

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen
Direktor: Prof. Dr.-Ing. K. Kordina

**Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit
von Randbalken bei Stahlbetondecken**

von
J. Eibl
G. Iványi

HEFT 30

BRAUNSCHWEIG

NOVEMBER 1974

UB Braunschweig 84



2453-181-4

2453 - 181 4

2. Ex.

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen
Direktor: Prof. Dr.-Ing. K. Kordina

**Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit
von Randbalken bei Stahlbetondecken**

von
J. Eibl
G. Iványi



HEFT 30

BRAUNSCHWEIG

NOVEMBER 1974

Z.F. R + G

BERÜCKSICHTIGUNG DER TORSIONSSTEIFIGKEIT
VON RANDBALKEN BEI STAHLBETONDECKEN

- S c h l u ß b e r i c h t -

erstattet von

J. Eibl
und
G. Iványi

Braunschweig, November 1974

DK: 624.012.45
666.972: 620.17
539.414

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Allgemeines	5
1.1. Einleitung	5
1.2. Problemstellung	6
1.3. Geschichtlicher Überblick	7
2. Rechenverfahren für randversteifte Platten	9
2.1. Analytische Lösungen	9
2.1.1. Allgemeine Voraussetzungen	9
2.1.2. Torsion des Randbalkens	11
2.1.3. Biegung der Gurtplatte unter Randmomentenangriff	19
2.1.4. Koppelung beider Systeme	21
2.1.5. Numerische Auswertung und Diskussion der Ergebnisse	23
2.2. Methode der finiten Elemente	28
2.2.1. Art der Approximation	28
2.2.2. Elementtypen	28
2.2.3. Koppelung der Elemente	31
2.3. Zusammenfassung der Rechenergebnisse	39
3. Versuche an randversteiften Platten	39
3.1. Symmetrische Torsionsbeanspruchung in einem durch Querträger ausgesteiften Auflagerbereich	40
3.1.1. Versuchskörper	40
3.1.2. Versuchseinrichtung	44
3.1.3. Durchführung der Versuche	50
3.2. Einseitige Torsionsbeanspruchung am Randbalken eines Deckenfeldes	60
3.2.1. Versuchskörper	60
3.2.2. Versuchseinrichtung	63
3.2.3. Durchführung des Versuches	68
4. Auswertung der Versuche	73
4.1. Beschreibung der verwendeten Methode	73
4.2. Symmetrische Torsion - Versuche Nr. 1 und 2	75

	Seite
4.2.1. Allgemeines	75
4.2.2. Verformungen	80
4.2.3. Beanspruchungen	84
4.3. Einseitige Torsion - Versuch Nr. 3	87
4.3.1. Allgemeines	87
4.3.2. Verschiebungen	89
4.3.3. Beanspruchungen	95
5. Schlußfolgerungen	99
6. Zusammenfassung	104
L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s	106
A n h a n g 1 - Versuchsdaten	110
A1.1. Sieblinien	111
A1.2. Festigkeitsprüfungen an den Bewehrungsstählen	114
A1.3. Festigkeitsprüfungen am Beton	115
A1.4. Rißbreiten	116
A1.5. Belastungszyklen, Versuch Nr. 1	119
A1.6. Meßwerte, Tafeln 1 - 26	124
A n h a n g 2 - Beschreibung des Rechenprogrammes	141
A2.1. Automatischer Aufbau der geometrischen Daten	142
A2.2. Herstellung der Elementsteifigkeitsmatrix	143
A2.3. Abschnittsweiser Aufbau der globalen Steifigkeitsmatrix	143
A2.4. Lastunabhängiger Lösungsprozeß	144
A2.5. Eingabe der Belastungsdaten	144
A2.6. Lastabhängiger Lösungsprozeß	144
A2.7. Ausgabe der Verschiebungs- und Spannungsgrößen	145

A n h a n g 3 - Auflösung großer Gleichungssysteme mit der Cholesky-Methode	146
A3.1. Methode	147
A3.2. Numerische Durchführung, Speicherbedarf	148
A3.3. Beschreibung der Unterprogramme	151
A3.4. Flußdiagramme für die einzelnen Lösungsarten	155
A3.4.1. Direktlösung	155
A3.4.2. Lösung für Bandstrukturen	156
A3.5. Liste der Unterprogramme	160

1. Allgemeines

1.1. Einleitung

Die Torsionssteifigkeit von Stahlbetonbalken nimmt im gerissenen Zustand beträchtlich ab und beträgt bei stärkeren Rißbildungen je nach Bewehrungsgehalt nur noch 5 - 20 % ihres ursprünglichen Wertes nach der Elastizitätstheorie. Im Lichte dieser Erkenntnis ist auch die Grundsatzbemerkung der neuen DIN 1045, Abschnitt 15.5 zu bewerten: "In Trägern (Platten, Plattenbalken o. ä.) ist die Aufnahme von Torsionsmomenten nur dann nachzuweisen, wenn sie für das Gleichgewicht notwendig sind". Für letztere werden entsprechend niedrig gehaltene zulässige Spannungen angegeben, die möglichst den ungerissenen Zustand und daher geringe Verformungen sicherstellen sollen.

Die erwähnte Vorschrift darf jedoch nicht als eine allgemeingültige Erlaubnis zur Vernachlässigung aller Einflüsse aus einer ungewollt dennoch vorhandener Torsionssteifigkeiten angesehen werden; für Brücken- und sonstige Ingenieurbauwerke gelten diese Überlegungen in verstärktem Maße. Bei allen Konstruktionen, wo infolge der Verbindung von Konstruktionselementen Balkentorsion entsteht bzw. diese an den Einspannstellen aufgenommen werden muß, ist daher sorgfältig zu prüfen, ob die Änderung der Torsionssteifigkeit die angenommene Lastabtragung grundsätzlich verändert und - was genauso wichtig ist - ob eine Änderung überhaupt eintritt. Letzteres ist z. B. bei der Weiterleitung von hohen Torsionseinspannmomenten auch dann zu beachten, wenn der tordierte Bauteil selbst - im Einklang mit DIN 1045 - nicht weiter untersucht wird.

Ausgehend von diesen Überlegungen erschien es den Verfassern notwendig, diesen Themenkreis im Rahmen eines Forschungsauftrages an Plattenbalkentragwerken experimentell und rechnerisch zu studieren. Einem diesbezüglichen Antrag an das Bundesministerium für Städtebau und Wohnungswesen vom Ende 1969 wurde Mitte 1970 entsprochen. Über diese Forschungsarbeit, die im wesentlichen in den Jahren 1971 - 73 durchgeführt wurde, soll im folgenden - fünf Einzelabschnitte wurden vorab veröffentlicht - abschließend berichtet werden.

1.2. Problemstellung

Im Sinne der einleitenden Bemerkungen wurde im vorliegenden Forschungsvorhaben

- die Ausarbeitung von Rechenmethoden für Plattenbalkentragwerke, welche insbesondere den Bereich von Einspann- und Einleitungsstellen hoher Torsionsbeanspruchungen erfassen, und
- eine experimentelle Überprüfung von Schnittkraftumlagerungen infolge Änderung der Steifigkeiten von Platte und Balken bei fortschreitender Rißbildung

angestrebt. Außerdem sollte geprüft werden, ob eine näherungsweise Berücksichtigung von Steifigkeitsänderungen mit vertretbarem Aufwand möglich ist. Zur Begrenzung des Forschungsvorhabens wurden dabei kombinierte Balkenbeanspruchungen bewußt von der Untersuchung ausgeschlossen.

Nach einem geschichtlichen Überblick über bisher vorliegende Ergebnisse zu beiden Themen werden zunächst in Abschnitt 2 Lösungen zur möglichst wirklichkeitsnahen Erfassung des Beanspruchungszustandes von Platte und Balken im Bereich von Einspannstellen diskutiert. Der Einfluß der Drillsteifigkeit der Platte und der horizontalen Biegesteifigkeit des Balkens werden mit Hilfe einer analytischen Lösung für weite Steifigkeitsbereiche untersucht. Diese Methode enthält allerdings einige vereinfachende Annahmen, die es nicht erlauben, die späteren Versuchskörper mit der hierfür erforderlichen Genauigkeit in allen Phasen der Belastung zu berechnen. Deshalb wurde zusätzlich ein finites Element Programm entwickelt, womit beliebige, schiefe und orthogonale Plattenbalkensysteme auf der Grundlage der elastischen Platten- und Scheibentheorie studiert werden können.

In Abschnitt 3 wird über Versuche an Deckenfeldern mit wirklichkeitsnahen Abmessungen berichtet. Die an zwei verschiedenen Modelltypen durchgeführten Untersuchungen dienen zum Studium des Torsions-Tragverhaltens von Randbalken im Einspannbereich am Querträger sowie zur Untersuchung einer konzentrierten Torsionsmomenteneinleitung in einem nicht ausgesteiften Bereich. In beiden Fällen wird das Zusammenspiel zwischen Platte und Balken bis zum Erreichen des Bruchzustandes verfolgt.

Die in Abschnitt 4 vorgenommenen Auswertungen beruhen auf einer Näherungsberechnung, die es erlaubt, an Hand der gemessenen Verformungen Rückschlüsse auf die Steifigkeitsänderungen und Schnittkraftumlagerungen zu ziehen. Diese werden in Abschnitt 5 zusammen mit den in Abschnitt 2 ausschließlich rechnerisch gewonnenen Ergebnissen diskutiert und für die Praxis nutzbar gemacht. Hier wird außerdem auf weitere, noch anstehende Probleme hingewiesen.

1.3. Geschichtlicher Überblick

In Vorbereitung des Forschungsvorhabens wurden im Rahmen einer Literatursichtung die wesentlichsten Arbeiten, die sich mit dem Zusammenwirken einer biegesteifen Platte und eines torsionssteifen Randbalkens nach der Elastizitätstheorie und auch unter Berücksichtigung der speziellen Eigenschaften des Stahlbetons befassen, zusammengestellt und studiert. Das Gebiet der "mittragenden Plattenbreite" wurde dabei bewußt außer acht gelassen.

Ein erster Überblick über die Zusammenstellung der Rechenmethoden ergibt, daß es sich dabei überwiegend um Veröffentlichungen aus dem Bereiche des Brückenbaues handelt. Mit Problemen des Hochbaues befassen sich nur [5], [11], [22], [33] und [37].

Sichtet man die Arbeiten im Hinblick auf die jeweils gewählte Lösungsmethode, so kann man zwei grundsätzliche Tendenzen feststellen: Ein kleinerer Teil baut auf der Scheiben- und Plattentheorie auf, der überwiegende Teil behandelt das Problem mit Hilfe der Balkentheorie.

Die wesentlichsten Arbeiten, die sich auf die "exakte Theorie" abstützen, sind von Müller [25, 26], Pucher [30], Köller [19], Sommerfeld [34], Stiglat [35, 36] und Graßhoff [12]. Diese Arbeiten kann man unter dem Sammelbegriff "Theorie der randversteiften Platte" zusammenfassen. Besondere Aufmerksamkeit verdienen dabei die Dissertationen von Sommerfeld [34] und Graßhoff [12]. Sie erbringen für den Fall, daß die Platte an beiden Enden des Plattenbalkens gelenkig gelagert ist, unter Verwendung einer kombinierten

Platten-Scheibentheorie eine strenge Lösung. Diese Untersuchung konnte als Spezialfall in das vorliegende Forschungsprogramm mit einbezogen werden.

Die übrigen Verfasser, die im wesentlichen das Problem des langen Plattenbalkens behandeln, bauen auf den von Beck [2] eingeführten Vereinfachungen auf. Danach wird die drillsteife Platte in Streifen zerlegt, so daß eine Längsabtragung im Plattenbereich außer acht gelassen bleibt. Die wichtigsten Arbeiten stammen von Bechert [1], Trost [39], Bieger [3], Bretthauer - Kappei [4] und Diettrich [7]. Besonders interessant sind die Untersuchungen von Diettrich, der den Einfluß der horizontalen Biegesteifigkeit des Balkens und der verminderten Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand berücksichtigt. Man sieht daraus, daß die Torsionsmomente des Balkens in der Nähe der Endeinspannung durch seine horizontale Biegesteifigkeit erheblich abgemindert werden.

Während die auf der Beck'schen Näherung aufbauenden Arbeiten in erster Linie auf ein Studium der Lastverteilung abzielen, behandeln Säger [33], Lindner [23], Rahlwes [31], Liptak [24], Rose [32], Langrock [21] und Stiglat [37] das Problem des Einspanngrades. Sie berücksichtigen dabei nur die Tragwirkung der Platte senkrecht zur Balkenachse.

Neuere Arbeiten von Nötzold [28] und Müller [27] befassen sich mit der Berechnung eines querträgerlosen Plattenbalkensystems, wie es in jüngster Zeit im Brückenbau verwendet wird.

Aus dieser kurzen Zusammenfassung ist ersichtlich, daß die sogenannten genauen Lösungen von den Lösungen für den langen Plattenbalken getrennt werden müssen; eine Übergangslösung, die auch die Endbereiche eines langen Plattenbalkens systematisch studiert, existiert nicht.

Im Gegensatz zu den zahlreichen experimentellen und theoretischen Arbeiten, welche die Erfassung des Beanspruchungszustandes und der Bruchsicherheit tordierter Stahlbetonquerschnitte zum Ziele haben, liegen kaum Ergebnisse vor, die sich auf das Tragverhalten zusammengesetzter Konstruktionen, die u. a. torsionsbeanspruchte Elemente enthalten, beziehen.

Die Versuche von Collins u. Lampert [6] bzw. von Hsu u. Burton [16] an Biegeträger, die an einem Ende in einen senkrecht zur Balkenachse verlaufenden Randträger eingespannt sind ("T-shape-specimens"), erlauben den Schluß, daß die Einspannung infolge der rapide absinkenden Torsionssteifigkeit des einspannenden Bauteils nur konstruktiv zu berücksichtigen ist. Auf weitere Versuche von Jirsa [18] und Ersoy [10] wird in Abschnitt 5 noch eingegangen; in beiden Fällen handelt es sich um torsionsbeanspruchte Plattenbalken, die ähnliche Ergebnisse wie das vorliegende Forschungsvorhaben zeigen. Diese zuletzt erwähnten Forschungsberichte sind erst während der Durchführung des Forschungsvorhabens erschienen, so daß eine unmittelbare Berücksichtigung nicht mehr möglich war. Die übereinstimmende Zielsetzung dieser Arbeiten an verschiedenen Instituten scheint allerdings die Aktualität der gestellten Forschungsaufgabe zu bestätigen.

2. Rechenverfahren für randversteifte Platten

2.1. Analytische Lösungen

2.1.1. Allgemeine Voraussetzungen

Beliebig verteilte, lotrechte Belastungen verursachen in einem Plattenbalken (Bild 1) einen kombinierten Beanspruchungszustand. Die rechnerische Erfassung dieses Zustandes kann nach der Elastizitätstheorie mit einem analytischen oder numerischen Verfahren erfolgen. Ein Vergleich der bekannten Rechenmethoden in [9] ergab dabei, daß alle in betracht kommenden Verfahren im Hinblick auf die Beanspruchungen in Feldmitte stets befriedigende Ergebnisse liefern, während die Unterschiede im Auflagerbereich relativ groß werden können.

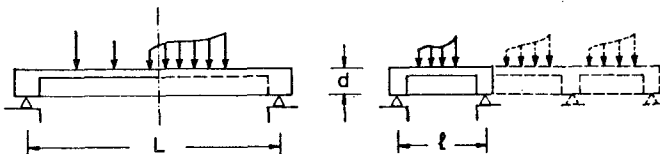


Bild 1

Die genaueren Rechenmethoden sind dabei im wesentlichen durch die Annahme einer drillsteifen Gurtplatte und die Berücksichtigung des exzentrischen Plattenanschlusses bzw. der damit aktivierten horizontalen Biegesteifigkeit der Randträger charakterisiert.

Für die hier vorliegende Zielsetzung kann natürlich nur ein Rechenverfahren verwendet werden, das alle zuletzt beschriebenen Einflußgrößen enthält. Untersucht wird der Endauflagerbereich des in Bild 2 a dargestellten Plattenbalkenabschnitts an einem in Bild 2 b skizzierten mechanischen Modell. Der Querträger wird dabei unendlich starr angenommen und durch die entsprechenden Randbedingungen ersetzt. Diese Idealisierung erfaßt den Fall des zweistegigen Plattenbalkens im Brückenbau, die in Bild 1 skizzierte Anwendung im Hochbau sowie grundsätzlich jeden in einen Querträger eingespannten Randträger.

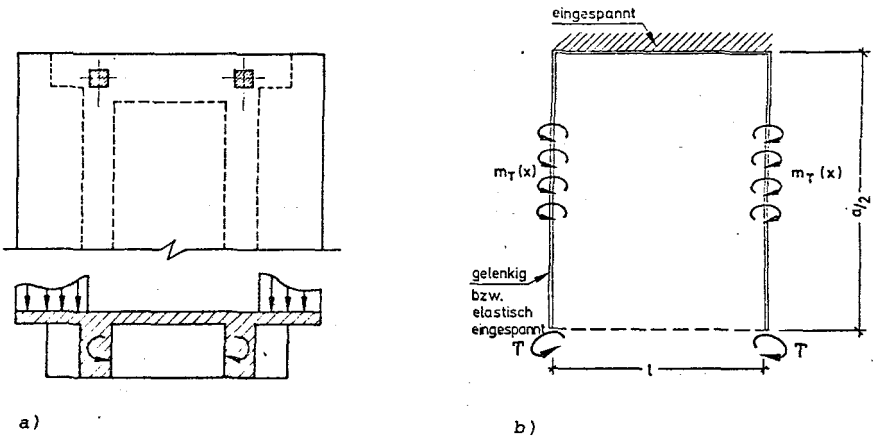


Bild 2

Die Untersuchung erfolgt mit Hilfe des Kraftgrößenverfahrens. Zunächst werden Platte und Randbalken durch Einschaltung einer Gelenkkette entkoppelt (Bild 3), so daß sich die nunmehr von der Platte unabhängigen Verdrehungen (ϑ_0) der Randbalken unter äußerer

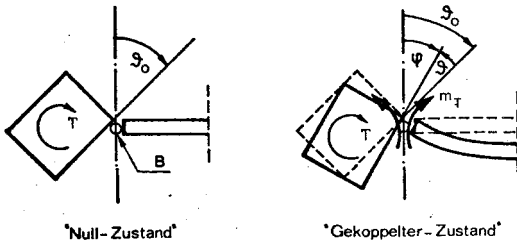


Bild 3

Last leicht ermitteln lassen ("Null-Zustand" in Bild 3). Als statisch Unbestimmte werden dann diejenigen Momente m_{Rand} gesucht, welche die Relativverdrehungen zwischen Platte und Randbalken längs der Gelenkkette zu Null machen ("Gekoppelter Zustand" in Bild 3). In diesem Zustand gilt in jedem Querschnitt (vgl. Bild 3):

$$(1) \quad \delta_0 = \varphi + \psi$$

wobei φ die Plattenverdrehungen
 ψ die Balkenverdrehungen

infolge der eingeschalteten Momente m_{Rand} bezeichnet.

Dabei werden für Randbalken und Gurtplatte jeweils zwei unterschiedliche Näherungen studiert:

- a) Balken - mit und ohne Berücksichtigung der Horizontalverschiebungen,
- b) Platte - mit und ohne Berücksichtigung der Drillsteifigkeit.

2.1.2. Torsion des Randbalkens

Die S t . - V e n a i n t s c h e T o r s i o n eines Balkens wird durch folgende DGL beschrieben (vgl. Bild 4):

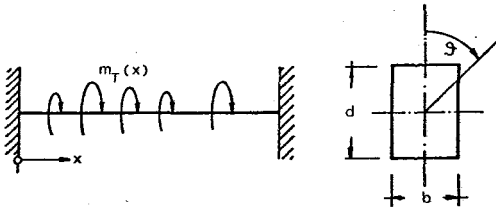


Bild 4

$$(2) \quad GJ_t \vartheta''(x) = m_T(x)$$

wobei GJ_t Torsionssteifigkeit, für Rechteckquerschnitte

$$GJ_t = G\eta_3 db^3$$

(η_3 nach Tabellen)

$\vartheta(x)$ Verdrehung

$m_T(x)$ beliebig verteiltes äußeres Torsionsmoment

Das innere (Reaktions-) Moment eines Querschnitts beträgt dann:

$$(3) \quad GJ_t \vartheta'(x) = M_T(x)$$

Greift ein Einzel-Torsionsmoment am Ende eines Kragbalkens an, so genügt es, die homogene Lösung der DGL (2)

$$(4) \quad GJ_t \vartheta(x) = Ax + B$$

zu betrachten (Bild 5), Mit den Randbedingungen

$$(5) \quad x=0 \quad \vartheta=0$$

$$x=a/2 \quad GJ_t \vartheta' = T$$

erhält man folgende Lösung:

$$(6) \quad GJ_t \vartheta(x) = Tx$$

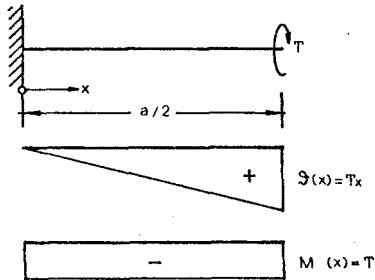


Bild 5

Will man diese mit Rücksicht auf die folgende Untersuchung in Form einer Fourier-Reihe mit der Periode $2a$ darstellen, so erhält man im einzelnen:

$$(7) \quad \vartheta(x) = \frac{T}{GJ_t} \cdot \frac{a}{2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8}{n^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

Mit den Abkürzungen:

$$(8) \quad \vartheta_{on}^T = \frac{8}{n^2 \pi^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

$$(9) \quad \xi = \frac{x}{a/2}$$

in dimensionsloser Form:

$$(10) \quad \frac{2GJ_t}{aT} \vartheta_o^T(\xi) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \vartheta_{on}^T \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

Dabei bezeichnet der Index o die äußere Last, der Index T das angreifende Einzeltorsionsmoment.

Für gleichmäßig verteilte Torsionsmomente längs eines Kragbalkens lautet die Lösung der DGL (2):

$$(11) \quad GJ_t \vartheta(x) = Ax + B + \frac{mT_o}{2} x^2$$

Mit den Randbedingungen

$$(12) \quad \begin{aligned} x=0 \quad \vartheta &= 0 \\ x=a/2 \quad \vartheta' &= 0 \end{aligned}$$

erhält man (Bild 6) aus Gleichung (11):

$$(13) \quad GJ_t \vartheta(x) = \frac{m_{T0}}{2} (x^2 - ax)$$

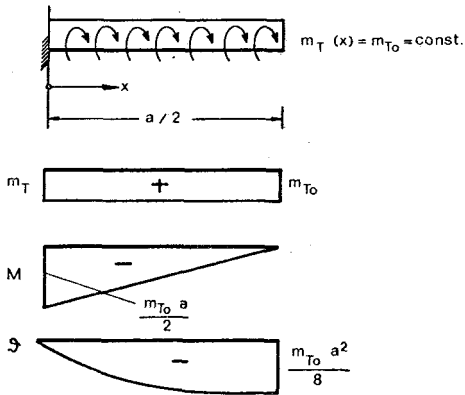


Bild 6

Diese Gleichung stellt eine Parabel 2. Ordnung dar, die durch folgende Fourier-Reihe ersetzt werden kann:

$$(14) \quad GJ_t \vartheta(x) = \frac{m_{T0} a^2}{8} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{32}{n^3 \pi^3} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

oder in dimensionsloser Form

$$(15) \quad \frac{GJ_t}{a^2} \vartheta_0^t(\xi) = m_{T0} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \vartheta_{on}^t \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

wobei

$$(16) \quad \vartheta_{on}^t = \frac{4}{n^3 \pi^3}$$

Der Index t kennzeichnet hier die gleichmäßig verteilte Torsion.
Für sinusförmig verteilte Einheitsmomentenangriffe längs eines Kragbalkens (Bild 7)

$$m_{Tn} = 1 \cdot \sin \frac{n\pi x}{a} \quad n=1,3,5 \dots$$

lautet die entsprechende DGL:

$$(17) \quad GJ_t \vartheta''(x) = \sin \frac{n\pi x}{a}, \quad n=1,3,5 \dots$$

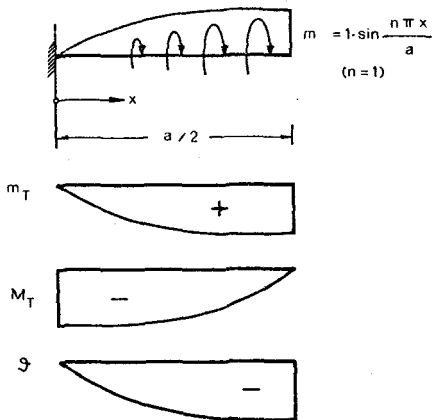


Bild 7

Mit den Randbedingungen (12) erhält man daraus die Lösung:

$$(18) \quad GJ_t \vartheta(x) = -\frac{a^2}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi x}{a}, \quad n=1,3,5 \dots$$

oder in dimensionsloser Form:

$$(19) \quad \frac{GJ_t}{a^2} \vartheta^t(\xi) = \vartheta_n^t \sin \frac{n\pi}{2} \xi, \quad n=1,3,5 \dots$$

wobei

$$(20) \quad \vartheta_n^t = -\frac{1}{n^2 \pi^2}$$

ist.

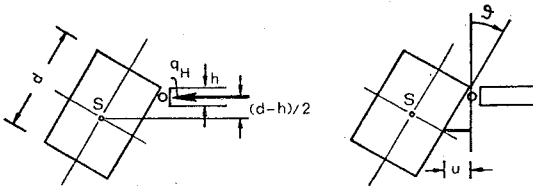


Bild 8

Durch die St.-Venantsche Torsion wird nicht berücksichtigt, daß die Verdrehungen des Randbalkens um den fiktiven Gelenkpunkt B (Bild 3) erzwungen werden, weshalb zu einer Verdrehung ϑ sowohl horizontale als auch vertikale Verschiebungen des Randbalkenschwerpunktes gehören. Vernachlässigt man die um eine Größenordnung kleinere Vertikalkomponente gegen die Horizontalverschiebung, so erhält man bei unendlich dehnsteifer Gurtplatte ein entlastendes Torsionsmoment (vgl. Bild 8):

$$(21) \quad m_{TH}(x) = q_H(x) \frac{d-h}{2}$$

Mit der Beziehung

$$(22) \quad u(x) = \vartheta(x) \frac{d-h}{2}$$

kann man

$$(23) \quad q_H(x) = u^V(x) EJ_H = \vartheta^V(x) EJ_H \frac{d-h}{2}$$

und

$$(24) \quad m_{TH}(x) = \vartheta^V(x) EJ_H \left(\frac{d-h}{2} \right)^2$$

in Abhängigkeit von ϑ ausdrücken.

Ergänzt man die DGL (2) um diesen Anteil (24), so erhält man die folgende modifizierte DGL für Torsion mit Horizontalverschiebung:

$$(25) \quad \vartheta^IV(x) - \left(\frac{2}{d-h} \right)^2 \frac{GJ_t}{EJ_H} \vartheta''(x) = - \left(\frac{2}{d-h} \right)^2 \frac{1}{EJ_H} m_T(x)$$

oder

$$(26) \quad \vartheta^IV - \bar{\alpha}^2 \vartheta'' = - \frac{\bar{\alpha}^2}{GJ_t} m_T$$

wobei

$$(27) \quad \bar{\alpha} = \frac{2}{d-h} \sqrt{\frac{GJ_t}{EJ_H}}$$

Greift ein Einzeltorsionsmoment am Ende eines Kragbalkens an, so gilt die homogene DGL (26)

$$(28) \quad \vartheta^{IV} - \bar{\alpha}^2 \vartheta'' = 0$$

mit der Lösung:

$$(29) \quad \vartheta(x) = A \sinh \bar{\alpha} x + B \cosh \bar{\alpha} x + Cx + D$$

Aus den Randbedingungen (vgl. hierzu Bild 5)

$$(30) \quad \begin{array}{ll} x=0 & \vartheta=0 \\ x=0 & \vartheta'=0 \\ x=a/2 & GJ_t \vartheta' = T \\ x=a/2 & EJ_H \vartheta'' \frac{d-h}{2} = 0 \end{array}$$

erhält man für die einzelnen Konstanten

$$(31) \quad \begin{aligned} A &= \frac{T}{\bar{\alpha} \left(\frac{1}{\cosh \frac{\bar{\alpha} a}{2}} - 1 \right) GJ_t} \\ B &= -A \th \frac{\bar{\alpha} a}{2} \\ C &= -\bar{\alpha} A \\ D &= -B \end{aligned}$$

und damit

$$(32) \quad \frac{2GJ_t}{aT} \vartheta_0^H(\xi) = \frac{1}{\alpha \left(\frac{1}{\cosh \alpha} - 1 \right)} \left[\sinh \xi - \th \alpha \cosh \xi - \alpha \xi + \th \alpha \right]$$

wobei

$$(33) \quad \alpha = \frac{\bar{\alpha} a}{2} = \frac{a}{d-h} \sqrt{6\eta_3}$$

Der Index H in (35) soll dabei das angreifende "Einzeltorsionsmoment" bei gleichzeitiger Berücksichtigung der horizontalen Balkensteifigkeit kennzeichnen.

Mit zunächst noch unbekanntem Koeffizienten ϑ_{0n}^H - die Ermittlung wird in Abschnitt 2.1.4 erörtert - kann (32) auch in der Form

$$(34) \quad \frac{2GJ_t}{aT} \vartheta_0^H(\xi) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \vartheta_{0n}^H \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

dargestellt werden.

Macht man für das gleichmäßig verteilte Torsionsmoment einen Ansatz

von der Form

$$(35) \quad m_T(x) = m_{T0} \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{k\pi} \sin \frac{k\pi x}{a} = m_{T0}$$

so lauten die Partikulärlösungen der DGL (26) für jedes Glied dieser Reihenglieder:

$$(36) \quad \vartheta_{ok}(x) = - \frac{4m_{T0}}{k\pi} \frac{\bar{a}^2}{GJt} \frac{1}{\frac{k^2\pi^2}{a^2} \left(\frac{k^2\pi^2}{a^2} + \bar{a}^2 \right)} \sin \frac{k\pi x}{a}$$

Mit der homogenen Lösung (28) und den Randbedingungen

$$(37) \quad \begin{array}{ll} x = 0 & \vartheta = 0 \\ x = 0 & \vartheta' = 0 \\ x = a/2 & \vartheta' = 0 \\ x = a/2 & EJ_H \vartheta'' \frac{d-h}{2} = 0 \end{array}$$

lassen sich aus der Gesamtlösung folgende Konstanten ermitteln:

$$(38) \quad \begin{aligned} \bar{A}_k &= \frac{GJt}{a^2} A_k = \frac{4m_{T0}}{k\pi} \left\{ \frac{1}{\frac{1}{\text{cha}} - 1} \left[\frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{4 \left(\frac{k^2\pi^2}{4} + a^2 \right)} \text{tha} - \frac{\alpha}{2k\pi \left(\frac{k^2\pi^2}{4} + a^2 \right)} \right] \right\} \\ \bar{B}_k &= \frac{GJt}{a} B_k = - \frac{4m_{T0}}{k\pi} \left[\frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{4 \left(\frac{k^2\pi^2}{4} + a^2 \right)} \frac{1}{\text{cha}} + \bar{A} \text{th}\alpha \right] \\ \bar{C}_k &= \frac{GJt}{a^2} C_k = \frac{4m_{T0}}{k\pi} \left[\frac{\alpha}{2k\pi \left(\frac{k^2\pi^2}{4} + a^2 \right)} - \bar{A} \right] \alpha \\ \bar{D}_k &= \frac{GJt}{a^2} D_k = -\bar{B}_k \end{aligned}$$

Die vollständige Lösung lautet mithin

$$(39) \quad \frac{GJt}{a^2} \vartheta_0^h(\xi) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\bar{A}_k \text{cha}\xi + \bar{B}_k \text{cha}\xi + \bar{C}_k \alpha \xi + \bar{D}_k - \frac{4m_{T0}}{k\pi} \frac{\alpha^2}{k^2\pi^2 \left(\frac{k^2\pi^2}{4} + a^2 \right)} \sin \frac{k\pi}{2} \xi \right]$$

oder, sofern man die Fourier-Koeffizienten entsprechend bestimmt - vgl. Abschnitt 2.1.4 -:

$$(40) \quad \frac{GJt}{a^2} \vartheta_0^h(\xi) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \vartheta_{0n}^h \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

Der Index h soll dabei das gleichmäßig verteilte Torsionsmoment bei Berücksichtigung der H-Steifigkeit kennzeichnen.

Für sinusförmig verteilte Torsionsmomente am Kragbalken

$$m_{Tk} = 1 \cdot \sin \frac{k\pi x}{a}, \quad k = 1, 3, 5, \dots$$

lassen sich alle Gleichungen aus denen des vorangegangenen Abschnitts gewinnen. So erhält man im einzelnen für die Verdrehung aus dem k-ten Sinusglied

$$(41) \quad \frac{GJ_t}{a^2} \vartheta_k^h(\xi) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \vartheta_{nk}^h \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

2.1.3. Biegung der Gurtplatte unter Randmomentenangriff

Die Verdrehung einer Platte ohne Drillsteifigkeit gewinnt man an einem Balkenstreifen mit der Biegesteifigkeit $Eh^3/12$ (Bild 9):

$$(42) \quad \frac{Eh^3}{12} \varphi = \frac{ml}{2}$$

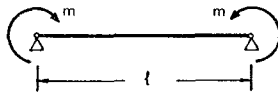


Bild 9

Wirken nun am Rand einer aus "Streifen zusammengesetzten" Platte (Bild 10) mit dem Seitenverhältnis

$$(43) \quad \epsilon = \frac{l}{a/2}$$

sinusförmig verteilte Randmomente

$$m_n = 1 \cdot \sin \frac{n\pi x}{a} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

ein, so betragen die Verdrehungen des Plattenrandes unter jedem Sinusglied

$$(44) \quad \frac{Eh^3}{12a} \varphi_n^s(\xi) = 0,25 \epsilon \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

wobei der Index s den Plattenstreifen kennzeichnet.

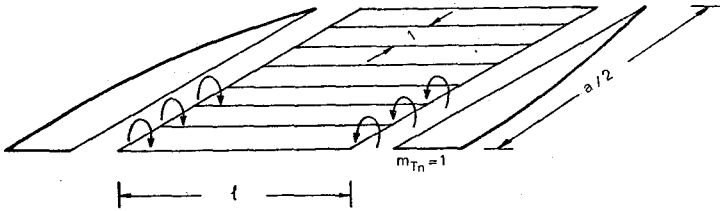


Bild 10

Die Verdrehungen einer drillsteifen, dreiseitig gelagerten Platte nach Bild 11 können, wie in einer vorhergehenden Veröffentlichung der Verfasser [8] gezeigt wurde, ermittelt werden. Unter jedem Glied der Reihe

$$m_k = 1 \cdot \sin \frac{k\pi x}{a}, \quad k=1,3,5\dots$$

entstehen dabei Verdrehungen am gelenkigen Plattenrand, die durch folgende Fourier-Reihe beschrieben werden können:

$$(45) \quad \frac{K}{a} \psi_k^D(\xi) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \varphi_{nk}^D \sin \frac{n\pi}{2} \xi$$

$$K = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{Eh^3}{12}$$

(Der obere Index D bezeichnet die drillsteife Platte.)

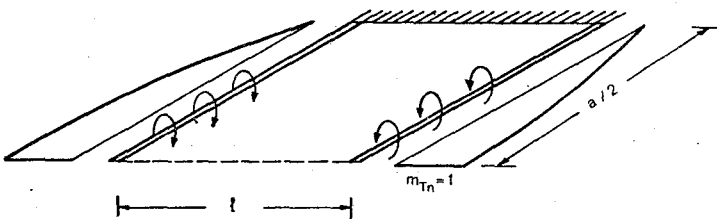


Bild 11

2.1.4. Koppelung beider Systeme

Die maßgebende Gleichung zur Ermittlung der statisch Unbestimmten wurde bereits einleitend formuliert (vgl. Gl. (1), Bild 3). Da die darin enthaltenen Verformungsgrößen in den Abschnitten 2.1.2 und 2.1.3 in Form von Fourier-Reihen dargestellt wurden, führt Gl. (1) auf das folgende, allgemeine System von linearen Gleichungen:

$$(46) \quad \{[B] \cdot [P]\} [m] = [l]$$

wenn [B] und [P] die Verdrehungsmatrizen des Balkens und der Platte aus sinusförmig verteilten Einheitsmomentenangriffen,

[l] den Verdrehungsvektor des Balkens unter äußerer Torsionsbeanspruchung,

[m] die statisch Unbestimmte Torsionsmomente entlang der Gelenkkette

bezeichnen. Alle diese Matrizen und Vektoren enthalten Fourier-Koeffizienten als Elemente, die mit Ausnahme von denen in [m] bereits bekannt sind.

Nachfolgend wird Gl. (46) für die Lastfälle "Einzeltorsionsmoment" und "gleichmäßig verteiltes Torsionsmoment" unter Berücksichtigung verschiedener Eigenschaften von Platte und Balken ausgewertet. Für die Formulierung der einzelnen Gleichungen führt man dazu zweckmäßigerweise folgende Bezeichnungen ein:

a) Unbekannte Schnittkräfte

$$[m_s^T] = \begin{bmatrix} m_{S1}^T \\ \vdots \\ m_{Sn}^T \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{Lastfall: Einzeltorsionsmoment} \\ \text{Balken: ohne H-Steifigkeit} \\ \text{Platte: ohne Drillsteifigkeit} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (T) \\ (S) \end{array} \text{ (Streifen)}$$

(47)

$$[m_D^h] = \begin{bmatrix} m_{D1}^h \\ \vdots \\ m_{Dn}^h \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{Lastfall: gleichmäßig verteiltes} \\ \text{Torsionsmoment} \\ \text{Balken: mit H-Steifigkeit} \\ \text{Platte: mit Drillsteifigkeit} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (h) \\ (D) \end{array}$$

und analog:

$$[m_D^T], [m_S^H], [m_D^H], [m_S^T], [m_D^t], [m_S^h]$$

b) Lastvektoren

Für den Lastfall "Einzeltorsionsmoment":

$$(48) \quad [l^T] = \begin{bmatrix} \vartheta_{01}^T \\ \vdots \\ \vartheta_{on}^T \end{bmatrix}; \quad [l^H] = \begin{bmatrix} \vartheta_{01}^H \\ \vdots \\ \vartheta_{on}^H \end{bmatrix}$$

Für den Lastfall "gleichmäßig verteiltes Torsionsmoment":

$$(49) \quad [l^t] = \begin{bmatrix} \vartheta_{01}^t \\ \vdots \\ \vartheta_{on}^t \end{bmatrix}; \quad [l^h] = \begin{bmatrix} \vartheta_{01}^h \\ \vdots \\ \vartheta_{on}^h \end{bmatrix}$$

c) Verdrehungsmatrizen $[B]$ und $[P]$

$$(50) \quad [B^t] = \begin{bmatrix} \vartheta_1^t & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \vartheta_n^t \end{bmatrix} = \text{diag} \langle \vartheta_1^t \dots \vartheta_n^t \rangle$$

Für den Balken mit Horizontalsteifigkeit ergibt jeder sinusförmig verteilte Einheitsmomentenangriff k

$$m_k = 1 \cdot \sin k\pi x/a$$

jeweils eine Spalte der Verdrehungsmatrix $[B^h]$:

$$(51) \quad [B^h] = \begin{bmatrix} \vartheta_{11}^h & \dots & \vartheta_{1k}^h \\ \vdots & \vartheta_{ji}^h & \vdots \\ \vartheta_{n1}^h & \dots & \vartheta_{nk}^h \end{bmatrix} \quad (n=k)$$

Für den Plattenstreifen:

$$(52) \quad [P^S] = \begin{bmatrix} \varphi_1^S & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \varphi_n^S \end{bmatrix} = \text{diag} \langle \varphi_1^S \dots \varphi_n^S \rangle$$

Für die drillsteife Platte:

$$(53) \quad [P^D] = \begin{bmatrix} \varphi_{11}^D & \dots & \varphi_{1k}^D \\ & \varphi_{ii}^D & \\ \varphi_{n1}^D & & \varphi_{nk}^D \end{bmatrix} \quad (n=k)$$

(Man beachte die Bemerkungen zu Gl. (51)).

Mit Hilfe dieser Definitionen kann Gl. (46) für den Lastfall "Einzeltorsionsmoment" an einer Platte ohne Drillsteifigkeit und einem Balken ohne Horizontalsteifigkeit, wie folgt formuliert werden:

$$\left\{ \frac{a^2}{GJ_t} \{B^I\} + \frac{12a}{Eh^3} \{P^S\} \right\} \{m_S^I\} = \frac{aT}{2GJ_t} \{t^I\}$$

oder

$$(54) \quad \left\{ \{B^I\} + \beta \{P^S\} \right\} \{m_S^I\} = \frac{T}{2a} \{t^I\}$$

wobei

$$(55) \quad \beta = \frac{J_t}{2aJ_p} = 6 \cdot \frac{1}{a/d} \cdot \frac{1}{(a/b)^3} \cdot \frac{1}{(h/d)^3} \cdot \eta_3$$

In analoger Weise erhält man bei den übrigen, jeweils unterschiedlichen Voraussetzungen für Platte und Balken nachstehende Gleichungen für denselben Lastfall:

$$(56) \quad \left\{ \{B^H\} + \beta \{P^S\} \right\} \{m_S^H\} = \frac{T}{2a} \{t^H\}$$

$$(57) \quad \left\{ \{B^I\} + \beta \{P^D\} \right\} \{m_D^I\} = \frac{T}{2a} \{t^I\}$$

$$(58) \quad \left\{ \{B^H\} + \beta \{P^D\} \right\} \{m_D^H\} = \frac{T}{2a} \{t^H\}$$

Für den Lastfall "gleichmäßig verteiltes Torsionsmoment" lauten die entsprechenden Gleichungen:

$$(59) \quad \left\{ \{B^I\} + \beta \{P^S\} \right\} \{m_S^I\} = m_{T0} \{t^I\}$$

$$(60) \quad \left\{ \{B^H\} + \beta \{P^S\} \right\} \{m_S^H\} = m_{T0} \{t^H\}$$

$$(61) \quad \left\{ \{B^I\} + \beta \{P^D\} \right\} \{m_D^I\} = m_{T0} \{t^I\}$$

$$(62) \quad \left\{ \{B^H\} + \beta \{P^D\} \right\} \{m_D^H\} = m_{T0} \{t^H\}$$

2.1.5. Numerische Auswertung und Diskussion der Ergebnisse

Zur Ermittlung der Unbekannten in den Gleichungen (54), (56) - (62) sowie zur Auswertung der Plattenrand- und Balken-Torsionsmomente wurde ein Rechenprogramm erstellt. Im Rahmen dieses Programms wurden auch die in den Abschnitten 2.1.2 und 2.1.3 explizit nicht angegebenen Fourier-Koeffizienten durch numerische Integration ermittelt.

Beide Lastfälle wurden für folgende geometrische Verhältnisse berechnet:

a/d	1,0	5,0	15,0	}	für $\epsilon = 0,5$
d/b	1,0	2,0	6,0		
h/d	0,1	0,2			

Aus den Ergebnissen von je 18 Rechenbeispielen für beide Lastfälle lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

- a) Das grundsätzliche Verhalten des Balkens unter Torsionsbeanspruchung wird durch

$$\alpha = \frac{a}{d-h} \sqrt{\frac{GJ_t}{EJ_H}}$$

bestimmt. Untersucht wurde der Bereich $1,0 < \alpha < 25,0$. Den Verlauf der Balken-Torsionsmomente für verschiedene α -Werte ohne Berücksichtigung der Gurtplatte zeigen die Bilder 12 - 13. Das Differenzmoment $\Delta M_T(\xi)$ zwischen $\alpha = \infty$ und einem beliebigen α wird an der Stelle $\xi = x/(a/2)$ durch horizontale Biegung abgetragen.

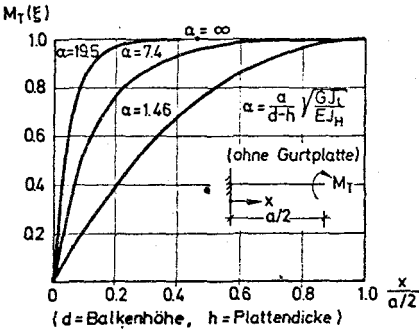


Bild 12

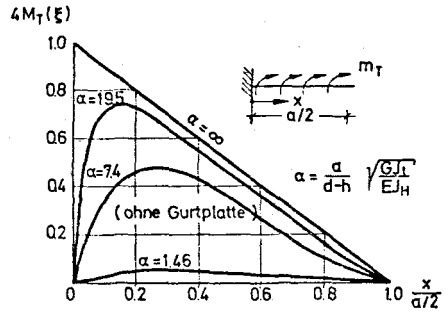


Bild 13

- b) Den Anteil der durch die Gurtplatte abgeleiteten Torsionsmomente bestimmt im wesentlichen die Verhältniszahl

$$\beta = \frac{J_t}{2aJ_p}$$

während die horizontale Biegesteifigkeit - charakterisiert durch α - den Lastanteil der Gurtplatte nur sekundär beeinflusst. Dies zeigen die Bilder 14 - 15, in denen der Verlauf der Balken-Torsionsmomente für verschiedene Werte β bei konstantem α dargestellt ist. Wie man sieht, hängt der Lastanteil der Gurtplatte trotz großer horizontaler Biegesteifigkeit ($\alpha = 7$, vgl. Bild 12, 13) stärker von β ab.

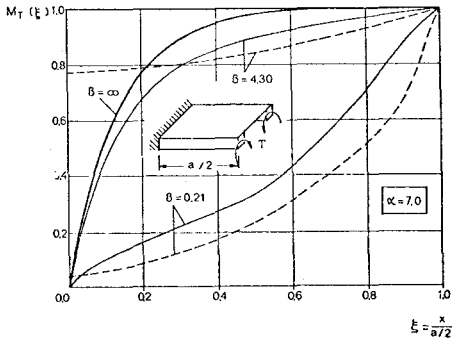


Bild 14

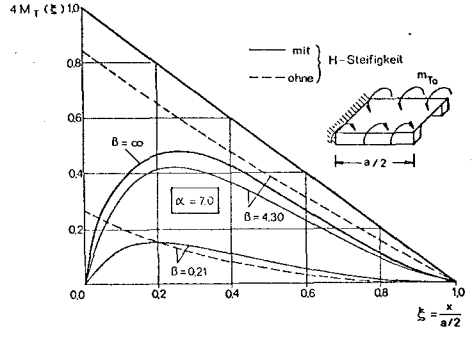


Bild 15

Deshalb wurde in den Bildern 16 - 17 - sie zeigen den am Balkenende ankommenden Anteil der gesamten aufgebracht Torsionsbeanspruchung - nur die Abhängigkeit von β , für $\alpha = \infty$, d. h. ohne H-Steifigkeit dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit

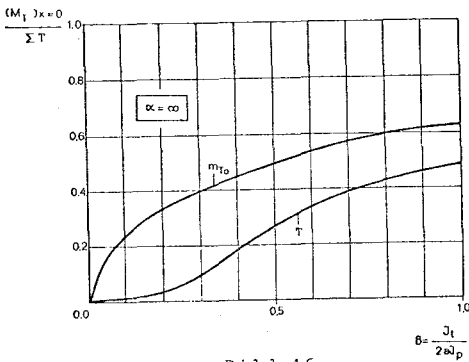


Bild 16

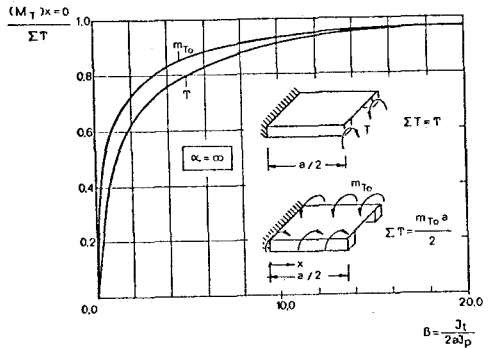


Bild 17

wurden dabei für die Bereiche $\beta < 1,0$ und $\beta > 1,0$ unterschiedliche Maßstäbe gewählt.

Eine nennenswerte Abhängigkeit besteht - wie man sieht - nur zwischen $\beta = 0,01 - 20,0$. Alle dargestellten Kurven beziehen sich auf die drillsteife Platte; die Abweichungen zwischen dem Plattenstreifen und der drillsteifen Platte sind unwesentlich.

- c) Die Randmomente der Gurtplatte hängen im wesentlichen von β , d. h. vom Verhältnis

$$\frac{\text{Torsionssteifigkeit des Balkens}}{\text{Biegesteifigkeit der Platte}}$$

ab. Die vier möglichen Kombinationen für Platte und Balken zeigen zwar systematische, dem Betrage nach jedoch kleine Abweichungen. In den Bildern 18 - 21 sind einige Randmoment-

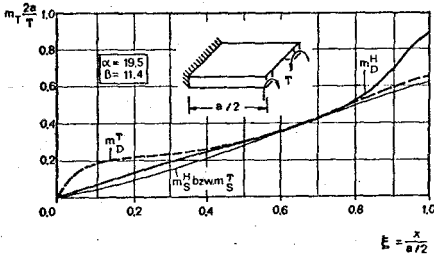


Bild 18

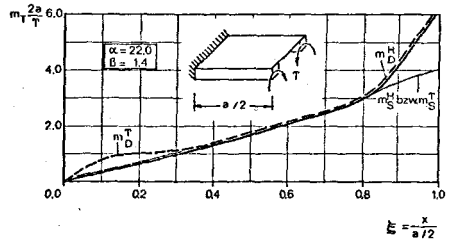


Bild 19

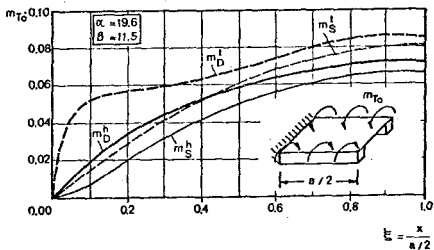


Bild 20

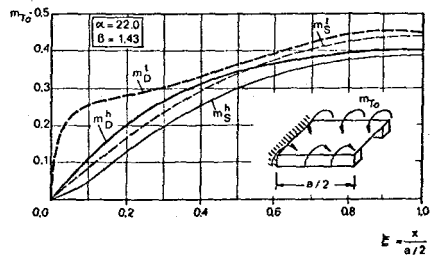


Bild 21

Verteilungen für beide Lastfälle dargestellt. Wie man sieht, erhält man bei Berücksichtigung der Drillsteifigkeit der Platte das jeweils größte Plattenmoment.

Bezüglich der Randmomentenverteilung kann generell festgestellt werden, daß diese beim Einzeltorsionsmoment einen ungefähr dreieckförmigen und beim gleichmäßig verteilten Torsionsmoment einen parabelförmigen Verlauf aufweist. Die auffallend hohen Spitzenwerte im Bereich der Lastenteilung beim Lastfall "Einzeltorsionsmoment" unter Berücksichtigung der Drillsteifigkeit sind nur von theoretischer Bedeutung; sie resultieren aus der Singularität des in Ansatz gebrachten Lastangriffes.

- d) Für baupraktische Belange ist es von Wichtigkeit, den Bereich zu kennen, in welchem - zufolge der horizontalen Biegesteifigkeit der Balken - die St.-Venaintsche Balkentorsion abgebaut wird. Bild 22 zeigt die Länge des infolge Horizontalabiegung gestörten Bereiches in Abhängigkeit von α für $\beta = \infty$. Als "gestört" wird hierbei der Bereich bezeichnet, in welchem die St.-Venaintsche Balkentorsion um mehr als 10 % herabgesetzt wird.

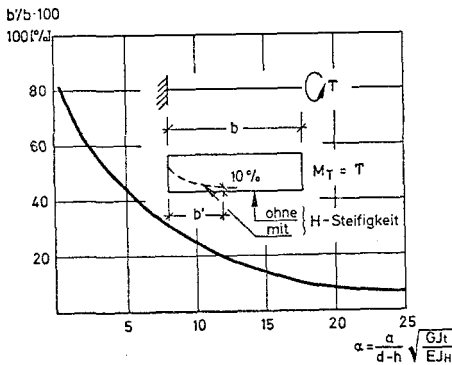


Bild 22

2.2. Methode der finiten Elemente

Für eine allgemeine Beschreibung der gewählten Methode wird auf die einschlägige Literatur [15, 38, 48] verwiesen. Hier soll nur die spezifische Anwendung auf Plattenbalken näher erörtert werden.

2.2.1. Art der Approximation

Bei Verwendung der numerischen Methode "Finiten Elemente" wird das zu berechnende System jeweils in eine endliche Anzahl von beliebig geformten Elementen aufgeteilt, in deren Raster- oder Knotenpunkten bei der Deformationsmethode die Verformungsgrößen aus einem linearen Gleichungssystem ermittelt werden. Die unbekannteren Knotenverformungen $\{\delta\}$ sind in diesen Gleichgewichtsbedingungen über die Steifigkeitsmatrix des Gesamtsystems $[K]$ mit reellen oder fiktiven Knotenkräften $\{b\}$ gekoppelt:

$$(63) \quad [K] \{\delta\} = \{b\}$$

Hierbei stellt $[K]$ die Summe der einzelnen Elementsteifigkeiten dar:

$$(64) \quad [K] = \sum_{i=1}^n [k_i]$$

Je nach der angestrebten Zielsetzung sind mehr oder weniger feine finite Übersetzungen notwendig. Im vorliegenden Fall genügt es, die Stege des Plattenbalkens durch Balkenelemente anzunähern, da besondere Anforderungen bezüglich der Querbiegung bzw. der "Scheibenbeanspruchung" der Stege nicht gestellt werden. Die Gurtplatte wird hingegen als Flächentragwerk mit einer Kombination von Scheiben- und Plattenelementen erfaßt, wobei auf besonders "hochwertige" Elemente auch hier verzichtet werden kann, da Singularitäten u. ä. nicht interessieren.

2.2.2. Elementtypen

Die Steifigkeitsmatrix eines Balkenelements nach Bild 23 resultiert aus der entsprechenden homogenen DGL für Biegung und Torsion des elastischen Balkens; sie ist in allen einschlägigen Lehrbüchern zu finden.

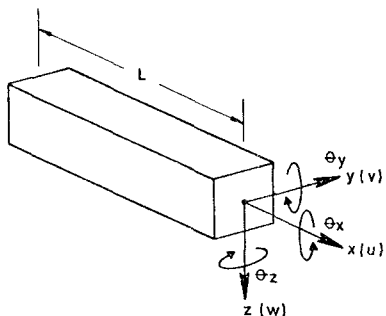


Bild 23

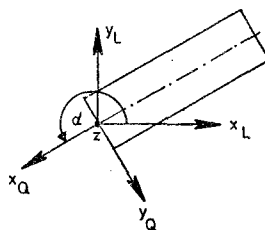


Bild 24

Die Steifigkeit evtl. vorhandener Querträger, die ebenfalls als Balken approximiert werden, transformiert man zweckmäßigerweise auf das Koordinatensystem der Längsträger:

$$(65) \quad [k_{QL}] = [L]^T [k_Q] [L],$$

$$(66) \quad [L] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & | & & \\ -s & c & 0 & | & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & & \\ \hline & & & | & c-s & 0 \\ & 0 & & | & s & c & 0 \\ & & & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

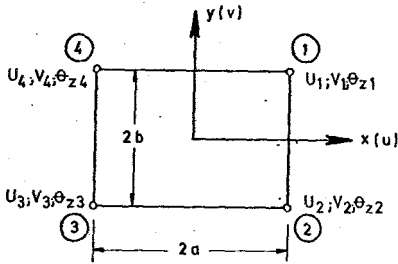
wobei $[k_Q]$ Steifigkeitsmatrix des Querträgererelements in Längsträger-Koordinaten

$[L]$ Transformationsmatrix

c $\cos \alpha$

s $\sin \alpha$ (nach Bild 24)

Zur Erfassung der "Scheibenbeanspruchungen" wurde ein spezielles Element entwickelt, das auch die Rotation der Knotenpunkte um die senkrecht zur Scheibenebene liegende Achse z (θ_z) als Knotenparameter enthält (Bild 25). Der gewählte unvollständige Ansatz wird für beide Verformungen u und v mit und ohne die Glieder in



$$\xi = x/a; \eta = y/b$$

Ansatz:

$$\begin{matrix} 1 \\ x & y \\ (x^2) & xy & y^2 \\ (x^2y) & & xy^2 \end{matrix}$$

$$\theta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

Bild 25

Klammern verwendet; die daraus resultierenden Elementsteifigkeiten werden dann jeweils gemittelt. Hierdurch entsteht ein Scheibenelement mit sehr gutem Konvergenzverhalten, wie dies Bild 26 im Vergleich mit einigen anderen Elementtypen zeigt.

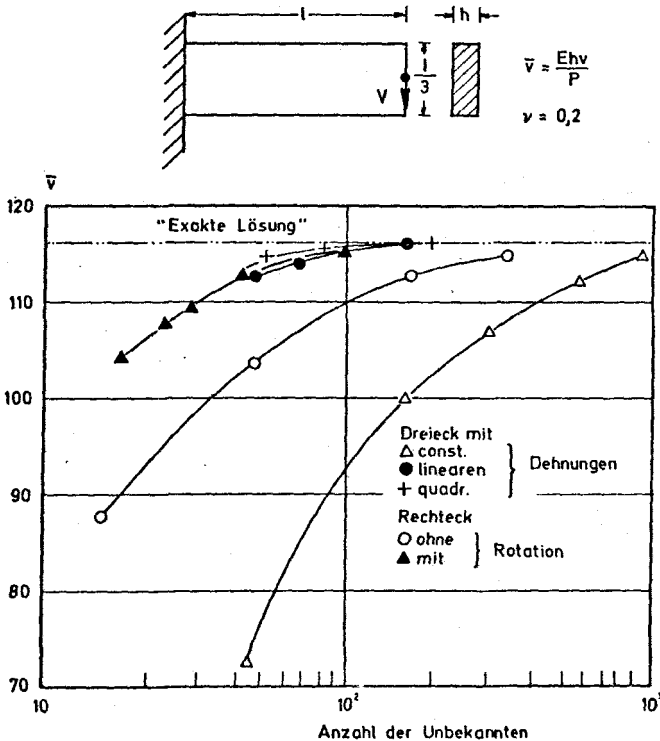


Bild 26

Das gewählte rechteckige Plattenelement mit drei Freiwerten je Knotenpunkt und der zugehörigen unvollständigen Ansatzfunktion ist in Bild 27 dargestellt. Die Elementsteifigkeitsmatrix und charakteristische Eigenschaften des Plattenelementes sind z. B. [48] zu entnehmen.

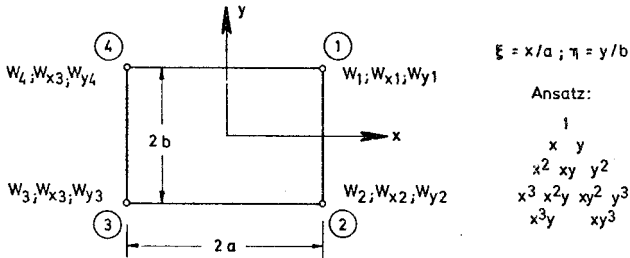


Bild 27

2.2.3. Koppelung der Elemente

Mit Rücksicht auf ein beliebig wählbares Raster für ein orthogonales Plattenbalkensystem (Bild 28) müssen die Steifigkeitsanteile von Scheibe, Platte (Punkt i in Bild 28) und Längsträger (Punkt k in Bild 28) bzw. von evtl. Querträgern (Punkt m in Bild 28) in beliebigen Knotenpunkten addierbar sein. Deshalb sind die Steifigkeits-

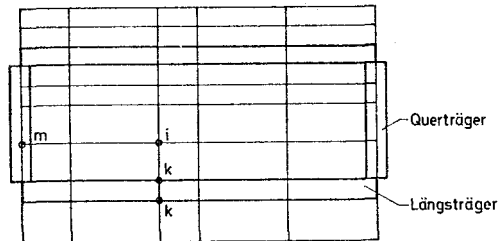


Bild 28

anteile der Flächenelemente (vgl. Bild 29) ebenso wie die exzentrisch angeschlossenen Querträgerelemente auf einen gemeinsamen "Koppelpunkt" - zweckmäßig wählt man den Schwerpunkt des Längsträgers - zu transformieren.

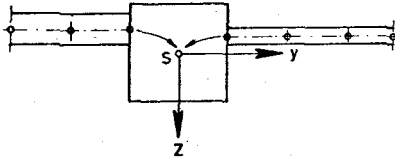


Bild 29

Die Verschiebungsgrößen des Balkenschwerpunktes ($\{\delta_0\}$) werden auf einen beliebigen, in der Querschnittsebene liegenden Punkt A (vgl. Bild 30) wie folgt transformiert:

$$(67) \quad \{\delta_A\} = [T] \{\delta_0\}$$

$$(68) \quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & -e_z & e_y \\ & 1 & e_z \\ & & 1 - e_y \\ \hline 0 & & & 1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

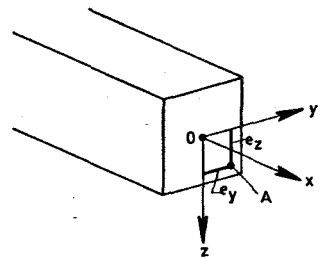


Bild 30

Für ein nach Bild 31 exzentrisch angeschlossenes Querträgerelement erhält man demnach

$$(69) \quad [k_{QL0}] = [T]^T [k_{QA}] [T]$$

wobei $[k_{QL0}]$ die auf den Schwerpunkt des Längsträgers bezogene Steifigkeitsmatrix des Querträgers bezeichnet.

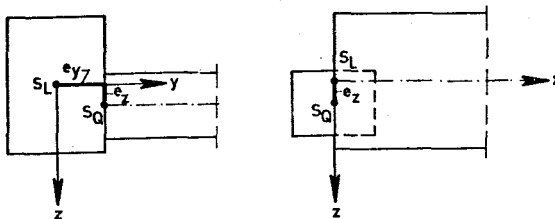


Bild 31

Addiert man in jedem Knotenpunkt eines Flächenelementes die Steifigkeitsanteile aus der Scheiben- und Plattenwirkung, so entstehen im vorliegenden Fall Untermatrizen 6 x 6 mit folgender Reihenfolge der Verschiebungsgrößen

$$u_i, v_i, w_i, w_{xi}, w_{yi}, \theta_z$$

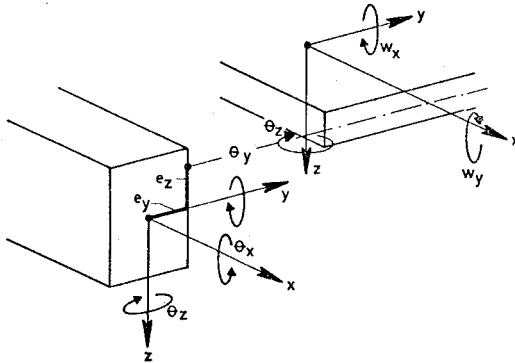


Bild 32

Die Zusammenhänge zwischen den Ableitungen der Plattendurchbiegung und den Balkenverdreungen lauten:

$$(70) \quad \begin{aligned} w_{xi} &= \theta_x & (\text{vgl. Bild 32}). \\ w_{yi} &= -\theta_y \end{aligned}$$

Drückt man den Verschiebungsvektor $\{v\}$ eines Flächenelement-Knotenpunktes durch den des Balkenelementes $\{\delta_A\}$ aus:

$$(71) \quad \{v\} = [A] \{\delta_A\}$$

$$(72) \quad [A] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & 0 & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & 0 & & & -1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

wobei nach (67)

$$\{\delta_A\} = [T] \{\delta_B\}$$

ist, so erhält man folgende Transformationsvorschrift für die Elementsteifigkeit:

$$(73) \quad [k_A] = [G]^T [k] [G]$$

$$(74) \quad [G] = [A][T] = \begin{bmatrix} 1 & \dots & -e_z & \dots & e_y \\ & 1 & \dots & e_z & \dots \\ & & 1 & \dots & -e_y \\ & 0 & & 1 & \dots \\ & & & & -1 & \dots \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

2.2.4. Testergebnisse und Vergleichsrechnungen

Auf dieser Basis wurde ein elektronisches Rechenprogramm erstellt, das in Anhang 2 und 3 näher beschrieben ist. Zum Testen des Programms bieten sich analytisch gewonnene Ergebnisse bzw. Untersuchungen an zuverlässigen Kleinmodellversuchen an.

Für ein System mit willkürlich gewählten Steifigkeitsverhältnissen α und β nach Abschnitt 2.1.5

$$\alpha = \frac{a}{d-h} \sqrt{\frac{GJ_t}{EJ_t}} = 22,0$$

$$\beta = \frac{J_t}{2aJ_p} = 1,40$$

für die bereits analytische Ergebnisse vorliegen, wurde eine Elementeinteilung nach Bild 33 gewählt und unter Ausnutzung der Doppelsymmetrie für symmetrische, in Feldmitte angreifende Einzeltorsionsmomente berechnet. Das statische System, welches den Untersuchungen in Abschnitt 2.1 zugrunde liegt (Bild 2 b), wurde dabei bewußt durch Annahme einer Symmetrieachse anstatt eines freien Randes am Ende des Plattenbalkenabschnitts verändert. In dieser Weise sollte u. a. gezeigt werden, daß die analytischen Ergebnisse auch für einfeldrige Plattenbalkensysteme verwendet werden können.

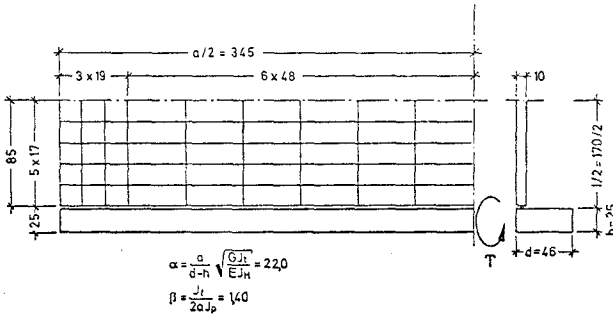


Bild 33

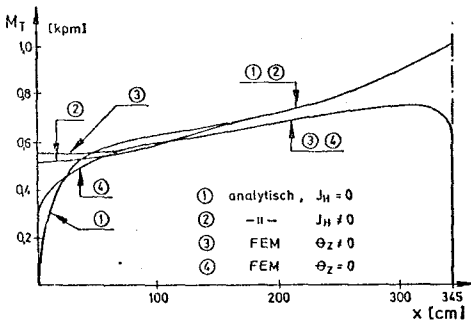


Bild 34

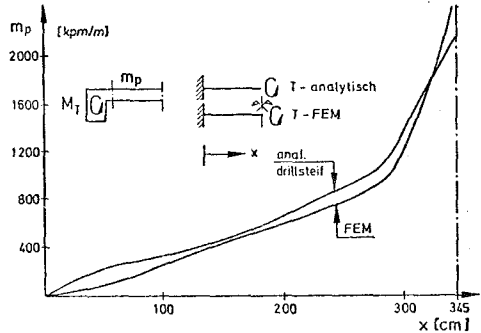


Bild 35

Die wichtigsten Ergebnisse, nämlich Torsion der Randträger und Plattenausschnittmomente entlang der Balkenlänge, sind in den Bildern 34 und 35 den analytisch gewonnenen Kurven gegenübergestellt. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung in beiden Fällen befriedigend. In diesem Zusammenhang muß darauf hingewiesen werden, daß die Horizontaleinspannung des Balkens erst durch den Endquerträger erreicht wird, was durch Nullsetzen der entsprechenden Verdrehung erzielt wird (Bild 33).

Als ein weiteres Beispiel wurden die Modellversuche von Sommerfeld [34] berechnet.

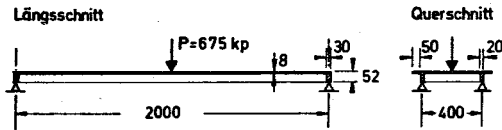
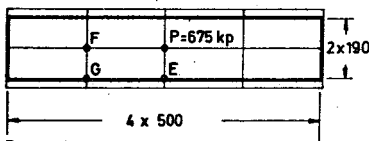


Bild 36

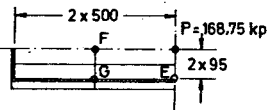
Die Abmessungen und Belastung des aus St 37 hergestellten Modells sind in Bild 36 dargestellt. Die Elementeteilungen für 4 ver-

137 Unbekannte



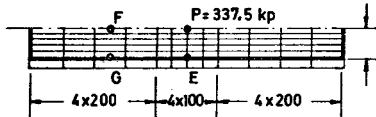
Raster 1

65 Unbekannte



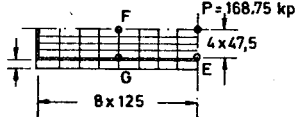
Raster 3

478 Unbekannte



Raster 2

283 Unbekannte



Raster 4

Raster	Punkt E			Punkt F			Punkt G		
	M	R	Δ	M	R	Δ	M	R	Δ
	[m m]			[m m]			[m m]		
1		5,06	+16,5		3,52	+18,2		3,41	16,2
2		4,91	+13,0		3,54	+19,0		3,33	+13,5
	4,34			2,97			2,94		
3		5,06	+16,5		3,53	+18,6		3,42	+16,3
4		4,79	+10,2		3,50	+17,5		3,29	+12,0

M(=) Meßwert ; R(=) Rechenwerte

Bild 37

schiedene Raster zeigt Bild 37. Die Rechen- und Meßwerte der Durchbiegungen in den Punkten E, F und G (vgl. Bild 37) sind in der Tabelle zu Bild 37 zusammengestellt.

Eine weitere Verfeinerung des Rasters ist bei der im Institut vorhandenen Kleinrechenanlage aus numerischen Gründen nicht möglich, da die kurze Wortlänge mit wachsender Anzahl der Unbekannten über eine Grenze von ~ 500 Unbekannten hinaus zu beginnenden Divergenzerscheinungen führt. Eine völlige Übereinstimmung kann wahrscheinlich in keinem Fall erzielt werden, da bei den Modellversuchen von Sommerfeld keine Angaben über die Lagerung des Modells gemacht werden und Nachrechnungen zeigen, daß eine Behinderung der Längsverschieblichkeit an beiden Endquerträgern die Durchbiegungen entscheidend beeinflußt.

In einer Bild 2 b entsprechenden Versuchsanordnung wurden bereits vor längerer Zeit Torsionsversuche an Gipsmodellen im hiesigen Institut durchgeführt (Bild 38), worüber in [20] berichtet wird.

Bild 39 zeigt zwei ausgewählte Querschnitte, die mit dem angegebenen Raster nachgerechnet wurden. Dabei ergab sich (Bild 40) wahrscheinlich wegen der klareren Lagerungsart des voll eingespannten Kragarmes eine wesentlich bessere Übereinstimmung als bei den Modellversuchen von Sommerfeld.

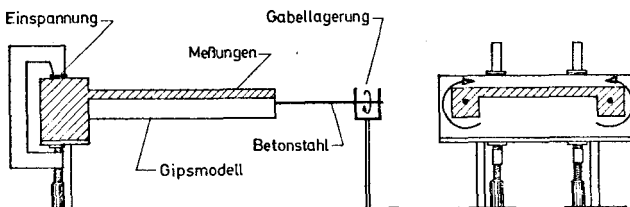
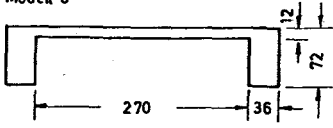


Bild 38

Modell 0



Maße in mm

Modell VI

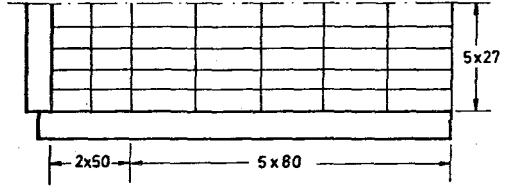
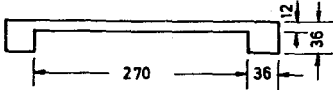


Bild 39

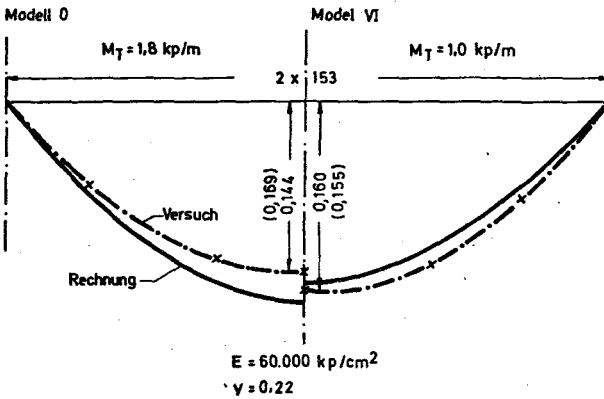


Bild 40

2.3. Zusammenfassung der Rechenergebnisse

Die in den vorangegangenen Abschnitten 2.1 und 2.2 gezeigten Rechenmethoden erlauben es, spezielle Probleme an Platten, die mit tordierten Balkenelementen gekoppelt sind, im elastischen Zustand zu studieren. Dabei ist die leistungsfähige analytische Methode vor allem geeignet, allgemeine Tendenzen in großen Steifigkeitsbereichen festzustellen. Damit war es u. a. möglich, zielsicher Modellabmessungen zu wählen, die im elastischen Zustand ein vorausbestimmtes Tragverhalten zur Folge haben. Die aufwendigere, jedoch zur vollständigen Simulation aller Versuchsdetails geeignetere Methode der finiten Elemente dient der Verallgemeinerung der an einfachen statischen Systemen gewonnenen Ergebnisse. Eine entsprechende systematische Auswertung bleibt einer weiteren, bereits begonnenen Arbeit vorbehalten.

3. Versuche an randversteiften Platten

Der in Abschnitt 1.2 näher erläuterten Zielsetzung entsprechend sollten die Versuche

- im elastischen Zustand eine Bestätigung der Berechnungen,
- im gerissenen Zustand einen Aufschluß über die zu erwartenden Steifigkeitsänderungen bzw. über die infolge dieser Änderungen eintretenden Schnittkraftumlagerungen

ergeben. Zu untersuchen waren dabei sowohl der Anschlußbereich zwischen tordiertem Randträger und einspannendem Querträger als auch die Einleitung eines Einzeltorsionsmomentes in den Randträger an einer Stelle, die nicht unmittelbar durch einen Querträger ausgesteift wird. Während im ersten Fall die zusätzlichen Einflüsse der horizontalen Biegesteifigkeit der Randträger mit zu erfassen waren, bestand die Aufgabe im zweiten Fall in der Beobachtung des Zusammenwirkens von Platte und tordiertem Randträger. In beiden Fällen sollte dabei auf eine kombinierte Randträgerbeanspruchung, wie eingangs erläutert, verzichtet werden.

3.1. Symmetrische Torsionsbeanspruchung in einem durch Querträger ausgesteiften Auflagerbereich

Zum Studium der Auswirkungen von Torsions- und Horizontalein-
spannung am Ende eines torsionsbeanspruchten Randträgers wurde
eine den bereits erwähnten Kleinmodellversuchen nach Bild 38
ähnliche Versuchsanordnung - allerdings mit der Möglichkeit
einer trapezförmig verteilten äußeren Momentenbeanspruchung -
gewählt. Die Festlegung der geometrischen Abmessungen erfolgte
unter Berücksichtigung einer ausführbaren Minimalabmessung der
Gurtplatte von 6 cm sowie von Balkenabmessungen, die noch eine
nennenswerte Horizontal-Biegesteifigkeit garantierten.

Durchgeführt wurden zwei Versuche an Körpern gleicher Abmessungen.

3.1.1. Versuchskörper

Beide Versuchskörper wurden mit den in Bild 41 angegebenen Ab-
messungen - $\alpha = 13,6$ und $\beta = 6,3$ - in glatter Betoplan-Schalung
hergestellt. Die Vouten am Ende der Längsträger sollten dabei
die Torsionstragfähigkeit im Einleitungsbereich der Einzeltor-
sionsmomente erhöhen. Die im Detail "A" dargestellten Sockel
dienten einem ähnlichen Zweck, nämlich der Krafteinleitung an
den Zwischenlagerungen, der die 6 cm dicke Gurtplatte in diesem
Bereich nicht ohne Schaden standgehalten hätte.

Die Bewehrung der Versuchskörper ist in Bild 42 dargestellt. Den
fertigen Bewehrungskorb sowie weitere Einzelheiten an beiden Bal-
kenenden zeigen die Bilder 43 - 45.

Die Gesamtbewehrung ist nur für den im Versuch vorgesehenen Be-
anspruchungszustand ausgelegt, nicht jedoch für weitere, üblicher-
weise bei Plattenbalken auftretende Belastungen. So wurde z. B.
keine Biegebewehrung in den Randbalken und keine Feldbewehrung

für positive Momente im mittleren Bereich der Gurtplatte angeordnet, da Beanspruchungen dieser Art im Versuch ausgeschlossen wurden.

Der Bewehrungsgehalt der Randbalken für Torsion entspricht dem Versuchsbalken VS 8 der Stuttgarter Torsionsversuche (vgl. Versuchsbericht des Otto Graf-Instituts, 1967). Anstatt der dort vorhandenen Bügel $\varnothing 14$, $e = 20$ cm wurde jedoch bei den vorliegenden Versuchen $\varnothing 10$, $e = 10$ cm gewählt.

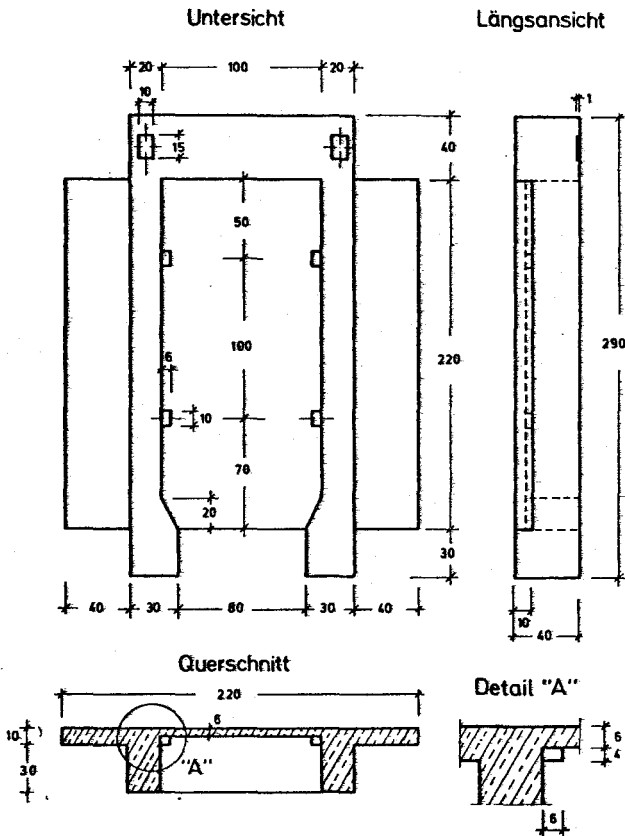


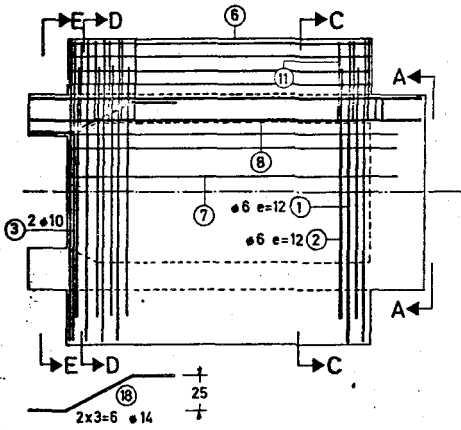
Bild 41

Obere Lage

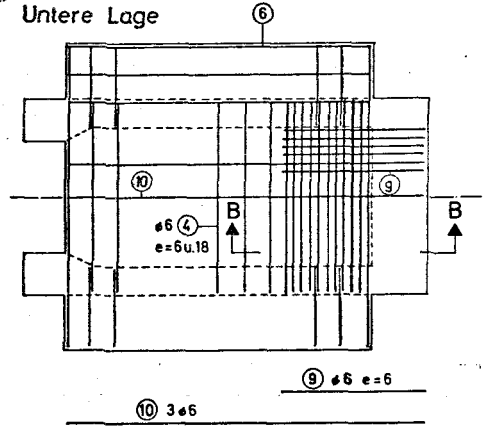
⑧ 2x6 = 12 ϕ 14 (Balken)

⑥ 2x4 (oben) + 2x3 (unten) = 14 ϕ 6 (Kragplatte)

⑦ 6 ϕ 6

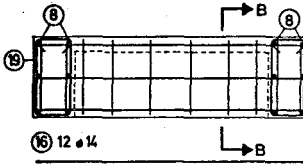
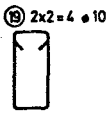


Untere Lage

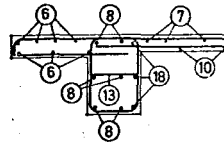


Ansicht A-A

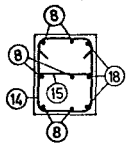
(Querträger)



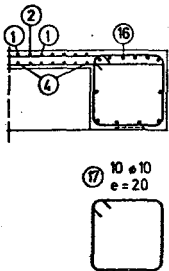
Schnitt D-D



Schnitt E-E

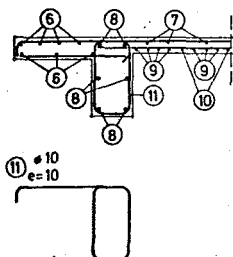


Schnitt B-B

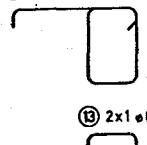


Schnitt C-C

(Nörmalbereich)



⑫ 2x1 ϕ 10



⑭ ϕ 10 e=5

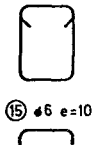


Bild 42

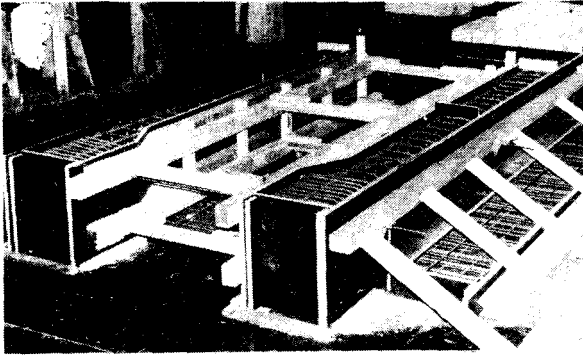


Bild 43

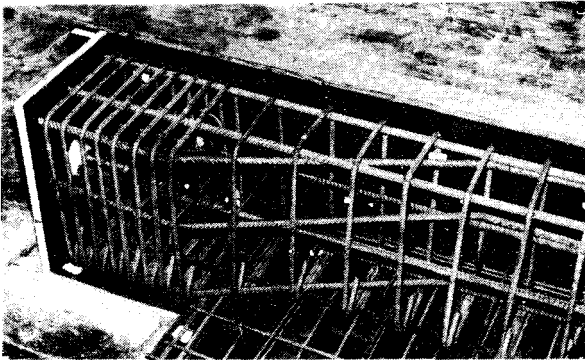


Bild 44

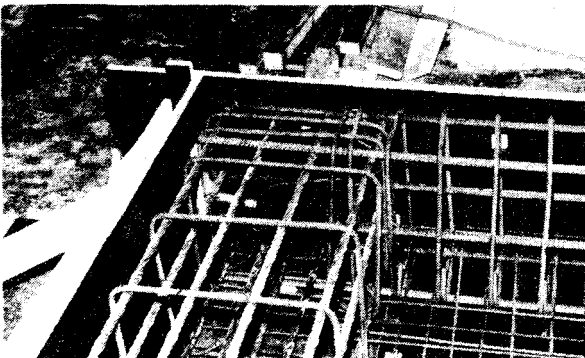


Bild 45

Für die Versuchskörper wurde eine Beton-Nennfestigkeit B_n 250 angestrebt. Der Zementgehalt betrug 290 kg/m^3 (PZ 350 F, Teuntonia) bei einem Wasserzementfaktor von $w/z = 0,7$.

Das Größtkorn des Zuschlagstoffes wurde mit Rücksicht auf die Kleinstabmessung der Versuchskörper von 6 cm auf 15 mm begrenzt.

Zur Ermittlung der Festigkeitseigenschaften des Betons wurden Würfel, Biegezugkörper und Prismen gemeinsam mit den Versuchskörpern hergestellt. Ein Teil dieser Probekörper wurde nach den Empfehlungen in DIN 1048, ein anderer Teil wie der Versuchskörper gelagert. Die Prüfung erfolgte im Alter von 28 Tagen bzw. unmittelbar vor der Versuchsdurchführung.

Die Ergebnisse der Festigkeitsuntersuchungen an Beton und Stahl sind im Anhang 1 zusammengestellt.

3.1.2. Versuchseinrichtung

Wie eingangs erörtert, wurde eine Belastungskonstruktion angestrebt, welche die Einleitung sowohl von Einzeltorsionsmomenten an beiden Balkenenden als auch von gleichmäßig verteilten Torsionsmomenten entlang der Balkenachse gleichzeitig ermöglicht. Biege- und Querkraftbeanspruchung sollten nach Möglichkeit vermieden werden.

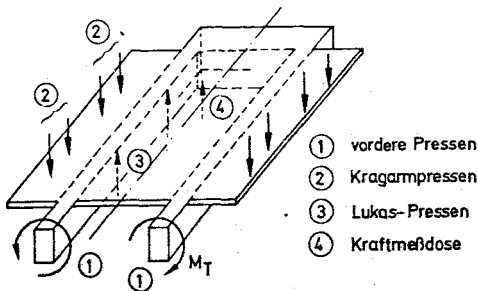
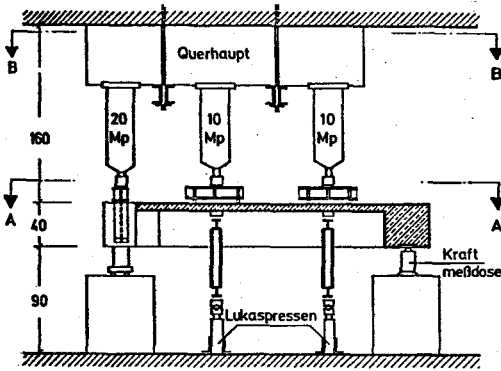


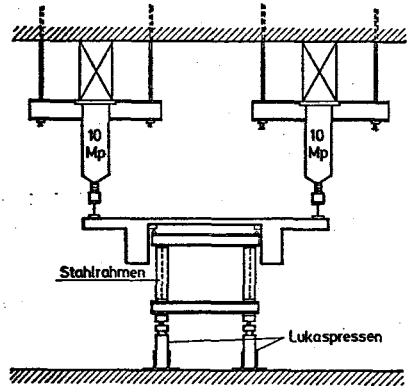
Bild 46

Eine entsprechende Versuchseinrichtung zeigt schematisch Bild 46; Einzelheiten sind Bild 47 zu entnehmen.

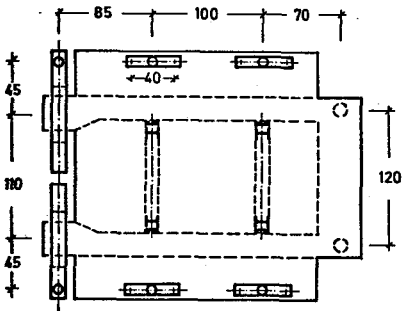
Längsschnitt



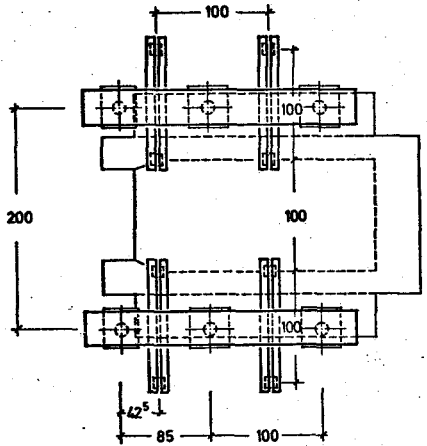
Querschnitt



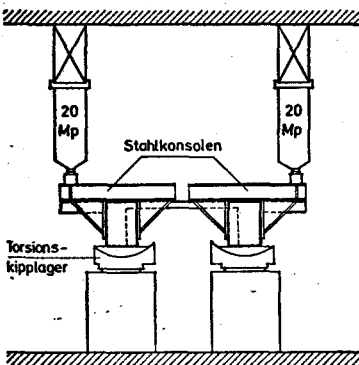
Schnitt A-A



Schnitt B-B



Vorderansicht



Ansicht / Querträger

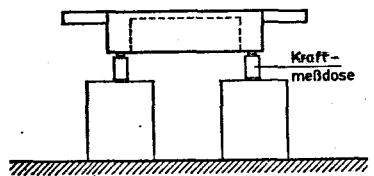


Bild 47

Einzel-torsionsmomente wurden dabei durch eine exzentrische Belastung mit Hilfe von Stahlkonsolen und zwei 20 Mp-Pressen erzeugt. Die im Lastquerschnitt angeordneten Torsionskipplager gewährleisteten eine querkräftfreie Torsionsbeanspruchung. Der Radius beider Torsionslager entsprach dem ungefähren Drehmittelpunkt der "Plattenbalken-Längsträger" in Höhe der Plattenmittelfläche.

Die gleichmäßig verteilten Torsionsmomente wurden durch Belastung der Plattenkragarme mit je zwei 10 Mp-Pressen erzielt. Zur Kraftverteilung wurden unter jeder Presse kurze Stahlträger mit einem Auflagerabstand von 40 cm angeordnet. Der Hebelarm der Einzelkräfte am Kragarm, bezogen auf die Längsträgerachse, betrug 40 cm. Um auch hier Biege- und Querkraftbeanspruchungen zu vermeiden, wurden in belasteten Querschnitten Stahlrahmen als Auflagerkonstruktionen ausgebildet. Diese in Querrichtung nicht ausgesteiften Rahmen wurden auf einzelsteuerbaren Lukas-Pressen gelagert, die die Vorgabe definierter Auflagerkräfte gestatteten.

Zur Kontrolle der Endauflagerkräfte wurde das Modell im Schnittpunkt von Längs- und Querträgerachse durch Kraftmeßdosen des Typs Hottinger C - 1 gestützt. Um örtliche Überbeanspruchungen zu vermeiden, waren zweischichtige Neopren-Lager (10 x 10 cm) zwischen Kraftmeßdose und Querträger angeordnet.

Einen Überblick über die Belastungskonstruktion vermitteln die Bilder 48 und 49. Hier sind u. a. zusätzliche Aussteifungen zu erkennen, die Verschiebungen des Systems bei ungewollter Schiefstellung der Pressen verhindern sollten.

Bei beiden Versuchen wurden neben Beton- und Stahldehnungen die Verschiebungen der Längsträger senkrecht zur Längsachse des Modells gemessen. Die Anordnung der Betonmeßstellen ist in Bild 50 dargestellt. Verwendet wurden 6 cm lange Hottinger Dehnmeßstreifen. Bei Versuch Nr. 2 wurden außerdem an zwei Stellen im Bereich des

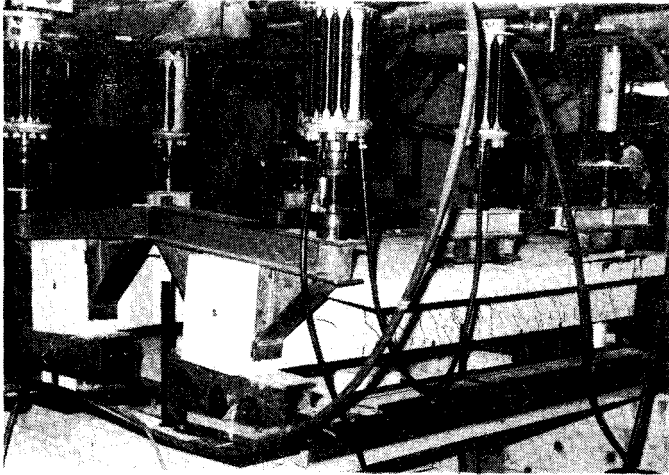


Bild 48

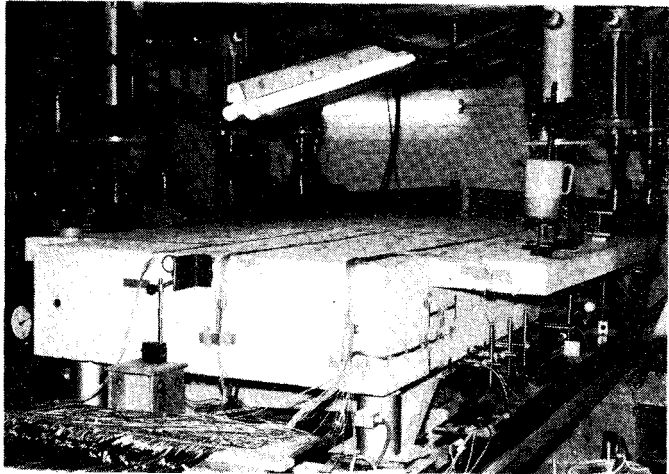


Bild 49

Anordnung der Dehnmeßstellen

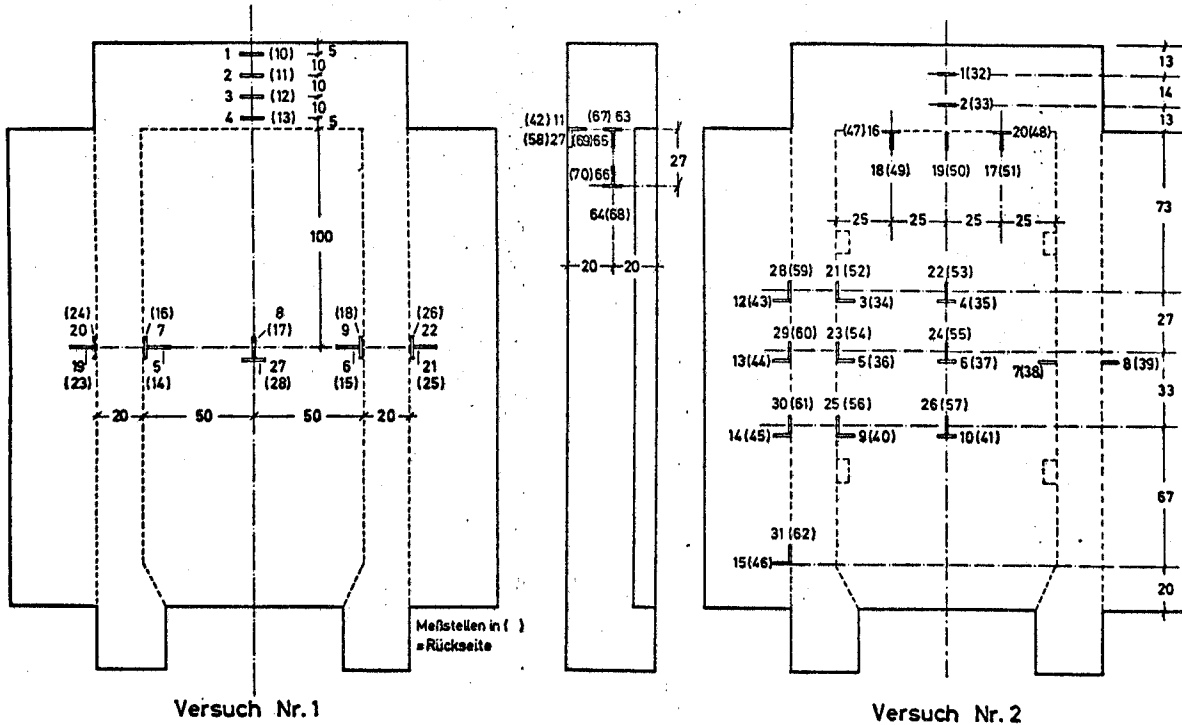
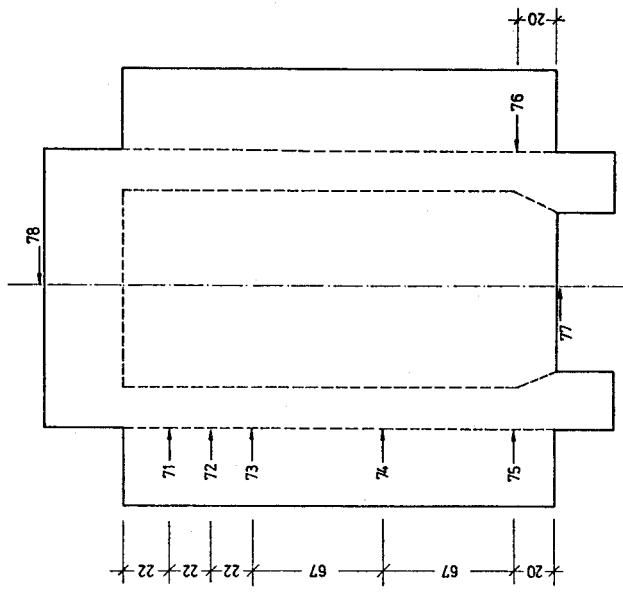


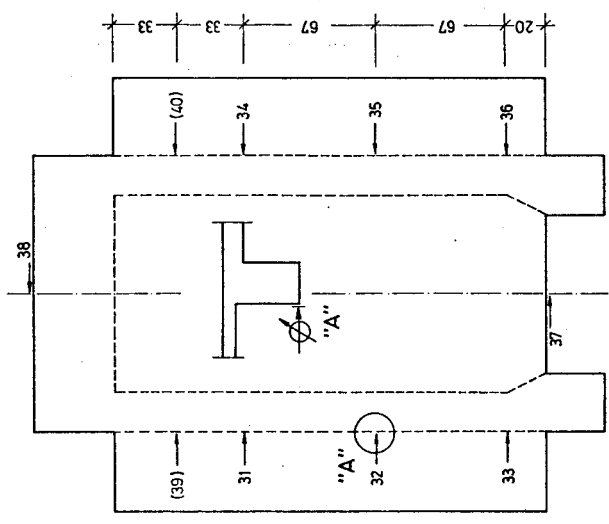
Bild 50

- 18 -

Meßstellen für Verschiebungen



Versuch Nr.2



Versuch Nr.1

Bild 51

maximalen Torsionsmomentes die Stahldehnungen der Längsstäbe mit Setzdehnungsmessern von 10 cm Meßlänge erfaßt. Die Anordnung dieser Meßstellen ist aus Bild 52 zu ersehen.

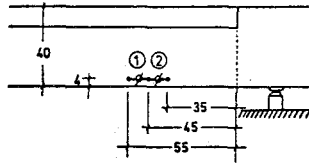


Bild 52

Bild 51 zeigt die Anordnung und das Prinzip der Verschiebungsmessungen zur Ermittlung der Balkenverdrehungen. Die beiden Meßstellen an den Stirnflächen des Modells dienten zur Ermittlung der Starrkörper-Rotationen, da ein Tastversuch gezeigt hatte, daß bei der vorgesehenen Lagerung geringe Bewegungen des ganzen Versuchskörpers nicht ausgeschlossen werden konnten. Die Verschiebungen wurden mit Hilfe von induktiven Weggebern und Meßuhren registriert, die eine Meßgenauigkeit von 1/100 und 1/1000 mm erlaubten.

Das Ablesen der elektrischen Meßstellen erfolgte über eine automatische Meßanlage mit einer Schrittgeschwindigkeit von $\sim 1,5$ sec. je Meßstelle.

3.1.3. Durchführung der Versuche

Der erste Versuch erstreckte sich über mehrere Tage, da sich eine Erprobung von Versuchs- und Meßeinrichtung als notwendig erwies. Versuch Nr. 2 wurde dagegen innerhalb eines Tages durchgeführt.

Für die Wahl der Belastungsfolge waren mehrere Gesichtspunkte maßgebend:

Wegen der vorherberechneten hohen Plattenmomente infolge von Einzeltorsionsmomenten, die eine vorzeitige Rißbildung an der Innenkante der Randbalken im Bereich des freien Plattenrandes verursacht hätten, wurden in den ersten Laststufen zunächst gleichmäßig verteilte Torsionsmomente aufgebracht.

Um eine Nachstellung der Lukaspressen unter den Rahmen in hinreichend kleinen zeitlichen Abständen vornehmen zu können, mußten die einzelnen Laststufen vor dem Auftreten der ersten Risse kleingehalten werden, was u. a. eine große Anzahl von Meßwerten in dem am meisten interessierenden Bereich ergab.

Eine simultane Steuerung der belastenden Kragarmpressen und entlastenden Lukaspressen war nicht möglich, da vor einer Veränderung der Kraft in den Lukaspressen zuerst die Wirkung der neu aufgetragenen Belastung festgestellt werden mußte.

Im einzelnen ergab sich daraus folgender Ablauf einer Belastungsstufe:

- a) Erhöhung der Last;
- b) Ablesen der Lukas-Pressen;
- c) Ablesen der Kraftmeßdosen;
- d) Ablesen aller elektronisch erfaßten Meßstellen;
- e) Korrektur der Lukas-Pressen in Abhängigkeit von der Lastzunahme an den Kraftmeßdosen;
- f) Ablesen aller Meßstellen;
- g) Beobachtung der Rißbildung;
- h) Wiederholung aller Messungen.

Die Lukas-Pressen wurden dabei auf Grund der Vorberechnungen auf jeweils 50 - 70 % der über den Kragarm eingeleiteten Querkraft eingestellt. Eine größere Genauigkeit bei der Steuerung dieser "unterstützenden" Pressen konnte vor allem bei Lasten in unmittelbarer Nähe des Bruchzustandes mit rasch zunehmenden Verformungen nicht erreicht werden.

Bei der Einleitung von Einzeltorsionsmomenten über die Pressen am Ende der Längsträger konnte auf die Vorgänge b - e verzichtet werden, da hieraus keine Querkraftbeanspruchung resultiert. Eine gemeinsame Laststeigerung aller Pressen erfolgte erst kurz vor dem Bruchzustand, wobei die Meßstellen nicht mehr abgelesen wurden.

Einen Überblick über die jeweiligen "Belastungsgeschichten" der einzelnen Versuchskörper geben die Bilder 53 und 54. Weitere, ähnlich aufgebaute Bilder für den Versuch Nr. 1 finden sich in Anhang 1. Das eine Diagramm dieser Bilder gibt dabei die jeweilige Last an allen Pressen und Kraftmeßdosen wieder, das andere die Summe aller in den Randbalken eingeleiteten äußeren Torsionsmomente M_{T_0} .

Den Versuchsablauf im einzelnen schildert die folgende, kurze Beschreibung:

Versuch Nr. 1:

Die Belastungszyklen 1 - 4 (vgl. Anhang 1) dienten vor allem der Erprobung der Meß- und Steuereinrichtungen. Während dieser Testläufe wurde u. a. die Unzulässigkeit der ursprünglich nur an beiden Randbalken vorgesehenen Verschiebungs-Meßeinrichtung festgestellt, die bei den folgenden Zyklen dann durch Meßuhren an beiden Stirnflächen des Modells ergänzt wurde. Alle diese vorbereitenden Versuche 1 - 6 erfolgten bei Belastungen, die weit unterhalb der Reißgrenze lagen.

Die eigentliche Belastung begann mit Zyklus 7, in welchem das Reißmoment - $M_{T_0} = 2,15 \text{ Mpm}$ - erstmals geringfügig überschritten wurde. Risse traten im Randbalken nahe der Einspannung in dem Endquerträger und gleichzeitig in der Platte, ausgehend vom freien Rand an der Balkeninnenkante, symmetrisch zur Mittelachse des Modells an beiden Seiten des Versuchskörpers auf. Beide Bereiche entsprechen ungefähr den späteren Bruchstellen.

Versuch Nr 1, Zyklus 8

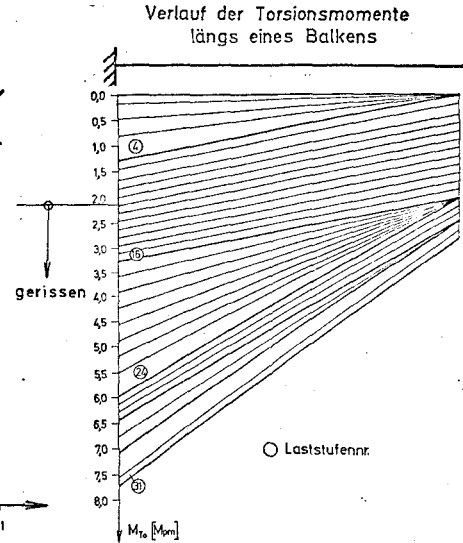
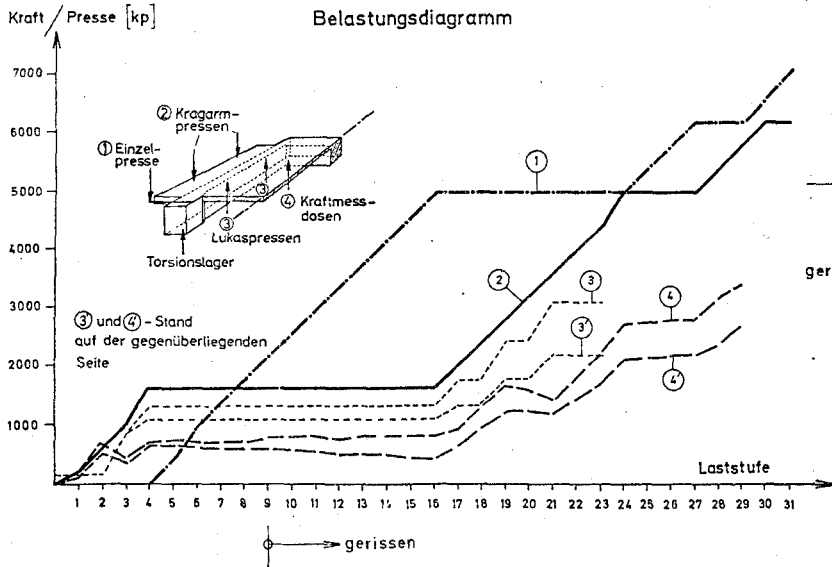


Bild 53

Versuch Nr 2

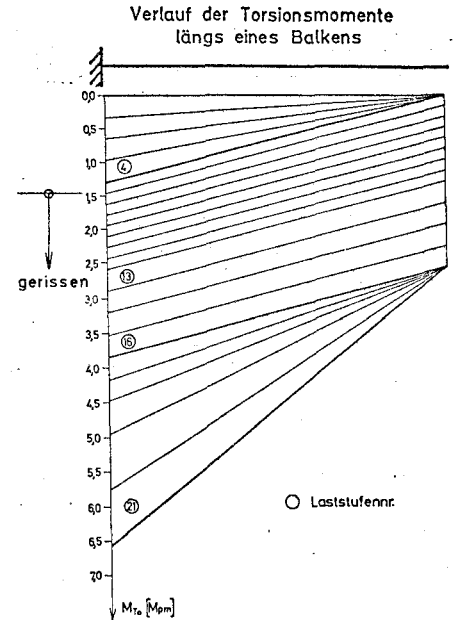
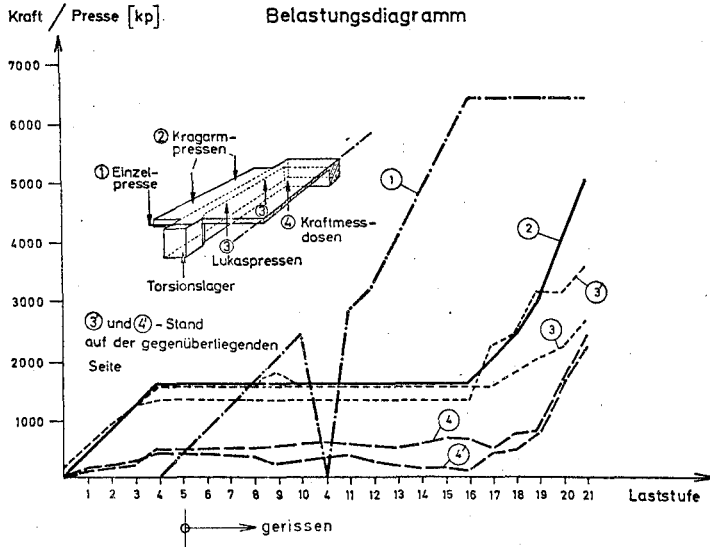


Bild 54

Die Belastung des ersten Versuchskörpers bis in unmittelbarer Nähe des Bruchmomentes erfolgte in einem neuen Zyklus 8 (vgl. Bild 53). Das Reißmoment - entsprechend Laststufe 16 in Zyklus 7 - war in Zyklus 8 bei Laststufe 9 erreicht. Die bei der darauf folgenden Laststeigerung gemessenen Reißweiten sind im Anhang 1 zusammengestellt.

Mit Rücksicht auf den zu erwartenden Bruch wurden diese Beobachtungen bei Laststufe 23 eingestellt und die Manometer der Lukas-Pressen abgebaut. Dies erklärt das vorzeitige Ende der durch 3 gekennzeichneten Linien im Belastungsdiagramm. Bei Laststufe 31 mußte schließlich wegen der aufgetretenen großen Deformation von einer Weiterbelastung abgesehen werden. Der Bruch konnte erst am darauffolgenden Versuchstag nach Sicherung der Pressen - ohne Meßeinrichtung - herbeigeführt werden. Er erfolgte unmittelbar über der vorangegangenen Laststufe 31 bei einer Belastung von

6,2 Mp je Kragarmpresse,
7,5 Mp je Einzelpresse,

d. h. bei einem Torsionsmoment von $M_{TBruch} = 8,0 \text{ Mpm/je Balken}$.

Die Reißverteilungen an der Plattenoberfläche und an beiden Randbalken-Außenseiten gibt Bild 55 wieder, die Plattenunterseite sowie den "Bruchriß" im Randbalken zeigen die Bilder 56 und 57. Das Versagen der Gurtplatte (Bild 56) trat erst ein, als sich der in Bild 57 wiedergegebene Riß im Randbalken bereits weit geöffnet hatte.

Versuch Nr. 2:

In Anbetracht der am Versuch Nr. 1 gesammelten Erfahrungen konnte im zweiten Versuch eine Laststeigerung ohne Unterbrechungen angestrebt werden. Da Reiß- und Bruchlasten ungefähr in derselben Größenordnung zu erwarten waren, wurden nunmehr größere Laststufen gewählt.

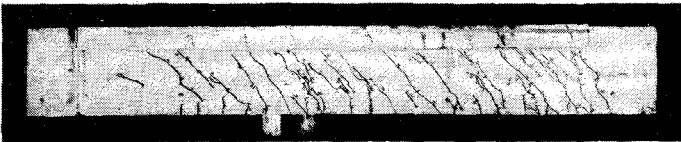
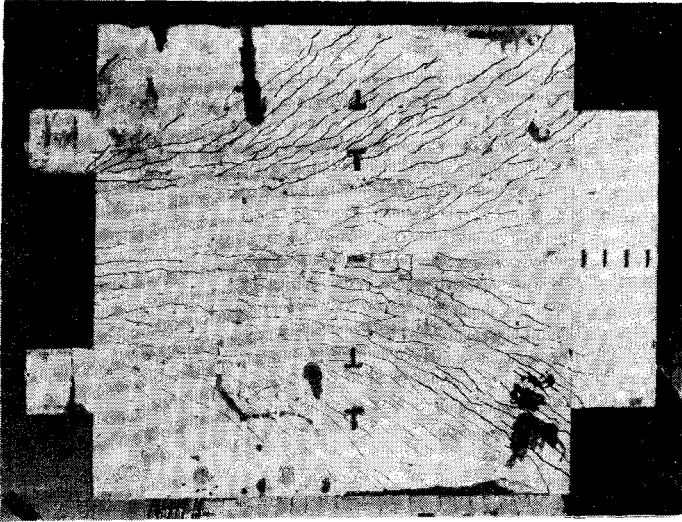


Bild 55

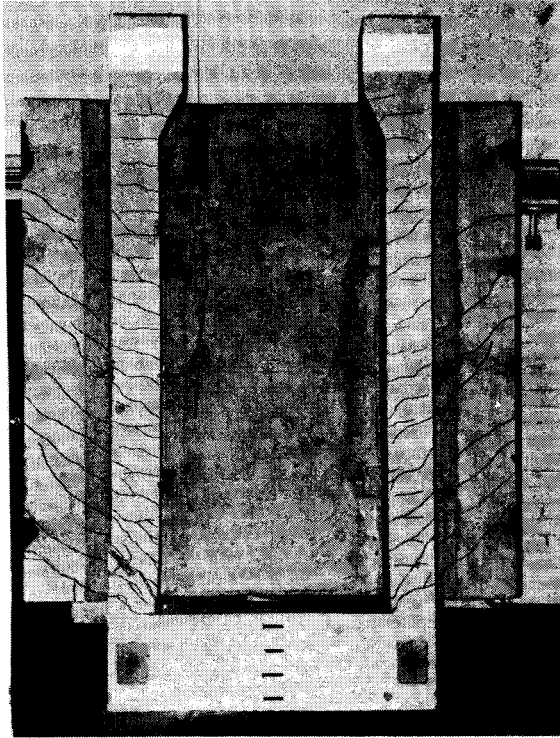


Bild 56

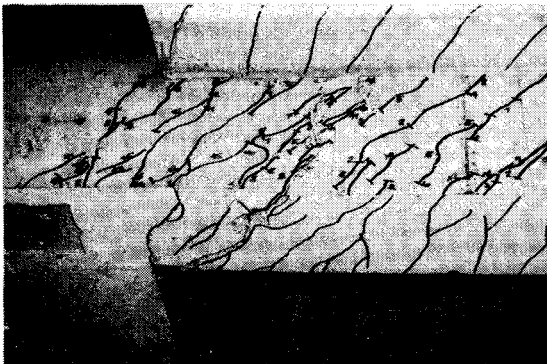


Bild 57

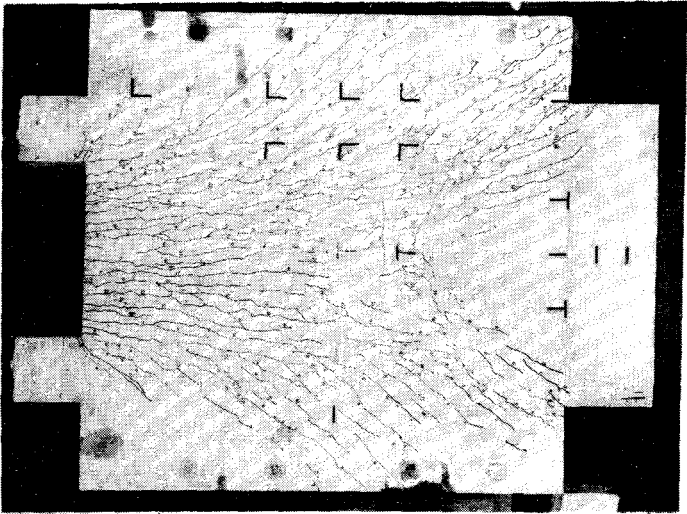
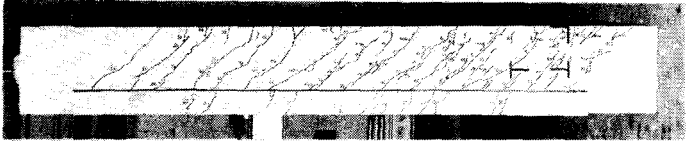


Bild 58

Das Belastungsdiagramm und die zugehörigen Lasttorsionsmomente sind aus Bild 54 zu ersehen. Der erste Riß war bereits in der 5. Laststufe bei $M_{TO} = 1,5$ Mp zu erkennen; stärkere schräg verlaufende Risse waren erst in der 9. Laststufe zu beobachten. Zu diesem Zeitpunkt begann auch die Rißbildung in der Gurtplatte. Eine Zusammenstellung der gemessenen Rißweiten findet sich in Anhang 1. Nach Erreichen der 10. Laststufe mußte kurzfristig eine Entlastung der vorderen Pressen wegen Schiefstellung der Belastungskonstruktion durchgeführt werden. Dieser Zustand zwischen den Laststufen 10 und 11 ist mit 4 bezeichnet (vgl. Bild 54), da er von der Belastung her - die Kragarmpressen mußten nicht entlastet werden - der ursprünglichen Laststufe 4 entspricht.

Messungen der Stahldehnungen im Bereich der zu erwartenden maximalen Torsionsbeanspruchungen erlaubten bei diesem Versuch eine zutreffendere Voraussage der Bruchbelastung. In der 17. Laststufe wurden die Meßeinrichtungen abgebaut; die stufenweise Belastung wurde nach Erreichen der 21. Laststufe bei ~ 4800 kp/cm² Stahlspannung eingestellt. Anschließend ($M_{TO} \geq 6,6$ Mpm) wurde die Last stufenlos bis zum Bruch - $M_{TO} = 7,6$ Mpm je Randbalken - gesteigert. Bestimmend für die Höchstlast war wie bei Versuch Nr. 1 das Versagen der Randbalken.

Die Rißverteilungen an der Plattenoberfläche und den Randbalkenaußenseiten zeigt Bild 58. Ein Vergleich der in beiden Versuchen beobachteten Rißbildungen ergibt eine nahezu vollständige Übereinstimmung.

Alle Meßergebnisse finden sich in Anhang 1, eine zusammenfassende Auswertung erfolgt in Abschnitt 4.

3.2. Einseitige Torsionsbeanspruchung am Randbalken eines Deckenfeldes

Bei der Auswahl eines geeigneten Versuchskörpers wurde angestrebt, häufig vorkommende Fälle von Torsionsbeanspruchung, wie sie im Hochbau auftreten, zu erfassen. Diese sind gekennzeichnet durch "Verträglichkeits-Torsion" (Bild 59) bzw. "Gleichgewichts-Torsion" (z. B. Kragarm).

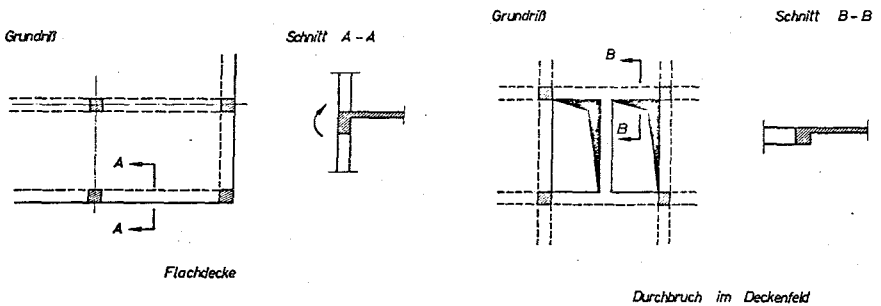


Bild 59

3.2.1. Versuchskörper

Für Versuch Nr. 3 wurde ein nicht ausgesteiftes, kassettenförmiges Deckenfeld nach Bild 60 gewählt. Die Festlegung der Modellabmessungen erfolgte aufgrund der an Versuch Nr. 1 und 2 gewonnenen Erfahrungen, sowie unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Pressenkapazität.

Der in Feldmitte des zu belastenden Randbalkens aufgesetzte "Stummel" diente der Einleitung eines Einzeltorsionsmomentes.

Die Bewehrung des Versuchskörpers ist in Bild 61 dargestellt. Einen Überblick über die fertige Bewehrung gibt Bild 63.

Alle maßgebenden Querschnitte wurden auf Grund einer Vorberechnung nach 2.2 bemessen. Ähnlich wie bei allen bisherigen Unter-

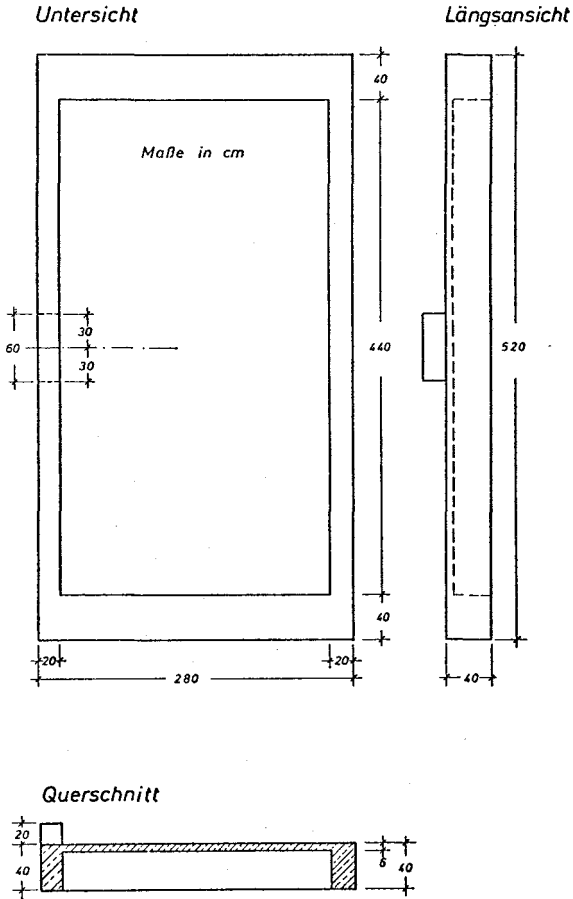


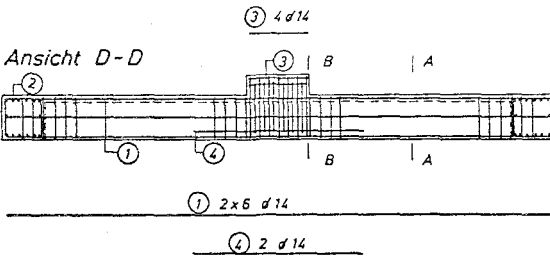
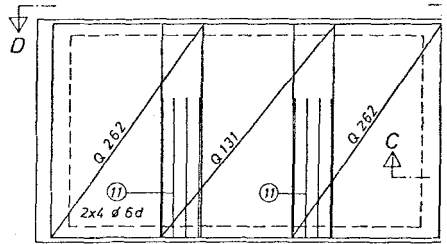
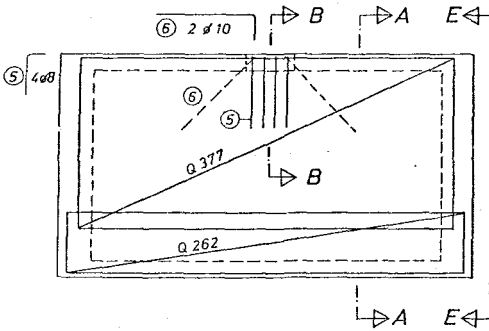
Bild 60

suchungen wurde dabei der Dimensionierung nur die im Versuch aufzubringende Last zugrunde gelegt, d. h. im vorliegenden Fall ein in Feldmitte des Randbalkens angreifendes Einzeltorsionsmoment.

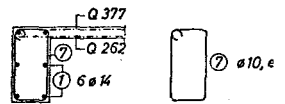
Der Bewehrungsgehalt des tordierten Randbalkens wurde wie in den Versuchen Nr. 1 und 2 gewählt. Lediglich im Bereich der Kräfteinleitung wurde ein kurzer Abschnitt mit geringer Torsionsbeanspruchung - das maximale Torsionsmoment tritt nur

Obere Bewehrung

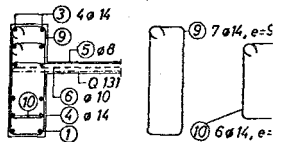
Untere Bewehrung



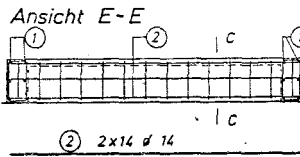
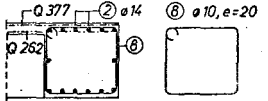
Schnitt A-A



Schnitt B-B



Schnitt C-C



Stöße

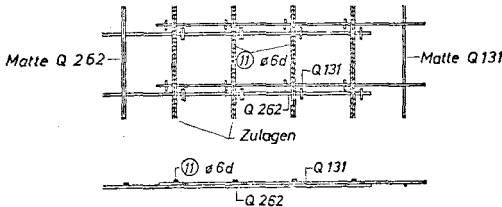


Bild 61

nach der "Balkentheorie" im Einleitungspunkt auf - und hohen örtlichen "Kerbspannungen" verstärkt ausgeführt. Ein frühzeitiges Versagen in diesem Bereich sollte vermieden werden.

Die Bewehrung der Deckenplatte erfolgte mit Baustahlgewebe, um eine möglichst gute Angleichung an die Ausführungen im Hochbau zu erreichen. Aus diesem Grunde wurde auch auf Bügel mit Abbiegung in die Platte verzichtet und nur die Baustahlgewebematten bis Außenkante Randbalken geführt. Abweichend von der üblichen Anordnung wurden im Bereich der Krafteinleitung Bewehrungsstäbe unter 45° in der Plattenmittelfläche angeordnet (vgl. Pos. 6 in Bild 61), die vorzeitige klaffende Risse am Anschluß zwischen Platte und Balken verhindern sollten.

Da normale Mattenstöße bei der zur Verfügung stehenden geringen Plattendicke die Nutzhöhe entscheidend verringert hätten, wurden die Querstäbe in diesen Bereichen aufgeschnitten und die zu stoßenden Matten ineinander geschoben (vgl. Bild 61). Die statisch zusätzlich erforderliche Querbewehrung wurde in Form von Zulagen angeordnet. Der Aufwand für Sondermatten, der es erlaubt hätte, solche Stöße zu vermeiden, erschien nicht vertretbar.

Angestrebt wurde ein Beton der Güte Bn 350. Der Zementgehalt betrug 300 kp/m^3 bei einem Wasserzementfaktor von $w/z = 0,6$. Die Sieblinie des verwendeten örtlichen Zuschlagstoffes mit weiteren Angaben ist in Anhang 1 wiedergegeben. Das Größtkorn des Zuschlages wurde mit 15 mm begrenzt.

Die Ergebnisse der Festigkeitsuntersuchungen am Beton - die Probekörper wurden zum Teil nach DIN 1048, zum Teil wie der Versuchskörper gelagert - und Stahl enthält ebenfalls Anhang 1.

3.2.2. Versuchseinrichtung

Wie bei allen bisherigen Versuchen sollte der Randbalken auch hier nur auf Torsion beansprucht werden. Die Lasteinleitung erfolgte dabei nach dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Prinzip

durch exzentrisches Belasten einer Stahlkonsole mittels hydraulischer Presse. Eine gleichzeitige Querkrafteinleitung wurde durch Anordnung eines Torsionskipplagers im Lastquerschnitt ausgedrückt.

Die so konzipierte Versuchseinrichtung mit entsprechenden Maßnahmen gegen ein Abheben der der "Lastseite" gegenüberliegenden Lager zeigt Bild 62. Der Versuchskörper wurde an diesen Stellen mit einfachen Schalungsankern, die durch den Querträger im Hüllrohr geführt wurden, am Auflagerblock befestigt. Die Lagerung erfolgte auf der belasteten Seite über ein Kugel- bzw. Rollenlager und auf der abgespannten Seite über Gumba-Lager.

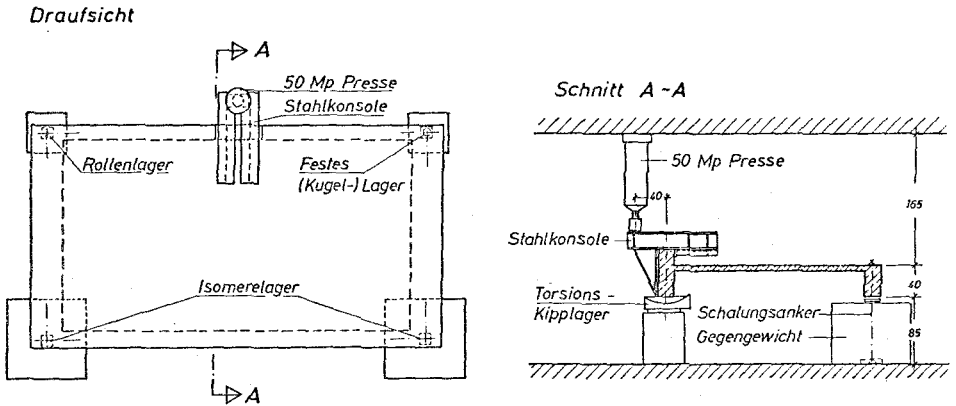


Bild 62

Bei der Wahl des Hebelarmes zur Einleitung des Torsionsmomentes war zwischen zwei sich widersprechenden Forderungen abzuwägen. Zur Vermeidung örtlich hoher Beanspruchungen an der Lastangriffsstelle wäre ein größerer Hebelarm vorteilhaft gewesen, während die daraus resultierenden großen Verformungen bei stark abnehmender Torsionssteifigkeit ein Instabilwerden der hydraulischen Presse erwarten ließen. Maßgebend bei der Festlegung des in Bild 62 angegebenen Hebelarmes war schließlich der zuletzt ge-

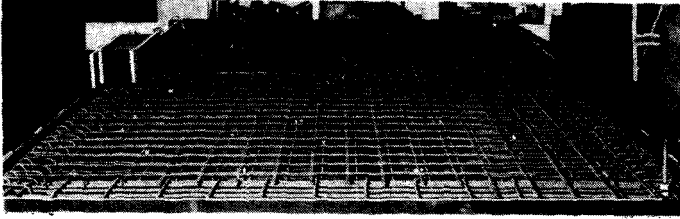


Bild 63

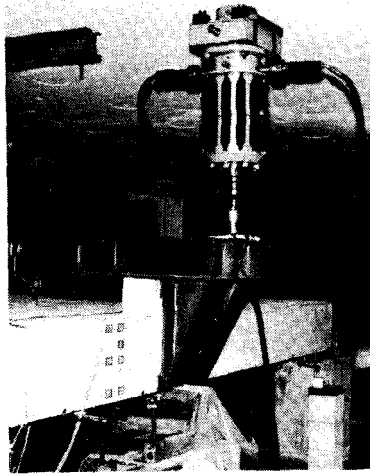


Bild 64



Bild 65

nannte Effekt, wobei der größtmögliche Verformungsweg außerdem durch Vorgabe einer entgegengesetzten Neigung der Kugelkalotten an der hydraulischen Presse verdoppelt wurde.

Einen Überblick über die Lasteintragungskonstruktion vermittelt u. a. Bild 64.

Im Gegensatz zu den bisherigen Versuchen wurden außer den Verformungen und Dehnungen an der Betonoberfläche auch die Stahldehnungen der Längsstäbe und Bügel mit Dehnmeßstreifen und Setzdehnungsmessern gemessen. Die Anordnung der Meßstellen ist aus den Bildern 66 - 68 zu ersehen.

Die Horizontalverschiebungen an UK Randbalken wurden zur Ermittlung der Verdrehungen (vgl. Bild 66) registriert. Um Starrkörperverschiebungen des Gesamtsystems infolge einer Schiefstellung der Lasteintragungskonstruktion oder Zwängung ermitteln zu können, wurden außerdem die Horizontalverschiebungen an allen Eckpunkten des Versuchskörpers beobachtet.

Für einen besseren Vergleich der gemessenen Verformungsgrößen mit den rechnerisch zu ermittelnden wurden auch die Deformationen der Platte mit Meßuhren registriert. Die Auswahl der Meßpunkte erfolgte nach Vorberechnungen, bei welchen eine allmähliche Verschiebung des Ortes der maximalen Durchbiegungen infolge vermindelter Steifigkeiten von Platte und Balken berücksichtigt wurde. Vorsorglich wurde in Feldmitte die Verschiebung der Plattenober- und -unterseite relativ zur Prüffelddecke und zum Kellerfußboden gemessen, um eine Durchsenkung des mit Fugen aufgeteilten Kellerfußbodens infolge direkter Belastung über das Torsionslager zu eliminieren. Wie aus den Ergebnissen ersichtlich, ergab sich jedoch hieraus keine nennenswerte Beeinflussung.

Die Dehnmessungen an der Bewehrung des Randbalkens wurden auf zwei Bereiche konzentriert (Bild 67): auf den Auflagerbereich, um den Einfluß der Horizontaleinspannung zu erfassen und auf den Bereich der maximalen Torsionsbeanspruchung in der Nähe der Last-

Anordnung der Meßstellen

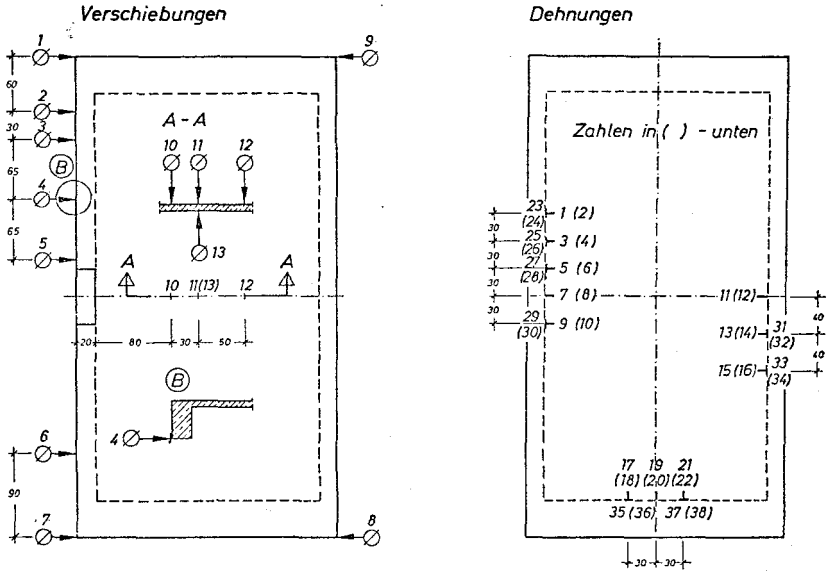


Bild 66

Anordnung der Meßstellen am Bewehrungskorb

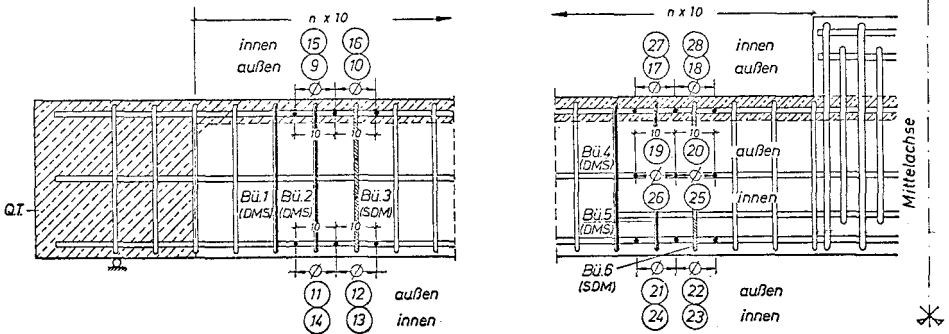
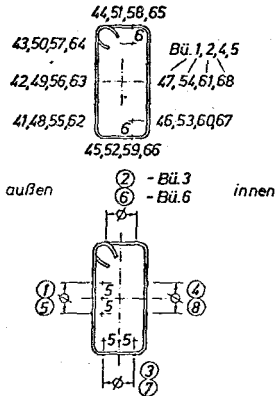
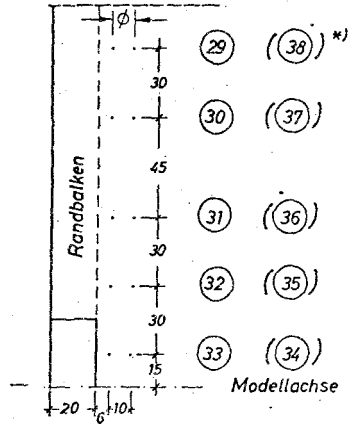


Bild 67

Meßstellen an den Bügeln



Setzdehnungsmessung an der Gurtplatte



*) Meßstellen symmetrisch zur Modellachse

Bild 68

einleitungsstelle. Zur Kontrolle wurden die Dehnungen sowohl mit Meßstreifen als auch mit Setzdehnungsmessern von 10 cm Meßlänge registriert.

Das Ablesen der Dehnmeßstellen erfolgte über eine automatische Meßanlage mit einer Schrittgeschwindigkeit von $\sim 1,5$ sec/Meßstelle.

Einen Überblick über die Meßanordnung vermittelt Bild 65.

3.2.3. Durchführung des Versuches

Die Versuchsdurchführung erstreckte sich über zwei aufeinanderfolgende Tage. Die Belastungsgeschichte ist aus dem in Bild 69 dargestellten Diagramm zu ersehen.

Bis zur Laststufe 10 erfolgte die Steigerung der Pressenkraft in Schritten von je 1000 kp, was einem äußeren Torsionsmoment von 0,4 Mpm/Laststufe entspricht. Danach wurde die Belastung auf 1,0 Mpm/Stufe (2500 kp) erhöht und bis zum Erreichen des Bruchzustandes beibehalten.

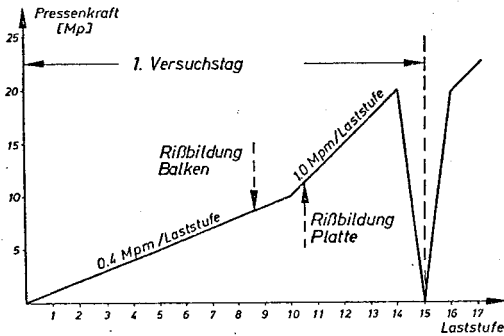
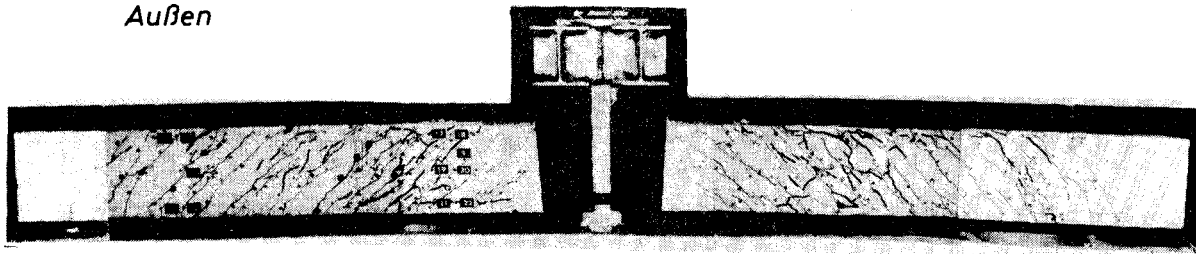


Bild 69

Die durchschnittliche Dauer einer Laststufe betrug anfangs ~ 20 Min., später, nach dem Auftreten von Rissen, ~ 40 Min. Die automatische Ablesung aller Dehnmeßstellen erfolgte in jeder Laststufe jeweils 3 Minuten nach Lasteintragung und unmittelbar vor der nächsten Lasterhöhung. Den Zeitbedarf zwischen den einzelnen Laststeigerungen bestimmte anfangs das Ablesen der Setzdehnungsmesser, bei höheren Laststufen die Aufnahme der Risse.

Erste Risse wurden bei Laststufe 9 beobachtet. Sie traten gleichzeitig in der Nähe des Querträgers sowie an der Stelle der rechnerisch maximalen Torsionsbeanspruchung symmetrisch und an beiden Balkenseitenflächen auf. Im Bereich der horizontalen Einspannung war deutlich eine Abweichung der sonst unter 45° verlaufenden Risse zur Lotrechten hin festzustellen. Weitere Risse am Balken, die sich bei fortschreitender Belastung lediglich verlängerten, traten fast nur bei den unmittelbar folgenden Laststufen 10 - 12 auf. Erst mit beginnendem Bruch nach Laststufe 15 kam es zu einer starken neuen Rißbildung. Die Außen- und Innenseite des Randbalkens zu diesem Zeitpunkt zeigt Bild 70, in dem die Bruchrisse durch dickere Linien gekennzeichnet sind. Einen vergrößerten Ausschnitt der symmetrisch zur Lasteintragung liegenden Bruchquerschnitte zeigen die Bilder 71 und 72.

Außen



Innen



Bild 70



Bild 71



Bild 72

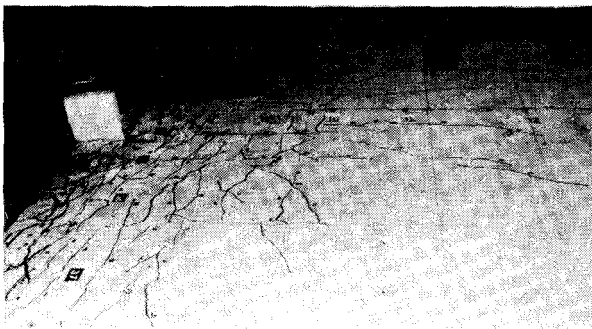


Bild 73

Rißbildungen in der Gurtplatte wurden 2 - 3 Laststufen später als am Balken beobachtet (Laststufe 11 - 12). Die meisten Risse traten bei Laststufe 14 an beiden Plattenoberflächen auf. Sie verliefen am Plattenrand im allgemeinen mit geringer Neigung gegen die Balkenachse; im Bereich der Lasteintragung rechtwinklig und unmittelbar vor dem Bruch auch parallel dazu. Das Rißbild nach Erreichen der Höchstlast ist aus Bild 73 zu ersehen.

Messungen der Rißbreiten wurden von Laststufe 10 ab an 6 Stellen vorgenommen; eine Skizze der Meßstellen ist der entsprechenden Tabelle in Anhang 1 vorangestellt.

Am Ende des ersten Versuchstages nach Erreichen der Laststufe 14 wurde das Modell entlastet und der Versuch am nächsten Tag nach zwei weiteren Laststeigerungen beendet. Die letzten Messungen wurden bei Laststufe 15 durchgeführt. Danach mußten alle Meßeinrichtungen abgebaut werden, da sich der unmittelbar bevorstehende Bruch durch schnelle Zunahme der Verformungen ankündigte. Laststufe 16 konnte nicht mehr erreicht werden; der Bruch trat bei 24,2 Mp, d. h. bei einem äußeren Torsionsmoment von 9,8 Mpm ein.

Alle Meßergebnisse sind in Anhang 1 wiedergegeben.

4. Auswertung der Versuche

4.1. Beschreibung der verwendeten Methode

Ziel der folgenden Auswertungen ist es, aus den Meßergebnissen mit Hilfe der in Abschnitt 2.2 näher erläuterten Rechenmethode möglichst in jeder Phase der Belastung - bis zum Bruch - Rückschlüsse auf das tatsächliche Tragverhalten der Versuchskörper zu ziehen.

Hierfür werden zunächst einige typische Verformungsmeßstellen ausgewählt, die bei einer Vorprüfung vertrauenswürdige Meßwerte ergeben hatten und sich daher für einen rechnerischen Nachweis eignen. Die Torsionssteifigkeit der Randbalken $t_i = \kappa t_0$ und die Biegesteifigkeit der Gurtplatte $k_i = \omega k_0 - \kappa = \omega = 1$ im ungerissenen Zustand - können in jeder Laststufe so gewählt werden, daß eine Berechnung mit diesen Steifigkeiten zu den gemessenen Verformungen führt. Bild 74 veranschaulicht dieses Vorgehen, das jedoch nicht eindeutig ist, da sich eine gegebene Verformung jeweils durch verschiedene Kombinationen k_i, t_i errechnen läßt. Erst durch Hinzunahme folgender Annahmen, die durch die Versuche begründet werden, kann eine nahezu eindeutige Lösung gefunden werden:

- Beide Steifigkeiten können mit zunehmender Belastung nur abnehmen.

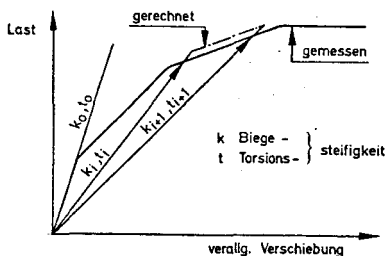


Bild 74

- Die beanspruchungsabhängige Steifigkeit eines tordierten Balkens und einer biegebeanspruchten Platte können als bekannt vorausgesetzt werden.
- Aus den Versuchsbeobachtungen lassen sich rückwirkend einige ausgezeichnete Zustände genau definieren. So kann vor dem Auftreten der ersten, sichtbaren Risse nur mit einem 10 - 30 %-igen Abfall der Torsionssteifigkeit gerechnet werden, während nach dem Auftreten von Torsionsrissen der charakteristische, große Steifigkeitsabfall eintritt. Der Beginn einer stärkeren Steifigkeitsänderung der Gurtplatte läßt sich aus der Rißhäufigkeit in den einzelnen Laststufen deutlich erkennen, da die plötzlich stark zunehmende Rißbildung des Balkens und der Platte in allen Versuchen um einige Laststufen voneinander getrennt ist. Dies vereinfacht die Festlegung der Steifigkeiten k_i und t_i .

Weitere Kontrollmöglichkeiten bieten außerdem die folgenden Forderungen:

- Mit den nach Bild 74 gefundenen Steifigkeitsgrößen müssen sich unter Berücksichtigung entsprechender Toleranzen alle Meßwerte bestätigen lassen.
- Wenn bei aufeinanderfolgenden Laststufen in größeren Abschnitten weitere Rißbildungen auftreten, so sollte sich diese Tatsache mit einer Erhöhung der Beanspruchungen begründen lassen. Mit anderen Worten: Wenn jede Laststufe bei Balken und Platte zu zusätzlichen Rissen führte - wie dies bei allen Versuchen der Fall war -, kann Balkentorsion und Plattenbiegung nur eine monoton wachsende Tendenz haben. Diese Feststellung erhöht die Eindeutigkeit der Auswahl von k_i und t_i .
- Wenngleich diese Näherungsberechnung nicht vollständig auf den Bruchzustand ausgedehnt werden kann, so muß sie dennoch eine Abschätzung der Bruchursachen und Bruchschnittgrößen ermöglichen.

Das Wesentliche der Auswertungsmethode besteht mithin in einer engen Verbindung der Rechnung mit Versuchsbeobachtungen und Messungen. Dies stellt derzeit den einzig gangbaren Weg für statisch unbe-

stimmte Systeme mit Balkentorsion dar, da rechnerische Methoden mit "gerissenen finiten Elementen" wegen des räumlichen Charakters der Torsionsbeanspruchung immer noch nicht geeignet sind, solche Fälle zutreffend zu behandeln.

Die zahlenmäßigen Auswertungen nach der hier gewählten Methode zeigen im übrigen, daß dieses Verfahren in jeder Hinsicht zu befriedigenden Ergebnissen führt.

4.2. Symmetrische Torsion - Versuche Nr. 1 und 2

Die Versuche sind in Abschnitt 3.1 beschrieben, eine Zusammenstellung aller Meßergebnisse findet sich in Anhang 1. Wie aus Abschnitt 3.1.3 bekannt, gingen beide Versuchskörper, die vollkommen gleich ausgebildet waren, in etwa bei gleich großen äußeren Beanspruchungen zu Bruch. Diese Tatsache erlaubt es, die eingangs beschriebene Auswertungsmethode nur auf einen Versuchskörper zu beschränken. Da der erste Versuchskörper während mehrerer Tage, in Zyklus 7 sogar bis zur Rißbildung, vorbelastet wurde und daher im Zyklus 8 bei niedrigeren Laststufen u. U. ein gestörtes Verhalten zeigen konnte, wurden die folgenden Auswertungen vor allem am Versuch 2 durchgeführt.

4.2.1. Allgemeines

Die für Finite-Element-Berechnungen gewählte Elemententeilung - unter Ausnutzung einer einfachen Symmetrie - zeigt Bild 75; die tatsächlichen Schalmaße sind durch gestrichelte Linien dargestellt. Eine Systemabweichung liegt mithin nur im vorderen Kraffteinleitungsbereich vor. Da die Einzeltorsionsmomente rechnerisch im vorderen Endquerschnitt eingetragen werden, endet das Rechenmodell im Schwerpunkt der für die Lasteintragung verwendeten Stahlkonsole (vgl. Bild 47).

Im theoretischen Auflager wurden als Randbedingungen $u = v = 0$ vorgegeben, für die lotrechte Verschiebung hingegen eine sehr steife Feder mit $c = 0,1 \cdot 10^{30}$ kp/cm. Letztere erlaubt es, die Auflager-

kräfte in einfacher Weise zu registrieren. Die Symmetriebedingungen in der Mittelachse lauten: $v = \theta_y = \theta_z = 0$.

Aus dem in Bild 75 dargestellten Elementraster folgt ein Gleichungssystem mit 528 unbekanntem Verschiebungsgrößen, das für alle in der

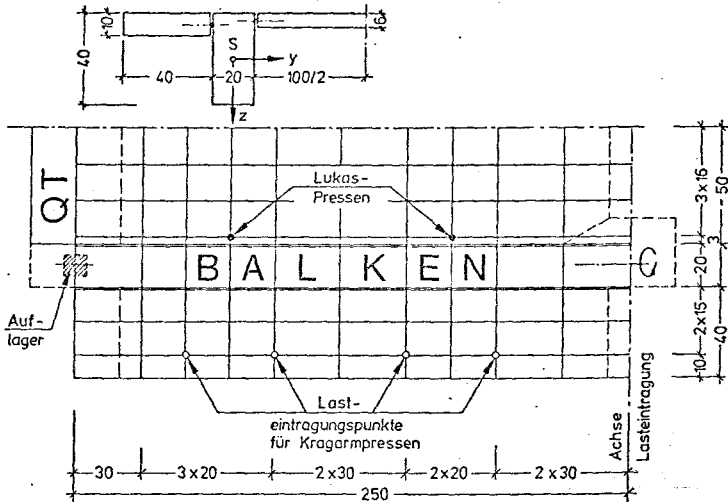


Bild 75

nachfolgenden Tafel bezeichneten Steifigkeitskombinationen mit jeweils 3 Einheitslastfällen als rechte Seite gelöst wurde. Letztere entsprechen den in der Prinzipskizze nach Bild 46 gezeigten Last-eintragsarten:

- 4 x 100 kp auf der Kragplatte (≈ 200 kp/Presse)
- 10 000 kgcm Einzeltorsionsmoment am Balkenende (= 250 kp/Presse)
- je 100 kp an den Lukaspressen ($\approx 2,25$ atü)

Berechnete Steifigkeitskombinationen:

t_i/t_o \ k_i/k_o	1,0	0,9	0,8	0,6	0,4	0,3
1,00	x					
0,90	x					
0,80	x					
0,70	x					
0,60	x	x	x			
0,50	x		x	x		
0,40	x	x	x	x		
0,30	x		x	x	x	
0,20	x		x	x	x	x
0,10	x		x	x	x	x
0,08				x	x	x
0,05				x	x	x
0,03						x

Für jede Steifigkeitskombination k_i-t_i betrug die Rechenzeit mit Ausgabe aller Schnittkräfte und Verformungen ~ 130 Minuten.

Im Rahmen der Auswertung werden nur Zustände bis zur Laststufe 16 - d. h. etwa 2/3 der Bruchlast - betrachtet, da nur hierfür Verformungsmessungen vorliegen. Dabei blieben zwischen den Laststufen 4 bis 16, wie aus Bild 54 zu ersehen, alle Pressenkräfte, die eine Biegung des Plattenbalkenabschnittes verursachen könnten, konstant (Linien ②, ③ und ③' in Bild 54). Weil außerdem die durch Vertikalkräfte hervorgerufenen Längsträgerbeanspruchungen rechnerisch von Steifigkeitsänderungen k_i-t_i kaum betroffen sind, kann die Forderung nach Längsspannungsfreiheit der Randbalken vorab überprüft werden.

Bild 76 zeigt den N,M-Beanspruchungszustand der Längsträger - die genannten Größen sind auf den Balkenschwerpunkt bezogen -, woraus zu berechnen ist, daß die infolge der unterstützenden

Lukaspressen weitgehend ausgeglichenen Biegespannungen nur max. $2,5 \text{ kp/cm}^2$ betragen. Die dünnen Linien geben die M, N -Verteilung bei einer zugehörigen Zugspannung von max. 17 kp/cm^2 an, wie sie ohne Abstützung aufgetreten wären.

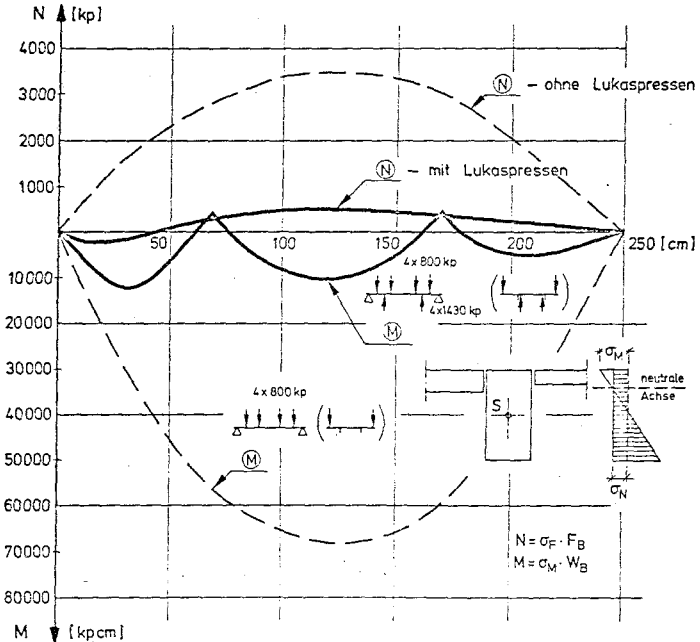


Bild 76

Eine Überprüfung der rechnerischen Auflagerkräfte (Linien ④ und ④' in Bild 54), ergibt steifigkeitsabhängig etwa 4 - 500 kp/ Auflager, was mit den Meßwerten in etwa übereinstimmt.

Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, wurden die Versuche Nr. 1 und 2 für eine trapezförmig verteilte äußere Torsion ausgelegt. Vor einer Auswertung mußte daher auch die Art der Krafteinleitung durch die Kragarmpressen studiert werden. Bereits erste Berechnungen an einer starr eingespannten Kragplatte zeigten, daß eine "gleichmäßig verteilte Randtorsion" in dieser Weise nicht zu verwirklichen

ist. Die entsprechenden Starreinspannmomente des Kragarms zusammen mit den tatsächlichen Anschnittsmomenten des Plattenbalkensystems für zwei verschiedene Steifigkeitskombinationen sind in Bild 77 dargestellt. Die Verformungsfähigkeit des Systems führt danach zu einer starken Umverteilung der Anschnittsmomente, wobei relativ

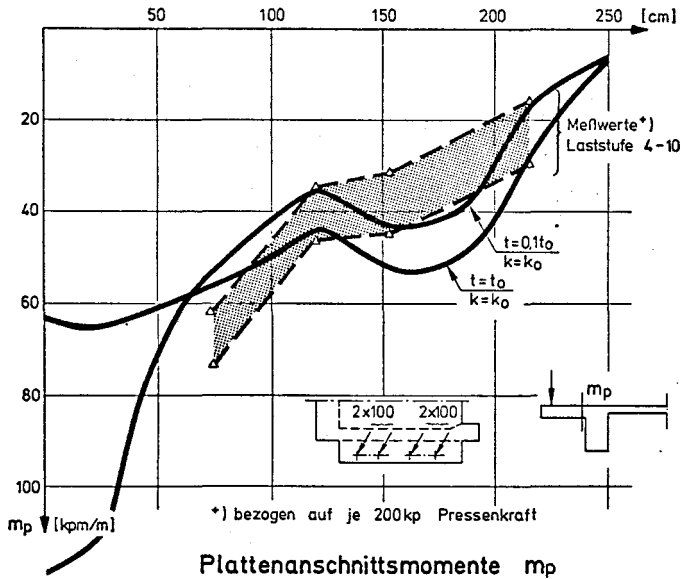


Bild 77

hohe Einspannmomente in der Nähe des nahezu starr einspannenden Querträgers entstehen. Tatsächlich zeigen auch Dehnmesswerte am ungerissenen Kragplattenanschnitt, daß sich bei zunehmender Rißbildung des Balkens infolge Torsion die Momentenverteilung trotz gleichbleibender Pressenkraft verändert.

In Bild 78 sind einige Balkentorsionsmomentenverläufe für jeweils 100 kp Einzelkräfte an der Kragplatte bei verschiedenen Steifigkeitskombinationen $t_i - k_i$ dargestellt, um hieraus den Einfluß der nicht exakt gleichmäßig verteilten Randtorsionsmomente auf den Verlauf der Balkentorsion zu erkennen. Zur Orientierung sind hier außer -

dem die äußeren Torsionsmomente für den theoretischen Fall $m_{T_0} = \text{const.}$ bzw. für $4 \times 100 \text{ kp}$ Last am Kragarm aufgetragen. Berücksichtigt man die zu den Steifigkeiten $\alpha = 17,2$ und $\beta = 4,1$ im ungerissenen Zustand gehörende Balkentorsion, die einen Verlauf

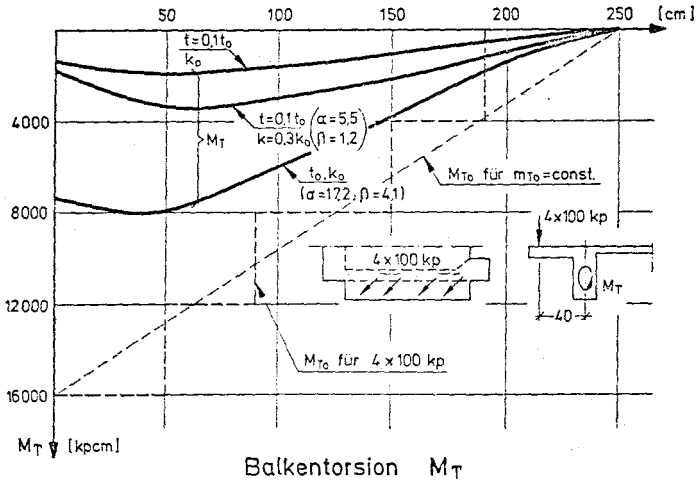


Bild 78

wie in Bild 15 für $m_{T_0} = \text{const.}$ zeigt, so kann man auf einen nur geringen Einfluß der nicht gleichmäßig verteilten äußeren Randtorsion schließen. Die ebenfalls für Einheitslastfälle mit abgeminderten Steifigkeiten errechneten Balkentorsionsmomente stehen mit den entsprechenden Parametern α und β in vollem Einklang.

4.2.2. Verformungen

Zur Ermittlung der lastabhängigen Steifigkeitsänderungen wurden die Meßstellen 73, 74 und 75 - Horizontalverschiebungen an Unterkante Längsträger - ausgewählt, deren Werte sich aus jeweils zwei Anteilen zusammensetzen:

$$v_M = v_s + b \cdot \theta_x$$

- wobei
- v_M - Meßwert
 - v_s - Horizontalverschiebung des Balkenschwerpunkts
 - $b \cdot \theta_x$ - Horizontalverschiebung infolge Torsionsdrehung θ_x
 - b - Abstand der Meßstelle vom Balkenschwerpunkt sind.

Bild 79 gibt die nach den in Abschnitt 4.1 zusammengestellten Kriterien ermittelten rechnerischen Horizontalverschiebungen und zuge-

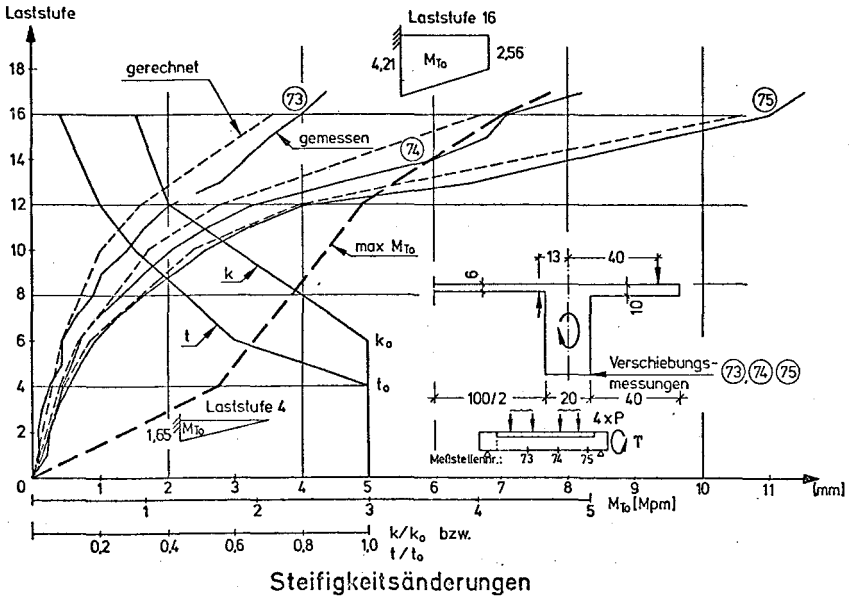
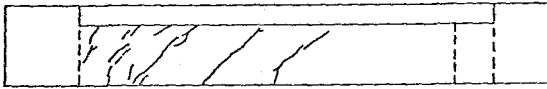


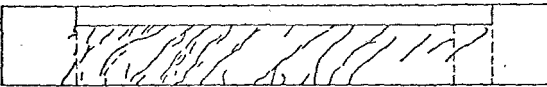
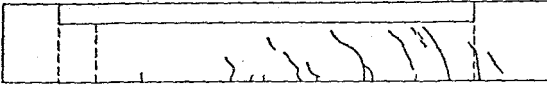
Bild 79

hörigen Steifigkeiten wieder. Die bei der Festlegung des hier dargestellten Steifigkeitsabfalls ebenfalls herangezogenen Reißbilder der Längsträger und der Gurtplatte bis Laststufe 10, 14 bzw. bis zum Bruch sind in den Bildern 80 und 81 dargestellt.

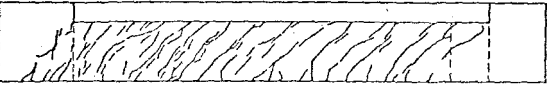
Weitere Vergleiche mit anderen Meßstellen an der Trägerunterkante erübrigen sich, da die drei Verformungsmeßstellen in Bild 79 bereits den gesamten Verlauf entlang der Balkenlänge hinreichend erfassen.



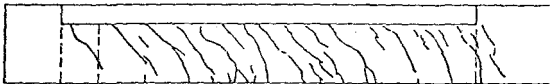
Laststufe ⑩



Laststufe ⑭

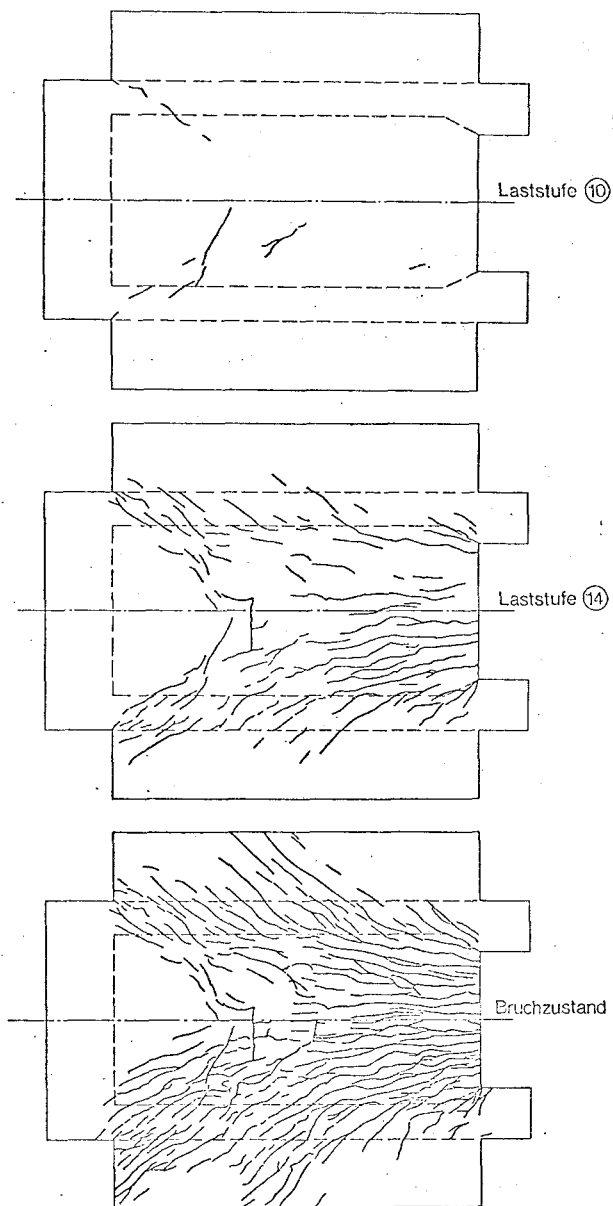


Bruchzustand



Rißbilder, Balken

Bild 80



Rißbilder, Platte

Bild 81

4.2.3. Beanspruchungen

Für jeweils 4 Laststufen sind Balkentorsion, Plattenanschnittsmomente und horizontale Biegemomente in den Bildern 82 - 84 dargestellt, woraus festzustellen ist, daß sich das ganze System bei

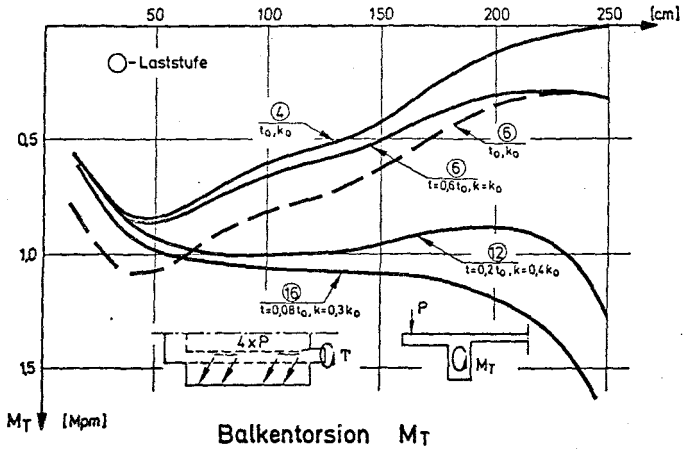


Bild 82

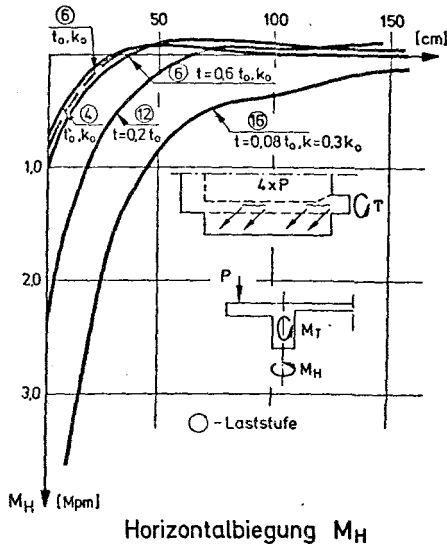


Bild 83

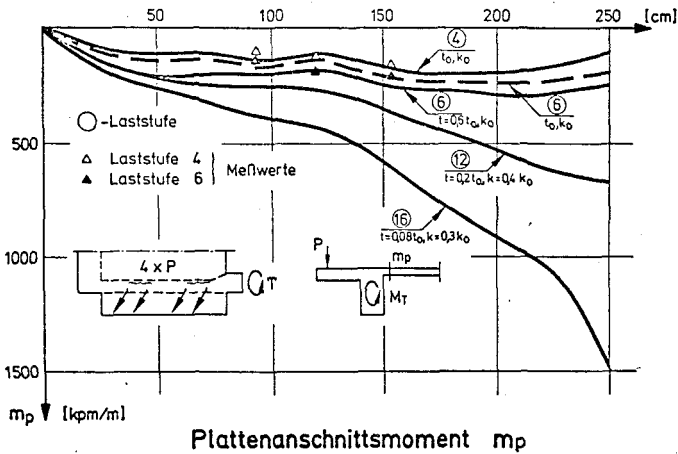


Bild 84

Laststufe 4 noch im ungerissenen Zustand befand, d. h. die Anrißmomente $M_H = 0,6 \text{ Mpm}$ bzw. $M_T = 0,8 \text{ Mpm}$ waren nicht erreicht.

Lotrechte Risse infolge Horizontalabiegung wurden erstmals in der 5. Laststufe, schräg verlaufende ein bis zwei Laststufen später beobachtet. Dies steht in Übereinstimmung mit den Bildern 82 und 83, wonach die mit vollen Steifigkeiten errechneten Beanspruchungen der Laststufe 6 nicht mehr ohne Rißbildung hätten ertragen werden können.

Die starken Rißbildungen an beiden Längsträgern zwischen den Laststufen 10 - 12 werden bei einer Belastungsphase mit nahezu gleichmäßig verteilter Balkentorsion ebenfalls verständlich.

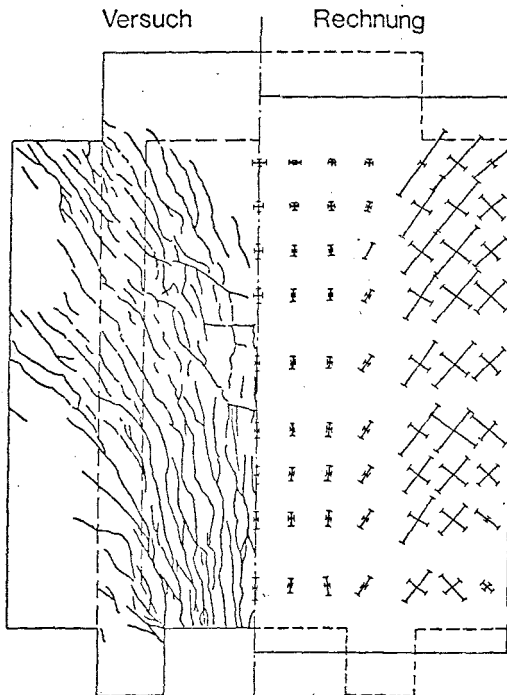
Bis zur Laststufe 10 wurden nur geringfügige Rißbildungen an der Plattenoberseite beobachtet. Die meisten Risse, die sich auf die vordere Hälfte des Modells konzentrierten, traten erst bei den Laststufen 11 - 12 auf. Dies steht in Übereinstimmung mit den rechnerischen Anschnittmomenten für Laststufe 12, wonach der Bereich von 150 bis 250 cm tatsächlich stets über dem Plattenanrißmoment von $m_p = 0,3 \text{ Mpm/m}$ liegt.

Die für Laststufe 10 mit $k_1 = 0,6 k_0$ und $t_1 = 0,3 t_0$ berechneten Hauptspannungsrichtungen an der Plattenoberfläche und das ent-

sprechende Rißbild, das alle Risse bis zur Laststufe 14 enthält, sind in Bild 85 gegenübergestellt.

Die gemessenen Plattenanschnittsmomente in Bild 84 weichen ebenfalls nur geringfügig von den gerechneten Werten ab.

Der Zeitpunkt des Versagens war in etwa durch das rechnerische Plattenbruchmoment und das zugehörige horizontale Balkenbruchmoment bestimmt. Das maximal aufnehmbare Balkentorsionsmoment wurde mit Sicherheit nicht erreicht. Beobachtet wurde ein kombinierter "Biege-Torsionsbruch". Ohne eine zunehmende zusätzliche Abtragung der äußeren Torsion durch Horizontalbiegung, die durch die Rißbildungen stark gefördert wird, wäre die Tragfähigkeit



Rißbild , Platte

der Längsträger etwa bei Laststufe 16, d. h. 2/3 der tatsächlich erzielten Bruchlast erschöpft gewesen. Nur die relative Änderung von GJ_t/EJ_H , d. h. die Verringerung des Parameters α erklärt die erhöhte Tragfähigkeit des Plattenbalkens. Voraussetzung hierfür ist allerdings eine mögliche Aktivierung der Plattentragfähigkeit, da bei starkem Abfall der Torsionssteifigkeit die Plattenbeanspruchungen sprunghaft anwachsen.

4.3. Einseitige Torsion - Versuch Nr. 3

4.3.1. Allgemeines

Für die Berechnungen wurde eine Elementeteilung nach Bild 86 gewählt. Abweichend von der "pauschalen" Abminderung der Balken- und Plattensteifigkeiten mit den Faktoren ω und α für die Versuche 1 und 2 mußte hierbei im Hinblick auf die im Versuch beobachteten Rißbildungen (vgl. Bild 73) eine abgestufte Reduktion vorgenommen werden, deren Grenzen mit den entsprechenden Faktoren

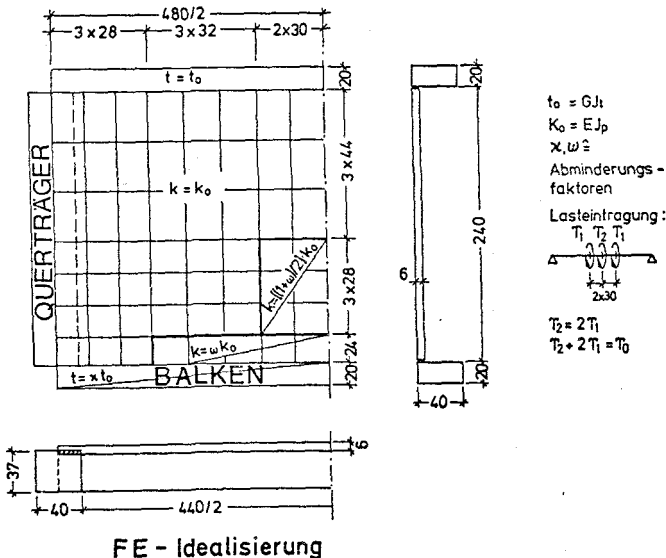


Bild 86

ebenfalls Bild 86 enthält. Die Torsionssteifigkeit des zweiten nicht direkt beanspruchten Randträgers wurde dabei nicht herabgesetzt, da bis zum Bruch keine Risse beobachtet werden konnten. Eine von diesen Überlegungen unabhängige Überprüfung einzelner Laststufen mit voll abgeminderten Steifigkeiten hat im übrigen gezeigt, daß sich unterschiedliche Annahmen stark auf die Plattendurchbiegungen, wenig jedoch auf die Beanspruchungen auswirken.

Zur Ermittlung des Steifigkeitsabfalls wurden Einheitslastfälle für die in der nachstehenden Tafel zusammengestellten Kombinationen t_i - k_i berechnet, wobei in realistischer Einschätzung der tatsächlichen Lasteintragung das äußere Torsionsmoment der am Hebelarm angreifenden Pressenkraft durch drei Einzeltorsionsmomente nach Bild 86 simuliert wurde. Die Rechenzeit für das in Bild 86 dargestellte System betrug bei 432 unbekanntem Verschiebungsgrößen rd. 70 Min.

Der untere Grenzwert für die Torsionssteifigkeit des Balkens wurde bereits in Abschnitt 4.2.1 erläutert. Die starke Abminderung der Plattenbiegesteifigkeit bis auf $k_i = 0,05 k_0$ erklärt sich aus den Meßergebnissen, die zeigen, daß die obere Bewehrung am Plattenanschnitt (vgl. die Meßstellen 29 - 38 in Bild 68) bereits ab Laststufe 12 - 13 im Fließen begriffen war.

Berechnete Steifigkeitskombinationen:

t_i/t_0 \ k_i/k_0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1	0,05
1,0	x									
0,9	x									
0,8	x									
0,7	x	x	x							
0,5	x	x	x	x						
0,3	x		x		x	x				
0,2	x		x		x	x	x			
0,1	x		x		x	x	x	x	x	x
0,08								x	x	x
0,05									x	x

4.3.2. Verschiebungen

Zur Ermittlung des Steifigkeitsabfalls wurden die Meßstellen 4 und 5, die die Horizontalverschiebungen an Unterkante Randbalken geben und Meßstelle 10 für die Durchbiegung an der Plattenoberseite herangezogen. Die Ergebnisse einer nach Abschnitt 4.1 durchgeführten Auswertung zeigt Bild 87.

Charakteristische Phasen der Steifigkeitsänderungen konnten auch in diesem Falle durch die während des Versuchs beobachteten Rißbildungen abgegrenzt werden.

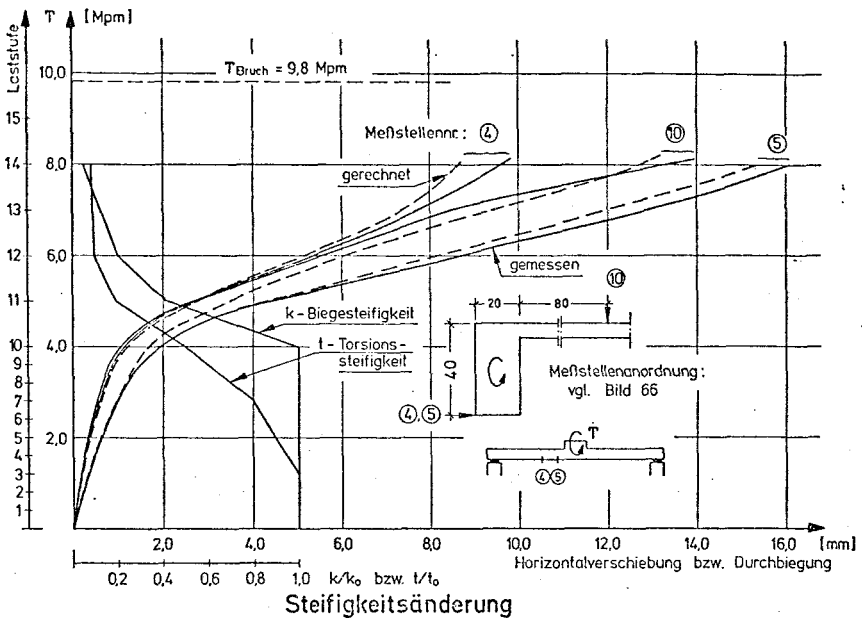


Bild 87

Wie die Rißbilder bis Laststufe 9, 12 bzw. 17 (Bruchzustand) für den Balken und für die Plattenoberseite in Bild 88 und 89 zeigen, steht der rechnerische Steifigkeitsabfall in jeder Phase der Belastung mit den Rißbildern im Einklang. Die letzte, starke Verringerung der Plattenbiegesteifigkeit von $k_i = 0,2 k_0$ auf $k_i = 0,05 k_0$ zwischen den Laststufen 12 - 14 wurde aufgrund der Dehnungsmeßwerte vorgenommen.

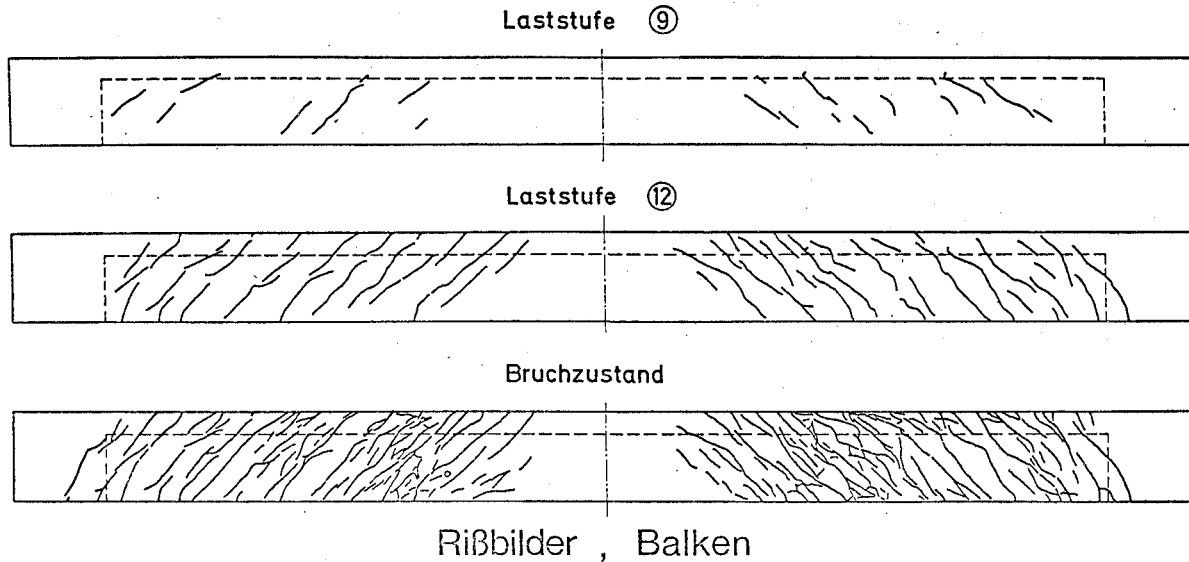


Bild 88

Bis zum Beginn der Rißbildung in der Gurtplatte ist die Übereinstimmung zwischen rechnerischen und gemessenen Plattendurchbiegungen, wie aus Bild 87 zu erkennen ist, nicht besonders gut; wobei jedoch zu beachten ist,

- daß die genaue Einhaltung der geforderten Plattendicke von 6 cm nicht in allen Punkten gewährleistet war,
- daß der E-Modul des Bauwerkes nicht unbedingt gleich dem des Probekörpers zu sein braucht.

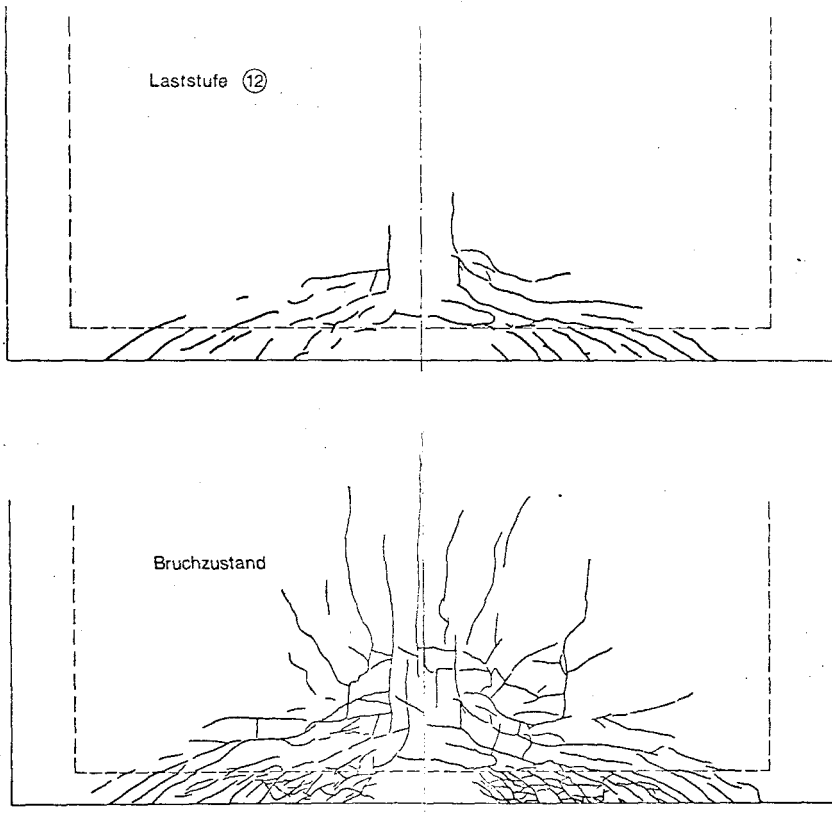


Bild 89

Bereits mit der Annahme einer Plattendicke von 7 und eines E-Moduls von 320000 statt 300000 kg/cm² konnten die Plattendurchbiegungen den gemessenen Werten angepaßt werden, ohne daß davon die als Rechenkriterium benutzten Horizontalverschiebungen nennenswert beeinflusst wurden.

Die Bilder 90 und 91 zeigen für einzelne Laststufen die mit den verwendeten Steifigkeiten gewonnene Übereinstimmung für den Gesamtverlauf von Horizontalverschiebung und Plattendurchbiegung.

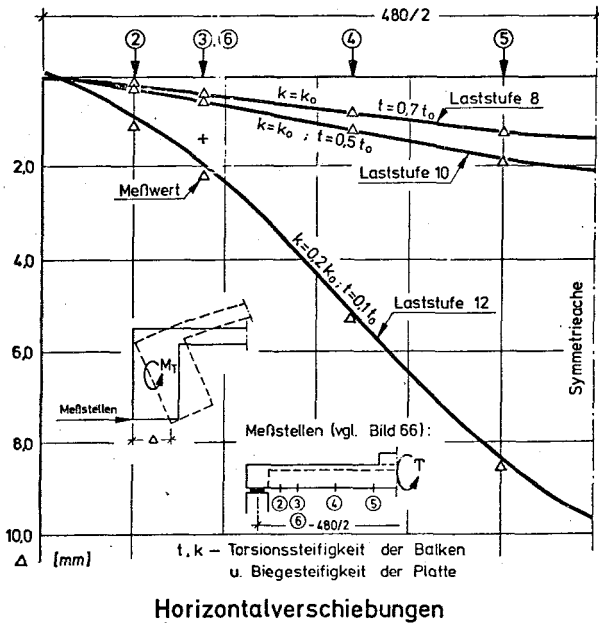


Bild 90

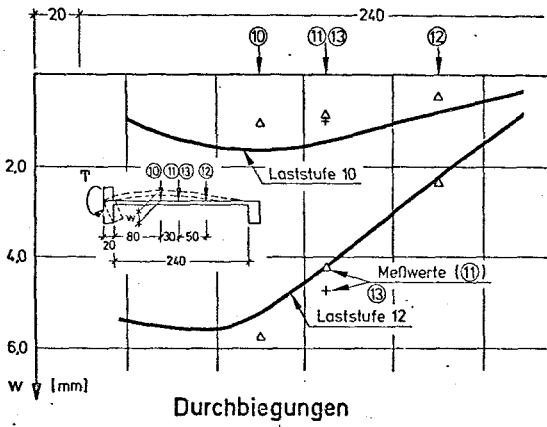
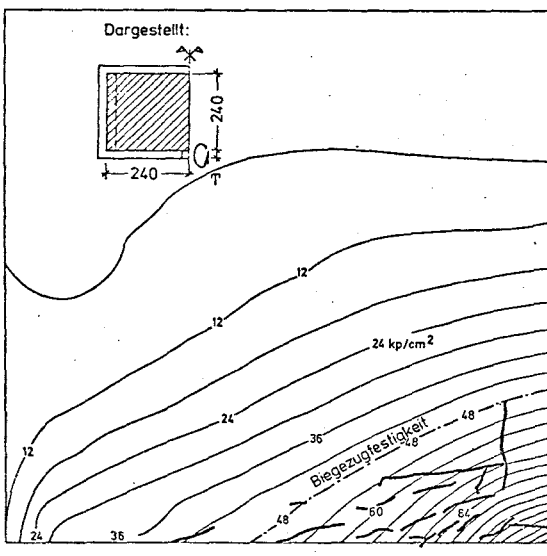
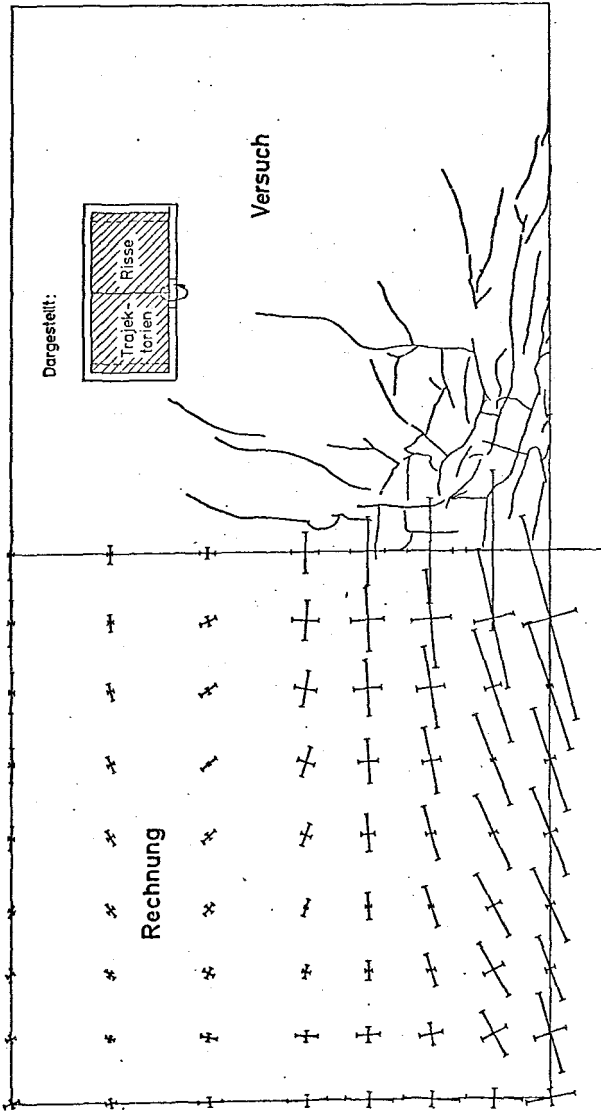


Bild 91



Höhenschichtlinien der Hauptzugspannungen für $T = 6,0$ Mpm

Bild 92



Rißbilder, Platte

Bild 93

4.3.3. Beanspruchungen

Die Höhenschichtlinien der rechnerisch größten Hauptspannungen für 6,0 Mpm Torsionsmoment an der Plattenoberseite gibt Bild 92 zusammen mit den bis zu dieser Last aufgetretenen Rissen wieder, wobei deutlich zu erkennen ist, daß Risse nur oberhalb der Niveau-
linie $\sigma_1 = 48 \text{ kg/cm}^2$ ($\approx \beta_{bz}$) vorhanden sind. Die rechnerischen Riß-
richtungen werden in Bild 93 der beobachteten Gesamtrißbildung ge-
genübergestellt.

Die lastabhängige Entwicklung der maximalen Balkentorsion und der zugehörigen Plattenmomente einschließlich der entsprechenden Umlagerungen ist deutlich aus Bild 94 zu ersehen. Nach einem ersten linearen Ansteigen von Balkentorsion M_T und Plattenmoment m_p ergibt sich zunächst eine Phase mit relativ konstantem M_T bei stark zunehmendem m_p . Eine erneute Zunahme des Balkentorsionsmomentes beginnt erst wieder bei Laststufe 12 ($M_T = 6,0 \text{ Mpm}$), nachdem die Plattenbewehrung die Fließgrenze erreicht hat, so daß weitere äußere Torsionsmomente nur mehr vom Balken aufgenommen werden können.

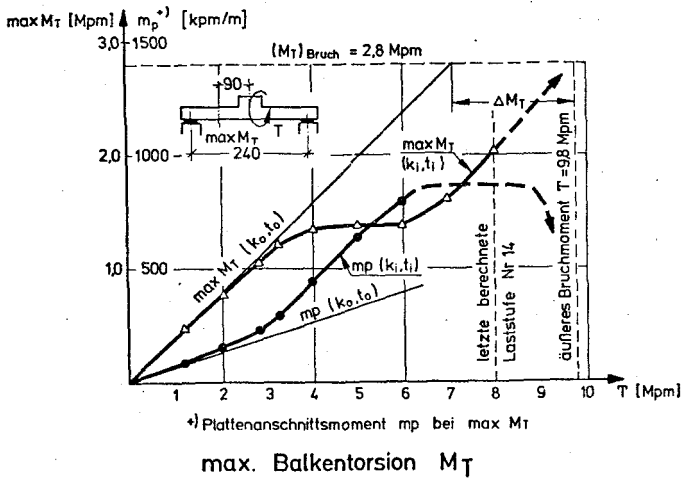


Bild 94

Den gerechneten Verlauf der Balkentorsion und Plattenanschnittsmomente entlang der Balkenlänge für mehrere Laststufen zeigen die Bilder 95 und 96, gemessene Bügel- und Längsstabdehnungen sowie

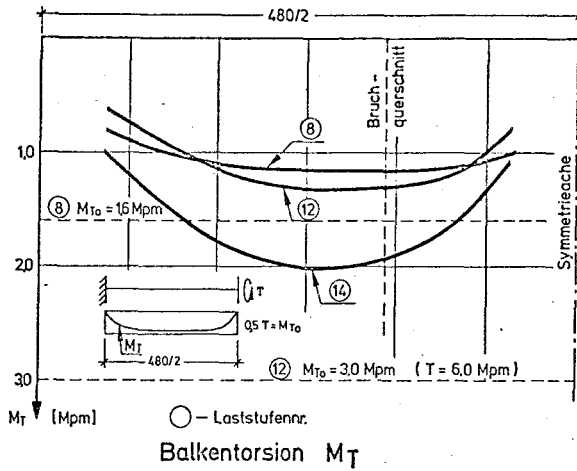


Bild 95

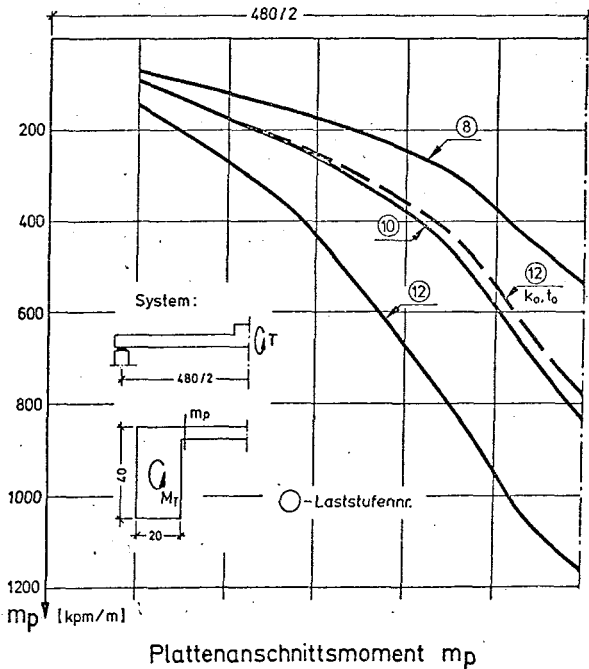
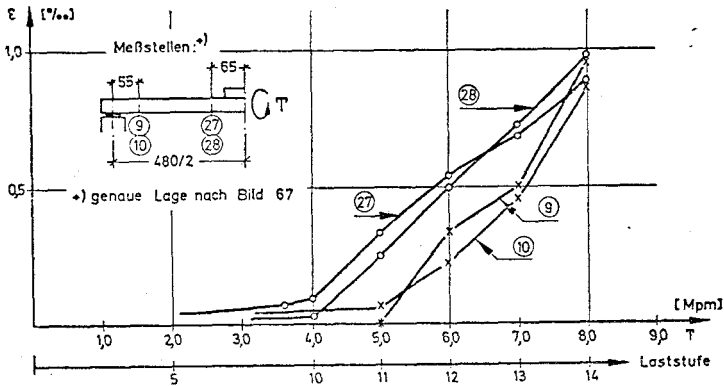


Bild 96

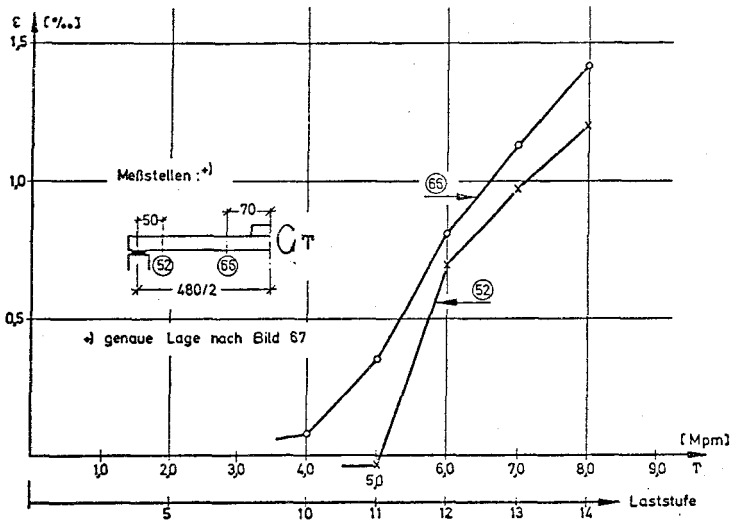
die Stahldehnungen an der Plattenoberseite die Bilder 97 - 99. Hierbei ist ebenfalls festzustellen, daß die Meßwerte und die rechnerischen Beanspruchungszustände im allgemeinen in Einklang stehen.

Der Bruch erfolgte im Versuch bei einer äußeren Torsionsbelastung von $T = 9,8$ Mpm in Übereinstimmung mit den theoretischen Feststellungen. Wenn man in Bild 94 die Gerade für M_T etwa ab Laststufe 14 geradlinig verlängert - dies ist wegen des nicht mehr zunehmenden Plattenmoments gerechtfertigt -, so kommt man bei einer Torsionstragfähigkeit des Balkens von $2,8$ Mpm in etwa auf denselben maximalen T -Wert von $9,8$ Mpm. Mithin darf für diesen Versuch festgestellt werden, daß der Bruch zwar durch die Plattenwirkung beträchtlich hinausgezögert, letztlich jedoch durch das Torsionsversagen des Randbalkens bestimmt wird.



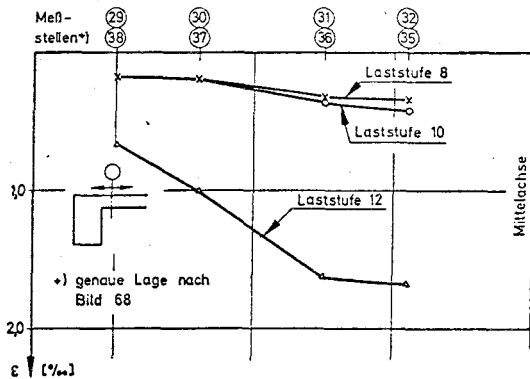
Stahldehnungen (Längsstäbe)

Bild 97



Stahdehnungen
(Bügel)

Bild 98



Stahdehnungen
(Plattenanschnitt)

Bild 99

5. Schlußfolgerungen

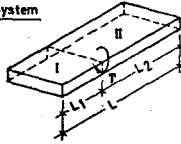
In den vorangegangenen Abschnitten 2 - 5 wurde über rechnerische und experimentelle Untersuchungen an Plattenbalken-Systemen mit tordierten Balken berichtet. Abschließend soll nun ein erster Schluß für die praktische Nutzung der erzielten Ergebnisse gezogen werden. Eine weiterführende Analyse aller im Rahmen dieses Forschungsvorhabens gewonnenen Erkenntnisse bleibt allerdings einer in Vorbereitung befindlichen Veröffentlichung vorbehalten.

Die wichtigste Zielsetzung der rechnerischen Untersuchungen bestand in einer allgemeinen Überprüfung des Zusammenwirkens von Gurtplatte und tordiertem Randbalken im elastischen Bereich bzw. im gerissenen Zustand. Die analytischen Berechnungen wurden dabei an einem vereinfachten statischen System nach Bild 2 b durchgeführt. Wie genauere - und demzufolge aufwendigere - Untersuchungen mit der Methode finiter Elemente inzwischen gezeigt haben (vgl. die Bilder 33 - 35), lassen sich die erzielten Ergebnisse für realistische Plattenbalkensysteme verallgemeinern. Mit den Diagrammen 16 und 17 können daher auch die auf den Balken bzw. die Platte entfallenden Momentenanteile im Falle allgemeiner äußerer Torsion ermittelt werden. Die in diesen Bildern für symmetrische Torsionsbeanspruchung dargestellten Zusammenhänge gelten auch für antimetrische Fälle, wenn man beachtet, daß $\beta_{\text{antimetrisch}} = 1/2 \beta_{\text{symmetrisch}}$ zu setzen ist. Greift ein einseitiges Randtorsionsmoment in einem beliebigen Querschnitt an, so kann der symmetrische und antimetrische Anteil näherungsweise getrennt mit den erwähnten Diagrammen nach Bild 100 behandelt werden.

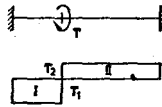
Die horizontale Biegesteifigkeit des tordierten Randbalkens hat nur bei vorhandener Aussteifung quer zur Balkenachse einen Einfluß auf das Tragverhalten. In diesem Falle liegt der maßgebende Bemessungsquerschnitt mit der größten Torsionsbeanspruchung nicht im Endquerschnitt an der Einspannstelle, sondern in einem bestimmten steifigkeitsabhängigen Abstand davor, der nach Bild 22 ermittelt werden kann. Für den weiteren Verlauf der tatsächlichen Balkentor-

Beliebige Einzeltorsion :

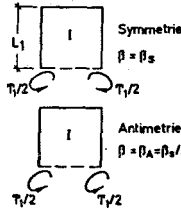
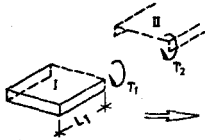
System



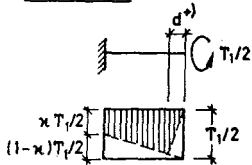
Idealisierung am Gesamtsystem



Ersatzmodell



z.B. mit β_s :



$d \approx$ Querschnittshöhe

$\alpha = f(\beta)$ nach Bild 16

→ s. Bild 102

Bild 100

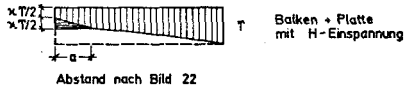
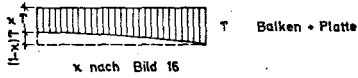
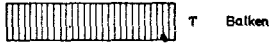
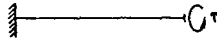
sion zwischen diesem Punkt mit maximaler Beanspruchung und dem Endquerschnitt kann nach Bild 101 ein linearer Abfall angenommen werden. Das entsprechende horizontale Einspannmoment kann näherungsweise aus einer Gleichgewichtsbe-
trachtung ermittelt werden.

Auch bei dem senkrecht zur Randträgerachse nicht ausgesteiften Plattenbalken-
feld, wie es im Versuch Nr. 3 geprüft wurde, tritt die maximale Torsionsbean-
spruchung - wengleich aus anderen Gründen - nicht im theoretischen Lastein-
tragungs- oder Einspannquerschnitt auf, sondern in etwa um eine Balkenhöhe
hiervon entfernt (Bild 102).

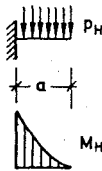
Bibl. d. TU.
Braunschweig

Balkenbeanspruchung:

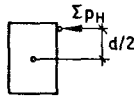
Stat. System:



$$\Delta M_T = a \cdot x T / 2, \quad a \cdot p_H = \frac{\Delta M_T}{d/2}$$



$$M_H = \frac{p_H \cdot a^2}{2}$$



$$\Delta M_T = \sum p_H \cdot d/2$$

Bild 101

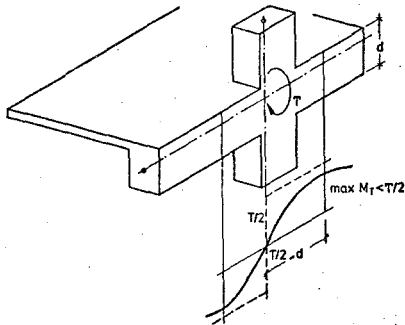


Bild 102

Alle rechnerisch gewonnenen Erkenntnisse wurden durch die Versuche im ungerissenen Zustand bestätigt. Die infolge Rißbildungen eintretenden Schnittkraftüberlagerungen, die ebenfalls theoretisch erfaßt wurden, zeigen, daß das Gesamtsystem erhebliche Reserven bezüglich der Bruchsicherheit aufweist. Um diese optimal auszunutzen, erscheint es sinnvoll, die Torsionssteifigkeit des ungerissenen Randbalkens im Zustand I bei statisch unbestimmten Berechnungen um etwa 20 - 30 % abzumindern. Hierdurch ergeben sich etwas erhöhte Plattenbeanspruchungen, die dem tatsächlichen Tragverhalten im gerissenen Zustand besser entsprechen.

Die Versuche zeigen weiter, daß die Traglast des Gesamtsystems aus den Einzeltragfähigkeiten und der während der Belastungsgeschichte eintretenden Umlagerungen infolge Steifigkeitsänderungen abgeschätzt werden kann. Beide untersuchten Systeme zeigen als Folge dieser Umlagerung beachtliche Reserven in der Bruchsicherheit gegenüber einem konventionell geführten Nachweis.

Wie bereits einleitend erwähnt, sind den hier untersuchten Plattenbalkensystemen ähnliche Konstruktionen experimentell nur von Jirsa et al. [17] und Ersoy [10] geprüft worden. Bei 20 Versuchen nach [17] sollte das Gleichgewichts-Torsionsproblem von Flachdecken mit Randbalken im Bereich von Stützenanschlüssen geklärt werden. Den hierfür verwendeten Versuchskörper zeigt Bild 103. Wie hieraus zu ersehen, war dabei eine Torsionsendeinspannung der Randbalken nicht vorgesehen, so daß die Traglast aus der Torsionstragfähigkeit des Einzelquerschnitts bzw. durch die Summe aller Plattenanschnittsmomente ohne Umlagerungseinfluß direkt bestimmt werden kann.

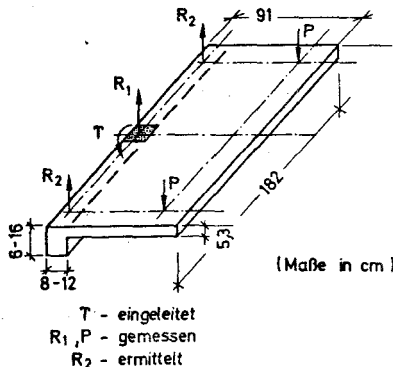


Bild 103

Untersuchungen von Ersoy [10] hatten ganz allgemein das Studium von Umlagerungen infolge Rißbildung an einem Modellkörper nach Bild 104 zum Ziel. Die zugrunde liegende Modellvorstellung entspricht dem vorliegenden Versuch Nr. 3. Aus Symmetriegründen sollte jedoch nur die eine Hälfte des Modells im Experiment geprüft werden. Die gewählte Ausbildung des Randträgerendes ermöglicht jedoch keine horizontale Biegeeinspannung, die nach Meinung der Verfasser jedoch von prakti-

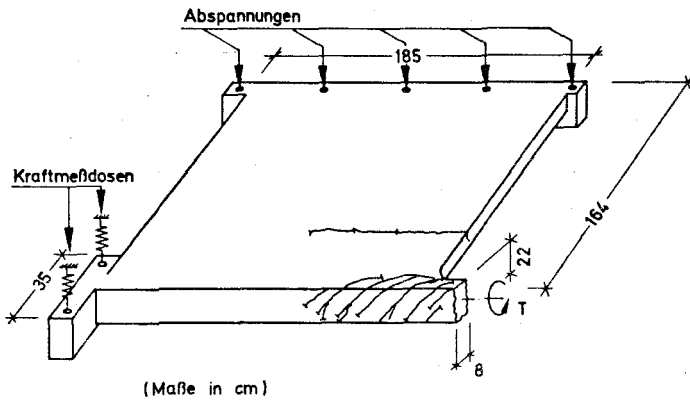


Bild 104

scher Bedeutung ist. Darüber hinaus können parallel zur Balkenachse keine Plattenmomente abgetragen werden, weshalb sich die Gesamttraglast entsprechend verringert. Dies zeigen auch die abweichenden Rißbilder nach Bild 104 und Bild 89.

Beide Arbeiten stehen im Einklang mit den bisherigen Erörterungen. Leider werden die experimentellen Ergebnisse theoretisch kaum weiter behandelt, obwohl die infolge Steifigkeitsänderungen eingetretenen Schnittkraftumlagerungen bereits mit verhältnismäßig einfachen Mitteln zutreffend erfaßt werden können; lediglich die starken Abweichungen des Beanspruchungszustandes von elastischen nach der Rißbildung in Platte und Balken wird festgestellt.

6. Zusammenfassung

Das Zusammenwirken von Platte und Randbalken in einem Plattenbalken-Tragsystem ist mit Torsionsbeanspruchung des Balkens verbunden. Wenngleich die Torsion der Randbalken nach DIN 1045 nur nachzuweisen ist, wenn sie zur Einhaltung von Gleichgewichtsbedingungen erforderlich ist, so kommt darüber hinaus dem ganzen Fragenkomplex dennoch große Bedeutung zu

- bei vorgespannten Tragwerken, wo die Hauptzugspannungen infolge Torsion stets zu beachten und nachzuweisen sind, sowie
- bei der Bemessung von Konstruktionselementen, welche die aus den Verträglichkeitsbedingungen ungewollt resultierenden Torsionsbeanspruchungen von Randbalken aufzunehmen haben (z. B. Randstützen von Hochbaudecken).

Als Beitrag zur Lösung dieser Probleme wurden im Rahmen des vorliegenden Forschungsvorhabens

- rechnerische Untersuchungen zur wirklichkeitsnahen Erfassung von Krafterleitungs- und Einspannstellen im Zustand I und II, sowie entsprechende
- experimentelle Untersuchungen der Schnittkraftumlagerung bei veränderlicher Steifigkeit infolge fortschreitender Rißbildung durchgeführt.

Als Ergebnis der analytischen Berechnungen werden Diagramme angegeben, die es erlauben, in der Praxis ohne größeren Aufwand den mitwirkenden Platte und den Einfluß der horizontalen Balkenbiegung auch im Zustand II zu erfassen.

Die Versuche bestätigen, daß die zu erwartende Änderung des Beanspruchungszustandes infolge Rißbildungen zutreffend rechnerisch verfolgt werden können.

Die nach der Balkenanalogie errechneten ungünstigen schiefen Hauptzugspannungen infolge Torsion treten nicht auf. Darüber hinaus darf in Übereinstimmung mit ausländischen Versuchsergebnissen auf eine Erhöhung der Bruchsicherheit durch Schnittkraftumlagerungen geschlossen werden,

wenn in den unmittelbar betroffenen Anschlüssen entsprechende Reserven vorhanden sind.

Eine Kurzfassung dieser Ergebnisse mit konkreten Empfehlungen für eine praktische Bemessung wird demnächst in einer Zeitschrift veröffentlicht.

Literaturverzeichnis

- [1] Bechert, H. Einflußflächen zweistegiger Plattenbalken
Beton- und Stahlbetonbau 1957, S. 17
- [2] Beck, H. Ein Beitrag zum Problem des zweistegigen symmetri-
schen Plattenbalkens unter einseitiger Belastung
Dissertation TU Darmstadt, 1953
- [3] Bieger, K.W. Vorberechnung zweistegiger Plattenbalken
Beton- und Stahlbetonbau 1962, S. 188
- [4] Bretthauer, G. Zur Querverteilung bei unsymmetrisch geraden und
Kappei, H. gekrümmten zweistegigen Plattenbalkenbrücken
Beton- und Stahlbetonbau 1963, S. 288
- [5] Cassens, J. Lastverteilung in Stahlbetonrippendecken durch
Querrippen
Beton- und Stahlbetonbau 1958, S. 311
- [6] Collins, M.P. Redistribution of moments at cracking - The key to
Lampert, P. simpler torsion design!
Publication 71-21, University of Toronto,
Dep. of Civil Eng., Februar 1971
- [7] Diettrich, W. Querverteilung von Lasten bei zweistegigen
Plattenbalkenbrücken
Unveröffentlichtes Skriptum des Seminars
für Massivbrückenbau, 1969
- [8] Eibl, J. Zum Problem der dreiseitig gelagerten Platte
Iványi, G. mit angreifenden Randmomenten
Der Bauingenieur, 1969, Heft 11
- [9] Eibl, J. Das Tragverhalten von zweistegigen Plattenbalken -
Iványi, G. Kritische Zusammenstellung vorhandener Lösungs-
verfahren
Bericht aus dem Institut für Baustoffkunde und
Stahlbetonbau der TU Braunschweig - Mai 1973
- [10] Ersoy, U. Distribution of torsional and bending moments in
beam-slab systems
Paper SP 35 - 9 - Analysis of structural systems
for torsion, ACI Publication SP - 35, 1973, S. 293 - 324

- [11] Gouda, M.A. Distribution of torsion and bending moments in connected beams and slabs
ACI Journal 1960, S. 757
- [12] Graßhoff, S. Einflußflächen für Plattenschnittmomente zweistegiger Plattenbalken
Werner-Verlag, Düsseldorf, 1973
- [13] Haß, B. Der Einfluß der Plattenexzentrizität auf die Lastverteilung bei mehrstegigen Plattenbalken
Der Bauingenieur 1965, S. 489
- [14] Haß, B. Einfluß der Balkenbreite auf die Lastverteilung mehrstegiger Plattenbalken
Beton- und Stahlbetonbau 1965, S. 173
- [15] Holand, J. Finite element methods in stress analysis
Bell, K. The Technical University of Norway, Trondheim
- [16] Hsu, T.C. Design of reinforced concrete spandrel beams
Burton, K.T. (Manuskript)
- [17] Jirsa, J.O. Torsional strength and behaviour of spandrel beams
Baugartner, J.L. ACI Journal, Proc. Vol. 66, Nr. 11,
Magbo, N.C. Nov. 1969, S. 926 - 933
- [18] Jirsa, J.O. Torsion in floor slab structures
Paper SP 35-8 - Analysis structural systems for torsion. ACI Publication SP - 35, 1973, S. 265 - 292
- [19] Köller, O. Einflußfelder für die Hauptträger-Schnittkräfte zweistegiger Plattenbalken
Bautechnik Archiv, Heft 16, Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin 19
- [20] Kordina, K. Modellversuche an zweistegigen, monolithisch endeingespannten Plattenbalken mit symmetrisch tordierten Randbalken
Waubke, N.V. Bericht aus dem Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig
- [21] Langrock, J. Zur Berechnung der in torsionssteife Längsträger eingespannten Fahrbahnplatten von Betonbrücken
Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen in Weimar, 1968, S. 279
- [22] Leonhardt, F. Zur Frage der Übereinstimmung von Berechnungen und Wirklichkeit bei Tragwerken aus Stahlbeton und Spannbeton
Hirschfeld-Festschrift (Konstruktiver Ingenieurbau) Werner-Verlag, Düsseldorf, 1967, S. 158
- [23] Lindner, H. Über die Einspannung von Stahlbeton-Fahrbahnplatten in drillsteife Randträger
Beton- und Stahlbetonbau 1955, S. 264

- [24] Lipták, L. Über die Einspannung der Stahlbeton-Fahrbahnplatte in drillsteife Randträger
Beton- und Stahlbetonbau 1962, S. 216
- [25] Müller, E. Über rechteckige Platten, die längs zweier gegenüberliegenden Seiten auf biegsamen Trägern ruhen.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1926, S. 355
- [26] Müller, E. Die Berechnung rechteckiger, gleichförmig belasteter Platten, die an zwei gegenüberliegenden Rändern durch elastische Träger unterstützt sind.
Ingenieur-Archiv, 1932, S. 606
- [27] Müller, K. Torsionsmomente und Plattenrandmomente bei durchlaufenden zweistegigen Plattenbalken
Beton- und Stahlbetonbau, 1969, S. 91
- [28] Nötzold, F. Zur Berechnung des zweistegigen Plattenbalkens ohne Querträger
Beton- und Stahlbetonbau, 1969, S. 43
- [29] Onsongo, W.M.
Collins, M.P. Longitudinally restrained beams in torsion
Publication 72 - 07, University of Toronto, Dep. of Civil Eng., Mai 1972
- [30] Pucher, A. Über die Biegemomente der Randträger von kreuzweise bewehrten Fahrbahnplatten
Bautechnik Archiv Heft 10, Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin, 1955
- [31] Rahlwes, H. Berechnung durchlaufender, in torsionssteife Längsträger eingespannter Fahrbahnplatten
Beton- und Stahlbetonbau, 1964
- [32] Rose, E. Zur Frage des Einspanngrades der Fahrbahnplattenränder und der Wirkung von Fahrzeug-Einzellasten
Der Bauingenieur, 1961, S. 148
- [33] Säger, W. Über die Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit der Randbalken von Stahlbetondecken, 1950, S. 230
- [34] Stiglat, K. Beitrag zur Theorie der Plattenbalken
Dissertation TU Berlin, 1960
- [35] Stiglat, K. Rechteckige und schiefe Platten mit Randbalken
Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin-München, 1962

- [36] Stiglat, K. Einflußfelder rechteckiger und schiefer Platten mit Randbalken
Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin, 1965
- [37] Stiglat, K. Einfluß von biege- und torsionssteifen Unterstützungen bei Platten
Die Bautechnik, 1970, S. 355
- [38] Tottenham, H. Finite element techniques in structural mechanics
Brebbia, C. Proceedings of a Seminar at the University of Southampton, April 1970
- [39] Trost, H. Die Querverteilung von Lasten beim mehrstegigen Plattenbalken unter Berücksichtigung der mittragenden Wirkung von Platte und Querträgern
Dissertation TU Hannover, 1959
- [40] Zienkiewicz, O.C. The finite element method in structural and continuum mechanics
Cheung, Y.K. McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., London, 1967

A N H A N G 1

Versuchsdaten

- A1.1. Sieblinien
- A1.2. Festigkeitsprüfungen an den Bewehrungsstählen
- A1.3. Festigkeitsprüfungen am Beton
- A1.4. Rißbreiten
- A1.5. Belastungszyklen, Versuch Nr. 1
- A1.6. Meßwerte, Tafel 1 - 26

A1.1. Sieblinien

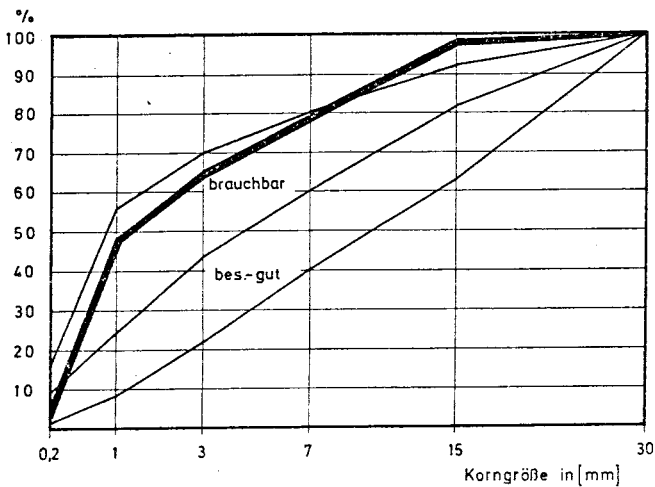
Versuch Nr. 1

Durchgang in Gew.-% der einzelnen Korngruppen

		0,2	1	3	7	15	30
Korngruppe I	0/3	8,6	72,1	94,6	99,1	99,5	100
Korngruppe II	3/7	0,2	2,5	12,2	73,2	99,7	100
Korngruppe III	7/15	0,4	0,8	1,2	11,5	97,4	100

Durchgang in Gew.-% des Gemisches

	%	0,2	1	3	7	15	30
Korngruppe I	66	5,7	47,6	62,4	65,4	65,7	66,0
Korngruppe II	16	0	0,4	2,0	11,7	16,0	16,0
Korngruppe III	18	0	0,1	0,2	2,1	17,5	18,0
	100	5,7	48,1	64,6	79,2	99,2	100



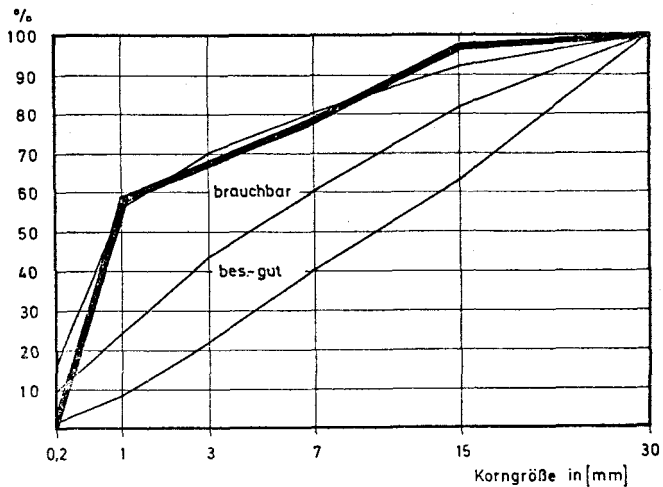
Versuch Nr. 2

Durchgang in Gew.-% der einzelnen Korngruppen

		0,2	1	3	7	15	30
Korngruppe I	0/3	3,9	88,0	99,1	100	100	100
Korngruppe II	3/7	0,2	2,5	12,2	73,2	99,7	100
Korngruppe III	7/15	0,4	1,2	1,8	3,3	83,2	100

Durchgang in Gew.-% des Gemisches

	%	0,2	1	3	7	15	30
Korngruppe I	66	2,6	58	65,5	66	66	66
Korngruppe II	16	0	0,4	2,0	11,7	15,9	16
Korngruppe III	18	0,1	0,2	0,3	0,6	15	18
	100	2,7	58,6	67,8	78,3	96,9	100



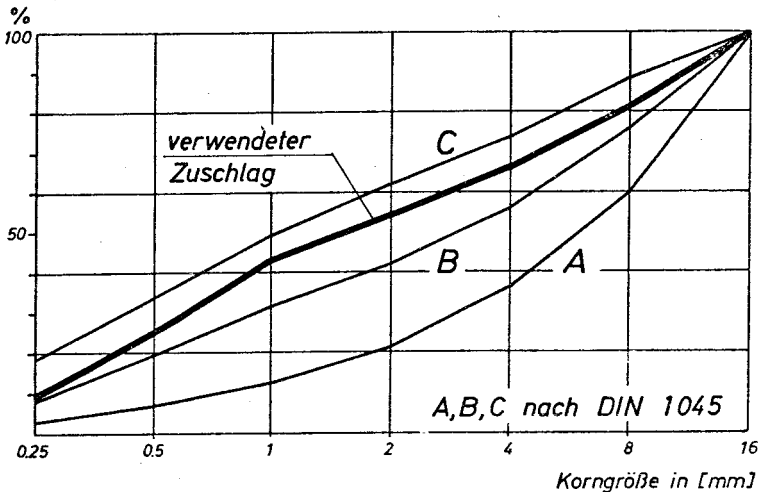
Versuch Nr. 3

Anteile in Gew.-% der einzelnen Korngruppen

		0/0,25	0,25/0,5	0,5/1	1/2	2/4	4/8	8/16	16/31,5
Korngruppe I	0/1	41,2	50,2	7,5	0,7	0,2	0,2	-	-
Korngruppe II	0/3	16,0	28,3	34,3	18,2	3,0	0,1	0,1	-
Korngruppe III	3/7	0,6	0,4	1,7	6,9	47,3	42,2	0,9	-
Korngruppe IV	7/15	0,6	0,1	0,1	0,3	0,9	24,2	73,1	0,7

Anteile in Gew.-% des Gemisches

	%	0/0,25	0,25/0,5	0,5/1	1/2	2/4	4/8	8/16	16/31,5
Korngruppe I	2	0,82	1,00	0,15	0,01	-	-	-	-
Korngruppe II	51	8,16	14,43	17,49	9,28	1,53	0,05	0,05	-
Korngruppe III	22	0,13	0,09	0,37	1,52	10,41	9,28	0,20	-
Korngruppe IV	25	0,15	0,03	0,03	0,08	0,23	6,05	18,28	0,18
	100	9,26	15,55	18,04	10,89	12,17	15,38	18,53	0,18



A1.2. Festigkeitsprüfungen an den Bewehrungsstählen

Ø [mm]	Streckgrenze [kp/cm ²]				Zugfestigkeit [kp/cm ²]			
	Versuch Nr.				Versuch Nr.			
	1	2	2 +)	3	1	2	2 +)	3
6	5640	5740	-	-	5900	6000	-	-
8,5 (Q 377)	-	-	-	5650	-	-	-	6270
10	5470	5150	-	5290	7060	5460	-	7060
14	5320	5360	5340	4880	5620	5660	5700	7860

+) nachträglich entnommene Proben

A1.3. Festigkeitsprüfungen am Beton

Versuchskörper		Alter	Festigkeit								E-Modul
Nr. Herstellung	Prüfung (Zyklus)		Würfel-				Prismen-		Biegezug-	Spaltzug-	
			7-Tage	19-Tage	28-Tage	Versuch	28-Tage	Versuch			
1 1.9.71			207	280	315		308			320000	
	5.10.71 (1 - 4)	34				311		41	26		
	6.10.71 (5 - 6)	35					297				
	7.10.71 (7)	36									
	8.10.71 (8)	37									
	11.10.71 (Bruch)	40					311				
2 22.9.71			227		296		273			316000	
	8.11.71	47				333	290	42,	24		
3 14.12.72			302		419		333			287000	
	17.1.73	34				428		47	17		
	19.1.73	36					339				
	22.3.73	98									

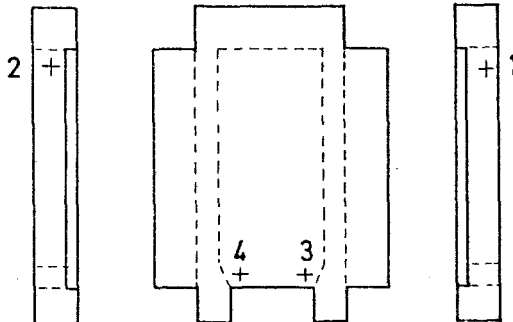
+) Bohrkern

A1.4. Rißbreiten

Versuch Nr. 1

Laststufe	Rißbreiten [mm] bei Riß-Nr.			
	1	2	3	4
9	0,08	0,08	0,04	
10	0,11	0,11	0,05	
11	0,13	0,13	0,05	
12	0,15	0,13	0,06	
13	0,16	0,15	0,06	0,07
14	0,20	0,16	0,07	0,09
15	0,22	0,22	0,07	0,11
16	0,25	0,20	0,08	0,12
17	0,25	0,28	0,08	0,12
18	0,30	0,31	0,09	0,13
19	0,30	0,35	0,09	0,14
20	0,33	0,39	0,11	0,15
21	0,35	0,42	0,12	0,16
22	0,40	0,46	0,12	0,16

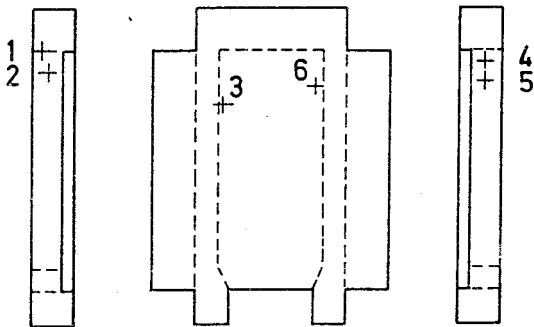
Meßpunkte



Versuch Nr. 2

Laststufe	Rißbreiten [mm] bei Riß-Nr.					
	1	2	3	4	5	6
9	0,17	0,09	0,07	0,12	0,06	
10	0,16	0,09	0,07	0,11	0,10	
11	0,18	0,11	0,09	0,16	0,09	
12	0,17	0,12	0,11	0,17	0,10	0,06
13	0,20	0,14	0,12	0,19	0,17	0,08
14	0,22	0,16	0,14	0,17	0,19	0,08
15	0,26	0,21	0,15	0,26	0,21	0,09
16	0,31	0,25	0,18	0,27	0,24	0,09
17	0,34	0,30	0,23	0,33	0,28	0,11
18	0,36	0,33	0,26	0,40	0,29	0,08
19	0,38	0,35	0,26	0,43	0,29	0,09
20	0,46	0,35	0,24	0,47	0,33	0,11
21	0,53	0,41	0,26	0,52	0,37	0,15

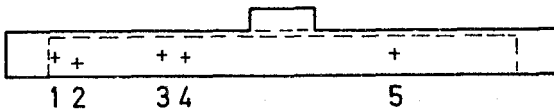
Meßpunkte



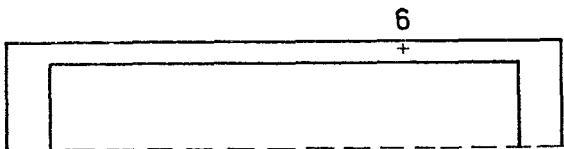
Versuch Nr. 3

Laststufe	Rißbreiten [mm] bei Riß-Nr.					
	1	2	3	4	5	6
10	0,06	0,02	0,05	0,02	0,06	
11	0,10	0,17	0,10	0,08	0,15	
12	0,19	0,25	0,13	0,12	0,20	
13	0,20	0,30	0,21	0,12	0,25	0,30
14	0,29	0,35	0,30	0,19	0,27	0,38
0	0,06	0,09	0,09	0,05	0,06	0,12
14 A	0,30	0,35	0,35	0,20	0,27	0,40
15	0,36	0,40	0,45	0,23	0,32	0,52

Meßpunkte



Ansicht

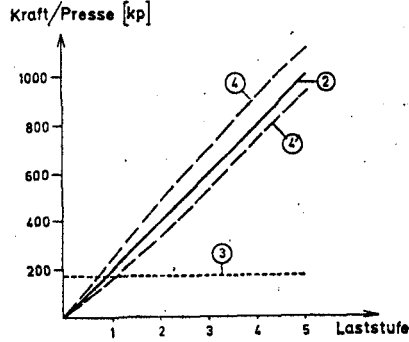


Untersicht

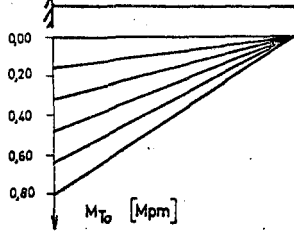
A1.5. Belastungszyklen, Versuch Nr. 1

Zyklus 1

Belastungsdiagramm

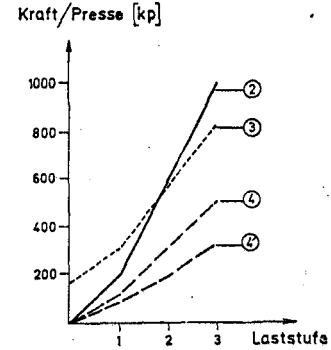


Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens

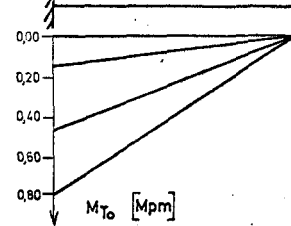


Zyklus 2

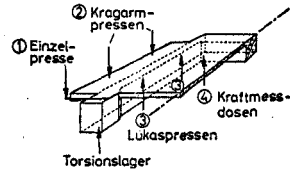
Belastungsdiagramm



Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens



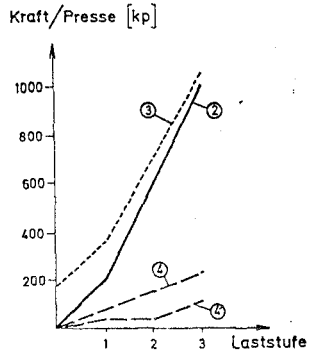
Übersicht



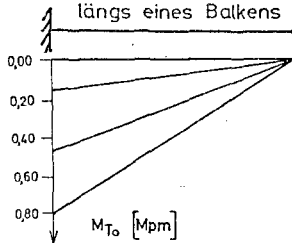
③ und ④ - Stand auf der gegenüberliegenden Seite

Zyklus 3

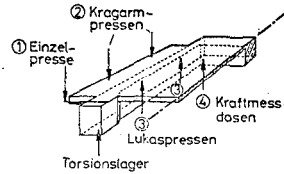
Belastungsdiagramm



Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens



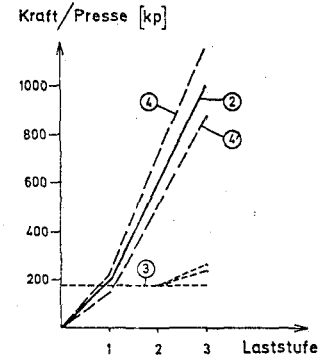
Übersicht



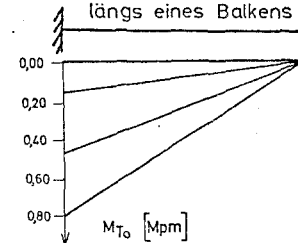
③ und ④ - Stand auf der gegenüberliegenden Seite

Zyklus 4

Belastungsdiagramm

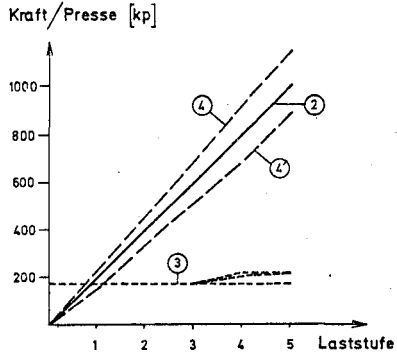


Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens

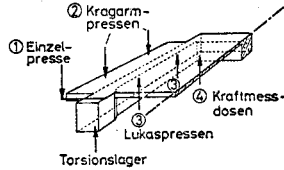


Zyklus 5

Belastungsdiagramm

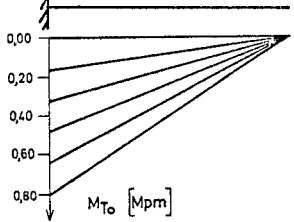


Übersicht



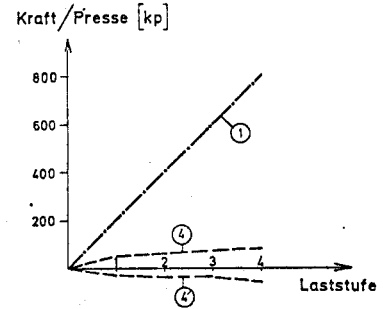
③ und ④ - Stand auf der gegenüberliegenden Seite

Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens

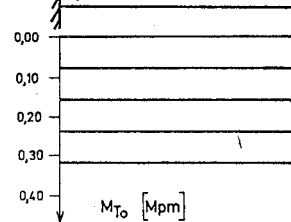


Zyklus 6

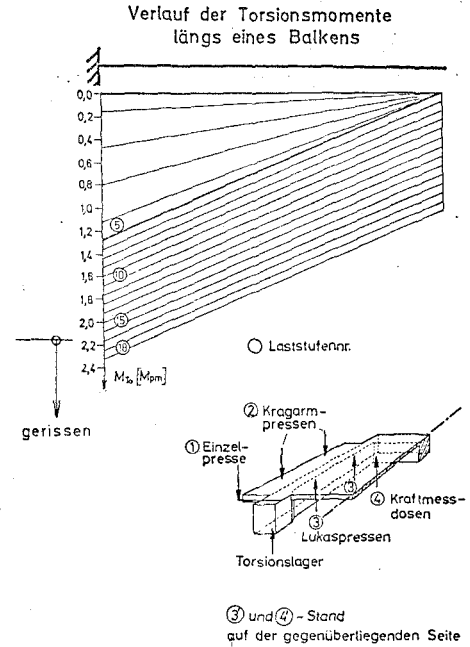
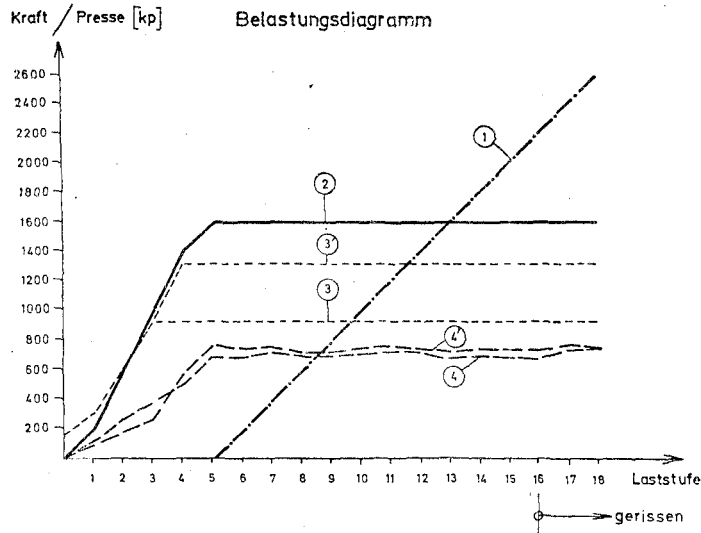
Belastungsdiagramm



Verlauf der Torsionsmomente längs eines Balkens



Zyklus 7



A1.6. Meßwerte, Tafel 1 - 26

TAFEL 1 - VERSUCH NR. 1, LAENGSSTREIFEN

LAST-		MESSSTELLENNR.									
ZYKLUS	STUFE	OBER	UNTEN	OBER	UNTEN	OBER	UNTEN	OBER	UNTEN	OBER	UNTEN
		20	24	7	16	8	17	9	18	22	26
DEHNUNGEN IN 0/00											
1	1	-0.004	0.000	-0.007	0.000	-0.004	0.000	-0.006	-0.001	-0.002	0.000
	2	0.011	-0.004	-0.014	-0.005	-0.008	-0.004	-0.012	-0.005	-0.007	-0.005
	3	-0.018	-0.005	-0.016	-0.006	-0.010	-0.005	-0.014	-0.007	-0.012	-0.005
	4	-0.010	-0.002	-0.019	-0.009	-0.009	-0.007	-0.014	-0.007	-0.015	-0.004
	5	-0.034	0.000	-0.025	-0.007	-0.014	-0.006	-0.021	-0.007	-0.019	-0.003
2	1	0.024	0.014	0.007	0.014	0.010	0.014	0.011	0.014	0.009	0.015
	2	0.018	0.018	0.007	0.019	0.011	0.016	0.012	0.020	0.009	0.020
	3	0.037	0.014	0.007	0.023	0.014	0.020	0.013	0.024	0.006	0.013
3	1	0.012	0.001	0.000	0.000	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002
	2	0.007	0.000	0.007	0.002	0.007	0.003	0.010	0.005	-0.001	0.002
	3	-0.026	0.000	0.000	0.000	0.002	0.001	0.000	0.004	-0.002	0.000
4	1	0.023	0.000	-0.002	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.002	0.001
	2	0.000	-0.004	-0.008	-0.003	-0.006	-0.005	-0.008	-0.004	-0.006	-0.005
	3	0.000	-0.003	-0.016	-0.005	-0.010	-0.005	-0.013	-0.002	-0.015	-0.002
5	1	-0.003	0.000	-0.008	0.000	-0.007	0.000	-0.007	0.000	-0.001	0.007
	2	-0.004	0.000	-0.010	0.000	-0.005	0.001	-0.006	0.001	-0.002	0.009
	3	-0.009	0.001	-0.008	0.000	-0.004	0.002	-0.004	0.000	-0.006	0.009
	4	-0.011	0.002	-0.015	0.002	-0.009	0.003	-0.012	0.002	-0.007	0.010
	5	-0.017	0.002	-0.019	0.000	-0.011	0.003	-0.014	0.002	-0.012	0.007
6	1	0.000	0.001	0.001	0.000	0.011	0.000	0.001	0.000	0.001	0.001
	2	0.001	0.002	0.002	0.004	0.012	0.005	0.000	0.005	0.003	0.003
	3	0.000	0.002	0.002	0.004	0.012	0.007	0.001	0.005	0.004	0.004
	4	0.001	0.005	0.001	0.004	0.011	0.007	0.000	0.005	0.004	0.005
7	1	0.214	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.002	0.000	0.001
	2	0.214	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.000	0.001
	3	0.210	0.000	0.000	0.000	0.003	0.001	0.002	0.005	-0.004	0.000
	4	0.205	0.000	-0.004	0.002	0.004	0.000	0.001	0.004	-0.004	0.002
	5	0.203	0.001	-0.005	0.003	0.003	0.000	0.001	0.006	-0.006	0.002
	6	0.208	0.004	-0.006	-0.007	0.005	0.001	0.001	0.004	-0.003	0.006
	7	0.210	0.004	-0.004	0.001	0.006	0.000	0.003	0.005	-0.003	0.006
	8	0.213	0.006	0.000	0.001	0.005	0.000	0.000	0.006	0.000	0.010
	9	0.214	0.009	-0.007	0.002	0.006	0.003	0.000	0.009	0.000	0.011
	10	0.278	0.013	-0.005	0.008	0.009	0.004	0.001	0.011	0.000	0.014
	11	0.214	0.015	-0.007	0.007	0.010	0.005	-0.001	0.014	0.007	0.019
	12	0.214	0.014	-0.003	0.010	0.015	0.006	0.001	0.017	0.007	0.020
	13	0.214	0.014	-0.005	0.012	0.018	0.004	-0.001	0.018	0.009	0.022
	14	0.214	0.014	-0.007	0.012	0.021	0.005	-0.001	0.018	0.010	0.026
	15	0.214	0.012	-0.009	0.014	0.024	0.000	-0.001	0.020	0.010	0.026
8	1	-0.004	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000
	2	-0.006	0.004	-0.005	0.000	-0.004	-0.001	-0.001	0.001	-0.001	0.001
	3	-0.004	0.004	-0.002	0.003	0.004	0.000	-0.001	0.005	0.000	0.005
	4	-0.008	0.001	-0.009	0.003	0.007	-0.001	-0.001	0.009	0.000	-0.006
	5	-0.005	0.001	-0.011	0.006	0.007	-0.001	0.000	0.012	0.002	0.002
	6	-0.004	0.000	-0.010	0.009	0.010	0.000	0.002	0.015	0.007	0.004
	7	-0.004	0.000	-0.011	0.010	0.011	-0.001	0.003	0.017	0.000	0.007
	8	-0.004	0.000	-0.009	0.013	0.014	0.000	0.005	0.019	0.012	0.004
	9	-0.004	0.000	-0.012	0.011	0.015	-0.001	0.005	0.021	0.014	0.006
	10	-0.003	0.000	-0.012	0.014	0.019	0.000	0.010	0.021	0.021	-0.006
	11	0.003	0.000	-0.010	0.020	0.027	-0.001	0.027	0.025	0.040	0.012
	12	0.023	0.004	-0.009	0.027	0.042	0.035	0.104	0.034	0.076	0.005
	13	0.052	0.007	-0.006	0.029	0.060	0.014	0.159	0.042	0.134	-0.010
	14	0.095	0.015	0.023	0.025	0.081	0.026	0.247	0.049	0.204	-0.006
	15	0.146	-0.029	0.060	0.019	0.096	0.053	0.381	0.055	0.319	0.033

TAFEL 2 - VERSUCH NR. 1, QUERSTREIFEN

LAST-		MESZSTELLENNR.									
ZYKLUS	STUFE	OBE	UNTE	OBE	UNTE	OBE	UNTE	OBE	UNTE	OBE	UNTE
		19	23	5	14	27	28	6	15	21	25
DEHNUNGEN IN 0/00											
1	1	0.008	-0.005	0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	-0.004	0.007	-0.007
	2	0.012	-0.015	0.007	-0.009	0.000	0.000	0.001	-0.012	0.015	-0.017
	3	0.020	-0.021	0.014	-0.012	0.000	0.000	0.011	-0.017	0.026	-0.026
	4	0.033	-0.027	0.023	-0.013	0.000	0.000	0.019	-0.021	0.040	-0.033
	5	0.042	-0.030	0.029	-0.013	0.000	0.000	0.025	-0.024	0.054	-0.042
2	1	0.017	0.010	0.014	0.010	0.000	0.000	0.013	0.009	0.018	0.008
	2	0.033	0.001	0.028	0.006	0.000	0.000	0.025	0.002	0.037	0.000
	3	0.050	-0.014	0.044	0.000	0.000	0.000	0.040	-0.006	0.055	-0.018
3	1	0.010	-0.003	0.007	-0.002	0.000	0.000	0.006	-0.003	0.010	-0.002
	2	0.022	-0.014	0.026	-0.010	0.000	0.000	0.016	-0.013	0.027	-0.017
	3	0.035	-0.030	0.031	-0.021	0.000	0.000	0.020	-0.027	0.044	-0.033
4	1	0.008	-0.004	0.005	0.000	0.000	0.000	0.005	-0.003	0.009	-0.004
	2	0.020	-0.021	0.018	-0.012	0.000	0.000	0.015	-0.016	0.022	-0.021
	3	0.035	-0.028	0.031	-0.015	0.000	0.000	0.017	-0.024	0.042	-0.032
5	1	0.007	-0.006	0.000	-0.001	0.004	-0.004	0.000	-0.004	0.006	-0.006
	2	0.014	-0.007	0.010	-0.004	0.012	-0.007	0.007	-0.007	0.015	-0.010
	3	0.023	-0.015	0.022	-0.007	0.019	-0.014	0.017	-0.012	0.026	-0.018
	4	0.031	-0.019	0.025	-0.009	0.027	-0.015	0.021	-0.015	0.037	-0.022
	5	0.039	-0.022	0.032	-0.012	0.034	-0.023	0.025	-0.020	0.047	-0.031
6	1	-0.011	0.000	0.013	-0.004	0.005	-0.004	0.000	-0.004	0.000	0.000
	2	0.000	0.000	0.018	-0.004	0.011	-0.006	-0.001	-0.007	0.000	-0.005
	3	0.001	0.003	0.021	-0.007	0.014	-0.010	0.003	-0.009	0.002	0.000
	4	0.001	0.006	0.023	-0.015	0.019	-0.013	0.004	-0.012	-0.005	0.003
7	1	0.007	0.000	0.007	-0.003	0.008	0.000	0.000	-0.004	0.002	-0.001
	2	0.022	-0.013	0.018	-0.007	0.021	-0.013	0.015	-0.011	0.019	-0.014
	3	0.039	-0.028	0.033	-0.016	0.035	-0.028	0.030	-0.024	0.040	-0.031
	4	0.056	-0.041	0.049	-0.029	0.051	-0.041	0.056	-0.033	0.076	-0.051
	5	0.066	-0.045	0.057	-0.034	0.061	-0.046	0.058	-0.038	0.092	-0.058
	6	0.071	-0.050	0.067	-0.042	0.071	-0.051	0.064	-0.043	0.106	-0.062
	7	0.073	-0.049	0.074	-0.045	0.077	-0.058	0.070	-0.050	0.110	-0.062
	8	0.073	-0.050	0.080	-0.051	0.084	-0.061	0.077	-0.056	0.113	-0.060
	9	0.073	-0.047	0.089	-0.055	0.090	-0.065	0.084	-0.060	0.114	-0.059
	10	0.074	-0.045	0.095	-0.059	0.101	-0.068	0.094	-0.065	0.115	-0.057
	11	0.077	-0.045	0.098	-0.064	-0.108	-0.072	0.102	-0.073	0.118	-0.057
	12	0.077	-0.042	0.108	-0.073	0.115	-0.079	0.119	-0.080	0.117	-0.057
	13	0.078	-0.044	0.134	-0.080	0.122	-0.085	0.132	-0.093	0.115	-0.057
	14	0.077	-0.042	0.146	-0.092	0.128	-0.092	0.162	-0.102	0.115	-0.057
	15	0.074	-0.042	0.158	-0.103	0.136	-0.101	0.182	-0.111	0.111	-0.058
8	1	0.009	-0.007	0.009	-0.003	0.007	-0.005	0.007	-0.004	0.004	-0.004
	2	0.021	-0.011	0.021	-0.011	0.027	-0.016	0.023	-0.016	0.023	-0.014
	3	0.035	-0.023	0.038	-0.029	0.051	-0.037	0.038	-0.039	0.041	-0.028
	4	0.055	-0.040	0.089	-0.054	0.082	-0.063	0.065	-0.063	0.066	-0.050
	5	0.055	-0.042	0.100	-0.065	0.094	-0.075	0.074	-0.074	0.065	-0.050
	6	0.055	-0.040	0.118	-0.077	0.111	-0.089	0.086	-0.086	0.065	-0.051
	7	0.055	-0.039	0.129	-0.088	0.124	-0.099	0.097	-0.096	0.065	-0.051
	8	0.054	-0.039	0.136	-0.099	0.134	-0.112	0.106	-0.103	0.065	-0.052
	9	0.053	-0.042	0.147	-0.109	0.147	-0.128	0.114	-0.113	0.062	-0.055
	10	0.055	-0.041	0.159	-0.122	0.166	-0.152	0.125	-0.119	0.062	-0.054
	11	0.056	-0.036	0.179	-0.135	0.196	-0.166	0.136	-0.130	0.060	-0.053
	12	0.060	-0.036	0.217	-0.158	0.271	-0.179	0.139	-0.150	0.056	-0.053
	13	0.062	-0.044	0.228	-0.171	0.372	-0.214	0.140	-0.168	0.035	-0.047
	14	0.072	-0.050	0.239	-0.183	0.517	-0.258	0.157	-0.184	0.017	-0.026
	15	0.123	-0.036	0.284	-0.190	0.780	-0.326	0.182	-0.199	-0.019	0.398

TAFEL 3 - VERSUCH NR. 1, QUERTRAEGERBEREICH

LAST-		MESZSTELLENNR.							
ZYKLUS	STUFE	OBERN	UNTEN	OBERN	UNTEN	OBERN	UNTEN	OBERN	UNTEN
		1	10	2	11	3	12	4	13
DEHNUNGEN IN 0/00									
1	1	-0.002	-0.006	-0.003	-0.001	-0.002	-0.003	-0.002	0.011
	2	-0.001	-0.011	0.000	-0.006	-0.001	-0.008	0.000	0.009
	3	0.003	-0.012	0.001	-0.009	0.000	-0.012	0.000	0.016
	4	0.007	-0.011	0.007	-0.011	0.005	-0.017	0.002	-0.048
	5	0.007	-0.014	0.003	-0.014	0.005	-0.020	0.003	0.004
2	1	0.013	0.011	0.011	0.008	0.011	0.014	0.009	0.007
	2	0.022	0.008	0.021	0.007	0.018	0.003	0.015	0.027
	3	0.031	0.008	0.028	0.003	0.024	0.000	0.021	0.019
3	1	0.005	0.000	0.003	-0.002	0.004	-0.001	0.002	-0.024
	2	0.020	0.002	0.016	-0.007	0.016	-0.008	0.014	-0.017
	3	0.018	-0.011	0.014	-0.015	0.011	-0.019	0.009	-0.014
4	1	0.003	0.000	0.003	0.000	0.008	-0.003	0.001	0.012
	2	0.009	-0.006	0.008	-0.008	0.007	-0.011	0.005	-0.051
	3	0.016	-0.007	0.014	-0.012	0.010	-0.018	0.008	-0.074
5	1	-0.014	-0.005	-0.007	-0.002	-0.007	-0.003	-0.003	-0.001
	2	-0.008	-0.005	0.000	-0.005	-0.001	-0.005	0.000	0.036
	3	0.000	-0.001	0.007	-0.007	0.006	-0.009	0.007	0.042
	4	-0.001	-0.006	0.007	-0.009	0.005	-0.012	0.005	0.076
	5	0.000	-0.008	0.008	-0.012	0.007	-0.015	0.006	0.026
6	1	0.003	0.000	0.003	-0.002	0.003	-0.002	0.002	-0.010
	2	0.004	0.000	0.004	-0.008	0.004	-0.001	0.003	0.022
	3	0.008	0.000	0.008	-0.003	0.006	-0.003	0.005	0.036
	4	0.007	-0.001	0.007	-0.005	0.004	-0.006	0.004	0.051
7	1	0.005	0.000	0.001	0.000	0.000	-0.004	0.002	-0.027
	2	0.007	-0.002	0.007	-0.003	0.004	-0.008	0.004	-0.039
	3	0.013	-0.003	0.015	-0.012	0.011	-0.015	0.011	-0.010
	4	0.018	-0.007	0.021	-0.017	0.017	-0.023	0.014	-0.076
	5	0.021	-0.007	0.027	-0.020	0.022	-0.027	0.017	-0.022
	6	0.021	-0.008	0.029	-0.021	0.024	-0.029	0.019	-0.053
	7	0.023	-0.007	0.033	-0.022	0.027	-0.032	0.022	-0.023
	8	0.021	-0.009	0.032	-0.024	0.028	-0.034	0.021	-0.070
	9	0.022	-0.002	0.034	-0.025	0.028	-0.035	0.023	-0.055
	10	0.024	-0.008	0.037	-0.024	0.031	-0.036	0.023	-0.027
	11	0.025	-0.009	0.039	-0.027	0.034	-0.037	0.026	-0.059
	12	0.030	-0.006	0.043	-0.028	0.038	-0.039	0.031	-0.060
	13	0.028	-0.008	0.042	-0.029	0.038	-0.041	0.030	-0.073
	14	0.028	-0.009	0.042	-0.032	0.038	-0.043	0.032	-0.090
	15	0.027	-0.010	0.042	-0.033	0.039	-0.046	0.032	-0.085
8	1	0.004	0.000	0.002	0.000	0.003	-0.002	0.000	-0.029
	2	0.006	-0.004	0.008	-0.006	0.005	-0.010	0.003	-0.001
	3	0.009	-0.006	0.014	-0.012	0.010	-0.015	0.005	-0.030
	4	0.018	-0.011	0.022	-0.022	0.018	-0.028	0.011	-0.038
	5	0.019	-0.014	0.025	-0.024	0.018	-0.033	0.012	-0.051
	6	0.023	-0.015	0.029	-0.028	0.023	-0.037	0.015	-0.072
	7	0.026	-0.016	0.031	-0.033	0.024	-0.042	0.017	-0.032
	8	0.028	-0.018	0.035	-0.036	0.028	-0.045	0.017	-0.061
	9	0.028	-0.021	0.035	-0.040	0.029	-0.048	0.018	-0.064
	10	0.031	-0.021	0.038	-0.042	0.031	-0.051	0.020	-0.085
	11	0.034	-0.021	0.042	-0.043	0.035	-0.054	0.025	-0.096
	12	0.036	-0.021	0.045	-0.046	0.037	-0.057	0.026	-0.125
	13	0.037	-0.022	0.045	-0.049	0.041	-0.059	0.029	-0.107
	14	0.039	-0.025	0.048	-0.053	0.043	-0.064	0.031	-0.116
	15	0.040	-0.025	0.050	-0.054	0.047	-0.065	0.036	-0.135

TAFEL 4 - VERSUCH NR. 2; PLATTENEINSpanNUNG AM QUERTRAEGER

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.									
	OBEN 18	UNTEN 49	OBEN 19	UNTEN 50	OBEN 17	UNTEN 51	OBEN 16	UNTEN 47	OBEN 20	UNTEN 48
	DEHNUNGEN IN 0/00									
1	0.020	0.050	0.025	0.059	0.028	0.051	0.039	0.045	0.121	0.040
2	0.010	0.067	0.014	0.082	0.016	0.070	0.046	0.051	0.159	0.046
3	0.000	0.088	0.000	0.105	0.000	0.094	0.050	0.051	0.105	0.051
4	-0.019	0.139	-0.009	0.162	-0.016	0.116	0.053	0.059	0.084	0.053
5	-0.039	0.198	-0.023	0.198	-0.035	0.134	0.055	0.067	0.050	0.055
6	-0.064	0.273	-0.035	0.216	-0.051	0.158	0.055	0.076	0.069	0.056
7	-0.098	0.443	-0.053	0.260	-0.081	0.218	0.058	0.085	0.058	0.055
8	-0.126	0.584	-0.069	0.326	-0.112	0.281	0.061	0.093	0.055	0.063
9	-0.151	0.664	-0.096	0.449	-0.135	0.343	0.064	0.091	0.067	0.067
10	-0.172	0.700	-0.121	0.517	-0.155	0.421	0.065	0.093	0.066	0.074
4	-0.133	0.633	-0.083	0.466	-0.118	0.386	0.053	0.087	0.048	0.071
11	-1.905	0.741	-1.372	0.589	-0.200	0.486	0.056	0.096	0.066	0.084
12	-0.202	0.769	-0.152	0.658	-0.209	0.540	0.066	0.104	0.106	0.099
13	-0.247	0.831	-0.203	0.782	-0.260	0.649	0.068	0.128	0.098	0.130
14	-0.275	0.884	-0.235	0.883	-0.292	0.730	0.068	0.144	0.114	0.148
15	-0.303	0.951	-0.268	0.976	-0.325	0.806	0.068	0.159	0.086	0.168

TAFEL 5 - VERSUCH NR. 2; MESSQUERSCHNITT 1

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.											
	OBEN 28	UNTEN 59	OBEN 21	UNTEN 52	OBEN 22	UNTEN 53	OBEN 12	UNTEN 43	OBEN 3	UNTEN 34	OBEN 4	UNTEN 35
	DEHNUNGEN IN 0/00											
1	0.039	0.039	0.038	0.040	0.038	0.038	0.055	0.019	0.054	0.030	0.054	0.030
2	0.037	0.043	0.042	0.046	0.045	0.066	0.083	0.003	0.069	0.021	0.072	0.019
3	0.033	0.050	0.041	0.053	0.049	0.062	0.122	-0.008	0.086	0.000	0.089	0.007
4	0.032	0.050	0.041	0.051	0.050	0.063	0.163	-0.033	0.103	0.000	0.105	0.000
5	0.031	0.049	0.037	0.053	0.050	0.050	0.172	-0.040	0.110	0.000	0.116	0.000
6	0.030	0.059	0.039	0.058	0.055	0.050	0.182	-0.037	0.125	-0.012	0.132	-0.004
7	0.027	0.065	0.038	0.062	0.057	0.050	0.183	-0.036	0.130	-0.017	0.149	-0.010
8	0.047	0.080	0.020	0.076	0.063	0.053	0.165	-0.030	0.137	-0.033	0.175	-0.021
9	0.077	0.069	0.016	0.084	0.085	0.048	0.165	-0.034	0.145	-0.055	0.203	-0.027
10	0.100	0.060	0.009	0.095	0.056	0.076	0.178	-0.046	0.170	-0.071	0.317	-0.068
4	0.109	0.057	0.010	0.085	0.049	0.071	0.192	-0.055	0.143	-0.037	0.306	-0.046
11	0.161	0.044	0.000	0.101	0.053	0.081	0.212	-0.058	0.236	-0.102	0.403	-0.097
12	0.250	0.075	-0.011	0.112	0.054	0.090	0.246	-0.066	0.447	-0.153	0.524	-0.125
13	0.496	0.173	-0.044	0.184	0.069	0.066	0.340	-0.098	0.656	-0.232	0.626	-0.182
14	0.622	0.198	-0.050	0.333	0.082	0.070	0.308	-0.040	0.791	-0.262	0.755	-0.230
15	0.733	0.242	-0.035	0.421	0.078	0.067	0.300	-0.004	0.884	-0.300	0.973	-0.284

TAFEL 6/A - VERSUCH NR. 2, MESSQUERSCHNITT 2, LAENGSRICHTUNG

LAST- STUFE	MESSZSTELLENR.					
	OBEN 29	UNTEN 60	OBEN 23	UNTEN 54	OBEN 24	UNTEN 55
	DEHNUNGEN IN 0/00					
1	0.034	0.041	0.038	0.038	0.037	0.038
2	0.032	0.045	0.041	0.039	0.040	0.040
3	0.026	0.052	0.043	0.045	0.045	0.044
4	0.028	0.051	0.043	0.044	0.043	0.040
5	0.033	0.054	0.042	0.043	0.043	0.040
6	0.046	0.068	0.046	0.049	0.042	0.044
7	0.061	0.086	0.045	0.051	0.042	0.052
8	0.051	0.131	0.033	0.066	0.042	0.064
9	0.073	0.134	0.037	0.074	0.041	0.072
10	0.091	0.145	0.042	0.079	0.025	0.078
4	0.100	0.128	0.050	0.071	0.017	0.075
11	0.185	0.148	0.066	0.070	0.020	0.093
12	0.277	0.138	0.098	0.062	0.019	0.109
13	0.466	0.102	0.145	0.031	0.017	0.081
14	0.608	0.054	0.146	0.031	0.026	0.097
15	0.714	0.025	0.115	0.042	0.040	0.097

TAFEL 6/B - VERSUCH NR. 2, MESSQUERSCHNITT 2 QUERSTREIFEN

LAST- STUFE	MESSZSTELLENR.									
	OBEN 13	UNTEN 44	OBEN 5	UNTEN 36	OBEN 6	UNTEN 37	OBEN 7	UNTEN 38	OBEN 8	UNTEN 39
	DEHNUNGEN IN 0/00									
1	0.043	0.021	0.059	0.023	0.059	0.022	0.063	0.030	0.066	0.027
2	0.028	0.011	0.076	0.013	0.075	0.009	0.077	0.018	0.086	0.016
3	0.110	0.000	0.094	0.000	0.094	0.000	0.094	0.001	0.120	0.000
4	0.115	-0.023	0.118	-0.008	0.112	-0.011	0.121	-0.006	0.177	-0.016
5	0.117	-0.026	0.130	-0.022	0.124	-0.024	0.134	-0.028	0.184	-0.018
6	0.102	-0.023	0.184	-0.041	0.141	-0.038	0.140	-0.043	0.198	-0.016
7	0.122	-0.020	0.235	-0.061	0.153	-0.047	0.183	-0.074	0.205	0.000
8	0.109	-0.004	0.300	-0.094	0.167	-0.065	0.244	-0.102	0.210	-0.011
9	0.146	-0.004	0.342	-0.120	0.184	-0.080	0.311	-0.127	0.214	0.004
10	0.136	-0.002	0.384	-0.142	0.260	-0.119	0.414	-0.167	0.226	0.000
4	0.126	-0.007	0.319	-0.093	0.233	-0.079	0.387	-0.118	0.228	0.000
11	0.122	0.000	0.433	-0.164	0.316	-0.147	0.516	-0.202	0.244	0.000
12	0.132	0.037	0.534	-0.200	0.389	-0.177	0.597	-0.222	0.247	0.000
13	0.136	0.253	0.883	-0.292	0.650	-0.258	0.753	-0.279	0.157	0.428
14	0.202	0.223	1.111	-0.382	0.775	-0.330	0.954	-0.333	0.212	0.687
15	0.203	0.221	1.260	-0.462	0.896	-0.386	1.228	-0.406	0.244	0.718

TAFEL 7 - VERSUCH NR. 2, MESSQUERSCHNITT 3

LAST- STUFE	MESSSTELLENNR.											
	OBEN 30	UNTEN 61	OBEN 25	UNTEN 56	OBEN 26	UNTEN 57	OBEN 14	UNTEN 45	OBEN 9	UNTEN 40	OBEN 10	UNTEN 41
	DEHNUNGEN IN 0/00											
1	0.033	0.040	0.034	0.042	0.042	0.033	0.055	0.021	0.065	0.027	0.071	0.023
2	0.034	0.041	0.037	0.047	0.047	0.033	0.078	0.009	0.084	0.014	0.095	0.008
3	0.039	0.045	0.038	0.052	0.050	0.033	0.084	0.000	0.108	-0.002	0.117	0.000
4	0.049	0.043	0.034	0.052	0.050	0.029	0.099	-0.026	0.140	-0.021	0.143	-0.014
5	0.053	0.042	0.031	0.055	0.053	0.028	0.096	-0.029	0.159	-0.041	0.162	-0.033
6	0.061	0.052	0.033	0.059	0.058	0.030	0.095	-0.024	0.153	-0.050	0.186	-0.048
7	0.069	0.051	0.022	0.065	0.071	0.027	0.096	-0.024	0.200	-0.078	0.252	-0.076
8	0.078	0.066	0.051	0.072	0.091	0.031	0.092	-0.011	0.314	-0.120	0.299	-0.102
9	0.089	0.063	0.042	0.077	0.098	0.044	0.087	-0.014	0.434	-0.169	0.413	-0.145
10	0.092	0.063	0.028	0.084	0.114	0.050	0.082	-0.014	0.572	-0.215	0.555	-0.186
4	0.093	0.059	0.029	0.079	0.105	0.050	0.087	-0.024	0.542	-0.164	0.499	-0.132
11	0.116	0.071	0.016	0.092	0.122	0.058	0.075	-0.010	0.871	-0.294	0.671	-0.223
12	0.170	0.075	0.000	0.131	0.123	0.070	0.073	-0.023	1.013	-0.324	0.825	-0.263
13	0.533	0.000	-0.092	0.399	0.131	0.081	0.461	-0.064	1.206	-0.379	1.302	-0.382
14	0.651	-0.039	-0.126	0.569	0.150	0.116	0.603	-0.065	1.433	-0.454	1.593	-0.477
15	0.806	-0.068	-0.128	0.719	0.257	0.113	0.750	-0.066	1.691	-0.524	1.823	-0.196

TAFEL 8 - VERSUCH NR. 2, MESSQUERSCHNITT 4 UND QUERTRAEGER

LAST- STUFE	MESSSTELLENNR.							
	OBEN 31	UNTEN 62	OBEN 15	UNTEN 46	OBEN 1	UNTEN 32	OBEN 2	UNTEN 33
	DEHNUNGEN IN 0/00							
1	0.044	0.038	0.047	0.028	0.009	0.030	0.049	0.027
2	0.044	0.040	0.060	0.022	0.017	0.024	0.053	0.019
3	0.042	0.042	0.072	0.000	0.030	0.016	0.061	0.001
4	0.039	0.041	0.087	0.000	0.047	0.007	0.067	0.000
5	0.038	0.038	0.080	0.002	0.050	0.003	0.069	-0.003
6	0.041	0.046	0.074	0.000	0.058	0.000	0.076	-0.010
7	0.045	0.046	0.072	0.018	0.068	0.000	0.080	-0.015
8	0.044	0.053	0.062	0.042	0.072	0.000	0.083	-0.016
9	0.045	0.048	0.054	0.044	0.078	0.000	0.082	-0.021
10	0.046	0.047	0.047	0.049	0.084	0.000	0.087	-0.027
4	0.042	0.048	0.086	0.011	0.066	0.006	0.077	-0.011
11	0.050	0.059	0.034	0.072	0.092	-0.009	0.088	-0.033
12	0.052	0.057	0.020	0.087	0.097	-0.007	0.093	-0.037
13	0.065	0.099	-0.010	0.104	0.115	-0.013	0.098	-0.049
14	0.071	0.173	-0.026	0.103	0.131	-0.019	0.103	-0.060
15	0.080	0.216	-0.042	0.115	0.137	-0.018	0.105	-0.059

TAFEL 9 - VERSUCH NR. 2, RANDBALKEN

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.											
	OBEN 65	UNTEN 69	OBEN 27	UNTEN 58	OBEN 64	UNTEN 68	OBEN 11	UNTEN 42	OBEN 63	UNTEN 67	OBEN 66	UNTEN 70
	DEHNUNGEN IN 0/00											
1	0.052	0.026	0.072	0.027	0.035	0.036	0.033	0.039	0.036	0.031	0.024	0.030
2	0.079	0.019	0.122	0.027	0.036	0.048	0.026	0.043	0.053	0.029	0.012	0.016
3	0.152	0.011	0.274	0.031	0.040	0.053	0.001	0.034	0.022	0.027	0.000	0.100
4	0.239	0.000	0.500	0.030	0.069	0.038	0.000	0.025	0.000	0.026	0.014	0.006
5	0.335	-0.003	0.623	0.032	0.096	0.023	-0.003	0.024	-0.011	0.022	0.016	-0.021
6	0.453	-0.016	0.736	0.043	0.127	0.016	-0.006	0.021	-0.028	0.021	0.027	-0.032
7	0.701	-0.050	0.841	0.059	0.145	0.008	0.000	0.026	-0.059	0.016	0.107	-0.066
8	0.882	-0.079	0.966	0.044	0.263	-0.011	0.000	0.034	-0.096	0.017	0.239	-0.094
9	1.163	-0.177	1.121	0.044	0.460	-0.062	0.000	0.049	-0.165	0.003	0.372	-0.111
10	1.343	-0.210	1.230	0.064	0.611	-0.082	0.000	0.065	-0.193	0.000	0.488	-0.116
4	1.193	-0.170	1.038	0.082	0.579	-0.066	0.011	0.049	-0.169	0.001	0.438	-0.092
11	1.536	-0.250	1.315	0.051	0.813	-0.103	0.000	0.075	-0.226	0.012	0.593	-0.129
12	1.716	-0.283	1.363	0.055	1.047	-0.115	0.000	0.081	-0.250	0.003	0.698	-0.141
13	2.029	-0.342	1.473	0.050	1.619	0.000	0.000	0.091	-0.290	0.012	0.902	-0.112
14	2.176	-0.384	2.403	0.063	1.857	0.385	0.000	0.102	-0.314	0.018	1.039	-0.082
15	2.268	-0.423	2.699	0.080	2.030	0.780	-0.002	0.111	-0.336	0.024	1.148	-0.117

TAFEL 10/A - VERSUCH NR. 1, VERSCHIEBUNGEN

ZYKLUS	LAST- STUFE	MESZSTELLENR.					
		31	34	32	35	33	36
		VERSCHIEBUNGEN IN MM					
5	1	0.028	0.015	0.044	0.027	0.027	0.033
	2	0.052	0.041	0.081	0.065	0.088	0.052
	3	0.079	0.066	0.123	0.103	0.145	0.105
	4	0.107	0.088	0.168	0.137	0.189	0.141
	5	0.128	0.121	0.202	0.187	0.238	0.192
6	1	0.021	0.014	0.046	0.034	0.061	0.039
	2	0.042	0.024	0.081	0.058	0.109	0.061
	3	0.062	0.035	0.115	0.084	0.172	0.108
	4	0.081	0.047	0.148	0.114	0.209	0.151
7	1	0.031	0.029	0.050	0.043	0.010	0.000
	2	0.106	0.077	0.175	0.115	0.102	0.088
	3	0.228	0.106	0.336	0.165	0.250	0.140
	4	0.323	0.167	0.473	0.254	0.425	0.225
	5	0.320	0.240	0.504	0.333	0.465	0.275
	6	0.374	0.275	0.593	0.396	0.563	0.357
	7	0.411	0.292	0.648	0.441	0.625	0.385
	8	0.440	0.331	0.700	0.498	0.700	0.480
	9	0.485	0.369	0.773	0.561	0.792	0.538
	10	0.531	0.417	0.848	0.639	0.890	0.640
	11	0.575	0.462	0.927	0.712	0.970	0.720
	12	0.644	0.513	1.023	0.792	1.090	0.820
	13	0.726	0.581	1.152	0.899	1.255	0.925
	14	0.806	0.634	1.278	0.985	1.390	1.050
	15	0.889	0.713	1.421	1.102	1.550	1.180
	16	0.982	0.785	1.570	1.211	1.725	1.285
	17	1.124	0.890	1.862	2.004	2.022	1.458
	18	0.943	1.134	1.857	2.094	2.170	1.580

TAFEL 10/B - VERSUCH NR. 1. VERSCHIEBUNGEN

LAST-		MESZSTELLENR.							
ZYKLUS	STUFE	39	40	31	34	32	35	33	36
		VERSCHIEBUNGEN IN MM							
8	1	0.030	0.005	0.042	0.019	0.056	0.032	0.033	-0.033
	2	0.083	0.062	0.127	0.119	0.194	0.175	0.099	-0.049
	3	0.167	0.136	0.290	0.252	0.409	0.382	0.364	0.326
	4	0.271	0.229	0.473	0.414	0.667	0.604	0.634	0.576
	5	0.307	0.262	0.541	0.473	0.779	0.702	0.776	0.694
	6	0.352	0.304	0.628	0.547	0.934	0.834	0.979	0.881
	7	0.392	0.332	0.696	0.602	1.053	0.913	1.130	1.020
	8	0.430	0.357	0.762	0.645	1.150	1.000	1.274	1.116
	9	0.468	0.384	0.829	0.696	1.265	1.088	1.395	1.205
	10	0.515	0.417	0.919	0.754	1.426	1.187	1.595	1.325
	11	0.594	0.465	1.049	0.846	1.641	1.330	1.830	1.540
	12	0.765	0.575	1.290	1.029	2.021	1.605	2.335	1.915
	13	0.899	0.671	1.336	1.172	2.463	1.923	2.920	2.320
	14	1.040	0.775	1.370	1.392	2.991	2.320	3.670	2.790

TAFEL 11 - VERSUCH NR. 2. VERSCHIEBUNGEN

LAST-		MESZSTELLENR.					
STUFE		71	72	73	74	75	76
		VERSCHIEBUNGEN IN MM					
1		0.091	0.102	0.119	0.204	0.155	0.090
2		0.011	0.043	0.088	0.260	0.244	0.281
3		0.017	0.073	0.145	0.384	0.369	0.463
4		0.045	0.137	0.246	0.441	0.541	0.727
5		0.230	0.331	0.456	0.614	0.740	0.912
6		0.117	0.275	0.455	0.723	0.931	1.161
7		0.171	0.412	0.660	0.969	1.253	1.509
8		0.267	0.579	0.911	1.311	1.627	1.856
9		0.364	0.787	1.164	1.661	2.113	2.418
10		0.422	0.941	1.382	2.056	2.552	2.770
4		0.343	0.776	1.128	1.626	1.880	2.175
11		0.501	1.126	1.650	2.611	3.186	3.284
12		0.633	1.355	2.023	3.270	4.022	3.850
13		0.842	1.826	2.789	5.070	6.554	5.636
14		0.893	2.042	3.162	5.991	8.007	7.858
15		0.982	2.278	3.521	6.744	9.526	9.677
16		0.805	2.442	3.976	7.707	10.964	11.472
17		1.118	2.689	4.338	8.218	11.537	13.132

TAFEL 12 - VERSUCH NR. 2, STAHLDEHNUNGEN

LAST- STUFE	MESSSTELLENR.			
	1		2	
	Δ EPS	EPS	Δ EPS	EPS
DEHNUNGEN IN 0/00				
1	0,000	0,000	0,012	0,012
2	0,000	0,000	0,000	0,012
3	0,000	0,000	0,000	0,012
4	0,000	0,000	0,000	0,012
5	0,000	0,000	0,000	0,012
6	0,025	0,025	0,000	0,012
7	0,162	0,187	0,037	0,050
8	0,062	0,250	0,025	0,075
9	0,050	0,300	0,175	0,250
10	0,075	0,375	0,100	0,350
4	-0,100	0,275	-0,075	0,275
11	0,162	0,437	0,137	0,412
12	0,087	0,525	0,062	0,475
13	0,175	0,700	0,150	0,625
14	0,187	0,887	0,150	0,775
15	0,150	1,037	-0,075	0,700
16	0,137	1,175	0,100	0,800
17	0,125	1,300	0,025	0,825
18	0,137	1,437	0,037	0,852
19	0,162	1,600	0,012	0,875
20	0,275	1,875	0,000	0,875
21	0,375	2,250	0,100	0,975

TAFEL 13 - VERSUCH NR. 3. QUERSTREIFEN AM PLATTENANSCHNITT (LASTSEITE)

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.									
	OBE 1	UNTE 2	OBE 3	UNTE 4	OBE 5	UNTE 6	OBE 7	UNTE 8	OBE 9	UNTE 10
	DEHNUNGEN IN 0/00									
1	0.000	-0.013	0.009	-0.013	0.013	-0.007	0.015	-0.021	0.010	-0.009
2	0.008	-0.026	0.029	-0.032	0.034	-0.028	0.034	-0.028	0.029	-0.029
3	0.030	-0.035	0.054	-0.045	0.065	-0.038	0.000	-0.027	0.056	-0.041
4	0.052	-0.036	0.090	-0.063	0.095	-0.050	0.103	-0.035	0.077	-0.065
5	0.069	-0.073	0.127	-0.094	0.146	-0.081	0.151	-0.057	0.091	-0.100
6	0.113	-0.081	0.188	-0.109	0.240	-0.098	0.207	-0.060	0.133	-0.107
7	0.154	-0.104	0.237	-0.140	0.354	-0.134	0.288	-0.098	0.163	-0.135
8	0.194	-0.128	0.293	-0.169	0.514	-0.172	0.390	-0.142	0.210	-0.162
9	0.241	-0.165	0.354	-0.212	0.793	-0.238	0.559	-0.182	0.270	-0.205
10	0.311	-0.199	0.423	-0.252	1.053	-0.297	0.716	-0.239	0.342	-0.251
11	0.805	-0.369	1.329	-0.520	5.502	-0.673	5.502	-0.487	0.401	-0.512
12	1.329	-0.575	2.073	-0.856	5.502	-1.048	5.502	-0.804	0.684	-0.897
13	1.502	-0.692	2.554	-1.041	5.504	-1.317	5.503	-1.056	0.906	-1.195
14	1.619	-0.826	2.705	-1.138	5.502	-1.608	5.502	-1.365	1.047	-1.519

TAFEL 14 - VERSUCH NR. 3. LAENGSSTREIFEN AM PLATTENANSCHNITT (LASTSEITE)

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.							
	OBE 23	UNTE 24	OBE 25	UNTE 26	UNTE 27	UNTE 28	OBE 29	UNTE 30
	DEHNUNGEN IN 0/00							
1	0.000	0.000	0.005	0.000	0.000	0.001	-0.005	-0.008
2	0.000	0.000	-0.004	0.000	0.000	0.003	-0.005	0.088
3	0.011	0.000	0.011	0.002	0.007	0.016	0.016	0.088
4	0.000	0.000	0.022	0.006	0.008	0.023	0.024	0.106
5	0.000	0.000	-0.002	0.000	0.007	-0.004	0.014	0.041
6	0.002	0.003	-0.002	0.012	0.024	0.018	0.034	0.081
7	0.000	0.010	0.002	0.021	0.038	0.053	0.058	0.079
8	0.001	0.013	0.003	0.024	0.058	0.063	0.083	0.058
9	0.012	0.020	0.032	0.034	0.096	0.083	0.127	0.062
10	0.043	0.022	0.117	0.044	0.133	0.106	0.166	0.097
11	0.491	0.047	0.613	0.454	0.654	0.375	0.482	0.200
12	0.949	0.163	5.526	1.016	1.010	0.896	0.679	0.681
13	1.161	0.720	5.527	1.338	1.256	1.056	0.753	1.025
14	1.348	5.503	5.525	1.684	1.466	0.918	0.852	1.329

TAFEL 15 - VERSUCH NR. 3, MESZSTREIFEN AM PLATTENANSCHNITT
(UNBELASTETE SEITE)

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.									
	OBEN 31	UNTEN 32	OBEN 33	UNTEN 34	OBEN 11	UNTEN 12	OBEN 13	UNTEN 14	OBEN 15	UNTEN 16
	DEHNUNGEN IN 0/00									
1	0.000	0.000	-0.002	-0.004	-0.002	0.000	-0.004	-0.003	0.000	0.000
2	-0.004	0.000	0.000	-0.008	-0.003	0.000	0.004	-0.005	-0.002	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.009	0.005	0.000	0.003
4	0.000	0.000	0.000	-0.005	0.000	0.012	-0.015	0.003	0.000	0.008
5	-0.017	-0.016	-0.015	-0.020	-0.019	0.000	-0.029	0.000	-0.011	0.000
6	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.002	0.023	-0.011	0.010	0.000	0.016
7	0.000	0.000	0.000	0.005	-0.004	0.030	-0.008	0.015	-0.001	0.025
8	0.000	0.000	0.000	0.005	-0.014	0.034	0.004	0.010	-0.006	0.026
9	0.000	0.000	0.000	0.005	-0.008	0.045	-0.020	0.022	-0.005	0.036
10	0.000	0.000	0.000	0.005	-0.022	0.050	-0.026	0.025	-0.011	0.041
11	-0.017	-0.026	-0.018	0.005	-0.076	0.116	-0.070	0.066	-0.050	0.078
12	-0.035	-0.031	-0.029	-0.012	-0.173	0.353	-0.142	0.171	-0.118	0.197
13	-0.044	-0.032	-0.033	-0.015	-0.229	0.521	-0.187	0.298	-0.154	0.292
14	-0.089	-0.078	-0.076	-0.060	-0.323	0.657	-0.271	0.394	-0.233	0.350

TAFEL 16 - VERSUCH NR. 3, MESZSTREIFEN AM ANSCHNITT QUERTRAEGER

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.									
	OBEN 17	UNTEN 18	OBEN 19	UNTEN 20	OBEN 21	UNTEN 22	OBEN 35	UNTEN 36	OBEN 37	UNTEN 38
	DEHNUNGEN IN 0/00									
1	0.000	0.000	-0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	-0.013	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003
3	0.000	0.009	0.011	0.000	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000	0.008
4	0.000	0.014	0.005	0.005	0.000	0.009	0.000	0.000	0.000	0.013
5	0.000	0.015	-0.009	0.005	-0.007	0.002	0.000	0.000	0.000	0.003
6	-0.002	0.035	-0.013	0.015	0.000	0.017	0.009	0.005	0.005	0.020
7	-0.005	0.036	0.023	0.021	0.000	0.029	0.015	0.012	0.023	0.037
8	-0.013	0.040	0.024	0.000	-0.001	0.030	0.022	0.012	0.021	0.040
9	-0.013	0.061	0.047	0.032	0.000	0.040	0.025	0.000	0.026	0.042
10	-0.026	0.064	0.020	0.037	-0.008	0.041	0.000	0.010	0.033	0.038
11	-0.049	0.143	0.014	0.080	-0.035	0.074	0.024	0.003	0.017	0.034
12	-0.098	0.299	-0.028	0.145	-0.070	0.127	0.029	0.000	0.000	0.045
13	-0.116	0.421	-0.030	0.157	-0.072	0.148	0.042	0.000	0.042	0.055
14	-0.196	0.774	-0.051	0.134	-0.108	0.126	0.033	-0.024	0.004	0.024

TAFEL 17 - VERSUCH NR. 3, MESZSTREIFEN AM BUEGEL NR. 1

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.						
	41	42	43	44	45	46	47
	DEHNUNGEN IN 0/00						
1	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.002	-0.001	0.000
2	0.000	0.000	0.001	0.000	-0.002	0.000	-0.004
3	0.000	0.000	0.004	0.001	0.000	-0.003	-0.002
4	0.000	0.008	0.004	0.004	0.000	-0.009	-0.006
5	0.000	0.006	0.004	0.000	-0.009	-0.024	-0.019
6	0.010	0.027	0.012	0.015	-0.002	-0.019	-0.012
7	0.016	0.040	0.017	0.015	-0.006	-0.023	-0.016
8	0.033	0.056	0.024	0.024	-0.004	-0.026	-0.020
9	0.043	0.086	0.034	0.029	0.000	-0.042	-0.029
10	0.074	0.126	0.004	0.044	0.000	-0.050	-0.043
11	0.410	0.102	0.226	0.047	0.384	-0.124	-0.088
12	0.547	0.522	0.327	0.054	0.644	-0.096	-0.027
13	0.688	0.911	0.395	0.059	0.822	-0.065	0.021
14	0.792	1.105	0.456	0.050	1.044	0.000	0.135

TAFEL 18 - VERSUCH NR. 3, MESZSTREIFEN AM BUEGEL NR. 2

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.					
	48	49	50	52	53	54
	DEHNUNGEN IN 0/00					
1	-0.002	0.000	0.000	-0.082	-0.004	-0.009
2	0.000	0.000	0.000	-0.082	-0.005	-0.013
3	0.000	0.000	0.000	-0.078	-0.006	0.006
4	0.000	0.004	0.002	-0.077	-0.005	-0.020
5	0.000	0.000	0.000	-0.085	-0.011	-0.029
6	0.003	0.017	0.010	-0.070	-0.003	-0.020
7	0.000	0.017	0.018	-0.071	-0.005	-0.020
8	0.007	0.029	0.028	-0.070	-0.010	-0.041
9	0.012	0.033	0.044	-0.061	0.000	-0.045
10	0.000	0.049	0.059	-0.053	-0.001	-0.046
11	0.294	0.328	0.154	-0.039	0.000	-0.122
12	0.517	0.444	0.428	0.692	0.000	0.006
13	0.759	0.565	0.572	0.974	0.124	0.129
14	1.013	0.651	0.679	1.200	0.231	0.252

TAFEL 19 - VERSUCH NR. 3: MESZSTREIFEN AM BUEGEL NR. 4

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.					
	56	57	58	59	60	61
	DEHNUNGEN IN 0/00					
1	0.000	0.000	-0.002	0.000	-0.005	-0.007
2	0.000	0.000	0.000	-0.014	-0.008	-0.022
3	0.006	0.000	0.000	-0.015	-0.014	-0.005
4	0.017	0.009	0.000	-0.013	-0.017	-0.017
5	0.024	0.005	0.000	0.000	-0.032	-0.020
6	0.045	0.029	0.017	0.000	-0.025	-0.008
7	0.000	0.066	0.022	0.006	0.000	-0.012
8	0.079	0.076	0.042	0.013	-0.034	0.004
9	0.131	0.082	0.061	0.032	-0.052	0.069
10	0.203	0.080	0.066	0.041	-0.008	0.125
11	0.751	0.300	0.112	0.134	0.264	0.546
12	1.054	0.429	0.308	0.419	0.483	0.892
13	1.236	0.514	0.512	0.634	0.619	1.042
14	1.363	0.609	0.589	0.822	0.753	1.212

TAFEL 20 - VERSUCH NR. 3: MESZSTREIFEN AM BUEGEL NR. 5

LAST- STUFE	MESZSTELLENR.						
	62	63	64	65	66	67	68
	DEHNUNGEN IN 0/00						
1	-0.004	0.000	0.003	0.000	-0.011	-0.001	0.000
2	0.204	0.000	-0.008	0.000	0.019	-0.010	-0.003
3	0.101	0.003	-0.003	0.000	0.013	-0.007	-0.001
4	-0.053	0.005	0.001	0.014	0.022	-0.014	-0.002
5	-0.176	0.000	0.001	0.016	0.013	-0.026	-0.012
6	-0.181	0.014	0.017	0.039	0.022	-0.016	0.000
7	-0.215	0.014	0.026	0.063	0.034	-0.017	0.000
8	-0.213	0.000	0.037	0.080	0.042	-0.017	-0.004
9	-0.048	0.010	0.062	0.111	0.059	0.000	-0.033
10	0.012	0.006	0.091	0.172	0.076	0.000	-0.058
11	0.238	0.071	0.283	0.437	0.348	0.332	-0.067
12	0.426	0.326	0.527	0.616	0.810	0.789	0.107
13	0.549	0.533	0.680	0.647	1.123	1.115	0.585
14	0.669	0.667	0.756	0.675	1.419	1.381	0.797

TAFEL 21 - SETZDEHNUNGSMESSER AN DEN BUEGELN NR. 3 UND 6

LAST- STUFE	MESZSTRECKENNR.					
	AUSSEN		INNEN		OBEN	UNTEN
	1	4	5	8	6	7
DEHNUNGEN IN 0/00						
1	0.04	-0.04	0.00	0.00	0.04	0.00
2	0.06	*****	*****	0.05	0.03	-0.09
3	0.04	0.00	-0.01	0.03	0.01	-0.16
4	0.05	-0.01	0.00	*****	0.01	0.06
5	0.08	0.03	0.05	0.05	0.04	-0.06
6	*****	*****	0.13	0.14	0.04	-0.06
7	0.11	-0.04	0.00	0.05	0.01	-0.09
8	*****	-0.04	0.13	0.08	0.06	0.06
9	0.08	0.07	0.04	0.19	0.01	*****
10	0.09	-0.04	0.03	0.18	0.05	-0.19
11	0.33	0.13	0.19	0.50	0.32	-0.04
12	0.71	0.38	0.46	0.75	0.58	0.41
13	0.84	0.35	0.55	1.05	0.71	0.49
14	0.90	0.51	0.86	1.45	1.15	0.59

TAFEL 22 - SETZDEHNUNGSMESSER AN DEN LAENGSSTAEBEN (AUFLAGERBEREICH)

LAST- STUFE	MESZSTRECKENNR.					
	OBEN AUSSEN		UNTEN AUSSEN		OBEN INNEN	
	9	10	11	12	15	16
DEHNUNGEN IN 0/00						
1	-0.01	*****	-0.14	0.13	0.00	0.04
2	0.03	*****	-0.13	0.24	0.05	0.06
3	0.03	-0.08	-0.10	0.10	*****	*****
4	0.13	*****	-0.13	0.20	0.04	0.04
5	0.03	*****	-0.11	*****	0.05	0.08
6	0.01	*****	-0.10	0.20	0.04	0.03
7	0.08	*****	-0.10	0.21	0.05	0.11
8	0.18	*****	0.03	*****	*****	0.09
9	*****	*****	-0.05	0.21	0.05	0.09
10	0.03	*****	-0.10	0.23	*****	*****
11	0.00	0.09	0.09	0.33	0.09	0.18
12	0.35	0.23	0.54	0.81	0.16	0.26
13	0.50	0.45	0.69	0.90	0.29	0.45
14	0.95	0.86	1.18	1.31	0.29	0.46

TAFEL 23 - SETZDEHNUNGSMESSER AN DEN LAENGSSTABEN
(LASTEINTRAGUNGSBEREICH)

LAST- STUFE	MESSSTRECKENNR.							
	MITTE AUSSEN		UNTEN INNEN		MITTE INNEN		OBEN INNEN	
	20	24	23	26	25	27	28	
DEHNUNGEN IN 0/00								
1	0.08	0.00	0.00	-0.06	-0.06	0.03	0.00	
2	-0.25	-0.03	0.05	-0.16	-0.06	0.09	0.08	
3	0.04	0.01	0.03	-0.28	-0.03	0.20	0.00	
4	0.10	0.08	0.04	-0.21	-0.06	0.05	0.20	
5	0.30	0.15	0.15	-0.19	-0.03	0.06	0.03	
6	0.05	0.04	0.04	-0.15	-0.23	0.05	0.01	
7	0.18	0.09	0.14	-0.19	-0.16	0.08	0.00	
8	0.14	0.06	0.13	-0.23	0.24	*****	*****	
9	-0.05	0.13	0.05	-0.15	-0.10	0.06	*****	
10	0.03	0.20	-0.06	-0.34	-0.06	0.09	0.03	
11	0.13	0.56	0.35	-0.08	0.14	0.33	0.25	
12	0.31	*****	0.60	0.06	0.70	0.54	0.50	
13	0.46	1.00	1.21	0.41	0.66	0.69	0.73	
14	0.74	1.33	1.20	0.59	0.84	0.88	0.98	

TAFEL 24 - SETZDEHNUNGSMESSER AN DER PLATTENBEWEHRUNG

LAST- STUFE	MESSSTRECKENNR.							
	29	30	31	32	35	36	37	38
	DEHNUNGEN IN 0/00							
1	0.05	0.03	0.05	0.06	0.04	0.16	0.00	0.01
2	0.05	0.05	0.09	0.08	0.09	0.20	0.04	0.03
3	0.00	0.05	0.06	0.08	0.09	0.20	0.04	0.05
4	0.08	0.05	0.08	0.08	0.11	0.23	0.06	0.05
5	0.10	0.10	0.11	0.14	0.13	0.24	0.05	0.05
6	0.06	0.09	0.11	0.16	0.19	0.28	0.10	0.09
7	0.13	0.16	0.20	0.25	0.25	0.34	0.12	0.10
8	0.09	0.14	0.21	0.31	0.38	0.43	0.23	0.24
9	0.15	0.13	0.29	0.35	0.36	0.36	0.10	0.08
10	0.16	0.18	0.25	0.41	0.43	0.43	0.13	0.11
11	0.43	0.65	0.98	1.14	1.20	1.10	0.48	0.23
12	0.81	1.11	1.55	1.55	1.83	1.73	0.86	0.51
13	1.03	1.38	1.86	2.05	2.26	2.08	1.19	0.73
14	1.20	1.66	2.03	2.23	2.50	2.30	1.38	0.85

TAFEL 25 - VERSUCH NR. 3, HORIZONTALVERSCHIEBUNGEN

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.				
	2	3	4	5	6
	VERSCHIEBUNGEN IN MM				
1	-0.001	0.018	0.054	0.110	0.012
2	0.012	0.051	0.126	0.231	0.037
3	0.040	0.091	0.212	0.362	0.077
4	0.053	0.131	0.301	0.496	0.106
5	0.084	0.180	0.400	0.645	0.140
6	0.100	0.219	0.500	0.805	0.165
7	0.119	0.273	0.608	0.999	0.196
8	0.137	0.318	0.729	1.204	0.261
9	0.160	0.377	0.908	1.528	0.290
10	0.194	0.449	1.117	1.906	0.360
11	0.318	0.882	2.614	4.501	0.731

TAFEL 26 - VERSUCH NR. 3, DURCHBIEGUNGEN

LAST- STUFE	MESZSTELLENNR.			
	10	11	12	13
	DURCHBIEGUNGEN IN MM			
1	0.095	0.005	0.060	-0.080
2	0.170	0.165	0.120	-0.165
3	0.245	0.240	0.160	-0.245
4	0.320	0.305	0.205	-0.325
5	0.400	0.380	0.250	-0.410
6	0.475	0.440	0.280	-0.495
7	0.565	0.510	0.320	-0.580
8	0.665	0.590	0.365	-0.680
9	0.810	0.695	0.420	-0.795
10	1.005	0.830	0.470	-0.975
11	2.635	1.925	1.005	-2.300
12	5.735	4.200	2.305	-4.770
13	8.210	5.915	3.260	-6.545
14	13.070	11.080	8.940	-11.820

A N H A N G 2

Beschreibung des Rechenprogrammes

- A2.1. Automatischer Aufbau der geometrischen Daten
- A2.2. Herstellung der Elementsteifigkeitsmatrizen
- A2.3. Abschnittsweiser Aufbau der globalen Steifigkeitsmatrix
- A2.4. Lastunabhängiger Lösungsprozeß
- A2.5. Eingabe der Belastungsdaten
- A2.6. Lastabhängiger Lösungsprozeß
- A2.7. Ausgabe der Verschiebungs- und Spannungsgrößen

A2. Beschreibung des Rechenprogrammes

Auf den in Abschnitt 2.2 behandelten Grundlagen wurde ein Rechenprogramm in der Programmiersprache FORTRAN erstellt. Mit Rücksicht auf die institutseigene IBM 1130-Rechananlage (16K, Wechselp Plattenspeicher 524K) erschien es zweckmäßig, einen Programmaufbau zunächst für diese Anlage zu konzipieren und gleichzeitig alle Möglichkeiten eines Überganges auf Großrechananlagen offenzuhalten.

Im einzelnen ergaben sich folgende Programmabschnitte:

A2.1. Automatischer Aufbau der geometrischen Daten

Das mögliche statische System mit Elemententeilung zeigt Bild A2.1. Aus praktischen Gründen sind dabei nur drei Auflagerzonen, d. h. Bereiche mit äußeren Randbedingungen, vorgesehen. Dieser Definition zufolge ist z. B. ein Kragarmende ebenfalls Auflagerbereich. Wenn Symmetriebedingungen in Feldmitte vorgegeben werden, ist auch die Berechnung eines Dreifeldträgers möglich (vgl. Bild A2.2).

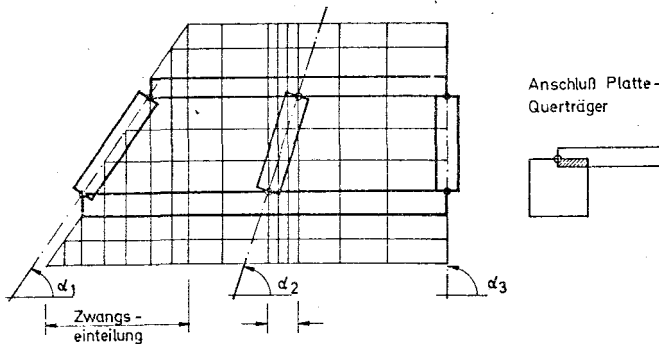


Bild A2.1

Die einzelnen Konstruktionselemente des Plattenbalkens, wie Kragarm, Fahrbahnplatte, Längsträger (max. 2) und Querträger

(max. 3) können untereinander verschieden sein; Vouten werden nicht berücksichtigt.

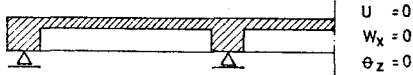


Bild A2.2

A2.2. Herstellung der Elementsteifigkeitsmatrizen

Auf Grund der Typenfestlegungen werden in diesem Programmteil die einzelnen unterschiedlichen Elementsteifigkeitsmatrizen nach Abschnitt 2.2.2 berechnet und auf der Platte gespeichert.

A2.3. Abschnittsweiser Aufbau der globalen Steifigkeitsmatrix

Der Aufbau der globalen Steifigkeitsmatrix erfolgt so, daß dabei eine tridiagonale Hypermatrix-Bandstruktur entsteht. Voraussetzung hierfür ist die in Bild A2.3 dargestellte Punktnumerierung. Die K_i -Matrizen resultieren aus den Steifigkeitsanteilen ii und ij , die C_i -Matrizen aus ii' , ij' und ih' . Sowohl in den K_i - als auch in den C_i -Matrizen ist dabei nur ein schmaler Streifen besetzt, was bei der Lösung des Gleichungssystems berücksichtigt wird.

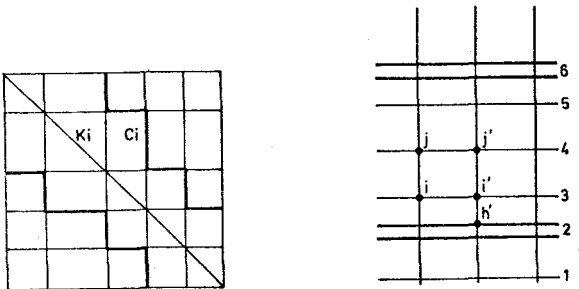


Bild A2.3

A2.4. Lastunabhängiger Lösungsprozeß

Wegen des symmetrischen Aufbaues der globalen Steifigkeitsmatrix kann die Lösung des Gleichungssystems mit Hilfe der Cholesky-Methode durchgeführt werden. Hierbei erfolgt zunächst eine Dreieckzerlegung:

$$[K] = [S]^T [S]$$

wobei $[S]^T$ die untere und $[S]$ die obere Dreiecksmatrix bezeichnet. Dieser Teil der Lösung ist unabhängig von der rechten Seite des Gleichungssystems und braucht für ein Tragwerk mit vorgegebenen Randbedingungen nur einmal durchgeführt zu werden.

Die Dreieckszerlegung erfolgt unter Beachtung des speziellen tri-diagonalen Aufbaues der K-Matrix. Dabei wird berücksichtigt, daß die C-Matrizen nur entlang ihrer Diagonalen besetzt sind. Ein Vergleich mit den erforderlichen Rechenzeiten für eine vollbesetzte Matrix zeigt, daß dieser Umstand eine Zeitersparnis von $\sim 40\%$ mit sich bringt.

Eine detaillierte Beschreibung der Arbeitsweise des Lösungsprogramms findet sich in Anhang 3 zu diesem Bericht.

A2.5. Eingabe der Belastungsdaten

Als Belastung wurden mit Rücksicht auf die Zielsetzung des Forschungsvorhabens nur Einzelkräfte und Einzelmomente vorgesehen.

A2.6. Lastabhängiger Lösungsprozeß

Der lastabhängige Lösungsprozeß besteht aus zwei Teilen

- einer Vorwärtslösung

$$[K] \{s\} = \{b\}$$

$$[S]^T \{s\} = \{K\}$$

d. h.

$$[S]^T \{f\} = \{b\}$$

in der der modifizierte Lastvektor $\{f\}$ ermittelt wird und

- einer Rückwärtslösung

(S) (6) - (f)

A2.7. Ausgabe der Verschiebungs- und Spannungsgrößen

Für jeden Lastfall werden Verschiebungen und Spannungen in allen Punkten bzw. Elementen des Rasters ausgegeben. Eine zeichnerische Darstellung der Rechenergebnisse erfolgt nicht.

Die beschriebenen sieben Hauptprogrammteile sowie einige Service-Programme für Kontrollausgaben bilden eine Programmkette, die ihre Datenzuführung über die Fix-Bereiche der Platte erhalten, während sie selbst im Benutzerbereich gespeichert sind.

Die Rechenzeiten sind vom Raster abhängig, übliche Einteilungen mit $\sim 4 - 500$ unbekanntem Knotenparametern ergeben Rechenzeiten von 50 - 70 Min. Testbeispiele an Großrechenanlagen, wie z. B. an der TR 440 im Großrechenzentrum der Stadt Berlin, führten zu Umrechnungsfaktoren von rd. 50 - 70.

A N H A N G 3

Auflösung großer Gleichungssysteme
mit der Cholesky-Methode

- A3.1. Methode
- A3.2. Numerische Durchführung, Speicherbedarf
- A3.3. Beschreibung der Unterprogramme
- A3.4. Flußdiagramm für die einzelnen Lösungsarten
 - A3.4.1. Direktlösung
 - A3.4.2. Lösung für Bandstrukturen
- A3.5. Liste der Unterprogramme

A3.1. Methode

Das lineare, inhomogene Gleichungssystem mit mehreren (i) rechten Seiten

$$(1)^+ \quad [A] \{x\}_i = \{b\}_i$$

soll nach der Cholesky-Methode aufgelöst werden, wobei vorausgesetzt wird:

(1a) [A] symmetrisch, positiv definit

(1b) $\{b\}_i$ mindestens ein $b_k \neq 0$.

Die Lösung erfolgt nach diesem Verfahren in zwei Schritten,

a) einem ersten Lastunabhängigen Schritt, wobei die Koeffizientenmatrix [A] in eine obere [S] und eine untere $[S]^T$ -Dreiecksmatrix ++)

$$2) \quad [A] = [S]^T [S]$$

zerlegt wird,

b) in einem zweiten lastabhängigen Schritt, bei dem aus der Beziehung

$$[S]^T \underbrace{[S] \{x\}_i}_{\{f\}_i} = \{b\}_i \quad (\text{vgl. (1) und (2)})$$

$$(3) \quad [S]^T \{f\}_i = \{b\}_i$$

+) [] - Klammer : Matrix

{ } - Klammer : Vektor

++) []^T - Transponierte Matrix

zunächst die Hilfsvektoren $\{f\}_i$ - Vorwärtslösung - und danach aus

$$(4) [S]\{x\}_i = \{f\}_i$$

die Lösungsvektoren $\{x\}_i$ - Rückwärtslösung - ermittelt werden.

A3.2. Numerische Durchführung, Speicherbedarf

Wegen der Voraussetzung einer symmetrischen Matrix $[A]$ der Größe $n \times n$ genügt es, nur $n(n+1)/2$ Koeffizienten spaltenweise zu speichern. Diese werden im Verlaufe der Dreieckszerlegung durch die Koeffizienten der Matrix $[S]$ überspeichert. Für die rechten Seiten muß ein Vektor der Länge n bereitgestellt werden, der zuerst durch die modifizierte rechte Seite $\{f\}_i$ und danach durch den Lösungsvektor $\{x\}_i$ überspeichert wird.

Für die numerische Durchführung der Lösung bestehen in Abhängigkeit von der Besetzung der Matrix $[A]$ grundsätzlich zwei Möglichkeiten:

a) Direktlösung - für annähernd voll besetzte Matrizen

In diesem Fall kann an eine Anlage IBM 1130-16K ein Gleichungssystem bis zu 110 Unbekannten mit beliebig vielen rechten Seiten ohne Inanspruchnahme des Plattenspeichers gelöst werden.

Der Zeitbedarf für den lastunabhängigen ersten Schritt beträgt

$$0,5 \cdot 10^{-3} \cdot n^3 \text{ [sec]},$$

d. h. für die max. Anzahl von 110 Unbekannten ~ 11 Minuten. Der lastabhängige Schritt dürfte je Lastfall etwa 10 % der oben genannten Zeit betragen.

b) Lösung für Bandstrukturen - für wenig besetzte Matrizen

Die meisten statischen Probleme lassen sich bei Verwendung

der Deformationsmethode auf eine tridiagonale Hypermatrix-Bandstruktur zurückführen.

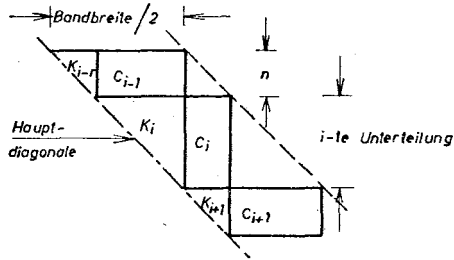


Bild A3.1

Die einzelnen Hypermatrizen $[K]_i$ sind dabei von quadratischer $n_i \times n_i$, die $[C]_i$ hingegen von beliebiger Art $n_i \times n_i + 1$.

In solchen Fällen ist es zweckmäßig, bei der Lösung - unter Zuhilfenahme externer Speicher - "unterteilungsweise" vorzugehen, wofür an einer Rechenanlage IBM 1130-16K eine halbe Bandbreite (vgl. Bild A3.1) von max. 120 gewählt werden kann.

Der Zeitbedarf des lastunabhängigen Teils der Lösung beträgt

$$3,2 \cdot 10^{-3} \cdot (n^3) \text{ [sec].}$$

Bei der maximalen Ausnutzung des Kernspeichers - $n = 60$ - resultiert daraus eine Rechenzeit von ~ 12 Minuten. Für die Lastseite erhöht sich der Zeitbedarf im Vergleich zur Direktlösung von $\sim 10\%$ auf $\sim 18 - 22\%$. Dies hängt mit der Zugriffszeit des Plattenspeichers zusammen.

Eine erhebliche Reduzierung der Rechenzeit ist zu erreichen, wenn die tatsächlich meist unvollständige Besetzung der $[C]_i$ -Matrizen berücksichtigt wird. Die einfachste Möglichkeit hierfür besteht darin, eine unterschiedliche "interne Bandbreite" parallel zur Hauptdiagonale (vgl. Bild A3.2) zu definieren.

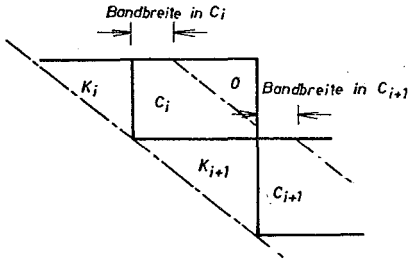


Bild A3.2

Hierdurch wird die eigentliche Bandbreite nach Bild A3.1 beträchtlich verringert. Zu beachten ist nur, daß die interne Bandbreite dem Charakter der $[C]_i$ -Matrix entsprechen muß, da sie stets unter 45° verläuft (vgl. Bild A3.3).

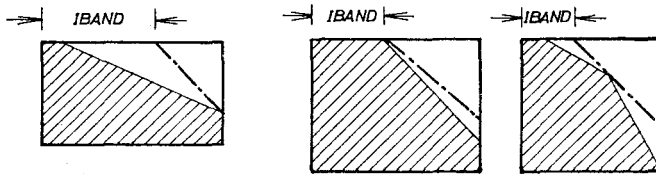


Bild A3.3

Untersuchungen für den Zeitbedarf ergaben, daß dieser nahezu linear mit kleiner werdender interner Bandbreite (n_i) abnimmt. So beträgt für $n = 65$ und $n_i = 1$ die Rechenzeit nur noch 45 % der ursprünglich erforderlichen. Im unteren Bereich $n_i < n/3$ gilt näherungsweise

$$1,4 \cdot 10^{-3} n^3 + 10,0 n_i \text{ [sec].}$$

Allgemein kann in etwa von einem Zeitbedarf von

$$2,1 \cdot 10^{-3} n^3 \text{ [sec]}$$

ausgegangen werden.

Zu bemerken ist, daß der Zeitbedarf an Rechenanlagen der neuesten Generation nur den fünfzigsten bis siebzigsten Teil hiervon be- trägt, d. h. daß der für eine IBM 1130 in Minuten angegebene Wert an Großrechenanlagen Sekunden entspricht.

A3.3. Beschreibung der Unterprogramme

Für die Durchführung der Lösung stehen 4 Unterprogramme zur Ver- fügung, die in einem beliebigen Hauptprogramm (Flußdiagramme in Ab- schnitt 4) aufgerufen werden können, da sie keinen COMMON-Bereich und keine festen DIMENSION-Grenzen enthalten. Letzteres bedingt allerdings, daß die Eingangsmatrix(-zen) linear gespeichert zur Verfügung steht. Eine evtl. erforderliche Umspeicherung feldweise hergestellter Koeffizientenmatrizen kann mit folgenden Umrechnungs- formeln durchgeführt werden:

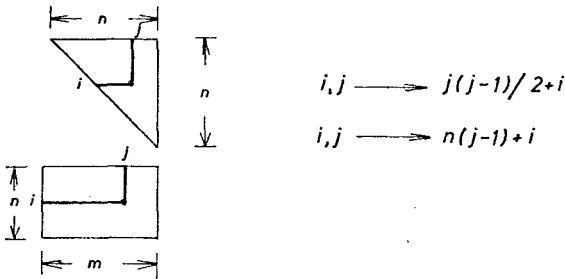


Bild A3.4

a) SUBROUTINE SYMZ1 (K,NK,C,NC)

Argumentenliste:

- K - real, enthält die Koeffizienten der oberen Hälfte einer symmetrischen Matrix, spaltenweise gespeichert;
- NK - Anzahl der Zeilen (= Spalten) in K;

- C - real, enthält die bereits zerlegten Koeffizienten einer C_{i-1} -Matrix nach Bild A3.1 spaltenweise gespeichert;
- NC - Anzahl der Zeilen in C_{i-1} .

Anzahl der Glieder

- in K $NK * (NK+1) / 2$
- in C $NK * NC$

Der Aufruf dieses Unterprogramms bewirkt die Dreieckszerlegung im Bereiche der K_i -Matrix nach Bild A3.5.

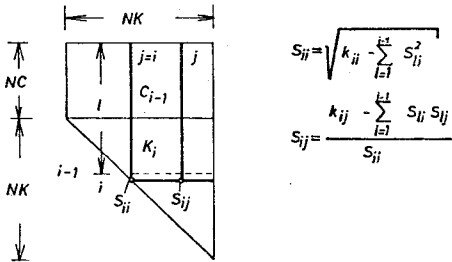


Bild A3.5

Voraussetzung ist, daß die Zerlegung im Bereich der C_{i-1} -Matrix bereits durchgeführt wurde.

Im Falle einer Direktlösung muß $NC=0$ gesetzt werden. Hierdurch wird erreicht, daß für die Zerlegung nur die Koeffizienten im Bereich der K_i -Matrix benutzt werden. In der Argumentenliste muß dennoch eine mindestens $C(1)$ (Schein-)Größe stehen.

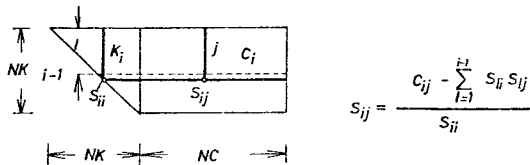
b) SUBROUTINE SYMZ2 (K,NK,C,NC)

Argumentenliste:

- K, NK - vgl. SYMZ1;
- C - real, enthält die Koeffizienten einer C_i -Matrix (Hypermatrix neben K_i) nach Bild A3.1, spaltenweise gespeichert;
- NC - Anzahl der Spalten in C_i .

Anzahl der Glieder: wie bei SYMZ1.

Der Aufruf dieses Unterprogramms bewirkt die Dreieckszerlegung im Bereich der C_i -Matrix nach Bild A3.6:



$$S_{ij} = \frac{C_{ij} - \sum_{l=1}^{i-1} S_{li} S_{lj}}{S_{ii}}$$

Bild A3.6

Voraussetzung ist, daß die Zerlegung im Bereich der K_i -Matrix bereits erfolgte.

c) SUBROUTINE SYMZ3 (K,VK,NK,C,VC,NC)

Argumentenliste: .

- K,NK,C,NC - wie bei SYMZ1;
- VK - Vektor der Länge NK, enthält die rechte Seite im Bereich der i-ten Unterteilung nach Bild A3.1;
- VC - Vektor der Länge NC, enthält die modifizierte rechte Seite (vgl. Gl. (3)) im Bereich der i-1-ten Unterteilung.

Der Aufruf dieses Unterprogrammes bewirkt die Ermittlung der modifizierten rechten Seite im Bereich der i-ten Unterteilung nach Bild A3.7.

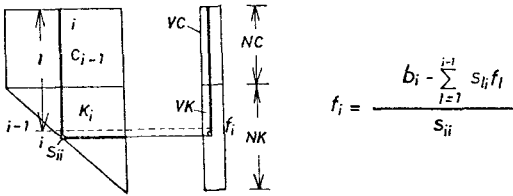


Bild A3.7

Vorausgesetzt ist dabei, daß die Ermittlung der modifizierten rechten Seite im Bereich der $i-1$ -ten Unterteilung bereits erfolgt ist.

Im Falle einer Direktlösung muß $NC=0$ gesetzt werden. Dennoch müssen auch hier in der Argumentenliste mindestens $C(1)$ und $VC(1)$ (Schein-)Größen stehen.

d) SUBROUTINE SYMZ4 (K,VK,NK,C,VC,NC)

Argumentenliste:

- K,NK,C,NC - wie bei SYMZ2;
- VK - Vektor der Länge NK, enthält die modifizierte rechte Seite im Bereich der i -ten Unterteilung;
- VC - Vektor der Länge NC, enthält die Lösung im Bereich der $i+1$ -ten Unterteilung.

Der Aufruf dieses Unterprogramms bewirkt die Ermittlung der Lösung im Bereich der i -ten Unterteilung nach Bild A3.8.

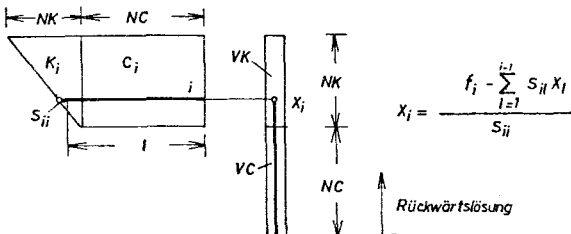


Bild A3.8

Voraussetzung ist, daß der Lösungsvektor im Bereich der $i+1$ -ten Unterteilung bereits bekannt ist.

Für den Fall einer Direktlösung gelten die Regeln nach b).

Alternativlösung unter Berücksichtigung der internen Bandbreite in den C_i -Matrizen.

e) SUBROUTINE SYMB1 (K,NK,C,NC, IBAND)

Argumentenliste:

K, NK, C, NC - wie bei SYMZ1

IBAND - interne Bandbreite in der C_{i-1} -Matrix,
nach Bild A3.2.

Es gelten die Beziehungen (5) und (6). Beim Fortschreiten nach rechts beginnt die Schleife mit dem Index ℓ so lange bei $\ell = 1$, bis die interne Begrenzung der Bandbreite erreicht wird; danach erhöht er sich jeweils um eins.

f) SUBROUTINE SYMB2 (K,N,K,C,NC,IBAND)

Argumentenliste - vgl. SYMB1

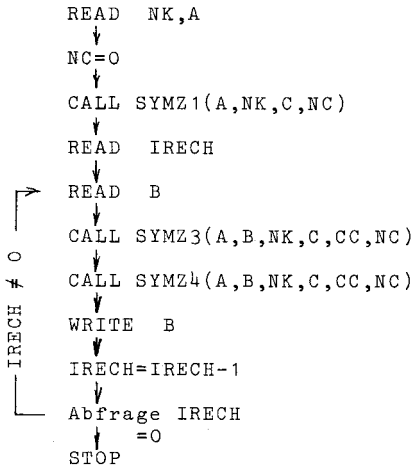
In Gleichung (7) ist der Beginn der Schleife mit dem Index ℓ entsprechend, wie unter e) beschrieben, veränderlich.

A3.4. Flußdiagramme für die einzelnen Lösungsarten

A3.4.1. Direktlösung

Im Falle der Direktlösung besteht der Programmablauf aus dem einmaligen Aufruf des Unterprogramms SYMZ1 und aus dem i -maligen Aufruf von SYMZ3 und SYMZ4.

```
DIMENSION A(NK*(NK+1)/2),B(NK),C(1),CC(1)
```



Hierin bedeuten:

IRECH Anzahl der rechten Seiten
NK Anzahl der Unbekannten
A Koeffizientenmatrix
B Rechte Seite bzw. Lösung
C,CC Scheingrößen

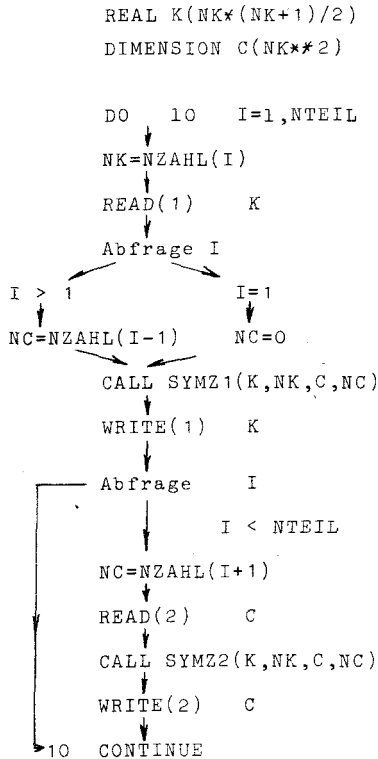
A3.4.2. Lösung für Bandstrukturen

Im Falle einer Bandmatrix müssen sowohl die Eingangsgrößen als auch die Ergebnisse auf externen Speichergeräten bereitgestellt werden. Bei Benutzung eines Plattenspeichers sind 3 FILES zu definieren:

FILE 1 - K_i -Matrizen
FILE 2 - C_i -Matrizen
FILE 3 - rechte Seite (-n), Lösung (-en)

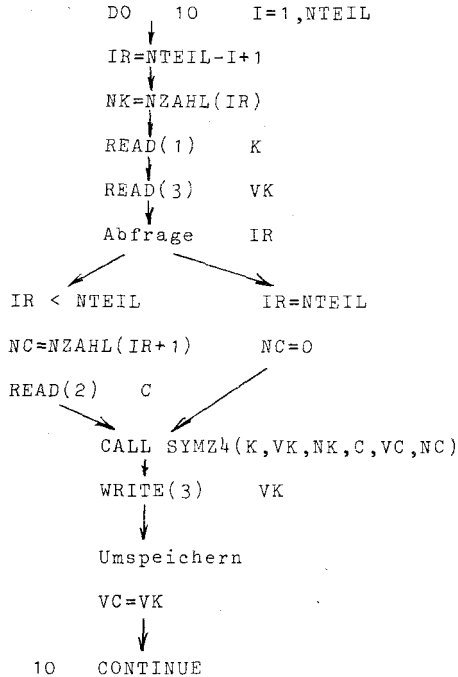
Zur Zeitunabhängigen Berechnung mehrerer Lastfälle ist es empfehlenswert, den Lösungsablauf in zwei getrennte Schritte (vgl. Abschnitt A3.1) aufzuspalten. Der dadurch erforderliche Mehrbedarf an Plattenbefehlen wird bei weitem durch den Vorteil aufgehoben, daß dann der lastabhängige Schritt jeweils separat durchgeführt werden kann, was bei Iterationsprozessen u. U. unumgänglich ist.

Der lastunabhängige Teil verläuft wie folgt:



Rückwärtslösung

DIMENSION und REAL wie oben



Außer den bereits erläuterten Größen sind hierin:

VK,VC Vektoren für rechte Seite und Lösung;

IR Zähler für die Rückwärtslösung.

Die Alternativlösung unter Berücksichtigung einer internen Bandbreite in C_1 verläuft für den lastunabhängigen Teil nach demselben Flußdiagramm; lediglich die entsprechenden Unterprogramme SYMZ1 und SYMZ2 müssen durch SYMB1 und SYMB2 ersetzt werden. Die Größen IBAND können für jede Unterteilung in einem Vektor KBAND(I) zusammengefaßt werden. Dieser ist bis NTEIL-1 zu dimensionieren.

A3.5. Liste der Unterprogramme

```
C
C
C      SUBROUTINE SYMZ1(K,NK,C,NC)
C-----
C      UNTERPROGRAMM S Y M Z 1 ERMITTELT DIE
C      KOEFFIZIENTEN DER DREIECKSMATRIX IM BEREICH
C      DER IN DER HAUPTDIAGONALE LIEGENDEN HYPERMATRIX
C-----
C      UEBERTRAGENE GROESSEN***
C
C          K   HYPERMATRIX IN DER HAUPTDIAGONALE
C
C          NK  ANZAHL DER ZEILEN BZW. DER
C              SPALTEN IN DER K-MATRIX
C
C          C   HYPERMATRIX UEBER K
C
C          NC  ANZAHL DER ZEILEN  IN DER C-MATRIX
C
C      IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
C      LINEAR,NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT
C
C          IN K(I,J)  IJ=J*(J-1)/2+I
C          IN C(I,J)  IJ=NC*(J-1)+I
C
C      IM VERLAUFE DER ERMITTLUNG DER NEUEN
C      KOEFFIZIENTEN IM BEREICH DER K-MATRIX
C      WERDEN DIE EINGANGSKOEFFIZIENTEN UEBERSPEICHERT
C
C      REAL K(1)
C      DIMENSION C(1)
C
C-----
C          AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN K
C-----
C      DO 10 I=1,NK
C      II=I*(I-1)/2+I
C          ABFRAGE ERSTER K-MATRIX
C      IF(NC) 25,25,24
C
C-----
C          ERMITTLUNG DER DIAGONALGLIEDER
C-----
C          ZEILENSCHLEIFE IN C
C      24 DO 20 IC=1,NC
C          IC1=NC*(I-1)+IC
C      20 K(II)=K(II)-C(IC1)**2
C          ABFRAGE ERSTER ZEILE
C      25 IF(I-1) 21,21,22
C          ZEILENSCHLEIFE IN K
C      22 IM1=I-1
C          DO 23 IK=1,IM1
C          IK1=I*(I-1)/2+IK
C      23 K(II)=K(II)-K(IK1)**2
C          DIAGONALGLIED
C      21 K(II)=SQRT(K(II))
C          ABFRAGE LETZTER ZEILE
C      IF (I-NK) 11,10,10
```

```
C
C -----
C          ERMITTLUNG DER ZEILENGLIEDER
C -----
C
11 IP1=1+1
   DO 30 J=IP1,NK
   IJ=J*(J-1)/2+1
C          ABFRAGE ERSTER K-MATRIX
C          IF(NC) 35,35,34          ZEILENSCHLEIFE IN C
C
34 DO 31 LC=1,NC
   LCI=NC*(I-1)+LC
   LCJ=NC*(J-1)+LC
31 K(IJ)=K(IJ)-C(LCI)*C(LCJ)
C          ABFRAGE ERSTER ZEILE
C          IF(I-1) 30,30,32        ZEILENSCHLEIFE IN K
C
32 DO 33 LK=1,IM1
   LKI=I*(I-1)/2+LK
   LKJ=J*(J-1)/2+LK
33 K(IJ)=K(IJ)-K(LKI)*K(LKJ)
C          ZEILENGLIED
C          30 K(IJ)=K(IJ)/K(II)
C
C
10 CONTINUE
C
C          RETURN
C
C          END
```

SUBROUTINE SYMZ2(K,NK,C,NC)

UNTERPROGRAMM S Y M Z 2 ERMITTELT DIE
KOEFFIZIENTEN DER DREIECKSMATRIX IM BEREICH
DER IN DER NERENDIAGONALE LIEGENDEN HYPERMATRIX

UEBERTRAGENE GROSSEN***

K HYPERMATRIX IN DER HAUPTDIAGONALE
NK ANZAHL DER ZEILEN BZW. DER
SPALTEN IN DER K-MATRIX
C HYPERMATRIX NEBEN K
NC ANZAHL DER SPALTEN IN DER C-MATRIX

IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
LINEAR, NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT

IN K(I,J) IJ=J*(J-1)/2+I
IN C(I,J) IJ=NK*(J-1)+I

IM VERLAUFE DER ERMITTLUNG DER NEUEN
KOEFFIZIENTEN IM BEREICH DER C-MATRIX
WERDEN DIE EINGANGSKOEFFIZIENTEN UEBERSPEICHERT

REAL K(1)
DIMENSION C(1)

AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN K BZW.C

DO 10 I=1,NK
II=I*(I-1)/2+I

INNERE SCHLEIFE - SPALTEN IN C

DO 20 J=1,NC
IJ=NK*(J-1)+I

ABFRAGE ERSTER ZEILE

IF(I-1) 20,20,22

ZEILENSCHLEIFE

22 IM1=I-1

DO 23 L=1,IM1

LKI=I*(I-1)/2+L

LCJ=NK*(J-1)+L

23 C(IJ)=C(IJ)-K(LKI)*C(LCJ)

BILDUNG NEUER GLIEDER

20 C(IJ)=C(IJ)/K(II)

10 CONTINUE

RETURN

END

SUBROUTINE SYMZ3 (K,VK,NK,C,VC,NC)

UNTERPROGRAMM S Y M Z 3 ERMITTELT DIE
NEUEN LASTVEKTOREN FUER JEDEN LASTFALL

UEBERTRAGENE GROSSEN***

K HYPERMATRIX IN DER HAUPTDIAGONALE

VK LASTVEKTOR IM BEREICHE VON K

NK ANZAHL DER ZEILEN BZW.
SPALTEN IN DER K-MATRIX

C HYPERMATRIX UEBER K

VC LASTVEKTOR IM BEREICHE VON C

NC ANZAHL DER ZEILEN IN
DER C-MATRIX

IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
LINEAR, NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT

IN K (I,J) IJ=J*(J-1)/2+I
IN C (I,J) IJ=NC*(J-1)+I

IM VERLAUFE DER ERMITTLUNG DER NEUEN
KOEFFIZIENTEN VON VK WERDEN DIE
URSPRUEENGLICHEN LASTGLIEDER UEBERSPEICHERT

REAL K(1)
DIMENSION VK(1),C(1),VC(1)

AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN VK

DO 10 I=1,NK
II=I*(I-1)/2+I

ABFRAGE ERSTER K-MATRIX

IF(NC) 25,25,24

ZEILENSCHLEIFE IN C

24 DO 20 IC=1,NC
IC1=NC*(I-1)+IC

20 VK(I)=VK(I)-C(IC1)*VC(IC)

ABFRAGE ERSTER ZEILE

25 IF(I-1) 10,10,22

ZEILENSCHLEIFE IN K

22 I*1=I-1

DO 23 IK=1,I*1

IK1=I*(I-1)/2+IK

23 VK(I)=VK(I)-K(IK1)*VK(IK)

BILDUNG NEUER GLIEDER

10 VK(I)=VK(I)/K(II)

RETURN

END

```
C
C
C      SUBROUTINE SYMZ4 (K,VK,NK,C,VC,NC)
C-----
C      UNTERPROGRAMM S Y M Z 4 FUEHRT DIE
C      RUECKWAERTSLOESUNG FUER EINEN LASTFALL DURCH
C-----
C
C      UEBERTRAGENE GROSSEN***
C
C          K   HYPERMATRIX IN DER DIAGONALE
C
C          VK  LASTVEKTOR IM BEREICHE VON K
C
C          NK  ANZAHL DER ZEILEN BZW.
C              SPALTEN IN DER DER K-MATRIX
C
C          C   HYPERMATRIX NEBEN K
C
C          VC  LOESUNGSVEKTOR IM BEREICHE VON C
C
C          NC  ANZAHL DER SPALTEN IN
C              DER C-MATRIX
C
C      IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
C      LINEAR, NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT
C
C          IN K (I,J)   IJ=J*(J-1)/2+I
C          IN C (I,J)   IJ=NK*(J-1)+I
C
C      IM VERLAUFE DER RUECKWAERTSLOESUNG WERDEN
C      DIE LASTGLIEDER IN VEKTOR VK UEBERSPEICHERT
C
C
C      REAL K(1)
C      DIMENSION VK(1),C(1),VC(1)
C-----
C
C
C          AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN VK
C-----
C
C      DO 10 I=1,NK
C      IR=NK-I+1
C      IRIR=IR*(IR-1)/2+IR
C
C          ABFRAGE LETZTER K-MATRIX
C
C      IF(NC) 25,25,24
C
C          SPALTENSCHLEIFE IN C
C
C      DO 20 IC=1,NC
C      IRIC=IK*(IC-1)+IR
C      VK(IR)=VK(IR)-VC(IC)*C(IRIC)
C
C          ABFRAGE LETZTER ZEILE
C
C      25 IF(IR-NK) 22,10,10
C
C          SPALTENSCHLEIFE IN K
C
C      22 IP1=IR+1
C      DO 23 IK=IP1,NK
C      IRIK=IK*(IK-1)/2+IR
C      23 VK(IR)=VK(IR)-VK(IK)*C(IRIK)
C
C          BILDUNG NEUER GLIEDER
C
C      10 VK(IR)=VK(IR)/K(IRIR)
C
C
C      RETURN
C
C      END
```

SUBROUTINE SYMB1 (K,NK,C,NC,IBAND)

UNTERPROGRAMM S Y M B 1 ERMITTELT DIE
KOEFFIZIENTEN DER DREIECKSMATRIX IM BEREICH
DER IN DER HAUPTDIAGONALE LIEGENDEN HYPERMATRIX
UNTER BERUECKSICHTIGUNG DER MINIMALEN BANDBREITE

UEBERTRAGENE GROSSEN***

K HYPERMATRIX IN DER HAUPTDIAGONALE
NK ANZAHL DER ZEILEN BZW. DER
SPALTEN IN DER K-MATRIX
C HYPERMATRIX UEBER K
NC ANZAHL DER ZEILEN IN DER C-MATRIX
IBAND BANDBREITE IN DER C-MATRIX
(VGL. ERLAEUTERUNGEN)

IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
LINEAR,NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT

IN K(I,J) IJ=J*(J-1)/2+I
IN C(I,J) IJ=NC*(J-1)+I

IM VERLAUFE DER ERMITTLUNG DER NEUEN
KOEFFIZIENTEN IM BEREICH DER K-MATRIX
WERDEN DIE EINGANGSKOEFFIZIENTEN UEBERSPEICHERT

REAL K(1)
DIMENSION C(1)

AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN K

DO 10 I=1,NK
II=I*(I-1)/2+1

IF(NC) 25,25,24
ABFRAGE ERSTER K-MATRIX

ERMITTLUNG DER DIAGONALGLIEDER

24 NC1=1


```

C          ABFRAGE BANDBREITE
      IF(I-IRAND) 26,27,27
27 NC1=I-IBAND+1
C          ZEILENSCHLEIFE IN C
26 DO 20 IC=NC1,NC
      ICI=NC*(I-1)+IC
20 K(I)=K(I)-C(ICI)**2
C          ABFRAGE ERSTER ZEILE
25 IF(I-1) 21,21,22
C          ZEILENSCHLEIFE IN K
22 IM1=I-1
      DO 23 IK=1,IM1
      IKI=I*(I-1)/2+IK
23 K(I)=K(I)-K(IKI)**2
C          DIAGONALGLIED
21 K(I)=SQRT(K(I))
C          ABFRAGE LETZTER ZEILE
      IF (I-NK) 11,10,10
C
C -----
C          ERMITTLUNG DER ZEILENGLIEDER
C -----
C
11 IP1=I+1
      DO 30 J=IP1,NK
      IJ=J*(J-1)/2+I
C          ABFRAGE ERSTER K-MATRIX
34 NC1=1
C          ABFRAGE BANDBREITE
      IF(J-IRAND) 36,37,37
37 NC1=J-IRAND+1
C          ZEILENSCHLEIFE IN C
36 DO 31 LC=NC1,NC
      LCI=NC*(I-1)+LC
      LCJ=NC*(J-1)+LC
31 K(IJ)=K(IJ)-C(LCI)*C(LCJ)
C          ABFRAGE ERSTER ZEILE
35 IF(I-1) 30,30,32
C          ZEILENSCHLEIFE IN K
32 DO 33 LK=1,IM1
      LKI=I*(I-1)/2+LK
      LKJ=J*(J-1)/2+LK
33 K(IJ)=K(IJ)-K(LKI)*K(LKJ)
C          ZEILENGLIED
30 K(IJ)=K(IJ)/K(I)
C
10 CONTINUE
C
      RETURN
C
      END

```

```
C
C
C      SUBROUTINE SYMBZ (K,NK,C,NC,IBAND)
C-----
C      UNTERPROGRAMM S Y M B Z ERMITTELT DIE
C      KOEFFIZIENTEN DER DREIECKSMATRIX IM BEREICH
C      DER IN DER NERENDIAGONALE LIEGENDEN HYPERMATRIX
C      UNTER BERUECKSICHTIGUNG DER MINIMALEN BANDBREITE
C-----
C      UEBERTRAGENE GROESSEN***
C
C      K   HYPERMATRIX IN DER HAUPTDIAGONALE
C
C      NK  ANZAHL DER ZEILEN BZW. DER
C          SPALTEN IN DER K-MATRIX
C
C      C   HYPERMATRIX NEBEN K
C
C      NC  ANZAHL DER SPALTEN IN DER C-MATRIX
C
C      IBAND BANDBREITE IN DER C-MATRIX
C          (VGL. ERLAEUTERUNGEN)
C
C      IN BEIDEN MATRIZEN WERDEN DIE GLIEDER
C      LINEAR, NACH FOLGENDEN FORMELN GESPEICHERT
C
C          IN K(I,J)   IJ=J*(J-1)/2+I
C          IN C(I,J)   IJ=NK*(J-1)+I
C
C      IM VERLAUFE DER ERMITTLUNG DER NEUEN
C      KOEFFIZIENTEN IM BEREICH DER C-MATRIX
C      WERDEN DIE EINGANGSKOEFFIZIENTEN UEBERSPEICHERT
C
C      REAL K(1)
C      DIMENSION C(1)
C-----
C          AEUSSERE SCHLEIFE - ZEILEN IN K BZW. C
C-----
C      NC1=IBAND-1
C      DO 10 I=1,NK
C      II=I*(I-1)/2+I
C-----
C          INNERE SCHLEIFE - SPALTEN IN C
C-----
C      NC1=NC1+1
C          ABFRAGE SPALTENANZAHL
C      IF(NC1-NC) 24,24,25
25 NC1=NC
C
```

```
24 DO 20 J=1,NC1
    IJ=NK*(J-1)+1
C      ABFRAGE ERSTER ZEILE
    IF(I-1) 20,20,22
22 L1=1
C      ABFRAGE BANDBREITE
    IF(J-IBAND) 26,27,27
27 L1=J-IBAND+1
C      ZEILENSCHLEIFE
26 IM1=I-1
C      ABFRAGE LETZTES ZEILENGLIED
    IF(L1-IM1) 28,28,20
28 DO 23 L=L1,IM1
    LKI=I*(I-1)/2+L
    LCJ=NK*(J-1)+L
23 C(IJ)=C(IJ)-K(LKI)*C(LCJ)
C      BILDUNG NEUER GLIEDER
20 C(IJ)=C(IJ)/K(I1)
C
C
C 10 CONTINUE
C
C      RETURN
C
C      END
```

In der Schriftenreihe des Instituts für Baustoffkunde
und Stahlbetonbau, Technische Universität Braunschweig,
sind bisher erschienen:

- Heft 1 : Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öligler Holzschutzmittel (1962)
von Rolf Deters - vergriffen -
- Heft 2 : Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff (1963)
von Karl Kordina - vergriffen -
- Heft 3 : Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen (1963)
von Josef Eibl - vergriffen -
- Heft 4 : Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung - Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos - (1964)
von Karl Kordina und Josef Eibl
- Heft 5 : Über den Schalungsdruck von Frischbeton (1965)
von Helmut Ertingshausen
- Heft 6 : Transportphänomene in Betonporen (1966)
von Nils Valerian Waubke
- Heft 7 : Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen (1967)
von Herbert Ehm - vergriffen -
- Heft 8 : Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz (1967)
von Joachim Steinert - vergriffen -
- Heft 9 : Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln (1967)
von Axel Lämmke - vergriffen -
- Heft 10 : Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Balkenträger und gerader, flächenartiger Träger (1968)
von Kamal Fouad Rafla - vergriffen -
- Heft 11 : Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten - Brazier-Effekt - (1968)
von György Iványi - vergriffen -
- Heft 12 : Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B, insbesondere aus Baustoffen der Klasse A 2 (1969)
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -

- Heft 13 : Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes (1969)
von Günther Fuchs
- Heft 14 : Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff (1970)
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 15 : Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongütewürfeln und -bohrproben (1970)
von Ralf Lewandowski - vergriffen -
- Heft 16 : Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten (1970)
von Fritz-Joachim Neubauer - vergriffen -
- Heft 17 : Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton (1970)
von Claus Meyer-Ottens und Karl Kordina
- Heft 18 : Die Stahlblech - Holz - Nagelverbindung und ihre Anwendung - Grundlagen und Bemessungsvorschläge - (1971)
von Wilfried Bödeker
- Heft 19 : Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften - Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken - (1971)
von Claus Meyer-Ottens - vergriffen -
- Heft 20 : Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern (1972)
von Kurt Liermann
- Heft 21 : Zum Trag- und Verformungsverhalten ebener Stockwerkrahmen aus Stahlbeton (1972)
von Béla Jankó
- Heft 22 : Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse (1972)
von Ulf Nürnberger
- Heft 23 : Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung (1972)
von Claus Meyer-Ottens
- Heft 24 : Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand (1973)
von Hassan Taha El-Arousy

- Heft 25 : Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen (1973) von Günter Rieche
- Heft 26 : Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons (1974) von Eckhard Tennstedt
- Heft 27 : Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen (1973) von Ulrich Schneider
- Heft 28 : Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen (1974) von Jürgen Neisecke
- Heft 29 : Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern (1974) von Karl Kordina, Peter Maack und Olaf Hjorth
- Heft 30 : Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken (1974) von Josef Eibl und György Iványi

Die Schriftenreihe des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau wird
im Selbstverlag herausgegeben.

