zielsetzung	6
1.3. Zur Definition von Wänden	7
1.4. Berechnungsmethoden für ausmittig belastete schlanke Wände	8
<u>2. Lösungsweg</u>	12
2.1. Überblick über die Lösungen der Elastizitätstheorie . . .	12
2.2. Beschreibung des Lösungsweges	20
2.3. Definition der Traglast	22
2.4. Rechenannahmen	22
2.5. Berücksichtigung der Torsionssteifigkeiten	26
2.6. Lösungsmethode	30
2.7. Diskussion der Versagenskriterien	34
<u>3. Traglastuntersuchungen an federnd gehaltenen Stützen</u>	37
3.1. Der federnd quergestützte Stahlbetondruckstab unter aus- mittiger Belastung	37
3.2. Variation von Schlankheit und Ausmitte	38
3.3. Variation der Federsteifigkeit	38
3.4. Variation des Bewehrungsgehalts in der unbelasteten Richtung	42
<u>4. Traglastuntersuchungen an Wänden</u>	43
4.1. Allgemeines Trag- und Verformungsverhalten der Wände . . .	43
4.2. Parameterstudien	54
4.2.1. Auswahl der Parameter	54
4.2.2. Einfluß der Schlankheit und der Ausmitte auf die Traglasten	54
4.2.3. Einfluß des Seitenverhältnisses H/B auf das Trag- und Verformungsverhalten	56
4.2.4. Einfluß der Querbewehrung auf die Traglasten . . .	61
4.2.5. Vergleich "Ersatzstabverfahren - strenge Verfahren"	61

<u>5. Eigene Versuche und deren Nachrechnung mit Gegenüberstellung</u> der experimentellen und rechnerischen Ergebnisse	64
5.1. Überblick	64
5.2. Wahl der Versuchskörper	64
5.3. Abmessungen, Baustoffkennwerte und Bewehrung	66
5.4. Versuchsaufbau	66
5.5. Meßergebnisse	71
5.6. Versuchsnachrechnungen	72
5.7. Vergleich der rechnerischen Traglasten mit den Ergebnissen anderer Methoden und mit den Versuchsergebnissen	79
<u>6. Schlußfolgerungen mit Vorschlägen für eine Verbesserung des</u> <u>jetzigen Bemessungsweges für vierseitig gehaltene Stahlbe-</u> <u>tonwände nach DIN 1045</u>	82
<u>7. Zusammenfassung</u>	87

Schrifttum

- [1] Bay, H.: Achsverdrehung aus Torsion im Stadium II bei gleichzeitiger Einwirkung von Biegemoment, Querkraft und Normalkraft, Beton- und Stahlbetonbau, 7/1970.
- [2] Bay, H.: Die geradlinig gestützte, rechteckige Platte mit einer gleichmäßigen Konsolbelastung, Ing.Archiv, 1937.
- [3] DIN 1045 - Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung, Ausg. Jan. 1972.
- [4] Chwalla, E.: Hilfstafeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie II. Ordnung und von Knickproblemen, Köln, 1959.
- [5] Cranston, W.B.: A Computer Method for the Analysis of Restrained Columns, Technical Report, Cement and Concrete Association, London, 4/1967.
- [6] Schriftenreihe Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 220, Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen, Berlin, 1972.
- [7] Schriftenreihe Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 240, Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken, Berlin, 1976.
- [8] Ernst, Hromandik, Riveland: Inelastic Buckling of Reinforced Plates, University of Nebraska, 1953.
- [9] Girkmann, K.: Flächentragwerke, Wien, 1959.
- [10] Hsu, T.T.C.: Torsion of Structural Concretebehaviour of Reinforced Concrete Members, ACI Publication, SP-18, 1968.
- [11] Huber, M.T.: Die Theorie der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten ..., Der Bauingenieur, 1923, 1924, 1925, 1926.

- [12] Jankó, B.: Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerkrahmen aus Stahlbeton, Dissertation TU Braunschweig, 1972.
- [13] Kordina, K., Storkebaum, K.-H.: Untersuchungen über die Traglasten ausmittig beanspruchter Stahlbetonwände, Forschungsbericht, TU Braunschweig, 1973.
- [14] Lewicki, Karwoski, Pawlikowski: Wohngebäude aus Beton und Stahlbeton, Düsseldorf, 1971.
- [15] Markus, H.: Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. Der Bauingenieur, 20/1924.
- [16] Ojha, S.K.: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. Forschungsbericht, TU Braunschweig, 1973.
- [17] Pflüger, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik, Berlin 1950.
- [18] Quast, U.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt, Dissertation TU Braunschweig, 1970.
- [19] Timoshenko, S.P.; Weinowsky-Krieger, S.: Theory of Plates and Shells, 2. Aufl., Tokio, 1959.
- [20] Timoshenko, S.P.: Theorie of Elastic Stability, 2. Aufl., Tokio, 1961.
- [21] Wiegand, E.: Ein Beitrag zur Beulstabilität von Stahlbetonwänden mit nichtlinear-elastischem Werkstoffgesetz, Dissertation, TU Darmstadt, 1970.
- [22] Wiegand, E.; Uhlisch, D.: Tafeln zur Traglastermittlung von Stahlbetonwänden, 1973, bisher nicht veröffentlicht.

Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen

A, B, C	Koeffizienten der Grundgleichungen der Deformationsmethode
B	Breite, auch als Index verwendet
E_b	Ursprungsmodul der Arbeitslinie des Betons
EI	Biegesteifigkeit bzw. wirksame Steifigkeit eines Querschnitts
F	als Index: Fließen
G	als Index: Gebrauchslast
$GI = GI_D$	Torsionssteifigkeit
H	Höhe, auch als Index verwendet
K_x, K_y	Biegesteifigkeiten
L	als Index: Längsstab
N, P	Wandlast
Q	als Index: Querstab
U	als Index: Bruch..., Traglast ...
V	als Index: Versuch
b	Querschnittsbreite
d	Querschnittsdicke
e	Ausmitte
f	Durchbiegung
h_K	Knicklänge
h	Stockwerkshöhe
K	Krümmung
m	auf die Kernweite bezogene Ausmitte $m = e/k$
n	bezogene Wandtraglast
v	Verformung
y	Knotenverschiebung
β	Knicklängenbeiwert $\beta = h_K/h$
γ	Erhöhungsfaktor
ν	Stabkennzahl
ϵ	Verdrillung
α	Abminderungsfaktor
λ	Schlankheit
μ	geometrischer Bewehrungsgrad $\mu = F/b \cdot d$
ν	Sicherheitsbeiwert
γ	Knotenverdrehungen

1. Einleitung

1.1. Übersicht

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Trag- und Verformungsverhalten von vierseitig gehaltenen Stahlbetonwänden unter einachsiger ausmittiger Beanspruchung. Nachdem das Tragverhalten exzentrisch beanspruchter Stahlbetondruckstäbe weitgehend geklärt ist, erscheint es erforderlich, auch für schlanke Wände nach Wegen zu suchen, die es ermöglichen, Traglasten von Stahlbetonwänden unter Berücksichtigung der Randbedingungen und wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze zu berechnen. Dabei kann auch der bisher bei Einzelstäben gewonnene hohe Wissensstand sinnvoll genutzt werden.

Eine Möglichkeit zur Erzielung zutreffender Ergebnisse besteht - wie in dieser Arbeit gezeigt - in der Durchführung von Berechnungen am mechanischen System drillsteifer Stabwerke. Das Hauptaugenmerk bei der Ermittlung von Traglasten mit Hilfe elektronischer Rechenautomaten wird dabei der Einarbeitung wirklichkeitsnaher Versagenskriterien für die Wandscheiben und der Einbeziehung geeigneter beanspruchungsabhängiger Biege- und Torsionssteifigkeiten in die Verformungsansätze gewidmet. Parallel zu den rechnerischen Untersuchungen im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig durchgeführte Wandversuche bestätigen die rechnerisch ermittelten Ergebnisse.

1.2. Zielsetzung

In der vorliegenden Arbeit soll das Trag- und Verformungsverhalten vierseitig gehaltener Stahlbetonwände unter ausmittiger einachsiger Belastung studiert werden. Hierfür werden unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze und Verformungen nach Theorie II. Ordnung Traglastrechnungen an entsprechend gewählten Trägerrosten iterativ durchgeführt, wobei die Biege- und Torsionssteifigkeiten dem jeweiligen Last-Verformungszustand angepaßt werden. Zur Bestätigung der rechnerischen Ergebnisse werden Versuchsergebnisse des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig [13] herangezogen. Darüber hinaus werden die in [22] enthaltenen - nach einem in [21] beschriebenen Näherungsverfahren erzielten - Ergebnisse überprüft. Schließlich werden Vergleiche mit dem in [3] empfohlenen Ersatzstabverfahren angestellt. Anhand dieser Überprüfungen wird kritisch erörtert, wie die Ergebnisse beider Verfahren im Vergleich zu den Versuchsergebnissen liegen und ob ggf. für die nach DIN 1045 empfohlene Näherungslösung ein verbessertes Verfahren gewählt werden sollte.

Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonwänden wird an Hand von Parameterstudien eingehend erläutert. Die beschriebene Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens soll zeigen, welche Möglichkeiten bei der konstruktiven Durchbildung vierseitig gehaltener Wände zur optimalen Ausnutzung der Tragreserven bestehen bzw. in welcher Weise die Traglast solcher Wände gesteigert werden kann.

Außer den Angaben über die Traglast sollen Hinweise über die Größe der im Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand auftretenden Verformungen und über die Steifigkeits- und Schnittkraftumlagerungen während der Laststeigerung bis zum Erreichen der Traglast gegeben werden.

1.3. Zur Definition von Wänden

Nach [3] sind Wände überwiegend auf Druck beanspruchte, scheibenartige Bauteile. Sie stellen neben Stützen und Rahmen im Stahlbetonbau ein flächentragwerkartiges, meist lotrecht eingesetztes Tragelement dar, das jedoch - im Gegensatz zu den beiden erstgenannten - in der Theorie und im Versuch bisher kaum behandelt wurde. Die Ursache hierfür liegt vermutlich in erster Linie daran, daß bisher das Tragverhalten von Stahlbetonwänden traditionsgemäß an sehr vereinfachten Modellvorstellungen abgeschätzt wurde, die aus dem Mauerwerksbau entlehnt wurden. In jüngster Zeit erkennbar gewordene Entwicklungen - stets größer werdende Schlankheiten und die Ausnutzung größerer Lastausmitten - geben jedoch zu Untersuchungen Anlaß, die eine genauere Berücksichtigung des tatsächlichen Trag- und Verformungsverhaltens zum Ziele haben.

Für Wände allgemein gilt die Unterscheidung in

- a) tragende Wände zur Aufnahme lotrechter und waagerechter Lasten,
- b) aussteifende Wände, die zur Stützung der tragenden Wände herangezogen werden, und
- c) nichttragende Wände, die nur durch ihr Eigengewicht beansprucht werden.

Mit zunehmender Schlankheit und Ausmitte gewinnt die Frage der genaueren Berücksichtigung der Stützungsart einer Wand an Bedeutung. Je nach

Anzahl der rechtwinklig zur Wandebene unverschieblich gehaltenen Ränder unterscheidet man in zwei-, drei- oder vierseitig gehaltene Wände.

Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich auf vierseitig gehaltene, tragende Wände mit lotrechten, parallel zur Wandebene angreifenden Lasten.

1.4. Überblick über Berechnungsmethoden für ausmittig belastete Wände

Um den Belangen von schlanken, ausmittig belasteten - und somit stabilitätsgefährdeten - Stahlbetonwänden Rechnung zu tragen, kommen für ihre Berechnung nur solche Methoden in Frage, die außer der Scheibentrawirkung auch die Plattentragwirkung zu berücksichtigen vermögen.

In [3] wurden für schlanke, ausmittig beanspruchte Beton- und Stahlbetonwände ideale Schlankheiten nach der Elastizitätstheorie in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen der Ränder angegeben. Bemessung und Stabilitätsnachweis erfolgen an Hand der für Stützen entwickelten Verfahren am Ersatzsystem eines Stabes. Es werden Beiwerte β angegeben, die es ermöglichen, die Ersatzlänge h_k in folgender Form zu ermitteln:

$$h_k = \beta \cdot h_s$$

(h_s = Stockwerkshöhe)

Die β -Werte sind dabei unabhängig von der Bewehrung. Sie sind in Abhängigkeit von den Lagerungsbedingungen wie folgt zu wählen:

a) zweiseitig gehaltene Wände

$$\beta = 1,0$$

b) dreiseitig gehaltene Wände

$$\beta = \frac{1}{1 + \left[\frac{h_s}{3b}\right]^2} \geq 0,3$$

c) vierseitig gehaltene Wände

$$h_s \leq b: \beta = \frac{1}{1 + \left[\frac{h_s}{b}\right]^2} \quad h_s > b: \beta = \frac{b}{2 h_s}$$

Hierbei ist b der Abstand des freien Randes von der Mitte der aussteifenden Wand bzw. der Mittenabstand der aussteifenden Wände.

Für unbewehrte Wände geben [3] und [6] ein Näherungsverfahren. Dabei wurden unter Vernachlässigung von Betonzugspannungen errechnete Traglastkurven zur sicheren Seite hin durch Geraden ersetzt.

$$\text{zul. } N_\lambda = \text{zul. } N_{\lambda=0} \cdot \alpha$$

$$\alpha = 1 - \frac{\lambda}{140} \left(1 + \frac{m}{3}\right) \quad \lambda \leq 70$$

$$\text{zul. } N_{\lambda=0} = \frac{1}{\nu} \cdot F_b \cdot \beta_R (1 - 2 e/d)$$

$$m = e/k$$

λ = Schlankheit

k = Kernweite des Querschnitts

α = Abminderungsfaktor

mit $e/d \leq 0,3$ und $\nu = 2,5$ bzw. $3,0$ je nach Betongüte.

In den osteuropäischen Ländern wurden in den vergangenen Jahrzehnten Wandkonstruktionen intensiv untersucht. Umfangreiche Angaben über die Konstruktion und die Berechnung von schlanken Wänden findet man in [14]. Die Bewehrung geht allerdings als Parameter in die Berechnung nicht ein.

In [14] werden für die verschiedenen Lagerungsverhältnisse ausmittig belasteter Wände Diagramme zur Ermittlung von Abminderungsfaktoren α angegeben, die den α -Werten nach [3] und [6] entsprechen. Außer den Parametern Schlankheit, Ausmitte und Seitenverhältnis sind auch Festigkeits-

und Verformungseigenschaften von Beton in diesen φ -Werten enthalten. Bei dem zu wählenden Sicherheitsbeiwert ist der Einfluß von Dauerlasten berücksichtigt. Neben der Trennung nach Beton und Stahlbeton - wobei allerdings auf die Art der Bewehrung und auf den Bewehrungsgrad nicht eingegangen wird - wird auch jeweils zwischen Normal- und Leichtbeton unterschieden.

Vergleicht man die Abminderungsfaktoren nach dem α -Verfahren in [3] und dem Näherungsverfahren in [14], indem man bei vierseitig gelagerten Wänden z. B. für zwei Seitenverhältnisse die Faktoren

$$\varphi' = (1 - 2 \cdot e/d) \cdot \alpha$$

in Abhängigkeit von Schlankheit und Ausmitte errechnet, so ergeben sich nach [14] - vor allem im Bereich großer Schlankheiten - zunächst größere Abminderungen (s. Tabelle 1a). Sie lassen sich zum Teil auf eine andere Art der Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte - die in φ' enthalten ist - zurückführen.

φ'	H/B = 1,0				H/B = 0,5			
	e/d = 0,00		e/d = 0,15		e/d = 0,00		e/d = 0,15	
H/d	[3]	[14]	[3]	[14]	[3]	[14]	[3]	[14]
4	0,950	0,894	0,659	0,600	0,921	0,894	0,636	0,600
8	0,901	0,851	0,620	0,555	0,842	0,829	0,573	0,535
12	0,851	0,786	0,580	0,490	0,762	0,742	0,508	0,456
16	0,802	0,704	0,540	0,418	0,683	0,632	0,445	0,366
20	0,752	0,619	0,501	0,348	0,604	0,527	0,382	0,286
24	0,703	0,530	0,461	0,280	0,525	0,430	0,318	0,216

Tabelle 1a: Vergleich von Abminderungsfaktoren zur Ermittlung von Traglasten unbewehrter Wände nach [3] und [14]

Erst eine Gegenüberstellung der zulässigen Lasten zeigt, daß die nach [3] ermittelten Werte durch das Ansetzen sehr niedriger Rechenwerte der Festigkeit im Gebrauchszustand bei Berücksichtigung unterschiedlicher Sicherheitsbeiwerte von $\gamma = 2,5$ für [3] und $\gamma = 3,0$ für [14] in weiten Bereichen deutlich kleiner sind als die nach [14].

Die erwähnten Berechnungsmethoden sind insbesondere bei schlanken, hoch belasteten Wänden sowohl mit tragender oder auch mit nur aussteifender Funktion nicht befriedigend und unwirtschaftlich. Bei schlanken Konstruktionen mit hohen Druckkräften besteht in erhöhtem Maße die Gefahr der Instabilität. Ein hinreichend genauer Stabilitätsnachweis kann in solchen Fällen nur unter Einbeziehung der Bewehrungsverhältnisse bzw. des Verformungsverhaltens von Stahlbetonscheiben geführt werden.

Dem Verfasser ist bisher nur eine theoretische Untersuchung bekannt, in welcher die genannten Bedingungen von wirklichkeitsnahen Werkstoffgesetzen und Berücksichtigen der Verformungen nach Theorie II. Ordnung zumindest näherungsweise beachtet werden [21]. Die Näherung besteht in der Wahl des Ansatzes für die Biegeverformung. Die jeweils für eine gegebene Belastung zu ermittelnde kritische Gleichgewichtslage eines gewählten Wandstreifens wird mit Hilfe der Energiemethode auf iterativem Wege durch Variation der Wandschlankheit gewonnen. Als Ergebnis werden für spezielle Abmessungen und Bewehrungsverhältnisse Traglastdiagramme erstellt. In [22] wird mit diesem Verfahren eine Parameterstudie durchgeführt. Problematisch, vor allem im Zustand II, sind der gewählte Sinusansatz für die Verformungen und der in [22] als konstant angenommene Abminderungsfaktor für die Größe der Drillsteifigkeit nach dem Huber'schen Ansatz [11]

$$\text{Drill} = \alpha \cdot \sqrt{K_x \cdot K_y}$$

Nach [11] ist bei Stahlbetonplatten im allgemeinen

$$\alpha \geq 1,0$$

und nur im Sonderfall der Isotropie $\alpha = 1,0$ zu setzen; in [22] wurde $\alpha = 0,6$ gewählt. Der Faktor kann dabei aus physikalischen Gründen keine konstante Größe sein; er ist vielmehr abhängig von Schlankheit und Ausmitte.

Versuchsergebnisse über ausmittig beanspruchte, mehrseitig gehaltene schlanke Stahlbetonwände sind bisher in der Literatur nicht zu finden. Für mittig belastete, vierseitig gehaltene Wände wurden Versuche an der Universität von Nebraska, USA, durchgeführt [8]. Es handelt sich hierbei um 10 mittig belastete Wände mit kleinen Abmessungen. Versuchstechnische Aspekte dieser Serie wurden auch bei den eigenen Versuchen [13] an ausmittig belasteten Wänden berücksichtigt.

2. Lösungsweg

2.1. Überblick über die Lösungen der Elastizitätstheorie

Die zu untersuchenden Wände werden durch Normalkräfte und symmetrische Randmomente beansprucht. Entsprechende Lösungen nach der Elastizitätstheorie sind für Problemstellungen ähnlicher bzw. vergleichbarer Art bekannt:

Wände mit Biegebeanspruchung:

Die Beanspruchung von Wänden infolge von Biegemomenten kann der Biegetheorie entsprechend gelagerter Platten entnommen werden.

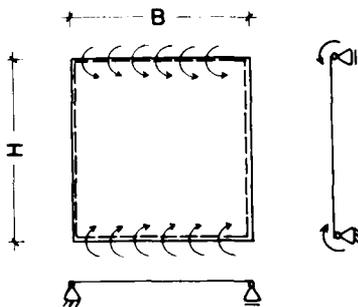


Bild 1: Randmomentenangriff bei einer vierseitig gelagerten Platte

Lösungen dieses Problems sind u. a. bei Timoshenko in [19] zu finden. Den Einfluß des Seitenverhältnisses H/B der Platten auf den Momentenverlauf zeigt Tabelle 1b. Man erkennt, daß die Querstützung nur im Bereich $1,5 < H/B < 0,5$ von Bedeutung ist.

H/B	M_B	M_H
0	$0,300 \cdot M_0$	$1,00 \cdot M_0$
0,50	$0,387 \cdot M_0$	$0,770 \cdot M_0$
0,75	$0,424 \cdot M_0$	$0,476 \cdot M_0$
1,00	$0,394 \cdot M_0$	$0,256 \cdot M_0$
1,50	$0,264 \cdot M_0$	$0,046 \cdot M_0$
2,00	$0,153 \cdot M_0$	$- 0,010 \cdot M_0$

Tabelle 1b: Biegemomente in Plattenmitte in Abhängigkeit von H/B für eine Platte nach Bild 1 (Querdehnung $\nu = 0,3$)

M_H = Biegemoment über die Höhe H

M_B = Biegemoment über die Breite B

Wände mit Normalkraftbeanspruchung:

Betrachtet man nur die Normalkraftbeanspruchung einer Wand, so liegt ein Beulproblem vor. Die Beullast einer isotropen Platte bzw. Scheibe beträgt (siehe z. B. [9]):

$$P_K = k \cdot \frac{K \cdot \pi^2}{B^2}$$

wobei $k = \left(m \cdot \frac{B}{H} + \frac{1}{m} \cdot \frac{H}{B}\right)^2$ und

K die Plattenbiegesteifigkeit $= \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}$ bedeutet. Für $m = 1$ ($m =$

1, 2, 3 ... = Anzahl der Halbwellen in Belastungsrichtung) und $E_b = 1000 \cdot \beta_R$ ergeben sich hiernach Beulspannungen, die weit über der Rechenfestigkeit eines Betons mittlerer Güte liegen.

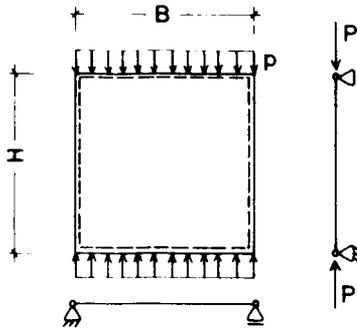


Bild 2: zweiseitig in ihrer Ebene gedrückte, allseitig gelenkig gelagerte Platte

Eine Kombination beider Lastfälle - Biegung und Normalkraft - unter Voraussetzung einer orthotropen Platte mit Querbelastung und Längsdruck behandelt Girkmann [9]. Er geht dabei von der DGL der orthotropen Platte aus

$$K_x \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot H \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + K_y \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + p_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

wobei $2 H = (K_x \cdot \mu_y + K_y \cdot \mu_x) + 4 C$

Die Drillsteifigkeit $2 C$ sollte experimentell bestimmt werden. Näherungsweise kann man nach [9]

$$2 C = (1 - \sqrt{\mu_x \cdot \mu_y}) \cdot \sqrt{K_x \cdot K_y}$$

setzen.

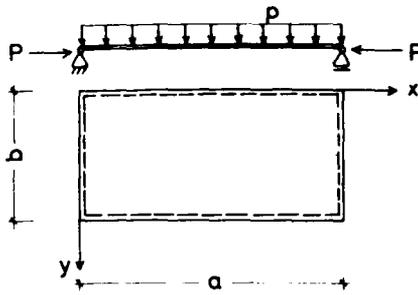


Bild 3: Zweiseitig gedrückte, allseits gelagerte Platte mit Querbelastung

Es ist möglich, auch für das vorliegende Problem einer ausmittiq beanspruchten Wand ohne Querbelastung (Bild 4) eine ähnlich aufgebaute Lösung zu finden.

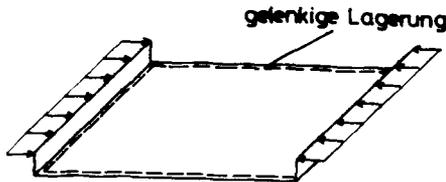


Bild 4: zu lösendes Problem

Dabei wird von den Überlegungen, die Timoshenko in [20] am querbelasteten Druckstab zeigt, ausgegangen und angenommen, daß die durch die Exzentrizitäten verursachten Randmomente näherungsweise durch eine Querkraftwirkung ersetzt werden dürfen, indem man den Abstand u bei



Bild 5: mittig gedrückter Stab mit einer Querlast

gleichzeitigem Anwachsen von Q sehr klein werden läßt, so daß $Q \cdot u$ endlich bleibt. Es gilt dann:

$$Q \cdot u = M_0 = P \cdot e$$

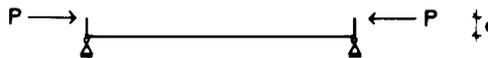


Bild 6: Ausmittig gedrückter Stab

Zur Anwendung einer ähnlichen Näherung für das vorliegende Problem müssen entsprechende Lösungen am System Platte/Scheibe gesucht werden.

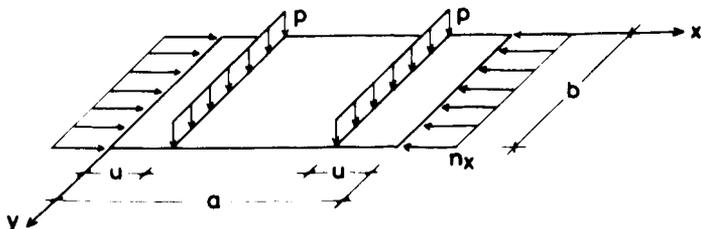


Bild 7: Zweiseitig gedrückte Platte mit Linienquerlasten

Die Belastung p wird nach [9] durch eine Doppelreihe in x - und y -Richtung entwickelt.

$$p(x,y) = \frac{16p}{\pi^2} \sum \sum \frac{1}{m n} \left(\sin \frac{m\pi n}{a} + \sin \frac{m\pi(a-u)}{a} \right) \cdot \sin \frac{m\pi c}{a} \cdot \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

wobei für $d=v=b/2$: $\sin \frac{n\pi}{2} \cdot \sin \frac{n\pi}{2} = \sin^2 \frac{n\pi}{2}$

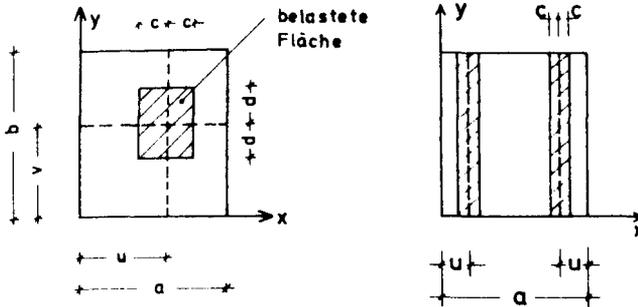


Bild 8: Bezeichnungen bei der Entwicklung der Belastung einer Platte mit den Seitenlängen a und b

Die zu lösende Dgl. lautet:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{n_x}{K} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{p(x,y)}{K}$$

Als Lösung für die Durchbiegung wird folgender Ansatz gewählt:

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{m,n} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Bildet man die partiellen Ableitungen dieser Funktion nach x und y und setzt diese in die Dgl, so erhält man durch Koeffizientenvergleich eine Bestimmungsgleichung für den Beiwert a_{mn} .

Mit $A = \frac{m \cdot \pi}{a}$ und $B = \frac{n \cdot \pi}{b}$ lautet diese Gleichung so:

$$\begin{aligned} & \sum \sum a_{mn} \left(A^4 \sin Ax \sin By + 2A^2 B^2 \sin Ax \cdot \sin By + \right. \\ & \quad \left. + B^4 \sin Ax \cdot \sin By - \frac{n\pi}{K} \cdot A^2 \cdot \sin Ax \cdot \sin By \right) \\ & = \frac{16p}{\pi^2 \cdot K} \sum_m \sum_n \frac{1}{m \cdot n} \left(\sin \frac{m\pi u}{a} + \sin \frac{m\pi(a-u)}{a} \right) \cdot \\ & \quad \cdot \sin \frac{m\pi c}{a} \cdot \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) \cdot \sin Ax \cdot \sin By \end{aligned}$$

Wird jetzt der Abstand c sehr klein (Linienlast), so gilt:

$$\sin \frac{m\pi c}{a} = \frac{m\pi c}{a} \cdot \frac{\sin \frac{m\pi c}{a}}{\frac{m\pi c}{a}}$$

wobei der letzte Term gegen 1 geht. Nach dem Koeffizientenvergleich erhält man:

$$a_{mn} = \frac{\frac{16pc}{K \cdot a \pi n} \cdot \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) \left(\sin \frac{m\pi u}{a} + \sin \frac{m\pi(a-u)}{a} \right)}{\pi^4 \left[\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{n\pi \cdot m^2}{K \cdot a^2 \cdot \pi^2} \right]}$$

Wird u sehr klein, so muß der Ausdruck

$\sin \frac{m\pi(a-u)}{a}$ mit Hilfe der Beziehung $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$ umgeformt werden. Es folgt dann

$$\sin \cdot \frac{m \cdot \pi \cdot u}{a} \sim \frac{m \cdot \pi \cdot u}{a}$$

Der Zähler vereinfacht sich zu:

$$\frac{16 \cdot p \cdot c \cdot u}{a^2 \cdot K} \cdot \frac{m}{n} \cdot \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) (1 - \cos m\pi)$$

Mit der Beziehung $p \cdot c \cdot u = n_x \cdot e$ kann jetzt die Durchbiegung errechnet werden (s. Tabelle 2). Unter Berücksichtigung der schon erwähnten Ortotropie bei den Steifigkeitswerten und der Voraussetzung, daß

$$H = \sqrt{K_x \cdot K_y}$$

lautet die Beziehung für die Durchbiegung

$$w(x,y) = \frac{16 m_0}{\pi^4 a^2} \sum_m \sum_n \frac{\frac{m}{n} \sin^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right) \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi y}{b} \right) (1 - \cos m\pi)}{\left(\sqrt{K_x} \cdot \frac{m^2}{a^2} + \sqrt{K_y} \cdot \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{n_x m^2}{\pi^2 a^2}}$$

y = 2,25 [m]	N _x = n _x · b' = 300 [Mp]	N _x = n _x · b = 20 [Mp]
x [m]	x [cm]	x [cm]
0,000	0,000	0,000
0,450	0,590	0,032
0,900	0,962	0,051
1,350	1,182	0,061
1,800	1,292	0,066
2,250	1,326	0,067
2,700	1,292	0,066
3,150	1,182	0,061
3,600	0,962	0,051
4,050	0,590	0,032
4,500	0,000	0,000

Tabelle 2: Auswertung der Durchbiegungsformel w(x,y) für y = b/2 und 2 Normalkraftstufen n_x bei folgenden Festwerten:

$$\begin{aligned} a/b &= 1,0 & a &= b = 4,50 \text{ [m]} \\ K_x &= K_y = 650 \text{ [Mp} \cdot \text{m}^2] \\ e &= 0,015 \text{ [m]} \end{aligned}$$

Die hier angegebene Lösung kann für Stahlbetonwände wegen der Nicht-linearität des Verformungsverhaltens der Baustoffe nur im Bereich großer Schlankheiten verwendet werden, bei denen Stabilitätsversagen im noch annähernd elastischen Bereich auftritt. Die Schwierigkeit besteht im Auffinden entsprechender - eigentlich von der Höhe der Normalkraft- und Biegebeanspruchung abhängiger - Ersatzsteifigkeiten, die das Verformungsverhalten der Stahlbetonwände im Mittel gut wiedergeben.

Die Traglasten lassen sich mit Hilfe von w(x,y) z. B. über die Last-Verformungsbeziehungen in den Wandmittelpunkten ermitteln. Bei reinem Stabilitätsversagen ist die Traglast durch die in die Waagerechte übergehende Tangente an die Last-Verformungsbeziehung bestimmt. Bei großen Verformungen ist im N-M-Diagramm zu prüfen, ob nicht vorher durch Er-

reichen gewisser Grenzdehnungen die Bruchschnittgrößen des maximal beanspruchten Wandquerschnitts überschritten werden.

Bild 9a zeigt für die Parameter $H/B = 1,0$, $H/d = 50$ und $e/d = 0,1$ die Last-Verformungsbeziehungen für die gewählten Ersatzsteifigkeiten $K_x = 120 \text{ Mp} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ und $K_y = 24 \text{ Mp} \cdot \text{m}^2/\text{m}$, die in Anlehnung an die Ergebnisse der später durchgeführten genaueren Untersuchungen im Verhältnis $K_x/K_y = 5/1$ stehen. Variiert wurde der Faktor α , der die Größe der Drillsteifigkeit beeinflusst. Für die beiden Werte $\alpha = 0,6$ und $\alpha = 1,0$ zeigen sich beachtliche Unterschiede im Verlauf der Last-Verformungsbeziehung und in der Höhe der Traglasten, die bei diesem Beispiel mit Hilfe eines Interaktionsdiagramms bei

$$n_u = 58 \text{ Mp/m} \quad \text{bzw.} \quad n_u = 67 \text{ Mp/m}$$

gefunden wurden, da hier das Erreichen der Bruchschnittgrößen maßgebend ist. Baupraktisch von größerem Interesse ist aber der mittlere Schlankheitsbereich (s. Bild 9b), zu welchem ein nicht linear elastisches Verhalten gehört.

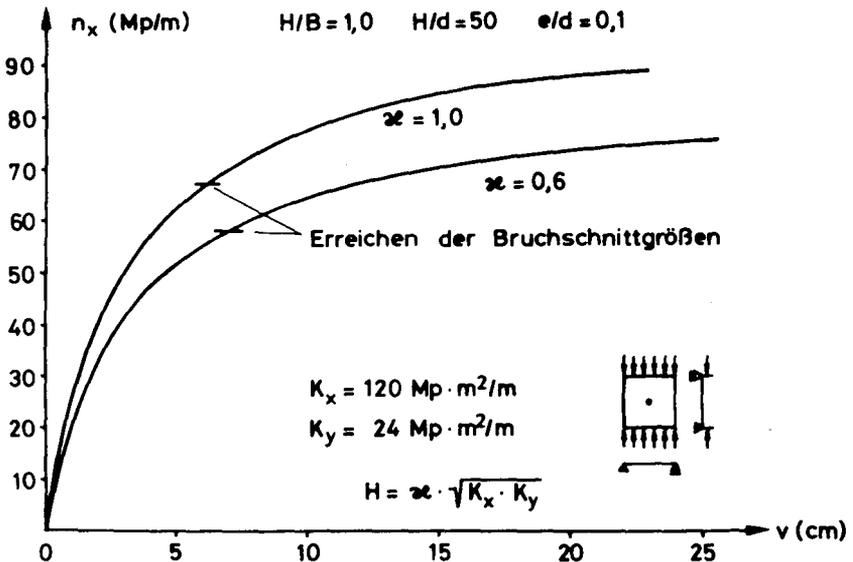


Bild 9a: Last-Verformungsbeziehungen für den Wandmittelpunkt

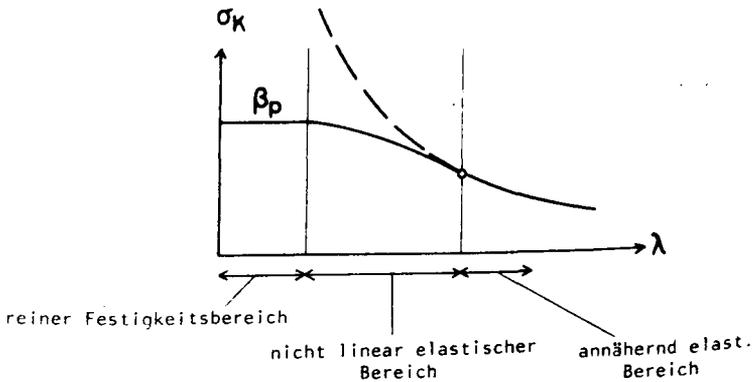


Bild 9b: σ_K - λ -Diagramm

β_p = Prismenfestigkeit des Betons

In Anbetracht der Tatsache, daß geschlossene oder näherungsweise erzielte Lösungen der Elastizitätstheorie zur Lösung dieses Problemkreises nicht geeignet sind, mußten neue Wege gesucht werden.

2.2. Beschreibung des Lösungsweges

Bei der Wahl einer geeigneten Lösungsmethode zur Traglastermittlung von schlanken Wänden wurde zweckmäßig von einem bereits vorhandenen hohen Wissensstand auf dem Gebiet ausmittig beanspruchter stabförmiger Stahlbetondruckglieder ausgegangen (s. u. a. [18]). Aus diesem Grunde wurden ausmittig belastete Stahlbetonwände durch ein engmaschiges Netz längs- und querlaufender Stäbe ersetzt, die untereinander biege- und torsionssteif verbunden sind (Bild 10). Um den Rechenaufwand nicht zu groß werden zu lassen, war zunächst eine gelenkige Verbindung der Stäbe untereinander vorgesehen - ein Verfahren, das von der Plattentheorie bekannt ist. Es zeigte sich jedoch sehr bald, daß die auf diese Weise ermittelten Traglasten gegenüber einer Berechnung unter Berücksichtigung der tatsächlichen Drillsteifigkeiten zu niedrig waren und somit zu sehr auf der sicheren Seite lagen.

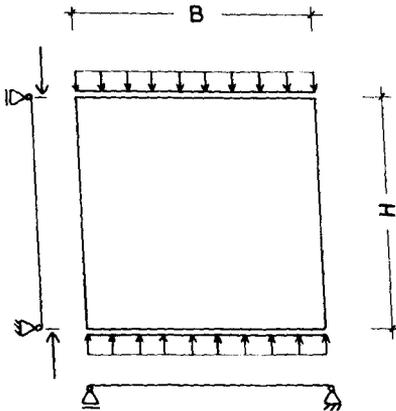


Bild 10a: ausmittig beanspruchte, allseits gelenkig gelagerte Wand

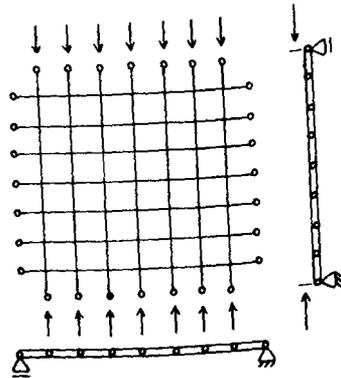


Bild 10b: drillsteifer Trägerrost als Ersatzsystem

An dem drillsteifen Stabwerk (Bild 10) lassen sich auf iterativem Wege Verformungsrechnungen unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung und der Nichtlinearität der Werkstoffe Beton und Stahl durchführen. Die mittels einer elektronischen Rechenanlage am oben erläuterten Ersatzsystem durchgeführten Rechnungen liefern die zu den Beanspruchungen gehörenden Verformungszustände. Das nichtlineare Werkstoffverhalten wird dadurch berücksichtigt, daß zu jedem Last-Verformungszustand über die Auswertung von Momenten-Krümmungsbeziehungen für die einzelnen Teilstücke Ersatzbiegesteifigkeiten und entsprechende Torsionssteifigkeiten ermittelt werden. Ist nach einer Laststeigerung kein Gleichgewichtszustand mehr möglich, so liegt entweder Materialbruch oder Stabilitätsversagen ohne Gleichgewichtsverzweigung (sog. Gleichgewichtsproblem II. Ordnung) vor.

2.3. Definition der Traglast

Das verwendete Rechenverfahren ist ein Näherungsverfahren, das als Traglast nicht das Eintreten des System-Kollaps', sondern das Erreichen eines näher zu definierenden Grenzzustandes bezeichnet. Dies kann entweder durch

- a) Erreichen von vorgegebenen Randdehnungen auf der Betondruck- oder auf der Stahlzugseite (Materialbruch) oder durch
- b) Erreichen der Stabilitätsgrenze, wobei die äußeren Schnittgrößen bei einer differentiellen Laststeigerung schneller als die inneren aufnehmbaren Kräfte (Gleichgewichtsproblem II. Ordnung) **wachsen** eintreten.

Da es sich bei dem als System dienenden Trägerrost um ein vielfach statisch unbestimmtes System handelt, sind bezüglich der Definition des Grenzzustandes besondere Überlegungen anzustellen. Im Gegensatz zum Einzelstab tritt nämlich eine Instabilität des Gesamtsystems erst ein, wenn größere Bereiche versagen. Betrachtet man z. B. das in Bild 10 skizzierte Ersatzsystem für die Ermittlung von Wandtraglasten, so erkennt man, daß das System seine Traglast nach dem Eintreten des Fließzustandes im normalkraftfreien Querstab noch nicht in jedem Fall erreicht hat, da der Längsstab in diesem Zustand u. U. noch weiter trägt. Es erscheint daher sinnvoll, bei den Traglastberechnungen solche Zustände zuzulassen und den Grenzwert der Dehnungen nur auf die unmittelbar beanspruchten Längsstäbe zu beziehen. Im Abschnitt 2.7 werden die Auswirkungen solcher Traglastkriterien näher behandelt.

2.4. Rechenannahmen

Neben einer sinnvollen Definition der Traglast müssen weitere vereinfachende Annahmen getroffen werden, die es erlauben, die Berechnungen mit einem erträglichen Aufwand durchzuführen.

a) System und Querschnitt

Es werden nur rechtwinklige Systeme mit biege- und torsionssteifer Verbindung an den Kreuzungspunkten untersucht. Die Stäbe besitzen einen symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt, wobei das Überdeckungsmaß generell zu $h'/d = 0,10$ angenommen wird. Es bereitet keine Schwierigkeiten, mit unsymmetrischer Bewehrung und unterschiedlicher Überdeckung zu rechnen.

b) Belastung

Der Trägerrost wird nur in lotrechter Richtung durch ausmittige Normalkräfte beansprucht. Es wird angenommen, daß die Querrichtung normalkraftfrei bleibt. Es handelt sich um Kurzzeitbelastungen; zeitabhängige Werkstoffeigenschaften bleiben außer Acht.

c) Werkstoffeigenschaften und sonstige Annahmen.

Längenänderungen der Achsen infolge Normalkraftbeanspruchung und Schubverformungen werden nicht berücksichtigt. Es wird von kleinen Verzerrungen und der Annahme ebenbleibender Querschnitte ausgegangen.

An den Rändern der Stahlbetonscheiben wird keine Dehnungsbehinderung vorausgesetzt. Eine Querkontraktion wird nicht in Ansatz gebracht. Für die Spannungsdehnungsbeziehungen werden die Werkstoffgesetze der DIN 1045 gewählt.

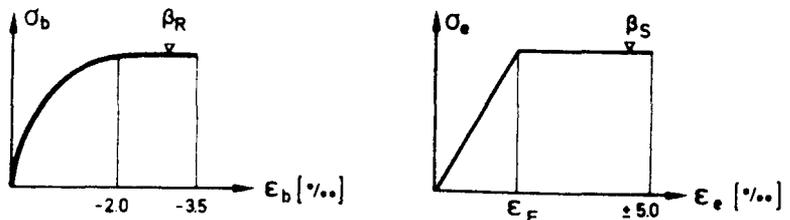


Bild 11: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für den Beton und den Stahl

Die Mitwirkung des Betons auf Zug bleibt in Längsrichtung außer Ansatz; in Querrichtung wird sie berücksichtigt, da hier ihr Einfluß infolge der nicht vorhandenen Normalkraft von größerer Bedeutung ist. In beiden Fällen wird ein Mitwirken des Betons zwischen den Rissen vernachlässigt.

d) Steifigkeitsannahmen

Die Steifigkeiten der Teilstäbe (Bild 10) werden abschnittsweise zwischen den Knotenpunkten konstant angenommen.

Zur Berücksichtigung der Nichtlinearität der Werkstoffe werden "wirksame Biegesteifigkeiten" definiert. Diese Steifigkeiten - im folgenden EI genannt - berücksichtigen die Ribbildung und die nichtlinearen Spannungs-Dehnungsbeziehungen. Die Ermittlung der beanspruchungs- und querschnitts-abhängigen Steifigkeiten erfolgt mit Hilfe der Momenten-Krümmungsbeziehungen über die Gleichung

$$k(x) = M(x)/EI$$

Aus $\varphi_2 = \varphi_1 + \int_0^l k(x) dx$ und der obigen Beziehung folgt:

$$EI = \frac{\int_0^l M(x) dx}{\int_0^l k(x) dx}$$

Die Ersatzsteifigkeiten EI lassen sich als Quotient zweier Flächen - der Momenten- und der Krümmungsfläche - bestimmen. Sie werden auf Grund gleicher Stabendverdrehungen am wirklichen und am Ersatzsystem bestimmt. Untersuchungen über die Grenzen der Anwendbarkeit dieser gewählten Ersatzsteifigkeiten hat Jankö in [12] angestellt. Die Anwendung dieses Näherungsverfahrens ist hier gerechtfertigt, weil innerhalb eines Stabes mit kaum veränderlichen stetigen Momenten zu rechnen ist.

Bei der Bestimmung der Querbiegesteifigkeiten wird die Momenten-Krümmungsbeziehung durch eine Parabel 3. Ordnung angenähert (Bild 13).

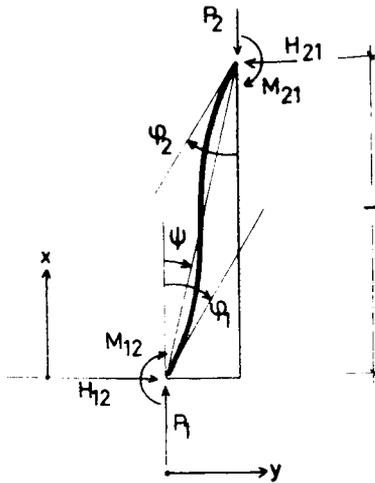


Bild 12: Bezeichnungen am Teilstab im ausgebogenen Zustand (ohne Einfluß der Verdrehung)

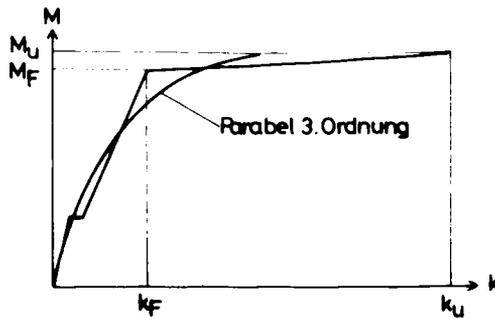


Bild 13: Annäherung der M-k-Beziehung in Querrichtung durch eine Parabel 3. Ordnung

2.5. Berücksichtigung der Torsionssteifigkeiten

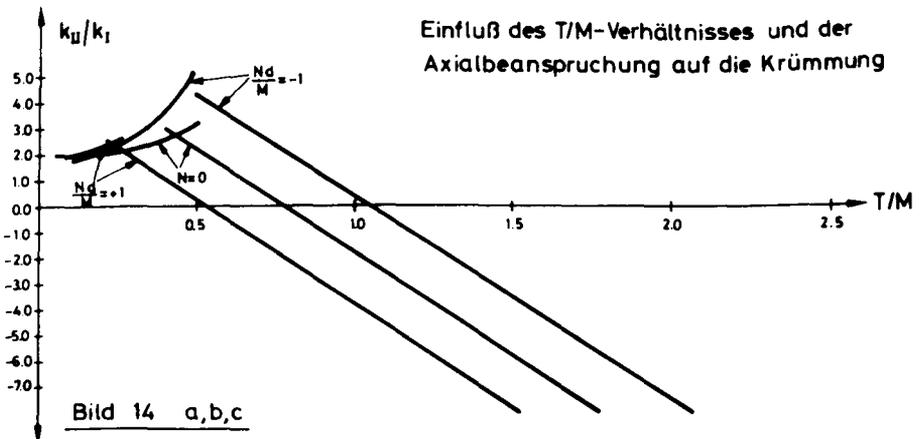
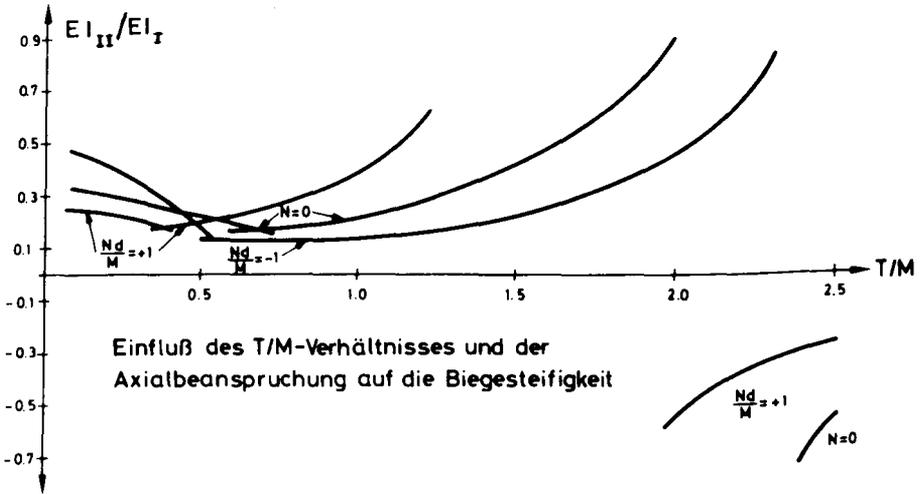
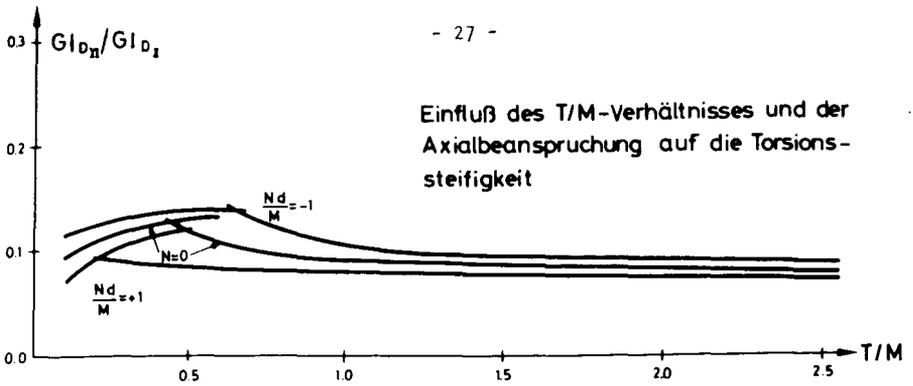
Zur Erfassung des Einflusses der Drillsteifigkeit auf die Traglasten bieten sich u. a. folgende Möglichkeiten:

- a) genaue Ermittlung der zu den einzelnen Last-Verformungszuständen gehörenden Drillsteifigkeiten durch Auswerten von T- θ - (Torsionsmomenten-Verdrillungs-) -Beziehungen aus Balkenversuchen.
- b) näherungsweise Berechnung von biegebeanspruchungsabhängigen Torsionssteifigkeiten an Hand empirischer Daten, gewonnen aus geeigneten Wandversuchen.

Beide Wege ermöglichen eine iterative Verformungsrechnung eines torsionssteifen, ausmittig belasteten Trägerrostes nach der in Abschnitt 2.2 beschriebenen Methode.

Verfolgt man den erstgenannten Weg, so können entsprechend den wirksamen Biegesteifigkeiten zu jedem Last-Verformungszustand "wirksame Drillsteifigkeiten" entwickelt werden. Im gleichen Rechenschritt, in welchem die M-k-Beziehung dem jeweiligen Beanspruchungszustand angepaßt wird, könnte dann auch die T- θ -Funktion ausgewertet werden.

Die Schwierigkeit bei diesem Verfahren besteht nicht auf re-
chentechnischem Gebiet, sondern in der Beschaffung der hierfür erforderlichen Versuchsdaten. Es gibt zwar eine Anzahl von Arbeiten, die sich mit reiner Torsion (T) oder kombinierter Beanspruchung von Biegung (M), Querkraft (Q) und Normalkraft infolge Vorspannung (N_V) beschäftigen, jedoch sind Versuchsergebnisse, bei denen eine äußere Normalkraft (N) mit einbezogen ist, kaum bekannt ([10], [1] und [16]). Aus den wenigen Arbeiten läßt sich lediglich erkennen, daß die M-k- und T- θ -Beziehungen nicht unabhängig voneinander sind.



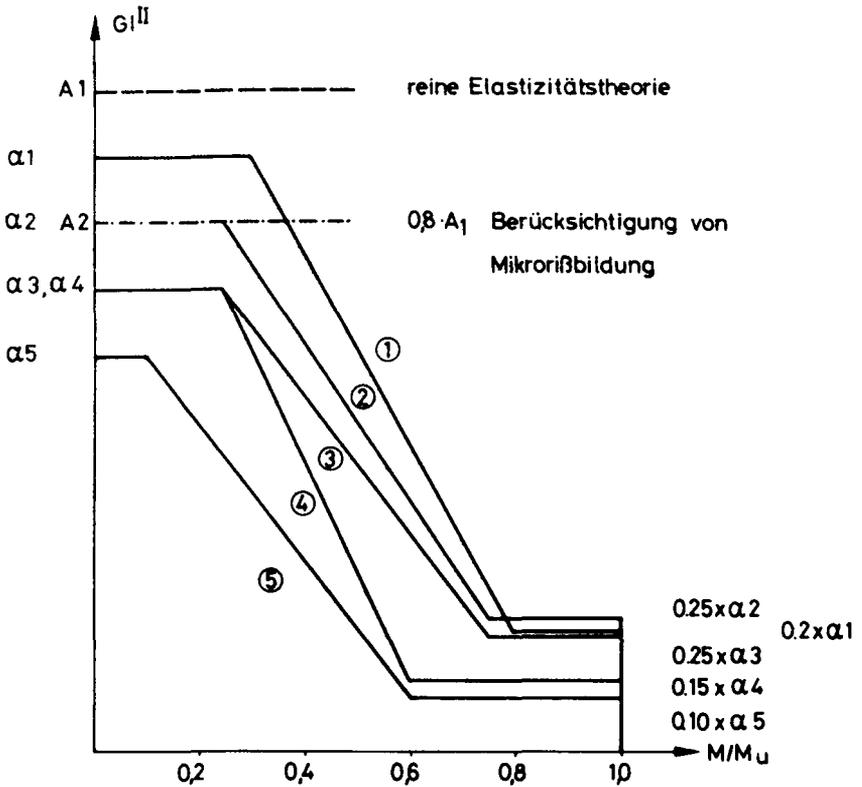


Bild 15:

Abnahme der Torsionssteifigkeit als

Funktion der Biegemomentenbeanspruchung

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 0,9 \cdot G I_D \\ \alpha_2 &= 0,8 \cdot G I_D \\ \alpha_3, \alpha_4 &= 0,7 \cdot G I_D \\ \alpha_5 &= 0,6 \cdot G I_D\end{aligned}$$

Die Krümmungen und damit auch die Biegesteifigkeiten sind stark veränderlich mit dem Verhältnis T/M (Bild 14), ebenso das Verhältnis GI_D^I/GI_D . Die diesbezüglichen Angaben reichen für eine systematische Erfassung noch nicht aus und sind durch Versuche noch nicht genügend abgesichert. Unter diesen Umständen dürfte der mit einer genauen Berücksichtigung dieser Zusammenhänge verbundene relativ große Aufwand in Anbetracht des geringen, statistisch nicht gesicherten Datenumfangs zu diesem Zeitpunkt noch verfrüht sein.

Der zweitgenannte Weg zur näherungsweisen Berücksichtigung der Drillsteifigkeit kann anhand der Ergebnisse der im hiesigen Institut durchgeführten Wandversuche entwickelt werden. Versuchsnachrechnungen haben nämlich gezeigt, daß es unter Berücksichtigung der aus der Literatur bekannten oberen und unteren Grenzwerte für die Torsionssteifigkeiten von Stahlbetonstabwerken möglich ist, einen von der Biegebeanspruchung abhängigen Steifigkeitsverlauf vorzugeben, der das Verformungsverhalten solcher Wände unter Normalkraft, Biegung und Torsion im Mittel gut charakterisiert.

Nach [7] kann für den oberen Rechenwert der Torsionssteifigkeit mit $GI_D^I = 0,8 \cdot GI_D$ gerechnet werden.

$$G = \text{Schubmodul} = E_b/2 (1 + \mu)$$

$$\mu = \text{Querdehnungszahl} = 0,2$$

$$I_D = \text{Torsionsträgheitsmoment des Betonquerschnitts im Zustand I unter Vernachlässigung der Bewehrung}$$

Das Torsionsträgheitsmoment I_D ist hierbei abhängig vom Verhältnis Breite zu Höhe des jeweiligen Querschnitts. Es hat sich bei der Umsetzung der Wände in Stabsysteme herausgestellt, daß dieses Verhältnis zwischen 4 : 1 und 10 : 1 liegen kann. Einerseits kommen zu enge Unterteilungen wegen der schnell anwachsenden Zahl der Unbekannten aus Gründen der Rechenkapazität nicht in Frage, andererseits müssen zu grob unterteilte Systeme wegen nicht ausreichender Genauigkeit ausgeklammert werden. Für die oben angegebenen Grenzwerte schwankt der Beiwert

zwischen $\gamma_3 = 0,281$ und $\gamma_3 = 0,313$. Bei der näherungsweise Erfassung des Einflusses der Torsionssteifigkeit auf die Traglasten wird in diesem Falle mit einem Mittelwert von $\gamma_3 = 0,300$ gerechnet.

Im Faktor 0,8 ist der Einfluß der bereits im Zustand I vorhandenen Mikrorißbildung auf die Torsionssteifigkeit berücksichtigt. Der untere Rechenwert der Torsionssteifigkeit, der den Übergang des Bauteils in den Zustand II berücksichtigt, kann nach [7] wie folgt angenommen werden:

$$GI_D^{II} = 0,3 \cdot GI_D^I = 0,24 \cdot GI_D$$

Aufgrund dieser Werte wurden mit einer gewissen Streubreite Torsionssteifigkeiten in Abhängigkeit von der Biegemomentenbeanspruchung definiert [s. die Funktionen (1) bis (5) des Bildes 15] und Lastverformungsbeziehungen von Versuchswänden unter Ansatz dieser Torsionssteifigkeiten in guter Übereinstimmung nachgerechnet (s. Abschnitt 4.6).

2.6. Lösungsmethode

Um eine Verformungsrechnung durchführen zu können, sind die elastizitätstheoretischen Gleichungen zur Ermittlung der Schnittkräfte und Verformungen für einen biege- und torsionssteifen Trägerrost aufzustellen. Zur Lösung des Problems wird die Deformationsmethode verwendet. Bild 16 zeigt einen aus dem System entnommenen Teilstab mit seinen angreifenden Kräften und Momenten.

Bei Anwendung der Deformationsmethode werden als linear unabhängige Einheitsverformungszustände Knotenverdrehungen und Stabdrehungen angesetzt. Wegen Vernachlässigung der elastischen Längsverformungen lassen sich die Knotenverschiebungen auf einfache Weise durch die Stabdrehwinkel ausdrücken. Dadurch wird die Zahl der Unbekannten relativ klein gehalten.

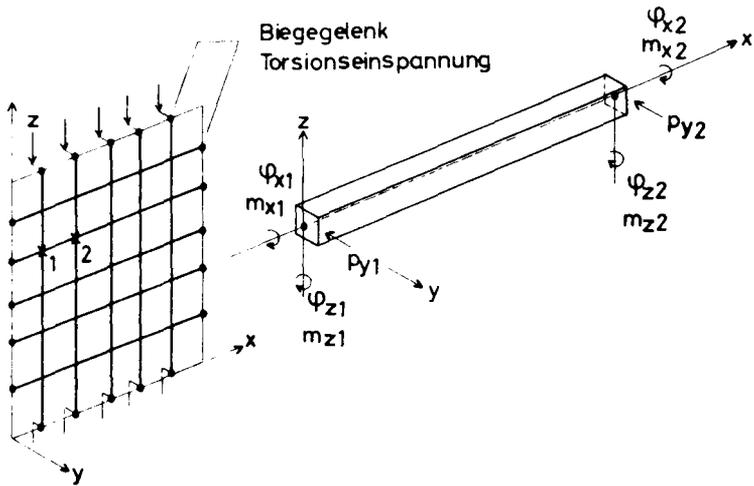


Bild 16: Teilstab 1 - 2 mit angreifenden Kräften und Momenten

Der Lösungsweg läßt sich am übersichtlichsten in der Matrizeschreibweise aufzeigen. Beim Weggrößenverfahren kann der Zusammenhang zwischen Beanspruchungen und Verformungen des Systems allgemein wie folgt angegeben werden:

$$\underline{p} = \underline{K} \cdot \underline{v}$$

- \underline{p} = Lastvektor des Gesamtsystems
- \underline{K} = symmetrische Steifigkeitsmatrix
- \underline{v} = Verformungsvektor

Für den Querstab des Bildes 16 lauten die entsprechenden Gleichungen
 – wenn man berücksichtigt, daß die vereinfachende Beziehung

$$M_T = G \cdot I_D \cdot d / dx$$

zur Gleichung

$$m_{x1} = m_{x2} = (G I_D / \ell) (\varphi_{x1} - \varphi_{x2})$$

führt –:

$$\begin{matrix} m_{x1} \\ p_{y1} \\ m_{z1} \end{matrix} = \begin{bmatrix} GI/l & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^2 & 6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x1} \\ y_1 \\ \varphi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -GI/l & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^2 & 6EI/l^2 \\ 0 & -6EI/l^2 & 2EI/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x2} \\ y_2 \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} m_{x2} \\ p_{y2} \\ m_{z2} \end{matrix} = \begin{bmatrix} -GI/l & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^2 & -6EI/l^2 \\ 0 & 6EI/l^2 & 2EI/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x1} \\ y_1 \\ \varphi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} GI/l & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^2 & -6EI/l^2 \\ 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x2} \\ y_2 \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix}$$

Sowohl die Quer- als auch die Längsstäbe des Trägerrostes sind frei von Querlasten und weisen somit nach Theorie I. Ordnung zwischen den Knotenpunkten einen linearen Momentenverlauf auf. Damit ist es nach Chwalla [4] möglich, die Lösungsform auch für die druckbeanspruchten Längsstäbe bei Berücksichtigung von Theorie II. Ordnung beizubehalten. Mit den Bezeichnungen nach Bild 16 und den Abkürzungen

$$A = \frac{EI}{\ell} \cdot \frac{\epsilon \cdot \sin \epsilon - \epsilon^2 \cdot \cos \epsilon}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \cdot \sin \epsilon}$$

$$B = \frac{EI}{\ell} \cdot \frac{\epsilon^2 - \epsilon \cdot \sin \epsilon}{2(1 - \cos \epsilon) - \epsilon \cdot \sin \epsilon}$$

$$C = A + B$$

$$\epsilon = \sqrt{P/EI}$$

lauten die Gleichungen für einen Längsstab in Matrizen-Schreibweise:

$$\begin{matrix} m_{x1} \\ P_{y1} \\ m_{z1} \end{matrix} = \begin{bmatrix} GI/\ell & 0 & 0 \\ 0 & (2C/\ell z - P/\ell) & C/\ell \\ 0 & C/\ell & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x1} \\ y_1 \\ \varphi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -GI/\ell & 0 & 0 \\ 0 & (-2C/\ell z + P/\ell) & C/\ell \\ 0 & -C/\ell & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x2} \\ y_2 \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} m_{x2} \\ P_{y2} \\ m_{z2} \end{matrix} = \begin{bmatrix} -GI/\ell & 0 & 0 \\ 0 & (-2C/\ell z + P/\ell) & -C/\ell \\ 0 & C/\ell & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x1} \\ y_1 \\ \varphi_{z1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} GI/\ell & 0 & 0 \\ 0 & (2C/\ell z - P/\ell) & -C/\ell \\ 0 & -C/\ell & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{x2} \\ y_2 \\ \varphi_{z2} \end{bmatrix}$$

Da in den beschriebenen Gleichungen alle Kräfte und Momente auf Verschiebungs- und Verdrehungsgrößen zurückgeführt werden, liefern die Gleichgewichtsbedingungen an den Knotenpunkten zusammen mit den dort eingeleiteten Kräften und Momenten ein System linearer Gleichungen.

Eine explizite Bestimmung der Verschiebungsgrößen und der Schnittkräfte gelingt im vorliegenden Fall nicht, da die mit den Stabverdrehungen verknüpften Axialkräfte auch in den Steifigkeitswerten enthalten sind. Die strenge Auflösung solcher - in den Stabkräften nichtlinearen - Gleichungssysteme erfolgt hier auf iterativem Wege, indem die Belastung inkrementell gesteigert wird. Es ist angebracht, die Laststeigerungen mit einem genügend großen Abstand zur Traglast zu beginnen, um die Änderung der Steifigkeiten je Laststufe klein zu halten.

Durch die Einführung soq. wirksamer Stabsteifigkeiten unter Berücksichtigung der tatsächlichen Momenten-Krümmungsbeziehung konnte das nichtlineare Verformungsproblem in eine Form gebracht werden, die es ermöglicht, bekannte Rechenmethoden der E-Theorie anzuwenden. Der Verfasser

hat ein elektronisches Rechenprogramm in Fortran IV entwickelt, das bei automatischer Laststeigerung Traglasten für die vorliegenden Systeme errechnet.

2.7. Diskussion der Versagenskriterien

Wie schon im Abschnitt 2.4 angedeutet, ist die Tragfähigkeit des zu untersuchenden Stab- bzw. Wandsystems noch nicht mit dem Erreichen eines Grenzzustandes in einem normalkraftfreien Querschnitt erschöpft. Aus den Momenten-Krümmungsbeziehungen ist zu erkennen, daß in diesem Zustand im Querschnitt ein nahezu konstantes Moment übertragen werden kann, was daher auch in der Berechnung durch geeignete Maßnahmen zu berücksichtigen ist.

Eine Möglichkeit besteht darin, beim Erreichen des Grenzzustandes in einem Querstab an dieser Stelle ein Fließgelenk anzunehmen, was durch Einführung eines konstanten äußeren Momentes in der Größe des Fließmomentes geschieht:



Bild 17 a: Momentenverlauf beim Versagen

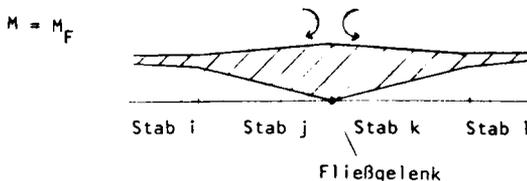


Bild 17b: Momentenverlauf nach Aufbringen eines Doppelmomentes (Fließmoment)

Programmiertechnisch bietet diese Lösung keine Schwierigkeiten. Nach dem Versagen entsteht ein neues System mit abgewandelter Gesamtsteifigkeitsmatrix und zusätzlichem äußeren Moment an der versagenden Stelle. Bei einem symmetrischen System mit drei Querstäben kann sich bei fortschreitendem Versagen z. B. folgende Systemänderung mit zugehörigem Momentenverlauf einstellen:

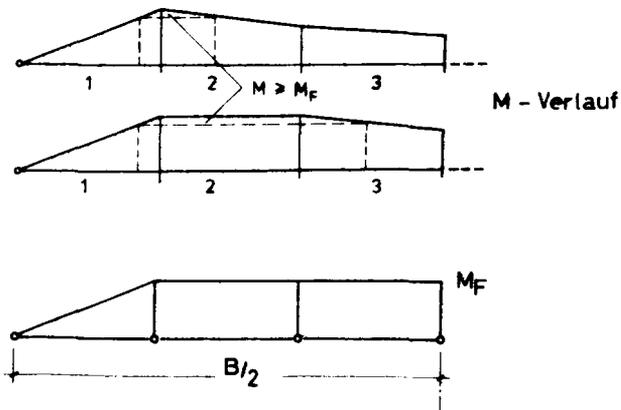


Bild 18: Fortschreitendes Versagen an einem Querstab mit 3 Teilstäben (Längsstäbe nicht dargestellt)

In Querrichtung entsteht zwar in dieser Weise eine Fließgelenkkette. Es werden jedoch weiterhin Momente übertragen, so daß die volle Last nicht nur in Längstragrichtung abgetragen werden muß.

In dieser Weise durchgeführte Rechnungen wiesen häufig Konvergenzschwierigkeiten infolge zu großer Systemsteifigkeitsänderungen auf.

Eine andere Methode besteht in einer allmählichen Steifigkeitsabminderung: Querstäbe im Grenzzustand erhalten eine Stabsteifigkeit, die im betreffenden Stab ein Moment von der Größenordnung des Fließmoments erzeugt. Diese Methode enthält grundsätzlich keine numerischen Schwierigkeiten.

rigkeiten. Sie erfordert allerdings in einigen Fällen eine weitere Iteration zur Anpassung der Steifigkeiten. Entsprechend dem guten Konvergenzverhalten wurde dieser zweite Weg für die weiteren Berechnungen gewählt.

3. Traglastuntersuchungen an federnd gehaltenen Stützen

3.1. Der federnd quergestützte Stahlbetondruckstab unter ausmittiger Belastung

Vergleichsrechnungen haben gezeigt, daß Trägerrostsysteme mit nur wenigen Stäben bei Traglastrechnungen schon relativ gute Näherungswerte ergeben. Ein einfaches Stabkreuz, bestehend aus einem ausmittigt durch eine Normalkraft belasteten Längsstab und einen normalkraftfreien, federnd stützenden Querstab, soll daher im folgenden als "Grundsystem" gewählt werden, um einige grundsätzliche Merkmale des Trag- und Verformungsverhaltens von mehrseitig gehaltenen Stahlbetonwänden zu studieren. Dabei werden für den Längsstab stellvertretend für eine Vielzahl von Lagerungsmöglichkeiten die beiderseits gelenkige Lagerung und der Kragträger gewählt (Bild 19).

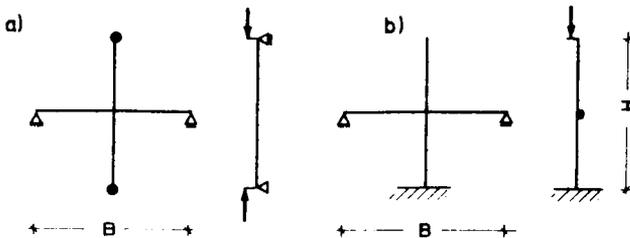


Bild 19: Das einfache Kreuz als Grundsystem

Der Vorteil dieser Näherung liegt darin, daß in dieser Weise mit relativ geringem Rechenaufwand gegenüber den aufwendigen Traglastrechnungen bei Wänden Voruntersuchungen gemacht und Einflüsse verschiedener Faktoren auf die Traglast, bei denen die Drillsteifigkeit ohne wesentlichen Einfluß ist, untersucht werden können. Gleichzeitig können Aussagen über das Trag- und Verformungsverhalten federnd gestützter Stahlbetondruckstäbe gemacht werden.

Von den umfangreichen Untersuchungen an federnd gestützten Stahlbetondruckstäben werden hier im wesentlichen - bei Variation von Schlankheit,

Ausmitte, Federsteifigkeit sowie Verhältnis Quer- zu Längsbewehrung - die Ergebnisse bezüglich der Traglast wiedergegeben.

3.2. Variation von Schlankheit und Ausmitte

Die Bilder 20 und 21 zeigen auf $b \cdot d \cdot \beta_R$ bezogene Traglasten in Abhängigkeit von der Schlankheit und Ausmitte. Sie ermöglichen einen Vergleich zwischen Traglasten, die das eine Mal an einem System mit konstanter, das andere Mal an einem System mit lastabhängiger Federsteifigkeit (veränderliche Biegesteifigkeit des Querstabes) bei sonst gleichen Voraussetzungen ermittelt wurden. Die Bilder machen deutlich, wie groß der Einfluß der Steifigkeit in Querrichtung auf die Traglasten ist.

3.3. Variation der Federsteifigkeit

Die Federsteifigkeit c [Mp/m] wird bei diesen Untersuchungen mit der Durchbiegung des Querstabes unter der fiktiven Last $P = 1$ in Feldmitte beschrieben. Bild 22 zeigt für eine mittlere Schlankheit die bezogenen Traglasten in Abhängigkeit von der Federsteifigkeit für ein System nach Bild 19a. Bild 23 zeigt vergleichbare Traglasten für ein Kraßsystem nach Bild 19b. Hier sind gleichzeitig die Traglasten einer Stahlbetonstütze und einer Stütze aus homogenem, ideal-elastischen Werkstoff gegenübergestellt. Der Schwankungsbereich der maximalen und minimalen Knicklasten zwischen starrer Stützung und sehr weicher Feder ist wesentlich ausgeprägter als der vergleichbare Bereich bei den Traglasten. Den Bildern 22 und 23 ist zu entnehmen, daß der wesentliche Traglastabfall im Bereich der Verhältnisse $B/H = 0,9$ und $B/H = 2,5$ zu verzeichnen ist. Ab einer gewissen Federsteifigkeit ($B/H \leq 0,9$) ist eine Traglaststeigerung nicht mehr möglich. Für die später durchzuführenden Untersuchungen über den Einfluß des Seitenverhältnisses H/B auf die Wandtraglasten kann hieraus geschlossen werden, daß in diesem Schlankheitsbereich wesentliche Traglaststeigerungen nur im Bereich $H/B = 1/2,5 = 0,40 \div H/B = 1/0,9 \approx 1,10$ zu erwarten sind.

$$\mu_L = \mu_L' = 1,0\%$$
$$\beta_S = 42000 \text{ Mp/m}^2$$

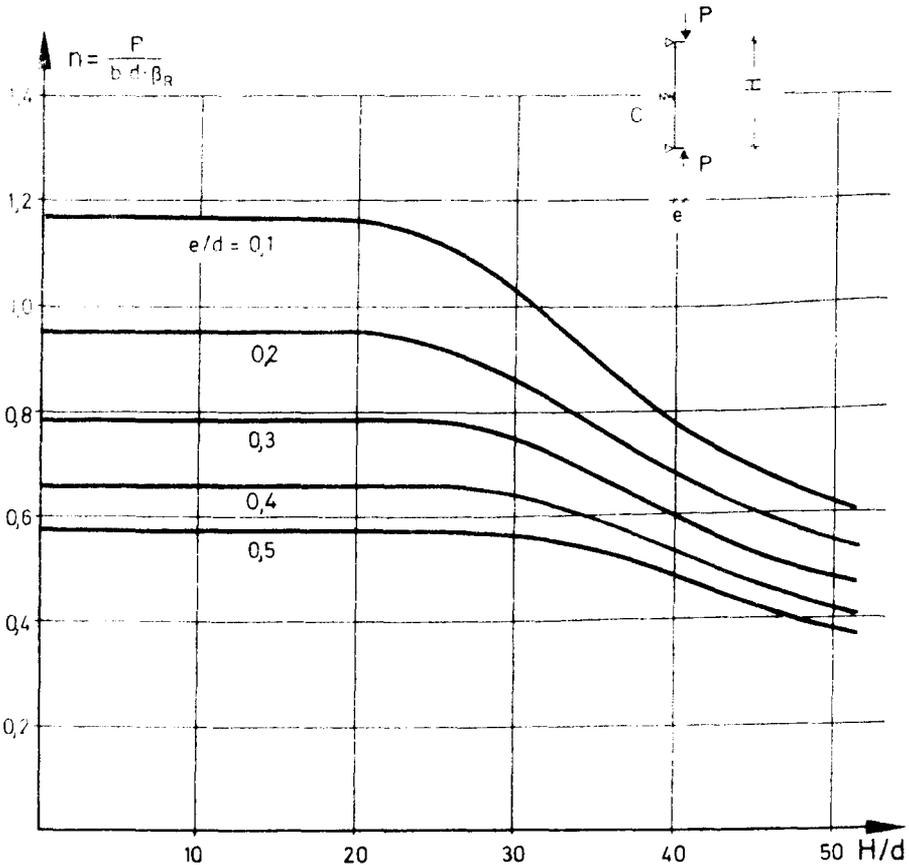


Bild 20:

Bezogene Traglasten für eine Federsteifigkeit

$$c = 48 EI / H^3 \quad [\text{Mp/m}]$$

in Abhängigkeit von Schlankheit u. Ausmitte

$$EI = 500 \cdot \beta_R \cdot b \cdot d^3 / 12$$

$\mu_o = \mu_o' = 1,0\%$
 $\mu_L = \mu_L = 1,0\%$
 $\beta_s = 42000 \text{ [Mp/m}^2\text{]}$

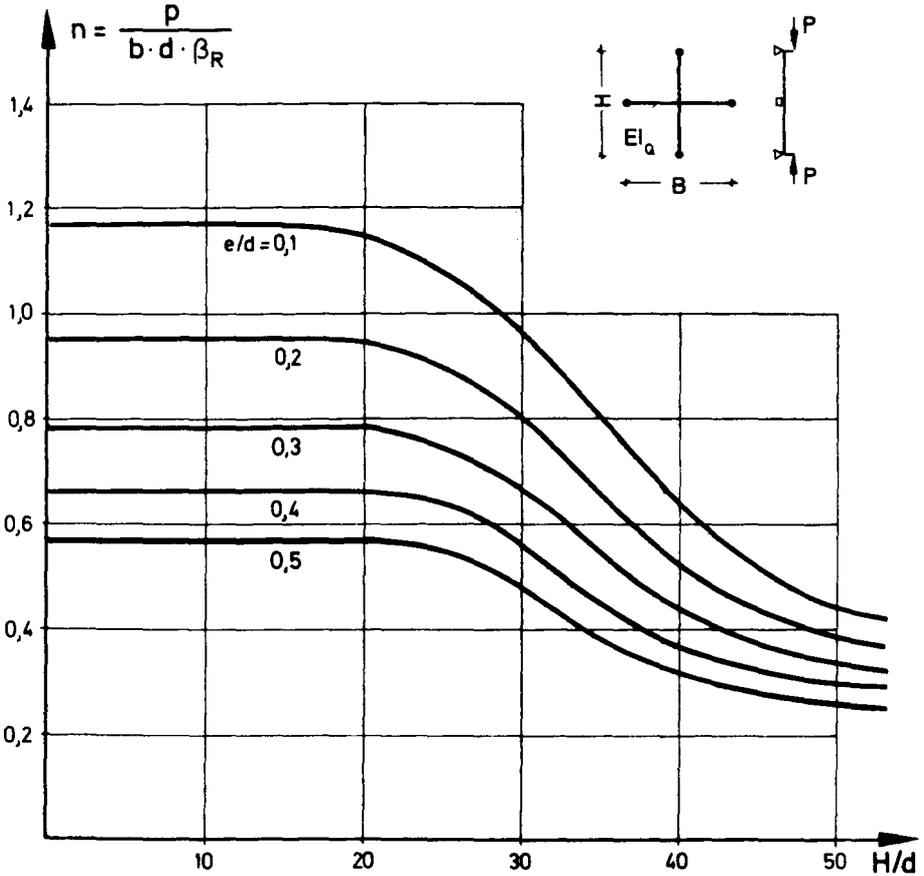


Bild 21: Bezogene Traglasten

bei federnder Stützung durch einen Stahlbetonriegel

$$B/H = 1,0$$

$$c = f(EI_Q)$$

$EI_Q = \text{querschnitts- und lastabhängig}$

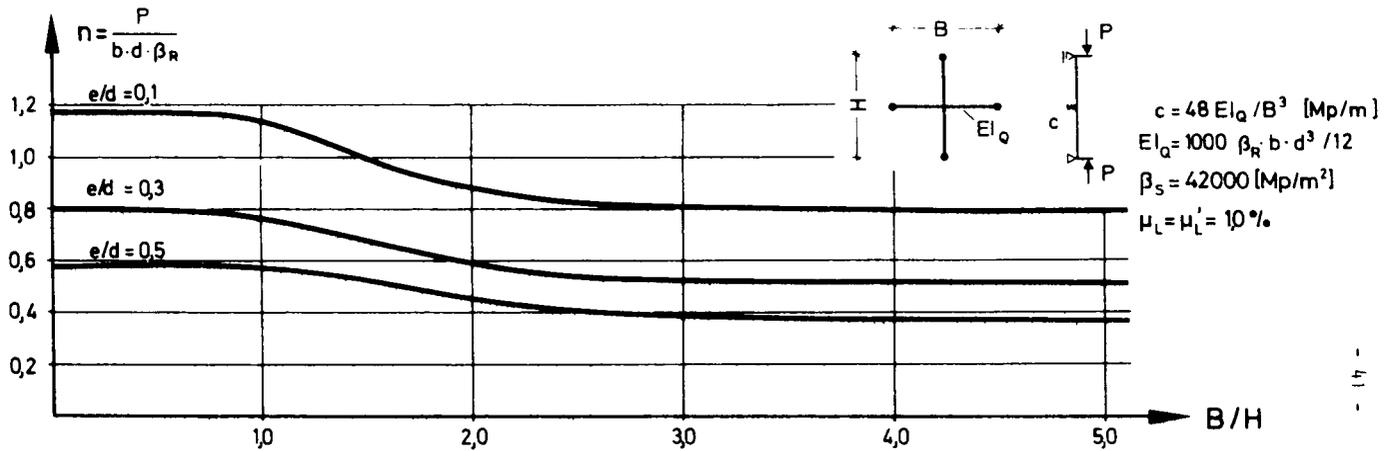


Bild 22 :

Bezogene Traglasten in Abhängigkeit von der Federsteifigkeit ($H/d = 24$)

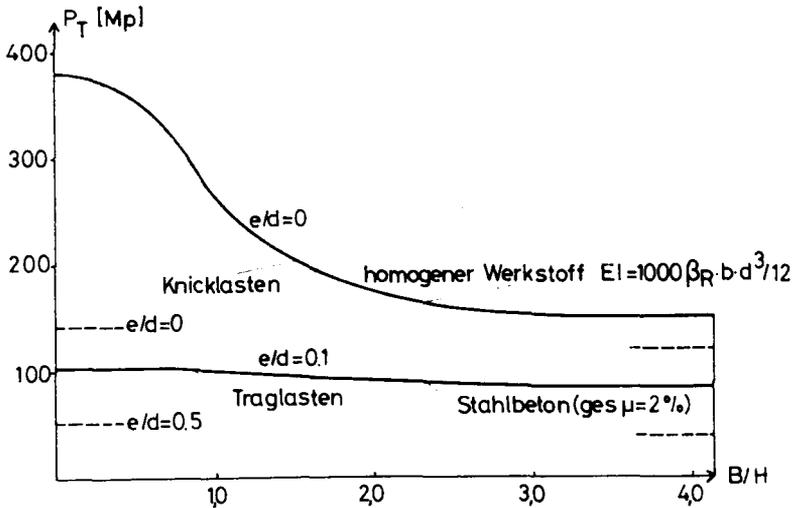


Bild 23: Knick- und Traglasten in Abhängigkeit von der Federsteifigkeit $2 H/d = 24$, $b/d = 0,30/0,20$ [m] $\beta_R = 1750$, $\beta_S = 42000$ [Mp/m²]

3.4. Variation des Bewehrungsgehalts in der unbelasteten Richtung

Bei konstanter Längsstabbelegung ($\mu_L = \mu'_L = 1,0$) wurde für eine mittlere Schlankheit und Ausmitte der Bewehrungsgehalt in der unbelasteten Richtung variiert. Bild 24 zeigt die sich daraus ergebenden Traglasten und die auf die Dicke bezogenen Durchbiegungen in Stabmitte.

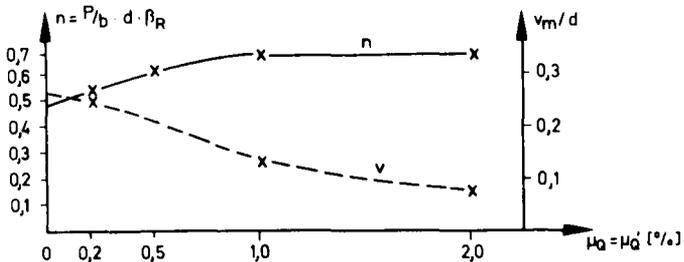


Bild 24: Traglasten und zugehörige Durchbiegungen bei Variation des Bewehrungsgehalts in der unbelasteten Richtung

Es ist festzustellen, daß der maximale Traglastunterschied bei Vergrößerung der Querstabbewehrung auf das 10-fache in diesem Schlankheitsbereich nur 20 % beträgt und daß ab einer Grenze, die hier bei $\mu_Q = \mu_Q^1 \approx 1 \%$ liegt, keine Steigerung der Traglasten mehr möglich ist, wohl aber wesentlich kleinere Verformungen erzielt werden können. Im Hinblick auf die Wanduntersuchungen bleibt festzustellen, daß im Bereich kleiner Bewehrungsprozentsätze eine Traglaststeigerung durch eine Erhöhung des Verhältnisses μ_Q/μ_L zwar möglich, aber unwirtschaftlich ist.

4. Traglastuntersuchungen an Wänden

4.1. Allgemeines Trag- und Verformungsverhalten der Wände

Die hier rechnerisch untersuchten Wände mit dem Seitenverhältnis $H/B = 1,0$ umfassen den Schlankheitsbereich $H/d = 10$ bis $H/d = 50$ sowie den Ausmittenbereich $e/d = 0,1$ bis $e/d = 0,6$. Der Bewehrungsgrad beträgt $\mu_L = \mu_L^1 = 0,8 \%$ und $\mu_Q = \mu_Q^1 = 0,16 \%$. Solche Wände versagen bei Schlankheiten $H/d < 50$ infolge Materialbruch in der überdrückten Längsrichtung in Nähe der Wandviertelspankte, bei Schlankheiten $H/d \geq 50$ und kleinen Ausmitten infolge Stabilitätsverlust (Gleichgewichtsproblem II. Ordnung). In Querrichtung, d. h. in der lastfreien Richtung, tritt vor dem Erreichen der Traglast Fließen auf; bei kleinen und mittleren Schlankheiten (Versagen durch Materialbruch) und großen Ausmitten sogar schon bei 50 bis 60 % der Traglast.

Zur Verdeutlichung des Trag- und Verformungsverhaltens sind in den Bildern 25 und 26 die Biege- und Torsionsmomentenverläufe der in Abschnitt 5 nachgerechneten Versuchswand 3 ($H/d = 30$, $e/d = 0,6$) für einen Lastzustand in Traglastnähe maßstäblich wiedergegeben. Wegen der geringen Biegesteifigkeit in Querrichtung (niedriger Bewehrungsprozentsatz im Vergleich zu den Längsstäben, keine Überdrückung infolge Nor-

alkraft) sind die Quermomente wesentlich geringer als die Längsmomente. Das Verhältnis der Bruchmomente in Längs- und Querrichtung beträgt hier

$$M_{uL}/M_{uQ} = 8,06/1,28 = 6,3.$$

Die Biegebeanspruchung in Lastrichtung im versagenden Schnitt B/2 ist im oberen bzw. unteren Viertel der Wand am größten. Während der Laststeigerung finden Umlagerungen statt. Die maximal beanspruchte Stelle wandert infolge des Einflusses der Theorie II. Ordnung und des nichtlinearen Wirkstoffverhaltens vom belasteten Rand in das Innere der Wandscheibe (Bild 27). Die Konzentration der Drillmomente in den Eckbereichen der Wand (Bild 26) beeinflusst wesentlich den Quermomentenverlauf. Die Biegebeanspruchung in Querrichtung ist in der Nähe der lotrechten Seitenränder am größten (Bild 28).

Bei der rechnerischen Traglastermittlung mit allmählicher Laststeigerung treten sowohl bei den Quer- als auch bei den Längsstäben erhebliche Abminderungen der Steifigkeiten auf. Bei den Biegesteifigkeiten schwanken die Werte in Querrichtung zwischen 20 % und 40 %, in Längsrichtung zwischen 20 % und 50 %. Bild 29 gibt einen Überblick über den Abfall der Biege- und Torsionssteifigkeiten für eine Wand mit den Verhältnissen

$$H/B = 1,0 \quad H/d = 30 \quad e/d = 0,4$$

im gesamten Lastbereich bis zur Traglast. Die Steifigkeitsverläufe sind kennzeichnend für Wände, die durch Materialbruch in der Wand ihre Traglast erreichen.

Betrachtet man die Einzelstäbe, so sind je nach vorliegender Ausmitte mehr oder weniger große Unterschiede bei den Teilstabsteifigkeiten festzustellen. Bild 30 zeigt den Abfall der Biegesteifigkeit zwischen Gebrauchs- und Traglast bei der o. q. Wand. Auffallend sind die großen Steifigkeitsverluste (bis zu 90 %) bei den Randquerstäben. Im Falle eines Versagens durch Stabilitätsverlust verhalten sich die Biegesteifigkeiten der Einzelstäbe bis zu einer Belastung kurz unterhalb der Traglast etwa einheitlich. Dann erst beginnt ein unterschiedliches Absinken der Einzelsteifigkeiten.

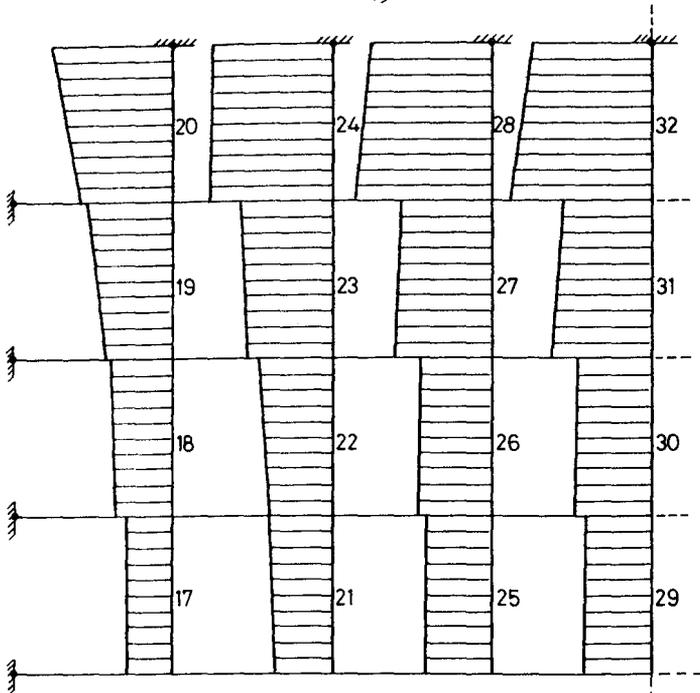


Bild 25a: Biegemomentenverlauf (Längsstäbe) in Traglastnähe Versuchswand 3 (oberes Wandviertel) 1cm ≙ 3 Mpm

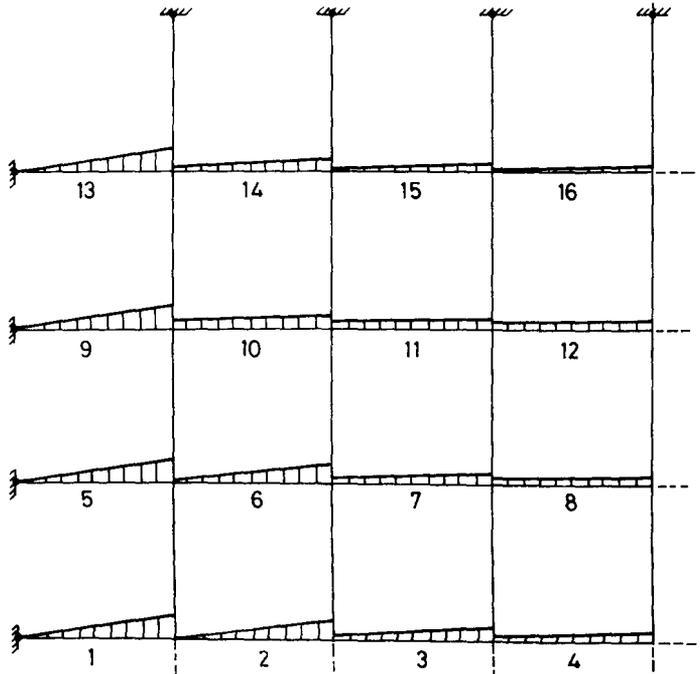


Bild 25b: Biegemomentenverlauf (Querstäbe) in Traglastnähe Versuchswand 3 (oberes Wandviertel) 1cm ≙ 3 Mpm

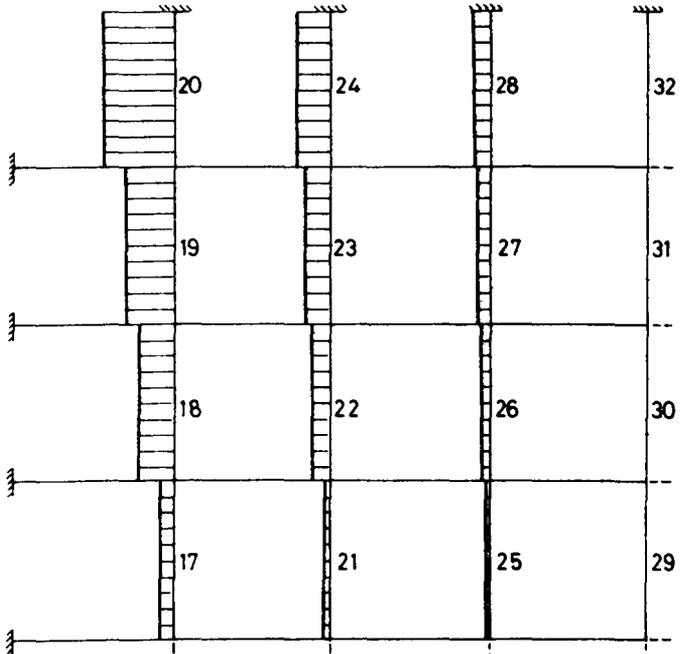


Bild 26a: Torsionsmomentenverlauf in den "Längsstäben" $1\text{cm} \approx 3\text{Mpm}$ in Traglastnähe Versuchswand 3 (oberes Wandviertel)

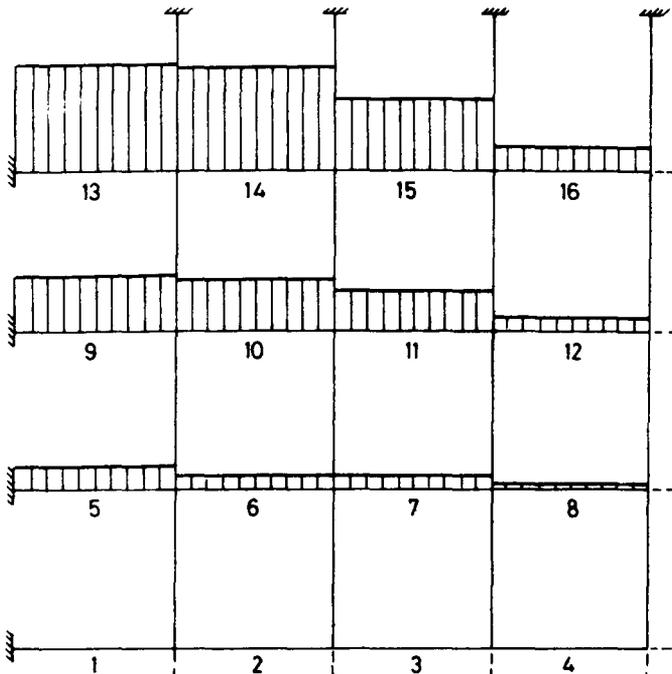


Bild 26 b: Torsionsmomentenverlauf in den "Querstäben"

Bild 27 a: Längsmomente von Versuchswand 4 bei verschiedenen Laststufen

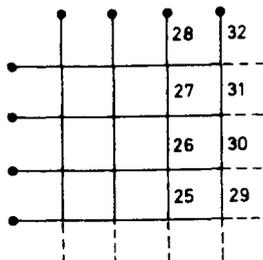
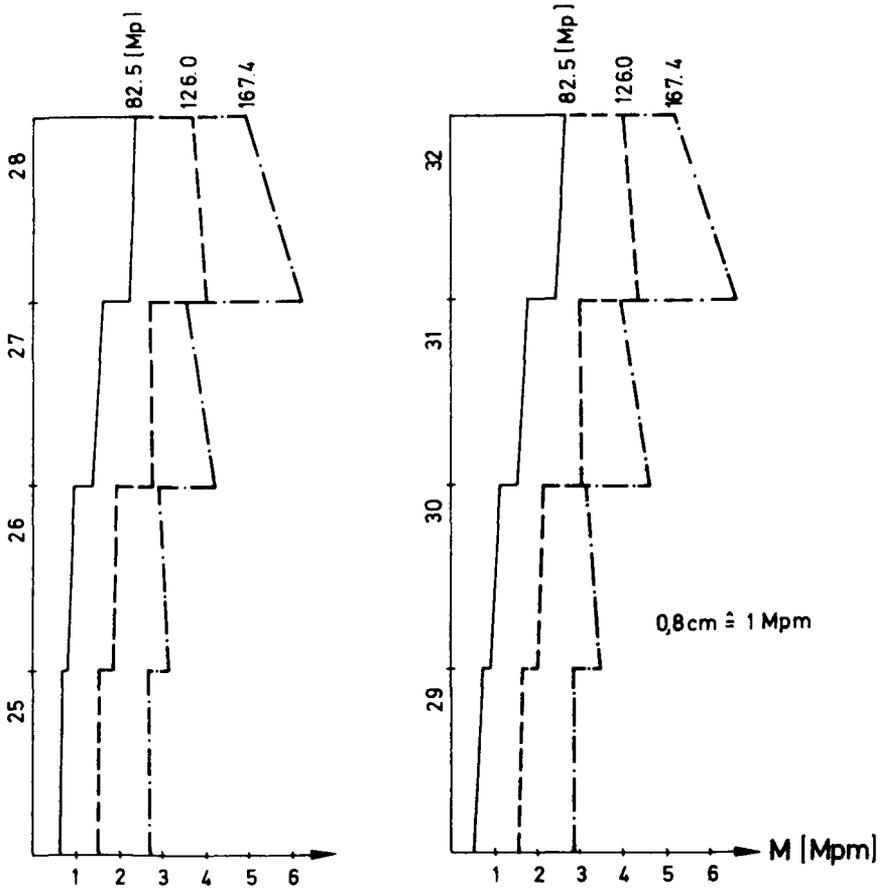
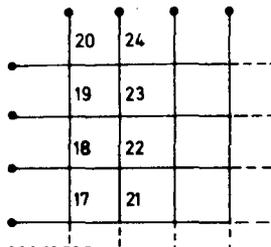
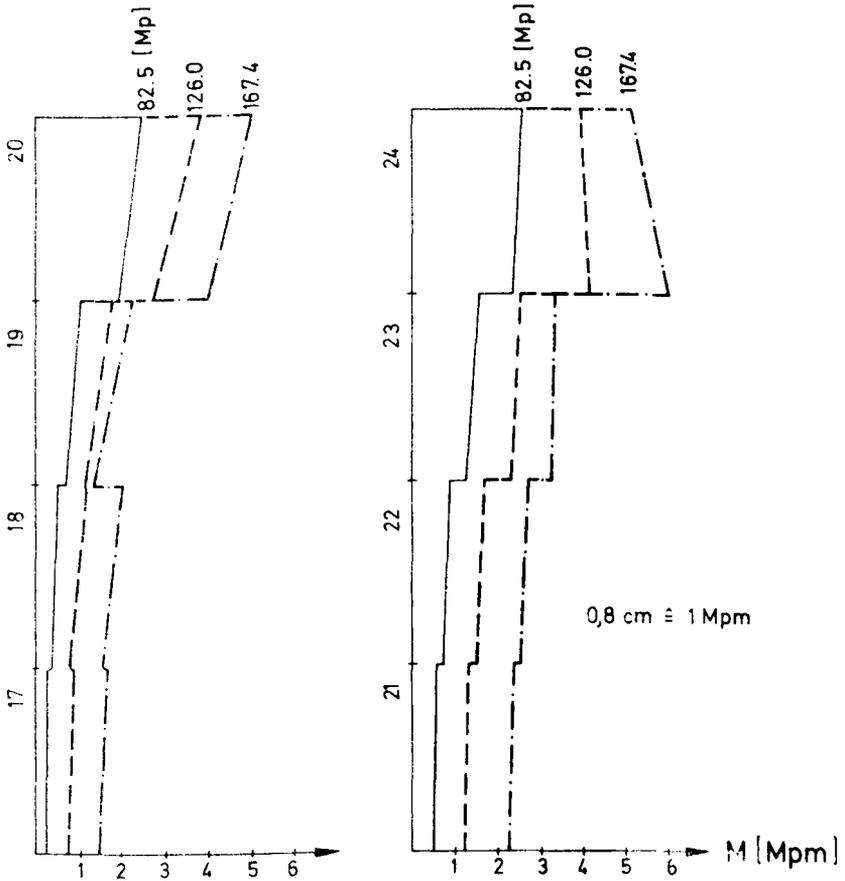
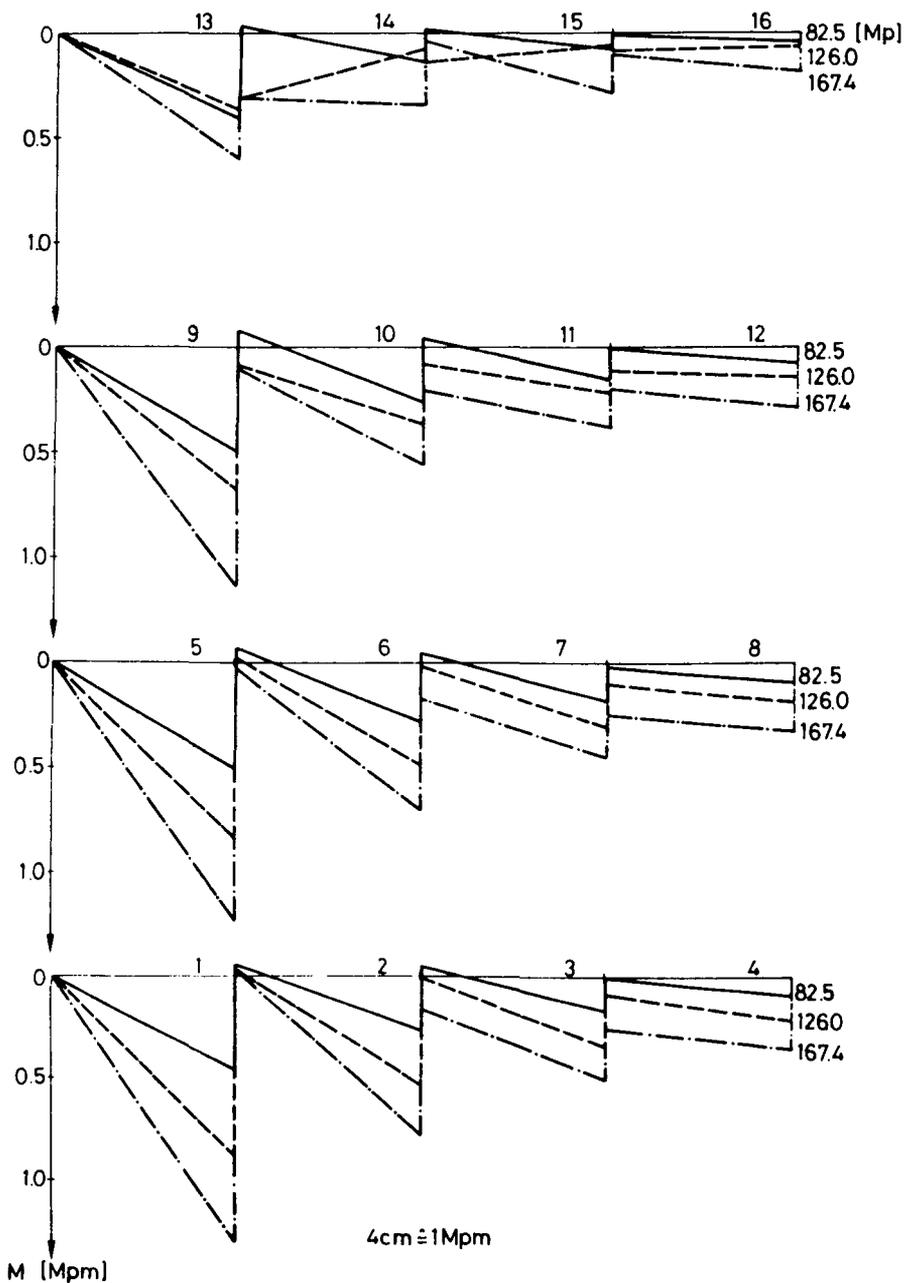


Bild 27 b: Längsmomente von Versuchswand 4
bei verschiedenen Laststufen



**Bild 28 : Quermomente von Versuchswand 4
bei verschiedenen Laststufen**



H/B=1.0 H/d=30 e/d=0.4

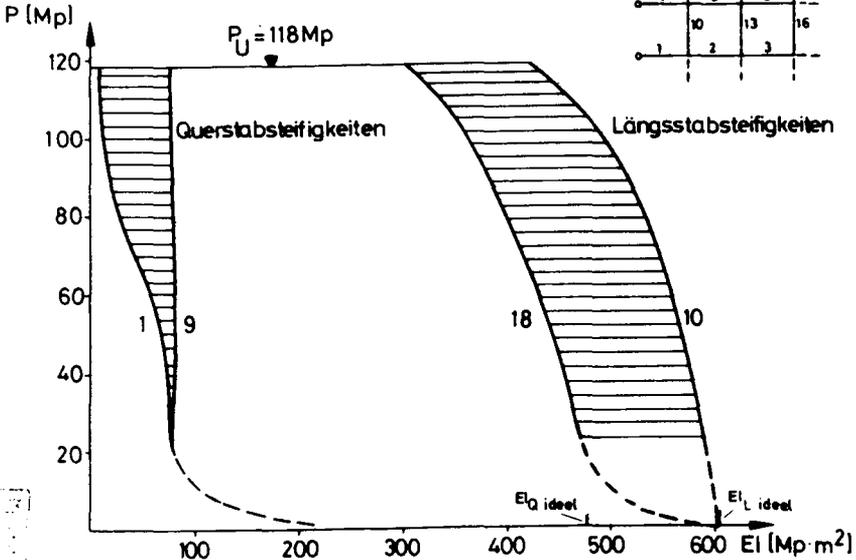
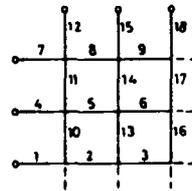


Bild 29a: Biegesteifigkeiten

$$EI_{ideal} = EI_{(Beton + Stahl)}$$

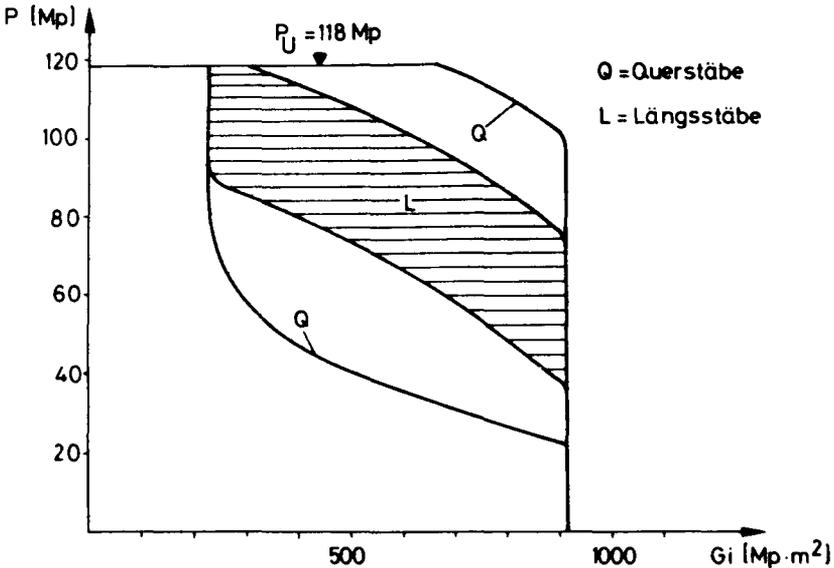
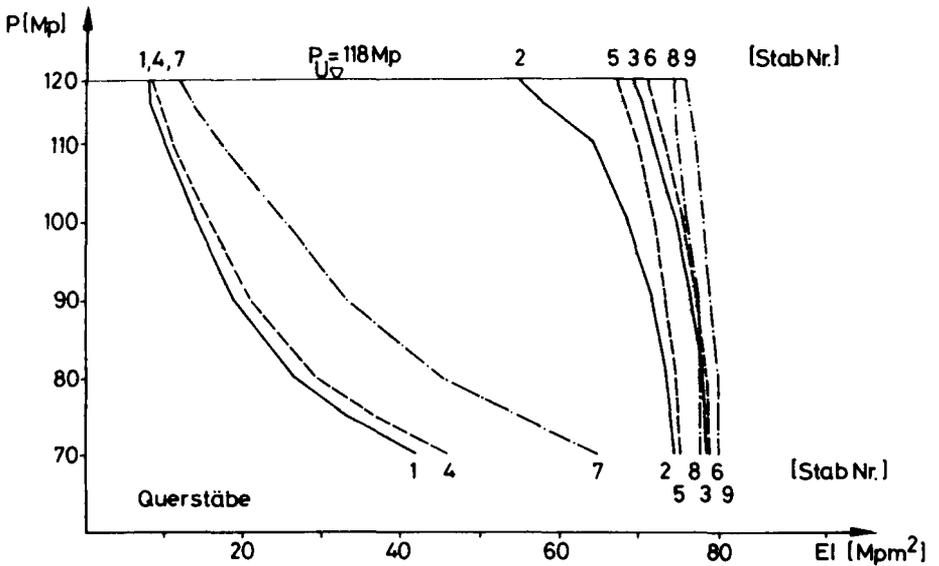
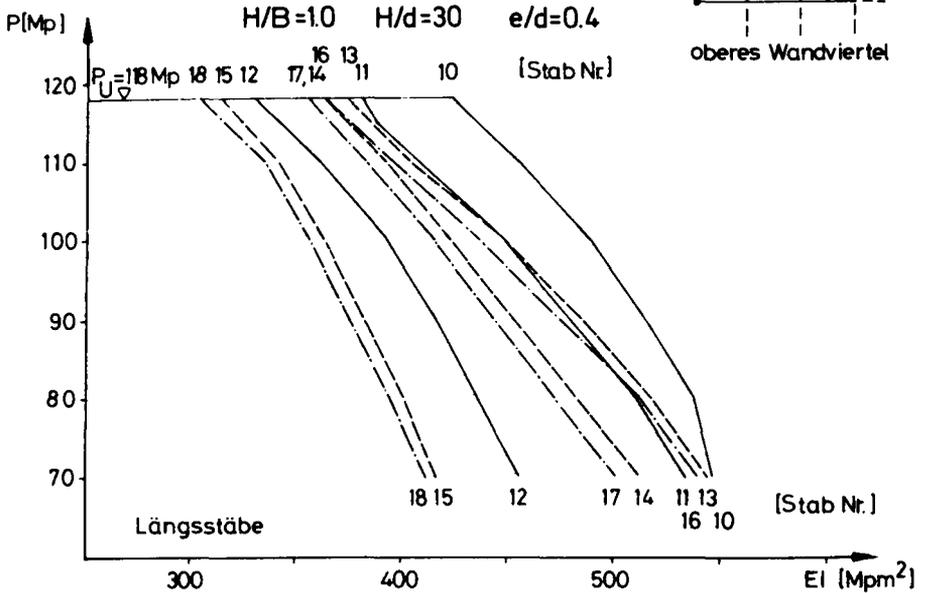
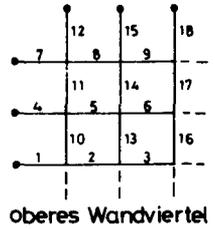
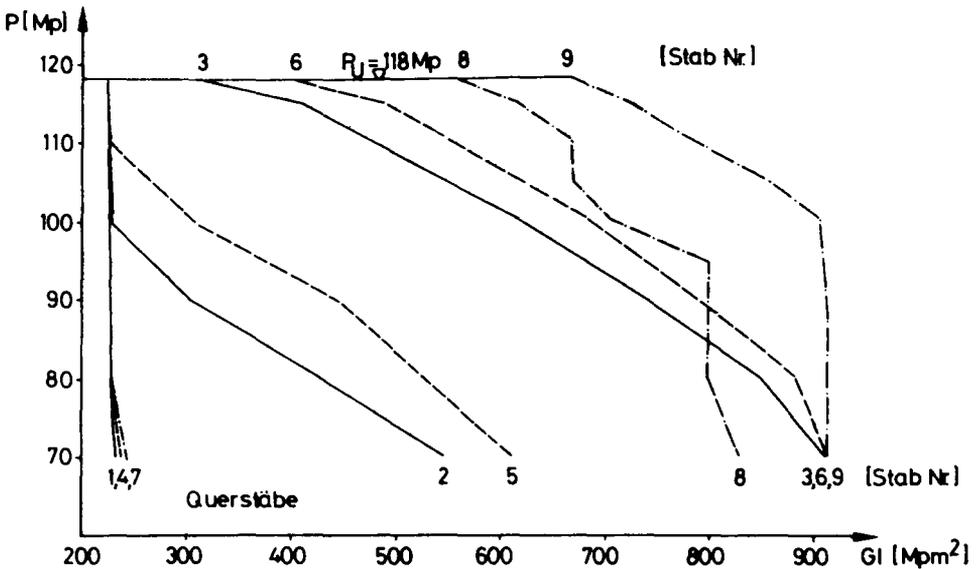
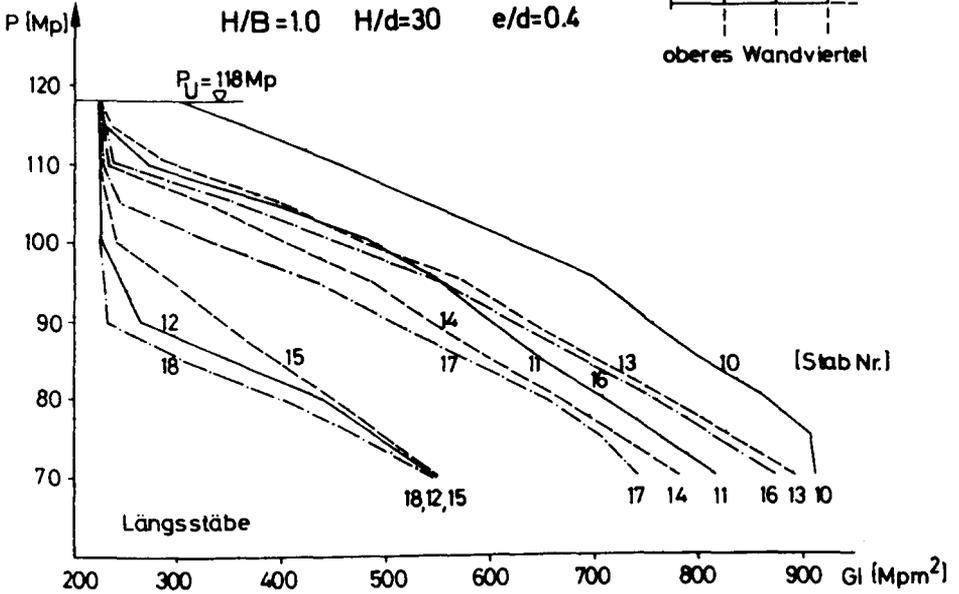
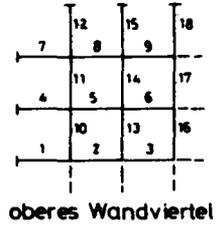


Bild 29 b: Torsionssteifigkeiten

**Bild 30: Wirksame Biegesteifigkeiten in
Abhängigkeit von der Last
(Bereich oberhalb der Gebrauchslast)**



**Bild 31 : Wirksame Torsionssteifigkeiten in
Abhängigkeit von der Last
(Bereich oberhalb der Gebrauchslast)**



Infolge einer nahezu gleichmäßigen Biegebeanspruchung in Längsrichtung sinken bei der hier gezeigten Wand alle Torsionssteifigkeiten in dieser Richtung auf den gemäß Bild 15 definierten Mindestwert, während die Torsionssteifigkeiten der Querstäbe unterschiedlich stark abfallen.

Der Steifigkeitsabfall beträgt - je nach Vorliegen von Stabilitäts- oder Materialversagen - bei den Querstäben 30 % bis 60 %, bei den Längsstäben 5 % bis 75 %.

Einen Überblick über die Verformungen von Wänden mit dem Verhältnis $H/B = 1,0$ gibt Tabelle 3. Sie zeigt bei Variation von Schlankheit und Ausmitte die Größe der zur Gebrauchs- und Traglast gehörenden Mittendurchbiegungen im Gebrauchs- und Traglastzustand

H/d	e/d	f_G [cm]	H/ f_G	f_U [cm]	H/ f_U
20	0,10	0,23	1288	1,01	297
30	0,10	0,43	1047	2,46	183
30	0,20	0,77	584	3,55	127
30	0,40	1,32	341	4,85	93
30	0,60	1,61	280	5,30	85
50	0,10	0,72	1042	3,34	225
50	0,40	1,70	441	13,50	56
50	0,60	2,40	312	14,10	53

Tabelle 3: Mittendurchbiegungen im Gebrauchs- und Traglastzustand
[d = 15 cm]

durchbiegungen als absolute sowie auf die Wandhöhe bezogene Werte (d = 15 cm). Im Mittel beträgt das Verhältnis der Mittendurchbiegungen im Traglast- und Gebrauchs- und Traglastzustand

$$f_U/f_G \sim 5,0.$$

Beim Vorliegen von Stabilitätsversagen kann dieser Wert auf 8,0 ansteigen.

4.2. Parameterstudien

4.2.1. Auswahl der Parameter

Die Anzahl der Parameter, die einen Einfluß auf das Trag- und Verformungsverhalten ausmittig belasteter Stahlbetonwände haben, ist relativ groß. Um wesentliche Einflüsse studieren zu können, wurden folgende Parameter variiert:

- a) die bezogene Schlankheit H/d
- b) die bezogene Ausmitte e/d
- c) das Verhältnis Quer- zu Längsbewehrung
- d) das Verhältnis Wandhöhe zu -breite

Die Rechnungen wurden größtenteils mit den Werten $\beta_R = 1750 \text{ Mp/m}^2$ für den Beton und $\beta_S = 42000 \text{ Mp/m}^2$ für den Stahl durchgeführt. Als mittleres Verhältnis Randabstand der Bewehrung zu Wanddicke wurde für die lotrechte und waagerechte Bewehrung vereinfachend $h'/d = 0,1$ angesetzt.

4.2.2. Einfluß der Schlankheit und Ausmitte auf die Traglasten

Bei den zunächst zu untersuchenden Parametern nach a) und b) wurden für die bezogenen Schlankheiten $H/d = 10, 30$ und 50 bei Variation der bezogenen Ausmitte ($e/d = 0,1; 0,2; 0,4$ und $0,6$) die Traglasten für allseitig gelenkig gelagerte Wände unter folgenden zusätzlichen Annahmen ermittelt:

$$H/B = 1,0 \quad \mu_L = \mu'_L = 0,8 \quad \mu_Q = \mu'_Q = 0,16$$

Das Verhältnis Quer- zu Längsbewehrung beträgt $1/5$ und entspricht somit der bisher bei Wänden üblichen Bewehrungsführung. Die auf

$$N_{\max} = (\beta_R + 2 \cdot \mu_L \cdot \beta_S) \cdot b \cdot d$$

bezogenen Traglasten sind in Bild 32 wiedergegeben; Scharparameter ist die bezogene Ausmitte e/d . Bei den kleineren Ausmitten macht sich der Traglastabfall infolge zunehmender Schlankheit deutlicher bemerkbar als bei den größeren Ausmitten. Die Gegenüberstellung der Traglasten, die das eine Mal am drillweichen, das andere Mal am drillsteifen Ersatzsystem ermittelt werden, zeigt den Einfluß der Torsionssteifigkeit.

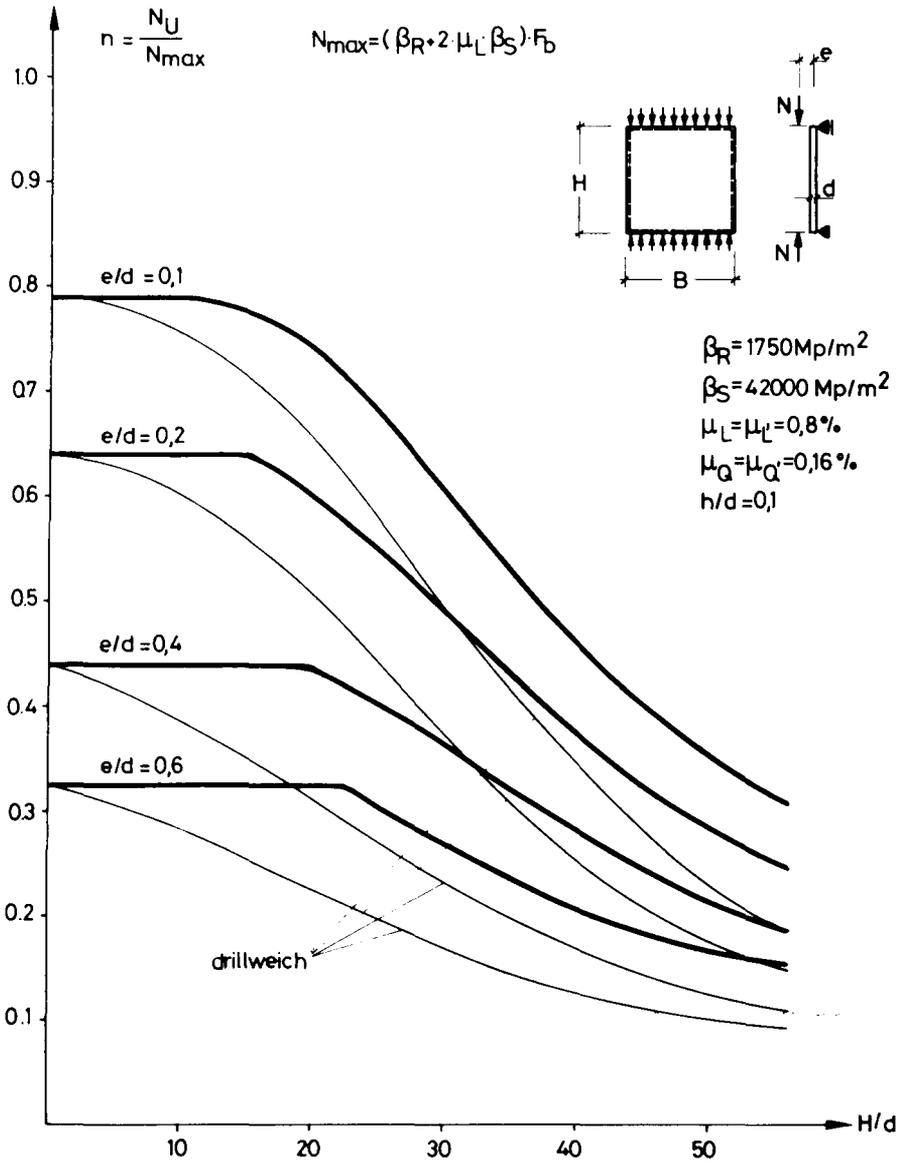


Bild 32 :

Bezogene Traglasten einer drillsteifen Stahlbetonwand
 in Abhängigkeit von Schlankheit und Ausmitte

4.2.3. Einfluß des Seitenverhältnisses H/B auf das Trag- und Verformungsverhalten

Untersuchungen an Wänden mit kleinen bis mittleren Schlankheiten zeigen sowohl für drillweiche als auch für drillsteife Systeme bei mittleren und großen Ausmitten eine ähnliche Tendenz. Wie den Bildern 33a und 33b zu entnehmen ist, liegt der maximale Traglastanstieg im Bereich $H/B = 0,5$ bis $1,0$.

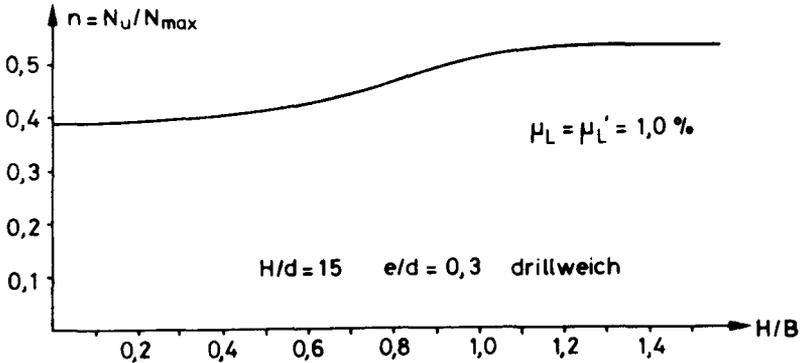


Bild 33a: Bezogene Traglasten in Abhängigkeit vom Verhältnis H/B für drillweiche Wände

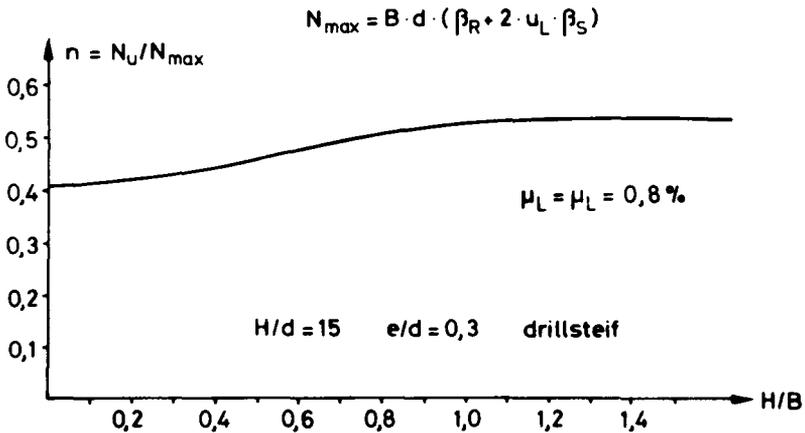


Bild 33b: Bezogene Traglasten in Abhängigkeit vom Verhältnis H/B für drillsteife Wände

Es zeigt sich, daß im o. g. Parameterbereich das Seitenverhältnis vom Wert $\alpha \geq 1,0$ keinen wesentlichen Einfluß mehr auf die Höhe der Traglasten hat. Für diese - in der Praxis häufig vorkommenden Fälle - scheint es möglich zu sein, die Traglastkurve in Abhängigkeit von H/B durch eine trilineare Beziehung zu vereinfachen, wobei der untere Grenzwert über die Traglast des Standardstabes, der obere aus der Querschnittstragfähigkeit zu ermitteln wäre (s. Bild 33c).

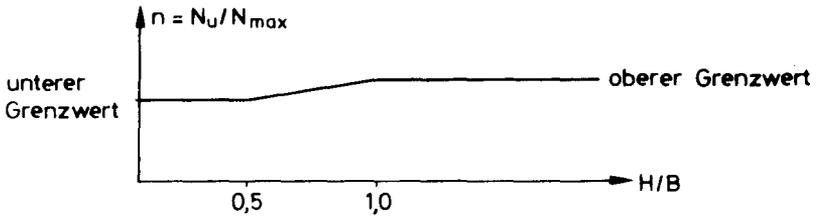


Bild 33c: Mögliche Linearisierung für die Traglastbeziehung nach den Bildern 33a und 33b

Eine Parameterstudie an drillsteifen Systemen mit den Werten $H/d = 30$ und $H/d = 60$ und den jeweiligen Ausmitten $e/d = 0,1$ und $e/d = 0,5$ macht jedoch deutlich, daß die oben gemachte Aussage bei großen Schlankheiten generell und bei mittleren Schlankheiten für kleine Ausmitten nicht mehr zutrifft. Es ist vielmehr eine kontinuierliche Zunahme der Traglast bis über $H/B = 1,5$ hinaus festzustellen (s. Bild 34).

Wenn auch über eine gewisse Grenze von H/B hinaus keine Traglaststeigerung mehr möglich ist, so unterscheiden sich doch die Schnittgrößen und Verformungen. Für $\alpha \geq 1,5$ ist der mehrwellige Verformungszustand maßgebend. In Bild 35 sind die Durchbiegungen des jeweils letzten errechneten Gleichgewichtszustandes vor der Traglast bei konstantem Verhältnis B/d für einige Seitenverhältnisse bei sonst gleichen Voraussetzungen

Bild 34 : Bezogene Traglasten in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis H/B

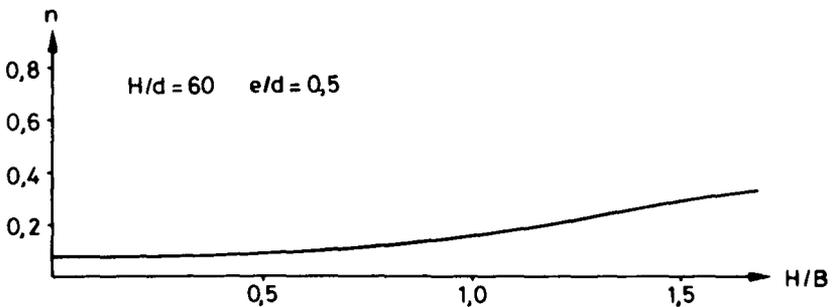
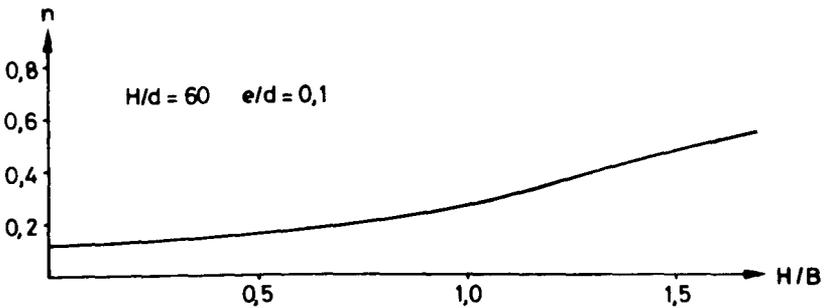
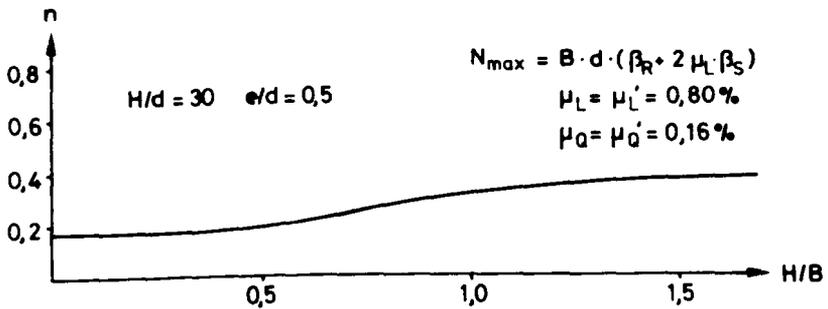
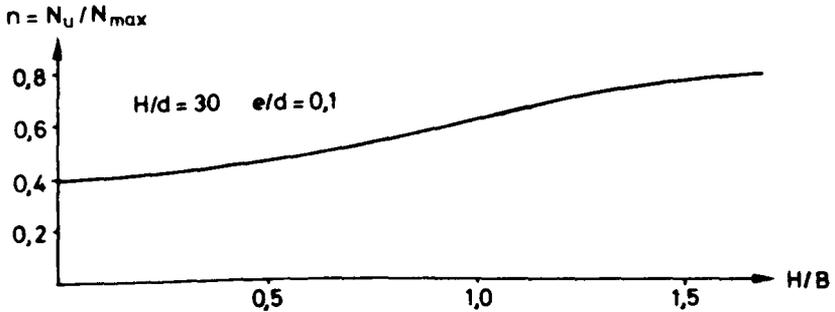
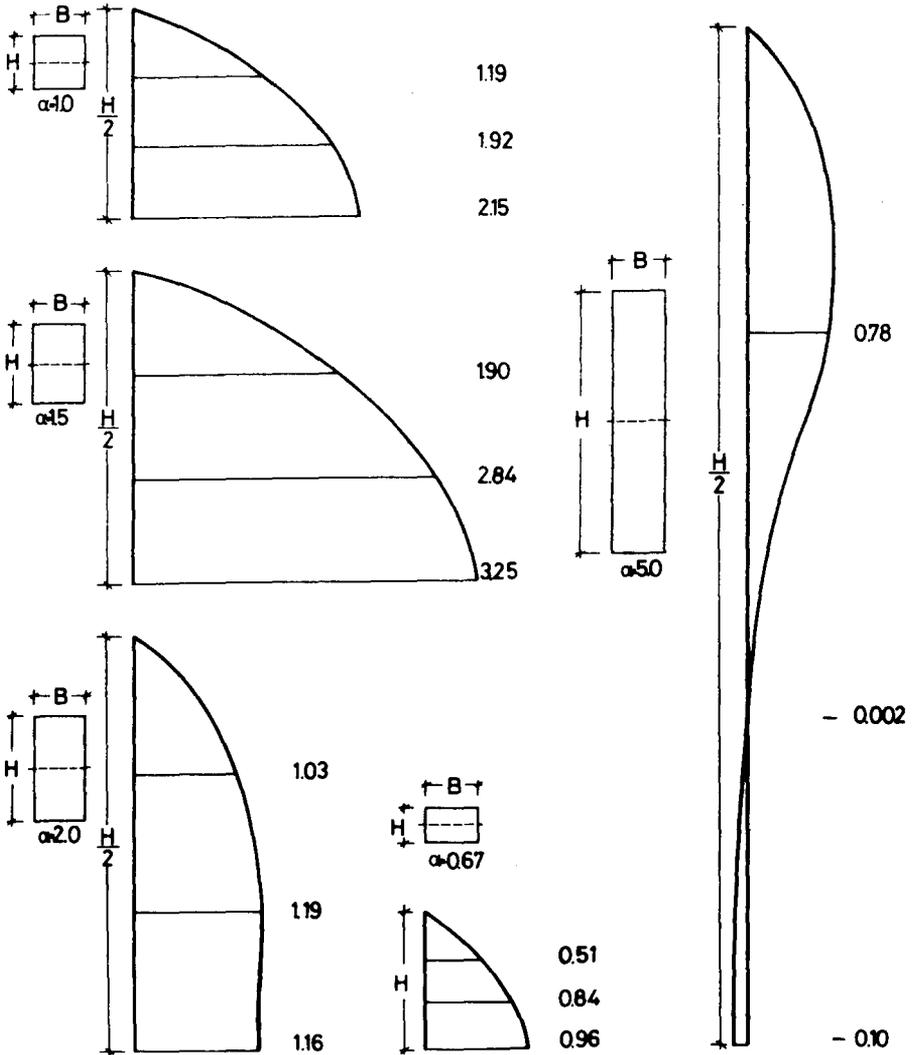


Bild 35:

Verformungen von ausmittig belasteten Stahlbetonwänden bei veränderlichem Seitenverhältnis $\alpha = H/B$ im Traglastzustand (cm)



$B/d = \text{const.} = 15$
 $d = \text{const.} = 20\text{cm}$

gen wiedergegeben. Der Maximalwert der Durchbiegungen ist bei dem Seitenverhältnis $\alpha = 1,5$ zu finden. Er beträgt bei kaum unterschiedlicher Traglast das 1,5-fache des Wertes bei $\alpha = 1,0$. Schon bei $\alpha = 2,0$ liegt der Maximalwert der Durchbiegungen nicht mehr in Wandmitte, sondern in den Drittelpunkten. Bei steigendem Verhältnis α verlagern sich die Maximalwerte der Durchbiegungen in den Bereich der Viertelpunkte. Gleichzeitig treten Durchbiegungen mit wechselndem Vorzeichen auf.

Während bei den Werten $\alpha = 0,50$ bis $\alpha \approx 1,0$ das Versagen zwischen Wandmitte und Viertelpunkt eintritt, ist bei größeren Verhältnissen von α das Einleitungsmoment maßgebend. Infolge der geringen Verformungen tritt bei $\alpha > 2,0$ kein Fließen in Querrichtung auf.

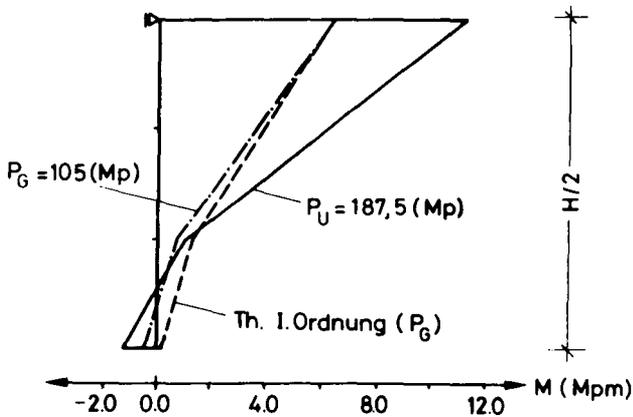


Bild 36: Längsmomentenverlauf in Wandmitte für $\alpha = 2,0$

Bild 36 zeigt die Längsmomente in Wandmitte für ein Seitenverhältnis $\alpha = 2,0$ im Gebrauchslast- und im Traglastzustand. In diesem Falle tritt unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung und eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens ein Umschlagen der Momente in den negativen Bereich auf.

4.2.4. Einfluß der Querbewehrung auf die Traglasten

Hier kann - bei Beschränkung auf das Seitenverhältnis $\alpha = 1,0$ - ein ähnlicher Sachverhalt wie bei der Untersuchung über den Einfluß des Seitenverhältnisses festgestellt werden. Bei kleinen bis mittleren Schlankheiten mit mittleren bis großen Ausmitten liegt der Bereich für eine spürbare Traglaststeigerung sowohl für drillweiche als auch für drillsteife Systeme etwa im Bereich $\mu_Q/\mu_L = 0,2$ bis $\mu_Q/\mu_L = 0,5$. Bild 37a zeigt die bezogenen Traglasten an drillweichen Wänden für $H/d = 15$ und $e/d = 0,3$.

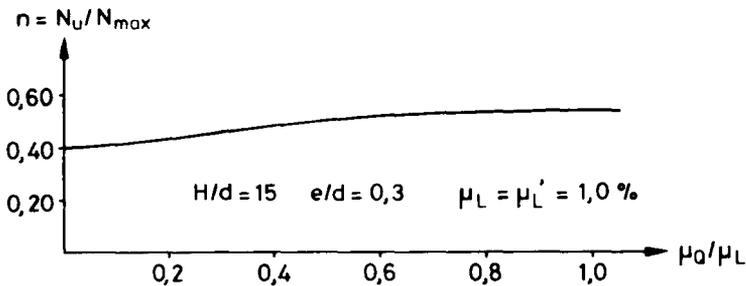


Bild 37a: Bezogene Traglasten in Abhängigkeit vom Verhältnis μ_Q/μ_L für kleine Schlankheiten

Eine Vergrößerung der Querbewehrung über $\mu_Q/\mu_L = 0,5$ bringt für diese Schlankheiten keine nennenswerte Traglaststeigerung mit sich.

Anders verhalten sich Wände mit mittleren bis großen Schlankheiten vor allem im Bereich kleiner Ausmitten. Da größtenteils reines Stabilitätsversagen vorliegt, ist mit wachsendem Querbewehrungsanteil eine kontinuierliche Traglaststeigerung festzustellen. Bild 37b zeigt die bezogenen Traglasten bei drillsteifen Wänden für $H/d = 50$ und $e/d = 0,1$.

Als Ergebnis dieser Untersuchungen kann festgestellt werden, daß sich für die erstgenannten Fälle bei einer durchschnittlichen Traglaststeigerung von 15 bis 20 % eine Erhöhung der Querbewehrung aus wirtschaftlichen Gründen kaum lohnt, daß es aber bei sehr schlanken Wänden bei zu erwartenden Traglaststeigerungen von $\sim 30\%$ in manchen Fällen sinnvoll sein kann, den Wert μ_Q/μ_L auf $1/3$ oder $1/2$ zu erhöhen.

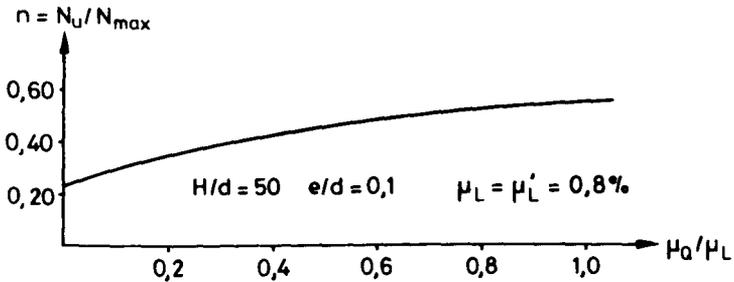


Bild 37b: Bezogene Traglasten in Abhängigkeit vom Verhältnis μ_Q / μ_L für große Schlankheiten

4.2.5. Vergleich "Ersatzstabverfahren - strenge Verfahren"

Eine im 5. Abschnitt vorgenommene Gegenüberstellung von Wandtraglasten, die

- a) nach genauen Berechnungsverfahren
- b) nach dem Ersatzstabverfahren und
- c) im Versuch

ermittelt wurden, zeigt, daß der Einfluß der vierseitigen Lagerung auf die Traglasten von Stahlbetonwänden bei weitem nicht so günstig ist, wie in [3] angenommen. Die mit den Parametern $H/B = 1,0$ und $\mu_L = \mu'_L = 0,8\%$ durchgeführte Untersuchung (Bild 46) macht deutlich, daß man bei Anwendung des Näherungsverfahrens nach DIN 1045 nur im Bereich kleiner Schlankheiten, d. h. $H/d < 20$ bei kleinen Ausmitten und $H/d < 30$ bei großen Ausmitten, auf der sicheren Seite liegt. Demgegenüber liegt man bei den großen Schlankheiten - und das trifft insbesondere den Bereich der häufig vorkommenden kleinen Ausmitten - weit auf der unsicheren Seite.

Der Verfasser hat aus diesem Grund weitere Untersuchungen mit anderen Parameterkombinationen - wie z. B. Seitenverhältnis und Bewehrungsgrad - durchgeführt, die einen umfassenden Vergleich "Näherungsverfahren - strenges Verfahren" ermöglichen:

Gewählte Parameter:

H/B:	1,0	0,75	0,5
e/d:	0,1		0,5
H/d:	20	40	60
$\mu_L = \mu_L'$:	0,2 %	0,8 %	3,0 %
$\mu_Q = \mu_Q' = 0,2 \cdot \mu_L$			

Als wichtigstes Ergebnis (s. auch die Bilder 47 und 48) kann festgestellt werden, daß auch bei Seitenverhältnissen $H/B \leq 1,0$ beachtenswerte Abweichungen zur unsicheren Seite festzustellen sind. Die oben angegebenen Grenzen für die Schlankheit verschieben sich auf die Werte $H/d = 10$ bzw. $H/d = 20$. Der Einfluß des Bewehrungsgrades auf die Größenordnung der Abweichungen in den Traglasten ist von untergeordneter Bedeutung. Schlußfolgerungen aus diesen Untersuchungen werden im 6. Abschnitt gezogen.

5. Eigene Versuche und deren Nachrechnung mit Gegenüberstellung der experimentellen und rechnerischen Ergebnisse

5.1. Überblick

Zur Bestätigung von rechnerisch ermittelten Traglasten wurden in den Jahren 1971 und 1972 am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig sechs Kurzzeitversuche an Stahlbetonwänden im Modellmaßstab 1 : 2,5 durchgeführt. Es wurden quadratische, vierseitig gelenkig gelagerte Wände mit orthogonalen Bewehrungsnetz unter einachsiger, ausmittiger Belastung geprüft. Variiert wurden Schlankheit und Ausmitte.

Ziel der Versuche war in erster Linie die Ermittlung von Traglasten unter Kurzzeitbelastung. Gleichzeitig sollte aber auch das allgemeine Tragverhalten bis zum Bruch unter Beobachtung des Ribbildes während der einzelnen Laststufen verfolgt werden.

5.2. Wahl der Versuchskörper

Da Versuche an mehrseitig gehaltenen Wänden infolge der hohen Lasten und der erforderlichen Stützkonstruktion zur Aufnahme der Horizontalkräfte sehr aufwendig sind, durften die Abmessungen der Versuchskörper nicht zu groß werden. Andererseits mußte jedoch beachtet werden, daß zu kleine Modellabmessungen unter Umständen die Aussagekraft der Versuchsergebnisse verringern.

Vorwiegend wurde bei der Planung auf ähnliche - an mittig belasteten, vierseitig gehaltenen Wänden gewonnenen - Erfahrungen an der Universität von Nebraska, U.S.A., zurückgegriffen [8]. Es wurden dort Wände mit einer Breite von 0,50 m, Höhen von 0,50 m und 1,00 m und mit Wanddicken zwischen 1,25 cm und 3,80 cm untersucht. Wegen der geringen

Wanddicken waren sie nur mittig mit Baustahlmatten bewehrt. Die Verfasser berichten über Schwierigkeiten bei der mittigen Lasteintragung und der gleichmäßigen Lastverteilung über die Querschnittsbreite der Wandscheiben trotz spezieller Vorkehrungen.

Um den Einfluß der Bewehrung auf das Trag- und Verformungsverhalten ausmittig beanspruchter Wände zu studieren, wurde in der Braunschweiger Versuchsreihe eine beidseitige Netzbewehrung angeordnet. Zum Simulieren des bisher bei Wänden üblichen Bewehrungsverhältnisses $\mu_L/\mu_Q = 5/1$ konnten insbesondere für die Querrichtung nur dünne Stäbe verwendet werden. Die kleinsten verfügbaren Stabdurchmesser bei Baustahlmatten von $\emptyset 3$ bis $\emptyset 5$ mm führten mit den einzuhaltenden Überdeckungsmaßen bei Berücksichtigung eines noch gut zu verarbeitenden Größtkornes für die Zuschläge zu einer Wanddicke von mindestens 5 cm. Um nicht unnötig hohe Lasten aufbringen zu müssen, wurde als oberes Maß für die Wanddicke $d = 7,5$ cm festgelegt.

Die übrigen Abmessungen wurden - bei Einhaltung mittlerer Schlankheitswerte - im wesentlichen von den versuchstechnischen Gegebenheiten bestimmt. Wegen der aus finanziellen Gründen geringen Anzahl der Versuchskörper wurde das gewählte Maß von 1,50 m für Wandhöhe und -breite konstant gehalten.

Die Abmessungen von 1,50 m führten bei den Wandstärken von 0,05 m bzw. 0,075 m zu einem Mode-Imaßstab von etwa 1 : 2,5, so daß erwartet werden kann, daß die Versuchsergebnisse durch den Maßstab nicht wesentlich verfälscht wurden. Modellmaßstäbe bis zum Verhältnis 1 : 4 gelten im Stahlbetonbau als noch hinreichend wirklichkeitsnah.

5.3. Abmessungen, Baustoffkennwerte und Bewehrung

Alle wichtigen Daten der Versuchskörper sind Tabelle 5 zu entnehmen. Mit der gewählten Höhe $H = 1,50$ m und den Wandstärken $d = 0,05$ m bzw. $0,075$ m ergeben sich bezogene Schlankheiten $H/d = 30$ bzw. $H/d = 20$, während die bezogenen Ausmitten im Bereich $e/d = 0,2 \div 0,8$ liegen.

Die Bewehrungsgehalte von Längs- und Querrichtung verhalten sich ungefähr wie 5 : 1. Die aus ausführungstechnischen Gründen geringeren Bewehrungsprozentätze im Versuch werden durch die höheren Streckgrenzen zum Teil wieder ausgeglichen.

5.4. Versuchsaufbau

Zur Einleitung von ausmittig angreifenden Lasten sind bewehrte Vouten erforderlich. Sie wurden - um die Steifigkeitsverhältnisse an den Wandrändern möglichst wenig zu verändern - klein gehalten und über die Wandbreite mehrmals durch Fugen unterteilt.

Die zunächst gewählte einfache Lastübertragung über einen IPB-Träger und 2 Stahlplatten mit zwischenliegendem Halbrund war nicht befriedigend, da die Last zum Teil ungleichmäßig über die Wandbreite eingeleitet wurde. Bei der daraufhin geänderten - aufwendigeren - Lasteinleitung über statisch bestimmt auf Rollen gelagerte IPB-Träger (s. Bild 38 und 39) konnte diesbezüglich nichts Nachteiliges festgestellt werden.

Während es bei den waagerechten Rändern recht einfach ist, eine gelenkige Lagerung - z. B. durch ein Halbrund - zu simulieren, erfordern die lotrechten Seitenränder einen relativ hohen Aufwand. Die Horizontalkräfte wurden bei diesen Versuchen durch eine Stahlhilfskonstruktion aus IPB-Trägern (s. Bild 38) aufgenommen.

An den Seitenrändern der Wand waren beidseitig 3 cm breite Blechstreifen einbetoniert. An diesen Stellen waren die Wände gelenkig zwischen den Flanschen zweier zusammengehaltener \square -Profile gelagert (s. Bild 40).

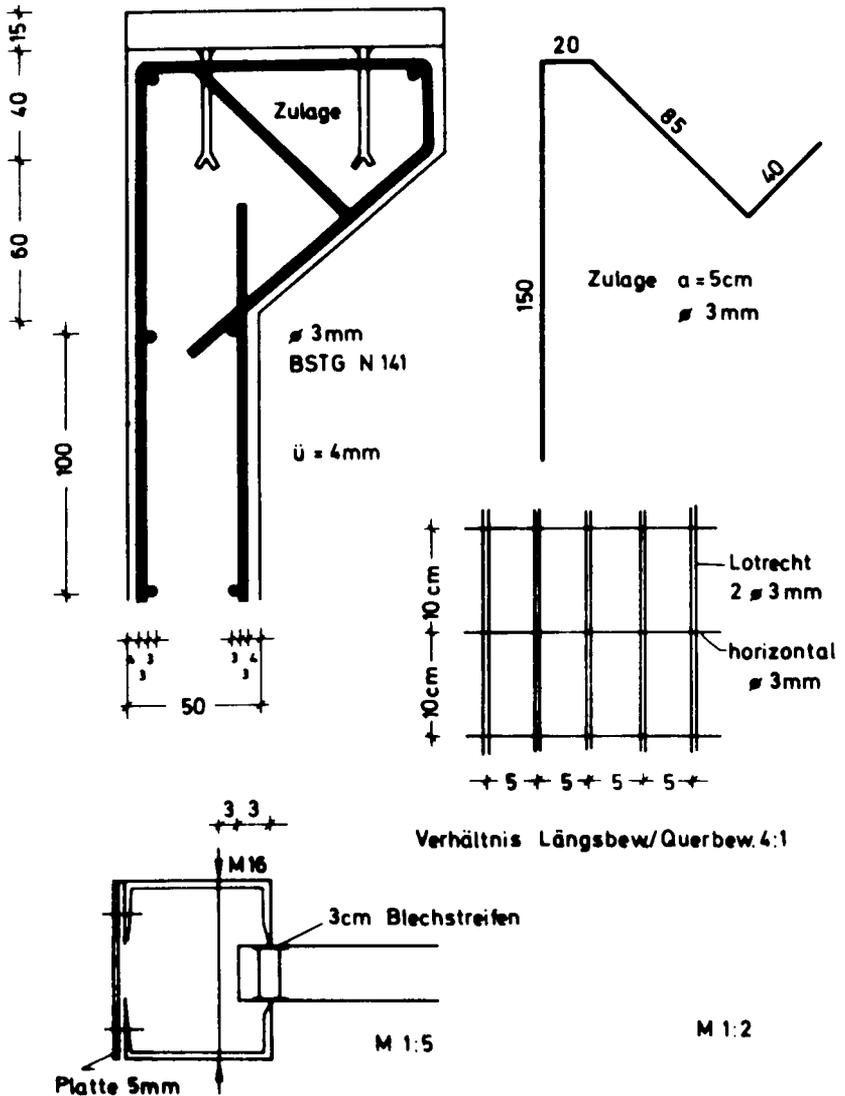
Wand Nr.	1	2	3	4	5	6
Würfelfestigkeit $\beta_{w \text{ vers}}$ [kp/cm ²]	342	286	286	319	248	312
Prismenfestigkeit $\beta_{p \text{ vers}}$ [kp/cm ²]	315	240	235	273	213	237
Biegezugfestigkeit nach 28 Tagen [kp/cm ²]	45	39	34	38	31	38
Spaltzugfestigkeit nach 28 Tagen [kp/cm ²]	30	22	17	24	15	15
E-Modul n. 28 Tagen [kp/cm ²]	267000	251000	252000	265000	269000	279000
Betonalter am Versuchstag	36	39	28	31	29	31
β_s längs [kp/cm ²]	7950	7950	7950	7950	5460	5460
β_s quer [kp/cm ²]	7950	7950	7950	7950	6640	6640
Längsbewehrung je Seite [%]	0,56	0,56	0,56	0,56	0,52	0,52
Querbewehrung je Seite [%]	0,14	0,14	0,14	0,14	0,11	0,11
Wanddicke [m]	0,050	0,050	0,050	0,050	0,075	0,075

Tabelle 5

Für die Wände mit der geringeren Schlankheit erwies sich die nach den Versuchen in [8] gewählte Konstruktion als etwas zu nachgiebig, wie die Durchbiegungen im Horizontalschnitt zeigten. Nachrechnungen mit entsprechend gewählten Vorverformungen und Steifigkeiten haben aber gezeigt, daß der Einfluß dieser geringen Nachgiebigkeit (i. M. 2 mm) auf die Traglasten - besonders im Hinblick auf andere, weniger gut erfaßbare Ungenauigkeiten - vernachlässigbar klein ist.

Bild 40:

Versuche zur Traglast ausmittig beanspruchter Stahlbetonwände



5.5. Meßergebnisse

Neben der Ermittlung von RiB- und Bruchlasten wurden folgende Größen zu jeder Laststufe gemessen.

- a) Durchbiegungen
- b) Endtangente neigungen
- c) Betondehnungen bzw. -stauchungen in 56 Punkten mittels Dehnmeßstreifen und Setzdehnmesser
- d) Stahldehnungen bzw. -stauchungen der Längs- und Querbewehrung mittels Setzdehnmesser

Von den umfangreichen Daten über diese experimentellen Untersuchungen sollen hier nur die wichtigsten Werte wiedergegeben werden.

Die RiB- und Traglasten der einzelnen Versuchswände sind in Tabelle 6 zusammengestellt. Dabei soll unter RiBlast jene Last verstanden werden, unter der der erste sichtbare RiB beobachtet wurde.

Wand	H/d	e/d	RiBlast Mp	Traglast	
				Mp	Mp/m
I	30	0,8	18	52	34,7
III	30	0,6	36	62	41,3
II	30	0,4	35	78	52,0
IV	30	0,2	56	140	93,3
V	20	0,6	54	85	56,7
VI	20	0,3	90	176	117,2

Tabelle 6: RiB- und Traglasten

Als Traglast wurde die Höchstlast definiert.

Um die Versuchswerte Traglastdiagrammen zuordnen zu können, werden die Traglasten unter Berücksichtigung der am Versuchstage ermittelten Baustoffkennwerte (s. Tabelle 5) auf ihren jeweiligen Maximalwert N_{max} ohne Ausmitten- und Schlankheitseinfluß bezogen (s. Tabelle 7).

$$N_{max} = (\beta_p + 2 \mu_s \cdot \beta_s) b d$$

Wand	N_{\max} [Mp]	N_U/N_{\max}	σ_U [kp/cm ²]
I	303,0	0,179	58,2
III	243,0	0,255	86,7
II	246,7	0,316	107,2
IV	271,5	0,515	175,0
V	303,5	0,280	85,9
VI	330,6	0,532	163,0

Tabelle 7: Auf N_{\max} bezogene Traglasten bzw. Traglastspannung

Für den anschließenden Vergleich mit Versuchsnachrechnungen werden in den Bildern 41, 42 und 43 die Lastdurchbiegungsbeziehungen in Wandmitte für die Versuchswände I bis VI wiedergegeben (s. Seite 73 - 75).

5.6. Versuchsnachrechnungen

Die Auswertung der Versuche an mittig belasteten Stahlbetonwänden in [8] hat gezeigt, daß bei Berechnungen von Wänden durchaus größere Abweichungen in Kauf genommen werden müssen als bei den in statischer Hinsicht wesentlich einfacheren Stützen. Neben einer unter Umständen größeren Streuung der Baustoffwerte muß mit einem Abweichen in der Lage der Bewehrung in beiden Ebenen und Richtungen gerechnet werden. Die Einleitung der ausmittigen Linienlast kann weitere Genauigkeitsprobleme mit sich bringen.

Die folgenden Nachrechnungen der Versuchswände wurden mit mittleren Baustoffkennwerten durchgeführt, die am Versuchstag ermittelt wurden. Als Rechenfestigkeit β_R wurde die Prismenfestigkeit angesetzt. Alle Querschnittswerte entsprechen den bei der Ausführung kontrollierten Maßen der Versuchswände

Bild 41 a,b : Durchbiegung in Feldmitte

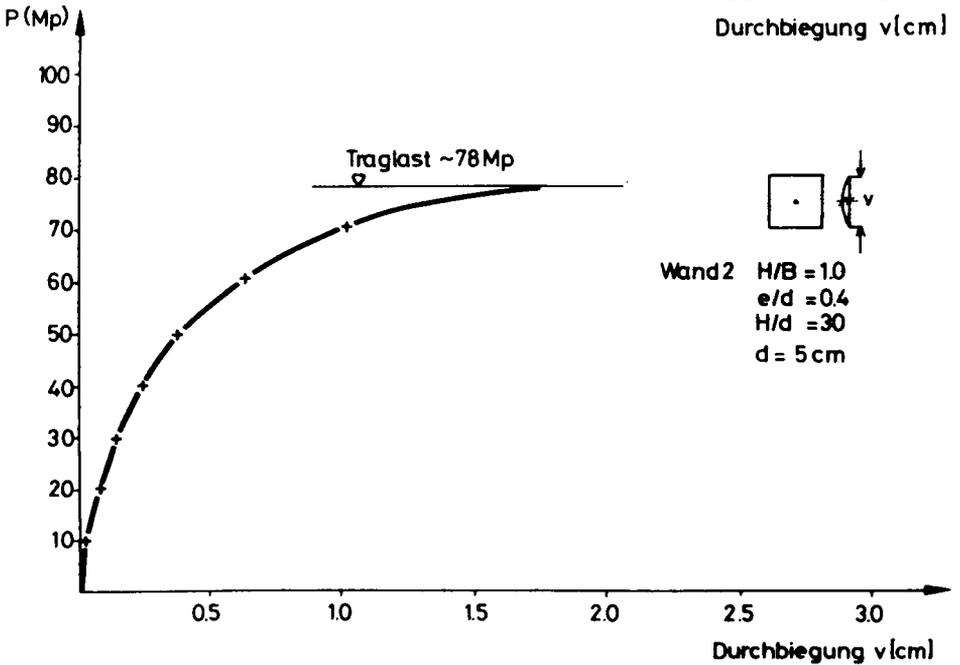
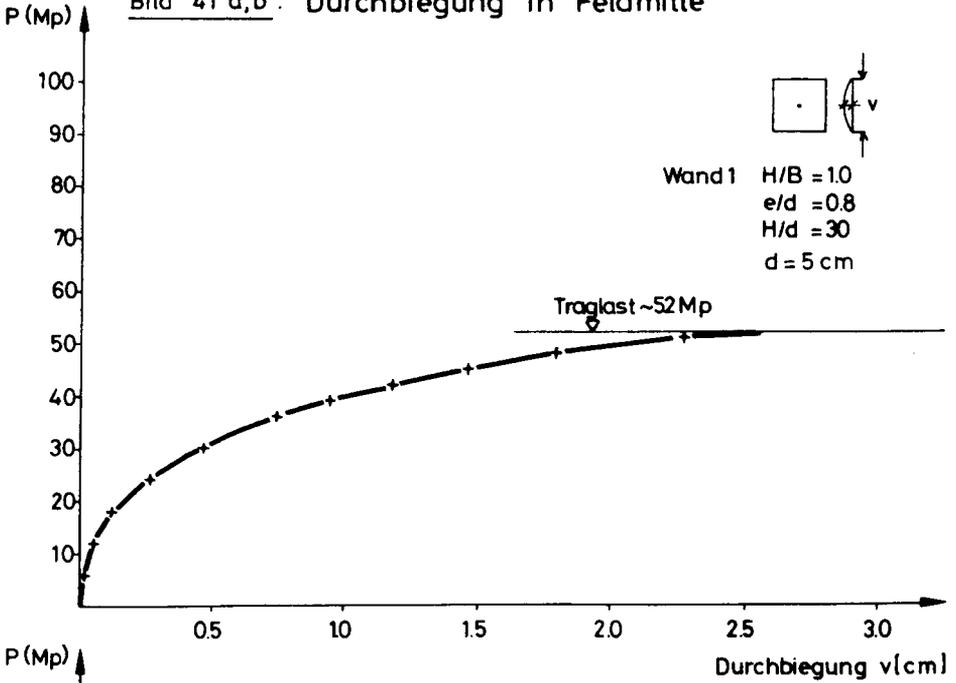


Bild 42 a,b: Durchbiegung in Feldmitte

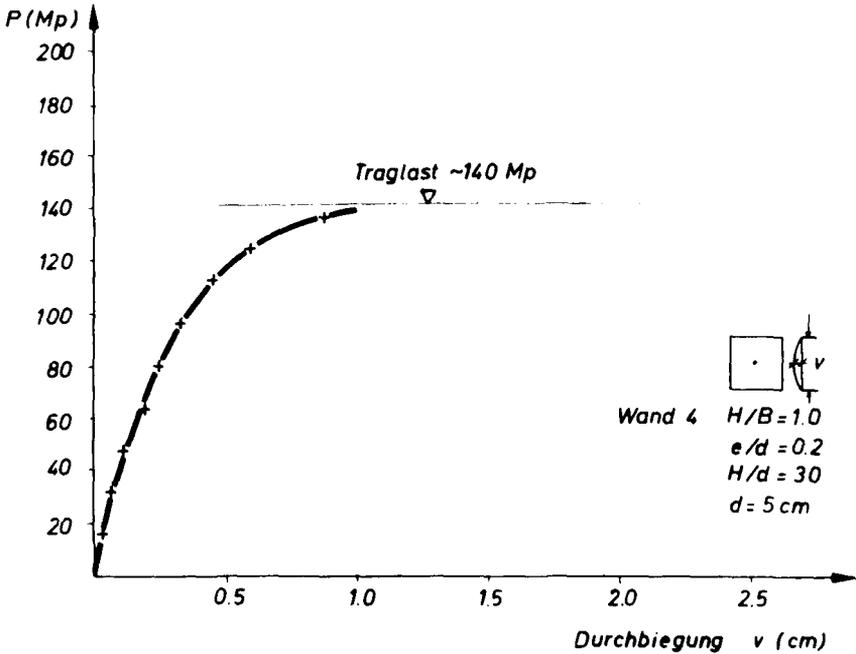
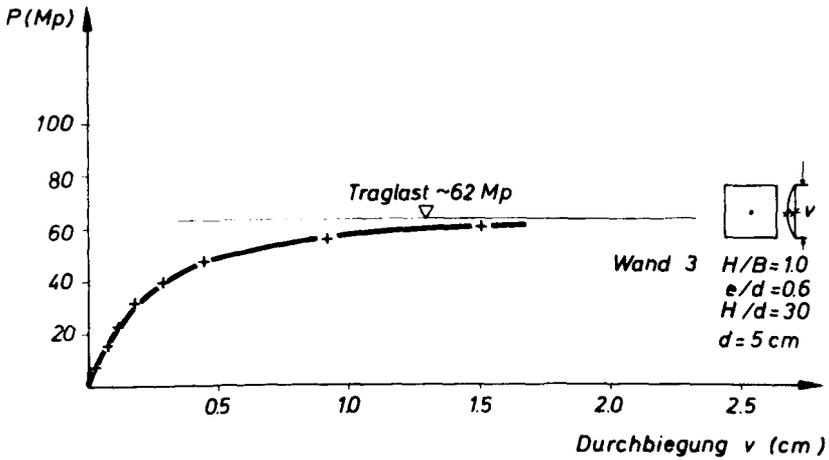
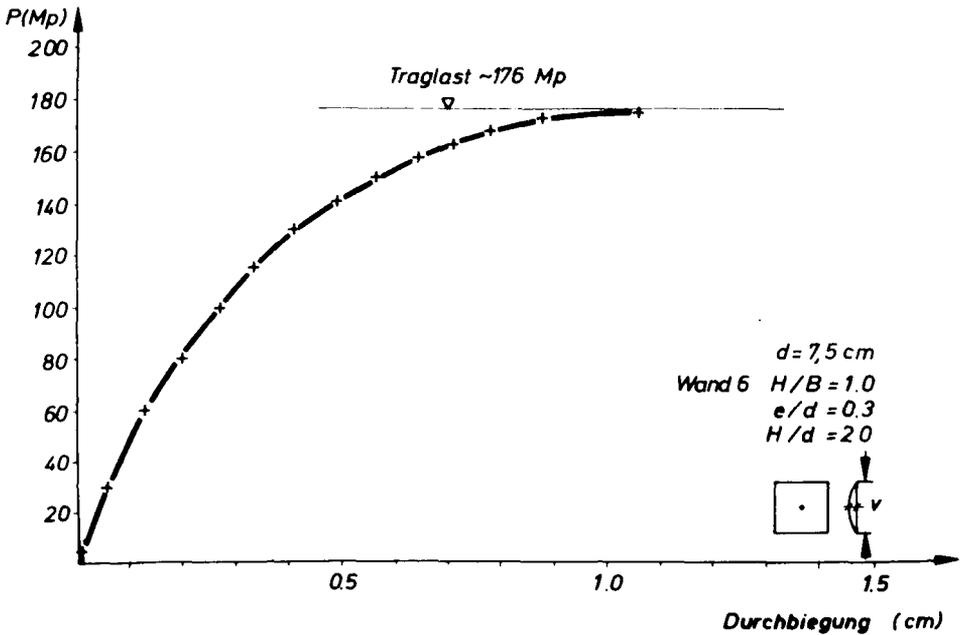
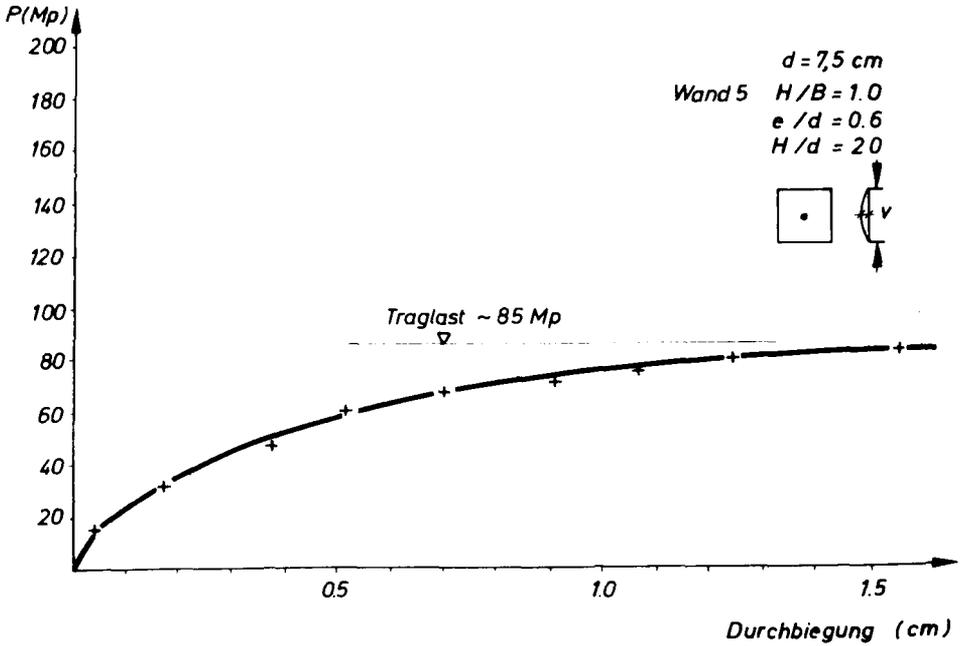


Bild 43 a,b : Durchbiegung in Feldmitte



Zunächst wurde untersucht, welchen Einfluß die konstruktiven Maßnahmen zur Lasteinleitung und zur vierseitigen Lagerung auf die rechnerische Traglastermittlung haben und wie sie gegebenenfalls zu berücksichtigen sind.

Die zur ausmittigen Lasteintragung erforderliche Kopfausbildung mit Stahlplatte und Halbrund erhöht die Steifigkeiten in Längs- und - trotz Unterteilung durch Fugen - auch in Querrichtung. Berechnungen mit entsprechend eingeführten Steifigkeiten zeigten, daß die Systeme anfangs etwas steifer sind und geringere Verformungen zeigen, die Traglasten jedoch nur unwesentlich höher liegen. Die geringfügige Nachgiebigkeit der Seitenränder hat bei Wahl eines entsprechenden statischen Systems größere Verformungen zur Folge. Später eintretende Momentenlagerungen führen aber dazu, daß die Traglasten kaum geringer sind als bei Systemen mit starrer Stützung. Diese Voruntersuchungen haben es ermöglicht, bei den weiteren Berechnungen auf eine Berücksichtigung beider Einflüsse zu verzichten.

Versuchsnachrechnungen mit einem drillweichen Trägerrost haben gezeigt, daß zwischen den versuchsmäßig und den rechnerisch ermittelten Last-Verformungsbeziehungen erhebliche Abweichungen bestehen. Gegenüber der Rechnung ergaben sich im Versuch wesentlich höhere Traglasten bei kleineren Verformungen. Unbefriedigend bezüglich des Verformungsverhaltens waren auch die Nachrechnungen mit konstant gehaltenen minimalen bzw. mittleren Torsionssteifigkeiten, obwohl eine spürbare Traglaststeigerung gegenüber dem drillweichen Ansatz zu verzeichnen war.

Wie schon unter Abschnitt 2.5 beschrieben, wurde daher die Torsionssteifigkeit der einzelnen Stäbe im Zustand II von der Biegebeanspruchung abhängig gemacht. Die Versuche wurden mit verschiedenen - innerhalb der vorgegebenen Bandbreite liegenden - Annahmen über den Abfall der Torsionssteifigkeit nachgerechnet.

Bild 44 zeigt die lastabhängigen Durchbiegungen der Versuchswände 2 und 3 in Wandmitte. Die Torsionssteifigkeiten der Versuchswand 2 wurden nach den Annahmen (2) und (4) des Bildes 15 ermittelt.

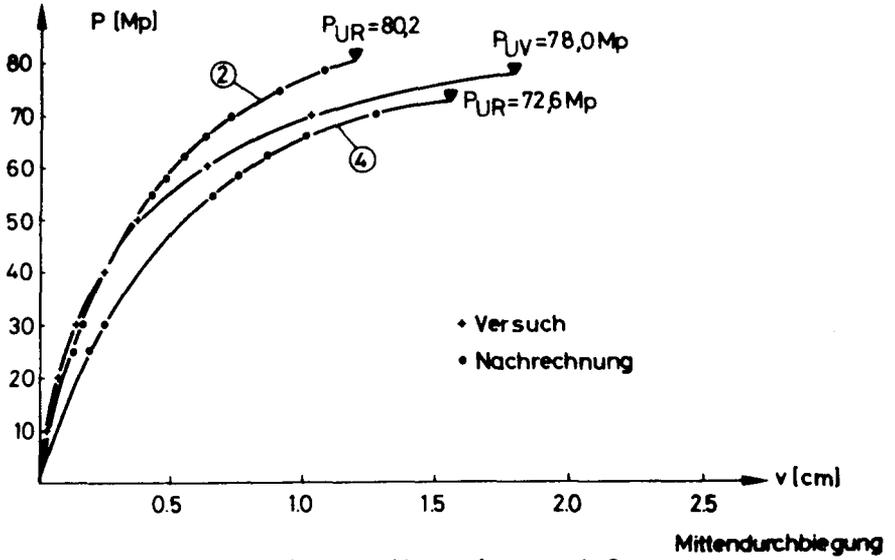


Bild 44 a : Nachrechnung Versuchswand 2

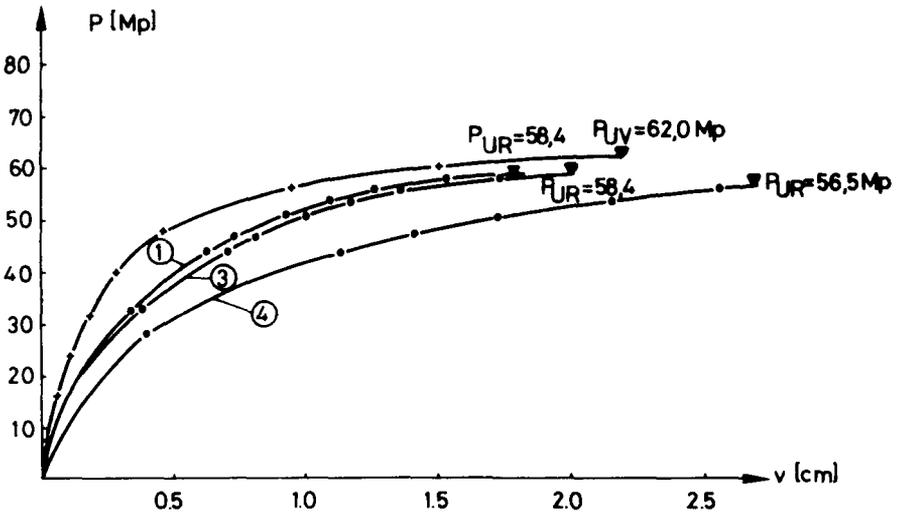


Bild 44 b : Nachrechnungen Versuchswand 3

①, ② ... Annahmen gemäß Bild 15

Bild 45 a : Nachrechnung Versuchswand 4

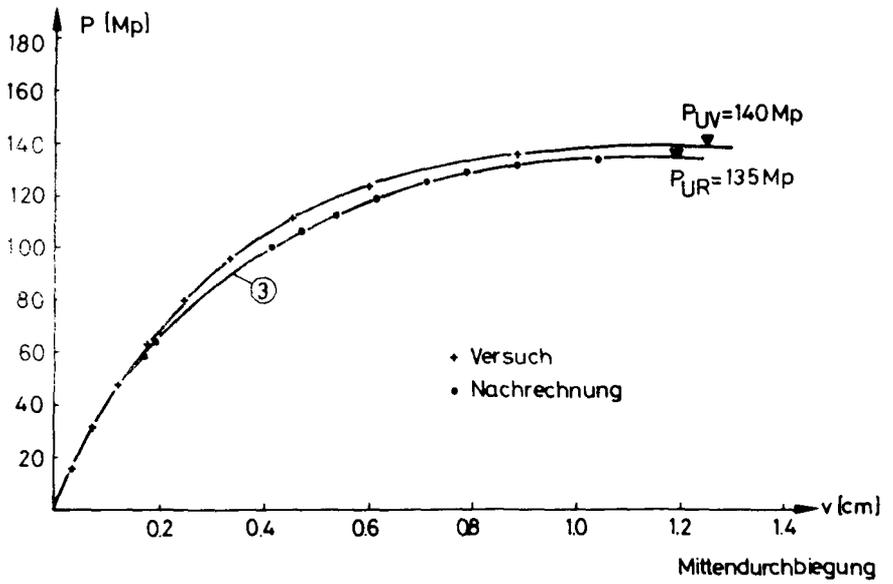
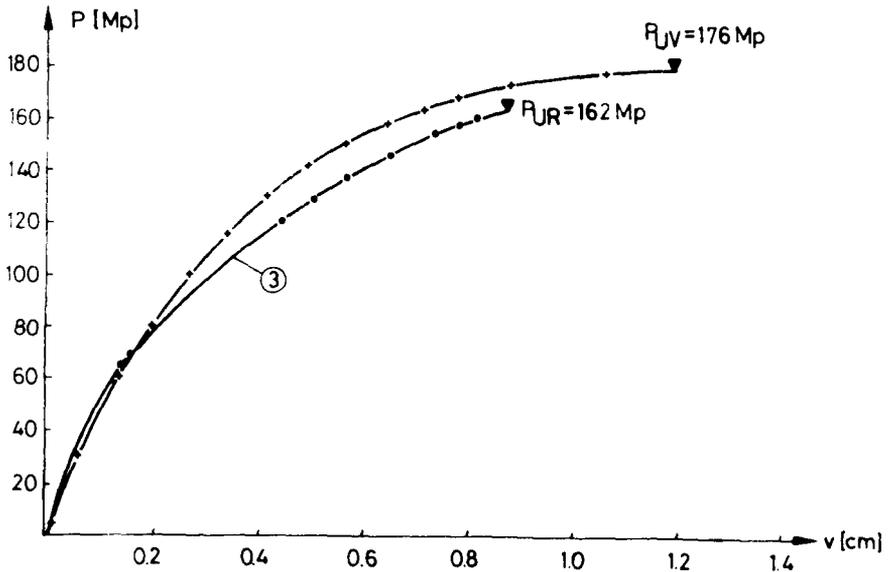


Bild 45 b : Nachrechnung Versuchswand 6



③ gemäß Bild 15

Die Abweichungen bei der Maximalverformung im Traglastzustand betragen - 29 % bzw. - 14 %, die Unterschiede in den Traglasten - 3 % bzw. - 7 %.

Die Last-Verformungsbeziehungen der Versuchswand 3 wurden mit den Funktionen ①, ③ und ④ des Bildes 15 nachgerechnet (s. Bild 44 b). Der Unterschied in den Traglasten beträgt bei ① und ③ - 7 %, bei ④ - 11 %.

Das Verformungsverhalten wird mit einer Annahme über den Verlauf der Drillsteifigkeit in Abhängigkeit von der Biegebeanspruchung gemäß ③ in Bild 15 im allgemeinen recht gut erfaßt.

Weitere Nachrechnungen mit der Funktion ③ für die Wände 4 und 6 zeigt Bild 45. Bei Wand 4 betragen die Abweichungen - 5 % bei der Verformung und - 4 % bei der Traglast, bei Wand 6 entsprechend - 27 % und - 8 %.

5.7. Vergleich der rechnerischen Traglasten mit den Ergebnissen anderer Methoden und mit den Versuchsergebnissen

In Bild 46 sind von Schlankheit und Ausmitte abhängige Traglasten von Stahlbetonwänden wiedergegeben. Es wurden die Ergebnisse eigener Versuche den Werten - ermittelt mit eigenen und fremden Berechnungsverfahren - gegenübergestellt.

Die von Wiegand/Uhlisch ermittelten Traglasten [22] sind mit gestrichelten Linien dargestellt. Wie schon unter 1.4 erläutert, werden in [22] die Drillsteifigkeiten nach der Beziehung

$$\text{Drill} = \alpha \sqrt{EI_L \cdot EI_Q}$$

Index L = Längsrichtung

Index Q = Querrichtung

ermittelt. Die Berechnung der zugehörigen Biegesteifigkeiten EI_L und EI_Q im Zustand II erfolgt mit mittleren Ersatzbiegesteifigkeiten. Die etwas zu weit auf der sicheren Seite liegenden Traglasten bei den großen

Schlankheiten sind vermutlich auf den zu niedrig gewählten Beiwert $\alpha = 0,6$ zurückzuführen.

Die Traglasten, die sich nach den bisher üblichen Berechnungsmethoden mit Hilfe des Ersatzstabverfahrens ergeben, sind mit dünnen Linien in Bild 46 eingezeichnet. Ein genauer Vergleich kann nicht gezogen werden, da beim Ersatzstabverfahren die Wand bei der Ermittlung der Knicklänge als homogener, isotroper Körper angesehen wird und somit eine unterschiedliche Bewehrung in Längs- und Querrichtung nicht berücksichtigt werden kann.

Es ist festzustellen, daß die nach dem Ersatzstabverfahren ermittelten Traglasten bei kleinen Schlankheiten den nach den genaueren Verfahren ermittelten Werten in etwa entsprechen, jedoch bei mittleren und großen Schlankheiten zum Teil Abweichungen von 15 % bis 50 % auf der unsicheren Seite ergeben. Wegen der großen praktischen Bedeutung dieser Feststellungen wird in Abschnitt 6 hierauf noch näher eingegangen.

Die experimentell ermittelten Werte sind bei den Schlankheiten $H/d = 20$ und $H/d = 30$ durch Kreuze gekennzeichnet. Vier der sechs Versuchswerte stimmen gut mit den Ergebnissen nach den hier geschilderten Verfahren überein. Bei den Wänden 2 und 5 ergeben die Versuche ≈ 12 % niedrigere Traglasten.

Die Abweichungen sind zum Teil auf den Unterschied zwischen Rechenmodell und Versuchswand zurückzuführen. Bei den oben genannten Differenzen für Wand 5 spielen darüber hinaus vermutlich unterschiedlich hohe - über die Wandbreite verteilte - Betonfestigkeiten eine Rolle; bei Wand 2 führten eine ungleichmäßige Lasteintragung und zu groß gewählte Laststufen zu einer niedrigeren Traglast. Die hier rechnerisch ermittelten Traglasten entsprechen bis auf eine Ausnahme besser den Versuchswerten als die Rechenwerte nach [22].

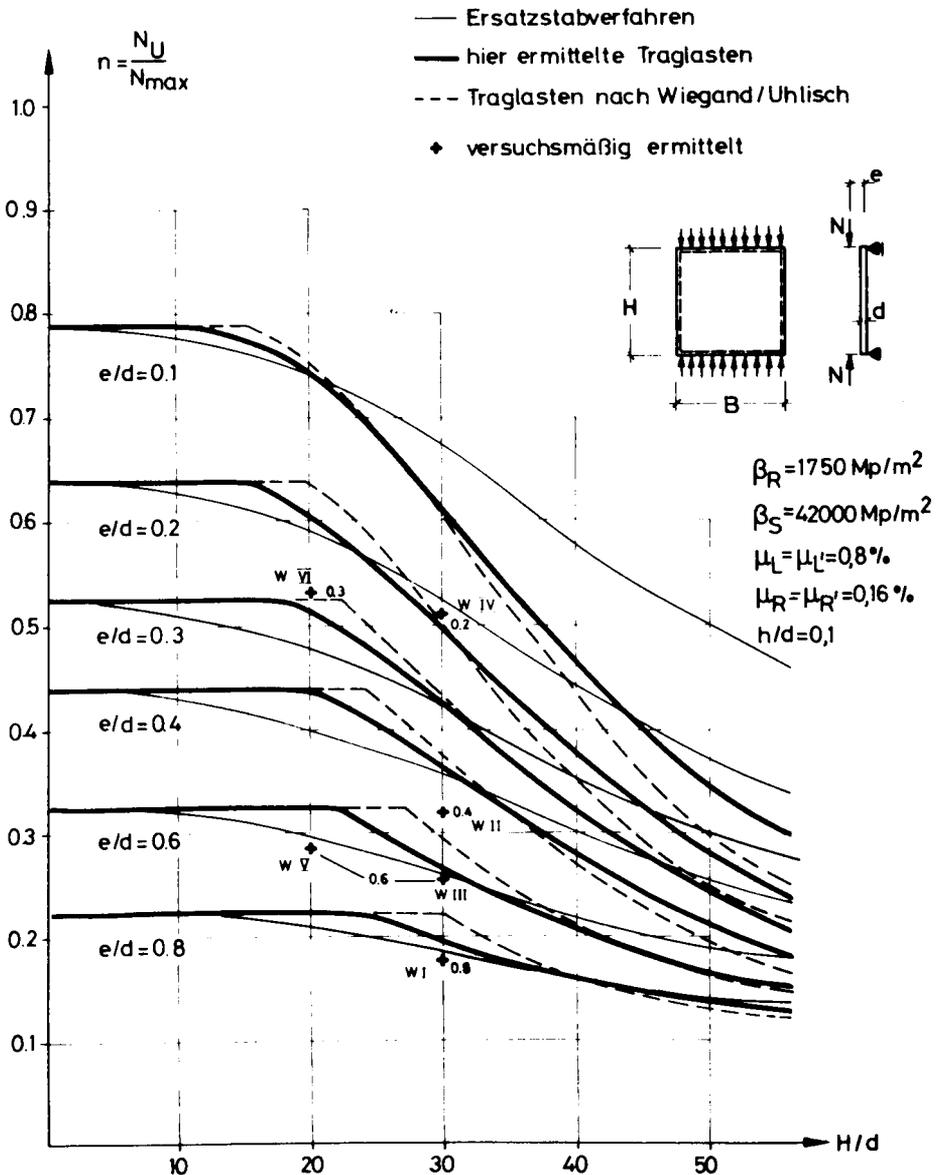


Bild 46 :

Bezogene Traglasten einer allseitig gelenkig gelagerten Stahlbetonwand nach verschiedenen Berechnungsverfahren im Vergleich zu versuchsmäßig ermittelten Werten

6. Schlußfolgerungen mit Vorschlägen für eine Verbesserung des jetzigen Bemessungsweges für vierseitig gehaltene Stahlbetonwände in DIN 1045

Wenn auch noch Versuchsergebnisse im Bereich großer Schlankheiten fehlen, so erscheint es aufgrund der hier durchgeführten Untersuchungen angebracht, die in [3] angegebenen Formeln zur Ermittlung der Knicklängenbeiwerte β für vierseitig gehaltene Wände zu modifizieren. Neben dem Seitenverhältnis H/B sollten auch Schlankheit und Ausmitte berücksichtigt werden.

Es werden folgende Formeln für die Ermittlung des Knicklängenbeiwertes bei vierseitig gelagerten Wänden vorgeschlagen:

$H \leq B$:

$$\beta = A \cdot H/d \cdot (90 - H/d)/1400 \cdot (1 - 0,15 \cdot e/d)$$

$$A = \frac{1}{1 + (H/B)^2 + (1 - H/B) \cdot A'}$$

$$A' = \frac{H/d (90 - H/d) - 1600}{600}$$

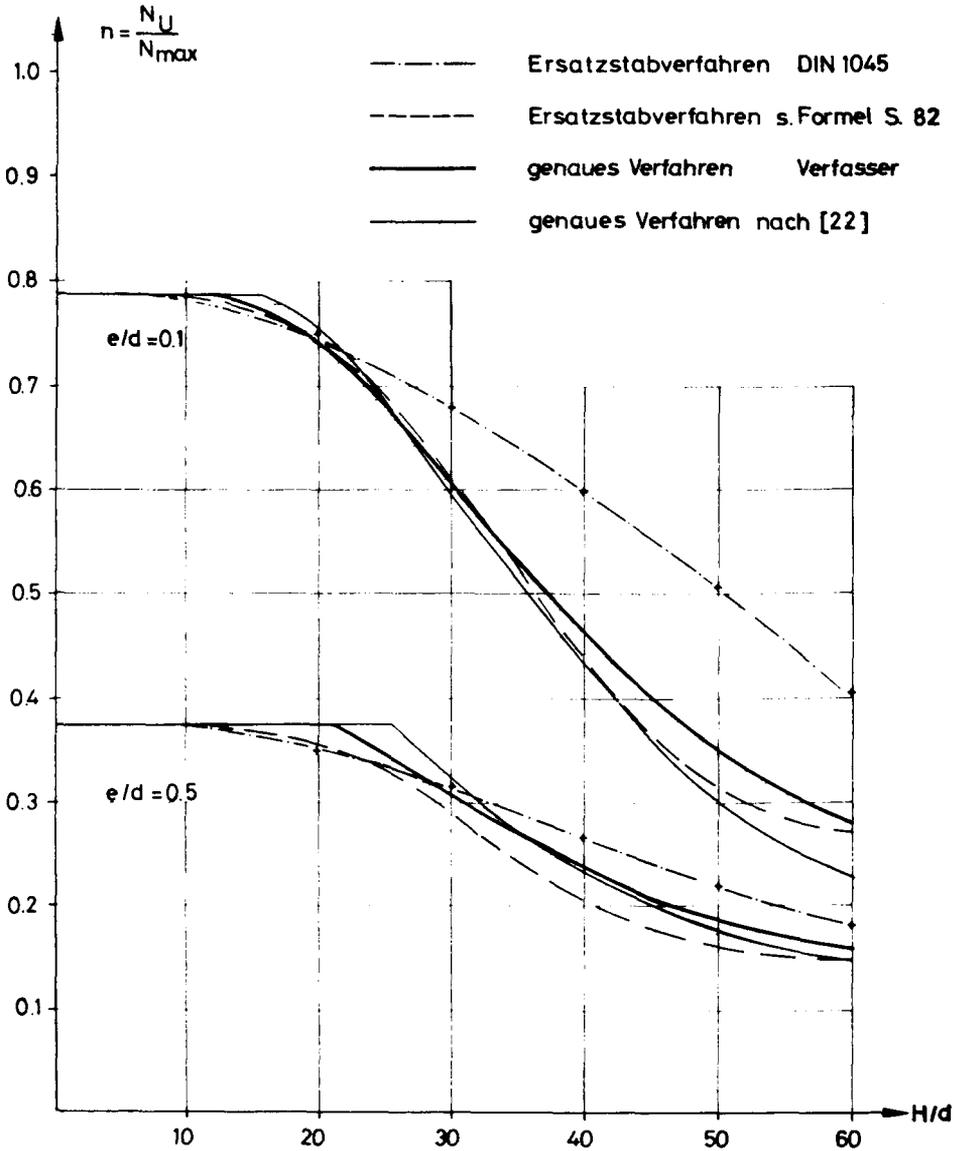
$H > B$:

$$\beta = \frac{B}{2 \cdot H} \cdot \frac{H/d \cdot (90 - H/d)}{1400} \cdot (1 - 0,15 \cdot e/d)$$

Die Anwendung wird begrenzt auf den Bereich $H/d < 60$ und $e/d < 0,5$.
Für Schlankheitswerte $H/d < 20$ wird ein Rechenwert von $H/d = 20$ in die Formel eingesetzt.

Bild 47: Wandtraglasten

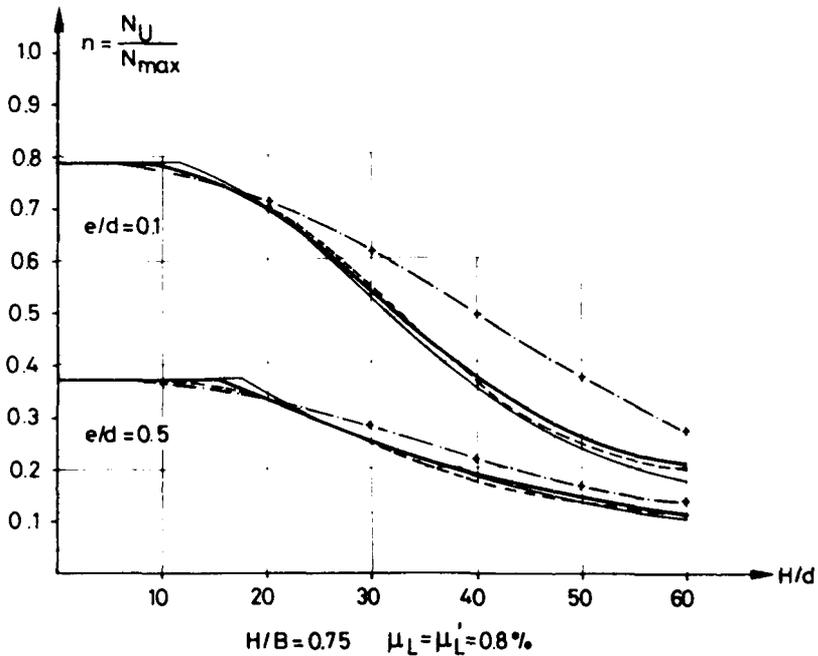
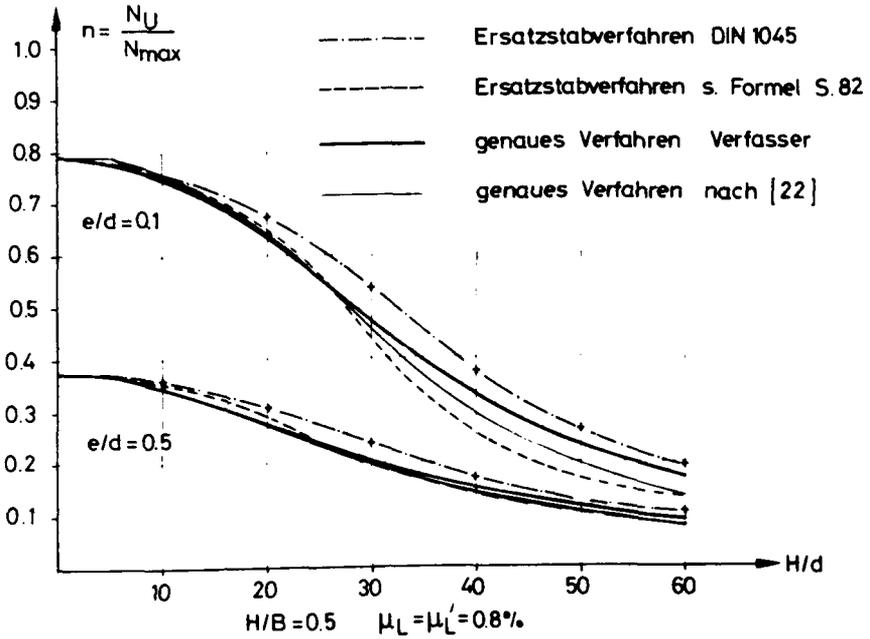
Vergleich: Näherungsverfahren - strenge Lösungen



H/B = 1.0 $\mu'_L = \mu''_L = 0,8\%$

Bild 48: Wandtraglasten

Vergleich: Näherungsverfahren - strenge Lösungen



Die Bilder 47 und 48 zeigen die mit den oben angegebenen Formeln ermittelten Traglasten im Vergleich zu den genaueren Rechnungen und den bisher nach DIN 1045 ermittelten Werten für drei Seitenverhältnisse H/B mit dem mittleren Bewehrungsprozentsatz $\mu_L = \mu'_L = 0,8\%$ ($\mu_Q = 0,2 \mu_L$). Bei Schlankheiten $H/d > 60$ und Ausmitten $e/d > 0,5$ sowie für genauere Nachweise - z. B. für andere Querbewehrungsverhältnisse - im gesamten Schlankheits- und Ausmittenbereich sollte eine strenge Rechnung durchgeführt bzw. auf schon vorhandene Traglastdiagramme [22] zurückgegriffen werden. Ungewollte Ausmitte und Kriechen sollten entsprechend den Annahmen bei den Stützen berücksichtigt werden.

Die Parameterstudien mit Variation des Seitenverhältnisses H/B haben gezeigt, daß bei kleinen bis mittleren Schlankheiten eine Traglaständerung nur in einem Bereich zwischen $H/B \cong 0,5$ und $H/B \cong 1,1$ zu erwarten ist. Für diese Fälle gilt einerseits, daß Wände mit einem Seitenverhältnis $H/B > 1,0$ näherungsweise mit $H/B = 1,0$ behandelt werden können. Ist andererseits das Verhältnis $H/B < 0,5$, so kann man die mehrseitige Lagerung vernachlässigen und die Wand wie eine Stütze mit der Knicklänge $h_K = H$ berechnen.

Bei großen Schlankheiten gelten diese Vereinfachungen nicht. In diesem Bereich ist - insbesondere bei kleinen Ausmitten - eine kontinuierliche Traglaststeigerung mit wachsendem Verhältnis H/B auch über $\alpha = 1,5$ hinaus festzustellen.

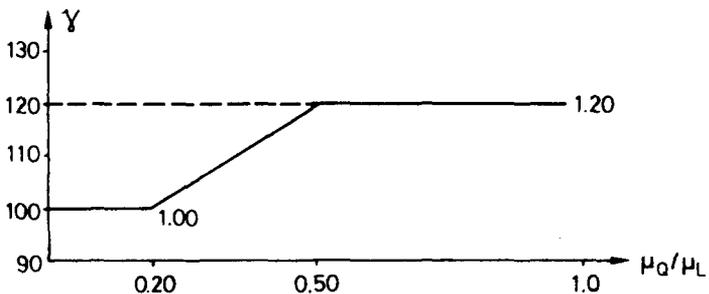


Bild 49: Erhöhungsfaktor γ für verschiedene Verhältnisse μ_Q/μ_L

Die Variation des Verhältnisses Quer- zu Längsbewehrung zeigt, daß es sich für kleine bis mittlere Schlankheiten im allgemeinen nicht lohnt, zum Zwecke der Traglaststeigerung die Querbewehrung zu erhöhen. Andererseits ist es durch die Ermittlung des Erhöhungsfaktors γ mit der in Bild 49 angegebenen Beziehung möglich, bei Anwendung des Näherungsverfahrens nach DIN 1045 die vom Ersatzstab ermittelten Traglasten beim Abweichen vom üblichen Verhältnis $\mu_Q/\mu_L = 0,2$ zu korrigieren.

Bei mittleren bis großen Schlankheiten sollte - vor allem im Bereich kleiner Ausmitten - die Querbewehrung nicht zu schwach gewählt werden. Zur Erhöhung der Tragfähigkeit ist es angebracht, vom üblichen Verhältnis Quer- zu Längsbewehrung $\mu_Q/\mu_L = 1/5$ abzuweichen und den auf $\mu_Q/\mu_L = 1/3$ bzw. $1/2$ zu erhöhen.

7. Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren beschrieben, das die Ermittlung von Traglasten schlanker, mehrseitig gelagerter Stahlbetonwände unter ausmittiger, einachsiger Belastung ermöglicht. Dabei wird die Wand durch einen drillsteifen Trägerrost ersetzt, so daß - unter Berücksichtigung der nichtlinearen Werkstoffgesetze von Stahlbeton und der Verformungen nach Theorie II. Ordnung - Berechnungsmethoden für Stabsysteme verwendet werden können.

Nach einer Literaturübersicht mit einer Erläuterung der wichtigsten bisher üblichen Berechnungsmethoden für die oben beschriebenen Wände erfolgt im 2. Abschnitt - nach Ableitung der elastizitätstheoretischen Lösungsmöglichkeiten - die genaue Beschreibung des hier gewählten Lösungsweges und der Rechenannahmen. Für die Traglastermittlung wird eine iterative Verformungsrechnung nach der Deformationsmethode gewählt. Unter Ermittlung von querschnitts- und beanspruchungsabhängigen Biege- und Torsionssteifigkeiten werden nach Definition geeigneter Versagenskriterien bei Steigerung der Last Gleichgewichtszustände am verformten System bis zum Versagen errechnet.

Der dritte Abschnitt enthält die Auswertungen von Traglastuntersuchungen an federnd gehaltenen Stahlbetonstützen, die im wesentlichen als Voruntersuchungen für die folgenden Wandberechnungen anzusehen sind. Nach einer Erläuterung des Trag- und Verformungsverhaltens vierseitig gelagerter Stahlbetonwände, wobei auch auf die im Verlaufe der Laststeigerung eintretenden Momenten- und Steifigkeitsumlagerungen sowie auf die Verformungen eingegangen wird, werden die Ergebnisse umfangreicher Traglastuntersuchungen dargestellt.

Als Parameter werden Schlankheit, Ausmitte, Verhältnis Quer- zu Längsbewehrung sowie das Verhältnis Höhe zu Breite variiert. Es wird angegeben, welche Parameterbereiche für eine spürbare Traglaststeigerung in Frage kommen.

Ein wesentlicher Teil der Arbeit umfaßt die Beschreibung der vom Verfasser durchgeführten Versuche an sechs ausmittig belasteten, vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden unter Wiedergabe der wichtigsten Ergeb-

nisse aus den Versuchen und den Berechnungen der Versuchswände mit der hier erläuterten Methode (5. Abschnitt). Es folgt ein Vergleich der verschiedenen rechnerischen Ergebnisse mit denen der Versuche. Die nach einem bisher bekannten Näherungsverfahren von Wiegand/Uhlisch errechneten Traglasten konnten im wesentlichen sowohl rechnerisch als auch versuchsmäßig bestätigt werden.

Die festgestellten Abweichungen zur unsicheren Seite bei der Näherungslösung nach dem Ersatzstabverfahren im Vergleich zu den genaueren Rechnungen und das Ergebnis der Auswertung zahlreicher Traglastuntersuchungen veranlaßten zu Vorschlägen für eine Verbesserung des derzeitigen Bemessungsweges nach DIN 1045 sowie zu Hinweisen zur konstruktiven Durchbildung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden.