

2449-380-1

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU  
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

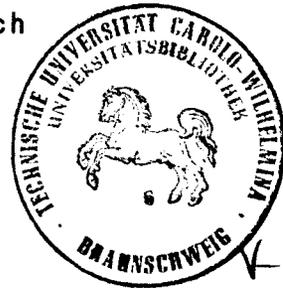
7A

**Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen  
Direktor: Prof. Dr.-Ing. K. Kordina**

**Traglastberechnung instationär thermisch belasteter  
schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und  
dreidimensionaler Diskretisierung**

von

**Wolfram Klingsch**



**HEFT 33**



**BRAUNSCHWEIG**



**MAI 1976**

z. F. R+

## VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1972 bis 1975 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig.

Herr Prof. Dr.-Ing. K. KORDINA unterstützte meine Tätigkeit von Beginn an; wesentliche Anregungen zur Problematik der temperaturabhängigen Werkstoffgesetze und zur ingenieurgerechten Formulierung der erzielten Ergebnisse verdanke ich seinem Interesse an der Entwicklung dieser Studie.

Herrn Prof. Dr.-Ing. J. EIBL möchte ich an dieser Stelle meinen besonderen Dank für die ständige Bereitschaft zu Diskussionen, insbesondere hinsichtlich einer computergerechten Formulierung, ausdrücken.

Finanziell wurden Teile dieser Arbeit vom Bundesminister für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau gefördert; eine Ergänzung erfolgte durch die Förderung der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 148: Brandverhalten von Bauteilen.

Braunschweig, den 20. 5. 1975

W. Klingsch

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung . . . . .	13
1.1.    Gegenwärtiger Stand . . . . .	13
1.2.    Problemstellung und allgemeine Rechenannahmen . . . . .	14
2. Mechanische Eigenschaften von Beton und Stahl bei hohen Temperaturen . . . . .	19
2.1.    Vorbemerkungen . . . . .	19
2.2.    Betoneigenschaften . . . . .	24
2.2.1.  Betondruckfestigkeit . . . . .	24
2.2.2.  Betonzugfestigkeit . . . . .	29
2.2.3.  Elastizitätsmodul . . . . .	30
2.2.4.  zentrische Grenzstauchung . . . . .	33
2.2.5.  Bruchstauchung . . . . .	35
2.2.6.  Zusammenfassung . . . . .	36
2.3.    Stahleigenschaften . . . . .	38
2.3.1.  Fließspannung . . . . .	39
2.3.2.  Bruchspannung . . . . .	39
2.3.3.  Elastizitätsmodul . . . . .	44
2.3.4.  Elastizitätsgrenze . . . . .	44
2.3.5.  Bruchdehnung . . . . .	48
2.3.6.  Zusammenfassung . . . . .	50
2.4.    Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen . . . . .	52
2.4.1. $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Beziehung für Beton . . . . .	52
2.4.2. $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Beziehung für Betonstahl . . . . .	56
2.5.    Hochtemperatur-Kriechen und Hochtemperatur-Relaxation . . . . .	60
2.5.1.  Instationäres Warmkriechen des Betons . . . . .	61
2.5.2.  Stationäres Warmkriechen des Betons . . . . .	65
2.5.3.  Relaxationsverhalten von Beton bei instationärer Temperaturbeanspruchung . . . . .	68
2.5.4.  Warmkriechen des Bewehrungsstahles . . . . .	70

	Seite
3. Thermische Materialeigenschaften . . . . .	72
3.1. Temperaturleitzahl . . . . .	72
3.1.1. Temperaturleitvermögen von Beton . . . . .	72
3.1.2. Temperaturleitvermögen von Stahl . . . . .	74
3.2. Thermische Dehnungen. . . . .	75
3.2.1. Beton . . . . .	76
3.2.2. Stahl . . . . .	77
4. Berechnung des instationären Temperaturfeldes . . . . .	79
4.1. Rechenmethode . . . . .	81
4.1.1. Grundlagen . . . . .	81
4.1.2. Lösungsweg . . . . .	82
4.2. Temperaturbelastung . . . . .	83
4.3. Betontemperaturen . . . . .	85
4.4. Stahltemperaturen . . . . .	86
4.5. Versuchsnachrechnung . . . . .	87
5. Traglastberechnung . . . . .	89
5.1. Allgemeines . . . . .	89
5.2. Lösungsweg . . . . .	89
6. Diskretisierung . . . . .	91
7. Berechnung der Dehnungs-Spannungs-Verteilung . . . . .	97
7.1. Dehnungsanteile . . . . .	97
7.2. Dehnungsverteilung . . . . .	99
7.3. Spannungsverteilung . . . . .	102

	Seite
8. Berechnung der Grenzschnittgrößen - Interaktion . . . . .	104
8.1. Die inneren Schnittgrößen . . . . .	104
8.2. Grenzschnittgrößen . . . . .	107
8.3. $N_u$ - $M_u$ -Interaktionsdiagramm . . . . .	112
9. Einfluß der geometrischen Nichtlinearität . . . . .	114
9.1. Ermittlung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhangs und der Stabauslenkung . . . . .	114
9.2. $M$ - $\kappa$ -Diagramm . . . . .	116
10. Zwangskräfte infolge Längsdehnungsbehinderung . . . . .	118
10.1. Allgemeines . . . . .	118
10.2. Rechenmethode . . . . .	121
10.3. Ergebnisse . . . . .	125
11. Traglastcharakteristik instationär thermisch beanspruchter Stahlbetonstützen . . . . .	128
11.1. Traglastdarstellung, Versagensdefinition . . . . .	128
11.2. Traglastcharakteristik von Stützen mit unbehinder- ter thermischer Längsdehnung . . . . .	130
11.3. Traglastcharakteristik von Stützen mit vollständig behinderter thermischer Längsdehnung . . . . .	134
12. Konvergenzverhalten . . . . .	137
12.1. Diskretisierungseinflüsse . . . . .	139
12.2. Rechengenauigkeit . . . . .	139
12.2.1. Genauigkeit für $t = 0$ . . . . .	139
12.2.2. Genauigkeit für $t > 0$ . . . . .	140
12.3. Rechenzeit . . . . .	143
13. Parametereinflüsse . . . . .	146
13.1. Stützen mit unbehinderter thermischer Längsdehnung	148
13.1.1. Die Schlankheit . . . . .	149
13.1.2. Der Bewehrungsgehalt . . . . .	152
13.1.3. Die Betonüberdeckung . . . . .	153

	Seite
13.1.4. Die Normalkraftauslastung . . . . .	154
13.1.5. Die Betongüte . . . . .	156
13.1.6. Das Seitenverhältnis . . . . .	156
13.1.7. Die Lastexzentrizität . . . . .	160
13.1.8. Der Einfluß einer zusätzlichen Horizontalkraft .	161
13.1.9. Die Bewehrungsanordnung . . . . .	162
13.2. Stützen mit vollständig behinderter thermischer Längsdehnung . . . . .	163
13.2.1. Die Zwangskräfte . . . . .	164
13.2.1.1. Beton-Zwangskräfte . . . . .	164
13.2.1.2. Stahl-Zwangskräfte . . . . .	167
13.2.2. Die Traglastbeeinflussung . . . . .	168
13.2.2.1. Zentrisch belastete Stützen . . . . .	168
13.2.2.2. Exzentrisch belastete Stützen . . . . .	170
14. Zusatzeinflüsse im Brandversuch und Brandfall und ihre Auswirkungen auf die rechnerische Feuerwiderstandsdauer .	173
15. Rechenwerte der Feuerwiderstandsdauer für die Baupraxis .	175
16. Zusammenfassung . . . . .	178
17. Literaturverzeichnis . . . . .	181

Bezeichnungen:

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
E	Elastizitätsmodul	kp · cm <sup>-2</sup>
F <sub>B</sub>	Beton-Querschnittsfläche	cm <sup>2</sup>
F <sub>St</sub>	Stahlfläche eines Bewehrungsstabes	cm <sup>2</sup>
J	Trägheitsmoment	cm <sup>4</sup>
M	Biegemoment	kp · cm
N	Normalkraft	kp
H	Horizontalkraft	kp
Q	Querkraft	kp
T	Temperatur	°C
$\dot{T}$	Erwärmungsgeschwindigkeit	°C · min <sup>-1</sup>
a	Temperaturleitzahl	cm <sup>2</sup> · min <sup>-1</sup>
b	Breite, Abmessung in x-Richtung	cm
c	Federwert, allgemein	kp · cm <sup>-1</sup>
c <sub>1</sub>	Steifigkeit der Umgebung bei Längsdehnungsbehinderung	kp · cm <sup>-1</sup>
c <sub>p</sub>	spezifische Wärmekapazität	kcal · (kg · °C) <sup>-1</sup>
d	Dicke, Abmessung in y-Richtung	cm
e	Exzentrizität der Normalkraft	cm
$\bar{e}_0$	ungewollte Exzentrizität infolge System-Imperfektionen	cm
h	Achsabstand des äußeren Zugstabes vom Druckrand (h = d - h')	cm
h'	Achsabstand der Bewehrung von der Oberfläche	cm
k	Anzahl der Stahleinlagen	
l	Elementabmessung in z-Richtung	cm

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
m	Anzahl der Elemente in z-Richtung	
n	Anzahl der Elemente je x- und y-Richtung	
$n_o$	bezogene Auflast	
s	Systemlänge	cm
$s_k$	Ersatzstablänge	cm
t	Zeit, Dauer der Temperaturbeanspr.	min
w	Ausbiegung	cm
w'	Tangentenneigung	
w''	Krümmung	cm <sup>-1</sup>
x, y, z	Koordinatenrichtungen	
$\vec{a}$	Kräftevektor (N,M,Q) (Indices: a = außen, i = innen)	
$a_i, b_i$	indizierte Koeffizienten	
$\alpha$	Ausnutzungsgrad (Indices: 0 = Anfangsausnutzung, T = aktuelle Ausnutzung)	
B	Betonfestigkeit (positiv) (Indices: N = Nenn-, P = Prismen-, R = Rechenwert-, Z = Zugfestigkeit)	kp · cm <sup>-2</sup>
$\gamma$	Schrankenwert, Fehler, Faktor	
$\epsilon$	Dehnung, allgemein	
$\epsilon_{Bu}$	Grenzstauchung des Betons bei exzentrischer Belastung	
$\epsilon_e$	Grenzdehnung für elastisches Stahlverhalten	
$\epsilon_{mc}$	Kriechdehnungen, thermisch instationär	
$\epsilon_p$	Lastdehnungen	
$\epsilon_s$	Schwindverformungen	
$\epsilon_{Th}$	Thermische Dehnungen	

<u>Symbol</u>	<u>Bedeutung</u>	<u>Dimension</u>
$\epsilon_u$	Grenzdehnung des Stahles	
$\epsilon_z$	Grenzstauchung des Betons bei zentrischer Belastung	
$\epsilon_\phi$	Kriechdehnungen, thermisch stationär	
$\epsilon_\sigma$	spannungserzeugender Dehnungsanteil, allgemein	
$\eta$	allgemeine Koordinate	
$\kappa$	Krümmung	$\text{cm}^{-1}$
$\lambda$	Wärmeleitzahl	$\text{kcal} \cdot (\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{min})^{-1}$
$\mu$	Gesamtbewehrungsprozentsatz $(100 \cdot \frac{\Sigma F_{St}}{F_B})$	
$\nu$	Viskosität	$\text{kp} \cdot \text{min} \cdot \text{cm}^{-1}$
$\xi$	allgemeine Koordinate	
$\rho$	Dichte	$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-3}$
$\sigma$	Spannung, allgemein	$\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$
$\sigma_F$	Fließspannung des Stahles	$\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$
$\sigma_u$	Bruchspannung des Stahles	$\text{kp} \cdot \text{cm}^{-2}$

Indices:

B	Beton
ETK	Einheits-Temperatur-Kurve
St	Stahl
i, j, k	Laufvariable
u	ultimate, kennzeichnet Bruch- bzw. Traglastzustand
zw	Zwang; resultierend aus Zwängung
0	Anfangswert
I	Theorie I. Ordnung
II	Theorie II. Ordnung (geometrische Nichtlinearität)

Abkürzungen:

MAX	oberer Grenzwert, obere Grenzfunktion
MIN	unterer Grenzwert, untere Grenzfunktion
RW	Rechenwert, -Funktion
ETK	Einheits-Temperaturkurve
HTK	Hochtemperatur-Kriechen
HTR	Hochtemperatur-Relaxation

Abweichungen und Erweiterungen werden im Text deutlich gekennzeichnet, so daß Verwechslungen ausgeschlossen sind.

Allgemeine funktionale Beziehungen werden in den mathematischen Ableitungen mit  $\theta = \theta(\gamma, \delta, \dots)$  oder  $\theta = f(\gamma, \delta, \dots)$  gekennzeichnet.

Druckkräfte, -spannungen und -dehnungen (Stauchungen) sind negativ.

## 1. EINLEITUNG

Instationäre thermische Belastungen von Bauteilen können in praktischen Fällen sowohl als Teil der Haupt- als auch der Zusatzlasten angesehen werden. Erstere findet man beispielsweise bei Kernkraftwerken im Reaktorbereich, Schornstein-Sonderkonstruktionen und anderen Fällen. Als Zusatzlast sind zeitlich veränderliche Temperatureinwirkungen nicht nur von Industriebauten bekannt, sondern spielen eine wesentliche Rolle auch bei Hoch- und Brückenbauten als Folge unterschiedlicher meteorologischer Einwirkungen.

Isoliert muß der "Katastrophenlastfall Temperatur" bei Brandeinwirkung auf Bauteile angesehen werden. Die rechnerische Behandlung dieser Situation wird insbesondere dadurch erschwert, daß sich innerhalb sehr kurzer Zeit extrem hohe Temperaturen entwickeln können, die in gravierender Weise die stofflichen Eigenschaften der Bauteilkomponenten beeinflussen und dadurch das Tragverhalten verändern. Gleichzeitig auftretende Zusatzverformungen können Zwängungen mit entsprechenden Rückkopplungen auf das gesamte Tragmodell des Systems bewirken.

Dieser besonderen Situation - zeitlich schnell veränderliche Temperaturfeldbelastung im Querschnitt bei Beachtung der damit gekoppelten temperaturabhängigen Materialveränderung - soll im folgenden besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Das unter diesem Aspekt zu entwickelnde Rechenverfahren soll jedoch auch auf die anfangs erwähnten weniger extrem ausgeprägten Temperatureffekte anwendbar sein.

### 1.1. Gegenwärtiger Stand

Die ersten Ansätze für eine rechnerische Bestimmung der Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonstützen gehen bis zum Jahre 1938 zurück. Naturgemäß konnte die komplexe Problematik infolge mangelnder Rechenteknik und ungenügender Materialkenntnis nur sehr grob erfaßt werden. Dies ist nicht verwunderlich, wenn man sich in diesem Zusammenhang daran erinnert, daß selbst eine befriedigende rechnerische Lösung des wirklichkeitsnahen Traglastverhaltens schlanker

Stahlbetonstützen unter Normaltemperatur erst seit etwa 1960 möglich ist [173].

BUSCH [23] veröffentlicht 1938 eine einfache Faustformel zur Abschätzung des Versagenszeitpunktes. In dieser Formulierung wird lediglich die Querschnittsgeometrie berücksichtigt. Für Rechteckquerschnitte läßt sie sich darstellen in der Form

$$t_u = \left( \frac{F_B}{2(b+d)} \cdot \frac{D}{K} \right)^2 \quad (1.1)$$

Die Parameter D und K gibt Busch tabelliert in Abhängigkeit von der Seitenlänge und Zuschlagstoffart an; sie wurden als Tendenzgrößen ermittelt, die aus ausgewerteten Versuchen resultieren.

Ebenfalls nur die Querschnittsgeometrie liegt dem empirischen Ansatz zugrunde, den 1942 das National Bureau of Standards der USA [118] veröffentlichte:

$$t_u = c(0,6d)^{1,7} \quad (1.2)$$

Die Stützenstärke d wird dabei in Zoll angegeben, während die Größe c eine Art "Stoffkonstante" darstellt ( $\approx 0,09$ ).

Eine differenziertere Betrachtung wurde 1953 mit der Arbeit von THOMAS und WEBSTER [159] ermöglicht. Hier wird erstmals in genäherter Form die Querschnittsfestigkeit durch Anwendung des Komponenten-Additions-Gesetzes berücksichtigt:

$$N_u(t) = F_B \{ 0,65 \beta_N \cdot a(t) + \mu \cdot \sigma_F a_{ST}(t) \} \quad (1.3)$$

Die Faktoren  $a_B$  und  $a_{ST}$  stellen dabei "Erwärmungskoeffizienten" dar, mit deren Hilfe der  $\beta_N$ - und  $\sigma_F$ -Abbau pauschal erfaßt werden. Die Faktoren resultieren aus Versuchswerten und sind mittels Kurventafeln in Abhängigkeit von Kantenlänge d und Zeit t zu entnehmen.

Der Versagenszeitpunkt  $t_U = t(N_U(t) = N_0)$  muß folglich iterativ bestimmt werden.

Praktisch identisch mit letztgenannter Formulierung ist die Form

$$N_U(t) = \bar{F}_B \cdot \beta_N + \sum F_{ST} \cdot \sigma_F(t) \quad (1.4)$$

die 1955 YAKOVLEV [170] vorschlug. Die Größe  $\bar{F}_B$  stellte dabei einen - unvermindert tragfähigen - Ersatzquerschnitt dar, auf den sich  $F_B$  infolge der  $\beta_N(T)$ -Abhängigkeit verringert.

Die Dissertation von KOCHERSCHIEDT [88], 1963, erweiterte erstmals die reine Querschnittsbetrachtung zu einer Systemanalyse durch Berücksichtigung der Stützenschlankheit. Kocherscheidt geht dabei von der Annahme  $\beta_N(T \leq 500 \text{ }^\circ\text{C}) \approx \beta_N(T_0)$  aus und ermittelt sich einen näherungsweise voll tragfähigen Restquerschnitt, dessen Begrenzung mit der Lage der 500  $^\circ\text{C}$ -Isotherme identisch ist. Da bei Seitenverhältnissen  $b/d \approx 1$  die Isothermen mit zunehmender Oberflächenentfernung sich der Kreisform annähern, wird ein kreisförmiger Ersatzquerschnitt angenommen, dessen erhöhte Schlankheit den "Knickwert"  $\omega'$  erhält. Der Radius  $\min r$  dieses Ersatzquerschnittes ergibt sich zu

$$\min r = \left( \frac{\omega' \cdot N_0}{\pi \cdot \beta_N} \right)^{0,5} \quad (1.5)$$

und bildet zusammen mit dem Seitenverhältnis  $b/d$  die Eingangsparameter in die  $t_U$ -Kurvontafeln. Auch hier ist eine iterative Bestimmung des Versagenszeitpunktes erforderlich.

Trotz der in diesem Ansatz enthaltenen - heutigen Anforderungen nicht mehr genügenden - Implikationen stellt die Arbeit von Kocherscheidt die bislang differenzierteste Betrachtungsweise dar.

Die im Jahre 1972 von LIE und ALLEN [101] empfohlene Entwurfsformel zum Erreichen einer bestimmten Feuerwiderstandsdauer  $t_U$  in der Fassung

$$\min b = 10 \Omega \cdot (t_U + 1) \quad (1.6)$$

geht nicht nur ebenfalls von der Vorstellung einer Euler-Knicklast aus, sondern baut auch auf einem sehr vereinfachten Materialverhalten auf. Die tabellierte Größe  $\Omega = \Omega$  ("over-design", Schlankheitsbereich,  $\mu$ ) erlaubt zwar eine grob abgestufte Berücksichtigung des Ausnutzungsgrades, unterscheidet bei der Schlankheit jedoch nur in pauschaler Form die beiden Bereiche "schlank" und "gedrungen".

Die hier diskutierten Methoden zur rechnerischen  $t_u$ -Bestimmung beruhen - auch in den letzteren Formulierungen - sämtlich auf Verfahren, die sowohl in der Annahme des Materialverhaltens als auch in der Wahl des Rechenmodells als stark vereinfachte Näherungen bezeichnet werden müssen.

Während die Festigkeitsveränderungen bei den neueren Arbeiten in der Regel wenigstens als Integralwert über den Querschnitt berücksichtigt werden, geht ein Verformungsverhalten in keinem Fall in die Rechnung ein. Der Schlankheitseinfluß wird - wenn überhaupt - über das Modell eines Euler-Stabes berücksichtigt. Damit wird jedoch vorab der Einfluß einer Systemverformung auf den  $t_u$ -Wert ebenso außer acht gelassen, wie der einer exzentrischen Normalkraftbelastung.

## 1.2. Problemstellung und allgemeine Rechenannahmen

Ausgangspunkt für das zu entwickelnde Rechenverfahren ist eine differenzierte Berücksichtigung der Materialveränderungen innerhalb des Querschnitts, was vorab eine genaue Berechnung des Temperaturfeldes im Querschnitt und seiner zeitlichen Veränderung voraussetzt. Darauf aufbauend ist die Veränderung der Biegelinie zu bestimmen und deren Auswirkungen auf das Tragvermögen zu ermitteln.

Im Rahmen dieser Arbeit soll primär ein Rechenverfahren entwickelt werden, das die numerische Behandlung der eingangs erwähnten komplexen Verhältnisse auf wirklichkeitsnahe Weise ermöglicht. Der Einfluß von Einzelparametern soll exemplarisch dargestellt werden, ohne auf deren Wichtung detailliert einzugehen; der Einfluß einer Materialdatenstreuung wird aus gleichem Grund zunächst nicht untersucht.

Bei der Ermittlung der Feuerwiderstandsdauer, in Form eines Versagenszeitpunktes  $t_u$ , ist neben der Systembeschreibung auch die Angabe des Belastungszustandes erforderlich. Es wird daher im folgenden stets angenommen, daß die Stütze entsprechend DIN 1045 [39] durch die zulässige Gebrauchslastkombination  $\bar{K}_0 \{M_0, N_0, H_0\}$  vollständig ausgelastet war.

Die Klassifizierung der Betonfestigkeiten erfolgt nach DIN 1045 [39]. Somit wird bei der Ermittlung des temperaturabhängigen Festigkeitsverhaltens der  $\beta_p$ -Wert benutzt, während bei Traglastberechnungen die Angabe eines  $\beta_N$ -Wertes die Anfangsmindestfestigkeit im gesamten Bauteil kennzeichnen soll; den in den Beispielen angegebenen Belastungswerten schließlich liegt die Rechenfestigkeit  $\beta_R$  zugrunde.

Die wiedergegebenen Parameteruntersuchungen beschränken sich auf prismatische Stützen mit Rechteckquerschnitt und quarzitischem Beton aus gebräuchlichen Konstruktionszementen. Um einen Vergleich zwischen den  $t_u$ -Rechenwerten und üblicher baupraktischer Bemessung zu ermöglichen, wird als statisches Modell der sog. "Standardfall der Stabknickung" im Stahlbetonbau behandelt, also das Ersatzstabmodell mit gleichgroßen und gleichsinnigen Endexzentrizitäten.

Für die Temperaturbelastung des Bauteils wird angenommen, daß allseitig und über die volle Länge die Einheitstemperaturkurve ETK nach DIN 4102 [38] bzw. ISO DIS 834 wirkt.

Das Bauteilverhalten während der Abkühlphase, also nach Brandende, wurde nicht untersucht; vielmehr gilt die Annahme, daß die Branddauer zunächst nicht begrenzt ist und somit stets ein Bauteilversagen eintritt.

Bei allen Berechnungen wurden die Stahleinlagen als punktförmig angenommen und die bewehrungsabhängige Verringerung der Betonquerschnittsfläche ebenso vernachlässigt wie die eigengewichtsbedingte Normalkraftveränderung längs der Stützenachse.

Für die Bestimmung der Krümmung wurde die gebräuchliche Näherung

$$w'' \ll 1 \quad (1.7)$$

beibehalten, so daß gilt:

$$\chi = \frac{W''}{(1+W''^2)^{1,5}} \approx W'' \quad (1.8)$$

Für die Querschnittsanalyse wird der Einfluß von Querkraft-Verformungen vernachlässigt. Es wird von der Annahme ausgegangen, daß die Bernoulli-Navier-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte näherungsweise beibehalten werden kann:

$$\chi = \frac{\epsilon_{\text{Rand}}^{\text{Links}} - \epsilon_{\text{Rand}}^{\text{Rechts}}}{d} \quad (1.9)$$

Die Grundlagen dieser Hypothese, die für das zu betrachtende dz-Element  $M = \text{const.}$  voraussetzt, bleiben auch bei den hier zu untersuchenden Fällen instationärer thermischer Beanspruchung prinzipiell unverändert. Da zudem im Regelfall der gefährdete Stützenbereich einen Ausschnitt aus einem Gesamtsystem darstellt, wird aus Kontinuitätsgründen eine mögliche thermisch bedingte nichtlineare Querschnittsverformung durch die angrenzenden "kalten" Bereiche ohnehin praktisch ausgeschlossen. Durch eine Kontrollrechnung mittels der Finiten-Element-Methode konnte dieses Verhalten bestätigt werden. In diesem Zusammenhang sei jedoch bereits hier deutlich darauf hingewiesen, daß die damit näherungsweise beibehaltene ebene Dehnungsverteilung nur für die Summation aller Dehnungsanteile im Querschnitt gilt. Die Einzelkomponenten (thermische Dehnung, spannungserzeugende innere Zwangsdehnung u. a.) werden mit ihrem nichtlinearen Verlauf berücksichtigt.

Infolge des zeitlich veränderlichen Temperaturfeldes  $T(x,y,t)$  und der dadurch ebenfalls zeitlich veränderlichen Dehnungs-Spannungszustände stellt die zu lösende Aufgabe im strengen Sinne ein dynamisches Problem dar.

In der vorliegenden Arbeit wird dieser Sachverhalt zu einer quasistatischen Aufgabe vereinfacht. Die Grundlage dafür liefert die Hypothese von van DUHAMEL. Entsprechend PARKUS [172] konnte die maximale relative Fehlergröße  $\gamma$  abgeschätzt werden, die diese Vereinfachung bewirkt. Bei Annahme ungünstigster Materialkennwerte und der größten wahrscheinlichen lokalen Erwärmungsgeschwindigkeit (etwa bei Abplatzungen) ist lediglich mit einer Abweichung von

$$\gamma \ll 10^{-7}$$

zwischen statischer und dynamischer Spannungsbilanz zu rechnen.

## 2. MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN VON BETON UND STAHL BEI HOHEN TEMPERATUREN

### 2.1. Vorbemerkungen

Unter dem Sammelbegriff "Mechanische Eigenschaften" sollen im folgenden all jene Eigenschaften verstanden werden, die zur Formulierung eines Materialgesetzes benötigt werden, also sowohl Festigkeits- als auch Verformungseigenschaften.

Die Streuung von experimentell ermittelten Materialkennwerten ist bereits im kalten Zustand nicht unerheblich, obwohl hierfür in der Regel genormte Versuchsbedingungen vorliegen und der bekannte Einfluß von Einzelparametern eine vergleichende und differenzierte Analyse erleichtert. Wesentlich problematischer wird die Versuchsauswertung bei Hinzunahme des Parameters "Temperatur", da nicht nur infolge unterschiedlichster Versuchskörper die o. g. Erleichterungen entfallen, sondern zusätzlich die Versuchsdurchführung selbst erheblich aufwendiger und damit fehlerempfindlicher wird.

So ist z. B. der Einfluß von Probenabmessungen bei der Ermittlung von Materialkennwerten bekanntlich prinzipiell zu beachten, wenn gleich die Beeinflussung für den Werkstoff Stahl naturgemäß weniger ausgeprägt ist als für Beton. Während für Hochtemperaturuntersuchungen an Stählen wenigstens teilweise Abmessungen in Anlehnung an die bekannten Proportionalitätsstäbe benutzt werden, schwanken die Abmessungen der Betonproben in weiten Grenzen. Dabei kommt wegen der stark inhomogenen Gefügestruktur des Betons gerade diesem Parameter naturgemäß außerordentliche Bedeutung zu. Tafel 1 gibt eine Zusammenstellung von Beton-Versuchskörperabmessungen verschiedener Autoren wieder mit dem Versuch, deren Ausgawert an Hand von Beurteilungskriterien nach BROWN [22] und NEWMANN [119] abzuschätzen.

Tafel 1

QUELLE	TYP	L1	L2	D	V/minV	L2/L1	minL/D	Anmerkung *
MALHOTRA [104]	Z	5,1	10,0	0,95	4,1	1,96	5,36	1) 2)
FISCHER [52]	Z	5,0	7,0	1,0	2,14	1,4	5,0	1) 2)
THELAND. [158]	Z	9,4	18,2	1,2	11,4	1,93	7,85	1)
BUSCH [23]	W	7,0	7,0	0,7	15,6	1,0	10,0	2)
LEHMANN et al. [99]	Z	3,57	3,5	0,7	1,6	0,98	5,0	1) 2)
				1,5	0,16		2,35	1) 2) 3) 4)
BAUS et al. [9]	Z	15,0	30,0	2,2	7,8	2,0	6,8	1)
				1,5	24,6		10,0	1)
SCHNEIDER [144]	Z	8,0	32,0	1,5	7,5	4,0	5,35	

Z Zylinder  
W Würfel  
D Größtkorndurchmesser

L1 Durchmesser, Kantenlänge  
L2 Länge  
V Probenvolumen

min V = (4D)<sup>3</sup>  
[cm]

- 1) Grenzwert des Seitenverhältnisses  $L2/L1 \geq 3$  für Zylinder wird unterschritten
- 2) Mindestabmessung  $L_i \geq 8\text{cm}$  wird unterschritten
- 3) Gefüge - Grenzwert  $\text{min } L/D \geq 2,5$  wird unterschritten
- 4) Mindest - Volumen  $\text{min } V$  wird unterschritten

\* Kriterien nach BROWN [22] und NEWMANN [119]

Unterschiede in der Probenzusammensetzung sind bislang lediglich von MALHOTRA [104] bezüglich Betonfestigkeitsbeeinflussung systematisch untersucht worden (Mischungsverhältnis, w/z-Wert u. a.). Bei Stahluntersuchungen fehlen entsprechende Studien, zumindest für die gängigen Betonstähle.

Für Untersuchungen zum Verformungsverhalten muß der zeitliche Versuchsablauf als wichtiger Parameter angesehen werden; je nach Versuchsart sind dies Temperaturstandzeit, Belastungsgeschwindigkeit, Erwärmungsgeschwindigkeit. Qualitative Angaben hierüber existieren nur sehr lückenhaft. Bei instationärer Temperaturbeanspruchung liegt zudem in der Regel eine Kopplung zwischen Erwärmungs- und Belastungsgeschwindigkeit vor, da schon bei konstanter Auflast der Ausnutzungsgrad wegen der temperaturabhängigen Festigkeitsveränderung zeitlich veränderlich ist:

$$\alpha = \frac{\sigma}{\beta_p} \xrightarrow{T(t)} \alpha(t) = \frac{\sigma}{\beta_p(T)}$$

Berücksichtigt man zudem die Tatsache, daß die Ergebnisse eines Forschers bei einheitlicher Versuchsdurchführung bereits eine beachtliche Streubreite aufweisen können (s. Abb. 2.16), darf die Streuung der Meßwerte bei nur in Annäherung gleichen Versuchsbedingungen verschiedener Forscher nicht überraschen. Dennoch läßt sich für alle Ergebnisse eine qualitativ gleiche Tendenz der Temperaturabhängigkeiten feststellen, die erste abgesicherte quantitative Aussagen zur Formulierung von Arbeitshypothesen erlaubt und deutlich die beiden prinzipiellen Grundtendenzen bestätigt:

1. Abnehmende Festigkeit bei zunehmender Temperatur und
2. Zunehmendes Verformungsvermögen bei zunehmender Temperatur

Der Einfluß der Erwärmungsgeschwindigkeit  $\dot{T} = \partial T / \partial t$  bei Bestimmungen von Festigkeitswerten wurde u. a. von WAUBKE experimentell untersucht. Während sich auf Grund reaktionskinetischer Überle-

gungen eine  $\dot{T}$ -proportionale Verminderung des Festigkeitsverlustes theoretisch ergibt, was z. B. SCHNEIDER [144] explizit zeigte, ergaben die Resultate von WAUBKE [165] für den Bereich  $2 \text{ }^\circ\text{C/min} \leq \dot{T} \leq 8 \text{ }^\circ\text{C/min}$  keine signifikanten Unterschiede. Da die Erwärmungsgeschwindigkeit innerhalb eines Betonquerschnitts sehr schnell in die Größenordnung absinkt (Abb. 2.1); wird vereinfachend von einer  $\dot{T}$ -Abhängigkeit für die Entwicklung der Materialfunktionen abgesehen.

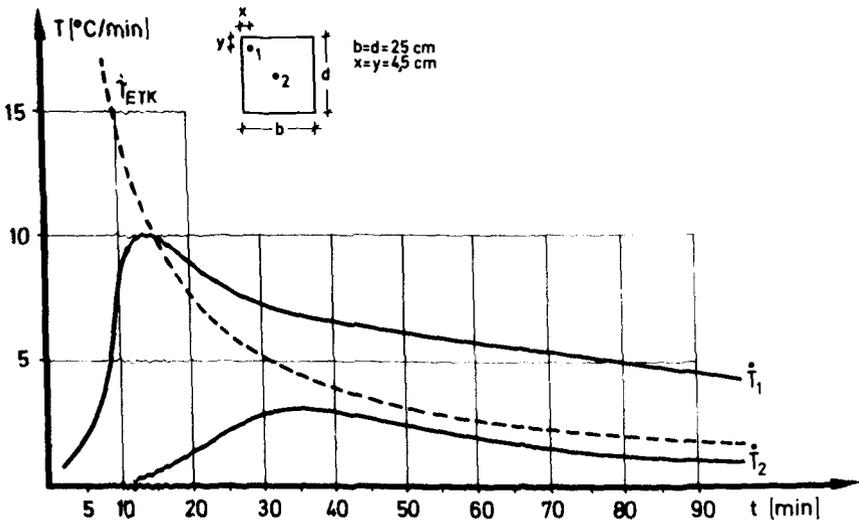


Abb. 2.1;  $\dot{T} = \partial T / \partial t$ -Verlauf

Summarisch betrachtet existieren über die Temperaturabhängigkeit der mechanischen Materialdaten von Beton und Stahl eine Vielzahl internationaler Forschungsergebnisse. Dennoch zeigt eine kritische Analyse, daß es sich dabei im wesentlichen um stichprobenartige Einzeluntersuchungen handelt und systematische Experimente, die zu einer allgemeingültigen, sicheren quantitativen Aussage führen könnten, noch weitgehend fehlen. Aus diesem Grund muß zunächst auch noch auf eine statistisch abgesicherte Formulierung des Materialverhaltens verzichtet werden.

Die hier vorgenommene Analyse von experimentell gewonnenen Werkstoffdaten einer Vielzahl von Forschern soll unter folgenden Gesichtspunkten geschehen:

1. Ermittlung einer R e c h e n w e r t - F u n k t i o n :  
Diese Funktion soll im wesentlichen sowohl den Verlauf jener Versuchsergebnisse beschreiben, die - soweit möglich - aus einem praxisnahen Versuchsablauf resultieren, als auch den hierbei auftretenden Streubereich durch einen Mittelwert wiedergeben.
2. Ermittlung von G r e n z w e r t - F u n k t i o n e n :  
Diese Funktionen sollen eine Begrenzung des wahrscheinlichen Streubereichs bei unterschiedlichen Versuchsparametern ermöglichen.
3. Die mathematische Formulierung soll in der Form

$$\Omega (T) = \Omega (T_0) \cdot f (T)$$

erfolgen, wobei  $\Omega (T_0)$  die jeweilige Eigenschaft im Ausgangszustand darstellt ( $t = 0$ ,  $T = T_0 = + 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Die Funktion  $f (T)$  beschreibt dann den jeweiligen temperaturabhängigen Korrekturfaktor. Unterliegt die Funktion  $f (T)$  einer Beschränkung auf bestimmte T-Bereiche, so wird in den jeweiligen Abschnitten darauf hingewiesen.

Die angegebenen Grenzwert-Funktionen decken bewußt nicht den gesamten Streubereich der ausgewerteten Einzeldaten ab. Lokale Besonderheiten einzelner spezieller Werkstoffe bleiben zum Beispiel unberücksichtigt, wenn sie für die hier behandelte Aufgabenstellung nicht relevant sind oder aber, wenn sie offensichtlich versuchstechnische Ursachen haben. Im einzelnen wird bei den Einzelparametern gegebenenfalls darauf hingewiesen.

## 2.2. Betoneigenschaften

Im folgenden sollen die Temperaturabhängigkeiten jener Parameter beschrieben werden, die für eine spätere Formulierung der Betonarbeitslinie erforderlich sind.

Bild 2.2 zeigt die gegenseitige Zuordnung der im folgenden aufgeführten Festigkeits- und Verformungskenndaten in einem  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm.

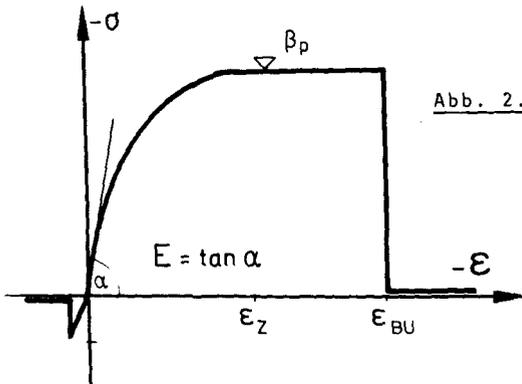


Abb. 2.2: Grundform des Spannungs-Dehnungs-Gesetzes für Beton [39]

### 2.2.1. Betondruckfestigkeit

Die Art der Versuchsdurchführung zur Druckfestigkeitsveränderung von temperaturbeanspruchtem Beton läßt sich zu drei Hauptgruppen zusammenfassen (Abb. 2.3.a):

- Gruppe I: Belastete Probe kontinuierlich erhitzt ( $\beta_{pI}$ );
- Gruppe II: Unbelastete Probe bis zur Prüftemperatur erhitzt und danach heiß belastet ( $\beta_{pII}$ );
- Gruppe III: Probe nach Abkühlung geprüft ( $\beta_{pIII}$ ).

Die an solchen "heiß" geprüften Proben ermittelten Festigkeiten werden im folgenden als "Heißdruckfestigkeit" des Betons bezeichnet, die nach der Abkühlung verbleibenden Festigkeiten als "Restfestigkeit".

Die Unterschiede in den ermittelten Festigkeitswerten sind dabei erheblich und verhalten sich wie

$$\beta_{pI} > \beta_{pII} > \beta_{pIII}.$$

Dieser Sachverhalt läßt sich mit einem "Vorspannungseffekt" in den vorab belasteten Proben I erklären. Die Neigung zur Mikrorißbildung in der Probe, bedingt durch lokale Spannungskonzentrationen innerhalb des inhomogenen Betongefüges (Zuschlagstoff/Mörtelphase) und verstärkt durch zusätzliche Temperaturgradienten im Mikrobereich, wird reduziert, indem die aufgebrachte Druckspannung die örtlichen Zugspannungen überdrückt. Systematische Untersuchungen mit abgestuften Vorlast-Werten existieren kaum. Bei den bislang bekanntgewordenen Experimenten lagen die benutzten Werte in der Größenordnung von etwa

$$- 0,3 \leq \frac{\sigma_p}{\beta_p(T_0)} \leq - 0,2.$$

Wird die Betonfestigkeit erst nach Abkühlung auf  $T_0$  ermittelt, so ergibt sich ein nochmals wesentlich geringerer Festigkeitsverlauf als bei "heiß" geprüften Proben. Die Erklärung dieses Sachverhalts ist darin zu sehen, daß der Abkühlvorgang nichts anderes als einen zweiten Temperaturzyklus darstellt. Die während des Aufheizens entstandenen Mikrorisse können sich bei Abkühlung nur teilweise wieder schließen. Der Abbau der thermischen Dehnungen führt somit zu neuen Zwängungen, die ihrerseits die Mikrorißbildung - und damit Gefügeauflockerung - verstärken. Die Wirkung einer vorab aufgebrachten Belastung zeigt zwar auch hier ihre festigkeitssteigernde Wirkung durch Verminderung des Gefüge-Fehl Ordnungsgrades, dennoch stellt die Beton-Restfestigkeit (Kurve III) die untere Grenze der möglichen  $\beta_p(T)$ -Verläufe dar.

Systematische Studien bezüglich Probenzusammensetzung existieren nur in Ausnahmefällen. Auf Grund einer umfangreichen Studie von MALHOTRA [104] kann jedoch angenommen werden, daß lediglich das Mischungsverhältnis einen signifikanten Einfluß der Art aufweist, daß der temperaturabhängige Festigkeitsverlust mit abnehmendem Volumenanteil der Zuschlagstoffe deutlich ansteigt (Bild 2.3b).

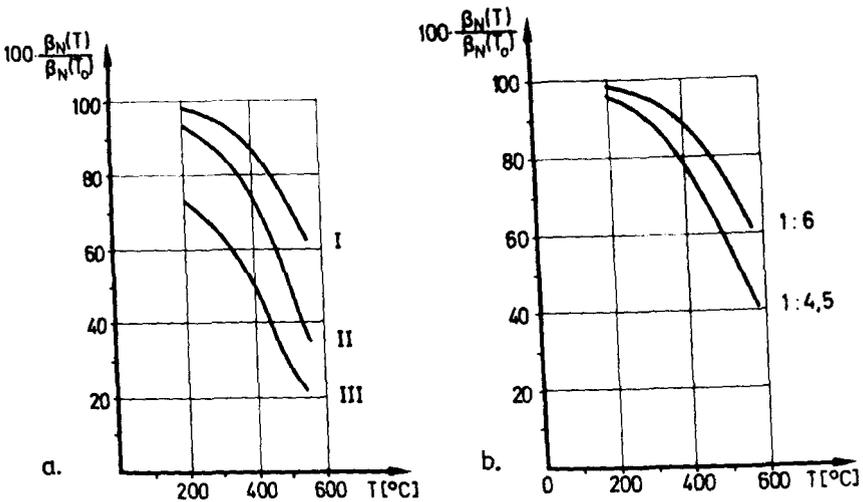


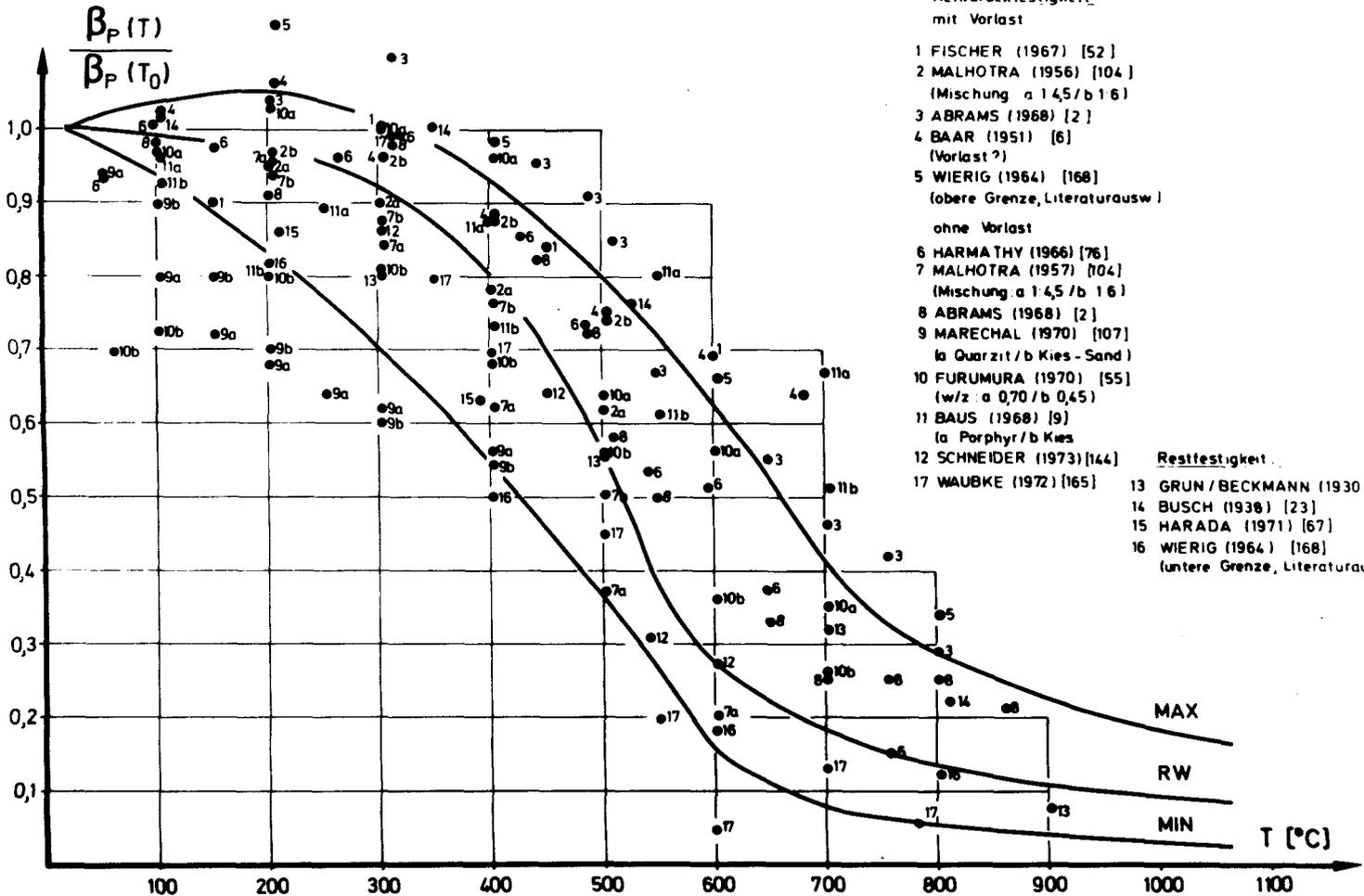
Abb. 2.3:  $\beta_N(T)$ -Veränderung in Abhängigkeit von  
a) Versuchsdurchführung  
b) Beton-Mischungsverhältnis Zement : Zuschlag

Die in der Auswertung erfaßten Heißdruckfestigkeiten vorbelasteter Proben waren in der Regel mit  $\sigma = - 0,3 \beta_P$  ausgenutzt. Für Traglastuntersuchungen stabilitätsgefährdeter schlanker Bauteile stellt dies - insbesondere bei exzentrischen Lasten - eine recht hohe Anfangsausnutzung dar. Weiterhin sollten für die Festlegung eines Rechenwertes der Betondruckfestigkeit auch Mischungsverhältnisse  $> 1 : 6$  nicht auf der unsicheren Seite liegen.

Die zu entwickelnde Rechenwert-Funktion wird daher in etwa an der unteren Grenze der Heißdruckfestigkeiten von Proben mit Vorlast orientiert.

Abbildung 2.4 zeigt die Meßwerte verschiedener Forscher, wobei die Art der Versuchsdurchführung gekennzeichnet ist. Aus der Tendenz der Einzelverläufe lassen sich drei charakteristische Bereiche ablesen:

Abb. 2.4:  $\beta_P(T)$ -Verhalten Meßwerte und funktionale Approximation



Heißdruckfestigkeit  
mit Vorlast

- 1 FISCHER (1967) [52]
- 2 MALHOTRA (1956) [104]  
(Mischung a 1,45/b 1,6)
- 3 ABRAMS (1968) [2]
- 4 BAAR (1951) [6]  
(Vorlast?)
- 5 WIERIG (1964) [168]  
(obere Grenze, Literaturausw.)

ohne Vorlast

- 6 HARMATHY (1966) [76]
- 7 MALHOTRA (1957) [104]  
(Mischung a 1,45/b 1,6)
- 8 ABRAMS (1968) [2]
- 9 MARECHAL (1970) [107]  
la Quarzit/b Kies-Sand
- 10 FURUMURA (1970) [55]  
(w/z: a 0,70/b 0,45)
- 11 BAUS (1968) [9]  
la Porphyrb/b Kies
- 12 SCHNEIDER (1973) [144]
- 17 WAUBKE (1972) [165]

Restfestigkeit

- 13 GRUN/BECKMANN (1930) [61]
- 14 BUSCH (1936) [23]
- 15 HARADA (1971) [67]
- 16 WIERIG (1964) [168]  
(untere Grenze, Literaturausw.)

1. Temperaturbereich I:  $T \leq 300 \text{ }^\circ\text{C}$

Hier ist nur ein verhältnismäßig geringer Festigkeitsverlust zu verzeichnen, vereinzelt sogar ein minimaler Festigkeitszuwachs.

2. Temperaturbereich II:  $300 \text{ }^\circ\text{C} < T \leq 600 \text{ }^\circ\text{C}$

Dieser Temperaturbereich, in dem sich verschiedene thermochemische Prozesse abspielen, ist durch einen extrem steilen Festigkeitsverlust gekennzeichnet. Eine Vielzahl von Forschungsergebnissen bestätigt dieses Verhalten.

3. Temperaturbereich III:  $T > 600 \text{ }^\circ\text{C}$

Für das Festigkeitsverhalten in diesem Temperaturbereich liegen vergleichsweise wenige gesicherte Daten vor. Die Tendenz der vorhandenen Werte zeigt jedoch eine gewisse Stabilisierung der Druckfestigkeit, die auch physikalisch zu erwarten ist (Asymptoten-Hypothese, Haufwerksfestigkeit).

Für die analytische Formulierung sowohl für den Rechenwert-Verlauf als auch für die Grenzfunktionen wurde folgender Ansatz gewählt:

$$\beta_p(T) = \beta_p(T_0) \left\{ \sum_{n=0}^4 \frac{a_n \cdot (T-T_2)^n}{b_0 \cdot (T-T_3)^{-1}} \right\} \text{ für } \begin{cases} T_0 \leq T \leq T_1 \\ T > T_1 \end{cases} \quad (2.1)$$

Die Koeffizienten für diese Gleichung (2.1) können aus Tafel 2 entnommen werden.

Bei der Festlegung der Grenzwert-Funktionen wurden im Temperaturbereich I die Ergebnisse von MARECHAL [107] und FURUMURA [55] nicht berücksichtigt, da deren frühe Festigkeitsverminderungen von anderen Forschern nicht bestätigt werden konnte; sehr wahrscheinlich lag hier eine herstellungsbedingte Gefügeschwäche vor. Die teilweise beobachtete Festigkeitssteigerung in diesem Bereich wurde nicht voll berücksichtigt, da hier öffentlichlich Nachhärtungseffekte bei jungen Betonen eine Rolle spielen.

n=		0	1	2	3	4
RW	$a_n$	1,00	$- 0,123 \cdot 10^{-3}$	$0,188 \cdot 10^{-6}$	$- 0,428 \cdot 10^{-9}$	$- 0,601 \cdot 10^{-11}$
	$b_n$	55,0	-	-	-	-
	$T_n$	20,0	550,0	0,0	400,0	-
MIN	$a_n$	1,00	$- 0,709 \cdot 10^{-3}$	$- 0,13 \cdot 10^{-5}$	0,0	0,0
	$b_n$	15,2	-	-	-	-
	$T_n$	20,0	600,0	20,0	500,0	-
MAX	$a_n$	1,00	$0,694 \cdot 10^{-3}$	$- 0,231 \cdot 10^{-5}$	0,0	0,0
	$b_n$	101,0	-	-	-	-
	$T_n$	20,0	700,0	20,0	450,0	-

Tafel 2 Koeffizienten der  $\beta_p(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.1)

Für die Rechenwert-Funktion RW wurde im Temperaturbereich II beobachtet ein wesentlich steilerer Festigkeitsabbau in Ansatz gebracht als bei den einhüllenden Grenzwert-Funktionen. Quarzphasensprung und Portlandit-Zersetzung (vergl. dazu Kap. 3.2.1) bewirken eine rapide Vergrößerung des Gefüge-Fehlorderungsgrades. WAUBKE [165] berichtet in diesem Zusammenhang von nahezu sprunghaften Festigkeitsveränderungen.

### 2.2.2. Betonzugfestigkeit

Bei Bemessungsaufgaben im Stahlbetonbau wird üblicherweise ein Mitwirken des Betons auf Zug nicht berücksichtigt. Wengleich diese Vereinfachung im Hinblick auf die im Vergleich zur Druckfestigkeit sehr geringe Betonzugfestigkeit in der Regel gerechtfertigt ist, gibt es dennoch Fälle, die bei einer Mitnahme der möglichen Zugbeanspruchungen höhere Tragreserven aufweisen können (unbewehrte Bauteile).

Die wenigen vorhandenen systematischen Untersuchungen über die Temperaturabhängigkeit der Betonzugfestigkeit [155, 158] streuen

über einen großen Bereich, was primär mit den unterschiedlichen Versuchsdurchführungen zu erklären ist (Spaltzug- und Biegezugfestigkeitsversuch).

Eine eigene funktionale Darstellung der Betonzugfestigkeit scheint bei den wenig gesicherten Daten und der untergeordneten Bedeutung der Heißzugfestigkeit nicht gerechtfertigt. Sollte in Sonderfällen der Einfluß der Betonzugfestigkeit berücksichtigt werden, wird folgende Näherung empfohlen:

$$\beta_z(T) = \beta_{sz}(T_0) \cdot f(T) \quad (2.2)$$

Der Anfangswert der Spaltzugfestigkeit  $\beta_{sz}(T_0)$  ist dabei in Abhängigkeit von  $\beta_p(T_0)$  als unterer Grenzwert etwa nach BONZEL [16] zu bestimmen.

Für die Funktion  $f(T)$  kann dann die Rechenwert-Funktion für  $\beta_p(T)$  mit den Koeffizienten nach Tafel 2 benutzt werden.

### 2.2.3. Elastizitätsmodul $E_B$

Bei der E-Modul-Bestimmung wird eine vergleichende Analyse vorhandener Meßwerte durch unterschiedliche Versuchsmethoden sehr erschwert (Biege-E-Modul, Druck-E-Modul, statische Belastung, dynamische Belastung). Dennoch zeigt die Mehrzahl der experimentellen Daten eine einheitliche qualitative Tendenz (Bild 2.5).

#### 1. Temperaturbereich I: $T_0 \leq T \leq 250 \text{ }^\circ\text{C}$

Mit wenigen Ausnahmen stellten alle Forscher einen steilen Abfall des E-Moduls in diesem Bereich fest.

#### 2. Temperaturbereich II: $250 < T \leq 450 \text{ }^\circ\text{C}$

In diesem Temperaturbereich scheint eine gewisse Beruhigung einzutreten. Der Abbau der elastischen Betoneigenschaften erfolgt weniger schnell als im Bereich I - ein Effekt, der selbst bei unterschiedlichen Meßmethoden von vielen Forschern festgestellt wurde.

3. Temperaturbereich III:  $T > 450 \text{ }^\circ\text{C}$

Ab  $T \approx 450 \text{ }^\circ\text{C}$  wird ein erneuter Abbau des E-Moduls wieder festgestellt.

Zur analytischen Formulierung des  $E(T)$ -Verlaufes wurde die Überlagerung von gegenläufigen Exponentialfunktionen mit verschobener Temperaturskala benutzt, um die Wiedergabe des Sattels im Temperaturbereich II zu erreichen:

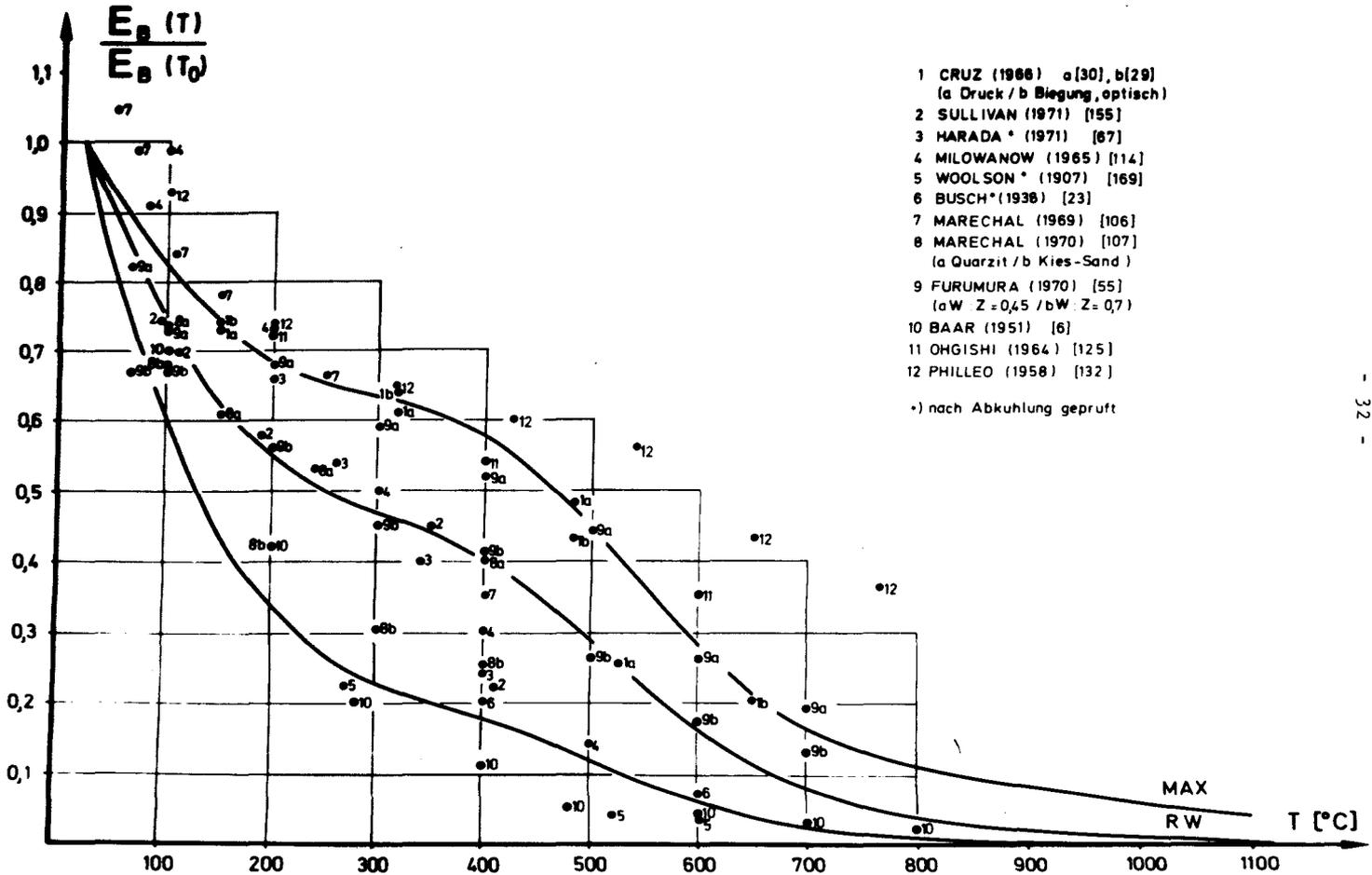
$$E_B(T) = E_B(T_0) \cdot \sum_{n=0}^2 b_n \cdot e^{(a_n(T-T_n))^n} \quad (2.3)$$

Diese Formulierung liefert die geschlossene  $E(T)$ -Funktion ab  $T = T_0$ . Die zugehörigen Koeffizienten für Gleichung (2.3) sind Tafel 3 zu entnehmen.

$n =$		0	1	2
RW	a	1,0	$- 4,11 \cdot 10^{-3}$	$4,866 \cdot 10^{-3}$
	b	$- 6 \cdot 10^{-3}$	1,0	0,2
	T	20,0	20,0	400,0
MIN	a	1,0	$- 6,82 \cdot 10^{-3}$	$4,866 \cdot 10^{-3}$
	b	$- 3 \cdot 10^{-3}$	1,0	0,1
	T	20,0	20,0	400,0
MAX	a	1,0	$- 2,94 \cdot 10^{-3}$	$4,866 \cdot 10^{-3}$
	b	$- 8 \cdot 10^{-3}$	1,0	0,25
	T	20,0	20,0	400,0

Tafel 3 Koeffizienten der  $E_B(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.3)

Abb. 2.5:  $E_B(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation



- 1 CRUZ (1988) a[30], b[29]  
(a Druck / b Biegung, optisch)
- 2 SULLIVAN (1971) [155]
- 3 HARADA \* (1971) [67]
- 4 MILOWANOW (1965) [114]
- 5 WOOLSON \* (1907) [169]
- 6 BUSCH\*(1938) [23]
- 7 MARECHAL (1969) [106]
- 8 MARECHAL (1970) [107]  
(a Quarzit / b Kies-Sand)
- 9 FURUMURA (1970) [55]  
(aW Z=0,45 / bW Z= 0,7)
- 10 BAAR (1951) [6]
- 11 OHGISHI (1964) [125]
- 12 PHILLEO (1958) [132]

\*) nach Abkühlung geprüft

### 2.2.4. $\epsilon_z$ -Stauchung

Als  $\epsilon_z$ -Stauchung ist der zu  $\beta_p$  - also zum Scheitelpunkt des  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramms - geörende Dehnwert zu verstehen. Die Größe  $\epsilon_z$  kennzeichnet die maximal mögliche Stauchung bei zentrischer Belastung, für die eine stabile Lage gefunden werden kann (siehe Bild 2.2).

Da das temperaturabhängige Verformungsverhalten von Beton erst in jüngster Zeit intensiver untersucht wurde, sind für den  $\epsilon_z$ -Wert nur sehr vereinzelt brauchbare Messungen vorhanden. Aus diesen wenigen Werten eine Gesetzmäßigkeit zu formulieren, kann daher nur unter Vorbehalt erfolgen. Dennoch zeigen die wenigen bekanntgewordenen Untersuchungen prinzipielle Gemeinsamkeiten im qualitativen und quantitativen  $\epsilon_z(T)$ -Verlauf:

Nach einem raschen Anstieg im Bereich zwischen  $250 \leq T \leq 550 \text{ }^\circ\text{C}$  bis auf mindestens den doppelten Wert des kalten Zustands scheint sich die Funktion einem oberen Grenzwert anzunähern.

Abbildung 2.6 zeigt die wenigen vorhandenen Meßpunkte und ihre funktionale Approximation.

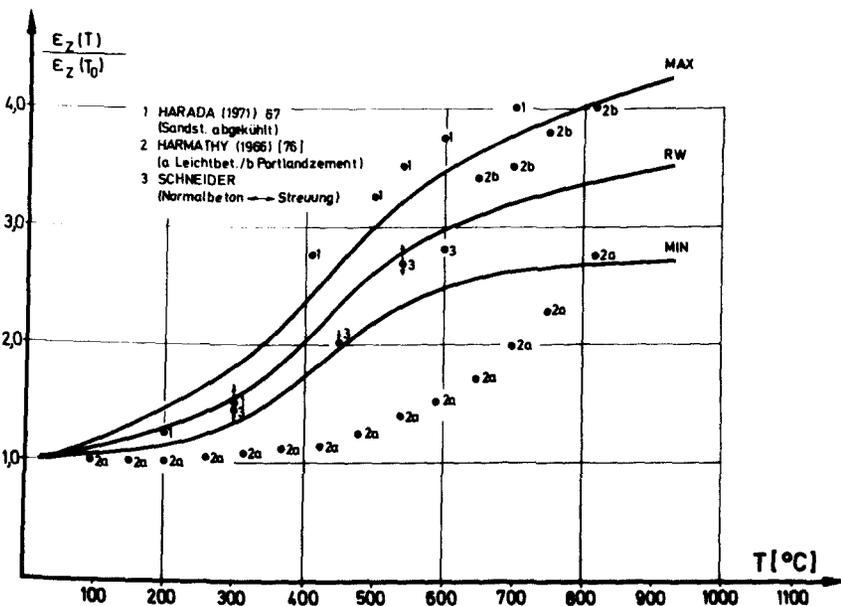


Abb. 2.6:  $\epsilon_z(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation

Der Grenzwerttendenz entsprechend wurde für die analytische Formulierung ein Ansatz der Form

$$\epsilon_z(T) = \epsilon_z(T_0) \left\{ a_1 + a_2 T + \ln \left[ a_3 (T - T_1) + (a_3 (T - T_1))^2 + a_4 \right]^{0.5} \right\} \quad (2.4)$$

gewählt. Die Koeffizienten für Gleichung (2.4) sind Tafel 4 zu entnehmen.

Die Formulierung der Rechenwert-Funktion RW beruht im wesentlichen auf den Versuchswerten von SCHNEIDER [144] (vergl. Abb. 2.16), da die dortigen Versuchsbedingungen am ehesten einen praxisgerechten Beton wiedergeben (vergl. Tafel 1).

Die in Abb. 2.6 mitgeteilten Leichtbetonergebnisse dienen lediglich der Verdeutlichung des signifikanten Unterschieds zum Normalbeton.

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$T_1$
RW	4,318	$1,473 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-2}$	1,0	425,0
MIN	4,378	$1,645 \cdot 10^{-3}$			
MAX	4,310	$1,764 \cdot 10^{-3}$			

Tafel 4 Koeffizienten der  $\epsilon_z(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.4)

### 2.2.5. Bruchstauchung $\epsilon_{Bu}$

Unter der Betonbruchstauchung  $\epsilon_{Bu}$  soll der maximale Randdehnwert bei exzentrischer Belastung verstanden werden (siehe Bild 2.2).

Die Festlegung dieses Wertes ist physikalisch nicht unbedingt erforderlich. Wählt man eine  $\sigma$ - $\epsilon$ -Form mit abfallendem Ast jenseits von  $\epsilon_z$ , ergibt sich von selbst eine Grenzdehnung bei Erreichen der maximalen Querschnittstragfähigkeit. Einen sehr brauchbaren numerischen Ansatz dieser Art liefert z. B. SARGIN [140].

Die Bestimmung des  $\epsilon_{Bu}$ -Wertes bereitet bereits im kalten Zustand erhebliche experimentelle Mühe und erfordert besondere versuchstechnische Einrichtungen (Dehnungssteuerung, Dehnungs-Gradienten-Belastung). Unter Zugrundelegung strenger Kriterien kann man die wenigen vorhandenen Meßwerte bestenfalls als erste Tastversuche bezeichnen. Die daraus abgeleitete Tendenz und ihre mathematische Formulierung stellt somit nur eine Arbeitshypothese dar, die notwendigerweise zur Formulierung des Werkstoffgesetzes nach Abb. 2.2 getroffen werden muß.

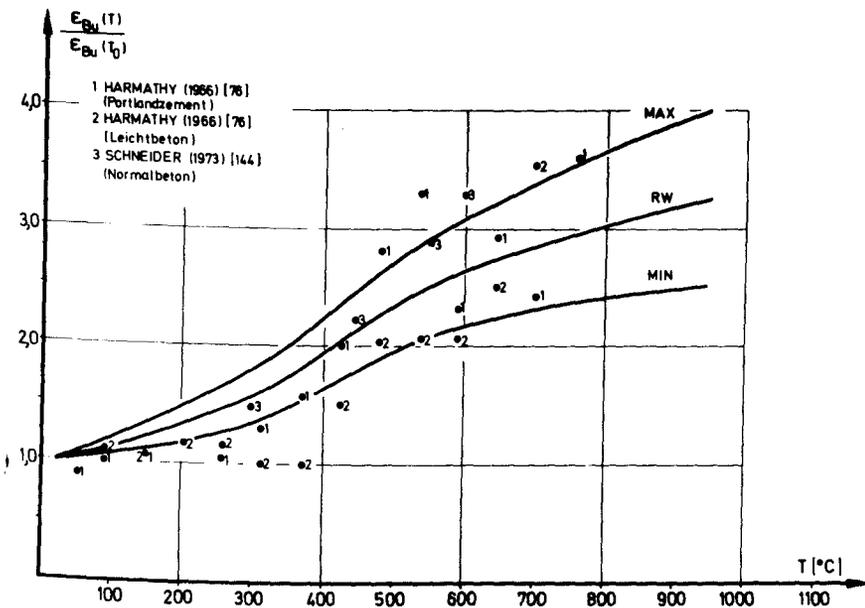


Abb. 2.7:  $\epsilon_{Bu}(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation

Wählt man auf Grund der vorhandenen Versuchsdaten einen qualitativ gleichen Verlauf für  $\epsilon_{BU}(T)$  wie für  $\epsilon_z(T)$ , so kann der Ansatz wieder in der Form

$$\epsilon_{BU}(T) = \epsilon_{BU}(T_0) \{ a_1 + a_2 T + \ln [ a_3 (T - T_1) + ((a_3 (T - T_1))^2 + a_4)^{0.5} ] \} \quad (2.5)$$

entwickelt werden.

Die zugehörigen Koeffizienten sind Tafel 5 zu entnehmen.

Bild 2.7 zeigt diese Ergebnisse und die Approximation nach (2.5).

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$T_1$
<b>RW</b>	5,779	$3,252 \cdot 10^{-3}$	$1,28 \cdot 10^{-2}$	1,0	425,0
<b>MIN</b>	5,724	$4,568 \cdot 10^{-4}$			
<b>MAX</b>	5,835	$6,025 \cdot 10^{-3}$			

Tafel 5 Koeffizienten der  $\epsilon_{BU}(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.5)

### 2.2.6. Zusammenfassung

Die Auswertung der Materialdaten zeigt, daß für alle Kenngrößen mit einem wesentlich breiteren Streubereich bei Temperaturbeanspruchung gegenüber dem "kalten" Zustand zu rechnen ist.

Die Erforschung des Verformungsverhaltens der gebräuchlichen Konstruktionsbetone existiert erst in Ansätzen. Die hierfür entwickelten Rechenwertfunktionen können somit zunächst nur Arbeitshypothesen darstellen, die lediglich in einzelnen Punkten experimentell bestätigt sind.

Das Festigkeitsverhalten unter praxisnahen Bedingungen ist zwar wesentlich besser gesichert, jedoch bedarf es auch hier noch weiterer systematischer Untersuchungen.

Bild 2.8 zeigt die Verläufe der Rechenwertfunktionen für die untersuchten Bedonkenndaten.

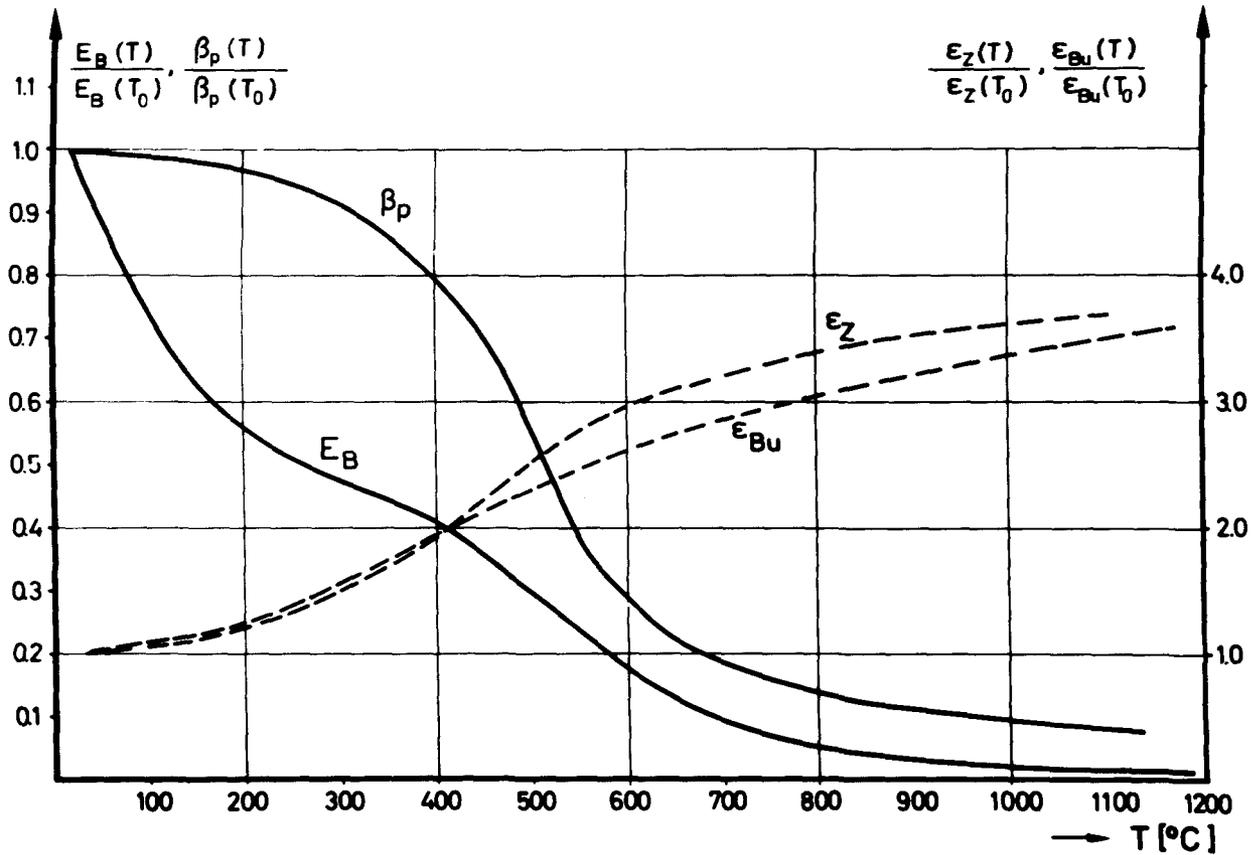


Abb. 2.8: Verlauf der Rechenwert-Funktionen (RW) für die Beton-Kennwerte nach Abb. 2.2

### 2.3. Stahleigenschaften

In diesem Abschnitt sollen all jene Parameter im Hinblick auf ihre Temperaturabhängigkeit zusammengestellt werden, die für die Formulierung eines Werkstoffgesetzes primär erforderlich sind.

Bild 2.9 zeigt die gegenseitige Zuordnung der im folgenden behandelten Festigkeits- und Verformungskenndaten.

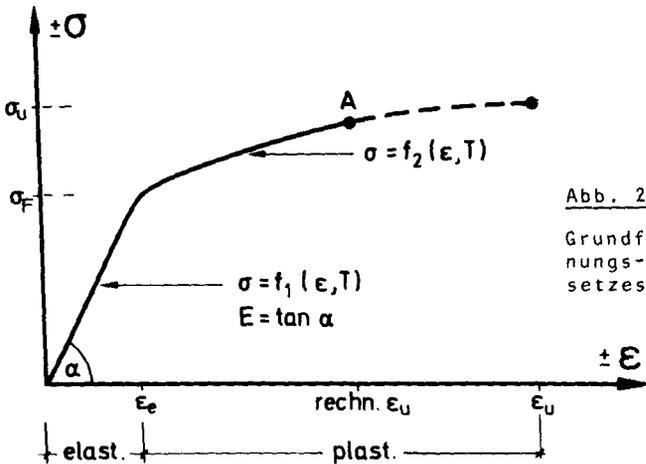


Abb. 2.9:

Grundform des Spannungs-Dehnungs-Gesetzes für Stahl

Die Literaturlauswertung ergab, daß die überwiegende Mehrzahl von Stahlversuchen unter erhöhten Temperaturen im Zugbereich durchgeführt wurde. Einer Übertragung der Ergebnisse auf Druckbeanspruchung scheint jedoch nichts entgegenzustehen, da Stahl seine im wesentlichen symmetrischen Eigenschaften für Druck und Zug selbst bei hohen Temperaturen offensichtlich beibehält, wie ein Vergleich entsprechender Versuche zeigte (Abb. 2.18). Abweichungen von der Zug/Druck-Festigkeitssymmetrie bei kaltverformten Stählen (Bauschinger-Effekt) sollen hier ausgeklammert werden, da sie keinen Einfluß auf die Formulierung einer  $f_{\sigma_F}(T)$ -Funktion haben.

### 2.3.1. Fließspannung $\sigma_F$

Bild 2.10 zeigt die Meßpunkte der  $\sigma_F(T)$ -Abhängigkeit einer großen Zahl verschiedenartiger Stähle. Dabei läßt sich folgendes feststellen:

1. Die Mehrzahl der Stähle zeigt bis  $T \leq 200 \text{ }^\circ\text{C}$  nur eine geringe Temperaturabhängigkeit.
2. Im Temperaturbereich  $350 \text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 550 \text{ }^\circ\text{C}$  nimmt die Fließspannung sehr stark ab.
3. Die wenigen Meßwerte im Temperaturbereich  $T > 700 \text{ }^\circ\text{C}$  deuten eine Stabilisierung der Fließspannung in der Größenordnung von  $\sigma_F(T)/\sigma_F(T_0) < 0,1$  an. Diese qualitative Tendenz ist auch physikalisch zu erwarten, da  $\sigma_F(T) = 0$  dem Schmelzpunkt  $T \geq 1145 \text{ }^\circ\text{C}$  zugeordnet sein muß.

Die Rechenwertfunktion für  $\sigma_F(T)$  wurde am Verhalten der kaltverformten Stähle orientiert und stellt deren untere Grenze dar. Zur Formulierung wurde ein Polynomansatz der Form

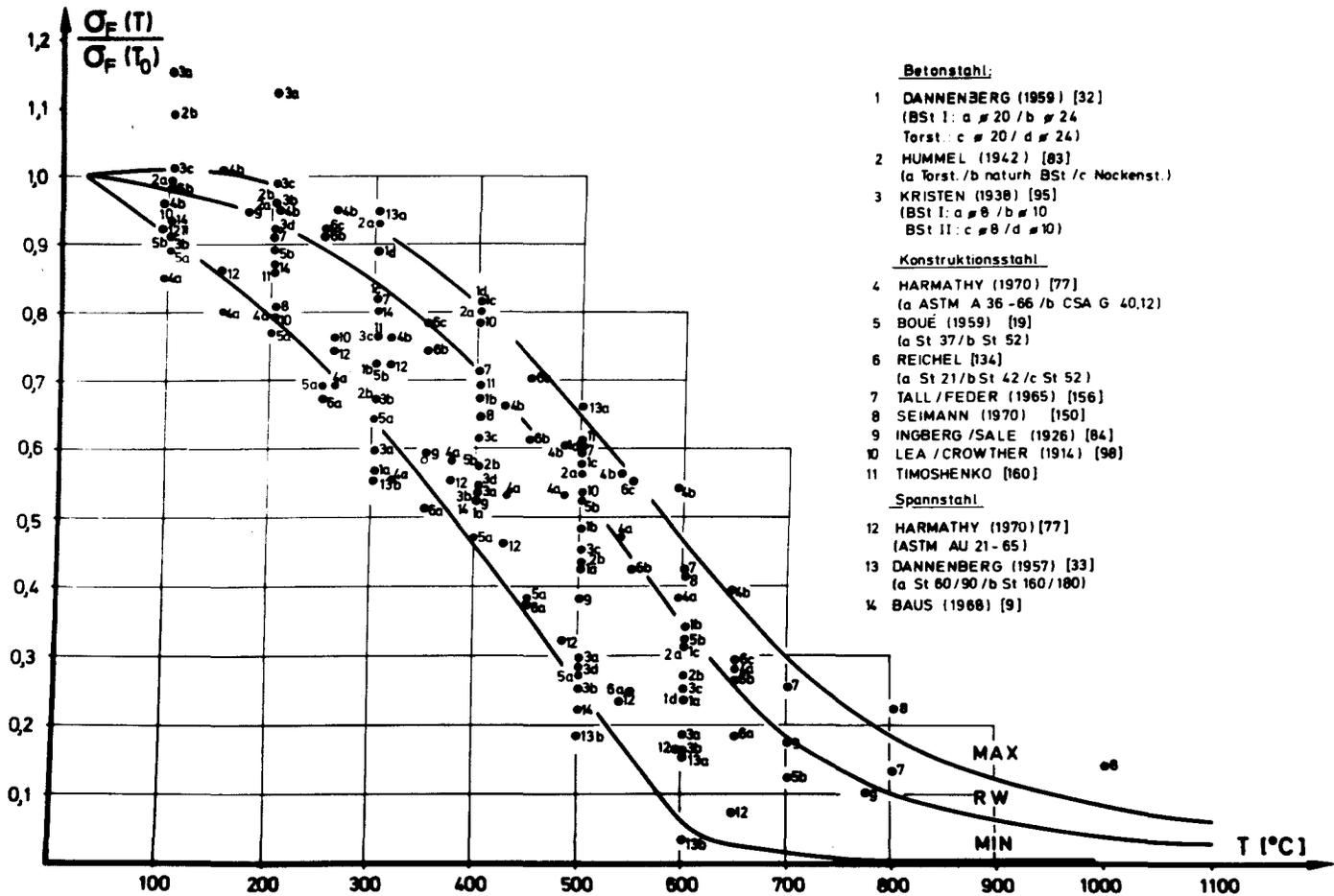
$$\sigma_F(T) = \sigma_F(T_0) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^2 a_n (T - T_2)^n \\ (\sum_{n=0}^2 b_n T^n)^{-1} \end{array} \right\} \text{ für } \begin{cases} T_0 \leq T \leq T_1 \\ T > T_1 \end{cases} \quad (2.6)$$

gewählt. Die Koeffizienten für Gleichung (2.6) sind nach Tafel 6 zu wählen.

### 2.3.2. Bruchspannung $\sigma_U$

Zur Verdeutlichung des  $\sigma_U(T)$ -Verlaufs wurden wiederum neben den Betonstählen auch andere Stähle für die Auswertung herangezogen. Der Verlauf der Meßpunkte in Bild 2.11 zeigt für die Mehrzahl al-

Abb. 2.10:  $\sigma_F(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation



ler Stähle folgende gemeinsame Tendenzen:

1. Temperaturbereich I:  $T_0 \leq T \leq 250 \text{ }^\circ\text{C}$

Mit Ausnahme der Spannstähle steigt die Bruchspannung über den Ausgangswert an. Teilweise wurde ein Festigkeitszuwachs von mehr als 30 % beobachtet.

2. Temperaturbereich II:  $250 < T \leq 600 \text{ }^\circ\text{C}$

Nach dem Maximum im Temperaturbereich II nimmt die Bruchspannung zunächst allmählich ab und erreicht etwa bei  $T \approx 300 \text{ }^\circ\text{C}$  wieder ihre Ausgangsfestigkeit. Danach zeigt sich ein sehr steiler Rückgang der Bruchspannung mit nahezu gleicher Neigung für alle Stähle.

3. Temperaturbereich III:  $T > 600 \text{ }^\circ\text{C}$

Die meisten Untersuchungen liefern keine Werte oberhalb  $600 \text{ }^\circ\text{C}$ . Die wenigen vorhandenen Meßwerte lassen auch kaum eine Tendenz zur Stabilisierung erkennen.

Für die analytische Formulierung wurde ein Ansatz in der Form

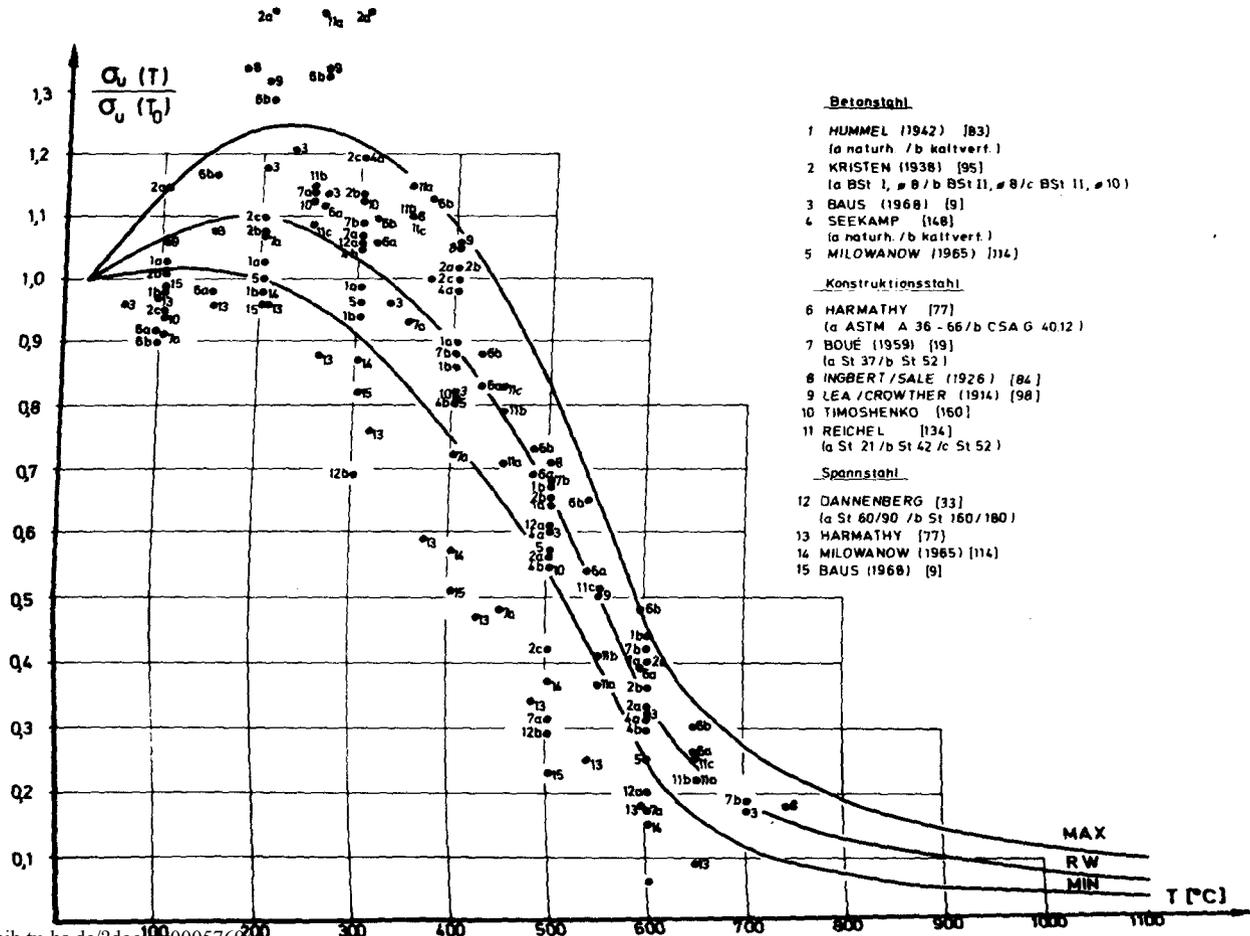
$$\sigma_u(T) = \sigma_u(T_0) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^2 a_n (T-T_2)^n \\ b_0 (T-T_3)^{-1} \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} T_0 \leq T \leq T_1 \\ T > T_1 \end{array} \right. \quad (2.7)$$

gewählt. Die zugehörigen Koeffizienten sind Tafel 7 zu entnehmen.

Die in Abb. 2.11 eingetragenen Spannstähle liegen deutlich unterhalb der entwickelten Minimal-Funktion. Auf Grund ihres gleichfalls signifikant unterschiedlichen Dehnungsverhaltens wurden sie bei der Abgrenzung der Schwankungsbreite nicht berücksichtigt.

Für den Temperaturbereich III wurde aus physikalischen Gründen eine Stabilisierung konstruiert (siehe auch unter Pkt. 2.3.1).

Abb. 2.11:  $\sigma_u(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation



Betonstahl

- 1 HUMMEL (1942) [83]  
(a naturh. / b kaltverf.)
- 2 KRISTEN (1938) [95]  
(a BSt I, # 8 / b BSt II, # 8 / c BSt II, # 10)
- 3 BAUS (1968) [9]
- 4 SEEKAMP [148]  
(a naturh. / b kaltverf.)
- 5 MILOWANOW (1965) [114]

Konstruktionsstahl

- 6 HARMATHY [77]  
(a ASTM A 36 - 66 / b CSA G 4012)
- 7 BOUE (1959) [19]  
(a St 37 / b St 52)
- 8 INGBERT / SALE (1926) [84]
- 9 LEA / CROWTHER (1914) [98]
- 10 TIMOSHENKO [160]
- 11 REICHEL [134]  
(a St 21 / b St 42 / c St 52)

Spannstahl

- 12 DANNENBERG [33]  
(a St 80/90 / b St 160/180)
- 13 HARMATHY [77]
- 14 MILOWANOW (1965) [114]
- 15 BAUS (1968) [9]

- 42 -

n=		0	1	2
RW	a	1,0	$- 0,91 \cdot 10^{-5}$	$- 1,988 \cdot 10^{-6}$
	b	24,1	$- 0,881 \cdot 10^{-1}$	$0,881 \cdot 10^{-4}$
	T	20,0	550,0	20,0
MIN	a	1,0	$- 0,98 \cdot 10^{-3}$	$- 1,176 \cdot 10^{-5}$
	b	754,66	- 2,827	$0,267 \cdot 10^{-2}$
	T	20,0	550,0	20,0
MAX	a	1,0	$0,339 \cdot 10^{-3}$	$- 0,224 \cdot 10^{-5}$
	b	12,389	$- 0,427 \cdot 10^{-1}$	$0,427 \cdot 10^{-4}$
	T	20,0	550,0	20,0

Tafel 6 Koeffizienten der  $\sigma_F(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.6)

n=		0	1	2	3
RW	a	1,1	$- 0,2 \cdot 10^{-3}$	$- 0,421 \cdot 10^{-5}$	-
	b	41,6	-	-	-
	T	20,0	600,0	200,0	480,0
MIN	a	1,0	$0,585 \cdot 10^{-3}$	$- 0,324 \cdot 10^{-5}$	-
	b	21,5	-	-	-
	T	20,0	600,0	20,0	514,0
MAX	a	1,25	$0,337 \cdot 10^{-3}$	$- 0,584 \cdot 10^{-5}$	-
	b	65,8	-	-	-
	T	20,0	600,0	200,0	454,0

Tafel 7 Koeffizienten der  $\sigma_U(T)$ -Funktion nach Gleichung (2.7)

### 2.3.3. Elastizitätsmodul $E_{St}$

Die bislang veröffentlichten Untersuchungen des  $E(T)$ -Verhaltens von Stählen enthalten fast ausschließlich nur Angaben über Bau- und Sonderstähle, kaum über Betonstähle. Dennoch scheint eine aus diesen vorhandenen Werten abgeleitete mathematische Funktion  $E(T) = E(T_0) \cdot f(T)$ , die auch für Betonstähle gelten soll, aus folgenden Gründen gerechtfertigt:

Bei allen anderen Materialkennwerten lagen die Betonstahl-Werte in der Regel innerhalb des Streubereichs der Konstruktions-Stähle. Läßt man die Meßwerte nach [134] unberücksichtigt, so ergibt sich ein sehr schmaler Streubereich, in dem auch die Grenzverläufe für Baustahl erwartet werden dürfen.

Bild 2.12 zeigt den Verlauf der ausgewerteten Messungen und die postulierten Rechenwert- und Grenz-Funktionen.

Der analytischen Formulierung liegt ein Ansatz der Form

$$E_{St}(T) = E_{St}(T_0) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^2 a_n (T-T_2)^n \\ (\sum_{n=0}^2 b_n T^n)^{-1} \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} T_0 \leq T \leq T_1 \\ T > T_1 \end{array} \right. \quad (2.8)$$

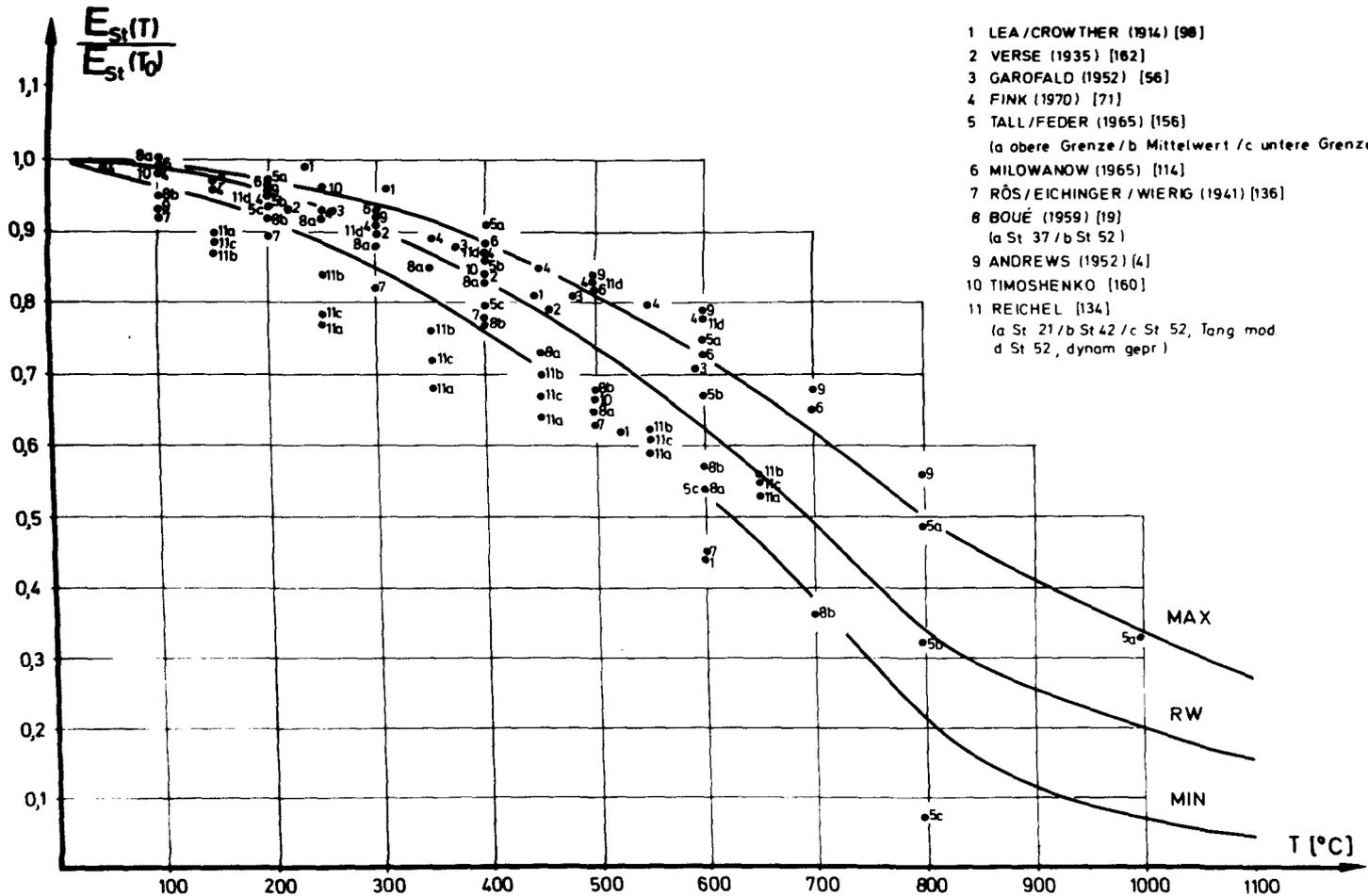
zugrunde mit den Koeffizienten nach Tafel 8.

Die bereits erwähnten Messungen von REICHEL [134] heben sich deutlich von denen anderer Forscher ab; die Ursache dürfte in der benutzten Meßmethode liegen. Für die Formulierung der  $f_E(T)$ -Funktion blieben diese Ergebnisse unberücksichtigt.

### 2.3.4. Elastizitätsgrenze $\epsilon_e$

Nach der Darstellung von Bild 2.9 kennzeichnet der Dehnwert  $\epsilon_e$  das Ende des Funktionsbereichs von  $\sigma = \epsilon E$ , also des elastischen Bereichs, und bildet die Grenze zum Fließbereich.

Abb. 2.12:  $E_{St}(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation



- 1 LEA / CROWTHER (1914) [98]
- 2 VERSE (1935) [162]
- 3 GAROFALO (1952) [56]
- 4 FINK (1970) [71]
- 5 TALL / FEDER (1965) [156]  
(a obere Grenze / b Mittelwert / c untere Grenze)
- 6 MILOWANOW (1965) [114]
- 7 RÔS / EICHINGER / WIERIG (1941) [136]
- 8 BOUÉ (1959) [19]  
(a St 37 / b St 52)
- 9 ANDREWS (1952) [4]
- 10 TIMOSHENKO [160]
- 11 REICHEL [134]  
(a St 21 / b St 42 / c St 52, Tang mod  
d St 52, dynam gepr.)

Da infolge des Hookschen Gesetzes zwischen den vorhandenen Meßwerten von  $\sigma_F(T)$  und  $E(T)$  eine direkte Abhängigkeit besteht, wird dieser Sachverhalt für die mathematische Formulierung des  $\epsilon_e(T)$ -Verlaufes benutzt:

$$\epsilon_e(T) = \frac{\sigma_F(T)}{E_{St}(T)} \quad (2.9)$$

Mit den Funktionen für  $\sigma_F(T)$  und  $E_{St}(T)$  entsprechend (2.6) und (2.8) ergibt sich

$$\epsilon_e(T) = \frac{\sigma_F(T_0) \cdot f_F(T)}{E_{St}(T_0) \cdot f_E(T)} \quad (2.10)$$

$$= \epsilon_e(T_0) \cdot \frac{f_F(T)}{f_E(T)} \quad (2.11)$$

$$= \epsilon_e(T_0) \cdot f_e(T) \quad (2.12)$$

Auf eine formelmäßige Wiedergabe der Funktion  $f_e(T)$  wird hier verzichtet. Für eine numerische Auswertung empfiehlt sich ohnehin die getrennte Ermittlung der Funktionswerte  $f_F(T)$  und  $f_E(T)$  und anschließende Bildung von  $f_e(T)$  entsprechend Gleichung (2.12).

Der Funktionsverlauf des Rechenwertes von  $f_e(T)$  ist in Bild 2.15 wiedergegeben.

An dieser Stelle soll auf eine zusätzliche Kontrollwirkung der Funktion  $f_e(T)$  aufmerksam gemacht werden. Aus physikalischen Gründen muß bei steigenden Werten von  $T(T_0, T_1, T_2, \dots, T_{n-1}, T_n, T_{n+1}, \dots)$  gelten

$$f_e(T_n) > f_e(T_{n+1})$$

woraus unter Berücksichtigung von (2.11) und (2.12) die Bedingungen

$$f_F(T_n) < f_E(T_n)$$

und

$$\frac{f_F(T_n)}{f_E(T_n)} > \frac{f_F(T_{n+1})}{f_E(T_{n+1})}$$

bei der Entwicklung der Funktionen  $f_F(T)$  - Gleichung (2.6) - und  $f_E(T)$  - Gleichung (2.8) zu beachten waren.

n =		0	1	2
RW	a	1,0	$-0,435 \cdot 10^{-4}$	$-0,103 \cdot 10^{-5}$
	b	5,0	$-1,276 \cdot 10^{-2}$	$0,128 \cdot 10^{-4}$
	T	20,0	800,0	20,0
MIN	a	1,0	$-0,259 \cdot 10^{-3}$	$-0,957 \cdot 10^{-6}$
	b	30,379	$-9,656 \cdot 10^{-2}$	$8,047 \cdot 10^{-5}$
	T	20,0	800,0	20,0
MAX	a	1,0	$0,186 \cdot 10^{-4}$	$-0,843 \cdot 10^{-6}$
	b	2,941	$-0,593 \cdot 10^{-2}$	$0,593 \cdot 10^{-5}$
	T	20,0	800,0	20,0

Tafel 8:

Koeffizienten für  $E_{St}(T)$  nach Gleichung (2.8)

n =		0	1	2
RW	a	1,00	$-1,416 \cdot 10^{-3}$	$0,378 \cdot 10^{-5}$
	T	20,00		
MIN	a	1,00	$-2,485 \cdot 10^{-3}$	$0,441 \cdot 10^{-5}$
	T	20,00		
MAX	a	1,00	$-0,856 \cdot 10^{-3}$	$0,407 \cdot 10^{-5}$
	T	20,00		

Tafel 9:

Koeffizienten für  $\epsilon_U(T)$  nach Gleichung (2.13)

### 2.3.5. Bruchdehnung $\epsilon_u$

Die im Werkstoffgesetz für Baustahl eingeführte Bruchdehnung  $\epsilon_u$  stellt bekanntlich nur einen Rechenwert dar; die tatsächliche Bruchdehnung  $\delta$  ist deutlich um mindestens den Faktor 10 größer.

Die Bestimmung von  $\delta(T)$  erfolgt zum Teil wie im kalten Zustand an den Proportionalitätsstäben ( $l_5 = 5 \cdot d$  bzw.  $l_{10} = 10 \cdot d$ ), teilweise wird eine d-unabhängige Länge von  $l = 100$  cm benutzt. Der bekannte Einfluß der Stablängen auf die Bruchdehnung läßt sich auch bei einer bezogenen Darstellung nicht eliminieren. Auf die Berechnung einer temperaturabhängigen Gleichmaßdehnung wurde wegen der zu geringen Anzahl entsprechender Versuchsdaten verzichtet. Da jedoch nur ein Bruchteil von  $\delta$  im Spannungs-Dehnungs-Gesetz für Stahlbeton ausgenutzt wird, hat dieser Einfluß untergeordnete Bedeutung.

Bild 2.13 zeigt Meßwert-Tendenz  $\delta(T)$  verschiedener Autoren an unterschiedlichen Stählen. Auffallend ist der sofortige steile Anstieg für hochfeste Stähle (Spannstähle), die damit gänzlich aus dem Streubereich der Bau- und Betonstähle herausfallen.

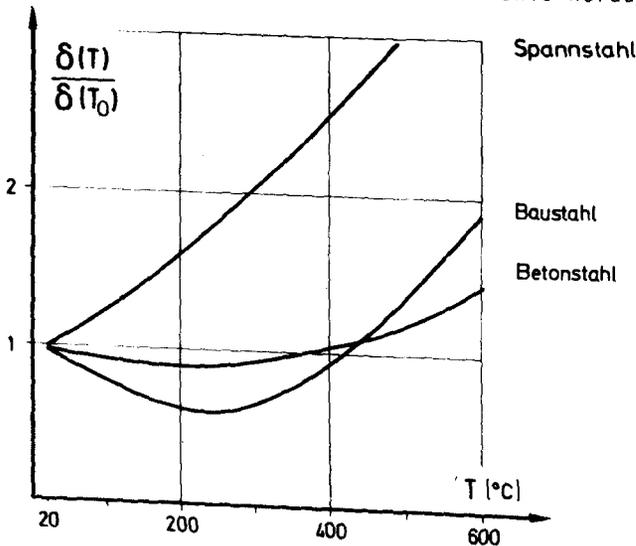
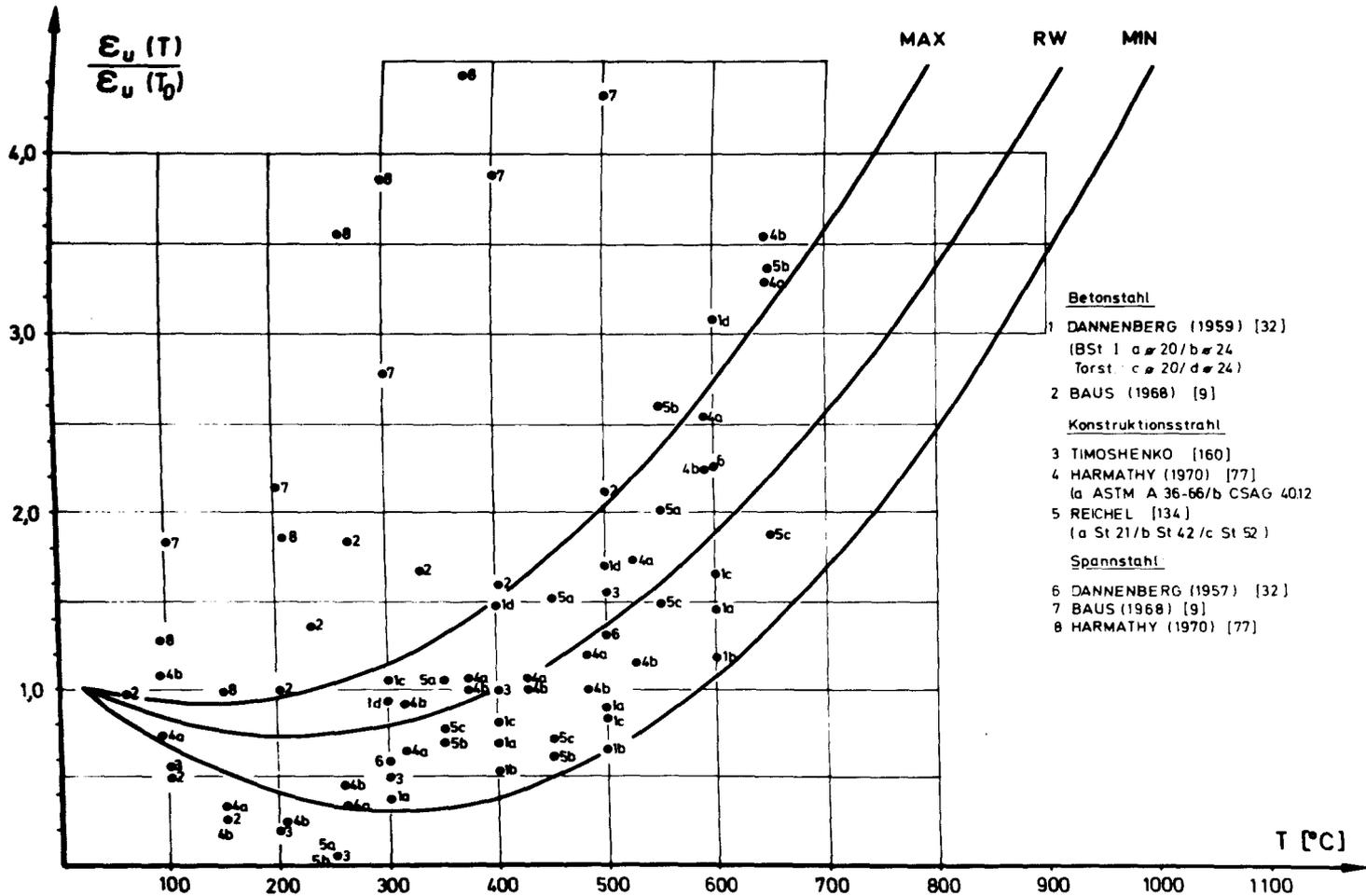


Abb. 2.13:

Bruchdehnungs-Verhalten unterschiedlicher Stahltypen bei Temperaturbeanspruchung

Abb. 2.14:  $\epsilon_u(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation



Während die ausgewerteten Versuche für Baustähle nach Durchlaufen eines deutlichen Minimums ein anschließendes rasches Anwachsen von  $\delta(T)$  erkennen lassen, zeigen Betonstähle einen wesentlich ruhigeren Verlauf mit der unteren Begrenzung durch naturharten Betonstahl (siehe Bild 2.14). Die Rechenwert-Funktion wurde am  $\delta_{5/10}(T)$ -Verlauf für Betonstähle orientiert, während die Grenzfunktionen den Streubereich von Bau- und Betonstählen erfassen.

Für alle drei Funktionen wurde folgender Polynomansatz gewählt:

$$\epsilon_U(T) = \epsilon_U(T_0) \cdot \sum_{n=0}^2 a_n \cdot (T - T_0)^n \quad (2.13)$$

Die entsprechenden Koeffizienten sind in Tafel 9 zusammengestellt, den Verlauf zeigt Bild 2.14.

### 2.3.6. Zusammenfassung

Die Temperaturabhängigkeit des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Betonstählen kann im wesentlichen als ausreichend geklärt angesehen werden. Dennoch wären auch hier weitere systematische Untersuchungen wünschenswert, da zur Absicherung der Rechenwert-Funktionen zur Zeit das ähnliche Verhalten von Bau- und Sonderstählen teilweise mit herangezogen werden mußte.

Bild 2.15 zeigt die Verläufe der Rechenwert-Funktionen für die untersuchten Betonstahldaten.

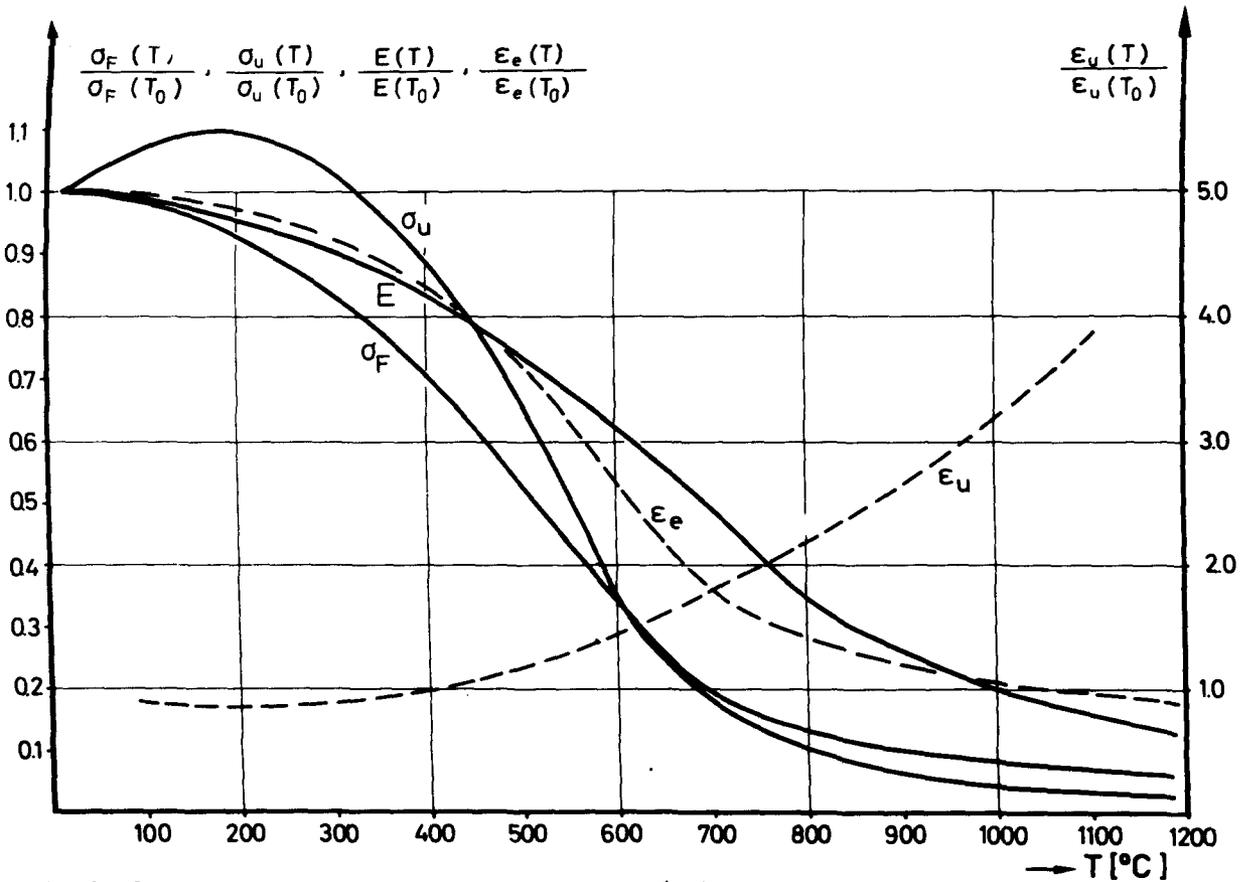


Abb. 2.15: Verlauf der Rechenwert-Funktionen (RW) für die Stahl-Kennwerte nach Abb. 2.9

## 2.4. Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

Die in den vorhergegangenen Abschnitten 2.2 und 2.3 entwickelten Rechenwert-Funktionen für die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Werkstoffparameter sollen jetzt funktional zusammengefaßt werden zur Beschreibung des Materialverhaltens in Form von temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungs-Gesetzen ( $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Formulierung).

### 2.4.1. $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Beziehung für Beton

Experimente zur Bestimmung des  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verlaufes für Beton bei hohen Temperaturen liegen bislang nur in wenigen Fällen vor [52, 60, 66, 76, 144]. Die geringe Anzahl der Versuche erlaubt zur Zeit noch keine verallgemeinerungsfähige Aussage, die als Grundlage zur Formulierung einer allgemeinen Gesetzmäßigkeit dienen könnte. Auch die Versuchsdurchführungen bedürften hierfür noch einiger wichtiger Erweiterungen.

Die Resultate von GROSS [60] zeigen beispielsweise ein bereichsweise lineares Verhalten, was auf eine zu geringe Zahl von Meßpunkten hinweist; zudem sind die Versuche offensichtlich vor Erreichen des Scheitelwertes beendet worden. Die Versuchsergebnisse von FISCHER [52] zeigen dagegen bis nahe  $T = 500$  °C eine nur geringe Veränderung der  $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Verläufe; ein Sachverhalt, der von anderen Forschern auch näherungsweise nicht bestätigt werden konnte.

Als wesentlichste Einschränkung gilt jedoch für alle Versuche, daß eine Dehnungs-Gradienten nicht simuliert werden konnte. Die Dehnungs-Endwerte der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme sind somit nicht als  $\epsilon_{Bu}$ -Werte nach Abb. 2.2 bei einer Bauteilanalyse zu interpretieren. Während der Scheitelpunkt den  $\epsilon_z$ -Wert gut wiedergibt, ist der daran anschließende abfallende Bereich lediglich geeignet, eine  $\epsilon_{Bu}(T)$ -Tendenz anzuzeigen.

Die für genauere Aussagen erforderlichen dehnungsgesteuerten Versuche wurden offensichtlich in Einzelfällen nur von HARMATHY [76] durchgeführt, hier jedoch lediglich an Zementproben und Leichtbeton.

Die Analyse der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verläufe zeigte bereits für den Zeitpunkt  $t = 0$  bei der Mehrzahl der Forscher erhebliche Abweichungen vom Regelverlauf [137] bezüglich Dehnverhalten und Völligkeit. Lediglich die von HARADA [66] mitgeteilten Ergebnisse geben einen Verlauf wieder, der sich recht gut in den zu erwartenden Wertebereich einfügt. Leider existieren hierfür jedoch nur wenig genaue Versuchsangaben.

Aus diesen Gründen wird zunächst darauf verzichtet, eine auf diesen Versuchen basierende  $\sigma(\epsilon)$ -Funktion zu entwickeln. Es wird vielmehr auf eine Grundfunktion zurückgegriffen, deren Brauchbarkeit für Traglastberechnungen erwiesen ist.

Um für

$$\left\{ \begin{array}{l} t \longrightarrow 0 \\ T \longrightarrow T_0 \end{array} \right\}$$

einen Konvergenz der Traglasten zu den bekannten "kalten" Werten (vergl. zum Beispiel KASPAREK [86], QUAST [133] u.a.) zu ermöglichen, wird die dort benutzte Parabel-Rechteck-Form (2.14) nach Bild 2.2 gewählt:

$$\sigma = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2\beta_p}{\epsilon_z} \cdot \epsilon + \frac{\beta_p}{\epsilon_z^2} \cdot \epsilon^2 \\ -\beta_p \\ 0 \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_z \leq \epsilon \leq 0 \\ \epsilon_{BU} \leq \epsilon < \epsilon_z \\ \epsilon > 0 \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

Es ist bekannt, daß diese Formulierung in vielen Punkten nur eine Näherung darstellt, dennoch wird für die vorliegende Arbeit aus den oben genannten Gründen zunächst bewußt auf eine Anwendung modifizierter Arbeitslinien verzichtet.

In den Werkstoffgesetzen nach Gl. (2.14) wurden die Festwerte  $\beta_p$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\epsilon_{BU}$  durch die entsprechenden  $T$ -abhängigen Funktionen ersetzt und führen somit die Funktion

$$\sigma = \sigma(\epsilon) \quad (2.15)$$

über in die Form

$$\sigma = \sigma(\epsilon, T) \quad (2.16)$$

Gleichung (2.14) wird somit erweitert zu

$$\sigma = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2\beta_p(T)}{\epsilon_z(T)} \cdot \epsilon + \frac{\beta_p(T)}{\epsilon_z(T)^2} \\ -\beta_p(T) \\ 0 \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_z(T) \leq \epsilon \leq 0 \\ \epsilon_{3u}(T) \leq \epsilon < \epsilon_z(T) \\ \epsilon > 0 \end{array} \right\} \quad (2.17)$$

mit den Unterfunktionen

- $\beta_p(T)$  nach Gleichung (2.1)
- $\epsilon_z(T)$  nach Gleichung (2.4)
- $\epsilon_{3u}(T)$  nach Gleichung (2.5)

Auf eine Wiedergabe der expliziten Gleichung (2.17) wird hier verzichtet.

Bild 2.16 zeigt die von SCHNEIDER [144] experimentell bestimmten  $\sigma(\epsilon, T)$ -Verläufe. Diese Messungen stellen trotz der erwähnten Besonderheiten die bislang besten Ergebnisse dar. Diese Kurven -

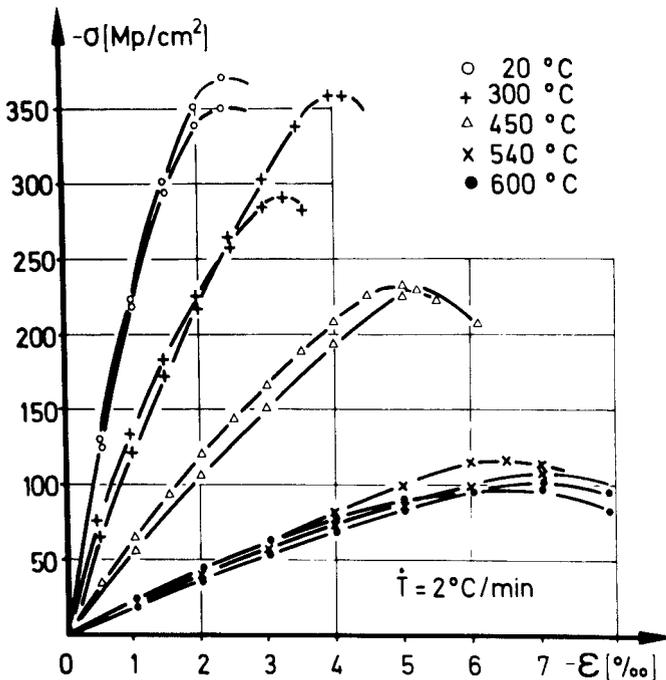
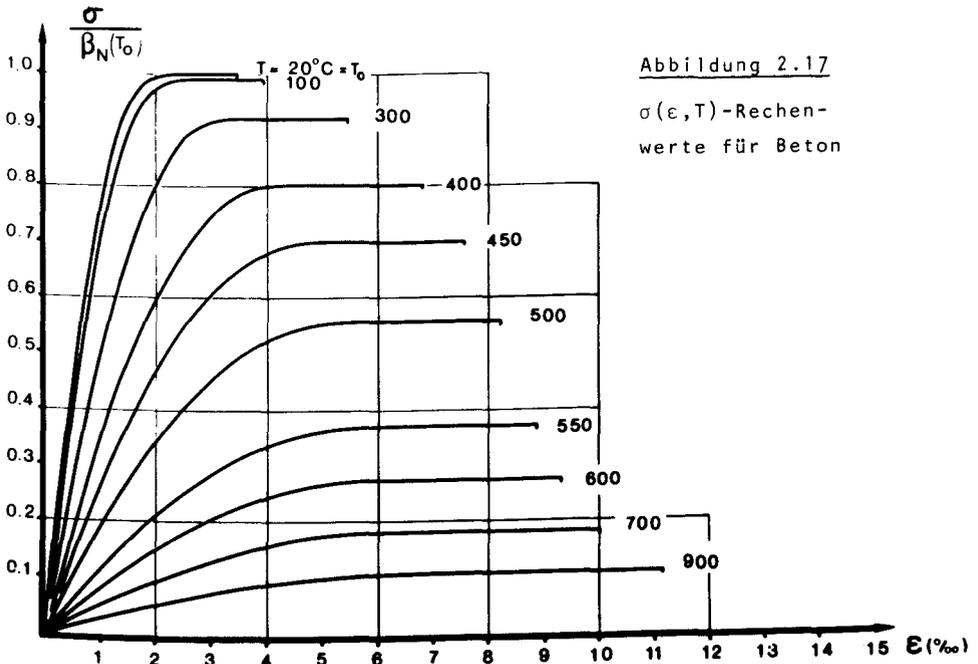


Abb. 2.16: Meßwerte des  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verhaltens von Beton nach [144]

wie prinzipiell auch die anderer Forscher - bestätigen die Brauchbarkeit des gewählten Parabelansatzes für den Dehnbereich  $\epsilon_z(T) < \epsilon < 0$ . Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf für Werte  $\epsilon < \epsilon_z(T)$  läßt sich an zentrisch belasteten Proben, auch bei dehnungsgesteuerten Versuchen, ohnehin nur beschränkt erfassen, da dieser Bereich sich erst bei Vorhandensein einer Dehnungsgradienten voll ausbildet.

Die Ergebnisse der elektronischen Auswertung von Gl. (2.17) zeigt Bild 2.17. Die Kurven stellen Rechenwerte normierter  $\sigma(\epsilon, T)$ -Verläufe für Konstruktionsbetone mit quarzitischem Zuschlägen dar. Der Scharparameter dieser Kurven ist die jeweilige Temperatur  $T$ .

Da in der  $\beta_p(T)$ -Funktion, Gl. (2.1), keine  $\dot{t}$ -Abhängigkeit enthalten ist, sind die  $\sigma(\epsilon, T)$ -Verläufe zeitunabhängig zu verstehen. Sie geben lediglich den  $\sigma$ - $\epsilon$ -Rechenwertverlauf eines Betons mit konstanter Temperatur  $T$  an. Für die Erfassung der Zeitabhängigkeit, beispielsweise  $\epsilon(t)$ -Bestimmung bei vorgegebenem konstantem  $\sigma$  während eines Aufheizvorganges, muß  $\epsilon$  stufenweise für diskrete Temperaturstufen  $T(t)$  zu vorgegebenem  $\sigma$  ermittelt werden; zusätzlich ist in diesen Fällen Abschnitt 2.5 zu beachten.



### 2.4.2. $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Beziehung für Betonstahl

Bild 2.18 zeigt die normierten Verläufe der experimentell ermittelten  $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Beziehungen für zwei verschiedene Baustähle bei unterschiedlichen Prüfverfahren:

- a) SALE [138]: Konstruktionsstahl mit  $\approx 0,2$  % C-Gehalt,  $\sigma_F \approx 2320$  kp/cm<sup>2</sup>, Druckversuch;
- b) HARMATHY und STANZAK [77]: ASTM A 36-Stahl, Konstruktionsstahl mit 0,18 % C-Gehalt,  $\sigma_F \approx 3230$  kp/cm<sup>2</sup>, Zugversuch;

Die gute Übereinstimmung ist offensichtlich. Da auch die einzelnen mechanischen Materialdaten zwischen Bau- und Betonstählen eine gleichartige T-Abhängigkeit zeigen, steht einer Zugrundelegung dieser Meßkurven für analytische Formulierung eines Rechenwertes der  $\sigma(\epsilon, T)$ -Beziehung nichts im Wege.

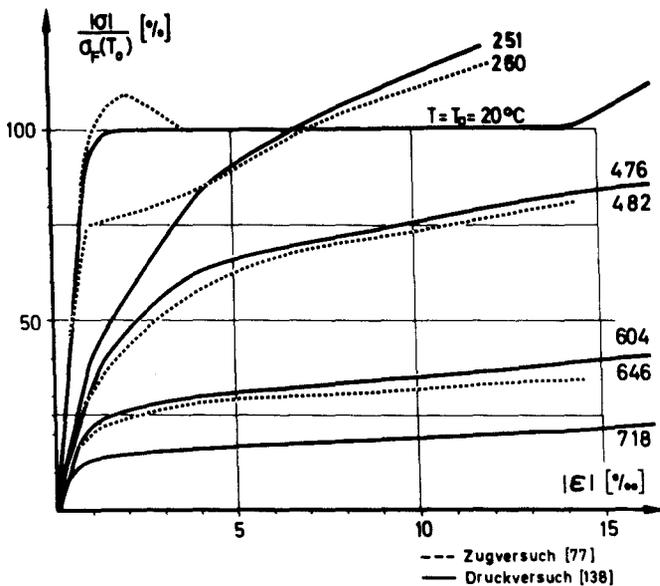


Abb. 2.18: Meßwerte des  $\sigma$ - $\epsilon$ -T-Verhaltens von Stahl

Die gebräuchliche Darstellung von Stahl-Arbeitslinien für  $t = 0$  benutzt in der Regel die bilineare Form (2.18). Hierbei wird die Abrundung am Übergang zum Fließbereich außer acht gelassen, die jedoch - wie Bild 2.18 und Kontrollberechnungen zeigen - ohne wesentlichen Einfluß ist. Ebenso wird der "hardening"-Effekt vernachlässigt, der sich -  $t = 0$  - ohnehin erst bei Dehnungen auswirkt, die weit über den in Baukonstruktionen möglichen Werten liegen.

$$\sigma_{St} = \begin{cases} E E_{St} \\ \sigma_F \end{cases} \text{ für } \begin{cases} |\epsilon| \leq |\epsilon_e| \\ |\epsilon_e| \leq |\epsilon| \leq |\epsilon_U| \end{cases} \quad (2.18)$$

Diese beiden Vereinfachungen sind jedoch für  $t > 0$  nicht mehr möglich. Die Meßwerte zeigen ein kontinuierliches nichtlineares Ansteigen der Kurve oberhalb der Elastizitätsgrenze. Die Ansatzfunktion zur Beschreibung dieses Materialverhaltens wird daher in einen elastischen und einen plastischen Anteil aufgespalten (Bild 2.9). Der elastische Bereich verläuft nach wie vor linear, für den daran anschließenden plastischen Bereich wird ein Polynomansatz gewählt. Dessen Verlauf soll jedoch so gesteuert werden können, daß zwecks Konvergenz der Arbeitslinien für  $t = 0$  der Übergang zur bilinearen Form nach DIN 1045 erreicht wird.

Der elastische Bereich wird durch die Funktion  $f_1$  beschrieben:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= f_1(\epsilon, T) \\ &= E_{St}(T) \cdot \epsilon \end{aligned} \quad (2.19)$$

Diese Funktion gilt in den Grenzen des Wertebereichs I:

$$0 \leq |\epsilon| \leq |\epsilon_e|(T)$$

Den Verlauf für  $|\epsilon| > |\epsilon_e|(T)$  steuert die Funktion  $f_2$ :

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= f_2(\epsilon, T) \\ &= \sigma_U(T) - \frac{\sigma_U(T) - \sigma_F(T)}{(\epsilon_U(T) - \epsilon_e(T))^2} \cdot (\epsilon_U(T) - \epsilon)^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dieser Ansatz gilt innerhalb des Wertebereichs II:

$$|\epsilon_e(T)| < |\epsilon| \leq |\epsilon_u(T)|$$

Für die Unterfunktionen sind folgende Rechenwerte zu wählen:

$$\begin{aligned} E_{St}(T) & \text{ nach Gleichung (2.8)} \\ \epsilon_e(T) & \text{ nach Gleichung (2.9)} \\ \sigma_F(T) & \text{ nach Gleichung (2.6)} \\ \epsilon_u(T) & \text{ nach Gleichung (2.13)} \\ \sigma_u(T) & \text{ nach Gleichung (2.7)} \end{aligned}$$

Somit wird das Werkstoffverhalten von Betonstahl in der hier gewählten Form wiedergegeben mit

$$\sigma = \begin{cases} f_1(\epsilon, T) \\ f_2(\epsilon, T) \end{cases} \text{ für Wertebereich } \begin{cases} \text{I} \\ \text{II} \end{cases} \quad (2.21)$$

Für die Formulierung eines bilinearen oder linearparabolischen  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verlaufes existieren verschiedene Vorschläge [174, 175], die eine geschlossene Darstellung ermöglichen. In der vorliegenden Arbeit wurde bewußt eine Bereichsformulierung nach Gleichung (2.21) gewählt, um den Einfluß der einzelnen Materialparameter in einfacher Weise analysieren zu können.

Der für Stahlbetonkonstruktionen ausnutzbare Bereich der Stahldehnungen wird entsprechend der Dehnungsbeschränkung für  $t = 0$  zunächst auch für  $t > 0$  begrenzt. Die im "kalten" Zustand auf  $\epsilon \leq 5\%$  begrenzte Stahldehnung ist primär zur Beschränkung der Ribbildung gewählt, während Bruchversuche deutlich höhere aufnehmbare Stahldehnungen ergeben [100].

Diese Begrenzung wird für den Katastrophenfall "Brand" fallen gelassen, da hier ausschließlich die Tragsicherheit innerhalb der in der Regel sehr kurzen Branddauer interessiert.

Die begrenzte Rotationsfähigkeit von Stahlbetonquerschnitten - besonders bei hoher Normalkraftbelastung - stellt allerdings von sich aus eine obere Begrenzung dar.

Die ausnutzbare Stahldehnung soll für die späteren Berechnungen daher durch folgende Formulierung begrenzt werden (R = Rechenwert):

$${}_R \epsilon_U(T) = {}_R \epsilon_U(T_0) \cdot \frac{\epsilon_U(T)}{\epsilon_U(T_0)} \quad (2.22)$$

$$= {}_R \epsilon_U(T_0) \cdot f_{\epsilon_U}(T) \quad (2.23)$$

Infolge des Gradienten der thermischen Dehnung, der für die hier untersuchten Fälle stets vorliegt (Versagen tritt vor Ausbilden eines isothermen Zustandes ein, vergl. Abschnitt 13), wird selbst der so begrenzte Bereich in der Regel nicht ausgenutzt.

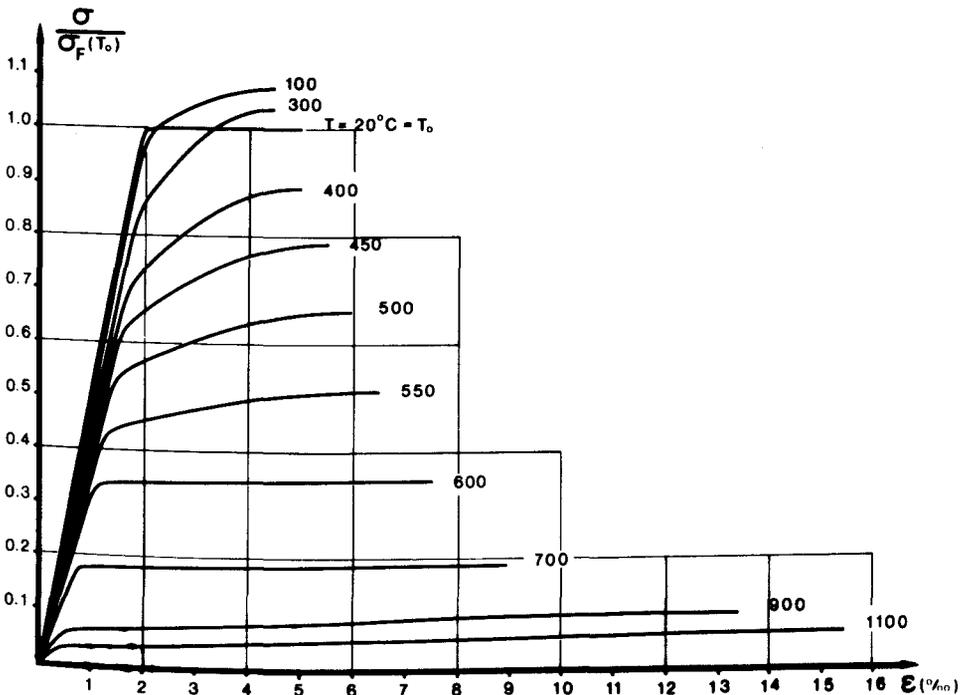


Abb. 2.19: Rechenwerte des  $\sigma$ - $\epsilon$ - $T$ -Verhaltens von Stahl nach Gleichung (2.21)

Die nach Gleichung (2.23) gewählte Begrenzung der Stahldehnungen stellt zunächst eine Arbeitshypothese für balkenartige Bauteile dar, die für Bauteile mit anderer Rotationsfähigkeit unter Umständen modifiziert werden muß.

Für die Funktion  $f_{eu}(T)$  ist Gleichung (2.13) zu benutzen. Die Rechenwerte des  $\sigma(\epsilon, T)$ -Verlaufs enden somit bei Erreichen des Punktes A in Abb. 2.9.

Bild 2.19 zeigt die entsprechend Gleichung (2.21) berechneten und normierten Rechenwerte der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Funktionen für Betonstahl mit dem Scharparameter der Temperatur  $T$ .

Für die Berechnung zeitabhängiger Dehnungsverläufe gilt das unter Punkt 2.4 Gesagte entsprechend.

## 2.5. Hochtemperatur-Kriechen (HTK) und Hochtemperatur-Relaxation (HTR)

Während das Kriechverhalten von Beton im Temperaturenbereich bis etwa 100 °C als einigermaßen geklärt angesehen werden kann, zumindest für einaxiale Beanspruchung [45], hat die Forschung für den Bereich des Kriech- und Relaxationsverhaltens unter höheren Temperaturen erst vor einigen Jahren intensiv eingesetzt, so daß hier lediglich von ersten Einzelergebnissen gesprochen werden kann [60, 52, 144]. Für das Relaxationsverhalten von Bewehrungsstählen bei hohen Temperaturen fehlen praktisch alle Informationen. Neben der bekannten Versuchsdurchführung unter stationärer thermischer Beanspruchung hat sich dabei eine neue Versuchspraxis entwickelt, die eine zeitlich veränderliche Temperaturbelastung zugrunde legt und damit das Materialverhalten unter instationärer thermischer Beanspruchung untersucht.

Die physikalisch ursprünglich an isotherme Verhältnisse gebundenen Prozesse Kriechen und Relaxation sollen jedoch auch für instationäre Temperaturbeanspruchungen terminologisch beibehalten werden (vergl. Tafel 10).

Temperatur	Dehnung	Last	Zeit	Gesetz	
constant	gemessen	constant	variabel	stationäres	Warmkriechen
variabel	gemessen	constant	gekoppelt	instation.	
constant	constant	gemessen	variabel	stationäre	Relaxion
variabel	constant	gemessen	gekoppelt	instation.	
constant	gemessen	variabel	gekoppelt	σ-ε - Diagramm	

Tafel 10

Die Zeit  $t$  tritt bei den thermisch instationären Versuchen nicht mehr als Freiwert auf, sondern ist an das Temperatur-Zeit-Gesetz gekoppelt (Erwärmungsgeschwindigkeit  $\dot{T}$ ). Bei der Bestimmung der Last-Verformungsbeziehungen ist die Zeit ebenfalls gekoppelt, und zwar entweder über die Verformungs- oder die Belastungsgeschwindigkeit ( $\dot{\epsilon}$  bzw.  $\dot{\sigma}$ ).

### 2.5.1. Instationäres Warmkriechen des Betons

Die thermische Dehnung  $\epsilon_{Th}$  einer Betonprobe bei instationärer Temperaturbeanspruchung wird bei Normalkraftbelastung reduziert<sup>1)</sup>. Berechnet man den resultierenden Verformungsverlauf - unter Berücksichtigung experimentell ermittelter oder als Rechenwertfunktion vorgegebener  $\sigma$ - $\epsilon$ -Abhängigkeiten - ergibt sich ein von den Dehnungsmessungen unterschiedlicher Verlauf.

SCHNEIDER [143, 144] bezeichnet diese Differenzverformungen als instationäres Warmkriechen. Die entsprechenden Verformungsmessungen von FISCHER [52] zeigen den gleichen Effekt, wengleich er dort nicht als eigenständiger Anteil erkannt und gesondert ausgewertet wurde.

<sup>1)</sup> Für die numerische Approximation des  $\epsilon_{Th}(T)$ -Verhaltens vergleiche Abschnitt 3.2.

Bringt man auf eine Betonprobe zum Zeitpunkt  $t = 0$  ( $T \approx 20 \text{ }^\circ\text{C} = T_0$ ) eine während des Versuchs konstante Spannung  $\sigma_p$  auf, so ergibt sich die Anfangsausnutzung zu

$$\alpha(T) = \frac{\sigma_p}{\beta_p(T)} \xrightarrow{T=T_0} \alpha_0 = \frac{\sigma_p}{\beta_p(T_0)} \quad (2.24)$$

Bei Verwendung der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung entsprechend Abschnitt 2.4.1 reduziert sich die reine thermische Dehnung  $\epsilon_{Th}$  (Kurve "a" in Bild 2.20) infolge der rechnerischen Laststauchung  $\epsilon_p$  auf die Werte der Kurve "b", während die Messungen einen  $\epsilon^*$ -Verlauf entsprechend der Kurve "c" zeigen. Nach obiger Definition entspricht somit die Differenz den Zusatzverformungen  $\epsilon_{mc}$  infolge instationärem Warmkriechen:

$$\epsilon_{mc} = \epsilon_{Th} - \epsilon_p - \epsilon^* \quad (2.25)$$

Um das Superpositionsprinzip zu verdeutlichen, sind in der Formulierung der Gleichung (2.25) die Einzelausdrücke als Beträge anzusehen.

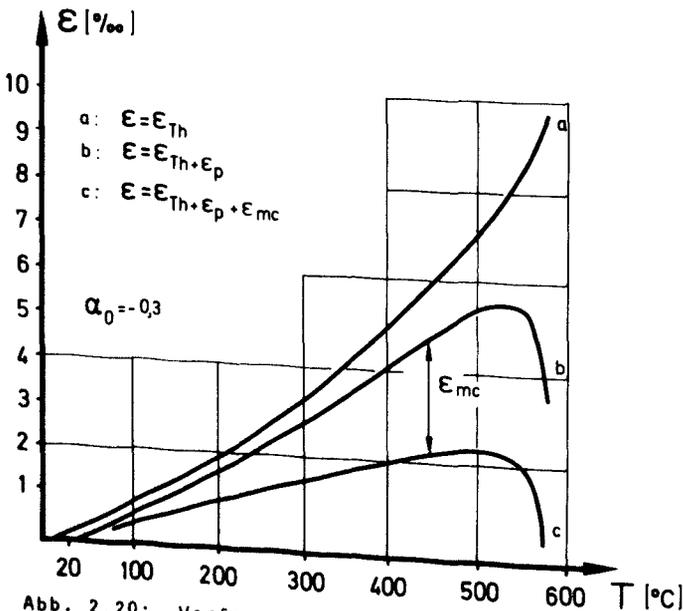


Abb. 2.20: Verformungsanteile von belastetem Beton bei instationärer Temperaturbeanspruchung

Zur analytischen Behandlung dieses Problems ist es zweckmäßig, die meßbaren Gesamtverformungen in physikalisch interpretierbare Teilverformungen zu separieren:

$$\epsilon = f(\epsilon_{Th}, \epsilon_p, \epsilon_{mc}, \epsilon_\varphi) \quad (2.26)$$

Die Schwindverformungen  $\epsilon_s$  können dabei einem modifizierten  $\epsilon_{Th}$ -Anteil zugeordnet werden, was sich in den meisten Fällen auch experimentell so ergeben wird, während die reinen viskoelastischen Kriechverformungen  $\epsilon_p$  für die hier in Frage kommenden Zeiträume mit guter Näherung als eigenständige Anteile vernachlässigt und in dem Rechenwert der  $\epsilon_{mc}$ -Verformungen zusammengefaßt werden dürfen (siehe auch unter Punkt 2.5.2).

Bild 2.21 zeigt den Rechenwertverlauf der  $\epsilon_p$ -Verformungen mit dem Scharparameter der Anfangsausnutzung  $\alpha_0$  nach Gleichung (2.24) unter Verwendung der Gleichung (2.17). Hierbei ist zu beachten, daß der aktuelle Ausnutzungsgrad  $\alpha_T = \alpha(T)$  während der Aufheizperiode durch die  $\beta_p(T)$ -Veränderlichkeit nicht konstant bleibt. Der Festigkeitsverminderung entsprechend vergrößern sich auch die  $\epsilon_p$ -Werte und nähern sich asymptotisch der  $T_{krit}$ -Grenzlinie, für die eine vorgegebene Anfangsausnutzung  $\alpha_0$  sich auf den Grenzwert  $\alpha(T) = -1,0$  vergrößert hat:

$$T_{krit} = T(\alpha_0 \xrightarrow{T(t)} \alpha(T) = -1,0) \quad (2.27)$$

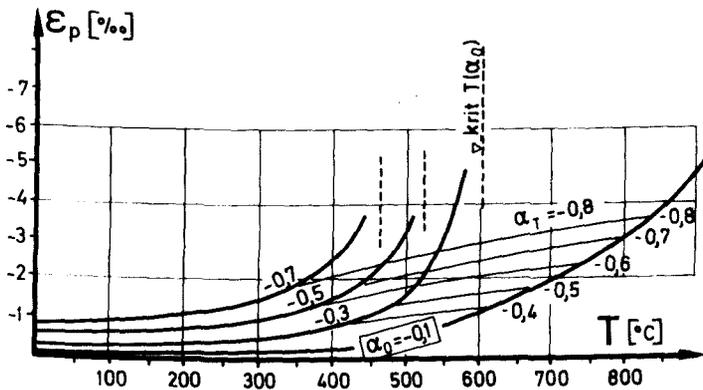


Abb. 2.21: Veränderung der Betonlaststauchung  $\epsilon_p$  unter konstanter Spannung ( $\alpha_0$ ) bei Temperaturbeanspruchung

Die jetzt entsprechend (2.25) darstellbaren Rechenwerte der Zusatzverformungen  $\epsilon_{mc}$  sind in Bild 2.22 wiedergegeben. Analytisch lassen sie sich durch Gleichung (2.28) beschreiben:

$$\epsilon_{mc}(T) = -(T - T_0) (b_1 \alpha_0 + b_2) \sum_{n=1}^3 a_n \cdot \alpha_0^n \quad (2.28)$$

n	1	2	3
a	$0,99126 \cdot 10^{-6}$	$2,305 \cdot 10^{-6}$	$8,7435 \cdot 10^{-6}$
b	0,46 0,0	1,622 1,53	für $\alpha_0$ $\begin{cases} < -0,2 \\ > -0,2 \end{cases}$

Tafel 11:

Koeffizienten für die  $\epsilon_{mc}$ -Funktion nach Gleichung (2.28)

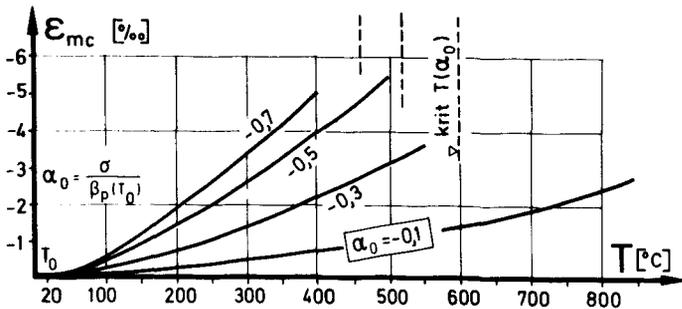


Abb. 2.22: Zusatzverformungen  $\epsilon_{mc}$  infolge instationären Hochtemperatur-Kriechens (HTK) nach Gleichung (2.28)

Der Gesamtverformungsverlauf eines belasteten Betons unter instationärer Temperaturbeanspruchung läßt sich somit in Erweiterung von Gleichung (2.26) näherungsweise als Summe folgender Einzelteile formulieren, wobei allerdings gegenseitige Kopplungen über den Ausnutzungsgrad und die jeweiligen Vorzeichen zu beachten sind

$$\epsilon(T, \alpha_0) = \epsilon_{Th}(T) + \epsilon_p(T, \alpha_0) + \epsilon_{mc}(T, \alpha_0) \quad (2.29)$$

Bild 2.23 zeigt die so errechneten Dehnungsverläufe im Vergleich mit Versuchswerten. Es zeigt sich, daß die gewählten Rechenwertfunktionen der Materialeigenschaften eine gute Beschreibung der Verformungscharakteristik von instationär thermisch belastetem Beton ermöglichen.

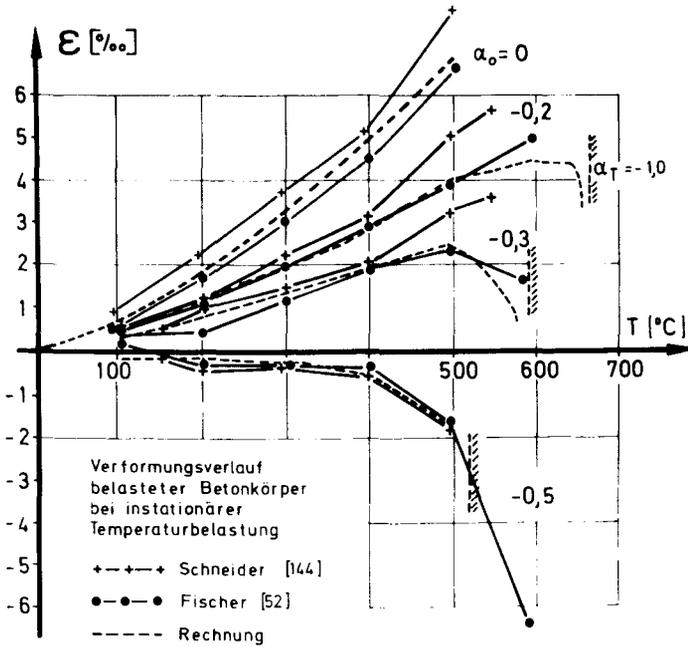


Abb. 2.23: Gesamt-Verformungsverhalten von instationär thermisch belastetem Beton

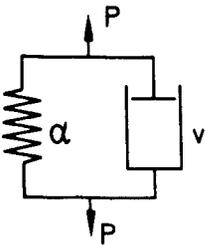
### 2.5.2. Stationäres Warmkriechen des Betons

Unter diesem Begriff sollen entsprechend Abschnitt 2.5 jene  $\epsilon_{\phi}(T)$ -Verformungen verstanden werden, die bei  $T = \text{const.}$  und  $\sigma = \text{const.}$  auftreten.

Für den Bereich höherer Temperaturen sind hier insbesondere die Arbeiten von FISCHER [52], MARECHAL [106] und GROSS [60] zu nennen. Obwohl die Ergebnisse der einzelnen Forscher zum Teil sehr starke quantitative Streuungen zeigen, stimmen alle Messun-

gen in ihrer Tendenz insoweit überein, daß eine Berücksichtigung bei Brandbelastungen in der Regel außer acht gelassen werden kann.

Der hier beschriebene stationäre Warmkriechanteil wird allerdings auch anteilig bei thermisch instationären Prozessen - wie zum Beispiel Aufheizvorgängen - wirken. Durch die Temperaturveränderlichkeit muß sogar mit einem verstärkten Kriechvermögen gerechnet werden. Zur Abschätzung dieses Einflusses können, bei abschnittsweise linearer Temperaturapproximation, die bekannten visko-elastischen Modelle benutzt werden. Da hierfür lediglich das Kurzzeitkriechen von Interesse ist, bietet sich nach NEVILLE [123] das "Kelvin-Modell" nach Abb. 2.24 als besonders geeignet an, das eine Parallelschaltung von Feder ( $\alpha$ ) und "dashpott" ( $v$ ) darstellt. Der Last-Verformungs-Zusammenhang des Systems wird durch die lineare Differentialgleichung



$$P = \frac{1}{\alpha} \cdot x + v \cdot \frac{dx}{dt} \quad (2.30)$$

bzw. umgeformt

$$\dot{x} + \frac{1}{\alpha \cdot v} \cdot x = \frac{1}{v} \cdot P \quad (2.31)$$

beschrieben.

Abb. 2.24: Kelvin-Modell

Mittels des integrierenden Faktors  $\mu = e^{\int \frac{1}{\alpha v} dt}$  erhält man die allgemeine Lösung [21]:

$$x = e^{-\int \frac{1}{\alpha v} dt} \cdot \left( \int \frac{P}{v} \cdot e^{\int \frac{1}{\alpha v} dt} dt + C \right) \quad (2.32)$$

Die Randbedingung  $x(t = 0) = 0$  liefert die Integrationskonstante zu  $C = -P \cdot \alpha$ .

Nach kurzer Zwischenrechnung folgt schließlich die vollständige Lösung:

$$x = P \cdot \alpha \left( 1 - e^{-\frac{t}{\alpha v}} \right) \quad (2.33)$$

Unter Vorgabe der experimentellen Festwerte  $x$ ,  $P$ ,  $t$  lassen sich sodann die zugehörigen freien Parameter  $\alpha$  und  $\nu$  den Versuchsergebnissen anpassen. Damit ist eine Abschätzung der Beeinflussung infolge kurzzeitigen stationären Warmkriechens möglich (Bild 2.25). Das bislang vorliegende Versuchsmaterial erlaubt es noch nicht, eine verallgemeinerte Form für die Beziehungen  $\alpha(T)$ ,  $\nu(T)$  anzugeben.

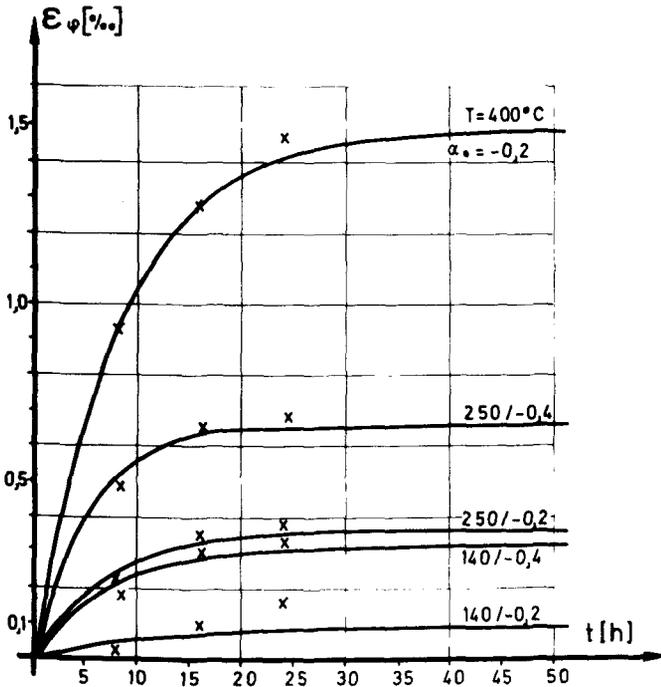


Abb. 2.25: Stationäres Hochtemperaturkriechen  $\epsilon_\phi$   
x x x x Meßwerte nach [60]  
———— Rechenwerte nach Gleichung (2.33)

In Bild 2.26 ist eine entsprechende Auswertung für  $\alpha_0 = -0,3$  und  $\dot{T} = 2^\circ\text{C}/\text{min}$  dargestellt. Es zeigt sich, daß der experimentell ermittelte  $\epsilon_{mc}$ -Anteil lediglich einen  $\epsilon_\phi$ -Anteil untergeordneter Größe enthält.

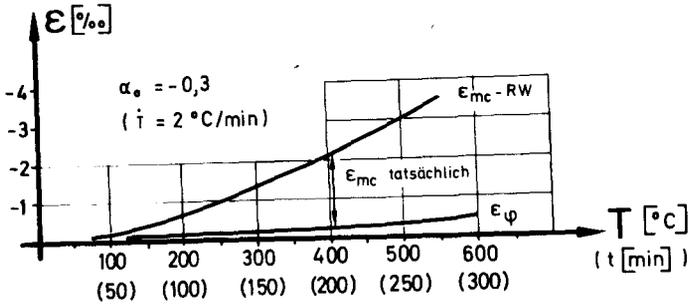


Abb. 2.26: Gesamt-Kriechverhalten

### 2.5.3. Relaxationsverhalten von Beton bei instationärer Temperaturbeanspruchung

Die experimentelle Beanspruchung des zeitlichen Zwangskraftverlaufes bei Behinderung der thermischen Dehnung erfolgte im wesentlichen erst in jüngster Zeit [60, 145]. Insbesondere die Messungen von SCHNEIDER [145] haben hier erste quantifizierbare Aussagen bei instationärer Temperaturbeanspruchung ermöglicht (Abb. 2.27). Obwohl zu diesem Problemkreis noch eingehendere Untersuchungen erforderlich sind, lassen sich bereits jetzt erste qualitative Tendenzen erkennen, die naturgemäß eine Ähnlichkeit mit der Charakteristik des instationären Hochtemperaturkriechens haben. Die zeitabhängige Gesamtbeanspruchung  $\sigma(t)$  kann wegen  $T(t)$  näherungsweise in der Form

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \Delta\sigma(t) \tag{2.34}$$

angeschrieben werden. Separiert man den reinen Zwangsanteil  $\Delta\sigma$ , so zeigt sich erwartungsgemäß ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang zur Vorlast  $\sigma_0$ , während die Gesamtbeanspruchung proportional dazu verläuft. Bemerkenswert ist hierbei, daß die  $\sigma_0$ -Abhängigkeit der Gesamtlast mit zunehmender Temperatur abnimmt und schließlich keinen signifikanten Einfluß mehr ausweist.

Weiterhin lassen sich Einflüsse unterschiedlicher thermo-chemischer Prozesse erkennen: Der Verdunstungsvorgang des Kapillarswassers etwas oberhalb 100 °C bewirkt durch den gekoppelten Schwindvorgang einen Rückgang der Zwängung; der endotherme  $\text{Ca(OH)}_2$ -Zerfall (535 °C) zeigt sich in einem Haltepunkt, während der Quarzphasensprung (575 °C) durch die Volumenvergrößerung ein schwaches relatives Maximum erkennen läßt. Die beiden letztgenannten Prozesse zeigen dabei nur noch geringe Auswirkungen auf den Zwangskraftverlauf, da bereits zuvor starke Betonschädigungen in der Mikrostruktur erfolgten. Dies wird sehr deutlich durch die Vorzeichenänderung der Zwängung angezeigt:  $\sigma(T) > \sigma_0$ .

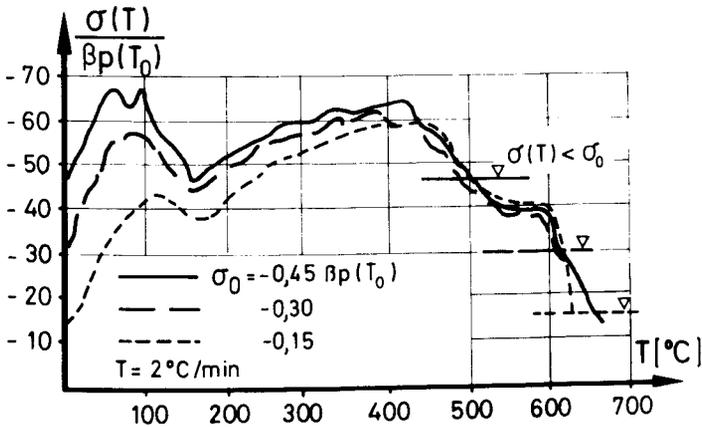


Abb. 2.27: Relaxations-Verhalten instationär thermisch beanspruchten Betons; Meßwerte nach [145]

Für die numerische Ermittlung der Gesamtbeanspruchung wurde die Form

$$\sigma = f(\epsilon^*) \quad (2.35)$$

gewählt, wobei für den Wert  $\epsilon$  jetzt gilt:

$$\epsilon^*(T, \alpha) = -\epsilon_{\text{Th}}(T) + \epsilon_p(T, \alpha_0) - \epsilon_{\text{mc}}(T, \alpha_0) \quad (2.36)$$

Der Wert  $\epsilon_{\text{mc}}$  wird dabei entsprechend den Gleichungen (2.17) und (2.28) unter Berücksichtigung der aktuellen Gesamtlast  $\sigma(T)$  entsprechend (2.34) bestimmt;  $\epsilon_p$  liefert den aktuellen Verformungswert der Vorlast  $\sigma_0$ . Die Einzeldehnungen sind in (2.36) vorzeichengerecht einzusetzen.

#### 2.5.4. Warmkriechen des Bewehrungsstahles

Die bislang veröffentlichten Untersuchungen über das Warmkriechverhalten von Betonstählen sind wiederum in die zwei Gruppen stationäres und instationäres Warmkriechen zu unterteilen (vergl. Tafel 10).

Die von MEYER-OTTENS [110] und EHM [43] mitgeteilten Ergebnisse von instationären Warmkriechversuchen zeigen in der Regel einen Kriechbeginn erst dann, wenn die Anfangsausnutzung  $\alpha_0 = \sigma/\sigma_F(T_0)$  den aktuellen Wert von  $\alpha_T = \sigma/\sigma_F(T) \sim 0,7$  überschreitet, also erst nahe der sog. "kritischen Stahltemperatur". Bei den für Stahleinlagen in Stützen maßgebenden Erwärmungsgeschwindigkeiten erreicht die Probe danach innerhalb weniger Minuten den Fließbereich. Durch Kontrollrechnungen anhand der sehr umfangreichen Versuche von SORETZ [154] konnte dieses Verhalten bestätigt werden. Untersuchungen von MILOVANOV [114] zeigten ein relativ hohes stationäres Kriechmaß selbst bei Temperaturen bis 300 °C. Leider werden diese Verformungen nur als Summenwert für den Zeitpunkt  $t = 40$  Minuten mitgeteilt und können somit nicht ausgewertet werden. Für das hier benötigte Kriechgesetz wirkt sich dieser Umstand jedoch nicht nachteilig aus, da die oben genannten Versuche den anteilig vorhandenen stationären Warmkriechanteil naturgemäß beinhalten.

Der instationären thermischen Beanspruchung entsprechend wurde zur Abschätzung der anteiligen Kriechverformungen eine funktionale Darstellung nach Gleichung (2.37) gewählt:

$$\bar{\epsilon}_\varphi = \frac{T}{2,3 \cdot 10^4} \left( |\alpha_T| - 280 \frac{|\alpha_T|}{T} - 0,3 \right) \cdot \text{sign } \alpha_T \quad (2.37)$$

Mit der Nebenbedingung:

$$0,3 \cdot T \leq |\alpha_T| \cdot (T - 280) \leq (T - 280) \quad (2.38)$$

Gleichung (2.37) gilt dabei nur für die  $\alpha_T$ -T-Relation, die durch Gleichung (2.38) eingeschränkt wird. Dadurch wird sowohl der Bereich ausgeklammert, der noch keine Kriechverformungen zeigt, in Gleichung (2.37) wird dies durch einen negativen Wert des Klamm-

merausdrucks gekennzeichnet, als auch der Fließbereich, gekennzeichnet durch den fiktiven Wert  $|\alpha_T| > 1,0$ .

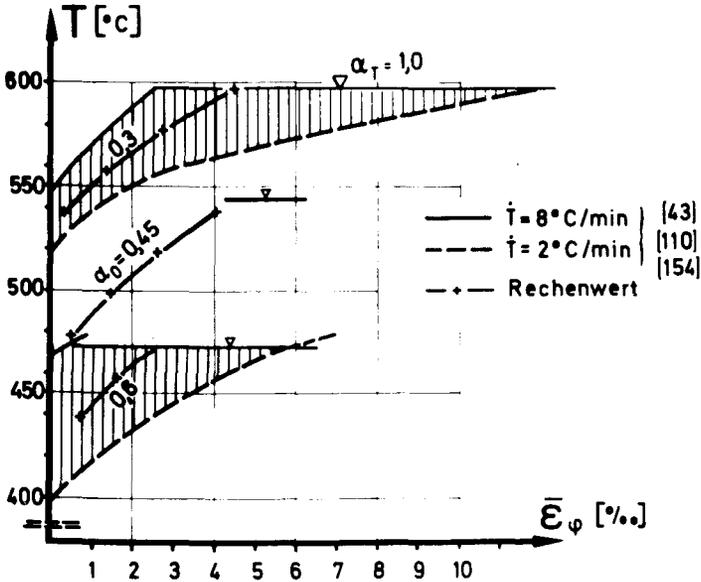


Abb. 2.28: Hochtemperatur-Kriechverhalten von Stahl

In der Gleichungsgruppe (2.37/2.38) wird impliziert, daß der Bewehrungsstahl seine Zug-Druck-symmetrischen Eigenschaften auch im Kriechverhalten beibehält. Abbildung 2.28 zeigt den Verlauf dieser Rechenwertfunktion. Eine Auswertung der später berechneten Dehnungs-Spannungs-Verteilungen im Verbundquerschnitt, unter Berücksichtigung der anteiligen thermischen Kriechverformungen, zeigte jedoch, daß die Zeitspanne vom Kriechbeginn bis zum Fließen der Bewehrung in der Regel so kurz ist, daß der Effekt des Stahl-Warmkriechens für Stahlbetonbauteile näherungsweise vernachlässigt werden kann.

### 3. THERMISCHE MATERIALEIGENSCHAFTEN

#### 3.1. Temperaturleitzahl a

Das Temperaturleitvermögen - ausgedrückt durch die Temperaturleitzahl  $a$  - ist die funktionale Kopplung mehrerer thermischer Materialkennwerte:

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \quad (3.1)$$

Die Einzelwerte, Wärmeleitzahl ( $\lambda$ ), spezifische Wärmekapazität ( $c_p$ ), Dichte ( $\rho$ ), unterliegen sämtlich einer eigenen Temperaturabhängigkeit, deren Ermittlung in den letzten Jahren Gegenstand einer intensiven Forschung war [73 - 75, 93, 171].

Aus diesen experimentell ermittelten Einzelgrößen wird sodann der jeweilige temperaturabhängige Wert von  $a$  errechnet [73].

##### 3.1.1. Temperaturleitvermögen von Beton

Bild 3.1 zeigt den Verlauf der  $a_B(T)$ -Werte für quarzitisches Beton. Während HARMATHY [73] die Werte für vorab getrockneten Beton mitteilt, berücksichtigt SCHNEIDER [93] in seinem Vorschlag sowohl die Einflüsse unterschiedlicher Ausgangsfeuchte als auch thermo-chemischer Reaktionen, z. B. die durch Portlandit-Zersetzung bei  $T \sim 500^\circ\text{C}$  bedingten Veränderungen. Mit diesen modifizierten Funktionen lassen sich chemische und physikalische Einflüsse auf die Ausbildung von Temperaturfeldern näherungsweise erfassen.

Aus Bild 3.1 ist deutlich zu erkennen, daß die stärkste Beeinflussung durch die Feuchtigkeit erfolgt. Allerdings bleibt dieser Effekt auf einen begrenzten Temperaturektor um  $100^\circ\text{C}$  beschränkt. Oberhalb dieser Temperatur, mit zunehmender Austrocknung also, ergibt sich sehr schnell wieder das Verhalten von trockenem Beton.

Zur näherungsweisen Beschreibung des  $a_B(T)$ -Verlaufes wurde folgender Polynomansatz benutzt, wobei zunächst die lokale Störung

durch den Feuchtigkeitseinfluß unberücksichtigt bleibt:

$$a_B(T) = \sum_{n=0}^2 a_n (T - T_n)^n \quad (3.2)$$

Für Gleichung (3.2) gelten bereichsweise die Koeffizienten nach Tafel 12. Der Verlauf dieser Rechenwertfunktion ist in Bild 3.1 wiedergegeben.

n	$a_n$	$T_n$	Bereich
0	0,6	0	$20 \leq T \leq 60$
1	0	0	
2	0	0	
0	0,25	0	$60 < T \leq 600$
1	0	0	
2	$0,973 \cdot 10^{-6}$	600	
0	0,25	0	$600 < T \leq 800$
1	$- 10^{-4}$	600	
2	0	0	
0	0,23	0	$800 < T$
1	0	0	
2	0	0	

Tafel 12 Koeffizienten der  $a_B(T)$ -Funktion nach Gleichung (3.2)

Die Berücksichtigung des Feuchtigkeitseinflusses läßt sich bei der Temperaturfeldberechnung in einfacher Weise durch Einführen einer Sprungfunktion ermöglichen.

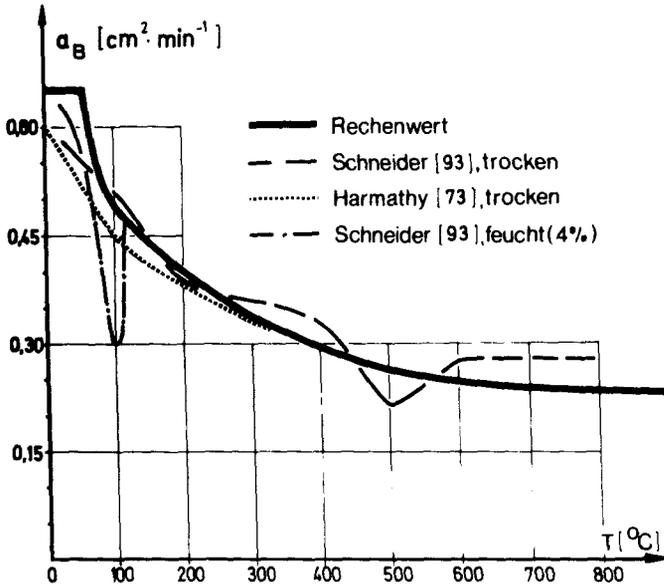


Abb. 3.1:  $a_B(T)$ -Verhalten  
Meßwerte und funktionale Approximation  
nach Gleichung (3.2)

### 3.1.2. Temperaturleitvermögen von Stahl

Die Temperaturleitzahl  $a$  für Stahl zeigt eine ähnliche temperaturabhängige Tendenz, wie dies bereits für Beton galt, jedoch liegen die Werte um mehr als eine Zehnerpotenz höher. Abbildung 3.2 zeigt Meßwerte für St 35.8 (0,10 % C) bzw. St 45.8 (0,15 % C) nach FINK [51]. Es ist zu erkennen, daß die durch Legierungsbestandteile bedingten Unterschiede des Temperaturleitvermögens mit steigender Temperatur abnehmen. Nach FINK ergeben sich für  $T > 900$  °C nahezu keine Unterschiede mehr, selbst zwischen reinem Eisen und hochlegierten Spezialstählen.

Infolge ihrer wesentlich höheren Temperaturleitzahl stellen Stahleinlagen im Inneren eines Betonquerschnitts eine zusätzliche Inhomogenität für die Ermittlung des Temperaturfeldes dar. Da jedoch mit guter Näherung dieser Einfluß - zumindest

bei Betonquerschnitten mit üblichen Bewehrungsprozentsätzen - vernachlässigt werden kann, vgl. EHM [42], wird auf die funktionale Darstellung des  $a_{St}(T)$ -Verlaufes hier verzichtet.

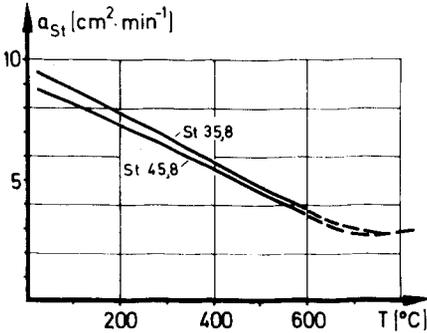


Abb. 3.2:  $a_{St}(T)$ -Verhalten

### 3.2. Thermische Dehnungen

Für den Gebrauchszustand ( $t = 0, T \approx T_0$ ) wird näherungsweise mit einem gleichen thermischen Dehnungsverhalten für Beton und Stahl gerechnet.

Die Auswertung verschiedener Versuchsergebnisse an Beton- und Stahlproben zeigt jedoch, daß ab etwa  $T \geq 500$  °C der hier untersuchte Beton mit quarzitischen Zuschlägen eine größere thermische Ausdehnung aufweist als der Bewehrungsstahl. Da experimentelle Untersuchungen über daraus resultierende Verbundbeeinflussungen und Rißbildungen lediglich in ersten Ansätzen vorliegen [114], soll zunächst eine einheitliche thermische Dehnungscharakteristik eingeführt werden.

Folgende Überlegungen mögen die vorläufige Anwendbarkeit dieser Arbeitshypothese begründen:

1. Tragfähige Betonbereiche mit diesen hohen Temperaturen liegen in der Regel in Randnähe und damit im Bereich hoher Druckstauungen. Die Kombination hohe Temperatur mit hoher Spannungsausnutzung führt jedoch zu verstärktem Beton-Warmkriechen und damit zu einem Abbau der Dehnungsdifferenz.

2. Die Fließspannung des Bewehrungsstahles reduziert sich für Temperaturen oberhalb  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$  auf weniger als 50 % der Ausgangsfestigkeit. Die Gebrauchsspannungen bewirken somit in der Regel bereits ein Fließen der Bewehrungseinlagen. Damit können jedoch Dehnungsdifferenzen ohne Beeinflussung der Kräftebilanz zumindest teilweise ausgeglichen werden.

Diese zwei hier aufgeführten gegenläufigen Effekte, die beide eine Reduzierung der Dehnungsdifferenzen bewirken, müssen nicht zwangsläufig für alle Bauteile gelten. Eine Überprüfung der später mitgeteilten Traglastberechnungen zeigte jedoch, daß die hier untersuchten Druckglieder in der Regel dieses Verhalten aufweisen.

### 3.2.1. Beton

Die thermischen Dehnungen eines Betons  $\epsilon_{\text{Th,B}}$  setzen sich zusammen aus den Einzelanteilen des Zementsteins  $\epsilon_{\text{Th,1}}$  und der Zuschlagstoffe  $\epsilon_{\text{Th,2}}$ . Umfangreiche Versuche, zum Beispiel von ENDELL [47], haben ergeben, daß für ein Mischungsverhältnis 1 : 3 sich die Gesamtdehnung einer Betonprobe näherungsweise als Summe der Einzeldehnungen seiner Komponenten ergibt. Bei abnehmendem Zementanteil nähert sich dieser Wert asymptotisch demjenigen des Zuschlagstoffes, der somit den dominierenden Part darstellt. Neben der Tatsache, daß die für Normalbeton gebräuchlichen Zuschlagstoffe ein zum Zementstein gegenläufiges Wärmedehnungsverhalten zeigen, sind die Einflüsse von zwei thermo-chemischen Prozessen von besonderer Bedeutung:

1. Calciumhydroxidzerfall:  $T = + 535\text{ }^{\circ}\text{C}$   
Diese endotherme Reaktion, verbunden mit Wasserfreisetzung, bewirkt einen Haltepunkt des  $\epsilon_{\text{Th,1}}$ -Verlaufs.
2. Quarz-Phasen-Sprung:  $T = + 575\text{ }^{\circ}\text{C}$   
Die reversible Quarzumwandlung aus der Zustandsform  $\alpha$  in die  $\beta$ -Form ist mit einer starken Volumenvergrößerung verbunden. Nach BUSCH [23] beträgt die Raumzunahme im Temperaturbereich zwischen  $500$  und  $575\text{ }^{\circ}\text{C}$  rd. 85 % der gesamten vorhergegangenen thermischen Dehnung von  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  bis  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

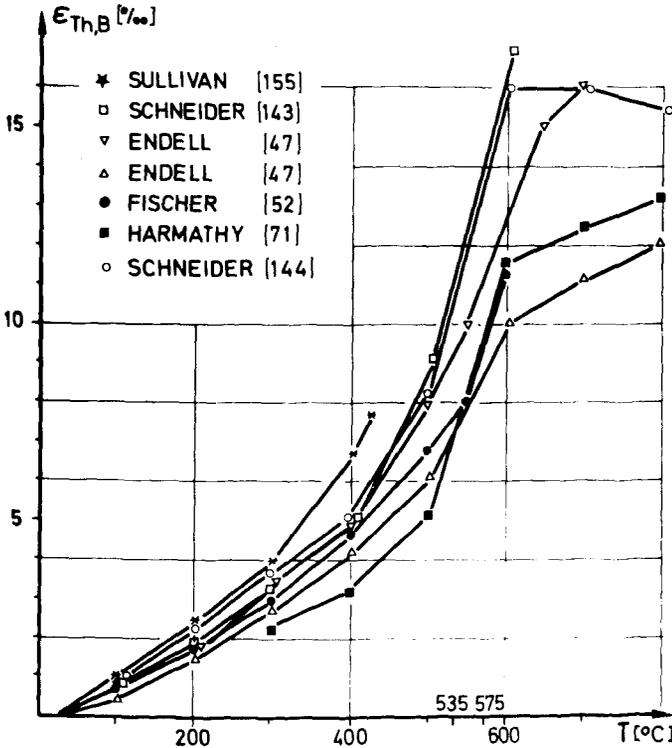


Abb. 3.3:

$\epsilon_{Th,B}(T)$ -Verhalten

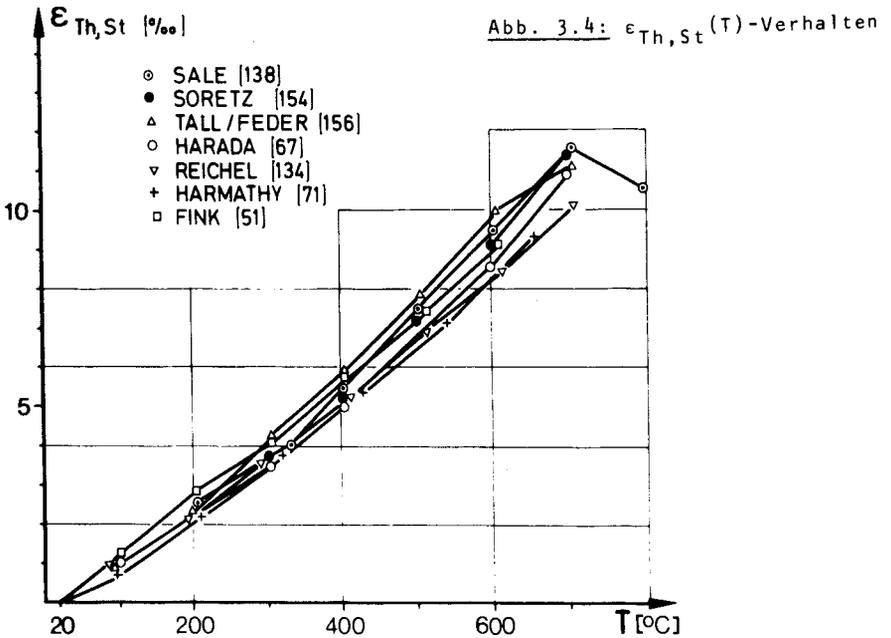
Bild 3.3 zeigt die  $\epsilon_{Th,B}$ -Verläufe verschiedener Forscher. Auffallend ist, daß nicht alle Kurven den nach ENDELL [47] postulierten Wendepunkt oberhalb + 600 °C aufweisen. Dadurch ergeben sich für  $T + 600$  °C teilweise große Diskrepanzen zwischen den Meßwerten. Für den in Abbildung 3.5 wiedergegebenen Verlauf der Rechenwertfunktion wurde der Polynomansatz nach (3.3) gewählt:

$$\epsilon_{Th,B}(T) = \sum_{n=1}^3 a_n \cdot (T - T_0)^n, \quad T \leq 600^\circ\text{C} \quad (3.3)$$

Die Koeffizienten sind Tabelle 13 zu entnehmen.

### 3.2.2. Stahl

Die in Abbildung 3.4 wiedergegebenen Daten über die Wärmedehnung verschiedener Stähle lassen eine wesentlich geringere Streubreite gegenüber Beton erkennen.



Der mit guter Näherung gemeinsame Verlauf der thermischen Dehnungen von Beton und Stahl bis ca. + 500 °C ist deutlich erkennbar (Abb. 3.5).

Für die Rechenwert-Funktion nach Gleichung (3.3) gelten entsprechend den unter 3.2 getroffenen Annahmen die Koeffizienten nach Tabelle 13.

n	a
1	$11,35 \cdot 10^{-3}$
2	$-0,688 \cdot 10^{-5}$
3	$0,309 \cdot 10^{-7}$
$T_0 = + 20 \text{ } ^\circ\text{C}$	

**Tafel 13** Koeffizienten der  $\epsilon_{Th}(T)$ -Funktion nach Gleichung (3.3)

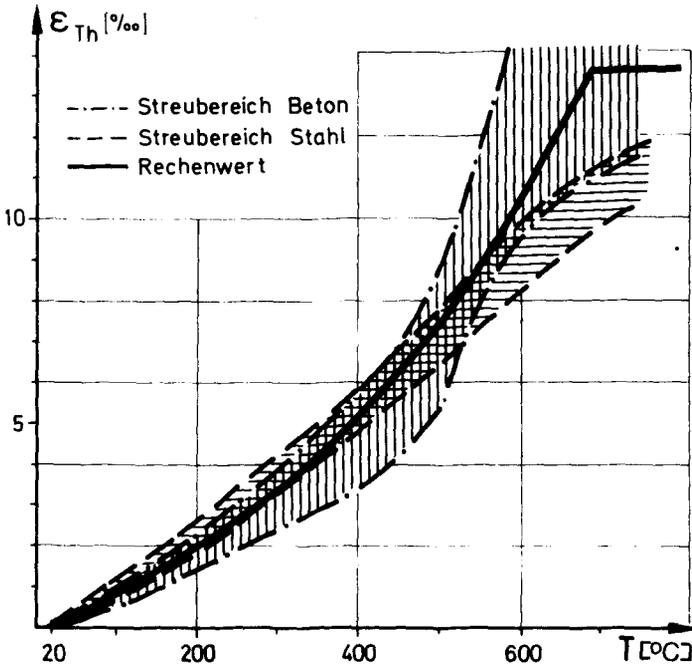


Abb. 3.5: Thermische Dehnungen von Beton und Stahl  
Streubereich der Meßwerte und Verlauf der  
Rechenwertfunktion nach Gleichung (3.3)

#### 4. BERECHNUNG DES INSTATIONÄREN TEMPERATURFELDES

Die Gesetzmäßigkeit des instationären Wärmetransports wurde 1804 von BIOT entwickelt. FOURIER untersuchte die Beziehung später eingehender und lieferte im Jahre 1822 die mathematische Formulierung in der Form

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div } \lambda (\text{grad } T) \quad (4.1)$$

Ihre Anwendung auf Stahlbeton stellt jedoch nur eine Näherung dar, da infolge der Stahleinlagen und thermo-chemischer Prozesse des Betons sich örtliche Wärmequellen und -senken ausbilden und neben der Wärmeleitung eine Feuchtigkeitsdiffusion mit gegenseitiger Beeinflussung abläuft. Thermodynamisch wären hier also zwei miteinander gekoppelte Vorgänge zu untersuchen, die durch ein Sy-

stem von gekoppelten partiellen Differentialgleichungen zu beschreiben wären. Für technische Probleme kann jedoch in der Regel die Aufgabe auf das Lösen der Gleichung (4.1) reduziert werden.

Des Weiteren werden zusätzlich auch die thermischen Randbedingungen durch eine zeitabhängige Funktion beschrieben, und schließlich sind die Stoffwerte  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  keine Konstanten, sondern temperaturabhängige Variable. Die Auswertung der Funktion (4.1) kann daher in der Regel nur numerisch erfolgen, wobei bestimmte thermische Übergangsbedingungen in Zeit- und Ortsabhängigkeit zu beachten sind. Eine geschlossene analytische Lösung, insbesondere bei Berücksichtigung variabler Stoffwerte, ist für Stahlbeton nicht möglich.

Während früher das Problem der instationären Wärmeleitung durch graphische oder halbgraphische Verfahren (Binder-Schmidt-Verfahren), mit teilweise beachtlich guten Ergebnissen bei allerdings sehr hohem Arbeitsaufwand gelöst wurde [23, 82], kommen heute, ermöglicht durch die Entwicklung leistungsfähiger elektronischer Rechenanlagen, fast ausschließlich numerische Verfahren zur Anwendung. Dabei haben sich im wesentlichen drei Verfahren als besonders geeignet erwiesen:

- Finite-Elemente-Verfahren,
- Dynamische Relaxation,
- Differenzen-Verfahren.

Die Anwendungskriterien - wann welche Methode am vorteilhaftesten benutzt werden kann - sollen hier nicht im Detail diskutiert werden (vergl. zum Beispiel [93]). Es soll lediglich erwähnt werden, daß bei einfachen geometrischen Verhältnissen das Differenzen-Verfahren bezüglich Programmieraufwand und Rechenzeitbedarf im Regelfall die günstigste Methode darstellt. Der dem Differenzen-Verfahren ursprünglich anhaftende Nachteil einer geringen numerischen Stabilität darf heute durch verbesserte mathematische Formulierungen als überwunden angesehen werden (Crank-Nicolson-Methode, Dufort-Frankel-Methode und andere).

## 4.1. Rechenmethode

### 4.1.1. Grundlagen

Ausgehend von der Fourierschen Differentialgleichung

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial x^2} \right) \quad (4.2)$$

wird für die numerische Behandlung die rechte Seite durch Einführen des Hamilton-Operators

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (4.3)$$

umgeformt zu

$$\operatorname{div} \lambda (\operatorname{grad} T) = \nabla \lambda (\nabla T) \quad (4.4)$$

Bei Beschränkung auf ein zweidimensionales Wärmeleitproblem und der vereinfachenden Annahme eines skalaren  $\lambda$ -wertes geht Gleichung (4.2) über in die Form

$$\lambda \Delta T = \lambda \left( \frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} \right) \quad (4.5)$$

wobei jetzt die beiden Hamilton-Operatoren zu einem Laplace-Operator zusammengefaßt wurden ( $\nabla^2 \rightarrow \Delta$ ).

Substitution von (4.5) in (4.2) ergibt die Form

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial x^2} \right) \quad (4.6)$$

Werden schließlich die einzelnen Stoffwerte noch entsprechend Gleichung (3.1) zur Temperaturleitzahl zusammengefaßt, so erhält man die programmiertechnisch günstige Formulierung

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.7)$$

Gleichung (4.7) ist eine partielle Differentialgleichung von elliptischem Typ.

#### 4.1.2. Lösungsweg

Zur Vermeidung numerischer Instabilitäten wurde die von PEACEMAN und RACHFORD [129] diskutierte "implicite alternating direction method" benutzt. Der in [26] angegebene Lösungsweg für quadratische Raster ist in der vorliegenden Arbeit auf allgemeine Seitenverhältnisse erweitert worden. Das Verfahren arbeitet mit zwei Differenzgleichungen in Halbzeitschritten ( $\Delta t/2$ ), die jeweils nur in einer Koordinatenrichtung,  $x$  bzw.  $y$ , gelten. Mit einer Rasterung  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta t$  werden die drei Koordinaten zur Angabe eines Temperaturwertes mit  $i\Delta x$ ,  $j\Delta y$ ,  $n\Delta t$  bezeichnet. Jeder Rasterpunkt erhält somit die Kennzeichnung  $(i, j, n)$ . Weiterhin sind noch die exakte Lösung  $u(x, y, t)$  und die normierten Rechenwerte  $v(i, j, n)$  zu unterscheiden ( $x = i\Delta x$  usw.).

Ausgehend von einer Zwischenlösung  $v^*$  nach dem ersten Halbzeitschritt formuliert PEACEMAN die beiden allgemeinen Differenzgleichungen

$$\frac{V_{i,j}^* - V_{i,j,n}}{\Delta t/2} = \delta_x^2 V_{i,j}^* + \delta_y^2 V_{i,j,n} \quad (4.8)$$

$$\frac{V_{i,j,n+1} - V_{i,j}^*}{\Delta t/2} = \delta_x^2 V_{i,j}^* + \delta_y^2 V_{i,j,n+1} \quad (4.9)$$

mit den zentralen Differenzen-Operatoren

$$\delta_{\xi} \eta_{i,j} = \frac{\eta_{i+1/2,j} - \eta_{i-1/2,j}}{\Delta_{\xi}} \quad (4.10)$$

$$\delta_{\xi}^2 \eta_{i,j} = \frac{\eta_{i-1,j} - 2\eta_{i,j} + \eta_{i+1,j}}{\Delta_{\xi}^2} \quad (4.11)$$

Faßt man diese Einzelausdrücke zusammen und ordnet nach Halbzeit- und Ganzzeitwerten, so ergibt sich das Differenzgleichungspaar (4.8) und (4.9) zu

$$\begin{aligned} & -V_{i-1,j}^* + 2\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta t} + 1\right) V_{i,j}^* - V_{i+1,j}^* \\ & = \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2} V_{i,j-1,n} + 2\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta t} - \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}\right) V_{i,j,n} + \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2} V_{i,j+1,n} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
 & -V_{i,j-1,n+1} + 2 \left( \frac{\Delta y^2}{\Delta t} + 1 \right) V_{i,j,n+1} - V_{i,j+1,n+1} \\
 & = \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2} V_{i-1,j}^* + 2 \left( \frac{\Delta y^2}{\Delta t} - \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2} \right) V_{i,j}^* + \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2} V_{i+1,j}^* \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

Gleichung (4.12) liefert den Zwischenwert  $v^*$ , der sodann in Gleichung (4.13) eingeführt den Endwert  $v_{i,j,n+1}$  des gesamten Zeitintervalls bestimmt.

Abbildung 4.1 verdeutlicht die Zuordnung der Punkte und die alternierende Richtung je Halbzeitschritt.

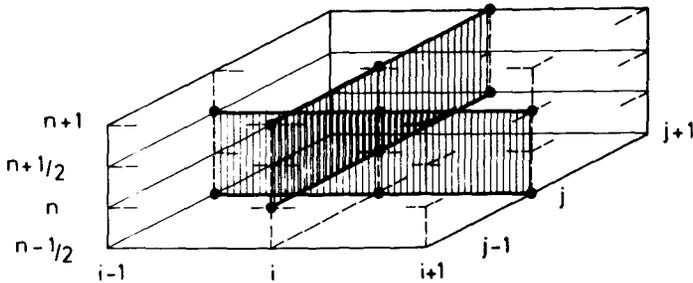


Abb. 4.1: Schema der Halb-Zeitschritt-Iteration

#### 4.2. Temperaturbeanspruchung

Der an einer Körperoberfläche herrschende Wärmestrom, bestimmt durch die Brandraumtemperatur und den Wärmeübergangskoeffizienten, kann im allgemeinen Fall durch das Newtonsche Gesetz bestimmt werden [93]. Diese genaue Berechnung ist im Regelfall außerordentlich aufwendig, da die Übergangsbedingung sowohl zeitlich als auch örtlich veränderlich ist. Bei bekannten thermischen Verhältnissen des Brandraums kann jedoch vorab, unter Berücksichtigung von Geometrie und Material des thermisch beanspruchten Bauteils, näherungsweise der zeitliche Verlauf der Oberflächentemperatur dargestellt werden. BORNEMANN [17] zeigt diese Möglichkeit auf, die dann von EHM [42] weiter entwickelt und zu einer funktionalen Darstellung gebracht wurde.

Die Temperaturentwicklung im Brandraum ist im wesentlichen von der Brandlast ( $\text{cal/m}^2$ ) und den Ventilationsverhältnissen abhängig; die Vielfalt der  $T(t)$ -Verläufe bei natürlichen Bränden verdeutlicht dies sehr anschaulich. Um reproduzierbare Randbedingungen bezüglich Temperaturbeanspruchung zu schaffen, wird für Brandversuche an Bauteilen eine genormte Standard-Temperatur-Zeit-Kurve zu Grunde gelegt (ISO DIS 834). Die so beschriebene Temperaturentwicklung basiert nicht auf einer wissenschaftlichen Analyse wirklicher Brände und deckt auch keine Extremwerte ab.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Berechnungsmethoden sind nicht an eine bestimmte  $T(t)$ -Gesetzmäßigkeit gebunden. Für alle folgenden Untersuchungen wird jedoch von der sogenannten Einheits-Temperatur-Kurve (ETK) nach DIN 4102 ausgegangen, um einen Vergleich mit experimentellen Werten zu ermöglichen.

Von der ETK ausgehend, Gleichung (4.14), wurde der Verlauf der Temperaturbelastung für die zu untersuchende Stütze als Oberflächen-Temperatur-Kurve ( $T_{\text{OF}}$ ) nach Bild 4.2 benutzt.

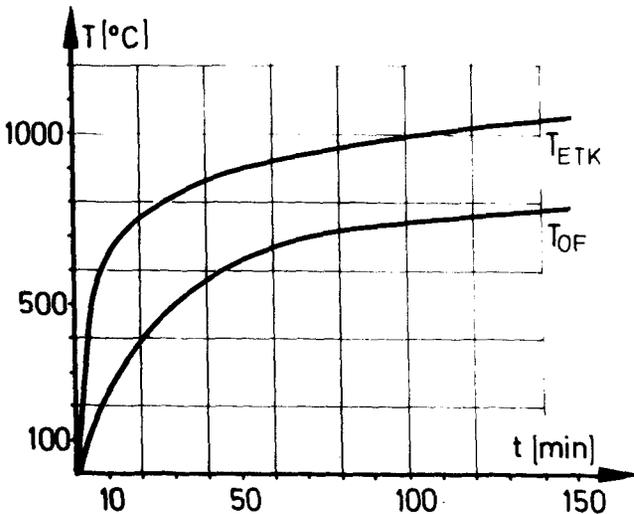


Abb. 4.2: Temperaturbeanspruchung; Verlauf der Rechenwertfunktionen für: Umgebungstemperatur  $T_{\text{ETK}}$  [38] n.Gl. (4.14) Oberflächen-Temperatur  $T_{\text{OF}}$  nach Gleichung (4.15)

Folgende Funktionen liegen der so gewählten Annahme zugrunde:

$$T_{\text{ETK}} = 345 \lg (8t + 1) \quad (4.14)$$

$$T_{\text{OF}} = a_1 \cdot a_2 \left\{ \begin{array}{l} T_{\text{ETK}} \cdot (-0,01917 \cdot t + 0,4753 \cdot t^{1/2} - 0,4214 \cdot t^{1/3}) \\ 883,3 + 1,185 (t - 90) \end{array} \right\} \text{ für } \left\{ \begin{array}{l} t \leq 90 \\ t > 90 \end{array} \right\} \quad (4.15)$$

$$0,80 \leq a_1 \leq 0,95$$

$$1,00 \leq a_2 \leq 1,10$$

Der Verlauf von  $T_{\text{OF}}$  wird, wie bereits erwähnt, unter anderem von den thermischen Bedingungen des Brandraumes (Volumen, Geometrie, Strahlungseigenschaften der Kammerwände, Druckverhältnisse, Lage der Abzugsöffnung und vieles andere mehr) beeinflusst und kann somit nur näherungsweise verallgemeinert werden. Die Wärmeübergangsbedingungen sind zusätzlich von der Bauteilgeometrie abhängig (Temperaturerhöhung an den ausspringenden Ecken und anderes).

Kontrollrechnungen haben jedoch ergeben, daß mittels der Koeffizienten  $a_1$  für Brandraumeinflüsse und  $a_2$  für Eckknotenerhöhung eine Temperaturbeanspruchung simuliert werden kann, die eine ausreichend genaue Übereinstimmung mit den Werten der Brandhäuser in Braunschweig (TU, Institut für Baustoffkunde) und Berlin (BAM) liefert (vergleiche Abbildung 4.6 und 4.7).

#### 4.3. Betontemperaturen

Die Formulierung der Wärmeleitgleichung entsprechend (4.7) implizierte einen skalaren  $a$ -Wert. Zur Erfassung der Temperaturabhängigkeit, vergl. Gleichung (3.2) und Bild 3.1, wird zwar eine globale, jedoch temperaturabhängige Temperaturleitzahl für den Gesamtquerschnitt in die Rechnung eingeführt. Den jeweils maßgebenden Temperaturparameter liefert ein variabler Referenzpunkt innerhalb des Querschnitts, dessen Koordinaten geometrieabhängig sind. Mit dieser Näherung berechnete Temperaturverläufe für unterschiedliche Querschnitte erbrachten ausreichend genaue Ergebnisse im Vergleich mit experimentell gemessenen Werten.

Die Temperaturen des Betonquerschnitts werden punktweise dem jeweils gewählten Raster entsprechend berechnet (siehe Bild 4.4). Das Rechenverfahren erlaubt bei stabiler Lösung relativ große Zeitschritte. Infolge des zeitabhängigen Oberflächentemperaturverlaufs ergibt sich jedoch eine  $\Delta t$ -Beschränkung, da die Randbedingungen während des Zeitintervalls konstant gehalten werden. Die Zeitabhängigkeit der Randbedingungen erfordert somit je Zeitintervall die Ermittlung der Temperaturverteilung aus der um  $\Delta T$  erhöhten Oberflächentemperatur in Überlagerung mit dem bereits vorhandenen Temperaturfeld.

#### 4.4. Stahltemperaturen

Die im Vergleich mit dem umgebenden Beton wesentlich größere Temperaturleitzahl der Stahleinlagen, (vergl. Abschnitt 3.1.2, bewirkt eine zusätzliche lokale Störung des Temperaturfeldes. In der dem Wärmestrom zugekehrten Seite des Bewehrungsstabes bildet sich infolge  $a_B(T) < a_{St}(T)$  eine Temperatursenke, während auf der abgewandten Seite ein Temperaturstau resultiert (vergl. Bild 4.3). EHM [42] hat diesen Effekt eingehend untersucht und festgestellt, daß dieser Störeinfluß sich im wesentlichen auf eine Strecke von etwa der Größe des dreifachen Stabdurchmessers beschränkt.

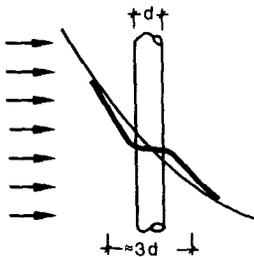


Abb. 4.3:

Störeinfluß der Stahleinlagen

Da innerhalb der Stahleinlage ein sehr schneller Temperatureausgleich erfolgt, ist der Temperaturgradient im Stahlbereich sehr flach und hat mit guter Näherung den Wert der Isotherme der ungestörten Gradienten in Stabmittellachse. Da für das mechanische Verhalten der Stahleinlage, dessen mittlere Temperatur maßgebend ist, empfiehlt EHM, zur Bestimmung der Stahltemperaturen die Mittelpunktskoordinaten der jeweiligen Stäbe in die Rechnung einzuführen ( $x_e, y_e$ ).

Ausgehend von diesen Erkenntnissen wird die Berechnung der Stahltemperaturen durch eine Interpolation zwischen den Gitterwerten des Betonfeldes möglich. Vergleichsrechnungen mittels der Finite-Element-Methode ergaben, daß diese Näherung auch bei doppellagiger Bewehrung lediglich maximale relative Abweichungen in der Größenordnung von  $\gamma < 5 \cdot 10^{-2}$  ergeben. Da die Koordinaten der Stahlmittelpunkte in der Regel nicht mit den Gitterwerten übereinstimmen, wird für die Interpolation der die Stahleinlagen umgebende Rasterbereich herangezogen. In der vorliegenden Arbeit wurde zu diesem Zweck eine räumliche parabolische Interpolation benutzt, deren Prinzip in Abbildung 4.5 dargestellt ist.

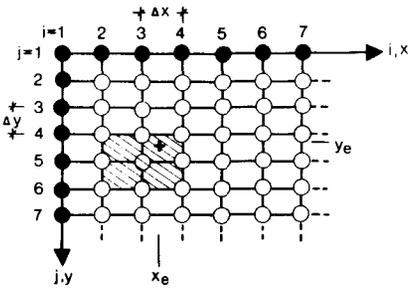


Abb. 4.4: Stützpunktanordnung für Iteration

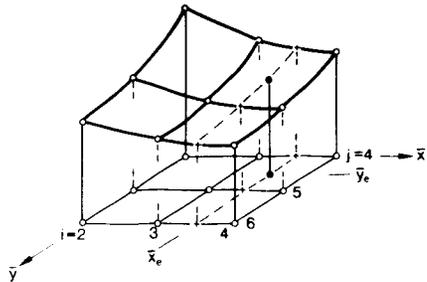


Abb. 4.5: Interpolationsprinzip für die Stahltemperaturen

#### 4.5. Versuchsnachrechnung

Bild 4.6 zeigt den berechneten Temperaturverlauf im Kern von 2 unterschiedlichen Querschnitten im Vergleich mit dem Streubereich experimentell ermittelter Werte [13]. Die in der gleichen Quelle zu entnehmenden Stahltemperaturen eignen sich nicht für eine Nachrechnung, da deren Lage nicht eindeutig festliegt.

Zur Kontrolle der berechneten Temperaturen für weitere Querschnittspunkte wurden andere Versuche nachgerechnet, die durch ein enges Raster von Thermoelementen eine gute Wiedergabe der Querschnittstemperaturverteilung ermöglichen [10] (Abbildung 4.7).

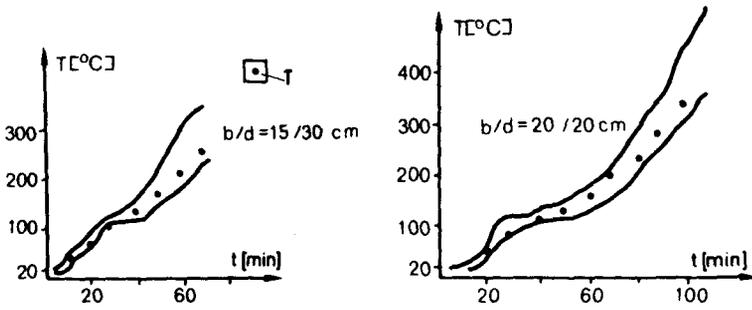


Abb. 4.6: Kern-Temperaturentwicklung in Betonquerschnitten [13]

— Grenzlinien der Versuchsstreuungen  
..... Rechenwerte

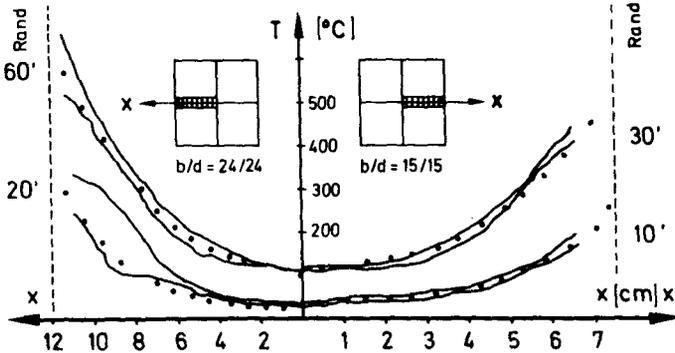


Abb. 4.7: Temperatur-Profil-Veränderung in Betonquerschnitten [10]

— Grenzlinien der Versuchsstreuungen  
..... Rechenwerte

Der Vergleich von Messung und Rechnung zeigt eine befriedigende Übereinstimmung. Die unter Punkt 4.2 und 4.3 getroffenen Annahmen bezüglich Temperaturbelastung und Temperaturleitvermögen stellen somit eine brauchbare Möglichkeit dar, das komplexe Problem der instationären Wärmeleitung für Stahlbeton mit vertretbarem Aufwand zu lösen.

## 5. TRAGLASTBERECHNUNG

### 5.1. Allgemeines

Die Traglastbestimmung einer schlanken Stahlbetonstütze beinhaltet die Ermittlung jenes stabilen Gleichgewichtszustandes am verformten System, für den der zu optimierende Parameter einen Grenzwert erreicht. Mechanisch bedeutet dies die Lösung eines Stabilitätsproblems ohne Gleichgewichtsverzweigung; mathematisch resultiert daraus ein System nichtentkoppelbarer nichtlinearer Differentialgleichungen. Für den Lösungsweg ist in solchen Fällen - ganz besonders bei den Eigenschaften des hier vorliegenden Werkstoffs Stahlbeton - ausschließlich ein numerisches Verfahren praktikabel. Der Lösungsweg muß sich dabei an der jeweiligen speziellen Zielvorstellung und dem zu analysierenden System orientieren. Eine eingehende Diskussion der hierfür relevanten Probleme findet sich u. a. in den Arbeiten von KASPAREK [86], QUAST [133] und LIERMANN [103].

### 5.2. Lösungsweg

Bei der Entwicklung eines geeigneten Rechenverfahrens ist die Wahl der Optimierungsgröße an der jeweiligen Problemstellung zu orientieren.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, den Versagenszeitpunkt von instationär thermisch beanspruchten Stützen unter einer fest vorgegebenen Gebrauchslastkombination  $\bar{\lambda}_0$  zu bestimmen. Damit liegen jedoch die Systemmaße (b, d, s) ebenso fest wie Bewehrung und Materialeigenschaften. Der Optimierungsparameter sollte daher aus den Beanspruchungsgrößen gewählt werden. Wählt man die Gebrauchsnormalkraft  $N_0$  als Festwert, verbleibt die dann noch aufnehmbare Biegemomentenbeanspruchung  $M_0$  als Freiwert. Wegen der Beziehung

$$M = N \cdot e \quad (5.1)$$

ergibt sich die aufnehmbare Normalkraftexzentrizität als Optimierungsgröße:

$$M_u = N_0 (e_u + w) \quad (5.2)$$

$$e_u = \frac{M_0}{N_0} - w \quad (5.3)$$

Für die Grenzexzentrizität  $e_0 = e_u$  wird die Gebrauchs-Normalkraft somit zur Traglast:  $N_0 = N_u$ .

Die Optimierung der Exzentrizität  $e$  erfolgt iterativ, wobei für jeden Rechengang  $i$  die entsprechende Momenten-Randbedingung zu variieren ist. Für die Stütze nach Abbildung 5.1 b wird dieser Anfangswert an der Einspannstelle als dem maßgebenden Querschnitt angesetzt. Ausgehend von dem Querschnitts-Grenzmoment  $M_u^i(N_0)$  als dem größtmöglichen im System auftretendem Biegemoment wird die komplette Biegelinie berechnet. Die Stützenkopfauslenkung  $w_k$  bestimmt dann die mögliche Lastexzentrizität entsprechend Gleichung (5.3). Durch Variation des Momenten-Anfangswertes ist jene Biegelinie zu suchen, die eine maximale Lastexzentrizität  $e$  erlaubt:

$$\frac{a_i \cdot M_u^i(N_0)}{N_0} - w_{k,i} = e_{u,i} \quad (5.4)$$

$a_i \leq 1,0$  ( $i$  = Iterationszähler)

Der Fall  $a = 1,0$  kennzeichnet einen Materialbruch. Für  $a < 1,0$  wird die Querschnittstragfähigkeit im Bruchquerschnitt nicht mehr ausgenutzt: das System versagt infolge Stabilitätsverlustes.

Zur Wahrung sowohl des Gleichgewichts zwischen äußeren und inneren Schnittgrößen als auch der Kontinuität der Biegelinie sind in jedem Stützpunkt längs der Stabachse Dehnungs-Spannungs-Analyse und Momenten-Krümmungs-Zuordnung erforderlich. In den folgenden Abschnitten wird auf diese Hauptelemente einer Traglastberechnung näher eingegangen, wobei die Auswirkungen der instationären Temperaturbeanpruchung verdeutlicht werden und ihre numerische Berücksichtigung mittels Diskretisierung gezeigt wird.

Abbildung 5.1 zeigt die in der vorliegenden Arbeit benutzten statischen Grundmodelle des Stützensystems (s. a. Abschnitt 1.2). Das Modell a geht bei Ausnutzung der Symmetrie in das Modell b für  $c_F = \infty$  über (Kragstütze). Mittels der Variablen  $c_F$  können im Rechenmodell Fundamentverdrehungen simuliert werden.

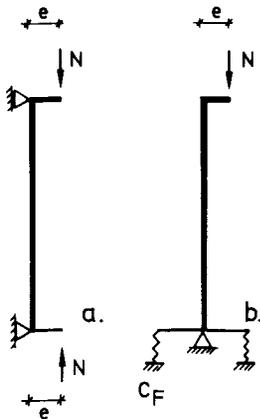


Abb. 5.1: Statische Grundmodelle des Stützensystems

## 6. DISKRETISIERUNG

Bild 6.1 zeigt den bekannten Verlauf der Dehnungen eines Stahlbetonquerschnitts bei konstanter Temperatur für den Fall Biegung mit Längskraft.

Die durch Randdehnungen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  festgelegte Dehnungsebene bestimmt die spannungserzeugenden Dehnungen  $\epsilon_{zw}$ . Die jedem Punkt  $(x,y)$  zugehörige Spannung  $\sigma(x,y)$  wird durch die Dehnung  $\epsilon_{zw}(x,y)$  mittels eines Werkstoffgesetzes, etwa in der Art von Gleichung (2.14) bzw. (2.18), bestimmt. Da die spannungserzeugende Dehnung über die Breite  $b$  unveränderlich ist und der gesamte jeweilige Querschnitt wegen der konstanten Temperatur in der Regel einem Werkstoffgesetz genügt, reduziert sich das allgemeine Spannungsfeld  $\sigma = \sigma(x,y)$  auf die Funktion  $\sigma = \sigma(x)$ , die zudem noch - wegen  $T = \text{konst.}$  - geschlossen angegeben werden kann.

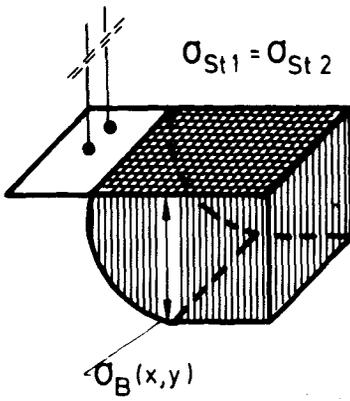
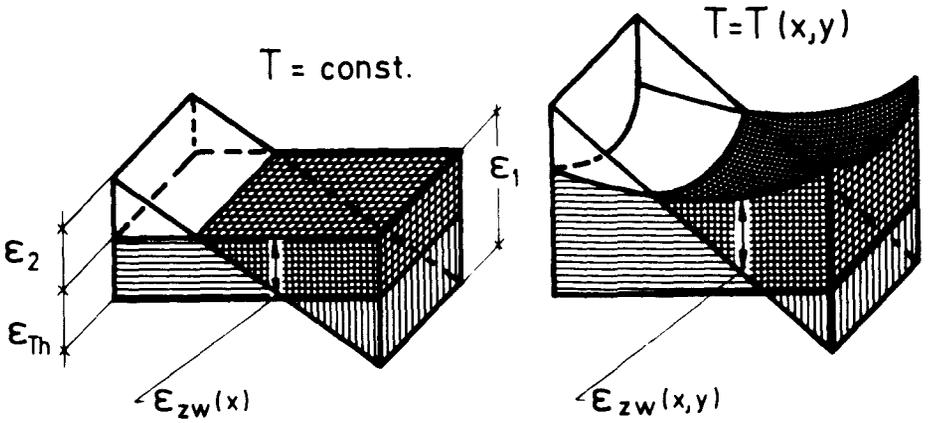


Abbildung 6.1

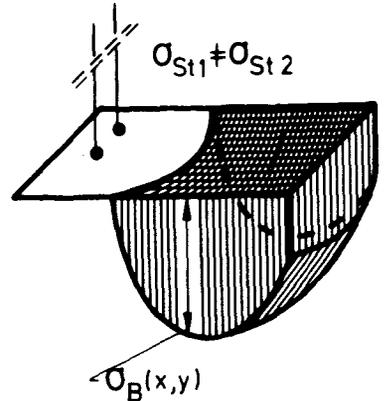
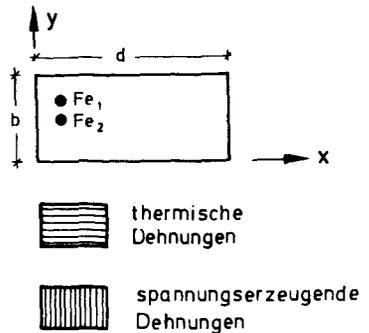


Abbildung 6.2

Abb. 6.1: Dehnungs-Spannungs-Verteilung für  $T = \text{const.}$

Abb. 6.2: Dehnungs-Spannungs-Verteilung für  $T(x,y)$



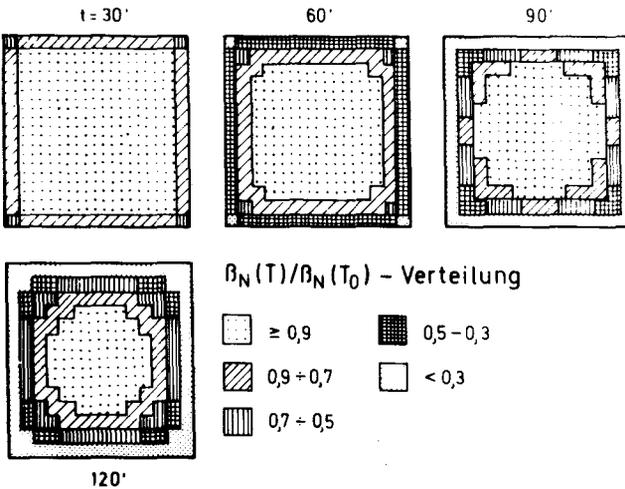
Eine grundlegend andere Ausgangssituation ergibt sich bei einem Querschnitt, dessen thermische Belastung durch ein Temperatur - f e l d wiedergegeben wird (vergl. Abb. 4.7), das zudem noch zeitlich veränderlich ist. Jeder Isotherme muß dann ein eigenes Werkstoffgesetz zugeordnet werden. Die thermischen Dehnungen beschreiben zudem eine gekrümmte Raumfläche, so daß die spannungserzeugenden Dehnungen selbst nichtlinear verlaufen (Bild 6.2). Weiterhin ist zu beachten, daß der Randbereich mit größter Dehnung zugleich die höchsten Temperaturen erhält. Der dort eingetretene hohe Festigkeitsverlust bewirkt in diesen Bereichen geringere Spannungen als die weniger gedehnten, jedoch kälteren Bereiche im Querschnittinneren.

Tafel 14 zeigt diese grundlegenden Unterschiede in Gegenüberstellung für den Fall einachsiger Biegung mit Normalkraft.

Problem	Temperaturverteilung	
	$T = T_0 = \text{const.}$ ( $t = 0$ )	$T = T(x, y, t)$ ( $t > 0$ )
Ausgangsdehnung (therm. Dehng.)	$\epsilon_{Th} = \text{const.}$	$\epsilon_{Th} = \epsilon(x, y, t)$ nichtlinear
spannungs- erzeugende Dehnung	linear $\epsilon(x)$	nichtlinear $\epsilon(x, y, t)$
Konstitutive Gleichungen	constant	variabel
Spannung	$\sigma(x)$	$\sigma(x, y, t)$
Proportionalität zwischen $\epsilon$ - und $\sigma$ -Verteil.	vorhanden	nicht vorhanden
Zeitabhängigkeit der Dehnungen ( $t \ll t_{\infty}$ )	nicht vorhanden	dominierend

Tafel 14

Dieser Sachverhalt erweitert das Problem der Berechnung eines Verbundquerschnitts aus zwei Materialien, Beton und Stahl, zur Aufgabe der Berechnung eines Vielstoffquerschnitts, Beton und Stahl in Zeit- und Ortsabhängigkeit (Abb. 6.3). Die Berechnung eines solchen Querschnitts erfordert eine Abkehr von der üblichen Berechnungsweise, da die geschlossene Spannungsermittlung ebenso ausscheidet wie die geschlossene Integration des Spannungsfeldes zur Bestimmung der inneren Schnittkräfte. Selbst die Ermittlung der spannungserzeugenden Dehnungen ist nicht mehr geschlossen möglich, da die Verteilung der thermischen Anfangsdehnungen über den Gesamtquerschnitt funktional kaum geschlossen darstellbar ist.



**Abb. 6.3:** zeitliche Veränderung der Beton-Festigkeitsverteilung innerhalb eines Querschnitts

In der vorliegenden Arbeit wurde zur Lösung des Problems eine zwei-dimensionale Querschnittsdiskretisierung entsprechend Abbildung 6.4 gewählt. Der Querschnitt wird in x- und y-Richtung in je n gleiche Einzelbereiche  $f_B$  unterteilt:

$$f_B = \Delta x \cdot \Delta y \tag{6.1}$$

$$F_B = \sum f_B \tag{6.2}$$

$$= n^2 \cdot f_B \tag{6.3}$$

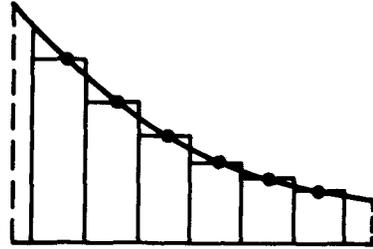
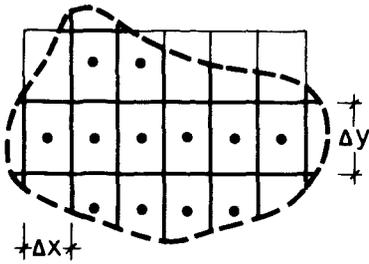


Abb. 6.4: Querschnitts-Diskretisierung

Durch die Einführung des Element-Mittelpunkts als Element-Referenz-Punkt wird die Mittelpunkts-Temperatur  $T_i$  zur Steuergröße. Jedem Einzelbereich wird somit ein diskreter Wert bezüglich Temperatur, thermischer Dehnung und Werkstoffgesetz zugeordnet. Bild 6.5 zeigt das Schema dieser elementweise konstanten Approximation mittels zweidimensionaler Diskretisierung.

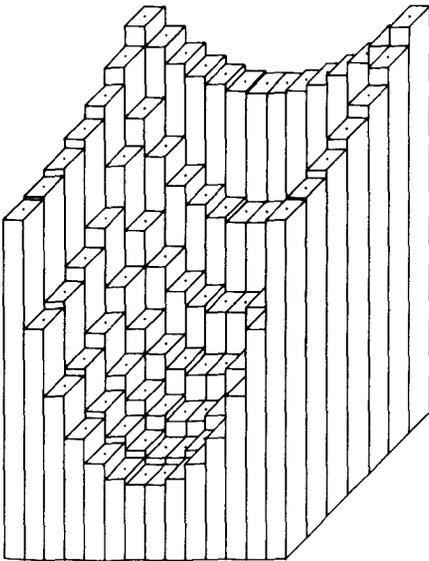


Abb. 6.5:

Gradienten-Approximation

Für die weitere Analyse des Querschnitts genügt es dann, die Gesamtheit der Einzel-Mittelpunkte zu betrachten. Die Querschnittskontinuität wird durch Beibehaltung der Bernoulli-Hypothese gewährleistet; gleichfalls wird damit eine Interaktion zwischen den Einzelementen bewirkt und die innere Zwangsverteilung simuliert.

Mit dieser Methode kann der Dehnungs-Spannungs-Zustand eines Querschnitts mit beliebig viel verteilten physikalischen Nichtlinearitäten bestimmt werden.

Genügt die Betrachtung eines Einzelquerschnitts zur Untersuchung der Traglast nicht, sondern wird die Analyse eines Systems notwendig, muß diese zweidimensionale Diskretisierung noch erweitert werden. Schlanke Stützen machen die Berücksichtigung der Systemverformungen nach Theorie II. Ordnung erforderlich. Der längs der Stabachse veränderliche Verlauf der Stabausbiegungen - und damit gekoppelt auch der daraus resultierende veränderliche Verlauf der Biegemomente - wird in diesen Fällen durch eine zusätzliche Diskretisierung längs der Stabachse (z-Richtung) erfaßt.

Die zweidimensionale Querschnittsdiskretisierung wird damit zu einer dreidimensionalen Systemdiskretisierung erweitert (Bild 6.6).

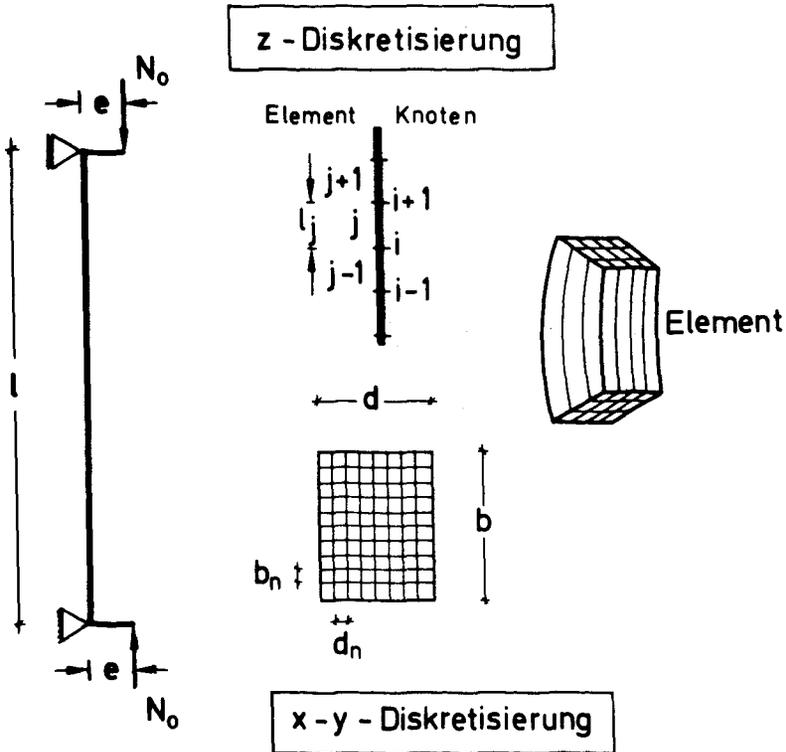


Abb. 6.6: Prinzip der Gesamt-Diskretisierung (Systemdiskretisierung)

Die hier benutzte Diskretisierungsart unterscheidet sich inhaltlich von dem Prinzip, wie es z. B. aus der klassischen Finite-Elemente-Berechnung resultiert. Koppelpunkte innerhalb der  $x$ - $y$ -Diskretisierung sind lediglich die Mittelpunkte der  $f_B$ -Elemente nach Abbildung 6.4/6.5 bzw. Gleichung (6.1). Dem Diskretisierungsmodell liegt somit ein Faserprinzip längs der Elementlänge  $l_j$  zu Grunde. In  $z$ -Richtung erfolgt die Kopplung über ein Anfangswert-Problem: der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Endwert des Elements  $j$  am Knoten  $i + 1$  ist zugleich der Anfangswert des Elements  $j + 1$ . Die Knoten  $i$  dienen dabei als Stützstellen für die Berechnung der Biegelinie.

Das Verfahren ermöglicht in relativ einfacher Weise die Analyse einer komplexen Aufgabe: Unterschiedliche Materialgesetze, veränderliche physikalische und geometrische Nichtlinearitäten, wahlweise Berücksichtigung von Betonzugspannungen, Einflüsse aus Ribildung im Beton infolge Zug, Druckzermürbung, Fließen der Bewehrung und Kriech- bzw. Relaxationseffekte können somit in ihrer Veränderlichkeit sowohl über den Querschnitt als auch längs der Stabachse erfaßt und berücksichtigt werden.

## 7. BERECHNUNG DER DEHNUNGS-SPANNUNGS-VERTEILUNG

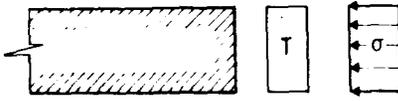
### 7.1. Dehnungsanteile

Zur Verdeutlichung der unterschiedlichen Dehnungsanteile soll das Grundprinzip ihrer gegenseitigen Zuordnung an einem isothermen und linear-elastischen Modellfall demonstriert werden. Dies entspricht bezüglich Temperatur einer isolierten Faser des in Kapitel 6 erläuterten Modells der Querschnittsdiskretisierung.

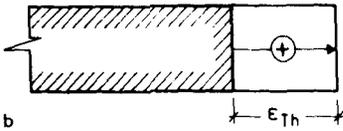
Der anfangs dehnungs- und spannungsfreie Querschnitt wird mit zwei Beanspruchungen beaufschlagt: einer Temperatur  $T$  und einer Auflast  $N$ , repräsentiert durch die Spannung  $\sigma$  entsprechend Abbildung 7.1 (a).

Die Temperatur bewirkt thermische Dehnungen  $\varepsilon_{Th}$ , die den spannungsfreien Zustand nicht verändern (b). Infolge der Auflast  $N$  werden diese thermischen Dehnungen anteilig um  $\varepsilon_p$  reduziert. Erst diese Stauchungen bewirken einen Spannungszustand (c). Zusätzlich sind

noch eventuelle Kriech- und Schwind-Verformungen  $\epsilon_\phi$  und  $\epsilon_s$  zu berücksichtigen. Die thermische Ausgangsdehnung  $\epsilon_{Th}$  wird dadurch weiter reduziert. Diese Zusatzdehnungen  $\epsilon_z$  verändern jedoch nicht den Spannungszustand (d).



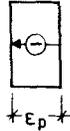
a



$$\epsilon = \epsilon_{Th} = \alpha \cdot T$$

$$\sigma(\epsilon_{Th}) = 0$$

b



$$\epsilon = \epsilon_p = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma(\epsilon_p) = \frac{N}{F}$$

c

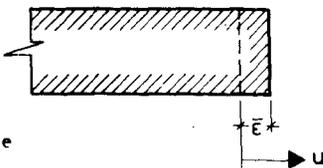


$$\epsilon_z = \epsilon_\phi + \epsilon_s$$

$$\epsilon_z = \epsilon(\sigma, t)$$

$$\sigma(\epsilon_z) = 0$$

d



$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{Th} + \epsilon_p + \epsilon_\phi + \epsilon_s$$

$$\sigma = \epsilon_p \cdot E$$

$$u = \int \bar{\epsilon} \, dl$$

e

Abb. 7.1: Dehnungsanteile und Spannungszuordnung

Die Gesamtdehnungsverteilung setzt sich also aus spannungsfreien und spannungserzeugenden Anteilen zusammen. Die resultierende Verformung wird von der vorzeichengerechten Summation aller Dehnungs-

anteile bestimmt ( $\epsilon$ ). Diesen Sachverhalt gilt es nunmehr auf einen Querschnitt zu übertragen, der durch ein Temperaturfeld und Biegung mit Normalkraft beansprucht wird. Jede Faser erhält damit ein eigenes Materialgesetz und unterschiedliche Dehnungs-Spannungs-Anteile; die linear-elastische Näherung muß durch das tatsächliche Werkstoffverhalten (vergleiche Kapitel 2 und 3) ersetzt werden.

## 7.2. Dehnungsverteilung

Ausgehend von der Hypothese nach Bernoulli-Navier wird eine "Zwängungs-Ebene" definiert, die einen ebenbleibenden Querschnitt bewirkt und gleichzeitig die Verteilung der spannungserzeugenden Dehnungsanteile steuert (Abb. 7.2).

Zur Berechnung der Lage dieser Ebene wird ein lokales zweidimensionales Koordinatensystem  $\xi, \eta$  eingeführt, da für den hier behandelten Fall der einachsigen Biegung die Ebenen-Funktion in  $y$  konstant ist. Die Randdehnungen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  nach Abbildung 6.1, die für  $T = \text{const.}$  die Lage dieser Ebene bestimmen, sind für  $T = T(x, y)$  selbst ortsabhängige Funktionen (vergleiche Abbildung 6.2). Zur Bestimmung der Ebenen-Parameter wird daher die Dehnungsverteilung in Höhe der Stahleinlagen als frei gewählte Ausgangslage herangezogen, um einen Fixpunkt zu erhalten.

Mit der Vorgabe zweier beliebiger Randdehnungen  $\epsilon_{St}$  und  $\epsilon_B$  zu einem festen Zeitpunkt  $t$ , die jeweils auf die Mittelpunkte der Stahleinlage  $Fe$  (1) und des Betonrandelements mit gleicher  $y$ -Ordinate bezogen sind, lassen sich zwei Punkte der Schnittgerade bestimmen (vergleiche Abbildung 7.2):

und

$$P_1(\xi_1, \eta_1)$$
$$P_2(\xi_2, \eta_2)$$

mit den Werten

$$\xi_1 = h' \quad \xi_2 = B - \frac{\Delta x}{2}$$
$$\eta_1 = \epsilon_{St} \quad \eta_2 = \epsilon_B$$



Die durch diese zwei Punkte bestimmte Schnittgerade

$$\frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1} = \frac{\eta - \eta_1}{\xi - \xi_1} \quad (7.11)$$

erhält nach kurzer Zwischenrechnung die Form

$$\eta = a_1 \cdot \xi + a_2 \quad (7.12)$$

mit den Koeffizienten

$$a_1 = \frac{\epsilon_B - \epsilon_{St}}{B - \frac{\Delta x}{2} - h'} \quad (7.13)$$

$$a_2 = \epsilon_{St} - a_1 \cdot h' \quad (7.14)$$

Damit ist die Zwängungsebene des Querschnitts festgelegt, und ihre Ordinaten  $\epsilon_\eta(x, y)$  im globalen x-y-Koordinatensystem können unter Berücksichtigung der Koordinatentransformation bestimmt werden zu

$$\epsilon_\eta(x, y) = a_1 \left( x + \frac{B}{2} \right) + a_2 \quad (7.15)$$

Die daraus resultierenden spannungserzeugenden Zwängungen für den Betonquerschnitt  $\epsilon_{B, zw}$  ergeben sich im Anschluß daran punktweise über die Beziehung

$$\epsilon_{B, zw}(x, y) = \epsilon_{St, Th}(1) + \bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon}_u \quad (7.16)$$

Mit den Ausdrücken

$$\bar{\epsilon}_0(x, y) = \epsilon_{St, Th}(1) - \epsilon_{B, Th}(1) \quad (7.17)$$

$$\bar{\epsilon}_u(x, y) = \epsilon_\eta(x, y) - \epsilon_{St, Th}(1) \quad (7.18)$$

läßt sich die Gleichung (7.16) anschreiben in der Form

$$\epsilon_{B, zw}(x, y) = \epsilon_\eta(x, y) + \epsilon_{St, Th}(1) - \epsilon_{B, Th}(x, y) \quad (7.19)$$

Die spannungserzeugenden Zwängungen der Stahleinlagen  $k$  mit den Koordinaten  $(x_k, y_k)$  ergeben sich infolge der gewählten Ausgangslage direkt zu

$$\epsilon_{St,zw}(k) = \epsilon \eta(x_k, y_k) \quad (7.20)$$

Die Beziehungen 7.12 und 7.20 ordnen somit jedem Punkt  $p_n(x, y)$  den spannungserzeugenden Dehnanteil zu. Die Bildserie Abbildung 7.2 veranschaulicht den nichtlinearen Zusammenhang.

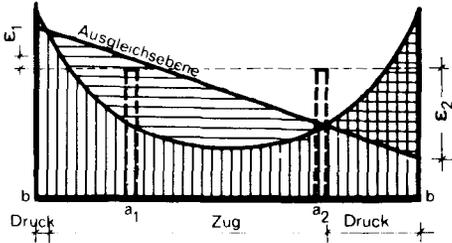
### 7.3. Spannungsverteilung

Die nach Abschnitt 7.2 ermittelten spannungserzeugenden Zwängungen,  $\epsilon_{B,zw}$  für Beton bzw.  $\epsilon_{St,zw}$  für Stahl, bilden die Grundlage zur punktwweisen Spannungsberechnung im Querschnitt mittels der Werkstoffgesetze nach Abschnitt 2.4. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, jedem Dehnungswert  $\epsilon(x, y)$  mit dem zugehörigen Temperaturwert  $T(x, y, t)$  zu koppeln. Dieses Wertepaar ermöglicht dann die temperaturabhängige Spannungszuordnung:

$$\sigma(x, y, t) = \sigma(\epsilon_{zw}(x, y), T(x, y, t)) \quad (7.21)$$

Der Verlauf der Spannungs-Isochromaten entspricht dem verzerrten Verlauf der Isothermen, wobei der Grad der Verzerrung abhängig von der Neigung der Zwängungsebene und damit der Elementkrümmung ist. Dadurch kann sich in einem Schnitt der Querschnittsfläche eine Spannungsverteilung mit mehrfach wechselndem Vorzeichen ergeben (Bild 7.3). Diese Form des Spannungsverlaufs bewirkt unter anderem auch, daß eine Nulllinien-Lage, verstanden im üblichen Sinne, als Ordinate der Grenze zwischen Zug- und Druckspannungen nicht mehr angegeben werden kann. Der Verlauf dieser Spannungs-Null-Linie ist jetzt eine in  $x$  und  $y$  nichtlineare Funktion höherer Ordnung, die unter Umständen ein geschlossenes Gebiet begrenzen kann. Zusätzlich kann außerdem noch eine zweite Spannungs-Isochromate mit dem Wert  $\sigma = 0$  auftreten, die den Übergang zu den durch Druckzerstörung ausgefallenen Querschnittsbereichen kennzeichnet. Auch diese Spannungsgrenzlinie verläuft gekrümmt und

kann sich ebenfalls als eine geschlossene Kurve ergeben, beispielsweise bei höheren Temperaturen für  $N(M \sim 0)$ . Die Abbildungen 7.2 und 7.3 verdeutlichen diese Abweichung vom gewohnten Bild der Spannungsverteilung.



Dehnungsverteilung

- thermische Dehnung
- spannungserzeugende Dehnungen (Zwängungen)

Zwängungsverteilung

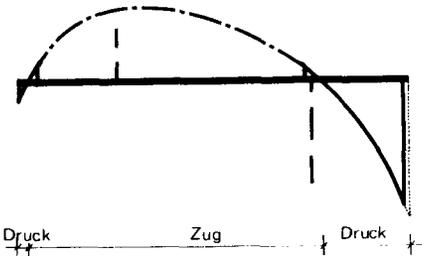


Abb. 7.3:

Dehnungs-Spannungs-Zuordnung  
und Verlauf der Spannungs-  
Isochromaten

$b/d/h/h' = 15/15/12,2 / 2,8 \text{ cm}$

$\beta_N/\sigma_F/\sigma_U = 400/4200/5000 \text{ kp/cm}^2$

$\mu = 5,6\%$  (4  $\sigma$  20)

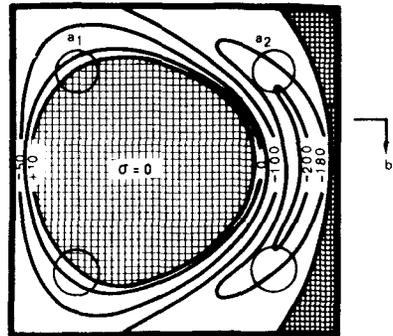
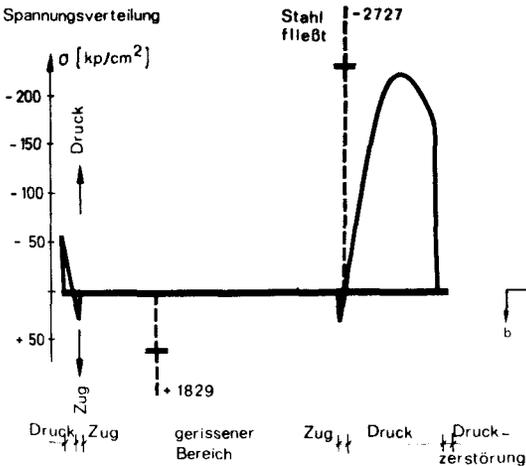
$h'/h = 0,23$

$N = -20 \text{ Mp}$

$M = 1,8 \text{ Mpm}$

$e/d = 0,6$

$t = 50'$



## 8. BERECHNUNG DER GRENZSCHNITTGRÖßEN-INTERAKTION

### 8.1. Die inneren Schnittgrößen $N_i, M_i$

Die Ermittlung eines fest vorgegebenen, gekoppelten Wertepaares  $\{N, M\}$  macht es erforderlich, jenen Dehnungszustand entsprechend Abschnitt 7.2 zu bestimmen, dessen zugehörige Spannungen die vorgeschriebene Belastungskombination  $M(N)$  erfüllen. Im folgenden soll das von CRANSTON [28] beschriebene Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe benutzt werden.

Ausgehend von den Grundbeziehungen

$$N = N(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad (8.1)$$

$$M = M(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad (8.2)$$

gilt es, die beiden Randdehnungen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  zu bestimmen, durch die gesuchte  $M(N)$ -Kopplung erfüllt wird. Zu diesem Zweck beginnt man mit Schätzwerten der Randdehnungen ( $\epsilon_1^1, \epsilon_2^1$ ), die mit Hilfe des totalen Differentials der Funktionen (8.1) und (8.2) iterativ verbessert werden, bis der Fehler der zugehörigen Schnittkräfte einen gewählten Schrankenwert  $\gamma$  unterscheidet:

$$\left. \begin{aligned} \Delta N &= |N - N^1| \\ \Delta M &= |M - M^1| \end{aligned} \right\} < \gamma$$

Die Korrektur erfolgt mittels der Gleichung (8.3)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N^1}{\partial \epsilon_1^1} & \frac{\partial N^1}{\partial \epsilon_2^1} \\ \frac{\partial M^1}{\partial \epsilon_1^1} & \frac{\partial M^1}{\partial \epsilon_2^1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_1^2 - \epsilon_1^1 \\ \epsilon_2^2 - \epsilon_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N - N^1 \\ M - M^1 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

Die verbesserten Randdehnungen ergeben sich somit in allgemeiner Schreibweise zu

$$\begin{bmatrix} \Delta \epsilon_1 \\ \Delta \epsilon_2 \end{bmatrix} = K^{-1} \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

Die Elemente der Matrix K werden näherungsweise durch Variation der Randdehnwerte bestimmt. Mit diesem Verfahren kann die Dehnungsverteilung für eine vorgegebene Belastungskombination bestimmt werden.

Für den Fall  $t = 0, T = \text{const.}$  ist bei einachsiger Biegedruckbeanspruchung der innere Kräftezustand eines Stahlbetonquerschnitts über die Angabe zweier Dehnungswerte zumindest bereichsweise in einfacher Weise geschlossen integrierbar:

$$N_i = \int \sigma dF \quad (8.5)$$

$$M_i = \int \sigma x dF \quad (8.6)$$

Dies ist möglich, da die Spannungen  $\sigma$  ebenso wie die sie induzierenden Dehnungen  $\epsilon$  in  $y$  konstant sind (siehe unter Punkt 7.2). Der Ausdruck  $dF = dx dy$  reduziert sich somit auf  $dF = b dx$ . Entsprechend Bild 6.1 ergeben sich die Ausdrücke

$$\epsilon(x) = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{d} x \quad (8.7)$$

$$x = \frac{d}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \left( \epsilon - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \right) \quad (8.8)$$

$$dx = \frac{d}{\epsilon_1 - \epsilon_2} d\epsilon \quad (8.9)$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke (8.7) bis (8.9) in (8.5) folgt mit der Separation

$$N_i = N_B + N_{St} \quad (8.10)$$

$$N_i = \frac{db}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \int_{\epsilon_2}^{\epsilon_1} \sigma_b(\epsilon) d\epsilon + E_{St} (F_e \cdot \epsilon_{St} + F_b \cdot \epsilon_{St}') \quad (8.11)$$

(für  $|\epsilon| \leq |\epsilon_e|$ )

In ähnlicher Weise ergibt sich der Ausdruck für  $M_i$ .

Unterliegt der Querschnitt einer instationären thermischen Belastung, so scheidet eine Darstellung entsprechend Gleichung (8.11) aus.

Relativ einfach gestaltet sich die geänderte Ermittlung von  $N_{St}$  und  $M_{St}$ , da hier das bereits vorhandene Prinzip der Summation beibehalten wird. Jedoch sind die Stahleinlagen  $k$  stets einzeln zu betrachten, während in (8.11) Einzelstäbe mit gleicher Ordinate zusammengefaßt werden konnten. Der nichtlineare Dehnungs-Spannungs-Verlauf oberhalb  $|\epsilon_e|$  bedingt zusätzlich den Übergang von  $\sigma_{St} = E_{St} \cdot \epsilon$  zur allgemeineren Formulierung  $\sigma_{St} = \sigma_{St}(\epsilon)$  entsprechend Gleichung (2.21).

$$N_{St} = \sum_k f_{St,k} \cdot \sigma_{St,k}(\epsilon_k) \quad (8.12)$$

$$M_{St} = \sum_k f_{St,k} \cdot \sigma_{St,k}(\epsilon_k) \cdot x_k \quad (8.13)$$

In ähnlicher Weise erfolgt jetzt auch die Bestimmung  $N_B$  und  $M_B$ , indem die sonst bereichsweise mögliche geschlossene Integration durch eine numerische Integration des Gesamtquerschnitts ersetzt wird:

$$N_B = \sum_i f_B \cdot \sigma_{B,i}(\epsilon_i) \quad (8.14)$$

$$M_B = \sum_i f_B \cdot \sigma_{B,i}(\epsilon_i) \cdot x_i \quad (8.15)$$

Für die Spannungsfunktion  $\sigma(\epsilon)$  wird eine Formulierung in der Art von Gleichung (2.17) gewählt. In den Gleichungen (8.12) bis (8.15) sind die Ausdrücke  $f_{St,k}$  die Fläche der jeweiligen Stahleinlage  $k$  bzw. für  $f_B$  die Fläche eines Betonelements (vergleiche Abbildung 6.4):

$$f_B = \Delta x \cdot \Delta y \quad (8.16)$$

$$f_B = \frac{F_B}{\sum_i} \quad (8.17)$$

Die Größen  $x$  sind die Schwerpunktsabstände der Stahl- bzw. Betonelemente,  $k$  bzw.  $i$ , bezogen auf die Mittelachse des Gesamtquerschnitts ( $y$ -Achse) (siehe Bild 7.2).

Die Formulierung nach Gleichung (8.12) bzw. (8.13) hat den zusätzlichen Vorteil, daß unterschiedliche Stahlquerschnitte mit beliebiger Verteilung im Betonquerschnitt erfaßt werden können. Die Ausdrücke (8.14) und (8.15) ermöglichen zudem die Berücksichtigung eventueller Zugspannungen bei der  $N_B$ - und  $M_B$ -Bestimmung, da die Vorzeichen von  $\sigma_B$  und  $x$  die Richtung der jeweiligen Kraftgrößen steuern.

## 8.2. Grenzschnittgrößen $N_u, M_u$

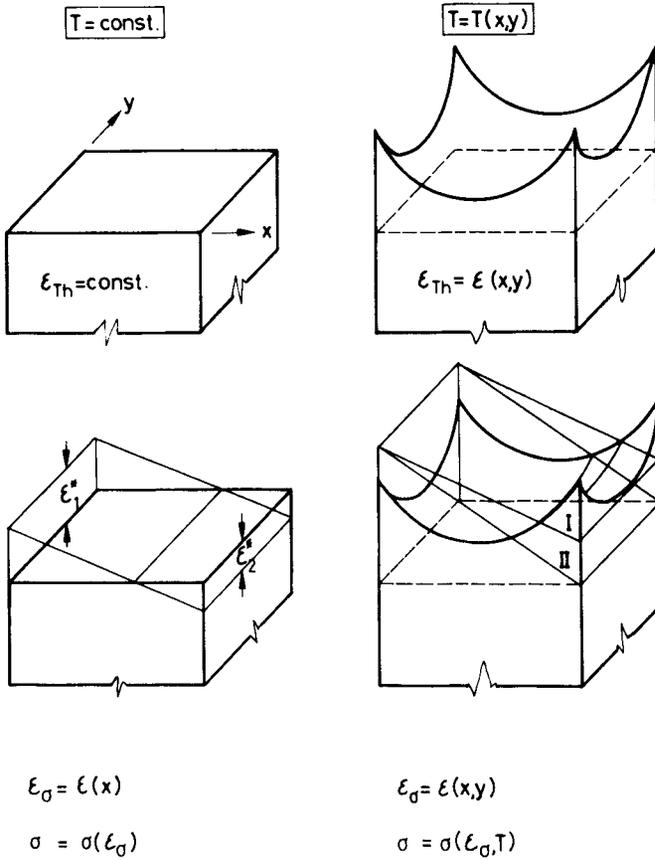
Die Grenzschnittgrößen  $\max N_u, \max M_u$  kennzeichnen die maximale Druck- bzw. Biege-Belastbarkeit eines Querschnitts. Für den - bei Stützen in der Regel stets gegebenen - Fall des gleichzeitigen Wirkens von  $N$  und  $M$  wird die maximale Biege-Druck-Belastbarkeit durch die funktionale Kopplung des  $N_u$ - $M_u$ -Interaktionsdiagramms beschrieben.

Für den Fall  $t = 0, T = \text{const.}$  ist diese Kopplung dadurch festgelegt, daß der Querschnitt zumindest eine Grenzdehnung erreicht. Ausgehend von dem Leitdehnungszustand  $\epsilon^*$ , der gekennzeichnet ist durch Erreichen zweier Grenzdehnungen, kann mittels Variation der Dehnungen innerhalb des Grenzwertebereichs jede beliebige  $N_u$ - $M_u$ -Kopplung erreicht werden (vergleiche zum Beispiel [133]). Diese Möglichkeit geht bei einer zusätzlichen Temperaturfeldbeanspruchung verloren.

Abbildung 8.1 veranschaulicht diese Problematik.

Gibt man die Grenz-Stahl-Dehnung  $\epsilon_z$  entsprechend Gleichung (2.23) vor, so verbleibt das Problem, einen Grenzwert der Stauchung am gedrückten Betonrand zu ermitteln. Die längs dieses Randes in  $y$ -Richtung nichtlinear verlaufende Temperaturverteilung bewirkt für jedes Randelement ein unterschiedliches, temperaturproportionales  $\epsilon_{Bu}$ -Verhalten.

Zwängungsebene I bewirkt zwar für das Ekelement die Bruchstauchung  $\epsilon_{Bu}$ , jedoch resultieren daraus im mittleren Bereich des Druckrandes noch kaum spannungserzeugende Zwängungen. Vergrößert



$$\epsilon_{\sigma} = \epsilon(x)$$

$$\sigma = \sigma(\epsilon_{\sigma})$$

$$\epsilon_{\sigma} = \epsilon(x,y)$$

$$\sigma = \sigma(\epsilon_{\sigma}, T)$$

Abb. 8.1: Prinzip der Grenztragfähigkeitsbestimmung eines Querschnitts

man die Stauchung, um den ganzen Druckrand zu aktivieren, auf die Werte der Ebene II, so fallen jetzt zwangsläufig die Eckbereiche infolge Druckzerstörung gänzlich aus.

Diese Eigenschaft eines instationär thermisch beanspruchten Querschnitts bewirkt eine ganz wesentliche Änderung der gebräuchlichen Bruchkriterien im Stahlbetonbau: Grenz-Dehnungswerte für die Tragfähigkeitsanalyse sind nicht mehr anwendbar.

Da die Verteilung der thermischen Dehnungen, insbesondere auch deren Eckspitzen, nicht allein von der Temperatur, sondern auch von

der Querschnittsgeometrie abhängen, ist eine Verallgemeinerung in Form temperaturabhängiger Grenzdehnwerte ausgeschlossen. Die Ermittlung der Grenzdehnlage kann daher nur iterativ erfolgen.

Trägt man die Momentenwerte in Abhängigkeit von der Stauchung eines beliebigen Referenzpunktes des Druckrandes auf (Abb. 8.3), zeigt sich, daß mit Lage II nach Abbildung 8.1 noch nicht die Grenztragfähigkeit erreicht zu sein braucht. Die Konsequenz daraus ist, daß  $\max M_U$  unter Umständen erst dann erreicht werden kann, wenn zum Teil erhebliche Bereiche des Querschnitts infolge Druckzerstörung versagen.

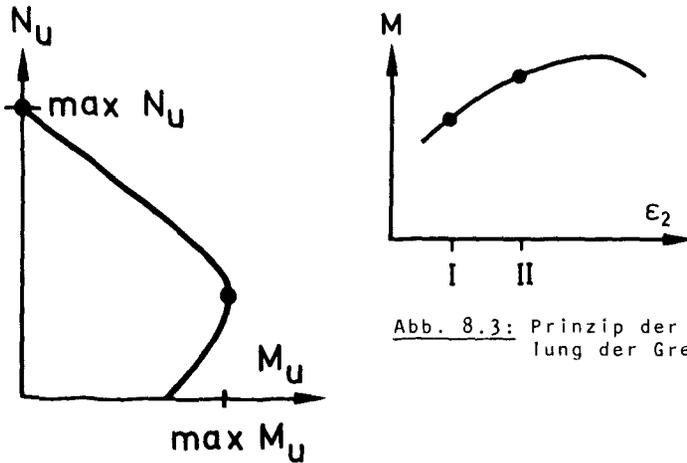


Abb. 8.3: Prinzip der Ermittlung der Grenzdehnlage

Abb. 8.2: Zuordnung der maximalen Grenzschnittgrößen

Der analoge Sachverhalt ergibt sich für das zentrische Tragvermögen  $\max N_U$ . Für  $t = 0, T = \text{const.}$  berechnet sich der Wert zu

$$\max N_U = F_B \cdot \sigma(\epsilon = \epsilon_Z) + \epsilon_Z E_{St} \cdot \sum F_e \quad (8.18)$$

und geht für  $t > 0, T = T(x, y, t)$  über in die allgemeinere Form

$$\max N_U(t) = F_B \sum \sigma_B(\epsilon_{z_w,i}) + \sum F_{e_k} \cdot \sigma_{St}(\epsilon_{z_w,k}) \quad (8.19)$$

wobei - unter Beachtung von  $\epsilon_{z_w} = f(\epsilon_\eta)$  entsprechend Gleichung (7.18, 7.19) die Nebenbedingung

$$\epsilon_{\eta} = \epsilon \left( \frac{\partial N}{\partial \epsilon} = 0 \right) \quad (8.20)$$

zu erfüllen ist.

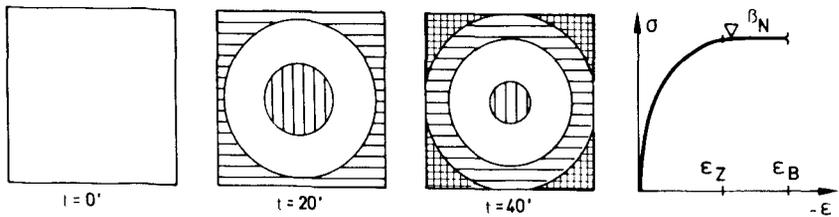
Das Problem besteht also auch hier darin, jenes Element zu finden, dessen  $\epsilon_z$ -Wert die  $\epsilon_{\eta}$ -Verteilung steuert und damit als Stauchung des Gesamtquerschnitts das Maximum der  $N(\epsilon)$ -Funktion liefert. Auch hier kann wieder bereichsweise Druckzerstörung des Betonquerschnitts auftreten, wenn  $\max N_u$  erreicht ist.

Dieses charakteristische Verhalten gilt für den gesamten Bereich der  $N_u$ - $M_u$ -Interaktion:

Ein instationär thermisch belasteter Stahlbetonquerschnitt erreicht seine maximale Tragfähigkeit erst dann, wenn Teile des weniger erhitzten und dadurch in seiner Festigkeit weniger reduzierten Kernbereichs aktiviert werden.

Da die Temperaturverteilung im Querschnitt von dessen Geometrie beeinflusst wird, ergibt sich nicht nur eine zeitliche Veränderlichkeit der Grenzdehnungen, sondern auch eine Abhängigkeit von den Seitenverhältnissen  $b/d$ . Proportional zum Anwachsen der Temperaturbelastungszeit verkleinert sich der tragfähige Betonkernbereich. Mit gleicher Tendenz muß sich daher der Anteil des infolge Überdrückung zerstörten Betonbereichs vergrößern.

Betonausnutzung bei gleicher zentrischer Auflast



$F_1$  zerstörter Bereich (Druck)  
 $\sigma = 0, \epsilon < \epsilon_B$

$F_3$  gerissener Bereich (Zug)  
 $\sigma = 0, \epsilon > 0$

$F_2$ :  $\sigma = -\beta_N, \epsilon_B \leq \epsilon \leq \epsilon_Z$

$F_4$ : voll tragfähiger Bereich  
 $-\beta_N \leq \sigma \leq 0, \epsilon_Z \leq \epsilon \leq 0$

Abb. 8.4: Prinzip der zeitlichen Veränderung der Querschnittsausnutzung

Bild 8.4 zeigt in schematischer Darstellung die unterschiedlichen Betonausnutzungen und ihre zeitlichen Veränderungen bei gleicher zentrischer Auflast. Wertet man für einen konkreten Fall diese Zustandsverteilungen aus, so ergeben sich Abhängigkeiten, wie in den Bildern 8.5 und 8.6 dargestellt.

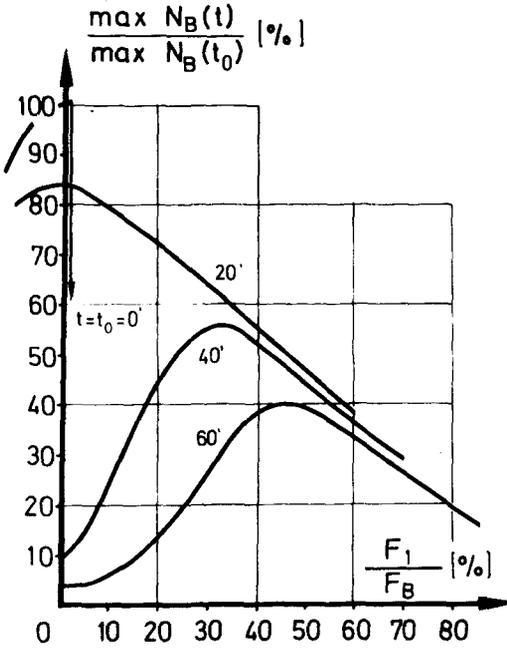


Abb. 8.5:

Grenz-Tragfähigkeits-  
charakteristik für  $\max N_{u,B}$

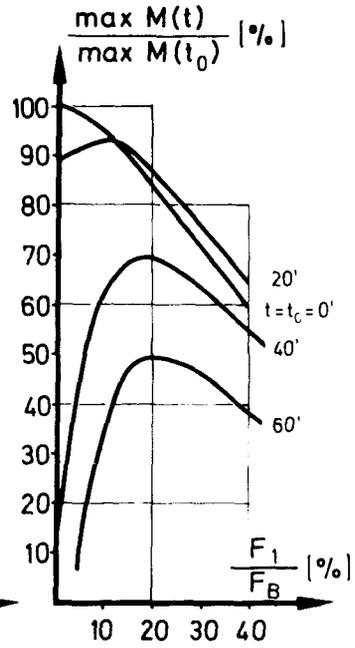


Abb. 8.6:

Grenz-Tragfähigkeits-  
charakteristik für  $\max M_u$

$F_1$ : druckzerstörte Betonfläche nach Abb. 8.4

Man erkennt deutlich, wie mit einer Steigerung der Randdehnungen über die Bruchgrenze der Randelemente hinaus die inneren Schnittgrößen bis zu einem Maximum ansteigen und daß die Größen  $\max N_u$ ,  $\max M_u$  unter Umständen erst bei einem erheblichen Anteil an druckzerstörtem Querschnitt erreicht werden.

### 8.3. $N_u$ - $M_u$ -Interaktionsdiagramm

Der Verlust an Biege-Druck-Belastbarkeit eines instationär thermisch belasteten Stahlbetonquerschnitts in Abhängigkeit von der Temperaturbelastungsdauer  $t$  wird durch die Veränderung des  $N_u$ - $M_u$ -Interaktionsdiagramms gekennzeichnet. Bild 8.7 zeigt diese Veränderung eines speziellen Querschnitts für kurze Zeitintervalle  $\Delta t$ .

Der für  $T = \text{const.}$  bestehende große Vorteil, Querschnitte unterschiedlicher geometrischer Abmessungen durch Einführung dimensionsloser Schnittgrößen in einem Interaktionsdiagramm darzustellen, geht für  $T = T(x, y, t)$  verloren. Die Ursache liegt darin, daß sowohl die Seitenabmessungen  $b$  und  $d$  als auch deren Verhältnis  $b/d$  das Temperaturfeld beeinflussen und damit unterschiedliche Festigkeits- und Dehnungsverteilungen innerhalb des Querschnitts bewirken und somit auch die Grenztragfähigkeit unterschiedlich beeinflussen.

Bemerkenswert sind zwei Eigenschaften der temperaturabhängigen  $N_u$ - $M_u$ -Interaktion.

Für kurze Branddauern liegen die Interaktionswerte teilweise über denjenigen des "kalten" Zustands ( $t = 0, T = T_0$ ), für längere Temperaturbelastungszeiten zeigt sich die zunehmende Tendenz eines starken  $N_u$ -Anstieges für sehr kleine  $M_u$ -Werte. Beide Effekte resultieren aus dem temperaturabhängigen Werkstoffverhalten.

Im Beispiel der Abbildung 8.7 liegt der Bewehrungsstahl zum Zeitpunkt  $t \approx 20'$  im Temperaturbereich von ca.  $200^\circ\text{C}$  und damit im Verfestigungsbereich (vergleiche Abbildung 2.11). Gleichzeitig sind vom Betonquerschnitt nur schmale Randbereiche in ihrer Festigkeit merklich reduziert. Im Bereich unterhalb des sog. "balance-point" ( $N_u > N_u(\max M_u)$ ) resultiert daraus eine erhöhte Momententragfähigkeit, da die erhöhte Stahlbelastbarkeit die nur gering reduzierte Belastbarkeit des Betons überwiegt. Für  $\max N_u$  muß der noch fast kalte Kernbereich mit  $\epsilon_z$  gestaucht werden, wodurch jedoch die Bewehrung mit ca. 2 % thermischer Dehnung eine Gesamtstauchung von etwa 4 % erfährt und somit trotz des geringfügig reduzierten E-Moduls in den Bereich der erhöhten Spannungen kommt (siehe Abbildung 2.19). Nach längeren Temperatureinwirkungsdauern sind sowohl große Bereiche des Betonquerschnitts als auch der Bewehrungsstahl in der Festigkeit sehr stark reduziert. In

diesem Sinne wenig reduzierter Beton befindet sich nur noch in einem Restkernbereich und kann wegen des geringen inneren Hebelarmes immer weniger für die Momentenaufnahme aktiviert werden. Für abnehmende  $M_u$ -Werte jedoch wird dieser Kernbereich zunehmend stärker ausgenutzt, bis er schließlich mit  $\epsilon_z^*(T)$  für  $\max N_u$  beansprucht wird. Im Diagramm drückt sich dies in einem steilen Anstieg der Interaktionskurven aus.

Die deutliche Abstufung der Interaktionskurven bei  $t = 0$  in der aufsteigenden Folge  $\text{zul } M(N)$ ,  $(N_u - M_u)_{DIN}$ ,  $N_u - M_u$  resultiert aus dem Sicherheitsfaktor und dem Rechenwert der Betondruckfestigkeit  $\beta_R$ .

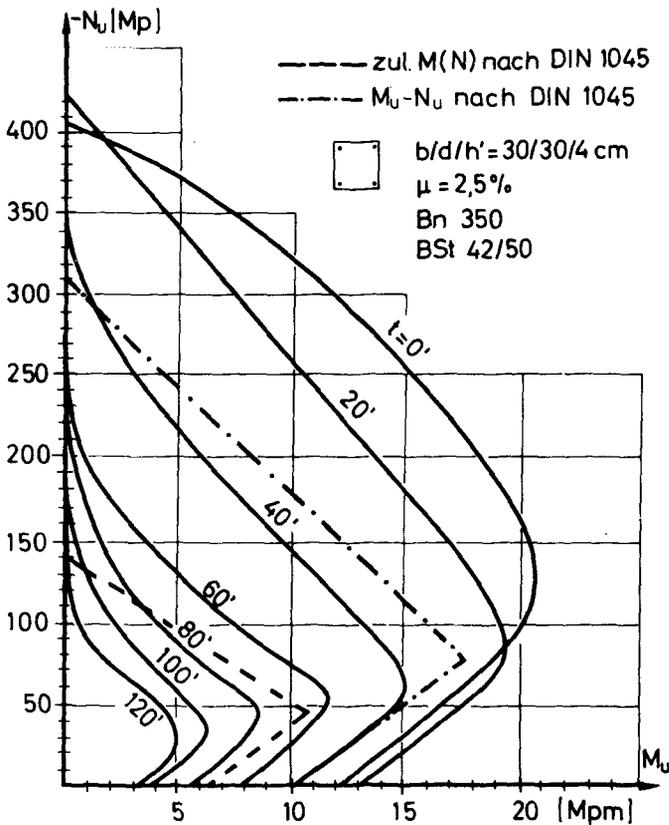


Abb. 8.7: Zeitliche Veränderung der Grenzschnittgrößen - Interaktion eines Stahlbeton-Querschnitts

## 9. EINFLUß DER GEOMETRISCHEN NICHTLINEARITÄT

Die Behandlung des Traglastproblems schlanker Stahlbetondruckglieder als Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung ist kausal gekoppelt mit der Ermittlung der Biegelinie und deren Rückkopplung auf das Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Schnittkräften (vergleiche Abschnitt 5).

Im folgenden sollen hier die Auswirkungen der instationären thermischen Belastung eines Querschnitts auf dessen Biegemomenten-Krümmungs-Beziehung und damit auf die Biegelinie eines Systems diskutiert werden.

### 9.1. Ermittlung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhangs und der Stabauslenkung

Bei konstanter Normalkraft  $N$  kann das innere Moment  $M_i$  als Funktion der Krümmung  $\kappa$  als

$$M_i = f(\kappa) \quad (9.1)$$

dargestellt werden bzw. wegen der Näherung (1.8) als

$$M_i = f(y'') \quad (9.2)$$

Die Ermittlung der zu vorgegebenen  $M(N)$  gehörigen Krümmung  $\kappa$  erfolgt iterativ. Hierzu werden die  $\varepsilon$ -Werte entsprechend (8.4) bestimmt, welche nach (1.9) direkt die Krümmung ergeben:

$$\kappa = \frac{\Delta \varepsilon}{d}$$

Legt man einen längs des Stabelements  $j$  linear veränderlichen Krümmungsverlauf  $\kappa_j(z)$  zu Grunde, so errechnet sich die Auslenkung des Elements  $j$  als  $w_j = w_{i+1} - w_i$  über das Arbeitsintegral (Abbildung 9.1):

$$W_j = \int_0^{\Delta S_j} M(x) \cdot \kappa_j(x) dx \quad (9.3)$$

$$= \frac{\Delta S_j^2}{6} (2\kappa_i + \kappa_{i+1}) \quad (9.4)$$

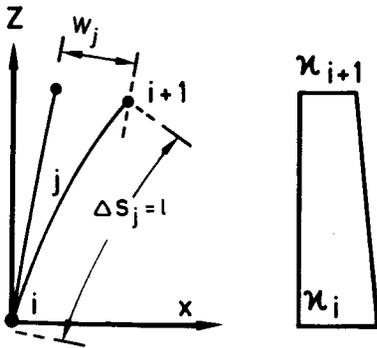


Abb. 9.1: Prinzip der Krümmungs-Auslenkungs-Zuordnung eines Stabelements

Diese so ermittelten Verformungen steuern den Verlauf der Zusatzmomente  $M_{II,j}$  nach Theorie II. Ordnung.

Am Knoten  $i$  gilt somit

$$M_{II,i} = N \cdot W_{i,1} \quad (9.5)$$

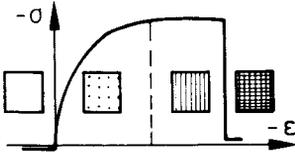
$$M_i = M_0 + M_{II,1} \quad (9.6)$$

Die Kontinuität bezüglich Verformung und Beanspruchung längs der Stabachse wird damit durch die Übereinstimmung zwischen  $N$ ,  $M$ ,  $w$ ,  $w'$ ,  $w''$  am gemeinsamen Knoten zweier benachbarter Elemente erreicht (Abbildung 6.6).

Bild 9.2 zeigt für den Zeitpunkt  $t = 50$  Minuten die Biegemomentenveränderung einer Stütze infolge Theorie II. Ordnung und die damit gekoppelte Umlagerung des inneren Spannungszustandes.

Da jedoch über  $\kappa_j$  der Wert von  $w_j$  bereits eine Funktion von  $M_i$  ist, kann Gleichung (9.6) bekanntermaßen nur iterativ gelöst werden. Die Rechenvorschrift zur  $M$ - $\kappa$ -Bestimmung bleibt somit prinzipiell unbeeinflusst von der Temperaturbelastung. Die Auswirkung

gen des instationären Temperaturfeldes werden bereits bei der notwendigerweise vorhergehenden Ermittlung der Schnittkräfte-Dehnungs-Zuordnung erfaßt und gehen somit als Randbedingung in die  $M-\kappa$ -Beziehung ein (Abschnitt 7.2).



•  $|\sigma_{St}| > |\sigma_F|$

✗ Lage der Resultierenden

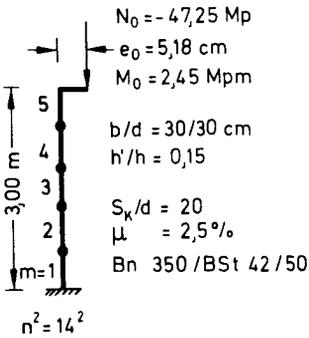
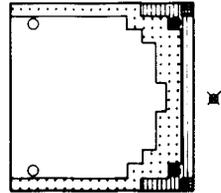


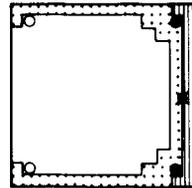
Abb. 9.2:

Veränderung des Beanspruchungszustandes und der Querschnittsausnutzung infolge Theorie II. Ordnung

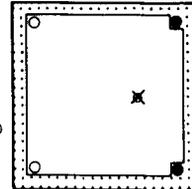
$m = 1$   
 $M_{II} = 6,06$   
 $e/d = 0,6$   
 $e = 3,5e_0$



$m = 3$   
 $M_{II} = 3,86$   
 $e/d = 0,45$   
 $e = 2,6e_0$



$m = 5$   
 $M_{II} \approx 0$   
 $e/d = 0,17$   
 $e = 1,0e_0$



### 9.2. $M-\kappa$ -Diagramm

Bild 9.3 zeigt die zeitliche Veränderung der  $M-\kappa$ -Zuordnung eines Querschnitts bei konstanter Normalkraftbelastung  $N$ . Da wegen  $EI = M \cdot \kappa^{-1}$  die erste Ableitung der  $M-\kappa$ -Kurven die Biegesteifigkeit repräsentiert, ist deren fortschreitender Abbau bei anhaltender Temperatureinwirkung aus Bild 9.3 zu erkennen. In Verbindung mit Gleichung (9.4) wird die aus gleichem Grunde zu erwartende über-

proportionale Zunahme der Verformungen nach Theorie II. Ordnung ersichtlich.

Der bei kurzer Temperatureinwirkung zu verzeichnende Festigkeitszuwachs des Bewehrungsstahls macht sich auch hier in einer Vergrößerung des maximalen Momentes bemerkbar. Die gleichzeitig geringfügige Verminderung der Bruchdehnung zeigt sich in einem Krümmungsrückgang. Da diese Effekte jedoch erst für hohe Momentenbeanspruchungen auftreten, liegt die Steifigkeit des Querschnitts für  $t > 0$ , erkennbar an der Steigung der Kurve, dennoch in der Regel unter der des Ausgangszustandes  $t = 0, T = T_0$ .

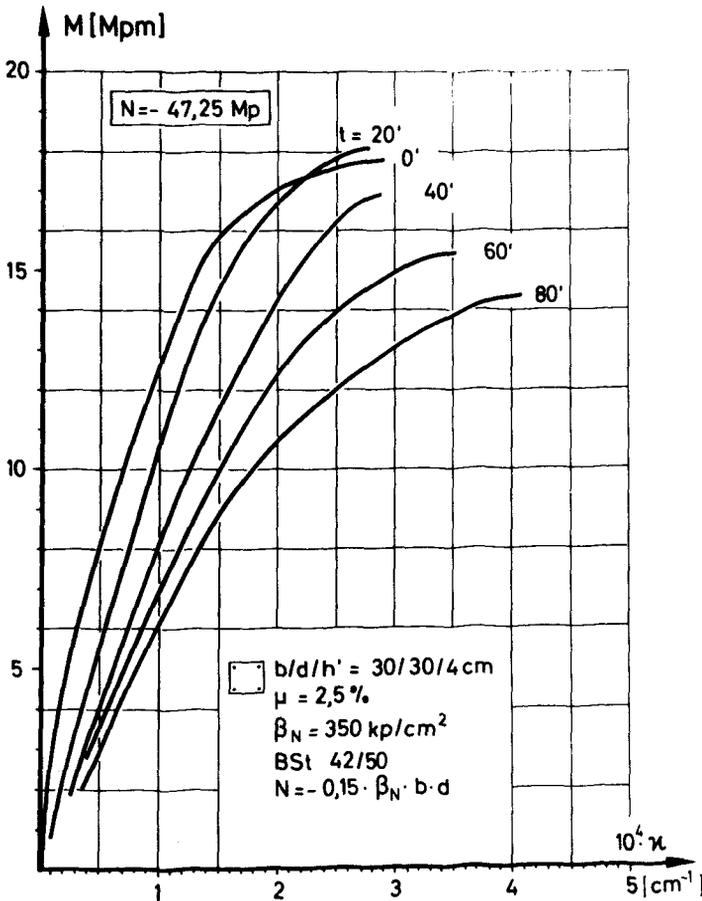


Abb. 9.3: Zeitliche Veränderung der Momenten-Krümmungs-Zuordnung eines Stahlbeton-Querschnitts

## 10. ZWANGSKRÄFTE INFOLGE LÄNGSDEHNUNGSBEHINDERUNG

Die Längsdehnung thermisch belasteter Stützen wird in der Regel durch andere Bauteile zumindest teilweise behindert. Mit dieser Behinderung verbunden ist das Entstehen von Zwangskräften, die eine wesentliche Erhöhung der Normalkräfte bewirken und somit auch die Traglast beeinflussen. Im folgenden sollen die maßgebenden Einzelparameter analysiert und deren Traglastbeeinflussung ermittelt werden.

### 10.1. Allgemeines

Das statische Modell zur Ermittlung des Zwängungsverlaufes zeigt Bild 10.1. Die Federn  $c_1$  repräsentieren die Steifigkeit der "Umgebung", während  $c_2$  die Steifigkeit der Stütze simuliert. Bei den üblichen Zwängungsberechnungen wird in der Regel die Feder  $c_2$  nicht berücksichtigt, was dem Fall  $c_2 = \infty$  entspricht. Diese Vereinfachung kann bei den großen Dehnungen für  $t > 0$  nicht beibehalten werden, da die zu erwartenden hohen Zwangskräfte erhebliche Laststauchungen in der Stütze bewirken und diese, verstärkt durch die zusätzliche rapide Verringerung des E-Moduls, den Dehnweg reduzieren und somit die Zwangskraft verringern.

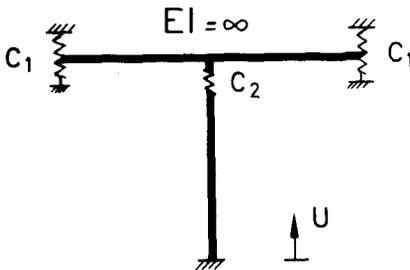


Abb. 10.1:

Modell zur Simulation der Umgebungs-Interaktion

Die Gesamtkraft der Stütze ergibt sich zu

$$N = N(t) = N_0 + \Delta N(t) \quad (10.1)$$

Der zeitabhängige Zwangsanteil  $\Delta N$  folgt aus

$$\Delta N = u \cdot c^* \quad (10.2)$$

wobei  $c^*$  die integrierte Gesamtsteifigkeit des Systems darstellt. Setzt man voraus, daß das "Umgebungssystem" - und damit die zugehörige  $c_1$ -Federsteifigkeit - im Zustand  $t = 0$  verbleiben, so kann der Federwert  $c_1$  aus den bekannten Last-Verformungs-Beziehungen mittels Arbeitsintegral bestimmt werden, gegebenenfalls auch unter Berücksichtigung von Zustand II für Stahlbeton. Die explizite Angabe der Größe  $c_2$  bereitet dagegen erhebliche Schwierigkeiten. Da infolge des Temperaturfeldes  $T(x,y,t)$  jedem Punkt ein anderes Materialgesetz zugeordnet ist, gilt somit auch ein punktwise unterschiedliches Federgesetz. In der Modellvorstellung muß daher die Einzelfeder  $c_2$  durch ein System von gekoppelten, parallelen und  $T(t)$ -abhängigen Federn  $c_n$  ersetzt werden:

$$c_2(T) = \sum_{n=1}^n c_n(T) \quad (10.3)$$

Abbildung 10.2 charakterisiert den Verlauf der Dehnfeder-eigenschaft  $c = \Delta N/u$  eines Betonelements. Für  $t_0$  ist der Zwangskraft-Verlauf affin zur  $\sigma$ - $\epsilon$ -Linie, während für  $t > t_0$  naturgemäß eine Affinität zu den Kenngrößen nach Abbildung 8.5 besteht. Infolge des zeitlich veränderlichen thermischen Dehnungsfeldes, des geometrieabhängigen Durchwärmungsverhaltens und der temperaturbedingten Materialveränderungen ist es praktisch ausgeschlossen, die Feder-Charakteristik allgemein anzugehen.

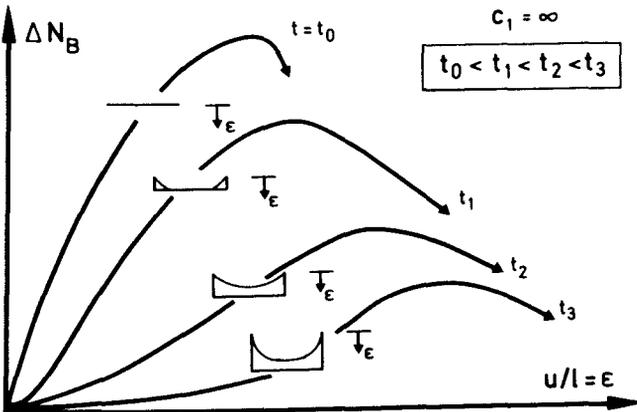


Abb. 10.2: Dehnfeder-Charakteristik eines Betonelements

Reduziert man das Problem auf den Sonderfall einer vollständigen Längsdehnungsbehinderung, was  $c_1 = -\infty$  entspricht, so ergibt sich

$$\Delta N = u \cdot c_2 \quad (10.4)$$

mit

$$u = \epsilon \cdot l \quad (10.5)$$

Die Größe  $\epsilon$  jedoch ist entsprechend Abbildung 7.2 Ordinate der Zwängungsebene

$$\epsilon = \epsilon_{zw}(N) \quad (10.6)$$

und kann somit nur iterativ durch Variation der Dehnungszustände entsprechend Abschnitt 8.1 ermittelt werden. Hierbei ergibt sich die Schwierigkeit, daß die Zielgröße der Optimierung eine gekoppelte Variable ist (Kopplung von (10.6) mit (10.4)). Abbildung 10.3 zeigt in semilogarithmischer Darstellung den Verlauf der Zwangskräfte eines Querschnitts für verschiedene Zeitpunkte bei variablen  $c_1$ -Werten. Die Berechnung erfolgte sowohl für den Näherungsfall  $c_2 = -\infty$  als auch für den Fall der nichtlinearen Kopplung  $c_2 = c(N(t))$ . Der Verlauf für  $t = 0, T = \text{const.}$  wurde für eine über den Querschnitt gleichmäßige Temperaturerhöhung von  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$  berechnet. Es zeigte sich, daß die übliche Praxis mit  $c_2 = -\infty$  zu rechnen, für den Normalfall berechtigt ist. Die maximale Abweichung beträgt für den hier untersuchten Fall ca.

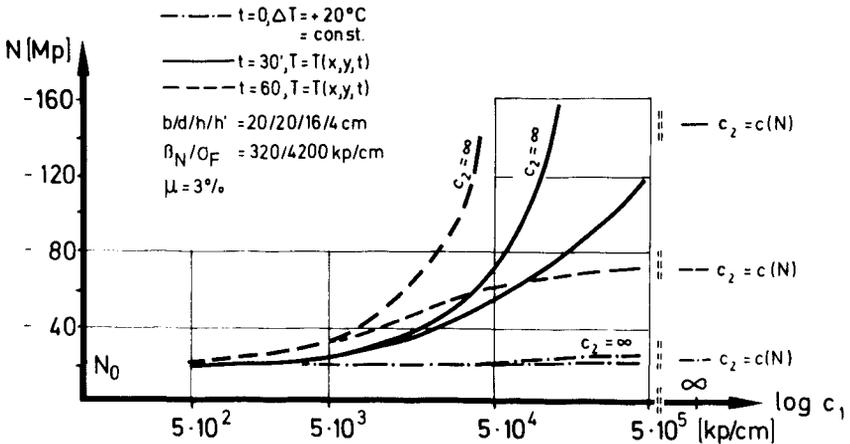


Abb. 10.3: Einfluß unterschiedlicher  $c$ -Randbedingungen auf die Zwangskraftentwicklung

10 %. Gänzlich anders ist die Situation für  $t > 0$ ,  $T = T(x, y, t)$ , wo rasch große thermische Dehnungen des Systems auftreten. Die Annahme von  $c_2 = -\infty$  führt zu sehr großen Fehlern und bei hohen  $c_1$ -Steifigkeiten zu absurden Ergebnissen.

Zur systematischen Untersuchung der Traglastbeeinflussung infolge Zwängung soll in den folgenden Parameterstudien nur die vollständige Längsdehnungsbehinderung ( $c_1 = -\infty$ ) als oberer Schrankenwert betrachtet werden.

### 10.2. Rechenmethode

Das unter Punkt 2.5.1 behandelte Verformungsverhalten von Beton unter kombinierter Beanspruchung aus Last und instationärer Temperatureinwirkung - jedoch gleichförmiger Querschnittstemperatur - gilt es, auf einen Betonquerschnitt zu übertragen, dessen Spannungs-, Dehnungs- und Temperaturverteilungen jetzt nicht nur zeitlich sondern auch örtlich veränderlich sind.

In Anwendung von Gleichung (2.29) empfiehlt sich eine punktweise Korrektur des Rechenwertes der thermischen Dehnungen in Abhängigkeit von der Spannungsausnutzung, wobei wegen des hier betrachteten Falles der vollständigen Dehnungsbehinderung ( $c_1 = -\infty$ ) die gesamte thermische Dehnung des Querschnitts zurückgedrückt wird und somit als spannungserzeugender Anteil wirkt:

$$\epsilon_{Th}^*(T) = f(\epsilon_{Th}(T), \epsilon_{mc}(T, \alpha_0)) \quad (10.7)$$

$$\epsilon_{\sigma}(T, \alpha_0) = \epsilon_{Th}^*(T) + \epsilon_p(T, \alpha_0) \quad (10.8)$$

Der jetzt reduzierte Wert der thermischen Dehnung  $\epsilon_{Th}^*$  bildet dann die Grundlage zur Berechnung der spannungserzeugenden Zwängungen entsprechend Gleichung (7.18). Dieser Rechenprozeß muß wegen der funktionalen Kopplung des Wertetripels  $\{\alpha_0, T, \epsilon_{mc}\}$  iterativ erfolgen. Weiterhin ist zu beachten, daß wegen der physikalischen Randbedingungen des Querschnitts eine zusätzliche Abhängigkeit der Einzelemente untereinander vorliegt:

Die Spannung  $\sigma^1$  eines Elements  $n$  bewirkt nach Gleichung (2.28) einen Kriechanteil  $\epsilon_{mc}^1$  und reduziert den Anfangswert der thermischen Dehnung  $\epsilon_{Th}$  auf die Größe  $\epsilon_{Th}^*$ . Diesen Rechengang durchlaufen alle Elemente. Anschließend wird das Kräftegleichgewicht des Gesamtquerschnitts erneut hergestellt, was eine Veränderung der ursprünglichen Zwängungsebene zur Folge hat. Diese Veränderung ist, wegen der punktwise unterschiedlichen  $\epsilon_{mc}$ -Anteile innerhalb des Querschnitts, für das Element  $n$  nicht proportional seinem Kriechanteil  $\epsilon_{mc}^1$ . Damit ergibt sich jedoch eine veränderte Spannung  $\sigma^2$ , die den ursprünglichen  $\epsilon_{mc}^1$ -Wert nicht mehr rechtfertigt. In einem erneuten Iterationszyklus muß der korrigierte Kriechanteil  $\epsilon_{mc}^2$  berechnet werden. Der Abschluß dieser Iteration ist erreicht, wenn Verträglichkeit zwischen folgenden Beziehungen besteht:

$$\sigma = f(\epsilon^*) \quad (10.9)$$

$$\epsilon^* = g(\epsilon_{Th}, \epsilon_p, \epsilon_{mc}) \quad (10.10)$$

$$\epsilon_{mc} = \epsilon(T) \quad (10.11)$$

Diese Bedingungen müssen innerhalb einer vorgegebenen Toleranzschränke  $\gamma$  für jedes Element erfüllt werden. Der Wert  $\epsilon^*$  steht dabei stellvertretend für die Gesamt-Dehnungsverteilung im Querschnitt und ist in seinem Aufbau abhängig von der jeweiligen Problemstellung; für Kriechprobleme ist die Dehnungsumlagerung entsprechend Gleichung (2.29) zu beachten, für Relaxationsprobleme gilt Gleichung (2.36).

Die Integration aller Spannungen über den Querschnitt muß nach Iterationsende natürlich weiterhin im Kräftegleichgewicht mit der aufgebrachten Auflast stehen.

Als Folge des Gradienten der thermischen Dehnungen ergibt sich bei der Kriechberechnung des Gesamtquerschnitts eine zusätzliche Ursache für Spannungsumlagerungen, die unabhängig von der Temperatur ist. Die Modellvorstellung nach Bild 10.4 erläutert diesen Zusammenhang für das Beispiel einer Kriechumlagerung.

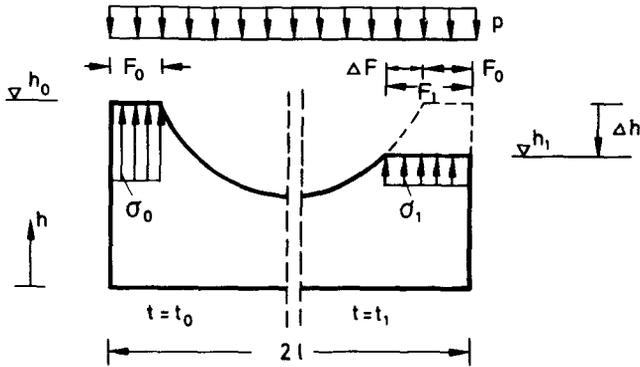


Abb. 10.4: Prinzip der Spannungsumlagerung infolge HTK

Zum Zeitpunkt  $t = t_0$  habe das visko-elastische Modell die Höhe  $h = h_0$ . Der konstante Lastanteil  $P = p \cdot l$  wirkt auf die Fläche  $F_0$  und aktiviert die kriecherzeugende Spannung  $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$ . Zum Zeitpunkt  $t = t_1$  haben die Kriechverformungen den Wert  $\Delta h$  erreicht und reduzieren den Wert  $h$  auf  $h_1 = h_0 - \Delta h$ . Dadurch vergrößert sich jedoch die Belastungsfläche um  $2 \Delta F$  auf den Wert  $2 F_1 = 2 F_0 + 2 \Delta F$  und verringert somit die aktuelle Spannung auf den Wert  $\sigma_1 = \sigma_0 \cdot F_0 / F_1$ , was eine verringerte Kriechverformung zur Folge hat. Damit bedarf jedoch die Ausgangsvoraussetzung zur Ermittlung von  $\Delta h$  einer Korrektur.

Bei einem durch einen Temperaturgradienten belasteten Stahlbetonquerschnitt wirken diese Einzeleinflüsse gleichzeitig, sind gegenseitig gekoppelt und hochgradig nichtlinear. Bei der numerischen Behandlung müssen in jedem Iterationszyklus die folgenden physikalischen Kriterien für den Betonquerschnitt eingehalten werden:

1. Die Spannungen bleiben vorzeicheninvariant:  
 $\text{sign}(\sigma) = \text{const.}$
2. Die Kriechverformungen sind den induzierenden Spannungen gleichgerichtet:  $\text{sign}(\epsilon_{mc}) = \text{sign}(\sigma)$ .
3. Im gerissenen und infolge Betonermüderung ausgefallenen Bereich treten keine Kriechverformungen auf:  $\epsilon_{mc}(\sigma = 0) = 0$ .

Aus Punkt 1 folgt für die Dehnungen, daß der Abbau von  $\epsilon_{Th}$  infolge  $\epsilon_{mc}$  sich der Ausgleichsebene nur asymptotisch nähern kann, während die beiden anderen Punkte bewirken, daß die Lagekorrektur

der Ausgleichsebene zur Wahrung des Kräftegleichgewichts in einem nachfolgenden Rechenschritt bestimmt werden muß. Die Verlagerung der Ausgleichsebene bewirkt dabei nicht nur eine Vergrößerung des Betondruckbereichs, sondern auch eine gleichzeitige teilweise Umlagerung der Druckkräfte auf die Stahleinlagen, sofern diese noch nicht voll ausgelastet waren. Infolge des verzögerten Kriechbeginns des Bewehrungsstahles entzieht sich der Beton zeitweilig der Lastabtragung gegenüber dem Stahl, bis eine aktuelle Stahlausnutzung von etwa  $|\alpha_T| = 0,7$  erreicht ist. Das dann einsetzende Stahl-Kriechen wird jedoch wegen der weiter ansteigenden Temperaturen sehr schnell durch das Fließen abgelöst, wodurch die Kräfteumlagerung auf den Stahl beendet und der Betonquerschnitt wieder stärker ausgenutzt wird.

Die randnahen Spannungsspitzen bewirken dort ein verstärktes Kriechen, wodurch sich der Gradient der thermischen Dehnungen verflacht. Für den Betonquerschnitt resultiert daraus eine bessere Querschnittsausnutzung durch Verkleinerung des gerissenen Kernbereichs (Abbildung 10.5).

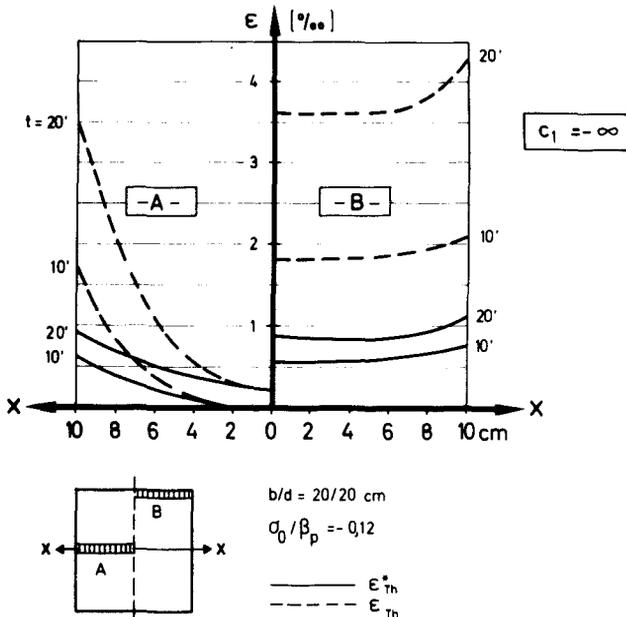


Abb. 10.5: Veränderung des Rechenwertes der thermischen Dehnungs-Gradienten infolge HTK

Bild 10.6 zeigt für einen speziellen, zentrisch belasteten Querschnitt das Prinzip der zeitabhängigen Veränderung verschiedener Ausnutzungs-Kenngrößen infolge der "Hochtemperatur-Kriecheinflüsse" (HTK). Aus Gleichgewichtsgründen müssen sich dabei die Einzelanteile stets zu 100 % summieren. Der Ruhebereich um  $t = 40'$  resultiert aus verstärkter Kernaktivierung infolge Versagens von äußeren Randbereichen. Die geringe Temperatur des Kernbereichs beendet vorübergehend die Kräfteumlagerung auf den Bewehrungsstahl, da sich in diesem Bereich kaum HTK-Einflüsse zeigen. Bei zunehmender Durchwärmung und ansteigender Beanspruchung des Kerns erfolgt nach  $t = 50'$  wieder eine verstärkte Umlagerung auf den Stahl infolge HTK, bis bei etwa  $t = 70'$  der Stahl in den Fließbereich kommt. Der Ausgleich der Kräftebilanz auf das 50 %-Niveau resultiert im vorliegenden Beispiel aus Menge und Anordnung der Bewehrung; das Ausgleichsniveau kann in anderen Fällen sowohl oberhalb als auch unterhalb von fünfzig Prozent liegen.

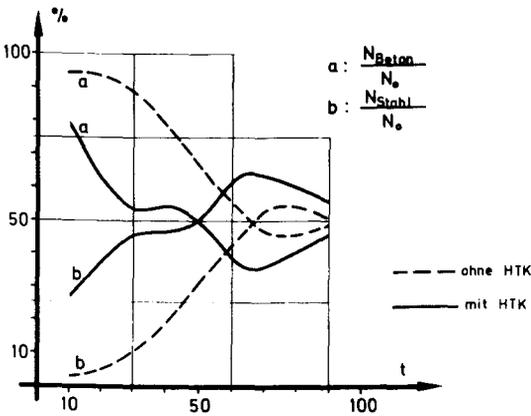


Abb. 10.6:

zeitlicher Verlauf der Kräfteumlagerungen in einem Stahlbetonquerschnitt infolge HTK

### 10.3. Ergebnisse

Die Auswirkungen der in diesem Kapitel behandelten Zusatzverformungen resultieren primär in einer Veränderung des Rechenwertes der thermischen Dehnungsverteilung. Die Verringerung der thermischen Dehnungen hat zwangsläufig eine deutliche Reduzierung der Zwangskräfte zur Folge. Abb. 10.7 verdeutlicht den Abbau und die zeitliche Verschiebung des Beton-Zwangskraft-Maximums. Auffallend

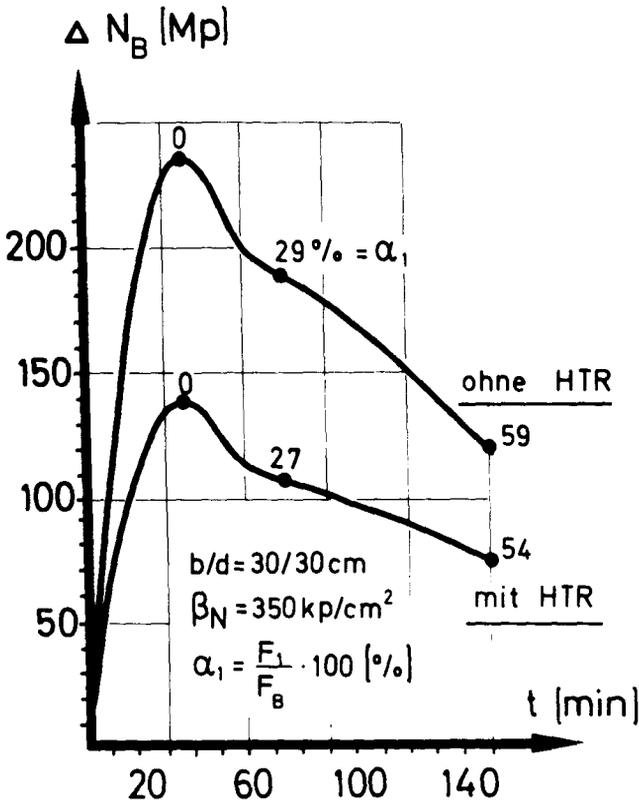


Abb. 10.7: Einfluß der Hochtemperatur-Relaxation (HTR) auf die Beton-Zwangskraftentwicklung ( $F_1$ ; siehe Abb. 8.4)

ist der steile  $\Delta N_B$ -Anstieg in den ersten Minuten mit einem anschließenden plötzlichen Abfall der Zwangskraft infolge Druckzerstörung des Randbereichs, dem ein allmähliches Abklingen folgt. Die bereits beschriebene Verlagerung der Ausgleichsebene, die in abgeschwächter Form auch bei Querschnitten mit konstanter Last, also freier thermischer Längsdehnung, auftritt, bewirkt ihrerseits eine Verringerung der Längsdehnung. Diese Erscheinung, die bei Stützenbrandversuchen experimentell bestätigt wurde [13], ist zu einem Teil dem Festigkeitsverlust, bei hohen  $N_0$ -Lasten im wesentlichen jedoch den "Hochtemperatur-Kriecheinflüssen" zuzuschreiben.

Aus Abbildung 2.23 ist zu erkennen, daß für hohe Normalkraftausnutzungen  $\alpha_o$  sich Werte  $\epsilon(T, \alpha_o) \leq 0$  nach Gleichung (2.29) ergeben können. In diesen Fällen werden also selbst bei vollständiger Behinderung der thermischen Längsdehnung keine Zusatzkräfte erzeugt. Die praktisch erreichbare maximale zentrische Ausnutzung eines Betonquerschnitts ergibt sich nach [39] zu  $\alpha_o = -\frac{1}{\nu} \cdot \frac{\beta_R}{\beta_w} \geq -\frac{1}{3}$  und erreicht damit nicht den für diesen Effekt erforderlichen Mindestwert von  $\bar{\alpha}_o = -0,45$ . Zwar treten bereits nach kurzer Temperatureinwirkungsdauer Spannungsspitzen in den Randbereichen eines Betonquerschnitts auf, wo behinderte thermische Dehnungen mit einem in seiner Festigkeit erst gering reduzierten Beton zusammentreffen. Die dort resultierenden  $\alpha_o$ -Werte überschreiten den Wert  $\bar{\alpha}_o$ . Jedoch ist dieser Bereich flächenmäßig so gering, daß die Beeinflussung des Gesamtdehnungsverhaltens lediglich untergeordnete Bedeutung hat. Bei fortgeschrittener Temperatureinwirkungsdauer nimmt die Festigkeit des Betonrandbereichs schnell ab und fällt bei Überschreiten der Bruchstauchung schließlich ganz aus. Zwar verlagert sich die Betonzone mit  $\alpha_o \leq \bar{\alpha}_o$  dann weiter zum Kernbereich hin, jedoch dominiert nun der Verlust an tragfähigem Betonquerschnitt, was sich am steilen Abfall der  $\Delta N_B(t)$ -Kurve zeigt. Erst zu einem relativ späten Zeitpunkt, wenn im Kernbereich stärkere thermische Dehnungen auftreten, bei einem gleichzeitig abflachenden Temperaturgradienten, kommen größere Betonflächen in den Bereich  $\alpha_o \leq -0,45$ . Wie später noch gezeigt wird, liegt dieser Zeitpunkt jedoch weit jenseits der  $t_u$ -Grenze, an der bereits ein Systemversagen eintritt (siehe dazu auch Abschnitt 13.2.2).

## 11. TRAGLASTCHARAKTERISTIK INSTATIONÄR THERMISCH BEANSPRUCHTER STAHLBETONSTÜTZEN

### 11.1. Traglastdarstellung, Versagensdefinition

Die übliche Darstellung von Traglasten (Zeitpunkt  $t = 0$ ,  $T = T_0$ ) geschieht gewöhnlich in Form bezogener Traglastwerte, etwa in der Art

$$n_u = \frac{N_u}{bd\beta_R} \quad (11.1)$$

mit den Scharparametern Schlankheit ( $s_k/d$ ) oder bezogener Lastausmitte ( $e_0/d$ ).

Im vorliegenden Fall wird, der speziellen Aufgabenstellung entsprechend - vergleiche Abschnitt 5 -, der zeitliche Traglastverlauf als  $e_u(t)$ -Funktion dargestellt.

Die in den vorangegangenen Kapiteln aufgezeigte durchwärmungsbedingte vielfache gegenseitige Beeinflussung von Einzelparametern verhindern deren Zusammenfassung weitgehendst. Normierte Traglastwerde in Anlehnung an Gleichung (9.1) scheiden damit praktisch aus. Die Traglastkurven gelten in der Regel für nur einen festen Querschnitt ( $b, d$ ); alle anderen System- und Belastungsgrößen können in ihrer Variation lediglich über den Scharparameter berücksichtigt werden. Die bei der Darstellung des Stabilitätsverhaltens von Stahlbetonbauteilen bekanntermaßen große Zahl freier Parameter wird bei der Einbeziehung instationärer thermischer Probleme somit weiter vergrößert.

Der numerische Ablauf der Traglastberechnungen ist in seiner prinzipiellen Gestaltung aus dem Strukturdiagramm des entwickelten Rechenprogramms zu erkennen (Abb. 12.5). Als Ergebnis resultiert der in Abbildung 11.1 schematisch wiedergegebene  $e_u(t)$ -Verlauf: Es ist die zu jedem Zeitpunkt  $t$  maximal aufnehmbare Exzentrizität  $e_u$  (Grenzexzentrizität) der zum gleichen Zeitpunkt vorhandenen Normalkraft  $N$  des festgelegten Systems.

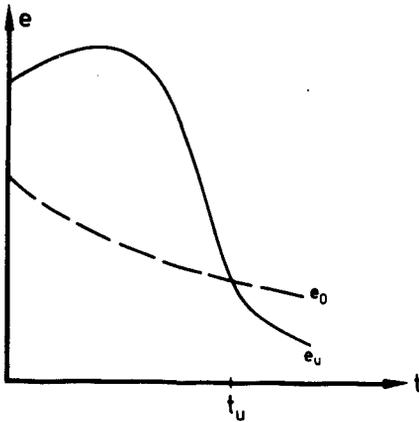


Abb. 11.1:

Schema der Traglastdarstellung und der Versagenszeitpunktermittlung

Als Versagenszeitpunkt  $t_u$  soll im folgenden jener Zeitpunkt verstanden werden, zu dem das System die Gebrauchslastkombination  $\bar{k}_0$  nicht mehr tragen kann. Gesucht ist damit der Zeitpunkt  $t = t_u$ , zu dem sich die bei der Bemessung vorhandene Sicherheit  $v_0$  infolge Temperatureinwirkung auf den Wert "1" reduziert hat:

$$t_u = t(v_0 \xrightarrow{T} v(t) = 1) \quad (11.2)$$

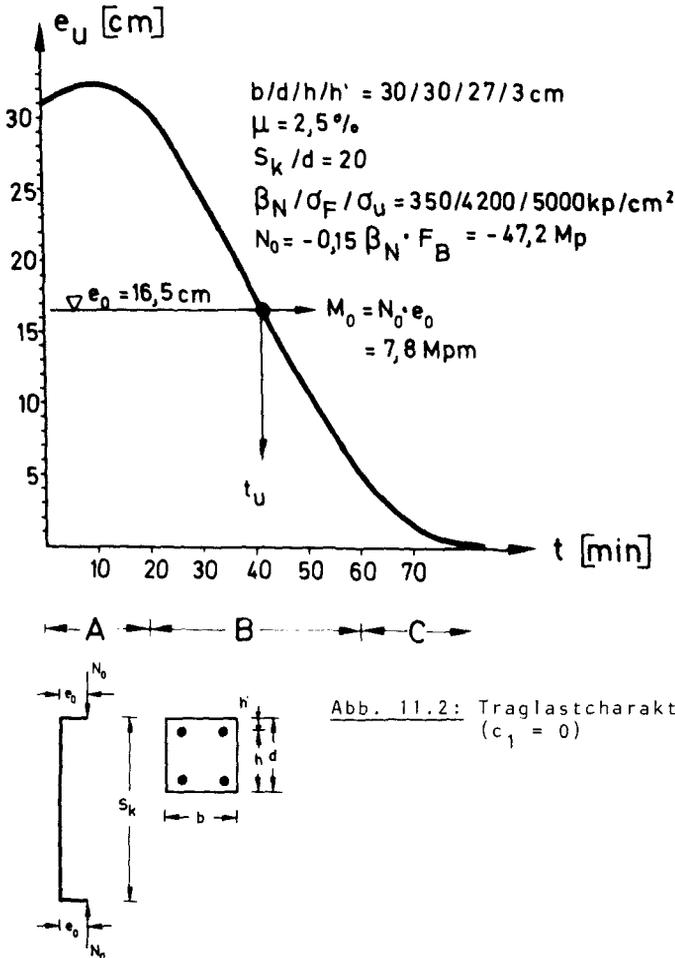
oder bezogen auf die Ausgangsexzentrizität  $e_0$

$$t_u = t(e_0 \xrightarrow{T} e_u(t) = e_0) \quad (11.3)$$

Der Grenzzustand des Systems wird somit dann erreicht, wenn die Grenzexzentrizität  $e_u$  auf den Wert der Lastexzentrizität  $e_0$  abgesunken ist. Der zugehörige Versagenszeitpunkt  $t_u$  entspricht dann der Feuerwiderstandsdauer. Die zeitliche Veränderung von  $e_0$  während des Brandes ist dabei lediglich in den Fällen einer längsdehnungsbehinderten Stütze zu berücksichtigen (siehe Abschnitt 11.3); in allen anderen Fällen kann bei ausreichender Genauigkeit mit  $e_0 = \text{const.}$  gerechnet werden.

11.2. Traglastcharakteristik von Stützen mit unbehinderter thermischer Längsdehnung ( $c_1 = 0$ )

Bild 11.2 zeigt den zeitabhängigen Traglastverlauf in der gewählten  $e_U(t)$ -Darstellung für eine spezielle Kombination von System, Querschnitt und Auflast.



Die  $e_U(t)$ -Funktion durchläuft näherungsweise die drei gekennzeichneten Bereiche A, B und C.

Im Bereich A wirkt die Stahlverfestigung traglasterhöhend, was sich in einer Vergrößerung der Bruchexzentrizität  $e_U$  gegenüber dem

"kalten" Zustand zeigt. Dieser Effekt wurde schon bei den  $N_u$ - $M_u$ - und  $M$ - $\kappa$ -Interaktionsdiagrammen erkannt (Kapitel 8.3 und 9.2). Der Bereich B ist durch einen steil abfallenden, nahezu linearen  $e_u(t)$ -Verlauf gekennzeichnet. Es soll hier bereits vorweg genommen werden, daß in der Regel ein Versagen unter Gebrauchslast in diesem Bereich B erfolgt. Der Endbereich C schließlich ist gekennzeichnet durch einen sehr flachen  $e_u(t)$ -Verlauf. In diesem Bereich sind die Materialeigenschaften bereits so stark verändert, daß die Stütze nahezu kein Momentenragvermögen mehr besitzt, also fast nur noch "zentrisch" belastbar ist. Damit kommt jedoch der im Kapitel 8.3 diskutierte Effekt der überproportionalen zentrischen Resttragfähigkeit zur Auswirkung, der diese "Stabilisierung" der Traglastcharakteristik bewirkt.

Die signifikante Ausbildung der Bereiche A und C kann durch spezielle Parameterkombinationen aus System und Belastung verhindert werden. Die Ergebnisse der Parameterstudie (Abschnitt 13) verdeutlichen diese Einflüsse.

Zur Bestimmung des Versagenszeitpunktes für das in Abbildung 11.2 gezeigte Beispiel wird eine maximale planmäßige Biegemomentenbeanspruchung von  $M_o = 7,8$  Mpm angenommen, was einer Normalkraftexzentrizität von  $e_o = N_o/M_o = 16,5$  cm entspricht. Entsprechend den Beziehungen (11.3) ergibt sich der Zeitpunkt  $t_u$  als Schnittpunkt der Geraden  $e_o$  mit der  $e_u(t)$ -Kurve. Für das gewählte Beispiel ist also nach  $t_u = 40$  min mit einem Versagen unter Gebrauchslast zu rechnen.

Während des Aufheizvorganges einer brandbeanspruchten Stütze treten die unter Punkt 2.5 beschriebenen Hochtemperatur-Zusatzverformungen auf. Für den Fall, daß die thermische Längsdehnung nicht behindert wird, die Auflast also konstant bleibt, ist dieser Einfluß in Abbildung 11.3 dargestellt. Es zeigen sich folgende qualitativen Abhängigkeiten:

1. Die Kriechverformungen wirken traglaststeigernd,
2. der Einfluß steigt mit abnehmender Schlankheit  $s_k/d$ ,
3. der Einfluß steigt mit steigender Normalkraftauslastung  $n_o = N_o/F_B$ ,
4. der Einfluß beginnt zeitlich verzögert ( $\Delta t$ ).

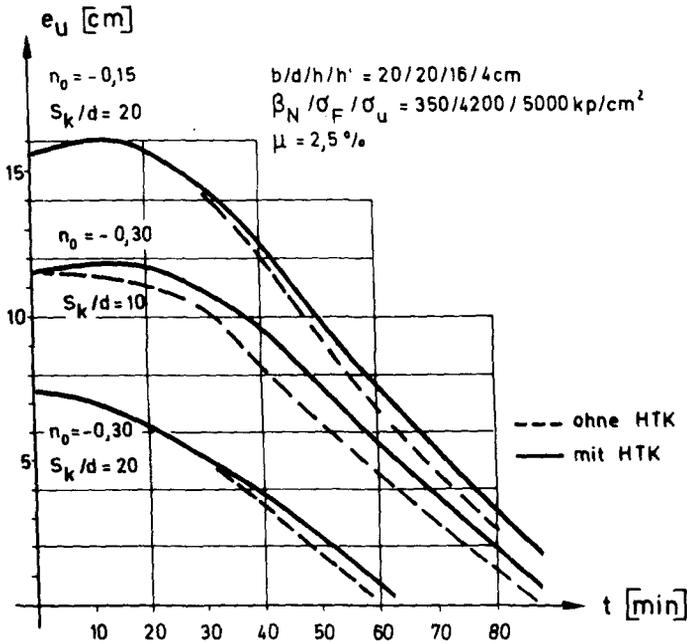


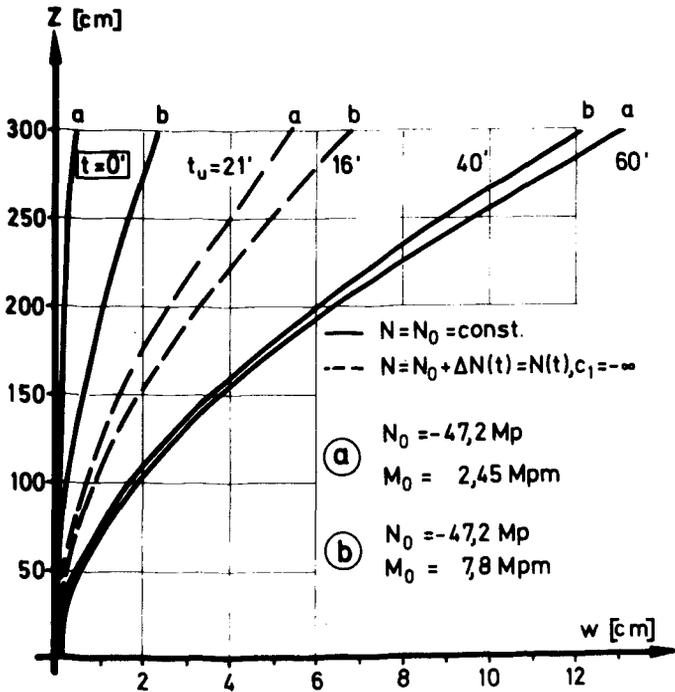
Abb. 11.3: Einfluß des Hochtemperatur-Kriechens (HTK) auf den Traglastverlauf ( $c_1 = 0$ )

Die physikalische Interpretation dieser Punkte ergibt sich anhand der in Abschnitt 10 aufgezeigten Eigenschaften. Da mit abnehmender Schlankheit  $s_k/d$  die Materialausnutzung  $\alpha_T$  im Traglastzustand zunimmt, was bei hoher Auflast  $N_0$  vorab gegeben ist, entwickeln sich für diese Fälle, in Verbindung mit den nach  $\Delta t$  vorhandenen erhöhten Temperaturen hohe Zusatzverformungen  $\varepsilon_{mc}$  (vgl. Bild 2.22). Die dadurch bewirkte bessere Querschnittsausnutzung (vergl. Abschnitt 10.5) ist die Ursache der Traglaststeigerung. Abb. 11.3 zeigt zudem, daß ein bis zum Einsetzen der Kriechumlagerungen erforderliches Zeitintervall  $\Delta t$  mit steigender Materialausnutzung abnimmt.

Zur quantitativen Einschätzung dieses Einflusses sollte allerdings berücksichtigt werden, daß der wiedergegebene Wert  $n_0 = -0,30$  beispielsweise für Bn 350 eine normierte bezogene Normalkraft nach DIN 1045 [39] von  $\bar{n} = -800 \text{ Mp/m}^2$  darstellt. Für stabilitätsgefährdete Stützen stellt dies faktisch eine obere Grenze für praktische Fälle dar. Dennoch liegt der maximale Traglastgewinn lediglich in einer Größenordnung von ca. 10 %. In Anbetracht des dafür erforderlichen erheblichen numerischen Mehraufwandes und der materialbedingten Unsicherheiten wird daher bei den folgenden Untersuchungen die Berück-

sichtigung von Hochtemperatur-Kriechverformungen bei Stützen mit unbehinderter thermischer Längsdehnung als ein bei ausreichender Gekauigkeit vernachlässigbarer Effekt angesehen.

Die Veränderungen der Systemverformungen, vom Gebrauchszustand ( $t_0$ ) bis zum Traglastzustand ( $t_u$ ) veranschaulicht Bild 11.4. Für die Gebrauchslastkombination des Beispiels aus Bild 11.2 wird hier die zum Versagen führende Veränderung der Biegelinie dargestellt.



Fall	$w_k / d$	t	N
a	0,014	0	$N_0$
	0,44	60	
b	0,08	0	
	0,40	60	
a	0,18	21	$N(t)$
b	0,22	16	

Abb. 11.4:

Biegelinienveränderung ( $t_0, t_u$ )

11.3. Traglastcharakteristik von Stützen mit vollständig behinderter thermischer Längsdehnung ( $c_1 = -\infty$ )

Entwickeln sich infolge Behinderung der thermischen Längsdehnung Zwangskräfte, so muß bereits nach kurzer Zeit - wegen der  $N_U$ - $M_U$ -Interaktion (siehe Abschnitt 8.3) - mit einer verminderten zusätzlichen Momententragfähigkeit gerechnet werden, was sich in einem Rückgang der aufnehmbaren Exzentrizität ausgedrückt. Für die Traglastbeeinflussung ist im allgemeinen davon auszugehen, daß die Exzentrizität der Zwangskraft  $\Delta N$  zeitlich veränderlich ist (Abbildung 11.5). Der Gesamtmomentenverlauf erhält damit zusätzliche Abhängigkeiten:

$$M(t) = M(N_0, \Delta N(t), e_0, e_\Delta(t), w(t)) \quad (11.4)$$

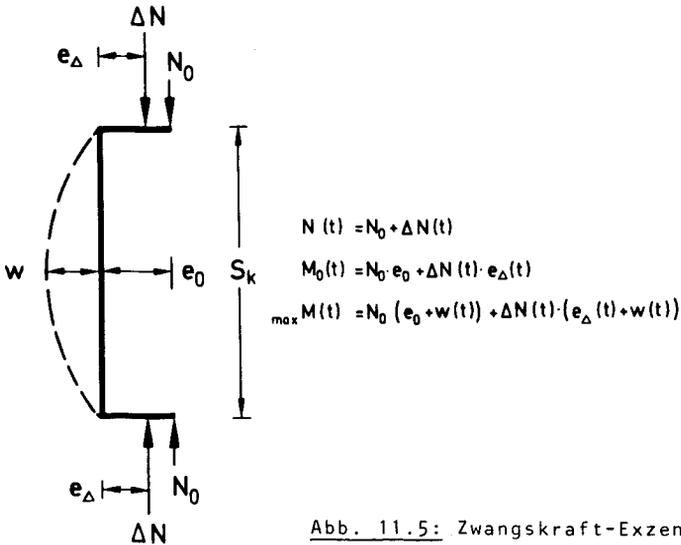


Abb. 11.5: Zwangskraft-Exzentrizität

Zwei Sonderfälle sollen näher untersucht werden:

System I:  $e_\Delta = 0 = \text{const.}$

Dies entspricht einer "zentrischen" Zwängung und dürfte in der Baupraxis der Regelfall sein (Stockwerksysteme mit konstant durchgehenden Stützen zum Beispiel). Die Beziehung (11.4) ergibt hierfür

$$\max M(t) = N_0 (e_0 + w(t)) + \Delta N(t) \cdot w(t) \quad (11.5)$$

Die Zwangskräfte beeinflussen somit die Momentenentwicklung nur über die Verformungen nach Theorie II. Ordnung. Die Gesamlastausmitte des Systems wird wegen

$$e(t) = \frac{M_0}{N(t)} \approx e_0 \quad (11.6)$$

zeitabhängig.

System II:  $e_{\Delta} = e_0 = \text{const.}$

Dieser Fall einer konstant-exzentrischen Zwängung in der Größenordnung der planmäßigen Gebrauchslastausmitte, der zum Beispiel bei Geschoßbauten mit exzentrisch abgestuften Stützenquerschnitten auftreten kann, ergibt nach (11.4)

$$\max M(t) = N(t) \cdot (e_0 + w(t)) \quad (11.7)$$

Infolge des jetzt gleichfalls zeitabhängigen Anfangsmoments

$$M_0(t) = N(t) \cdot e_0 \quad (11.8)$$

bleibt die Gesamlastausmitte

$$e(t) = \frac{M_0(t)}{N(t)} = e_0 = \text{const.} \quad (11.9)$$

zeitunabhängig.

Abbildung 11.6 zeigt die Veränderung der Traglastcharakteristik beim Übergang von freier auf vollständig behinderte thermische Längsdehnung. Auffallend sind bei Zwängungen der fehlende A-Bereich und der steil abfallende Kurvenverlauf im Bereich B; beides Effekte, die dem Einfluß der erhöhten Normalkräfte zuzuschreiben sind (siehe auch dazu die Punkte 13.1.4 und 13.2).

Die wirklichkeitsnahe  $t_u$ -Bestimmung, also des Zeitpunktes, zu dem gilt  $e(t) = e_u(t)$ , erfordert jetzt die Kenntnis des  $\Delta N(t)$ -Verlaufes, sofern  $e_{\Delta}(t) \neq e_0$  vorliegt. In der Abbildung 11.6 sind für ein Beispiel die Versagenszeitpunkte der Systeme I (e/f) und II (a/b) dem Wert des zwängungsfreien Systems (c/d) gegenübergestellt.

Weiterhin wird im gleichen Bild der Einfluß der Zusatzverformungen aus Kriechen bzw. Relaxation (siehe Kapitel 2.5) dargestellt. Das zwängungsfreie System ( $c_1 = 0$ ) zeigt lediglich die bereits früher

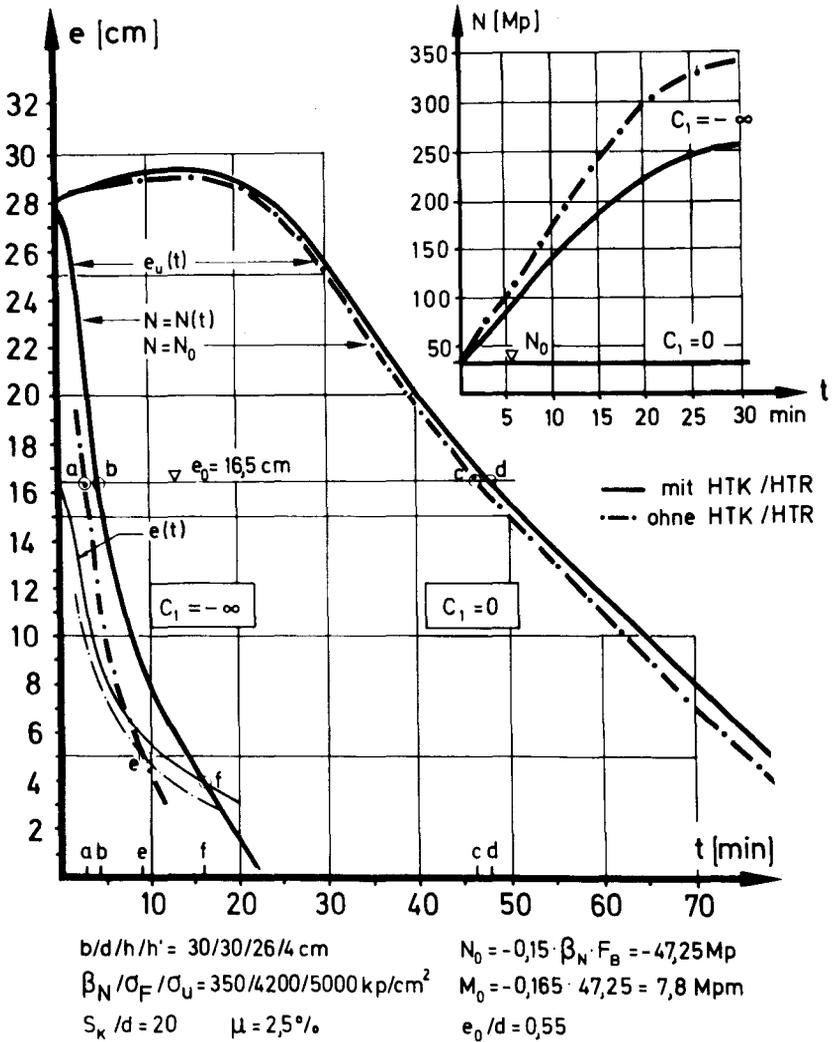


Abb. 11.6: Einfluß der vollständigen Längsdehnungsbehinderung auf das Traglastverhalten

diskutierte geringe Veränderung in der Traglastcharakteristik (Versagenswerte c und d) bei Mitnahme der Anteile aus instationärem Hochtemperaturkriechen (HTK). Das vollständig dehnungsbehinderte System ( $c_1 = -\infty$ ) unterliegt naturgemäß einer wesentlich stärkeren Beeinflussung durch die rasch anwachsenden Unterschiede im  $\Delta N(t)$ -Verlauf, hervorgerufen durch die instationäre Hochtemperaturrelaxation.

tion (HTR). Für den Versagenszeitpunkt ergibt sich daraus eine zunehmend ausgeprägtere Erhöhung, je später sich  $t_u$  einstellt; die beiden Sonderfälle System I und II zeigen dies deutlich. Während für ersteres ein merklicher  $t_u$ -Gewinn zu verzeichnen ist (Versagenswerte e und f), ist dieser Zuwachs für letzteres System minimal (Versagenswerte a und b).

Die hier an einem Beispiel aufgezeigten Traglastbeeinflussungen gelten prinzipiell auch für andere Querschnittsverhältnisse (vergleiche Kapitel 13.2). Danach muß bei vollständiger Längsdehnungsbehinderung in der Regel mit einer Verminderung der rechnerischen Feuerwiderstandsdauer auf etwa 1/3 des Wertes zwängungsfreier Stützen gerechnet werden.

Die Biegelinienveränderung ist in Abbildung 11.4 dargestellt.

## 12. KONVERGENZVERHALTEN

Durch eine rechnerangepaßte Optimierung der programminternen numerischen Parameter konnte die Mehrzahl der möglichen numerischen Instabilitäten ausgeschlossen werden (vergleiche zum Beispiel [103]). Für ein weites Spektrum der baupraktisch interessanten Fälle - Kombinationen von Schlankheit, Querschnitt und Auflast - arbeitet das entwickelte Programm numerisch einwandfrei.

### 12.1. Diskretisierungseinflüsse

Sowohl die x-y-Diskretisierung als auch die z-Diskretisierung haben unterschiedliche Einflüsse auf die Genauigkeit der Ergebnisse. Durch Konvergenzuntersuchungen wurde dieser Einfluß abgeschätzt.

Die Querschnittsdiskretisierung (x-y) wird im folgenden durch die Größe  $n^2$  ausgedrückt, da die Seitenabmessungen b und d für die Traglastberechnungen in jeweils gleichviele Einzelabschnitte unterteilt wurden. Den Grad der z-Diskretisierung gibt die Zahl der Stablängsunterteilungen m an (siehe auch Abschnitt 6).

Die Bilder 12.1 und 12.2 zeigen die Konvergenzverläufe für einen typischen Querschnitt. Es zeigt sich deutlich, daß mit steigender Temperaturbelastungszeit bei gleichen Genauigkeitsanforderungen

der Diskretisierungsgrad erhöht werden muß. Zusätzlich beeinflusst die Systemengeometrie die Mindestwerte von  $n^2$  und  $m$ .

Als Ergebnis der Konvergenzuntersuchungen für unterschiedliche Querschnitte und Schlankheiten lassen sich Mindestwerte des Diskretisierungsgrades mit

$$\begin{matrix} n^2 & > & 12^2 \\ m & > & 8 \end{matrix}$$

angeben, die einen weiten Bereich der Systemengeometrie genügend genau erfassen. LIERMANN gibt in [103] eine Grenzabschätzung der Größe  $m$  an, die Fehlereinflüsse durch lineare Krümmungsapproximation und Iterationszyklen berücksichtigt. Die dort angegebenen Grenzen konnten mit dem hier entwickelten Programm für den vergleichbaren Zeitpunkt  $t = 0$  verbessert und für  $t > 0$  mindestens gehalten werden.

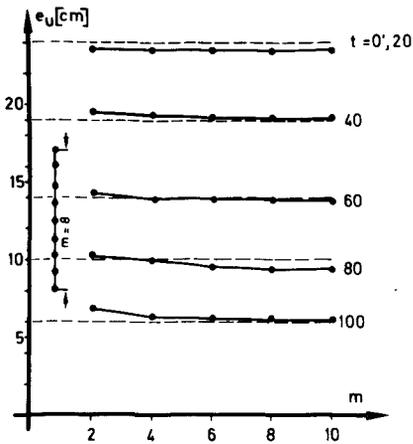


Abb. 12.1:

Einfluß der z-Diskretisierung auf das Ergebnis ( $n^2 = 14^2$ )

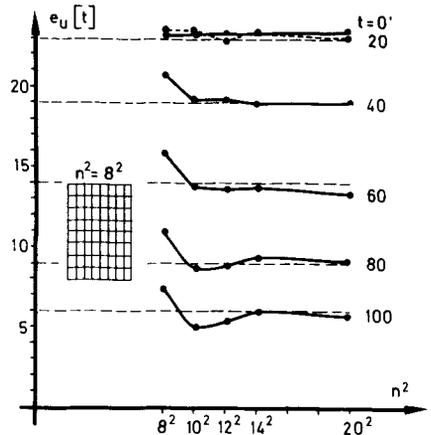


Abb. 12.2:

Einfluß der x-y-Diskretisierung auf das Ergebnis ( $m = 10$ )

## 12.2. Rechengenauigkeit

Die Genauigkeit der mit dem Programm erzielten Ergebnisse kann für  $t = 0$  mit vergleichbaren Werten bereits bekannter, umfassend ausgetesteter und experimentell bestätigter Rechenverfahren überprüft werden. Für Zeiten  $t > 0$  sollen die Ergebnisse der bislang an Stahlbetonstützen durchgeführten Brandversuche als Kontrollwerte dienen.

### 12.2.1. Genauigkeit für $t = 0$

Der Zeitpunkt  $t = 0$  ermöglicht es, die prinzipielle Richtigkeit des entwickelten Rechenverfahrens zu prüfen und die diskretisierungsbedingten numerischen Abweichungen im Vergleich mit der sonst möglichen geschlossenen Dehnungs-Spannungs-Integration zu bestimmen.

Kontrollmöglichkeiten ergeben sich an Hand von

$N_u - M_u$ -Interaktion,  
M- $\kappa$ -Interaktion,  
 $e_u$ -Berechnung,

wobei die Traglastermittlung - in der hier gewählten Form einer  $e_u(t)$ -Berechnung - die beiden ersten Kontrollen einschließt und somit als schärfstes Genauigkeitskriterium angesehen werden kann.

Der durch die x-y-Diskretisierung bedingte Einfluß auf die Ergebnisse zeigte sich bei ausreichender Rasterung ( $n^2 \geq 12^2$ ) als vernachlässigbar gering. Die maximalen Abweichungen, auch für die Biegelinie im Traglastzustand, waren selbst in Grenzfällen stets kleiner als 2 % (siehe Tafel 15).

$S_k/d$	$e_u [103]$	$e_u$
9	12,45	12,46
15	4,51	4,51
30	3,84	3,87

$b/d/h' = 20/20/3 \text{ cm}$

Bn 350  
BSt 42/50  
 $\mu = 3,14 \%$   
N = - 50 Mp

Tafel 15 numerische Zuverlässigkeit des Rechenverfahrens ( $t = 0$ )

### 12.2.2. Genauigkeit für $t > 0$

Von den bislang veröffentlichten Ergebnissen über Stützenbrandversuche eignet sich lediglich ein kleiner Teil für eine Nachrechnung, da in den meisten Fällen nur lückenhafte Angaben über Materialdaten, Geometrie und Versuchsablauf vorliegen.

Als beispielhaft in Planung und Durchführung müssen die von BECKER und STANKE in den Jahren 1964 - 1966 gefahrenen Brandversuche an Stahlbetonfertigstützen angesehen werden [13], die als Grundlage für die durchgeführten Nachrechnungen dienten. Im Experiment wurde der Versagenszeitpunkt der "zentrisch" belasteten Stützen ermittelt. Damit stellte sich die Aufgabe, jenen rechnerischen Zeitpunkt zu ermitteln, zu dem die aufnehmbare Exzentrizität  $e_u(t)$  in die Größenordnung der unvermeidlichen Systemimperfektionen kommt.

Aus den Bruchfotos der Stützen ist deutlich eine unbeabsichtigte unterschiedliche Einspannung an beiden Enden zu erkennen, wodurch sich die Ersatzstablänge  $s_k$  gegenüber der Systemlänge  $s$  merklich reduziert, ein Umstand, auf den auch andere Forscher hinweisen [101]. Als geeignete Korrektur bietet sich eine Ermittlung des Abminderungsfaktors  $\gamma$  durch Vermessung der Bruchfotos an [11]. Die tatsächliche Knicklänge ergibt sich somit zu

$$s_k^* = \gamma \cdot s \quad (12.1)$$

mit

$$\gamma \approx 0,7 \pm 0,1$$

In diesem Zusammenhang soll angemerkt werden, daß damit die zentrische Belastbarkeit ansteigt und folglich die Stütze während des Versuches nicht mit der beabsichtigten vollen zulässigen Auslastung beansprucht waren. Ein weiterer traglast erhöhender Faktor muß der Betonnacherhärtung infolge des teilweise hohen Stützenalters zugeordnet werden. Dieser Einfluß wurde mit einem unteren Grenzwert berücksichtigt [16]. Eine gewisse Unschärfe erhalten die Nachrechnungen durch die herstellungsbedingte unterschiedliche Betonüberdeckung der einzelnen Bewehrungsstähe. Nach Versuchsdurchführung wurden durch Freilegen der Bewehrung Abweichungen bis  $\pm 15\%$  festgestellt, wobei diese Differenzen sowohl für einen Stab längs der Stützenachse als auch für unterschiedliche Stäbe in einem Querschnitt angenommen werden müssen. Für die Nachrechnungen wurde in

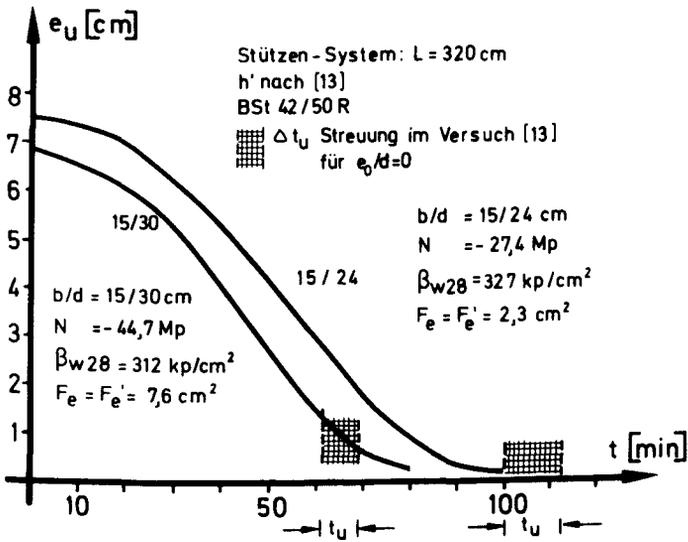
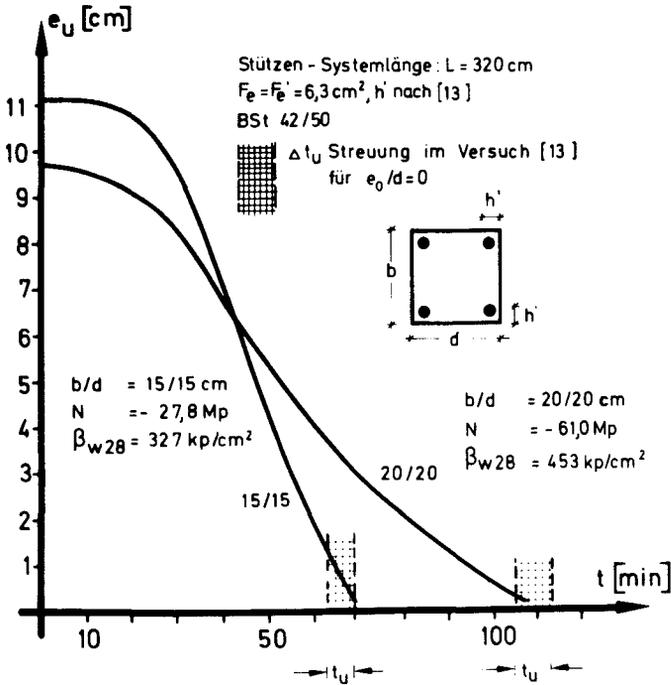


Abb. 12.3: Versuchsnachrechnung [13],  $e_0/d = 0,0$

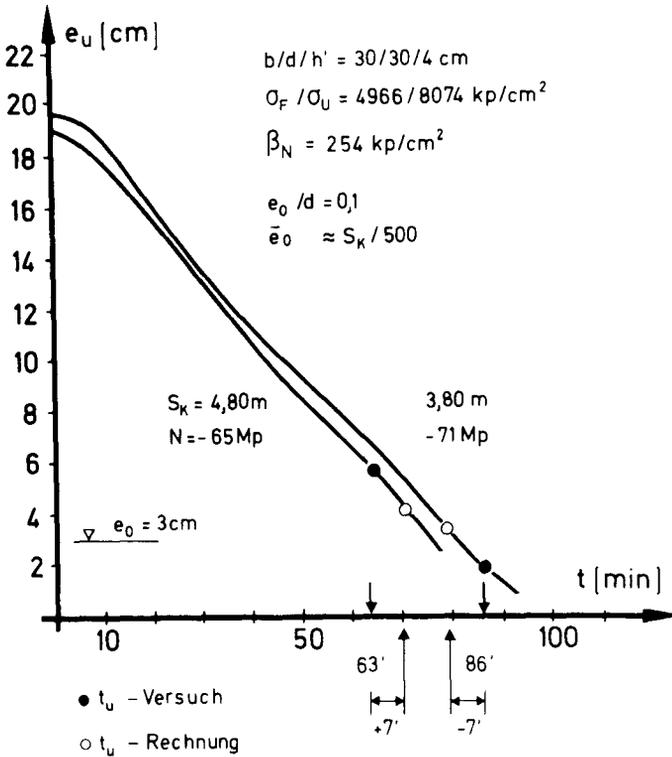


Abb. 12.4: Versuchsnachrechnung [178],  $e_0/d = 0,1$

der Regel ein Mittelwert der Abweichungen von der Sollage berücksichtigt. Die experimentell nicht überprüfte Zugfestigkeit des Bewehrungsstahles wurde, der benutzten Stahlgüte entsprechend, mit einem Mindestwert von  $\sigma_F = 5000 \text{ kp/cm}^2$  angenommen. Bild 12.3 zeigt die Ergebnisse der Nachrechnungen für vier unterschiedliche Querschnitte. Mit guter Näherung liegen die Zeiten, zu denen rechnerisch keine Lastexzentrizitäten mehr aufnehmbar sind, im Streubereich der experimentellen Versagenszeitpunkte. Die berechneten  $e_u(t)$ -Verläufe zeigen in der Nähe des Versuchsendes solche geringen aufnehmbaren Exzentrizitäten, daß hier bereits lokale Störungen - wie zum Beispiel unterschiedliche Stahltemperaturen im kritischen Querschnitt infolge Überdeckungsdifferenzen oder Querschnittsveränderungen durch Betonablösungen - ein Systemversagen bewirken können.

Im Rahmen der Untersuchungen des "Sonderforschungsbereichs 148: Brandverhalten von Bauteilen" an der Technischen Universität Braunschweig konnten inzwischen erstmalig Traglastversuche an brandbeanspruchten Stahlbetonstützen unter exzentrischer Normalkraftbelastung durchgeführt werden. Die ersten Resultate zeigt Abbildung 12.4; die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist auch hier gut [178].

### 12.3. Rechenzeit

Die x-y-Diskretisierung erfordert je Iterationszyklus die komplette Ermittlung aller Werkstoffdaten, Dehnungen und Spannungen je Element. Der daraus resultierende numerische Aufwand vergrößert den Rechenzeitbedarf gegenüber den bekannten Traglastberechnungen mit geschlossener Integration ganz erheblich. Einschließlich der je Zeitstufe erforderlichen Ermittlung von Temperatur und zugehöriger thermischer Dehnung ergibt sich ein etwa  $10^2$ -fach größerer Zeitbedarf für die Berechnung eines einzelnen Traglastwertes.

Zur Erklärung dieses hohen Zeitbedarfs soll das Strukturdiagramm des Rechenverfahrens dienen (Abb. 12.5).

1. Die Ermittlung eines  $e_u$ -Wertes erfordert

$$2 \leq i_{OPT} \leq 6 \div 12$$

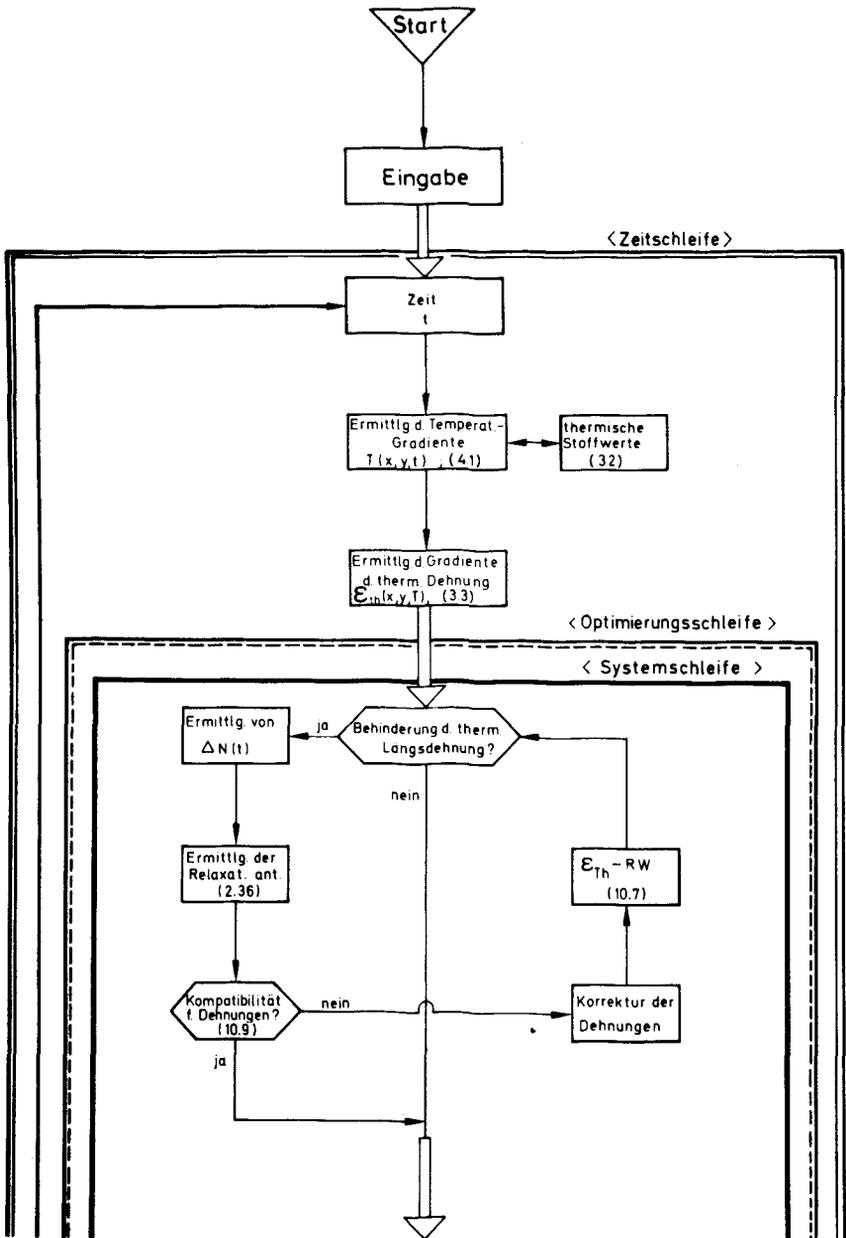
Durchläufe der Optimierungsschleife. Die untere Grenze ergibt sich bei Versagen infolge Materialbruchs, die obere bei Stabilitätsversagen. Dabei ist zu beachten, daß mit steigender Temperaturbelastungszeit die Wahrscheinlichkeit des Stabilitätsversagens zunimmt und infolge des fortschreitenden Steifigkeitsverlustes des Systems die Zahl der Optimierungsläufe noch zusätzlich ansteigt.

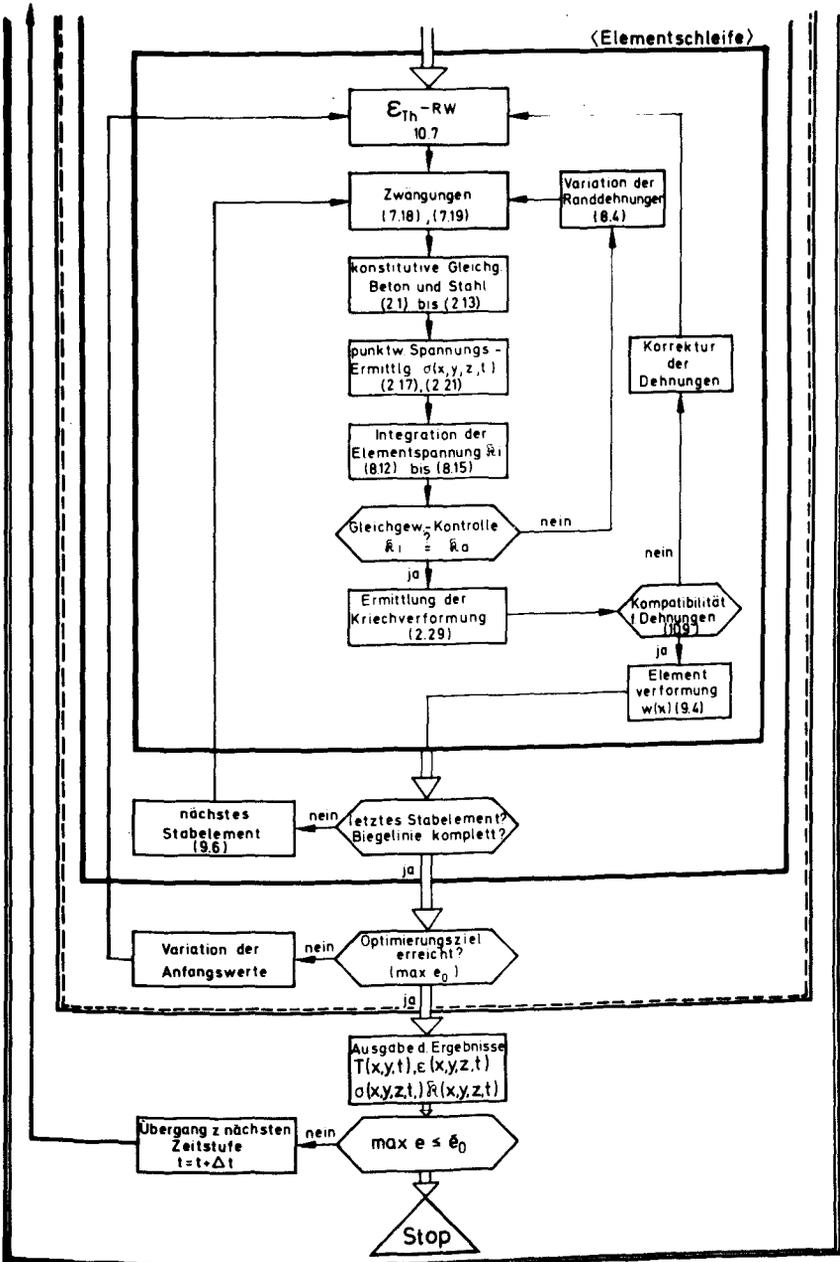
2. Für einen Durchlauf der Optimierungsschleife, dies entspricht der Berechnung einer Biegelinie, sind alle Elemente der z-Diskretisierung zu durchlaufen. Es ergeben sich somit

$$i_{SYS} = m$$

Durchläufe der Systemschleife.

Abb. 12.5: Flußdiagramm des Traglastprogramms





3. Für einen Durchlauf der Systemschleife, also für die Berechnung eines z-Elements, müssen sämtliche  $k$  Stahleinlagen und  $n^2$  Beton-elemente berücksichtigt werden. Die Erfüllung des Kräftegleichgewichts und der Verformungskontinuität erfordert näherungsweise

$$i_{ELE} \approx 30 (k + n^2)$$

Durchläufe der Elementschleife.

Die Gesamtzahl der Dehnungs-Spannungs-Berechnungen beläuft sich damit auf

$$i = i_{OPT} \cdot m \cdot 30 (k + n^2)$$

Als Mittelwert resultieren daraus bei Ausnutzung der Systemgeometrie etwa  $2 \cdot 10^5$   $\sigma$ - $\epsilon$ -Bestimmungen. Diese Zahl verdeutlicht in anschaulicher Weise die wirtschaftliche Notwendigkeit einer zeitoptimierenden Programmierung.

### 13. PARAMETEREINFLÜSSE

Die bislang durchgeführten Traglastversuche brandbeanspruchter Stahlbetonstützen [13, 57, 80, 159, 170, 176, 177, 180, 181] lassen nur bedingt verallgemeinerungsfähige quantitative Aussagen über Parametereinflüsse zu, da die Zahl der Versuche in einem Mißverhältnis zur Vielzahl der Parameterabhängigkeiten steht. Eine mögliche Zusammenfassung der wesentlichsten Einzeleinflüsse soll mit folgender Gruppeneinteilung geschehen:

#### 1. Geometrieabhängigkeiten

- a) Querschnittsfläche ( $b \cdot d$ )
- b) Querschnittsform ( $b/d$ ,  $F/U$ , Radius)
- c) Schlankheit ( $s_k/d$ )
- d) Bewehrungsgehalt ( $\mu$ )
- e) Bewehrungsbild (Verteilung der Bewehrung im Querschnitt)
- f) Bewehrungsüberdeckung ( $h'$ )

2. Materialabhängigkeiten

- a) Betongüte ( $\beta_N$ )
- b) Stahlgüte ( $\sigma_F, \sigma_u$ )
- c) Zuschlagstoffart
- d) Mischungsverhältnis und Wasser-Zement-Faktor
- e) Betonalter (Nacherhärtung)
- f) Feuchtigkeit
- g) Verbundprobleme

3. Beanspruchungsabhängigkeiten

- a) Normalkraftbeanspruchung ( $N_o$ )
- b) Normalkraftexzentrizität (Größe und Verlauf von  $e_o$ )
- c) zusätzliche Querkräfte ( $Q_o, q_o$ )

4. Systemabhängigkeiten

- a) Grad der Dehnungsbehinderung
- b) Zahl und Lage der beflamten Seitenflächen
- c) Verlauf der Temperaturbelastung

5. Abplatzungen, Zermürbung

- a) Zuschlagstoffabplatzungen ("splitting")
- b) Betonabplatzungen ("explosive spalling")
- c) Betonermürbung

Diese Vielzahl von Einzeleinflüssen muß im Rahmen einer ersten analytischen Parameterstudie auf die wesentlichsten Punkte reduziert werden. Der Aufgabenstellung dieser Arbeit entsprechend (siehe Punkt 1.2) werden im folgenden nur prismatische Stützen mit Rechteckquerschnitt bei gleichgroßen und gleichsinnigen Endexzentrizitäten untersucht (Standardfall der Stabknickung). Weiterhin werden normale Konstruktionszemente mit quarzitischen Zuschlagstoffen und eine Bewehrung aus BSt 42/50 R zugrunde gelegt. Die Erwärmung erfolgt allseitig gleichmäßig und über die volle Stützenlänge der ETK entsprechend. Betonermürbungen werden näherungsweise durch die  $\epsilon_{BU}$ -Begrenzung des Betons erfaßt. Abplatzungen, die in einem Traglastmodell ohnehin kaum integriert werden können, haben nach MEYER-OTTENS [111] bei Stützen lediglich eine untergeordnete Bedeutung und werden hier nicht weiter berücksichtigt. Die thermische

Beeinflussung des Verbundverhaltens ist bislang noch nicht ausreichend geklärt. Ergebnisse von MILOWANOW [114] lassen zum Versagenszeitpunkt unter Gebrauchslast eine Verringerung des Verbundwertes auf etwa 80 % gegenüber  $t = 0$  vermuten; naturgemäß spielen hier jedoch die Größe der Betonüberdeckung und die Beanspruchungsart die entscheidende Rolle. Für die Traglastberechnungen wird im folgenden eine mögliche Verbundwertveränderung nicht berücksichtigt. Der Einfluß einer vollständigen Dehnungsbehinderung soll an einigen exemplarischen Beispielen den Traglastverläufen von Stützen mit freier thermischer Längsdehnung gegenübergestellt werden. Der Einfluß unterschiedlicher Betongüten wird gesondert untersucht, während für die systematische Untersuchung der geometrieabhängigen Parameter stets ein Beton Bn 350 zugrunde gelegt wird. Die Berücksichtigung einer Betonnacherhärtung ist nur dann erforderlich, wenn im konkreten Fall der Traglastverlauf für ein Bauteil berechnet werden soll, dessen Betongüte in der Regel durch den  $\beta_{w28}$ -Wert angegeben ist. Im übrigen wird wie üblich für die Traglastberechnung der  $\beta_N$ -Wert als Betonfestigkeit benutzt.

13.1. Stützen mit unbehinderter thermischer Längsdehnung ( $c_1 = 0$ )

Zur systematischen Klärung der Traglastbeeinflussung soll die Variation einzelner Parameter zunächst an einem konstanten Querschnitt durchgeführt werden. Die untersuchten gegenseitigen Abhängigkeiten sind in der Tafel 16 zusammengestellt.

b/d = 30/30 cm					
	$\lambda$	$\mu$	$h'$	$n_0$	$\beta_N$
$\lambda$		X	X	X	X
$\mu$	X		X	X	X
$h'$	X	X		X	X
$n_0$	X	X	X		X
$\beta_N$	X	X	X	X	

Tafel 16

Parameter-Zuordnung für  
b/d = 30/30 cm (Grundtyp)

d \ b	20	30	40
20	X	$S_k/d$	
30	X	X	
40		X	X

Tafel 17

Parameter-Zuordnung für  
b/d-Variation

Als Folgestudie werden danach für variable Schlankheiten die Traglastverläufe bei unterschiedlichen Seitenverhältnissen  $b/d$  bestimmt. Dabei wird in der Regel ein Ausknicken in Richtung des kleineren Trägheitsmomentes zugrunde gelegt (Tafel 17).

### 13.1.1. Die Schlankheit $s_k/d$

Abbildung 13.1 zeigt die  $e_u(t)$ -Verläufe eines speziellen Querschnitts mit den Scharparametern Knicklänge  $s_k$  und Gesamtbewehrungsprozent  $\mu$ .

Die gewählte Normalkraftbelastung  $N_0$  entspricht einer normierten bezogenen Normalkraft nach DIN 1045 [39] von  $\bar{n} = -400 \text{ Mp/m}^2$  und liegt somit im Bereich vorwiegend auf Druck beanspruchter Hochbaustützen.

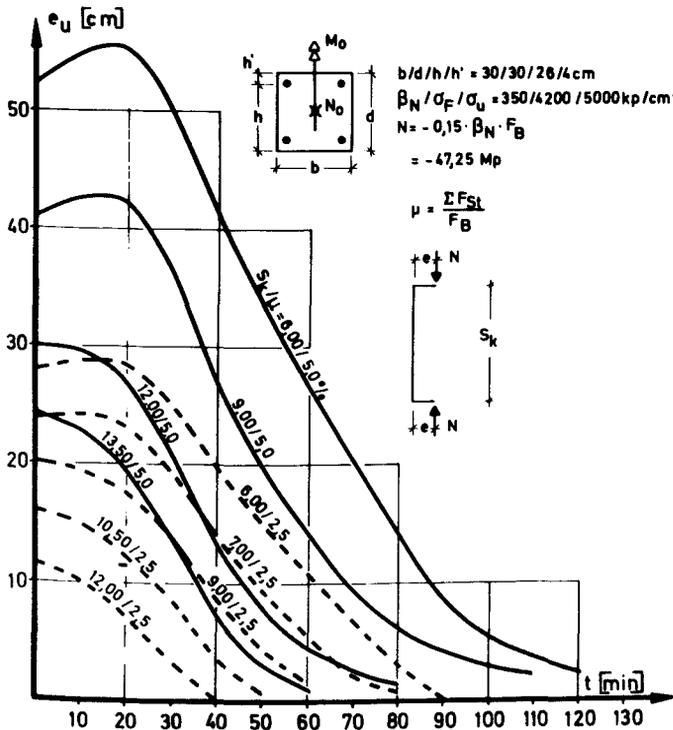


Abb. 13.1: Veränderung der Traglastcharakteristik bei  $\mu$ - und  $s_k/d$ -Variation ( $c_1 = 0$ )

Die Traglastverläufe zeigen in erster Näherung für gleiche Bewehrungsprozentsätze ein affines Verhalten. Die bei hohen  $\mu$ -Werten und kleinen Schlankheiten  $s_k/d$  deutlich ausgeprägten Traglaststeigerungen innerhalb der ersten Minuten sind auf die Verfestigung des Bewehrungsstahles zurückzuführen. Unterschiede ergeben sich für diese  $\mu$ - $s_k/d$ -Kombinationen auch im Bereich nur noch sehr kleiner aufnehmbarer Exzentrizitäten, also einer fortgeschrittenen Branddauer (Bereich C nach Abbildung 11.2). Während bei jenen Stützen der rapide Traglastverfall sich deutlich verlangsamt, versagen schlanke oder schwächer bewehrte Stützen ohne einen solchen "Beruhigungsbereich" zu durchlaufen. Die Abgrenzung der Einzelbereiche A, B, C nach Abbildung 11.2 untereinander ist somit durch entsprechende Parameterkombinationen fließend; auch kann ein signifikantes Durchlaufen der beiden Randbereiche ganz ausbleiben, indem der Mittelbereich diese Teile überlagert.

Bestimmt man die jeweils zugehörige, nach DIN 1045 maximal zulässige Lastausmitte  $e_o$ , so ergibt sich der Versagenszeitpunkt  $t_u = t(e_u = e_o)$  in der Regel im Bereich B.

Eine für Vergleichszwecke geeignetere Darstellung des Schlankheitsinflusses auf den Traglastverlauf ergibt sich bei der Darstellung bezogener Exzentrizitäten:

$$\frac{e_u(t)}{e_u(t=0)}$$

Die Abbildungen 13.2 bzw. 13.3 zeigen diese Veränderungen für  $\mu = 2,5\%$  bzw.  $\mu = 5,0\%$  Gesamtbewehrung.

Um Fehlinterpretationen dieser normierten Diagramme auszuschließen, sei darauf hingewiesen, daß die auf den jeweiligen Ausgangszustand  $t = 0$  bezogene Darstellung eine für jede Kurve gesonderte Normierung liefert. Die Darstellungsform eignet sich somit besonders für die Verdeutlichung der Tendenzen, zum Beispiel im Sinne daß Stützentyp A 1 zum Zeitpunkt  $T_a$  noch  $b\%$  seiner ursprünglichen Tragfähigkeit hat, während sich für Typ A 2 zum gleichen Zeitpunkt die Tragfähigkeit auf  $c\%$  reduzierte. Nicht möglich ist eine Aussage derart, eine Verringerung der Schlankheit um  $\Delta s_k/d$  bringe, bei gleichem Querschnitt, zum Zeitpunkt  $T_a$  eine Traglaststeigerung von  $d = b - c\%$ . Dies ist nur durch Umrechnung mittels der zugeordneten  $e_u(t=0)$ -Werte möglich.

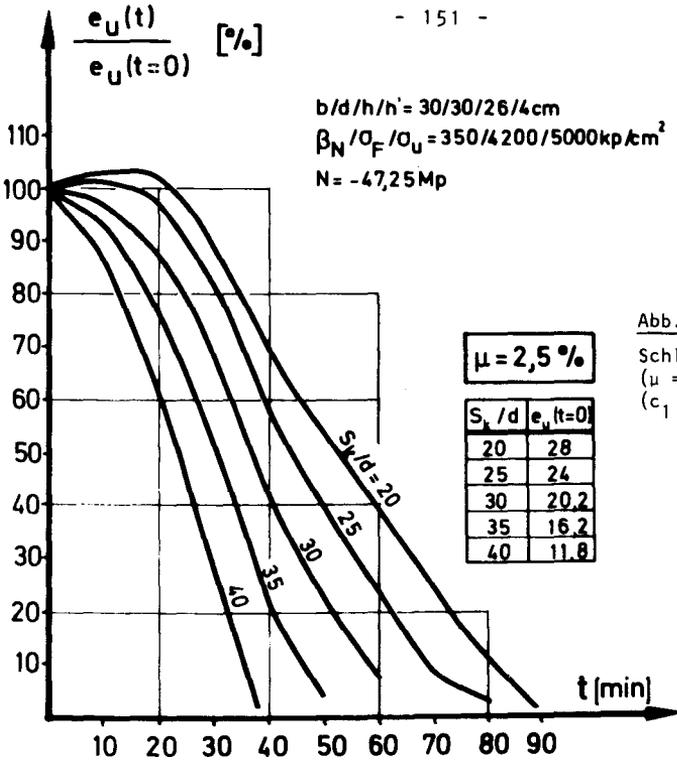


Abb. 13.2:

Schlankheitseinfluß  $s_k/d$   
 $(\mu = 2,5 \%)$ ,  
 $(c_1 = 0)$

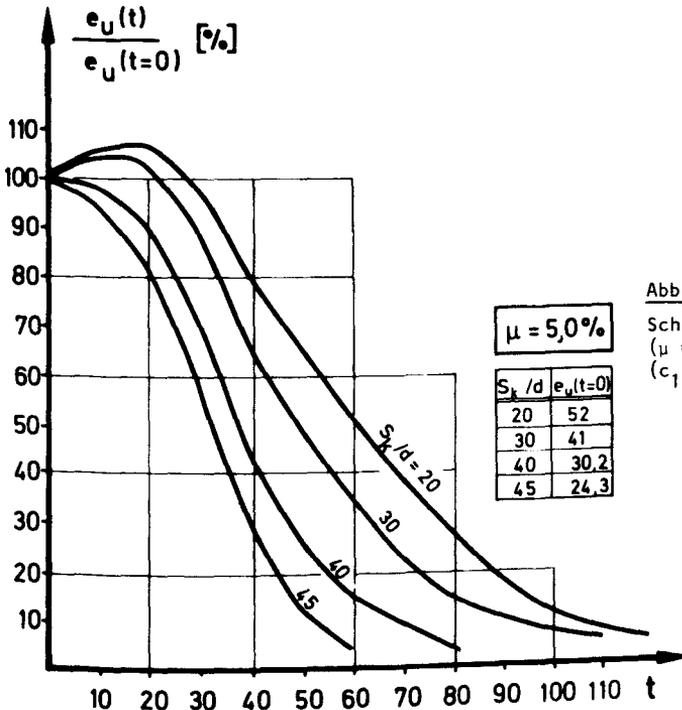


Abb. 13.3:

Schlankheitseinfluß  $s_k/d$   
 $(\mu = 5,0 \%)$ ,  
 $(c_1 = 0)$

### 13.1.2. Der Bewehrungsgehalt $\mu$

Der Einfluß des Gesamtbewehrungsprozentsatzes  $\mu$  auf den Traglastverlauf  $e_u(t)$  wird im folgenden für die gleiche spezielle Querschnittsform wie in Abschnitt 13.1.1 untersucht. Die Knicklänge wird dabei mit  $s_k = 6,00$  m konstant gehalten, was einer Schlankheit von  $s_k/d = 20$  entspricht.

Bild 13.4 zeigt die berechneten  $e_u(t)$ -Verläufe in bezogener Darstellung, wobei das zu erwartende, mechanisch bedingte,  $\mu$ -proportionale Traglastverhalten deutlich sichtbar wird. Auffallend ist der ausgeprägte Bereich C für Bewehrungsprozentsätze von  $\mu \geq 4$  %.

Die verschärften Bestimmungen der DIN 4102 für Stützen mit  $\mu > 3$  % stehen teilweise in einem gewissen Widerspruch zu diesen Ergebnissen (siehe auch Punkt 13.1.3). Die Begründung für die erhöhten Normanforderungen ist in der Befürchtung zu suchen, erhöhte Bewehrungsprozentsätze verstärkten die Gefahr von Abplatzungen der Betonüberdeckungen. Obwohl dieser Effekt sich bislang nicht eindeutig experimentell bestätigen ließ, sprechen theoretische Überlegungen für erhöhte Schutzmaßnahmen. Hohe Bewehrungsprozentsätze mit der im

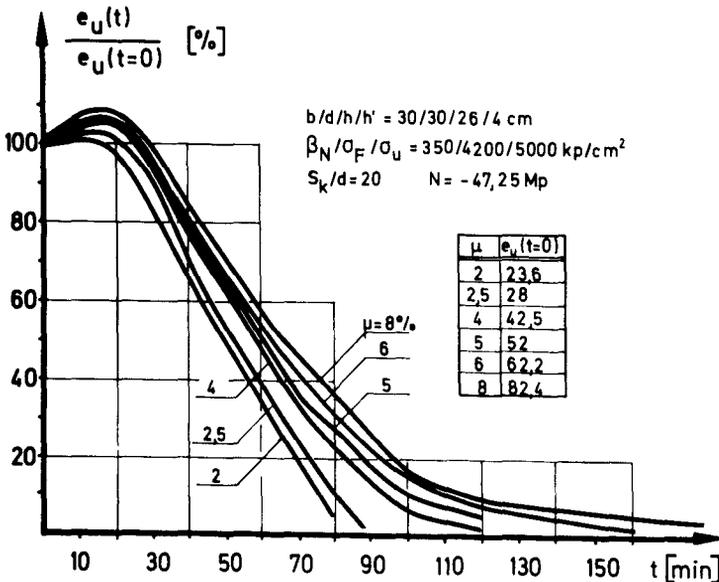


Abb. 13.4: Bewehrungseinfluß  $\mu$  ( $c_1 = 0$ )

Regelfälle statisch gewünschten Randkonzentrierung stellen eine verstärkte Inhomogenität dar. Unter Punkt 4.4 wurde bereits darauf hingewiesen, daß jeder Stahlquerschnitt eine lokale Störung des Temperaturfeldes bewirkt. Bei Bewehrungskonzentrierungen oder großen Einzelstabdurchmessern muß sowohl mit einer verstärkten Verminderung der Verbundeigenschaften als auch mit einer Häufung ungünstiger lokaler Eigenspannungszustände gerechnet werden, in deren Folge die Gefahr lokaler Betonabplatzungen anwächst. Infolge statisch-konstruktiver Gegebenheiten erfüllen die hier untersuchten Fälle die verschärften Bestimmungen der DIN 4102 bezüglich Querschnitt und Überdeckung.

### 13.1.3. Die Betonüberdeckung ( $h'$ )

In der Bemessungspraxis wird statt der eigentlichen Betonüberdeckung  $ü$  der Längsbewehrung in der Regel der Wert  $h'$  benutzt. Für die Parameterstudie wurde dieser Wert ebenfalls als Variable gewählt. Die Variation von  $h'$  beeinflusst bekanntermaßen die resultierenden Kräfte  $\bar{R}_i$  im Querschnitt durch Veränderung des inneren Hebelarmes. Für  $t > 0$  kommt zusätzlich noch eine Beeinflussung durch eine unterschiedliche schnelle Erwärmung der Stahleinlagen mit der entsprechenden Festigkeitsveränderung hinzu. Diese beiden Effekte haben gegenläufige Tendenzen und lassen sich in der Darstellung des  $e_u(t)$ -Verlaufs nicht trennen. Aus diesem Grunde wird hier auf eine Berechnung normierter Werte verzichtet.

Abbildung 13.5 zeigt die Ergebnisse der Parameterstudie. Die Kenn-  
daten sind die gleichen wie in Abschnitt 13.1.1. Zum Zeitpunkt  $t_0$   
ergibt sich die bekannte Traglastzunahme für abnehmende  $h'$ -Werte.  
Für  $t > 0$  zeigen die Querschnitte mit größerer Betonüberdeckung  
eine der geringeren Stahlerwärmung proportional höhere Tragfähigkeit.  
Es läßt sich jedoch auch erkennen, daß für extrem große  
 $h'$ -Werte der traglastmindernde Einfluß infolge Verkleinerung des  
inneren Hebelarmes die traglaststeigernde Wirkung durch verzögerten  
Festigkeitsabbau kompensiert.

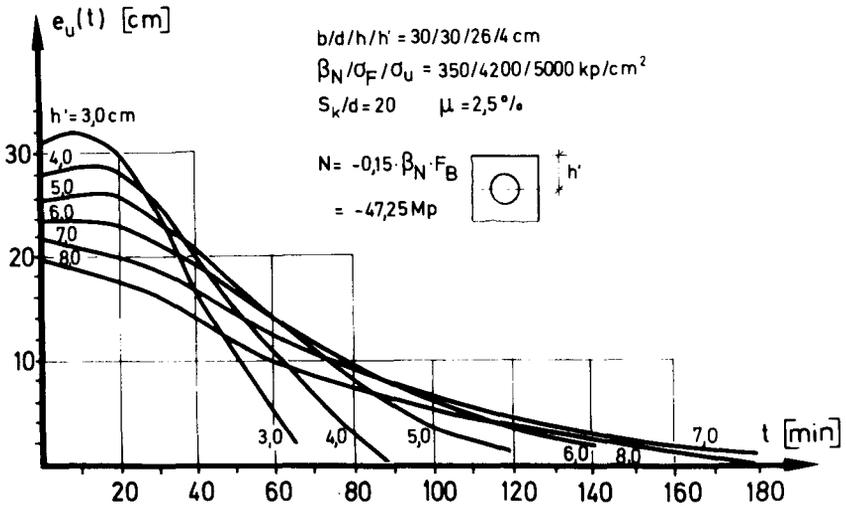


Abb. 13.5: Überdeckungseinfluß  $h'$  ( $c_1 = 0$ )

#### 13.1.4. Die Normalkraftauslastung $n$

Die Veränderung des Traglastverlaufes bei Erhöhung der Auflast zeigt Abbildung 13.6. Tafel 18 gibt den Ausnutzungsgrad ( $n$ ,  $\bar{n}$ ) bzw. die normierte bezogene Auflast nach DIN 1045 [39] an. Mit ansteigender Belastung  $N_0$  werden die feuerwiderstandsdauererhöhenden Bereiche A und C des  $e_u(t)$ -Verlaufes zunehmend vom Bereich B überlagert. Für hohe Ausnutzungsgrade ergibt sich ein steiler, nahezu linearer Traglastabfall.

Diese ausgeprägte  $N$ -Abhängigkeit überwiegt dabei deutlich den Einfluß des mit steigendem  $N_0$  abnehmenden zulässigen Moments  $M_0$ . Für  $N_0 = -23,7 \text{ Mp}$  ( $a = -0,075$ ) beträgt das nach DIN 1045 maximale Moment ca.  $M_0 = 6,0 \text{ Mpm}$ . Bei einer  $N_0$ -Verdoppelung auf  $-47,5 \text{ Mp}$  ( $a = -0,15$ ) verringert sich die zulässige Momentenbeanspruchung  $M_0$  um weniger als 20 % auf etwa  $5,0 \text{ Mpm}$ . Die damit verringerte Exzentrizität  $e_0$  bringt durch den reduzierten Ordinatenwert formell eine Vergrößerung des Abszissenwertes  $t_u = t$ , die faktisch jedoch - durch den verstärkt abnehmenden Traglastverlauf - nicht zur Auswirkung kommt. Der gestrichelte Kurvenabschnitt in Abb. 13.6 deutet jenen unteren Grenzverlauf für  $e_u(t)$  an, für den sich die gegenläufigen Einflüsse aus abnehmender zulässiger Exzentrizität und erhöhter

Normalkraft gerade so kompensieren würden, daß sich der Versagenszeitpunkt  $t_u$  nicht verringert. Die Differenz zwischen angedeutetem Grenzverlauf und tatsächlicher Traglastkurve für  $a = -0,15$  verdeutlicht den verstärkten N-abhängigen Traglastverlust, der trotz reduzierter Exzentrizität zu früherem Versagen führt.

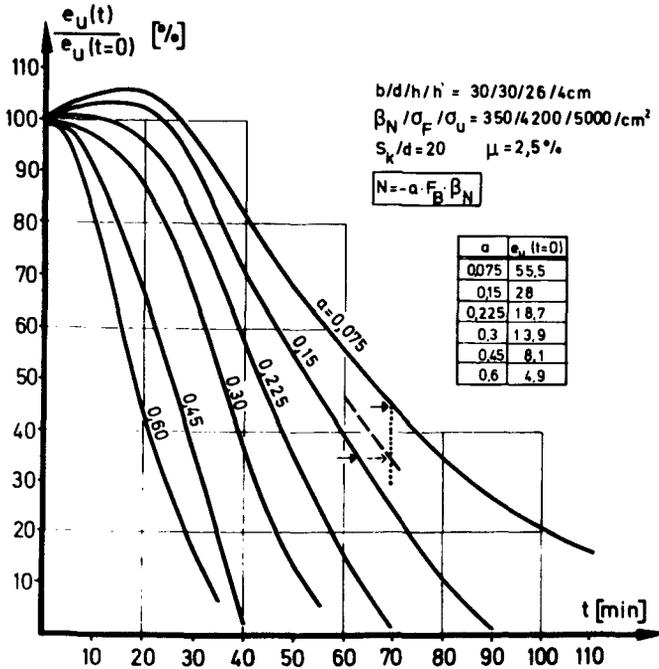


Abb. 13.6: Normalkrafteinfluß ( $c_1 = 0$ )

a	N	n	$\bar{n}$	$n_{DIN}$
	Mp	%	%	Mp/m <sup>2</sup>
0,075	- 23,7	7,5	10,0	200
0,150	- 47,5	15,0	20,0	400
0,225	- 71,0	22,5	34,0	600
0,300	- 94,5	30,0	40,0	800
0,450	- 141,7	45,0	60,0	1200
0,600	- 189,0	60,0	80,0	1600

$$n = \frac{N}{F_B \cdot \beta_N}$$

$$\bar{n} = \frac{N}{F_B \cdot \beta_R}$$

$$n_{DIN} = \beta \cdot \frac{N}{F_B}$$

mit  $\beta = 0,76$  (Bn 350)

Tafel 18 Bezugsgrößen der Normalkraft-Auslastung

Die ausgeprägte Normalkraftabhängigkeit des Traglastverlaufes ist zusätzlich als ein erster deutlicher Hinweis auf den zu erwartenden Einfluß einer Längsdehnungsbehinderung zu sehen.

#### 13.1.5. Die Betongüte $\beta$

Experimentelle Untersuchungen zur Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonstützen mit unterschiedlichen Betongüten zeigen keine signifikante  $t_u/\beta_N$ -Korrelation [13]. Die Stützen waren bei diesen Versuchen, ihrer Betongüte entsprechend, für zentrische Beanspruchung voll ausgenutzt. Damit ergibt sich jedoch eine gleiche bezogene Auflast:  $n_o = N_o/F_B \beta_{RW} = \text{const.}$

Die rechnerische Untersuchung zeigte die gleichen Resultate, da zudem der Rechenwertverlauf für  $\beta(T)$  nach Gleichung (2.1) unabhängig von der Betongüte formuliert wurde. Die maximale  $n_o$ -Veränderung durch den variablen Sicherheitsfaktor  $\nu_\beta = \beta_N/\beta_{RW}$  wirkt sich kaum aus.

#### 13.1.6. Das Seitenverhältnis $b/d$

Für  $t = 0$ ,  $T = \text{const.}$  resultieren die Traglastunterschiede für unterschiedliche Seitenverhältnisse  $b/d$  - sonst jedoch konstanten Systemabmessungen, Materialdaten und gleichen bezogenen Auflasten  $n_o$  - primär aus der Veränderung des inneren Hebelarmes, also in Abhängigkeit von  $d$ . Die Veränderung der Querschnittsbreite  $b$  hat hingegen nur sekundären Einfluß auf die Traglast, wie aus Bild 13.7 für  $t = 0$  zu erkennen ist.

Für  $t > 0$ ,  $T = T(x,y,t)$  ergibt sich eine zusätzliche Beeinflussung des Temperaturfeldes innerhalb des Querschnitts durch dessen Seitenverhältnis. Vernachlässigt man jedoch gewisse thermische Nebeneffekte, wie z. B. eine  $b/d$ -Abhängigkeit des Oberflächentemperaturverlaufes über die Seitenlänge, kann dieser Einfluß für praktische Belange eliminiert werden. Definiert man den Begriff eines Ersatzquerschnitts, auf den sich der Ausgangsquerschnitt bei thermischer Belastung reduziert, ergibt sich im wesentlichen eine  $b/d$ -proportionale Veränderung von Ausgangs- und Ersatzquerschnitt. Das heißt jedoch, daß die für den Ausgangszustand bekannten Einflüsse aus den Querschnittsverhältnissen auch bei zusätzlicher Temperaturbelastung erhalten bleiben.

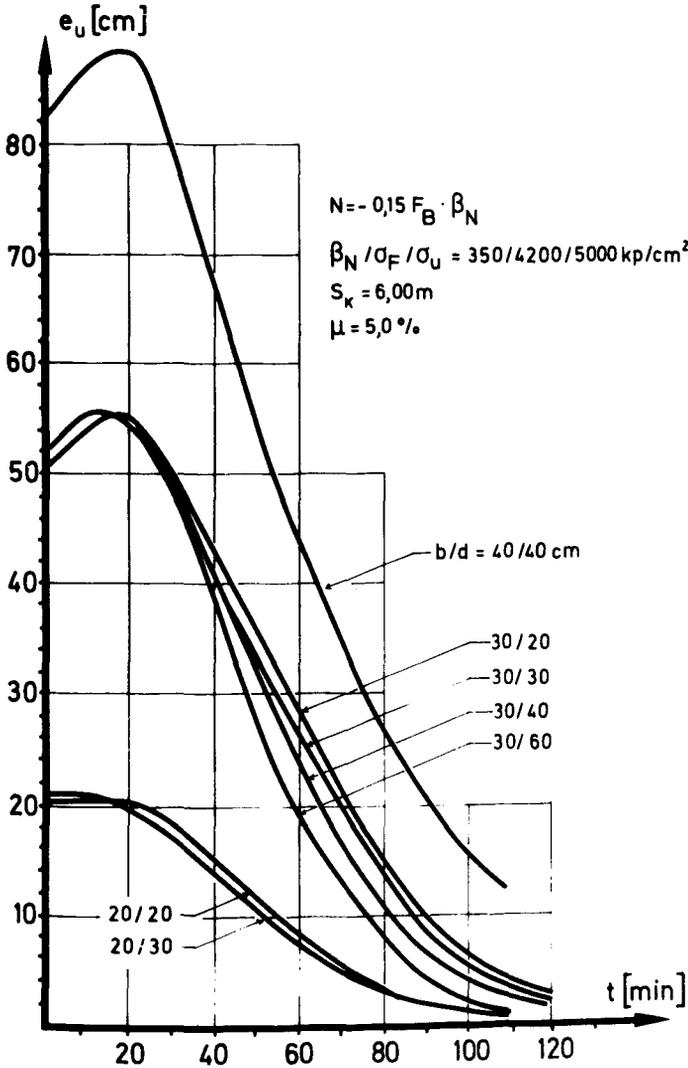


Abb. 13.7:  $b/d$ -Beeinflussung der Traglastcharakteristik ( $c_1 = 0$ )

Abbildung 13.7 enthält die  $e_u(t)$ -Verläufe für unterschiedliche Querschnittsverhältnisse. Die bezogene Auflast  $n_0$  ist für alle Fälle konstant.

Es zeigt sich deutlich, daß näherungsweise ein Querschnitt mit  $b/d \neq 1$  durch die Traglastcharakteristik eines Ersatzquerschnittes  $b/d = 1$  mit übereinstimmendem  $d$  beschrieben werden kann, wenn gleiche Werte für  $s_k$ ,  $\mu$ ,  $h'$ ,  $n_o$  vorliegen. Die Abweichungen sind umgekehrt proportional zur Betonflächendifferenz von Ausgangs- und Ersatzquerschnitt und resultieren aus der  $F_B$ -proportionalen Normalkraftbelastung  $N_o$ . Hat der Ausgangsquerschnitt eine größere Betonfläche als der Ersatzquerschnitt, bei gleichem  $d$ , ist er bei unverändertem  $n_o$  mit einer höheren Normalkraft  $N_o$  belastet. Deren starke Traglastbeeinflussung bewirkt dann einen steiler abfallenden B-Bereich im  $e_u(t)$ -Verlauf. Sinngemäß gilt dies für kleinere Ausgangs-Betonquerschnitte umgekehrt.

Normierte Traglastdiagramme für unterschiedliche  $b/d$ -Verhältnisse bei Variation von Schlankheit und Bewehrungsgehalt zeigen die Abbildungen 13.8 bis 13.10.

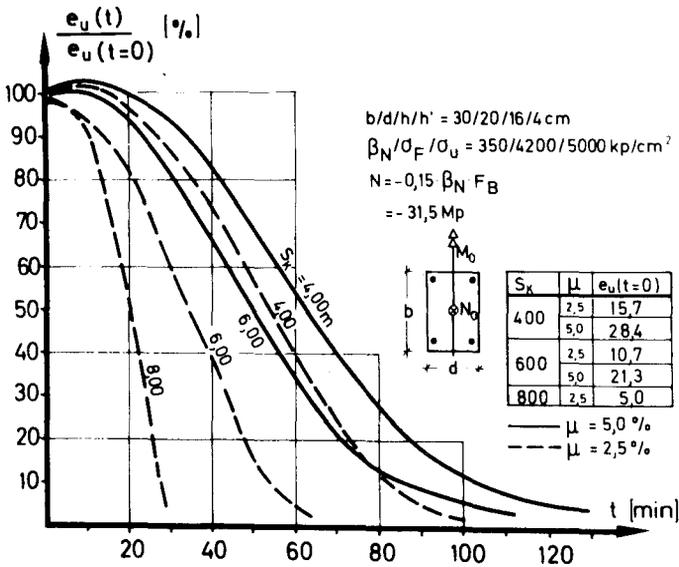


Abb. 13.8: Schlankheitseinfluß für  $b/d = 30/20 \text{ cm}$  ( $c_1 = 0$ )



13.1.7. Die Lastexzentrizität  $e_o$

Der Einfluß der Normalkraftexzentrizität  $e_o$  auf die Traglast bei thermischer Beanspruchung resultiert aus zwei gegenläufigen Effekten.

Bei großer Lastexzentrizität wird früher der Zustand  $e_u(t) = e_o$  erreicht als bei einer geringeren Exzentrizität  $e_o$ . Andererseits erlaubt eine kleinere Lastexzentrizität  $e_o$  eine erhöhte Normalkraftbelastung  $N_o$  bei der Bemessung ( $N_u$ - $M_u$ -Kopplung, siehe Punkt 8.3), die jedoch ihrerseits die zeitliche Traglastkapazität reduziert (Punkt 13.1.4).

Die Auswertung der Rechenergebnisse für mäßig schlanke Stützen (Abbildung 13.11) ergab, daß die bereits aufgezeigte normalkraftabhängige Traglastreduzierung deutlich die Auswirkung einer Anfangs-Lastexzentrizität  $e_o$  überwiegt. Der kritische Fall stellt sich damit bei einer Stütze ein, die für "zentrische" Belastung ausgelegt

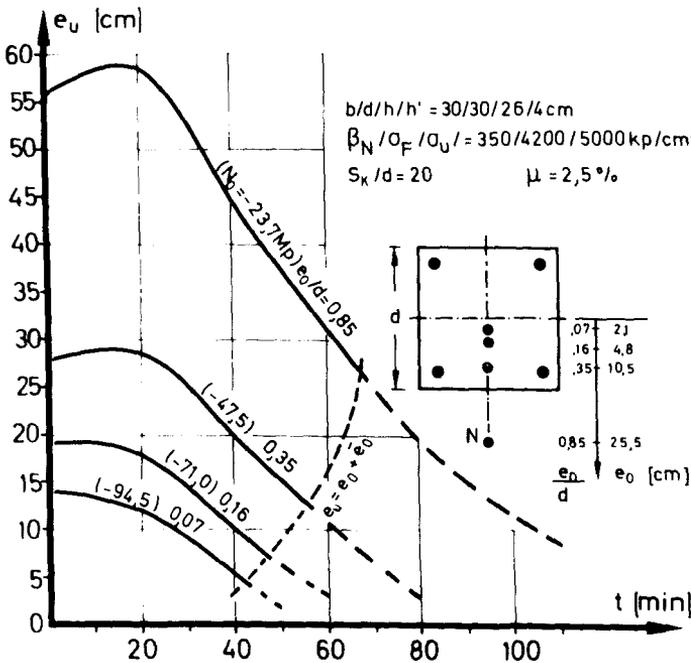


Abb. 13.11: Exzentrizitätseinfluß  $e_o$  ( $c_1 = 0$ )

ist. Obwohl hier lediglich eine ungewollte Ausmitte  $\bar{e}_0$  anzusetzen ist, ergibt sich - infolge der hohen Auflast  $N_0$  - der zugehörige rechnerische Versagenszeitpunkt  $t_u$  als ein Minimum. Kontrolluntersuchungen über den zusätzlichen Einfluß der Stabschlankheit ergaben, daß mit deren Vergrößerungen sich die  $e_0/d$ -Abhängigkeit zwar verstärkt, dennoch aber von sekundärem Einfluß bleibt.

### 13.1.8. Der Einfluß einer zusätzlichen Horizontalkraft $H_0$

Im folgenden soll der Einfluß einer die Stütze zusätzlich belastenden horizontalen Einzellast untersucht werden. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Last in Stabmitte angreift und ihre Wirkungsrichtung mit der durch die Endmomente bewirkten Stabauslenkungsrichtung übereinstimmt.

Die Normalkraftexzentrizität ergibt sich jetzt zu

$$e = e_0 + e_H + \bar{e}_0 \quad (13.1)$$

$$e = \frac{M_0}{N_0} + \frac{S}{4} \cdot \frac{H_0}{N_0} + \bar{e}_0 \quad (13.2)$$

Da mit vorgegebenen Werten  $N_0$  und  $H_0$  im wesentlichen nur noch der Wert  $e_0$  wählbar ist, stellen die berechneten  $e_u(t)$ -Verläufe die aufnehmbare Biegemomentenbelastung dar. Abb. 13.12 gibt deren Verlauf wieder; der Scharparameter ist die auf  $N_0$  bezogene zusätzliche Horizontalkraft.

Die Kurven zeigen einen symmetrischen Verlauf. Die  $e_u$ -Differenz zwischen zwei unterschiedlichen  $H_0$ -Stufen ist nahezu  $t$ -unabhängig, da der  $H_0$ -Einfluß keinem Einfluß nach Theorie II. Ordnung unterliegt. Damit ergibt sich die Möglichkeit, bei bekanntem  $e_u(t)$ -Verlauf für den Fall  $H_0 = 0$  mittels einer Korrekturfunktion  $\omega$  die  $e_u(t)$ -Werte bei beliebigen zusätzlichen  $H_0$ -Lasten näherungsweise zu bestimmen. Abb. 13.13 zeigt für das gewählte Beispiel die zugehörige Korrekturfunktion; deren Abhängigkeit von System und  $N_0$ -Belastung ist dabei zu beachten. Die  $e_u(t)$ -Berechnung des  $H_0$ -beanspruchten Systems geschieht mittels Gleichung (13.3).

$$e_u(t, N_0, H_0) = e_u(t, N_0) \cdot (1 - \omega) > 0 \quad (13.3)$$

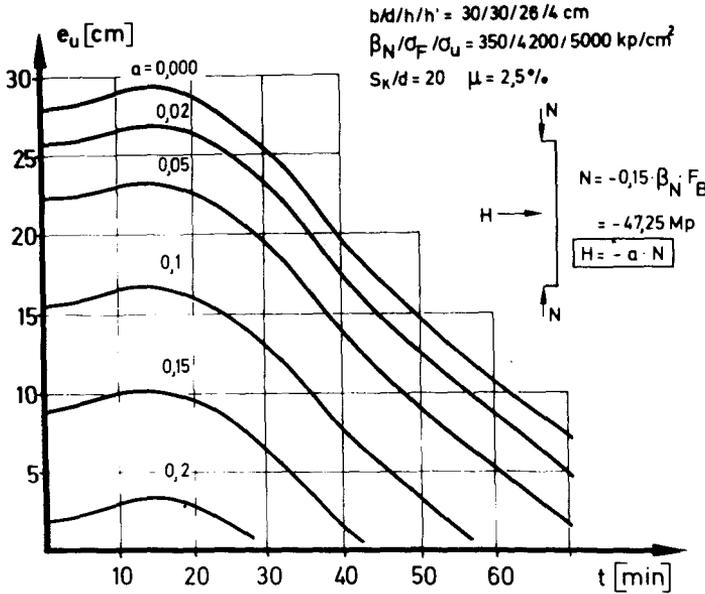


Abb. 13.12: Querkrafteinfluß  $H_0$  ( $c_1 = 0$ )

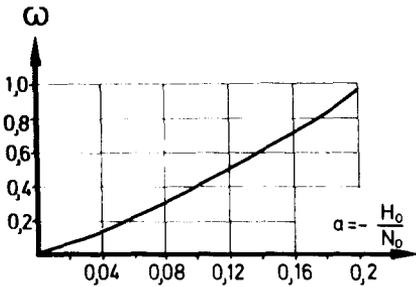


Abb. 13.13:

Verlauf der Korrekturfunktion nach Gleichung (13.3) für das Grundsystem nach Abb. 13.12

### 13.1.9. Die Bewehrungsanordnung

Die Bewehrungsanordnung für Stahlbetonstützen unterscheidet in der Regel die Fälle einer "konzentrierten" und einer umlaufenden "gleichförmig-randverteilten" Bewehrung. Dabei wird für den ersten Fall sowohl eine Konzentration in den vier Eckpunkten als auch eine Verteilung längs des Zug/Druck-Randes gleichgesetzt, da infolge des

Dehnungsverlaufes für  $t = 0$  keine Unterschiede bezüglich Verteilung der inneren Schnittgrößen resultieren. Dies trifft für  $t > 0$  jedoch nicht mehr zu.

Die Temperaturerhöhung nahe der Eckpunkte beeinflußt die Festigkeit der dort vorhandenen Stahleinlagen stärker als in Seitenmitte, und aus den gleichfalls unterschiedlichen thermischen Dehnungen resultieren zusätzliche Differenzen in den spannungserzeugenden Dehnungen. Eine verteilte Bewehrung längs des Zug/Druck-Randes zeigt dadurch eine geringfügig verbesserte Tragfähigkeit im Brandfall. Der Fall der "gleichförmig-randverteilten" Bewehrung zeigt diese Verbesserung noch deutlicher. Während für  $t = 0$  die Ausnutzung der Bewehrung mit zunehmendem Abstand vom Zug/Druck-Rand abnimmt, wird für  $t > 0$  durch verstärkte Aktivierung des Querschnittsbereichs nahe der ehemaligen Spannungs-Null-Linie (vergleiche Abschnitt 8.2) dieser seitliche Bewehrungsanteil zunehmend mehr ausgenutzt und erhöht damit die Feuerwiderstandsdauer. Erste Ergebnisse von Parameterstudien zeigen jedoch, daß dieser Effekt lediglich  $\Delta t_u$ -Vergrößerungen im Bereich von ca. 10 Minuten bewirkt.

### 13.2. Stützen mit vollständig behinderter thermischer Längsdehnung

$$(c_1 = -\infty)$$

Das Tragverhalten von Stahlbetonstützen mit behinderter thermischer Längsdehnung ist primär gekennzeichnet durch ein Ansteigen der Normalkraftbelastung infolge Zwang. Im folgenden soll an einigen exemplarischen Beispielen das charakteristische Verhalten dieser Stützen untersucht werden, wobei die wiedergegebenen Beispiele sich auf den Sonderfall einer vollständigen Dehnungsbehinderung beschränken ( $c_1 = -\infty$ ). Im Bauwerk kann dies näherungsweise bei einer Behinderung durch massive Scheiben auftreten. Bei Zwangswirkungen durch Platten, Unterzüge und dergleichen ist eine isolierte Betrachtung der Stütze nicht mehr angebracht; hier wird die komplexe Behandlung von zumindest einem Gebäudeabschnitt unumgänglich. Die Steifigkeit  $c_1$  der Umgebung muß dann in Abhängigkeit vom jeweiligen Zwangszustand iterativ ermittelt werden. Die Ausgangssteifigkeit  $c_1(t=0)$  wird sich infolge Ribbildung, Fließen der Bewehrung, partielle Zerstörung der Druckzone abbauen, was seiner-

seits - durch Interaktion des gekoppelten Systems - eine verringerte Zwangskraftentwicklung zur Folge hat (Bild 13.14). Daß daraus ganz wesentliche Veränderungen in der Zwangs-Stützenbelastung resultieren, zeigten bereits die in Abschnitt 10 (Bild 10.3) diskutierten Ergebnisse.

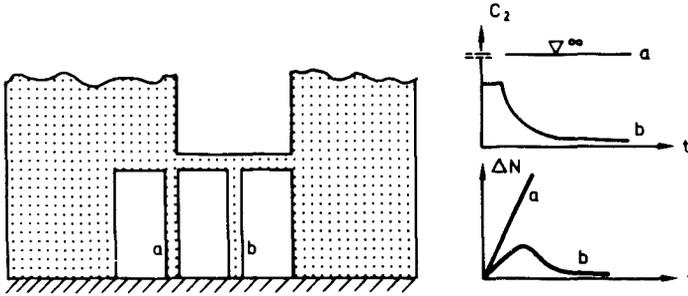


Abb. 13.14: Prinzip der System-Interaktion

Der Einfluß der Hochtemperatur-Relaxation der in Abschnitt 2.5 diskutierten Art wird in den folgenden Ausführungen stets berücksichtigt. Zusätzliche kriechbedingte Ausbiegungen werden wegen der hier in Frage kommenden sehr kurzen Zeitspannen zunächst nicht gesondert in Ansatz gebracht.

### 13.2.1. Die Zwangskräfte

#### 13.2.1.1. Beton-Zwangskräfte

Der typische  $\Delta N_B(t)$ -Verlauf eines Betonquerschnitts wurde bereits in Abschnitt 10.3 diskutiert.

Bild 13.15 gibt einen Überblick über die Zwangskraftentwicklungen unterschiedlicher Betonquerschnitte für den Fall, daß keine Vorlast  $N_0$  aufgebracht war. Das zu erwartende  $F_B$ -proportionale Verhalten zeigt sich sehr deutlich.

Interessant ist die  $F_B$ -Abhängigkeit bei bezogener Zwängung  $\Delta n_B$ :

$$\Delta n_B = \frac{\Delta N_B}{F_B} \quad (13.4)$$

Bezeichnet man den Zeitpunkt der maximalen Zwängung mit  $t^*$ , so zeigt sich eine zu  $F_B$  umgekehrt proportionale Abhängigkeit sowohl für den Zwangskraftaufbau im Zeitintervall  $t < t^*$  als auch für den Zwangskraftabbau für  $t > t^*$ :

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \Delta n \right| = f(F_B^{-1}) \quad (13.5)$$

Die Erklärung dieses Sachverhaltes ist in der querschnittsabhängigen Durchwärmung und der Ausbildung und Behinderung des thermischen Dehnungsfeldes zu sehen.

Es soll hier nochmals betont werden (vergleiche auch Abschnitt 10.3), daß der Zwängungsabbau bei weiter ansteigender Temperatur erfolgt; er ist also **n i c h t** mit einer Abkühlungsphase verbunden.

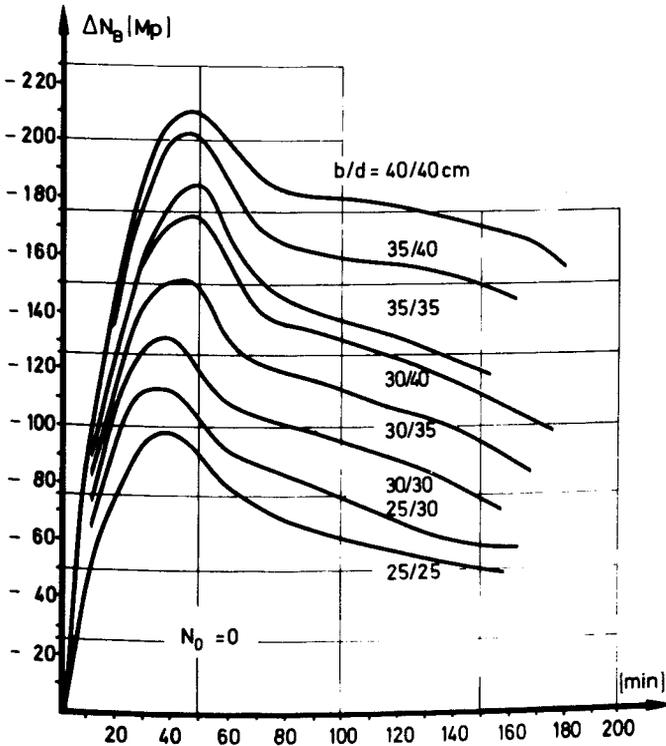


Abb. 13.15: Entwicklung der Beton-Zwängkräfte ( $c_1 = -\infty$ )

Abbildung 13.16 zeigt den Einfluß einer Vorbelastung, wie sie in der Praxis aus der Gebrauchslast  $N_0$  resultiert. Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge wurde der Bewehrungseinfluß eliminiert ( $\mu = 0$ ).

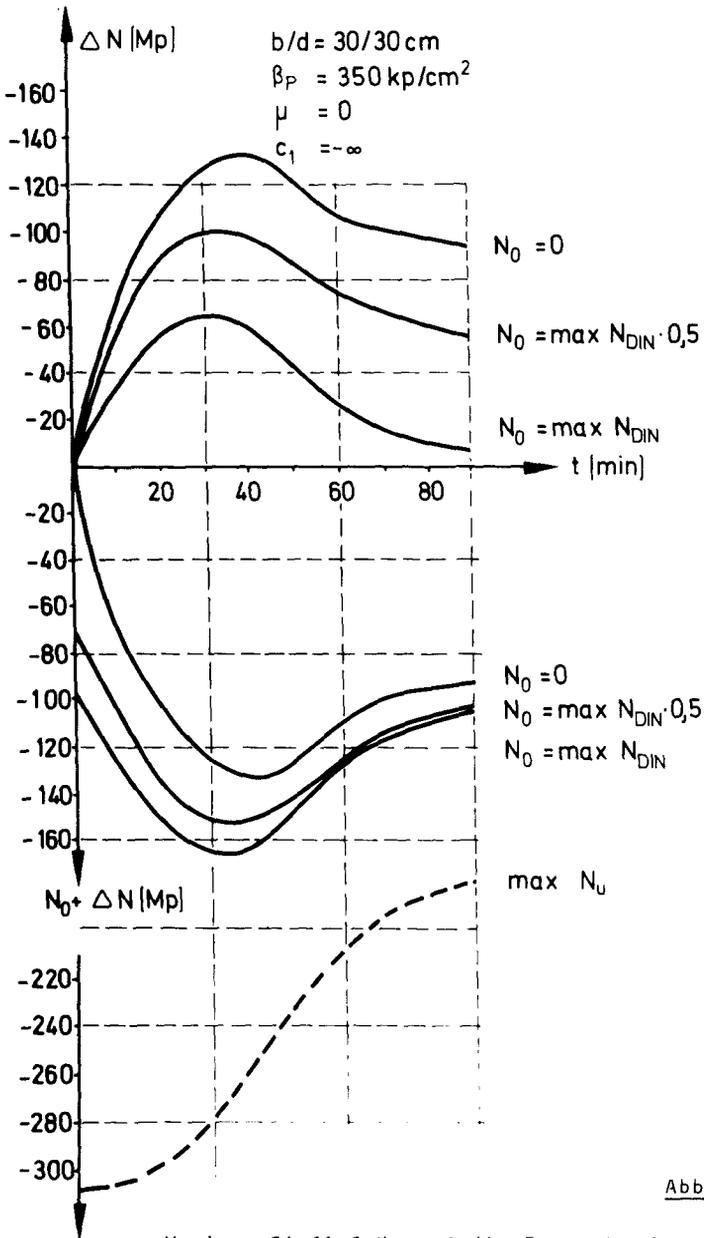


Abb. 13.16:

Vorlast-Einfluß  $N_0$  auf die Zwangskraftentwicklung ( $c_1 = -\infty$ )

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ist der Querschnitt mit der Spannung  $\sigma_o = N_o / F_B$  vorbelastet. Deren Maximalwert  $\max N_{DIN}$  ergibt sich bei sehr gedrungenen Druckgliedern ( $s_k/d \leq 5$ ) zu  $\max \sigma_o = - \beta_R / 2,1$ .

Die maximal zulässige zentrische Belastung entspricht dabei etwa einer 30 %-igen Ausnutzung der Nennfestigkeit.

Sehr deutlich zeigt sich die zu erwartende Vorlast-Abhängigkeit der Zwangskräfte  $\Delta N_B$  - eine Folge der unterschiedlichen Relaxationsanteile. Diese Erscheinung, ebenso wie die Konvergenz der  $N(t)$ -Verläufe, zeigen eine gute qualitative Übereinstimmung mit den an isothermen Proben gewonnenen Ergebnissen (siehe Abbildung 2.27, Abschnitt 2.5.3), obwohl jetzt der Querschnitt durch ein Temperaturfeld belastet und damit das Relaxationsverhalten punktweise unterschiedlich ist. Des Weiteren ist aus Abbildung 13.16 zu erkennen, daß auch für maximale  $N(t)$ -Verläufe noch ein ausreichender Sicherheitsabstand zur zentrischen Querschnittstragfähigkeit  $\max N_u$  vorhanden ist.

### 13.2.1.2. Stahl-Zwangskräfte

Bild 13.17 verdeutlicht die Interaktion zwischen zeitlicher Stahl-Zwangskraftentwicklung und den gekoppelten Materialwerten. In Abhängigkeit vom  $T(t)$ -Verlauf verändern sich  $\sigma_F$  und  $\sigma_u$ . Die Behinde-

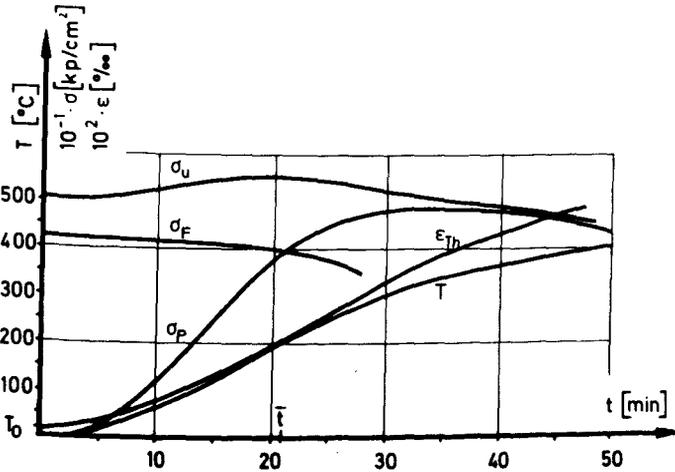


Abb. 13.17: Prinzip der Bewehrungsstahl-Zwangskraftentwicklung ( $c_1 = - \infty$ )

rung der thermischen Dehnung  $\epsilon_{Th}$  bewirkt Zwängungsspannungen  $\sigma_{zw} = \sigma_p$ , entsprechend Gleichung (7.19). Zum Zeitpunkt  $\bar{t}$  kommt der Stahl in den Fließbereich, und der Zwängungszuwachs wird verlangsamt. Die asymptotische Annäherung von  $\sigma_p$  an  $\sigma_u$  erfolgt erst bei reduzierten  $\sigma_u$ -Werten. Da für die Bewehrungsstähle der Temperaturverlauf von  $h'$  gesteuert wird, bewirkt eine  $h'$ -Veränderung lediglich eine zeitliche Verschiebung des  $\sigma_p$ -Verlaufes (Bild 13.18).

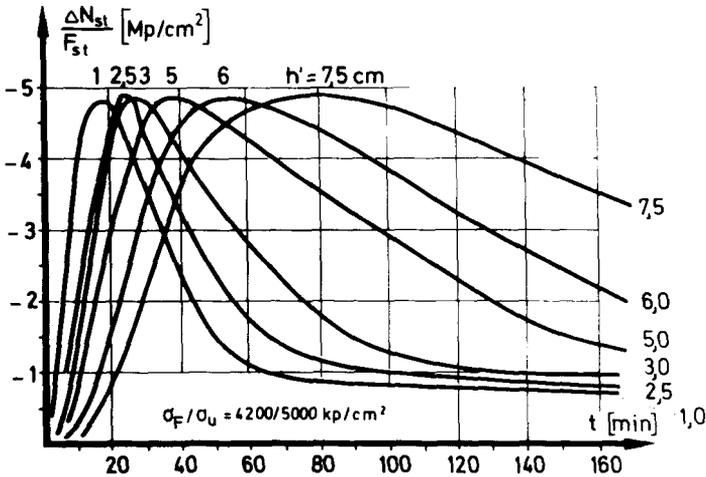


Abb. 13.18: Entwicklung der Bewehrungsstahl-Zwangskräfte ( $c_1 = -\infty$ )

### 13.2.2. Die Traglastbeeinflussung

#### 13.2.2.1. Zentrisch belastete Stützen

Das Versagen zentrisch belasteter Stützen kann durch zwei unterschiedliche Versagensursachen eingeleitet werden:

- unter "ungewollter Ausmitte"  $\bar{e}_0$  (Biege-Druck-Versagen)
- Versagen unter Auflast  $N$  (Druck-Versagen)

Bei zusätzlicher Temperaturbeanspruchung verringert sich sowohl die aufnehmbare Exzentrizität  $e_u$  als auch die zentrische Tragfähigkeit  $N_u$ , erstere naturgemäß sehr viel schneller. Die rechnerische Untersuchung ergab für Stützen, die mit der vollen zulässigen zentri-

schen Last beaufschlagt waren ( $N_o = \max. N_{DIN}^{zentr.}$ ), daß erst ab  $s_k/d < 4$  ein Versagen durch Überschreiten der zentrischen Tragfähigkeit rechnerisch möglich erscheint:  $\max N_U(t_U) \geq N(t)$ . Stützen mit  $s_k/d = 5$ , die bereits nach dem Komponenten-Additionsgesetz bemessen werden dürfen [39], zeigen im Rechenmodell noch eine Tendenz zum Versagen infolge ungewollter Ausmitte:  $e_U(t_U) \leq \bar{e}_o$ . Die Größenordnung dieser  $\bar{e}_o$ -Werte liegt dann in einem Bereich, der allein durch lokale Störungen während eines Brandes verursacht werden kann, beispielsweise Abplatzungen, die eine Umlagerung der inneren Kräfteverteilung bewirken (Abbildung 13.19). Kontrollrechnungen zeigten, daß sich diese Versagensart selbst noch bei größeren Querschnitten ( $b/d = 80/80$  cm) ergibt.

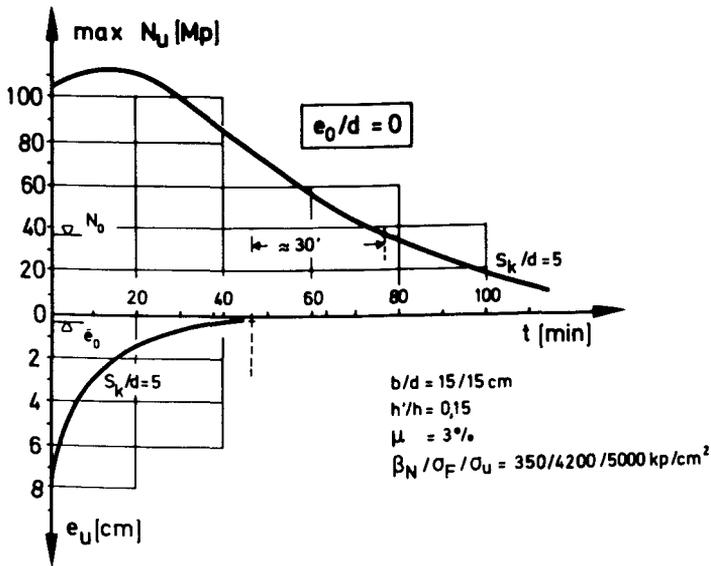


Abb. 13.19: Versagens-Modus gedrungener, zentrisch belasteter Stützen ( $c_1 = -\infty$ )

13.2.2.2. Exzentrisch belastete Stützen

Die wesentlichsten Merkmale der Traglastcharakteristik längsdehnungs-  
behinderter Stützen wurde bereits in Abschnitt 11.3 aufgezeigt. Im  
folgenden werden die Ergebnisse einer Parameterstudie diskutiert,  
bei der die Werte Querschnitt, Schlankheit und Bewehrungsgrad vari-  
iert wurden; die Anfangs-Normalkraft wurde zu  $n_0 = - 0,15 \beta_N =$   
 $- 0,23 \beta_R$  gewählt.

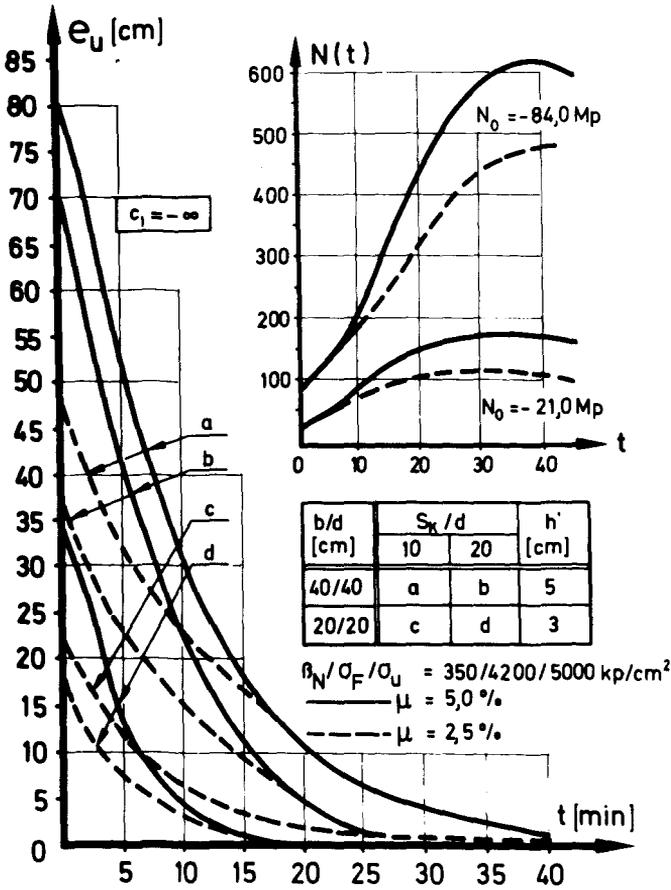


Abb. 13.20: Schlankheits- und Bewehrungseinfluß ( $c_1 = -\infty$ )  
 $b/d = 40/40, 20/20 \text{ cm}$

Aus den  $e_u(t)$ -Verläufen der gerechneten Beispiele (Abb. 13.20, 13.21) wird deutlich, daß bei fortgeschrittener Temperatureinwirkung der Einfluß aus unterschiedlichem Bewehrungsprozentsatz zurückgeht und sich ein einheitlicher, nur noch schlankheitsabhängiger Verlauf für jede Querschnittsart einstellt.

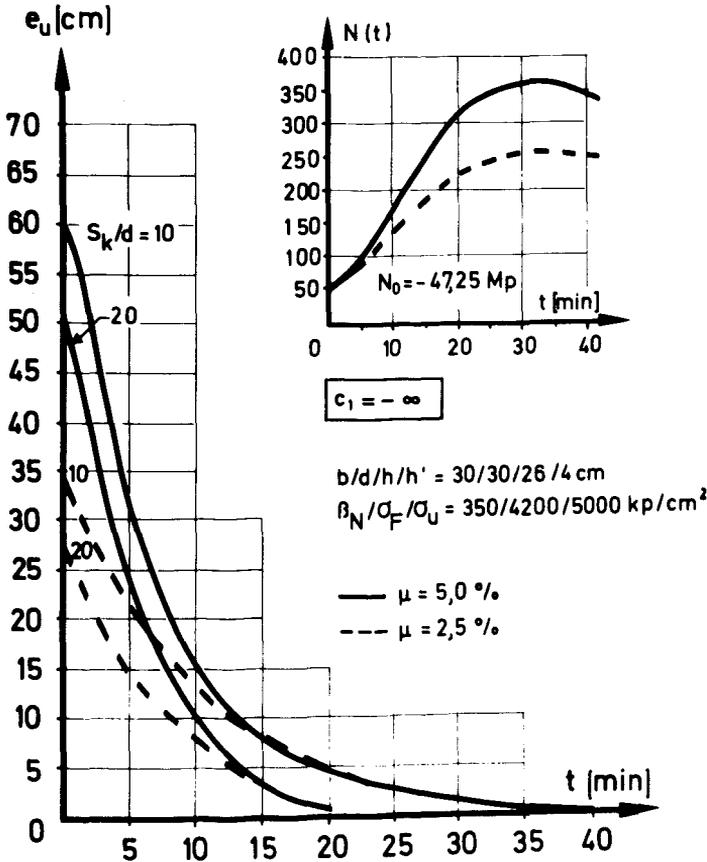


Abb. 13.21: Schlankheits- und Bewehrungseinfluß ( $c_1 = -\infty$ )  
 $b/d = 30/30 \text{ cm}$

Bei einer Normierung auf die Anfangstraglasten  $e_u(t=0)$  zeigen sich deutlich folgende Abhängigkeiten (gleiche bezogene Anfangsausnutzung  $n_0$  vorausgesetzt):

Die Tragfähigkeitsdauer

- steigt mit zunehmender Beton-Querschnittsfläche an ( $b/d = 1$ ),
- nimmt mit zunehmendem Bewehrungsprozentsatz ab,
- nimmt mit zunehmender Schlankheit ab.

Die Reihenfolge dieser Einflußfaktoren entspricht dabei ihrer Bedeutung. Abbildung 13.22 zeigt die so ermittelten unteren Grenzkurven ( $s_k/d = 20$ ,  $\mu = 5\%$ ) und einen möglichen Streubereich. Der dominierende Einfluß der Beton-Querschnittsfläche erklärt sich dabei aus der zeitlichen Entwicklung des thermischen Dehnungsfeldes, die sich mit zunehmendem  $F_B$  verlangsamt.

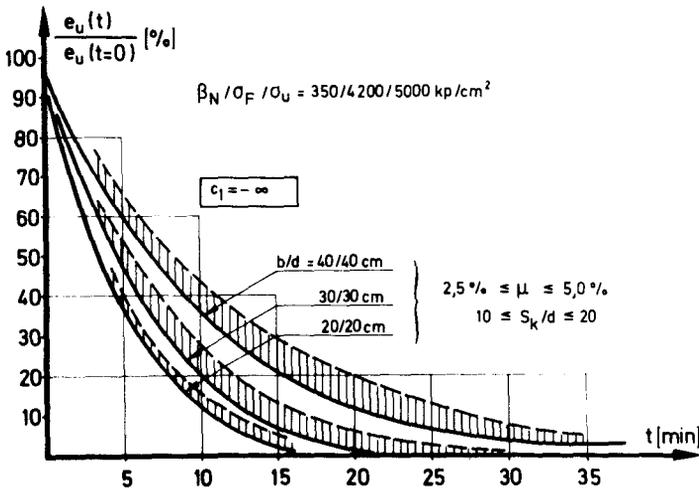


Abb. 13.22: Traglastbereiche ( $c_1 = -\infty$ )

#### 14. ZUSATZEINFLÜSSE IN BRANDVERSUCH UND BRANDFALL UND IHRE AUSWIRKUNGEN AUF DIE RECHNERISCHE FEUERWIDERSTANDSDAUER

In Abschnitt 12.2.2 wurden bereits die Einflüsse von Betonnacherhärtung und Differenzen in der Bewehrungsüberdeckung erwähnt. Hier sollen zunächst jene Effekte diskutiert werden, die im Brandversuch das Ergebnis in vorab schwer quantifizierbarer Weise beeinflussen. Zusatzeinflüsse, die während des Brandes aus dem Gebäude selbst resultieren, werden im Anschluß daran aufgezeigt.

Stützenkopf und -fuß befinden sich bei Brandversuchen an belasteten Stützen außerhalb des Brandraumes. Das Temperaturfeld baut sich dort sehr schnell ab, so daß die Endbereiche praktisch im "kalten" Zustand verbleiben. Definiert man eine Querschnitts-Steifigkeit, unterliegt diese einem zeitlichen durchwärmungsabhängigen Abbau, der sich in diesen Endbereichen verzögert und schließlich in die Ausgangssteifigkeit einmündet.

Die Krafteinleitung erfolgt in der Regel [13, 159, 175, 176] bei diesen Versuchen flächig über einen Pressentopf; der Stützenkopf stemmt sich gegen ein steifes Joch. Durch diese Anordnung wird jedoch eine unbehindert gelenkige Lagerung in eine elastische Einspannung überführt.

Beide Effekte haben Auswirkungen auf den Verlauf der Biegelinie (vergleiche Bruchfotos in [13]); Die Ersatzstablänge wird reduziert, was sich in einer Vergrößerung des Versagenszeitpunktes  $t_u$  ausdrückt. Damit ergibt sich jedoch eine Einschränkung bei der Übertragung des Versuchsergebnisses auf die Baupraxis. Stützen mit klar definierten Lagerungsbedingungen, z. B. Pendelstützen, behalten die Ersatzstablänge  $s_k$  bei. Ähnliches ist bei eingeschossigen Fertigteilstützen zu erwarten. In diesen Fällen würde der Versagenszeitpunkt im Bauwerk unter dem experimentell ermittelten  $t_u$ -Wert liegen.

Diese Problematik der definierten Lagerungsbedingungen ist den experimentell tätigen Forschern ebenso bekannt wie die der eindeutigen

Lasteinleitung [11]. Diese Überwindung beinhaltet erhebliche versuchstechnische Schwierigkeiten. Mit großer Wahrscheinlichkeit ist hier jedoch in Kürze eine wesentliche Verbesserung durch den neuen Versuchsstand des "Sonderforschungsbereichs 148: Brandverhalten von Bauteilen" an der Technischen Universität Braunschweig zu erwarten.

Es erscheint daher aus den oben genannten Gründen sinnvoll, von einer "thermischen Ersatzstablänge"  $s_k^*$  zu sprechen, in welcher die genannten Randbedingungen berücksichtigt sind. Im Regelfall wird man davon ausgehen müssen, daß diese Länge unterschiedlich von jener sein wird, die statischer Berechnung und Dimensionierung zugrunde liegt. Durch Einführen der thermischen Ersatzstablänge wird auch Fehlinterpretationen vorgebeugt, wenn sich in Bauwerk und Versuchsstand gleiche  $s_k^*$ -Werte einstellen. Denn für eine spezielle Stütze gehört auch dann der Versagenszeitpunkt  $t_u$  nicht zu einer Schlankheit  $s_k/d$  sondern zum Wert  $s_k^*/d$ . Vorschläge zur Berücksichtigung von Schlankheitsgrenzen bei der Eingruppierung von Stützen in Feuerwiderstandsklassen sollten kritisch überprüft werden, wenn sie aus Systemlängen im Brandversuch resultieren [12].

Die Notwendigkeit einer Trennung zwischen Dimensionierung-Ersatzstablänge  $s_k$  und thermischer Ersatzstablänge  $s_k^*$  im Bauwerk ergibt sich aus einer Vielzahl konstruktiver und gestalterischer Maßnahmen, die jeweils die Isothermen-Verteilung und -Entwicklung beeinflussen. So haben abgehängte feuerhemmende Unterdecken einen ausgeprägten Einfluß auf die Veränderung der Querschnittssteifigkeit, ebenso Massenkonzentrationen an Knotenpunkten, Auflagern und Vouten. Während für letztere die elastische Einspannung mit ihrem Einfluß auf die Biegelinie bereits in der statischen Berechnung erfaßt werden kann, ergibt sich der zusätzliche Einfluß einer veränderlichen Querschnittssteifigkeit erst im Brandfall. In diesen Fällen resultiert durch  $s_k^* < s_k$  ein die Feuerwiderstandsdauer vergrößernder Effekt. Umgekehrt muß jedoch auch mit Situationen gerechnet werden, in denen sich  $s_k^* > s_k$  ergibt. So sollte bei zunehmender Ausnutzung eines differenzierten Brandschutzes [94] der Gefahr eines vorzeitigen Versagens aussteifender Bauteile besondere Beachtung geschenkt werden.

Neben diesen das System beeinflussenden Faktoren ergeben sich im Brandfall Belastungsveränderungen mit entsprechenden Auswirkungen auf den Versagenszeitpunkt. Die der Dimensionierung zugrunde liegenden Schnittgrößen  $\bar{M}_0$  beinhalten in der Regel erhebliche Sicherheiten. Zusätzlich kann mit einer Verringerung der Verkehrslast im Brandfall gerechnet werden, was unter Umständen erhebliche Reserven aktiviert (Hörsäle, Tribünen, Versammlungsräume und ähnliches). Für eine Sicherheitsbetrachtung sollten diese Einflüsse daher berücksichtigt werden. Im Abschnitt 15 wird die quantitative Auswirkung dieser Faktoren aufgezeigt.

## 15. RECHENWERTE DER FEUERWIDERSTANDSDAUER FÜR DIE BAUPRAXIS

Für die Bedürfnisse der Baupraxis sind weniger die in Abschnitt 13 diskutierten kompletten  $e_u(t)$ -Verläufe von Interesse als vielmehr eine Aussage darüber, mit welcher Feuerwiderstandsdauer für eine spezielle Stütze gerechnet werden kann, wenn diese vorgegebenem System und Belastungszustand entsprechend bemessen wurde. Es wird somit der Versagenszeitpunkt  $t_u$  nach Gleichung (11.2) bzw. (11.3) gesucht. Die Entwicklung eigener  $t_u$ -Diagramme wird dabei, wegen der Vielzahl freier Parameter, sehr aufwendig. Voraussetzung dafür dürfte das näherungsweise Zusammenfassen von Einzelparametern zu Parametergruppen sein. Ansätze dafür lassen sich in verschiedenen Ergebnissen der Parameterstudien des Abschnitts 13 finden. Entsprechende differenziertere Untersuchungen müssen einer Folgestudie vorbehalten bleiben.

Die nachfolgend wiedergegebenen Diagramme zeigen eine Möglichkeit praxisgerechter Aufbereitung der Ergebnisse, die gleichzeitig dem Konstrukteur eine Abschätzung möglicher Reserven erlaubt; weitergehende Parameterstudien sind jedoch auch dafür noch erforderlich.

Für einen speziellen Stützenquerschnitt wurde die Beeinflussung des Versagenszeitpunktes infolge Systemveränderung während des Brandes systematisch untersucht (Abbildungen 15.1, 15.2). Dabei wird ange-

nommen, daß die Stütze dem System und der Gebrauchsschnittgrößenkombination entsprechend bemessen war [39] und keiner Längsdehnungsbehinderung unterworfen ist. Die Anwendung solcher  $t_u$ -Diagramme soll an einigen Fällen demonstriert werden; dabei wird gleichzeitig der quantitative Einfluß von Einzelparametern verdeutlicht.

Fall 1: Belastung und System bleiben während des Brandes unverändert (Grundfall):

$$\alpha = \beta = \gamma = 1,0.$$

$$t_u = 65' (100 \%).$$

Fall 2: Knicklänge im Brandfall ist um 20 % kleiner als für Bemessung angenommen (ungewollte Einspannung):

$$\beta = 0,8; \alpha = \gamma = 1,0$$

$$t_u = 76' (117 \%).$$

Fall 3: Belastung wird während des Brandes um 10 % verringert (Verkehrslast):

$$\alpha = 0,9; \beta = \gamma = 1,0$$

$$t_u = 70' (108 \%).$$

Fall 4: Lastexzentrizität beträgt nur 60 % des für Bemessung angesetzten Maximalwertes (Lastkombinationen, reduzierte Verkehrslast):

$$\gamma = 0,6; \alpha = \beta = 1,0$$

$$t_u = 65' + 13' = 78' (120 \%).$$

Fall 5: Die Einflüsse aus den Fällen 2 bis 4 wirken gleichzeitig:

$$\alpha = 0,9; \beta = 0,8; \gamma = 0,6$$

$$t_u \approx 81' + 18' = 99' (152 \%).$$

Fall 6: Durch vorzeitiges Versagen aussteifender Bauteile vergrößert sich die Knicklänge um 80 % (Mischkonstruktionen Stahl/Beton, differenzierter Brandschutz):

$$\alpha = \gamma = 1,0; \beta = 1,8$$

$$t_u = 28' (43 \%).$$

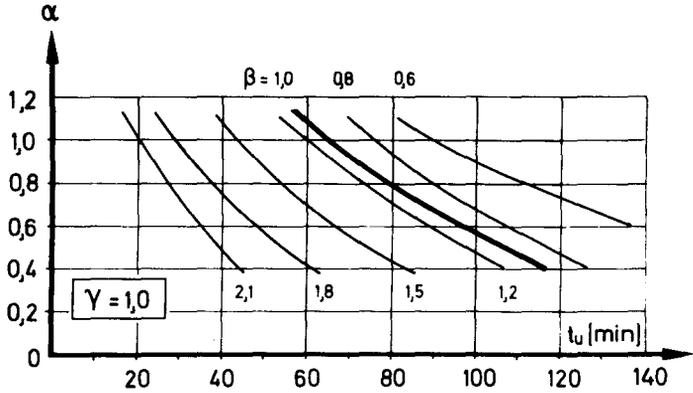


Abb. 15.1: Bemessungsdiagramm ( $c_1 = 0$ )

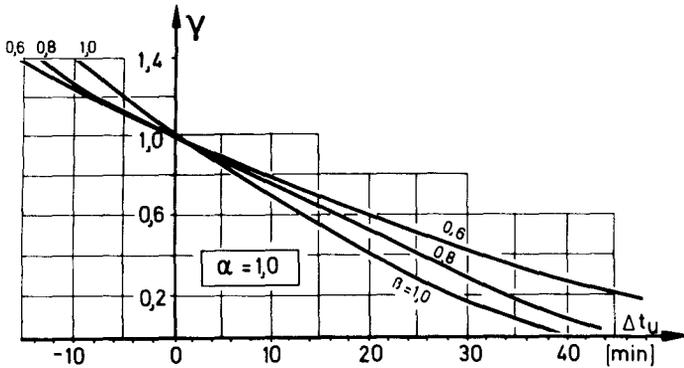


Abb. 15.2: Bemessungsdiagramm ( $c_1 = 0$ )

Grundwerte für die Diagramme  
nach Abb. 15.1/15.2:

$$b/d/h/h' = 30/30/26/4 \text{ cm}$$

$$(h'/h = 0,15)$$

$$s_k^0 = 5,00 \text{ m}$$

$$(S_k^0/d = 17)$$

$$N^0 = -0,15 F_B \beta_N$$

$$= -47,25 \text{ Mp}$$

$$M^0 = -e^0 N^0 = -0,12 N^0$$

$$= 5,67 \text{ Mpm}$$

$$(e^0/d = 0,4)$$

$$c_1 = 0$$

PARAMETER:

$$N = \alpha \cdot N^0$$

$$s_k = B \cdot s_k^0$$

$$e = \gamma \cdot e^0$$

## 16. ZUSAMMENFASSUNG

Die dieser Arbeit zugrunde liegende Problemstellung - belastete Stahlbetonbauteile unter zusätzlicher hoher instationärer Temperaturbeanspruchung - bedingte in vielen Punkten eine Neuentwicklung von Berechnungsverfahren, da sowohl Dehnungs- als auch Spannungsanalyse von dem überlagerten Temperaturfeld wesentlich beeinflusst werden. Die in der Statik des Stahlbetonbaus gebräuchlichen vereinfachenden Bruchmodelle verlieren dadurch weitgehendst ihre Anwendbarkeit. Die Versagenskriterien mußten größtenteils neu definiert und mathematisch formuliert werden. Durch die Hinzunahme von äußeren Systemzwängungen - durch Behinderung der thermischen Längsdehnung - mußte zusätzlich die zeitliche Veränderung des Belastungszustandes berücksichtigt werden. Die Temperaturabhängigkeit aller mechanischen Stoffeigenschaften erforderte es schließlich, innerhalb eines Querschnitts punktweise unterschiedliche Materialgesetze zu verwenden.

Im ersten Teil der Arbeit wurden zunächst die Temperaturabhängigkeiten aller notwendigen Materialparameter analytisch dargestellt und in Form von Rechenwerten des  $\sigma(\epsilon, T)$ -Verlaufes zusammengefaßt (temperaturabhängige Arbeitslinien). Das Kriech- und Relaxationsverhalten von Stahlbeton unter instationärer thermischer Beanspruchung wurde gleichfalls funktional dargestellt. Die Grundlagen dieser Materialgesetzformulierungen bildeten die Auswertungen international vorhandener Meßwerte (Abschnitte 2 und 3).

Darauf aufbauend wurde im zweiten Teil der Arbeit ein Rechenverfahren entwickelt, das es erlaubt, sowohl einen "Vielstoffquerschnitt" mit unterschiedlichen physikalischen Nichtlinearitäten als auch - bei Übertragung auf ein System - den Einfluß einer veränderlichen geometrischen Nichtlinearität zu erfassen. Die Grundlagen dieses Rechenverfahrens sind eine zweidimensionale Querschnitts- bzw. dreidimensionale Systemdiskretisierung. Damit wurde es möglich, beliebige Nichtlinearitäten physikalischer und geometrischer Art in

der Analyse zu berücksichtigen. Deren Verteilung kann dabei sowohl über den Querschnitt als auch längs der Stabachse veränderlich sein.'

Das entwickelte Rechenverfahren ermöglicht es, die durchwärmungsabhängige Veränderung der Biege-Druck-Tragfähigkeit eines Querschnitts bzw. die entsprechende Traglastbeeinflussung von schlanken Stahlbetonstützen in wirklichkeitsnaher Form rechnerisch zu erfassen. Damit ist die Möglichkeit geschaffen, Einzelparameter zu separieren und deren Einflüsse gezielt zu untersuchen; eine Analyse, die bei Brandversuchen in dieser Art in der Regel nicht möglich ist (Abschnitte 4 bis 12).

Die im dritten Teil der Arbeit mitgeteilten Ergebnisse von Parameterstudien zeigen - trotz ihres notwendigerweise begrenzten Umfanges - bereits erste Hinweise auf, die bei entsprechenden Erweiterungen zur Formulierung parameterabhängiger Konstruktionskriterien führen können. Gleichzeitig ermöglicht diese Untersuchung eine Abschätzung der Sicherheitsreserven brandbeanspruchter Bauteile (Abschnitte 13 bis 15).

Ein Vergleich zwischen den rechnerischen und bislang vorliegenden experimentellen Versagenswerten zeigt eine gute Übereinstimmung. Das numerische Konvergenzverhalten des Rechenverfahrens ist ebenfalls gut (Abschnitt 12).

Erweiterte Kenntnisse des temperaturabhängigen Materialverhaltens sind jedoch erforderlich, um die teilweise noch hypothetischen Formulierungen einzelner Stoffwerte zu verbessern und experimentell umfassender abgesicherte Rechenwert-Funktionen formulieren zu können. Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Rechenfunktionen geben jedoch bereits jetzt das komplexe Materialverhalten "heißer" Stahlbetonquerschnitte in guter Annäherung wieder, wie es die Übereinstimmung von Versuchsnachrechnungen zeigte, denen wahlweise Gleichgewichts- oder Kompatibilitätsbedingungen als Randbedingung zu Grunde lagen.

Für systematische sicherheitstheoretische Untersuchungen auf probabilistischer Grundlage sind jedoch statistisch noch wesentlich besser abgesicherte Streubereiche des Festigkeits- und Verformungsverhaltens erforderlich.

Der Anwendungsbereich des Rechenverfahrens erschließt durch die gewählte Diskretisierungsmethode auch Sonderfälle von Stahlbetonstützen einer relativ einfachen numerischen Behandlung, die bislang rechnerisch nur schwer erfaßbar waren. So ist die Traglastuntersuchung nichtprismatischer, nichtrechteckiger, abgestufter oder mehrfach berandeter Bauteile bei konsequenter Anwendung des Verfahrens durchaus denkbar.

## 17. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Abrams, C.: The Behaviour at High Temperature of Steel Stranch for Prestressed Concrete; Journal of the PCA (3), H.3, (1961).
- [2] Abrams, M.S.: Compressive Strength of Concrete at Temperatures to 1600°F (871 °C); Research and Development Laboratories, PCA, Ser. 1387 - 1, (1968).
- [3] Abramd, M.S., A.H. Gustaferro: Fire Endurance of Concrete Slabs as Influenced by Thickness, Aggregate Type and Moisture; Journal PCA (10), H.2, (1968).
- [4] Andrews, C.W.: Verhalten des Stahls bei erhöhten Temperaturen; Stahl und Eisen (73), (1953).
- [5] Ashton, L.A., S.C.C. Bate: The Fire Resistance of Prestressed Concrete Beams; Civil Engineers (17), H.9, (1960). auch: Journal A.C.I. (32), H.5, (1961).
- [6] Baar, G.: Invloed van hoge Temperaturen op Vorgespannen Beton; Precontraint-Prestressing, H.1, (1951).
- [7] Bartholomë, G., G.E. Neubrech: Berechnungen von Eigenspannungen in plattierten Reaktorkomponenten; Reaktortagung Hamburg (1972).
- [8] Bate, S.C.C., R.H. Carson: Effect of Temperature on Prestressing Wires; Institution of Civil Engineers, Conference on Prestressed Concrete Pressure Vessels, Proceedings, (1967).
- [9] Baus, R., A. Brenneisen, J.M. Longueville: Contribution a l'Etude du Comportement au Feu du Béton Precontraint; Centre de Etudes de Recherches et d'Essais; Scientifiques du Genie Civil (C.E.R.E.S.), Université de Liege, Nouvelle Serie No. 26, (1968).
- [10] Bechtold, R.: Versuche zum Erwärmungsverhalten von Stahlbetonstützen; Jahresbericht 1973/74 des SFB 148, Braunschweig, (1974, nicht veröffentlicht).
- [11] Becker, W.: pers. Mitteilung (1974).
- [12] Becker, W., J. Stanke: Bericht zum Forschungsvorhaben "Brandversuche an Stahlbetonfertigteilstützen (2. Teil)"; BAM, Berlin-Dahlem, (1969, nicht veröffentlicht).
- [13] Becker, W., J. Stanke: Brandversuche an Stahlbetonfertigstützen; DAfStB., H.215, Ernst u. Sohn, Berlin, (1970).
- [14] Bertero, V.V., B. Bresler, M. Polivka: Instrumentation and Techniques for Study of Concrete Properties at Elevated Temperatures; Concrete for Nuclear Reactors, Paper SP (34), ACI, (1972).

- [15] Bonnel, D.R.G., F.C. Harper: The thermal expansion of concret; D.S.I.R., Technic. Paper No. 7, (1951).
- [16] Bonzel, J.: Beton bestimmter Festigkeit; Zement-Taschenbuch, (1973).
- [17] Bornemann, P.: Grundlagen für die Bemessung der Feuerwiderstandsdauer von Stahlbetonplatten; Dissertation, TH Braunschweig, (1964).
- [18] Bottke: Verhalten von Eisenbetonbauten im Feuer; Beton u. Eisen (30), H.10, (1930).
- [19] Boué, P.: Das Verhalten von Stahl- und Stahlkonstruktionen bei Temperaturen, wie sie im Brande auftreten; DAfStB, H.21, Ernst & Sohn, Berlin, (1959).
- [20] Physical Constants of Some commercial Steels at Elevated Temperatures" The British Iron and Steel Research Association (BISRA), Butterworths Scientific Publications, London, (1953).
- [21] Bronstein, I.N., K.A.Semendjajew; Taschenbuch der Mathematik; Deutsch, Zürich/Frankfurt, (1967).
- [22] Brown, C.B.: Minimum volumes to ensure homogeneity in certain conglomerates; Journal of the Franklin Institut, Vol. 279, No. 3, (1965).
- [23] Busch, H.: Feuereinwirkung auf nicht brennbare Baustoffe und Baukonstruktionen; Zement-Verlag, Berlin, (1938).
- [24] Butcher, E.G., T.B.Chitty, L.A.Ashton; The Temperatur Attained by Steel in Building Fires; Fire Research Technical Paper No. 15, Her Majesty Stationnery Office, London, (1966).
- [25] Carlson, C.C.: Fire Resistance of Prestressed Concrete Beams; Study 1: Influence of Thickness of Concrete Covering; PCA, Bulletin 147, (1962).
- [26] Carnahan, B., H.A. Luther, J.O. Wilkes; Applied Numerical Methods; John Wiley and Sons, New York, SBN 471 13507 0, (1969).
- [27] Clauss, F.J.: An Examination of High Temperature Stress-Rupture Correlating Parameters; ASTM (60), Proceedings, (1960).
- [28] Cranston, W.B.: A Computer Method for the Analysis of Restrained Columns; Cement and Concrete Association, Technical Report, (1967).
- [29] Cruz, C.R.: An Optical Method for Determining the Elastic Constants of Concrete; Journal of the PCA Research and Development Laboratories, May (1962).
- [30] Cruz, C.R.: Elastic Properties of Concrete at High Temperatures" Journal of the PCA, Research and Development Laboratories (8), No. 1, (1966).

- [31] Czernin, W.: Zementchemie für Bauingenieure; Bauverlag, Wiesbaden/Berlin, (1960).
- [32] Dannenberg, J.: Festigkeitsuntersuchung des Bewehrungsstahles bis 600 °C; DAfStB, H.132, Ernst & Sohn, Berlin, (1959).
- [33] Dannenberg, Deutschmann, Melchior: WarmzerreiBversuche mit Spannstählen; DAfStB, Heft 122, Ernst & Sohn, Berlin, (1957).
- [34] Desow, Nehrassow, Milovanow: Cube and Prism Strength at Elevated Temperatures; ACI, SP 34-23, (1972).
- [35] Davis, H.S.: Effects of High Temperature Exposure on Concrete; American Nuclear Society Meeting, Gatlinburg, Tennessee, (1965).
- [36] Day, M.F., E.A. Jenkinson, A.J.S.Smith: Effect of Elevated Temperatures on High-Tensile-Steel Wires for Prestressed Concrete; Institution of Civil Engineers (16), Proceedings, (1960).
- [37] Dettling, H.: Die Wärmedehnung des Zementsteins, der Gesteine und der Betone; DAfStB, Heft 164, Ernst & Sohn, Berlin, (1964).
- [38] DIN 4102, Ergänzende Bestimmungen zu; Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen; (1970).
- [39] Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen (DIN 1045); DAfStB, Heft 220, Ernst & Sohn, Berlin, (1972).
- [40] Dougill, J.W.: Some Effects of Thermal Volume Changes on the Properties and Behaviour of Concrete; International Conference on the Structure of Concrete, London, (1965).
- [41] Dundurs, J., O.C. Zienkiewicz: Stresses Around Circular Inclusions Due to Thermal Gradients with Particular Reference to Reinforced Concrete; ACI-Journal, No. 12, (1964).
- [42] Ehm, H.: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen; Dissertation, TH Braunschweig, (1967).
- [43] Ehm, H.: Einfluß der Konstruktion auf das Feuerwiderstandsverhalten von Bauteilen und Bauwerken; Vorlesung, TU Braunschweig, (1973).
- [44] Ehm, H., J.Witteveen: Die kritische Temperatur bei hochtemperaturbeanspruchten Bau- und Betonstählen; Stahlbau, H.11, (1970).
- [45] Eibl, J., N.V.Waubke, W.Klingsch, U.Schneider, G.Rieche: Studie zur Erfassung spezieller Betoneigenschaften im Reaktordruckbehälterbau; DAfStB, Heft 237, Ernst & Sohn, Berlin, (1975).
- [46] Endell, K.: Brandversuche, Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul von Beton; Proc. ASTM, Vol.5, (1905).
- [47] Endell, K.: Über die Einwirkung hoher Temperaturen auf erhärteten Zement, Zuschlagstoff und Beton; Zement (15), H.45, (1926).

- [48] England, G.L.: A Study of the Time Dependent Strains in Concrete Maintained and Elevated Temperatures and their Effects in Reinforced Concrete; Ph.D.Thesis, London, (1961).
- [49] England, G.L.: Reinforced Concrete under Thermal Gradients; Magazine of Concrete Research, Vol.14, No.40, (1962).
- [50] Fahmi, H.M., M.Polivka, B.Bresler: Effect of Sustained and Cyclic Elevated Temperature on Creep of Concrete; Cement and Concrete Research, Vol.2, (1972).
- [51] Fink, K., F.Richter, U.Lotter, K.Schrecke: Physikalische Eigenschaften von Stählen, insbes. von warmfesten Stählen; Thyssenforschung (2), H.2, (1970).
- [52] Fischer, R.: Über das Verhalten von Zementmörtel und Beton bei höheren Temperaturen; Mitteilung aus dem Institut für Massivbau, Heft 14, Darmstadt, (1967).  
auch: DAFStB, H.214, Ernst & Sohn, Berlin, (1970).
- [53] Fritzsich, G., R.Siegel: Kalt- und Warmfließkurven von Baustählen; Zenetralinstitut für Fertigungstechnik d. Maschinenbaues, Karl-Marx-Stadt, (1965).
- [54] Fujino, T., K.Ohsaka: The Heat Conduction and Thermal Stress. Analysis by the Finite Element Method; FF DL - TR - 68 - 50.
- [55] Furumura, F.: Strengths and Elasticities of Concretes at Elevated Temperatures; Int. Sem. on Concrete for Nuclear Reactors, Berlin, (1970).
- [56] Garafolo, E., P.R.Malenock, G.V.Smith: The Influence of Temperature on the Elastic Constants of Some Commercial Steels - Determination of Elastic Constants; ASTM, Special Technical Publication (STP) 129, (1952).
- [57] Gary, M.: Brandproben an Eisenbetonbauten; DAF Eisenbeton, H.11, Ernst & Sohn, Berlin, (1911).
- [58] Gary, M.: Brandproben von Eisenbetonbauten; DAF Eisenbeton, H.33, Ernst & Sohn, Berlin, (1916).
- [59] Glen, J.: Elevated Temperature Tensile, Creep and Rupture Properties of Various Carbon Steels; Proceedings of the joint conference organized by The British Iron and Steel Research Association and the Iron and Steel Institute, Eastburne, (1966).
- [60] Gross, H.: Computer-Aided Thermal Creep Analysis of Concrete Continua; PhD-thesis, Imperial College of Science and Technology, London, (1973).
- [61] Grün, R., H.Beckmann: Verhalten des Betons in höheren Temperaturen; Archiv für Eisenhüttenwesen, H.11, (1930).  
auch: Cement and Cement Manufactures (3), H.3, (1930).

- [62] Gustaferrero, A.A., C.C. Carlson: An Interpretation of Results of Fire Tests of Prestressed Concrete Building Components; Journal of the Prestressed Concrete Institute (7), No.5, Chicago, (1962).
- [63] Guy, A.G.: Elements of Physical Metallurgy; 2. Edition/Addison-Westley-Publishing-Comp. Reading, Mass., (1960).
- [64] Halstaed, P.E.: Discussion of the effect of Temperature on the Compressive Strength of Concrete; Magazine of Concrete Research (9), Nr.25, London, (1957).
- [65] Hannemann, M., H.Thomas, H.Seekamp: Widerstandsfähigkeit von Stahlbetonbauteilen bei Bränden; DAfStB., H.132, Ernst & Sohn, Berlin, (1959).
- [66] Harada, T.: Variation of Strength and Elasticity of Concrete under High Temperature; Trans. of A.I.J., (1954).
- [67] Haroda, T.: Fire Resistent Properties of Concretes with Varying Rock Characters of Aggregate; Kanagawa University, Yokohama, Japan, Pers. Mitteilung, (1971).
- [68] Harmathy, T.Z.: Temperature Distribution in Homogeneous Slabs During Fire Test. Transaction of the Engineering Institute of Canada (6), No.B - 6, (1963).
- [69] Harmathy, T.Z.: Effect of Moisture on the Fire Endurance of Building Elements; ASTM, Special Technical Publication Nr.385, (1965).
- [70] Harmathy, T.Z.: Deflection and Failure of Steel-Supported Floors and Beams in Fire; ASTM, Special Technical Publication Nr.422, (1967).
- [71] Harmathy, T.Z.: Deflection and Failure of Steel-Supported Floors and Beams in Fire; ASTM, Special Technical Publication Nr.422, (1967).
- [72] Harmathy, T.Z.: Determining the Temperature History of Concrete Constructions Following Fire Exposure; Journal of the ACI (65), No.11, (1968).
- [73] Harmathy, T.Z.: Thermal Properties of Concrete at Elevated Temperatures; ASTM, Special Technical Publication 464, (1970).
- [74] Harmathy, T.Z.: Thermal Performance of Concrete Masonry Walls in Fire; ASTM, Special Technical Publication 464 (1970).
- [75] Harmathy, T.Z., L.W.Allen: Thermal Properties of Selected Masonry Unit Concretes; Journal of the ACI (70), No.2, (1973).
- [76] Harmathy, T.Z., J.E.Berndt: Hydrated Portland Cement and Lightweight Concrete at Elevated Temperatures; Journal of the ACI (63), No.1, (1966).

- [77] Harmathy, T.Z., W.W.Stanzak: Elevated Temperature Tensile and Creep Properties of Some Structural and Prestressing Steels; ASTM, Special Technical Publication 464, (1970).
- [78] Harris, G.T.: Verhalten des Stahles bei erhöhten Temperaturen; Stahl und Eisen (75), H.3, (1955).
- [79] Hasenjäger: Über das Verhalten des Betons und Eisenbetons im Feuer; Dissertation, TH Braunschweig, (1935).
- [80] Heufers: Brandversuche an schlanken stark bewehrten Stahlbetonsäulen hoher Betongüte: Beton (13), H.5, (1963).
- [81] Hilsdorf, Hubert K.: Austrocknung und Schwinden von Beton; Festschrift Rüsck, Stahlbetonbau, Berichte aus Forschung und Praxis, Ernst & Sohn, Berlin, (1969).
- [82] Houdremont, E.: Handbuch der Sonderstahlkunde, 1. Band, (1956).
- [83] Hummel, A., M.Hermann: Brandversuche mit belasteten Stahlbeton- und Betonbauten, Teil III: Decke und Stützen; DAFStB., Ernst & Sohn, Berlin, (1942).
- [84] Ingberg, Sale: Druckfestigkeit von Stahl und Gußeisen bei Temp. bis 950 °; Proceeding ASTM (26), (1926).
- [85] Jänicke, W., H.Wascheidt: Warmkriechversuche an Spannstählen; FIP-Tagung Braunschweig, (1967).
- [86] Kasperek, K.-H.: Über den Einfluß der Bewehrung und des Schnittkraftverlaufes auf die Traglasten exzentrisch beanspruchter Stahlbetondruckglieder mit Rechteckquerschnitt; Dissertation, TH Darmstadt, (1968).
- [87] Kluz, Th.: The Fire Resistance of Prestressed Concrete; Concrete and Constructional Engineering (54), No.7, (1959).
- [88] Koscherscheidt, W.: Feuerwiderstandsfähigkeit von Beton und Stahlbeton, Dissertation, TH Stuttgart, (1963).
- [89] Kordina, K.: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff; Beton - Herstellung - Verwendung, H.1 und 2, (1963).
- [90] Kordina, K., C.Meyer-Ottens: Die Feuerwiderstandsfähigkeit von biegebeanspruchten Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen; Betonstein-Zeitung (20), H.1, (1963).
- [91] Kordina, K.: Grundlagen für das Entwerfen von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit bestimmter Feuerwiderstandsdauer; in: Stahlbetonbau, Berichte aus Forschung und Praxis, Festschrift Rüsck, Ernst & Sohn, Berlin, (1969).
- [92] Kordina, K., N.V.Waubke: Die mechanischen Eigenschaften von Schwerbeton bei hohen Temperaturen; Materialprüfung (14), H.8, (1972).

- [93] Kordina, K., U.Schneider, A.Haksever, W.Klingsch: Zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen im Brandfall; Schriftenreihe des SFB 148, Heft 1, TU Braunschweig, (1974).
- [94] Kordina, K.: Zur Frage des Brandrisikos in Hochhäusern; Deutsche Konferenz Hochhäuser 1975 (in Vorbereitung).
- [95] Kristen, Th., B.Wedler: Brandversuche mit belasteten Eisenbetonbauteilen und Steineisendecken, Teil I: Decken; DAfEisenbeton, H.89; Ernst & Sohn, Berlin, (1938).
- [96] Kristen, Th., H.J.Wierig: Der Einfluß hoher Temperaturen auf Bauteile aus Spannbeton; Bauingenieur (35), H.1, (1960).
- [97] Lea, F.C.: The Effect of Temperature on some of the Properties of Materials; Engineering (110), (1920).
- [98] Lea, F.C., O.H.Crowther: The Change of the Modulus of Elasticity and of other Properties of Metals with Temperature; Engineering (98), (1914).
- [99] Lehmann, H., G.Mälzig: Über die Heißdruckfestigkeit von Beton, Tonindustriezeitung (84), H.17, (1960).
- [100] Leonhardt, F.: Traglastverfahren und Formänderung; Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität Stuttgart, (1964).
- [101] Lie, T.T., D.E.Allen: Calculation of the Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns Division of Building Research; Technical Paper Nr. 378, Ottawa, (1972).
- [102] Lie, T.T., W.W.Stanzak: Fire Resistance of Protected Steel Columns; Engineering Journal - American Institute of Steel Construction (10), No.3, (1973).
- [103] Liermann, K.: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern; Dissertation, TU Braunschweig, (1972).
- [104] Malhotra, H.L.: The Effect of Temperature on the Compressive Strength of Concrete; Magazine of Concrete Research (23), H.8, (1956)  
und: Zement-Kalk-Gips (10), H.7, (1957).
- [105] Mamillan, H.: Recherches Experimentales sur l'Acceleration du Durcissement du Béton par le Chauffage; Cement and Concrete Research (1), (1971).
- [106] Marechal, J.C.: Le Fluage du Béton en Fonction de la Temperature; RILEM, München, (1968).
- [107] Marechal, J.C.: Variations in the Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio with Temperature; ACI-Int. Sem. on Concrete for Nuclear Reactors, Berlin, (1970).

- [108] Mathiew, H.: Das Verhalten von Beton zwischen 80 und 300 °C; Betontechnische Berichte, (1962).
- [109] Mautner, Guttman: Verhalten von Beton in dauernd hoher Temperatur; Beton und Eisen (30), H.10, (1930).
- [110] Meyer-Ottens, C.: Feuerwiderstandsdauer von statisch bestimmt gelagerten Stahlträgern der Güte St 37 und St 52 bei dreiseitigem Feuerangriff; Schlußbericht zum Forschungsprogramm "Trägerversuche Braunschweig" der Europ. Konvention der Stahlbauverbände, Unterkommission 3.1, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, TU Braunschweig, (1971).
- [111] Meyer-Ottens, C.: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung; Dissertation, TU Braunschweig, (1972).
- [112] Miller, R.F.: The Strength of Carbon Steels for Elevated Temperature Applications, ASTM (54), Proceedings, (1954).
- [113] Milowanow, A.F.: Scharostoikii Scheljesobeton; Institut für Beton und Stahlbeton, Moskau, (1963).
- [114] Milowanow, A.F.: Feuerbeständigkeit von vorgespannten Stahlbeton-Biege-Elementen; FIP-Symposium, Braunschweig, (1965).
- [115] Mizumachi, W.: Non-linear Thermal Stress Analysis for Nuclear Power Plant by Finite Element method; AFLC WPAFB - Oct. 71 550.
- [116] Moncrieff, M.L.A.: Temperature Effects in a Spherical Prestressed Concrete Pressure Vessel; PH.D. Thesis, Faculty of Engineering, London, (1966).
- [117] Nasser, K.W., R.P.Lohtia: Mass Concrete Properties at High Temperatures; ACI-Journal, H.3, (1971).
- [118] National Bureau of Standards, Building Materials and Structures; Report BMS 92, Washington, (1942).
- [119] Concrete control tests as measures of the properties of concrete; Proceedings of a Symposium on Concrete Quality, Cement and Concrete Assoc., London, (1964).
- [120] Newman, K.: The Structure and Properties of Concrete; Proc. Intern. Conference "The Structure of Concrete", London, (1965).
- [121] Nekrassow, K.D.: Hitzebeständiger Beton; Bauverlag GmbH, Wiesbaden, (1961).
- [122] Nekrassow, K.D.: Scharouponui Beton; Institut für Beton und Stahlbeton, Moskau, (1957).
- [123] Neville, A.M.: Creep of Concrete: Plain, Reinforced and Prestressed; North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1970).

- [124] Newman, K.: Concrete Control tests as measures of the properties of concrete; Proceedings of a Symposium on Concrete Quality, London, (1964).
- [125] Ogishi: Experiments on strength and elasticity at high temperature of radiation shielding concretes; Trans. of AIJ No.103, (1964).
- [126] Ohgishi, Miyasaka, Chida: On Properties of Magnifite and Serpentine Concrete at Elevated Temperatures for Nuclear Reactor Shielding; ACI, Paper Sp. 34 - 57, Concrete for Nuclear Reactors, Vol.III, (1972).
- [127] Olson, F.C.W., O.T.Schultz: Temperatures in Solids during Heating or Cooling; Ind. Eng. chem. (34), (1942).
- [128] Otter, J.R.H.: Computations for Prestressed Concrete Reactor Pressure Vessels using Dynamic Relaxation; Nuclear Structural Engineering (1), (1965).
- [129] Peaceman, D.W., H.H.Rackford, Jr.: The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations; J.Soc. Indust. Appl.Math. (3), (1955).
- [130] Petzold, A., M.Röhrs: Beton für hohe Temperaturen; Beton-Verlag, Düsseldorf, (1965).
- [131] Pihlajavaara, S.E.: An Analysis of the Factors Exerting Effect on Strength and other Properties of Concrete and Elevated Temperatures; In ACI Special Publication SP - 34, Concrete for Nuclear Reactors, Vol.1, (1972).
- [132] Philleo, R.: Some Physical Properties of Concrete at High Temperatures; A.C.I. (29), No.10, (1958).
- [133] Quast, V.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt; Dissertation, TU Braunschweig, (1970).
- [134] Reichel, V.: Behaviour of Building Steels at Elevated Temperature; The Building Research Institute, Prag, pers. Mittlg.
- [135] Reiter, C.: Die Anfälligkeit des Stahlbetonbaus gegen Feuer; VdF-Zeitschrift (13), H.2, (1964).
- [136] Rös und Eichinger: Festigkeitseigenschaften der Stähle bei hohen Temperaturen; EMPA, Bericht Nr.138, Zürich, (1941).
- [137] Rüschi, H.: Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone; DAFStb., Heft 120, Ernst & Sohn, Berlin, (1955).
- [138] Sale, P.D.: Compressions-Tests of Structural Steel at Elevated Temperatures; Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol.13, (1934).

- [139] Samelson, H., A.Tor: Stressed in Reinforced Concrete Sections Subjected to Transient Temperature Gradients; *ACI, Proc.V 54*, (1958/1959).
- [140] Sargin, M.: Stress-strain relationships for concrete and analysis of concrete sections; Study No.4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, (1971).
- [141] Schmidtman, E., H.W.Graßhoff, H.Schenk: Abhängigkeit des E-Moduls von der Magnetisierung unterschiedlich wärmebehandelter unlegierter und legierter Stähle; *Archiv für Eisenhüttenwesen* (36), Nr.1, (1965).
- [142] Schmidtman, E., E.Hougardy, M.Schenk: Die Untersuchung des Martensitzerfalls in der ersten Anlaßstufe durch Messung des E-Moduls und der Dämpfung bei höheren Temperaturen; *Archiv für Eisenhüttenwesen* (36), Nr.3, (1965).
- [143] Schneider, U.: Versuche an einer Warmkriechanlage; Zwischenbericht an die DFG, Az. Ko 204/13, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, (1972, unveröffentlicht).
- [144] Schneider, U.: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen; Dissertation, TU Braunschweig, (1973).
- [145] Schneider, U.: Physical properties of concrete under non-steady state conditions; *FIP, New York*, (1974).
- [146] Schwarz, H., K.-H.Kasperek: Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens exzentrisch beanspruchter Stahlbetonstützen; *Der Bauingenieur* (42), H.2, (1967).
- [147] Seaman, J.C., G.W.Washa: Variation of mortar and concrete properties with temperatures; *J.A.C.I.* (29), No.5, (1957).
- [148] Seekamp, H., H.Bub: Baulicher Brandschutz - Baustoffe - Sonderbauteile, Neue Erkenntnisse aus der Bauforschung; Schmidt-Verlag, Berlin, (1970).
- [149] Seekamp, H., W.Becker, W.Struck, K.Kordina, H.-J.Wierig: Verhalten von Stahlbeton und Spannbeton bei Brand; *DAFStb.*, H.162, Ernst & Sohn, Berlin, (1964).
- [150] Seimann, M.: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Wärmespannungen in zylindrischen Werkstücken unter dem Einfluß von rotationssymmetrischen Temperaturfeldern; Dissertation, TH Aachen, (1970).
- [151] Selvaggio, S.L., C.C.Carlson: Effect of Restraint on Fire Resistance of Prestressed Concrete; *Journal of the PCA*, Vol.6, No.1/2, (1964).

- [152] Simmons, W.F., H.C.Cross: Elevated Temperature Properties of Carbon Steels; ASTM, STP 180, (1955).
- [153] Smith, A.J., Jenkinson, D.J.Armstrong: Creep and Rupture Properties of Carbon Steels; Proceedings, Inst. of Mechanical Engineers, Vol.174, (1960).
- [154] Soretz, S.: Zugversuche an Betonstählen mit Dauerlast und steigender Temperatur; Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik, Vol.33, H.4, (1967).
- [155] Sullivan, P.J., P.Mellor, Poucher: The Influence of Temperature on the Physical Properties of Concrete and Mortar in the Range 20 °C - 400 °C; Symposium on Effects of Temperature on Concrete, Paper S P 25.4, A.C.I., Detroit, (1971).
- [156] Tall, L., D.Feder: Längsschweißspannungen in Platten und ihr Einfluß auf die Grenzlast von geschweißten Stahlstützen; Schweißen und Schneiden (17), H.3, (1965).
- [157] Tapsell, H.J.: Creep of Metals; Oxford University Press, London, Humphrey, Milford, (1931).
- [158] Thelanderesson, S.: Effect of High Temperatures on Tensile Strength of Concrete; Division of Structural Mechanics and Concrete Construction, Institute of Technology, Lund, Sweden, (1971).
- [159] Thomas, F.G., C.T.Webster: The Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns; Investigations on Building Fires, Part VI, Research Paper No.18, Her Majesty's Stationary Office, London, (1953).
- [160] Timoschenko, S.: Strength of Materials; Part II: Advanced Theory and Problems.
- [161] Änderung des konstanten E-Moduls in Abhängigkeit von der Temperatur bei Stählen für den Flugzeugbau; Literaturübersicht, Umschau in Stahl und Eisen (77), (1957).
- [162] Versé, G.: The Elastic Properties of Steel at High Temperatures; Transactions American Society of Mechanical Engineers, Vol.57, (1935).
- [163] Mc.Vetty, P.G.: Working Stresses for High Temperature Service; Mechanical Engineering, Vol.56, (1934).
- [164] Visser, W.: A Finite Element-Method for the Determination of Non-Stationary Temperature Distribution and Thermal Deformations; Proc. Conf. on Matrix Methods in Struct. Mech., Air Force Inst. of Techn., Wright Patterson A.F. Base, Ohio, (1965).
- [165] Waubke, N.V.: Über einen physikalischen Gesichtspunkt der Festigkeitsverluste von Portlandzementbetonen bei Temperaturen bis 1000 °C; Habilitation, Schriftenreihe des SFB 148, Heft 2, TU Braunschweig, (1973).

- [166] Weigler, H., R.Fischer: Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen; DAFStb., H.164, Ernst & Sohn, Berlin, (1964).
- [167] White, A.E., C.L.Clarke, R.L.Wilson: The Fracture of Carbon Steels at High Temperatures; Americ. Soc. Metals, Transactions (25), (1937).
- [168] Wierig, H.-J.: Das Verhalten von Betonwaren und Stahlbetonfertigteilen im Feuer; DAFStb., H.162, Ernst & Sohn, Berlin, (1964).
- [169] Woolson, J.H.: Investigation of the effect of heat upon the crushing strength and elastic properties of concrete; Proceedings ASTM, Vol.5, (1905).
- [170] Yakovlev, A.I.: Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns; (Translation from the Russian by G.N.Gibson, Department of Scientific and Industrial Research, Build.Res.Stat.). Chelesnobetonnuikh Colonn, Stroitel'naja, Promuishlennost (33), Moskau, (1955).
- [171] Zoldners, N.G.: Effect of High Temperatures on Concrete Incorporating Different Aggregates; Proc. ASTM (60), (1960).
- [172] Parkus, H.: Instationäre Wärmespannungen; Springer, Wien, (1959).
- [173] Pfrang, E.O., Ch.P.Siess: Analytical Study of the Behaviour of Long Restrained Reinforced Concrete Columns Subjected to Eccentric Loads; Structural Research Series No.214, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana, Ill., (1961).
- [174] Osgood, W.R.: Stress-Strain Formulas; Journal of the Aeronautical Sciences, Vol.13, No.1, (1946).
- [175] Goldberg, J.E., R.M.Richard: Analysis of Non-Linear Structures; Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.89, No.ST4, Proc.Pap. 3604, (1963).
- [176] Seekamp, H., M.Hannemann, H.Thomas: Brandversuche mit stark bewehrten Stahlbetonsäulen; Widerstandsfähigkeit von Stahlbetonbauteilen und Stahlsteindecken bei Bränden; DAFStb., Heft 132, Ernst & Sohn, Berlin, (1959).
- [177] Schulze, A., B.Wedler: Brandversuche mit belasteten Eisenbetonsäulen; DAFE, Heft 92, Berlin, (1939).
- [178] Kordina, K., W.Klingsch; SFB 148, TU Braunschweig, (Bericht in Vorbereitung).
- [179] Ingberg, S.H.: Fire tests of building columns. Technologie Paper of the Bureau of Standards No. 184, Washington, (1921).
- [180] Fackler, I.P.: Resistance du feu; Prédetermination des durées approximatives des résistance au feu des éléments verticaux de la construction; cahier de Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, No. 27, Heft 228, Paris, (1957).
- [181] Fackler, I.P.: Das Verhalten von Betonteilen im Feuer; die Bauwirtschaft, B, Heft 18, (1963).

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffkunde  
und Stahlbetonbau, Technische Universität Braunschweig,  
sind bisher erschienen:

- Heft 1 : Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öligler  
Holzschutzmittel (1962)  
von Rolf Deters - vergriffen -
- Heft 2 : Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen  
unter Feuerangriff (1963)  
von Karl Kordina - vergriffen -
- Heft 3 : Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem  
Zugband und schlaffen Hängestangen (1963)  
von Josef Eibl - vergriffen -
- Heft 4 : Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge  
Schlupf in der Verankerung - Zur Frage der Temperatur-  
Beanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos - (1964)  
von Karl Kordina und Josef Eibl
- Heft 5 : Über den Schalungsdruck von Frischbeton (1965)  
von Helmut Ertingshausen
- Heft 6 : Transportphänomene in Betonporen (1966)  
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7 : Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbean-  
spruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen (1967)  
von Herbert Ehm - vergriffen -
- Heft 8 : Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von  
Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (1967)  
von Joachim Steinert - vergriffen -
- Heft 9 : Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln (1967)  
von Axel Lämmke - vergriffen -
- Heft 10 : Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger  
und gerader, flächenartiger Träger (1968)  
von Kamal Fouad Rafla † - vergriffen -
- Heft 11 : Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten  
- Brazier-Effekt - (1968)  
von György Iványi - vergriffen -
- Heft 12 : Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen  
der Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der  
Klasse A 2 (1969)  
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -

- Heft 13 : Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes (1969)  
von Günther Fuchs
- Heft 14 : Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff (1970)  
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 15 : Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongütestwürfeln und -bohrproben (1970)  
von Ralf Lewandowski - vergriffen -
- Heft 16 : Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten (1970)  
von Fritz-Joachim Neubauer - vergriffen -
- Heft 17 : Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton (1970)  
von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18 : Die Stahlblech - Holz - Nagelverbindung und ihre Anwendung - Grundlagen und Bemessungsvorschläge - (1971)  
von Wilfried Bödeker
- Heft 19 : Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften - Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken - (1971)  
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 20 : Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern (1972)  
von Kurt Liermann
- Heft 21 : Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerkrahmen aus Stahlbeton (1972)  
von Béla Jankó†
- Heft 22 : Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse (1972)  
von Ulf Nürnberger
- Heft 23 : Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung (1972)  
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 24 : Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand (1973)  
von Hassan Taha El-Arousy

- Heft 25 : Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (1973)  
von Günter Rieche
- Heft 26 : Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons (1974)  
von Eckhard Tennstedt
- Heft 27 : Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (1973)  
von Ulrich Schneider
- Heft 28 : Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (1974)  
von Jürgen Neisecke
- Heft 29 : Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern (1974)  
von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30 : Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken (1974)  
von Josef Eibl und György Iványi
- Heft 31 : Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau (1974)  
von Karl Kordina und Béla Jankó †
- Heft 32 : Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten (1976)  
von Olaf Hjorth

Die Schriftenreihe des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau wird im Selbstverlag herausgegeben.

**2479 380**