



Technische  
Universität  
Braunschweig

**iBMB** *MPA*  
TU BRAUNSCHWEIG

---

# Modelle zur Beschreibung der thermomechanischen Materialeigenschaften jungen Betons

**Wibke Hermerschmidt**

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB)  
Materialprüfanstalt für das Bauwesen (MPA) Braunschweig

Heft 230

Braunschweig  
ISBN 978-3-89288-215-2  
ISSN 1439-3875

2016

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig  
zur Erlangung des Grades einer Doktoringenieurin (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

Eingereicht am: 11. November 2015

Disputation am: 27. Mai 2016

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. H. Budelmann  
Prof. Dr.-Ing. H. S. Müller

Diese Dissertation ist über die Internetseite der Universitätsbibliothek  
Braunschweig online zugänglich.

### **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

### **Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

### **Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek**

La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse <http://dnb.d-nb.de>.

Everything is obvious\*

\*once you know the answer.

Duncan J. Watts [Wat12]



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der TU Braunschweig.

Ermöglicht wurde die Arbeit von Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald Budelmann, dem ich für das mir entgegengebrachte Vertrauen und die gewährten Freiheiten während des Entstehens der Arbeit danke.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller danke ich herzlich für die Übernahme des Korreferats und das Interesse an meiner Arbeit. Weiterhin gilt mein Dank Frau Prof. Dr.-Ing. Laura De Lorenzis für die Mitwirkung bei der Prüfung und Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Ein Großteil der in der Arbeit verwendeten Forschungsergebnisse entstand im Rahmen von Drittmittelprojekten, die dankenswerter Weise von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) bzw. von der Niedersächsischen Technischen Hochschule finanziell gefördert wurden. Mein Dank gilt hierbei auch Dr.-Ing. Reinhard Nothnagel, der mir als Projektleiter des von der DFG geförderten Projekts die notwendigen Freiheiten überließ, um während der Bearbeitung wertvolle Erkenntnisse für meine eigene Arbeit zu erzielen.

Die Durchführung der umfangreichen Versuchsreihen wäre nicht möglich gewesen ohne die einzigartige Unterstützung von Karl-Heinz Sprenger. Ihm gilt mein besonderer Dank für die sorgfältige und durchdachte Konzeption und Durchführung zahlreicher Versuche und für seine ständige Diskussionsbereitschaft. Danken möchte ich in diesem Zusammenhang auch den (ehemaligen) studentischen Hilfskräften Dennis Wilke, Oliver Raffler, Simon Jakobi, Nils Anhuth und Alexander Wallmeyer für ihre Hilfe bei den Arbeiten im Labor.

Den Kollegen des iBMB und der MPA danke ich für die immer gute Zusammenarbeit, besonders im Hinblick auf die unkomplizierte Abstimmung bei der Durchführung von Versuchen und den motivierenden fachlichen Austausch. Mein besonderer Dank gilt hierbei Inka Dreßler für das Korrekturlesen einiger Abschnitte der Arbeit sowie Dr.-Ing. Alex Gutsch für seine Unterstützung bei der Vorbereitung des Vortrags und hilfreiche Diskussionen zum Versuchsprogramm.

Meiner Familie und meinen Freunden danke ich vielmals für die persönliche Unterstützung in den letzten Jahren und die Aufmunterung in schwierigen Phasen. Meiner Mutter gilt zusätzlich mein besonderer Dank für das Korrekturlesen der gesamten Arbeit.

## Summary

### **Models to describe the thermomechanical material properties of early age concrete**

During cement hydration, the microstructure of the cement matrix and in consequence the mechanical properties of concrete are developing continuously. The properties of concrete at early ages may be of importance in several cases, e.g. to predict the temperature and stress development in massive concrete structures or to optimize processes on building sites and in precast plants.

The aim of this work is a comprehensive description of the thermomechanical properties of early age concrete with suitable material models taking into account various influencing factors. The formulation of the material models is chosen allowing for a simple application in numerical simulations to predict the temperature, stress and strength development in hardening concrete structures.

An experimental program is carried out to study the heat release, the strength development and the stress-strain behaviour under short and long lasting stress of concrete at early ages. The behaviour of different concrete compositions is studied with the focus on a comparison between concretes with compositions according to current standards and concretes with high contents of supplementary materials and eminently reduced cement contents. The experimental results are used to analyze the influence of various parameters and to develop new or adapt existing material models. The heat release of the investigated concretes is analyzed with particular regard to the influence of the binder composition and the hardening temperature. For the development of mechanical short-time properties, a model is formulated based on an existing model function which takes into account the correlations between compressive strength, tensile strength and modulus of elasticity and thus requires only a relatively small number of model parameters. Furthermore, the influences of the concrete composition, the hardening temperature and the load history on the mechanical short-term properties are analyzed and partially described with appropriate models. The experimental investigations on the viscoelastic behavior make up the basis for setting up a rheological model with aging spring and dashpot parameters. The model parameters are determined by a calibration with creep tests under constant stress. To demonstrate the general validity of the model for arbitrary concretes and to get a better understanding of the meaning of the model parameters, the model is calibrated additionally using creep data from literature. Furthermore the applicability of the model for variable stress histories is shown by creep

---

tests under stepwise and continuously changing stress and a large-scale test with a restraint beam.

The developed material models are implemented into a commercial finite element software. This software may then be used for the computational prediction of temperature and stress development in hardening concrete structures. The correct implementation of the material models is checked by verification examples. Two different application examples are presented to investigate the formation of eigenstresses and restraint stresses due to the heat of hydration in massive concrete structures. Parametric studies are carried out to describe correlations between the geometry of the structure, the temperature and stress development and the cracking risk.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Summary</b>	<b>ii</b>
<b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>viii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung und Zielsetzung . . . . .	1
1.2 Gliederung der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Hydratation und Werkstoffeigenschaften jungen Betons</b>	<b>5</b>
2.1 Hydratation zementgebundener Baustoffe . . . . .	5
2.1.1 Mechanismus und Ablauf der Hydratation . . . . .	5
2.1.2 Einflussfaktoren . . . . .	8
2.1.3 Hydratationswärme . . . . .	11
2.1.4 Hydratationsgrad . . . . .	12
2.1.5 Reifefunktionen . . . . .	14
2.2 Mechanische Kurzzeiteigenschaften . . . . .	17
2.2.1 Einflussfaktoren . . . . .	18
2.2.2 Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul . . . . .	25
2.2.3 Zeitabhängige Beschreibung der mechanischen Kurz- zeiteigenschaften . . . . .	26
2.2.4 Hydratationsgradabhängige Beschreibung der mecha- nischen Kurzzeiteigenschaften . . . . .	29
2.3 Lastunabhängige Verformungen . . . . .	30
2.3.1 Schwinden . . . . .	30
2.3.2 Temperaturdehnung . . . . .	32
2.4 Zusammenfassung und offene Fragen . . . . .	33
<b>3 Viskoelastisches Verhalten von Beton</b>	<b>35</b>
3.1 Grundlagen und Definitionen . . . . .	35
3.2 Physikalische Ursachen des Kriechens . . . . .	38
3.3 Einflussfaktoren . . . . .	42
3.3.1 Alter des Betons bei Belastung . . . . .	42

3.3.2	Feuchte . . . . .	43
3.3.3	Temperatur . . . . .	43
3.3.4	Vorzeichen der Spannung . . . . .	44
3.3.5	Spannungsniveau . . . . .	47
3.4	Berücksichtigung variabler Spannungs- und Dehnungsgeschichten . . . . .	47
3.5	Rheologische Modelle . . . . .	50
3.5.1	Reihenschaltung mehrerer Kelvin-Körper . . . . .	50
3.5.2	Parallelschaltung mehrerer Maxwell-Körper . . . . .	53
3.6	Existierende Modelle für jungen Beton . . . . .	56
3.6.1	Modell von Gutsch . . . . .	56
3.6.2	Modell von Anders . . . . .	58
3.6.3	Modell von de Schutter . . . . .	61
3.6.4	Modell von Briffaut et al. . . . .	63
3.7	Zusammenfassung und offene Fragen . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen und Methoden</b>	<b>69</b>
4.1	Überblick . . . . .	69
4.2	Untersuchte Betone . . . . .	70
4.3	Herstellung und Lagerung der Proben . . . . .	73
4.4	Wärmefreisetzung . . . . .	73
4.4.1	Adiabatische Kalorimetrie . . . . .	74
4.4.2	Teiladiabatische Kalorimetrie . . . . .	75
4.5	Mechanische Kurzzeiteigenschaften . . . . .	77
4.5.1	Druckfestigkeit . . . . .	77
4.5.2	Zugfestigkeit . . . . .	78
4.5.3	Elastizitätsmodul . . . . .	78
4.5.4	Mechanische Kurzzeiteigenschaften nach Einwirken einer Vorbelastung . . . . .	79
4.6	Viskoelastisches Verhalten . . . . .	80
4.6.1	Versuchseinrichtung . . . . .	80
4.6.2	Kriechversuche mit konstanter Spannung . . . . .	82
4.6.3	Kriechversuche mit veränderlicher Spannung . . . . .	83
4.7	Schwinden . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Untersuchungsergebnisse und Modellbildung</b>	<b>87</b>
5.1	Wärmefreisetzung . . . . .	87
5.1.1	Allgemeines . . . . .	87
5.1.2	Einfluss der Betonzusammensetzung . . . . .	89

5.1.3	Einfluss der Temperatur . . . . .	94
5.2	Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften . . . . .	95
5.2.1	Allgemeines . . . . .	95
5.2.2	Druckfestigkeit . . . . .	96
5.2.3	Zugfestigkeit . . . . .	101
5.2.4	Elastizitätsmodul . . . . .	102
5.2.5	Einfluss der Temperatur auf die Festigkeitsentwicklung	104
5.2.6	Mechanische Kurzzeiteigenschaften nach Einwirken ei- ner Vorbelastung . . . . .	107
5.2.7	Streuung der Werkstoffeigenschaften . . . . .	109
5.3	Viskoelastisches Verhalten jungen Betons . . . . .	112
5.3.1	Allgemeines . . . . .	112
5.3.2	Grundüberlegungen zur Modellierung . . . . .	112
5.3.3	Grundgleichungen des rheologischen Modells . . . . .	114
5.3.4	Kalibrierung des Modells . . . . .	121
5.3.5	Interpretation der Modellparameter . . . . .	125
5.3.6	Allgemeingültigkeit des Modells für beliebige Betone	127
5.3.7	Anwendung des Modells . . . . .	133
5.3.8	Vergleich zwischen Zug- und Druckkriechen . . . . .	145
5.4	Zusammenfassung . . . . .	147
<b>6</b>	<b>Anwendung der Materialmodelle in numerischen Simulationen</b>	<b>153</b>
6.1	Theoretische Grundlagen . . . . .	154
6.1.1	Temperaturfeldberechnung . . . . .	154
6.1.2	Materialgesetz für dreidimensionale Problemstellungen bei viskoelastischem Verhalten . . . . .	156
6.1.3	Numerische Lösung von Differentialgleichungen mit der Finite-Elemente-Methode . . . . .	158
6.2	Verifikationsbeispiele . . . . .	162
6.2.1	Adiabatische Temperaturentwicklung . . . . .	162
6.2.2	Mehrstufiger Kriechversuch . . . . .	164
6.2.3	Relaxationsversuch . . . . .	165
6.3	Anwendungsbeispiele . . . . .	166
6.3.1	Eigenspannungen in einem Wandquerschnitt . . . . .	166
6.3.2	Eigen- und Zwangsspannungen in einem Wand-Funda- ment-System . . . . .	172
6.4	Zusammenfassung . . . . .	178

---

<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>181</b>
7.1 Zusammenfassung . . . . .	181
7.2 Offene Probleme . . . . .	183
<b>Literatur</b>	<b>185</b>
<b>Normen und Richtlinien</b>	<b>196</b>
<b>A Eigenschaften der Ausgangsstoffe</b>	<b>A-1</b>
<b>B Betonrezepturen</b>	<b>B-1</b>
<b>C Druckfestigkeitsentwicklung der untersuchten Betone</b>	<b>C-1</b>
<b>D Ergebnisse der mehrstufigen Kriechversuche</b>	<b>D-1</b>

# Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

## Große lateinische Buchstaben

$A$	Fläche [ $\text{m}^2$ ]
$E_A$	Aktivierungsenergie [ $\text{J/mol}$ ]
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons [ $\text{N/mm}^2$ ]
$E_{cc}$	Elastizitätsmodul des Betons bei Druckbeanspruchung [ $\text{N/mm}^2$ ]
$E_{ct}$	Elastizitätsmodul des Betons bei Zugbeanspruchung [ $\text{N/mm}^2$ ]
$E_{c,\infty}$	theoretischer Endwert des Elastizitätsmoduls [ $\text{N/mm}^2$ ]
$E_{c,1}$	Elastizitätsmodul bei einem Hydratationsgrad von $\alpha = 1$ [ $\text{N/mm}^2$ ]
$E_i$	Federsteifigkeit im generalisierten rheologischen Modell, $i = 0 \dots n$ [ $\text{N/mm}^2$ ]
$I_{cr}$	Rissindex [-]
$J$	Compliancefunktion [ $(\text{N/mm}^2)^{-1}$ ]
$N$	Normalkraft [ $\text{N}$ ]
$P$	Leistung [ $\text{W}$ ]
$Q$	Wärmemenge [ $\text{J}$ ]
$\dot{Q}$	Wärmestrom [ $\text{W}$ ]
$Q_{\text{hyd}}$	Hydratationswärmemenge [ $\text{J/m}^3$ ]
$Q_{\text{max}}$	maximal freisetzbare Hydratationswärmemenge [ $\text{J/m}^3$ ]
$R$	allgemeine Gaskonstante [ $\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ ]
$R_g$	gewichtete Reife [ $^\circ\text{C}\cdot\text{s}$ ]
$T$	Temperatur [ $^\circ\text{C}$ ]
$T_{B0}$	Frischbetontemperatur [ $^\circ\text{C}$ ]
$U$	innere Energie [ $\text{J}$ ]
$V$	Volumen [ $\text{m}^3$ ]

## Kleine lateinische Buchstaben

$a$	Regressionsparameter
$a_{K,i}$	Koeffizienten in der Grundgleichung des generalisierten Kelvin-Modells, $i = 0 \dots n$
$a_{M,i}$	Koeffizienten in der Grundgleichung des generalisierten Maxwell-Modells, $i = 0 \dots n$
$b$	Regressionsparameter

---

$b_{K,i}$	Koeffizienten in der Grundgleichung des generalisierten Kelvin-Modells, $i = 0 \dots n$
$b_{M,i}$	Koeffizienten in der Grundgleichung des generalisierten Maxwell-Modells, $i = 0 \dots n$
$c_B$	spezifische Wärmekapazität [J/(kg·K)]
$c_f$	Federsteifigkeit [N/m]
$d$	Wand-/Bauteildicke [m]
$d_{i,j}$	Funktionsparameter zur Beschreibung der Dämpfungviskositäten, $i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 4$
$f_{cc}$	Betondruckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cc,\infty}$	theoretischer Endwert der Betondruckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cc,1}$	Betondruckfestigkeit bei einem Hydratationsgrad von $\alpha = 1$ [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ck}$	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct,\infty}$	theoretischer Endwert der Betonzugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct,1}$	Betonzugfestigkeit bei einem Hydratationsgrad von $\alpha = 1$ [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_i$	Funktionsparameter zur Beschreibung der Federsteifigkeiten, $i = 1 \dots 4$
$k(T)$	Reifefunktion [-]
$m$	Masse [kg]
$m_{B,0}$	Masse des gesamten Bindemittels [kg]
$m_{B,\text{hyd}}$	Masse des hydratisierten Bindemittels [kg]
$m_Z$	Zementgehalt eines Betons [kg/m <sup>3</sup> ]
$m_{ZS}$	Zusatzstoffgehalt eines Betons [kg/m <sup>3</sup> ]
$n$	Anzahl Maxwell- bzw. Kelvineinheiten im generalisierten Maxwell- bzw. Kelvin-Modell [-]
$p_{cr}$	Risswahrscheinlichkeit [-]
$q$	Wärmefreisetzungsrate [W/m <sup>3</sup> ]
$\dot{q}$	Wärmestromdichte [W/m <sup>2</sup> ]
$s$	Regressionsparameter
$t$	Zeit [s], [h], [d]
$t_0$	Grenze der Gültigkeit des rheologischen Modells [d]
$t_e$	wirksames Betonalter [s], [h], [d]
$t_k$	Parameter zur Zeittransformation [d]
$t_l$	Belastungsalter im Kriechversuch [d]
$u$	spezifische innere Energie [J/kg]
$v$	Variationskoeffizient [-]
$\dot{w}$	Wärmequellrate [W/m <sup>3</sup> ]
$w/b$	Wasserbindemittelwert [-]
$w/z$	Wasserzementwert [-]

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Hydratationsgrad [-]
$\alpha_0$	Hydratationsgrad beim Übergang vom flüssigen in den festen Zustand [-]
$\alpha_{\max}$	maximal erreichbarer Hydratationsgrad [-]
$\alpha_K$	Wärmeübergangskoeffizient [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$\alpha_T$	Wärmeausdehnungskoeffizient [K <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon$	Dehnung [-]
$\varepsilon_{as}$	Dehnung infolge autogenen Schwindens [-]
$\varepsilon_c$	lastabhängige Gesamtdehnung [-]
$\bar{\varepsilon}_c$	bezogene lastabhängige Gesamtdehnung [(N/mm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon_{cr}$	viskose Dehnung bzw. Kriechdehnung [-]
$\bar{\varepsilon}_{cr}$	bezogene Kriechdehnung [(N/mm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon_{el}$	elastische Dehnung [-]
$\varepsilon_{th}$	thermische Dehnung [-]
$\varepsilon_{tot}$	Gesamtdehnung [-]
$\eta_i$	Dämpferviskositäten im rheologischen Modell, $i = 1 \dots n$ [N·d/mm <sup>2</sup> ]
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit [W/(m·K)]
$\varphi$	Kriechzahl [-]
$\psi$	Relaxationszahl [-]
$\rho$	Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Spannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$\bar{\sigma}$	Belastungsgrad [-]
$\tau_i$	Retardationszeiten im rheologischen Modell, $i = 1 \dots n$ [d]
$\chi$	Wärmedurchgangskoeffizient (punktbezogen) [W/K]

## Allgemeine Notation, mathematische Operatoren

$\mathbf{a}$	Vektor
$\mathbf{A}$	Matrix
$\Delta$	Inkrement
$\nabla$	Nabla-Operator
$(\dot{\phantom{x}})$	Ableitung nach der Zeit
$\frac{\partial}{\partial x}$	partielle Ableitung nach $x$
$\int_{(A)}$	Flächenintegral
$\int_{(V)}$	Volumenintegral

---

## Abkürzungen

CSH-Phasen	Calcium-Silicat-Hydratphasen
DGL	Differentialgleichung
E-Modul	Elastizitätsmodul
EPS	expandierter Polystyrolschaum
FEM	Finite-Elemente-Methode
FQS	Fehlerquadratsumme
JCI	Japan Concrete Institute
TSTM	Temperatur-Spannungs-Prüfmaschine (Temperature-Stress-Testing-Machine)
XPS	extrudierter Polystyrolschaum

Alle hier nicht aufgeführten Symbole bzw. abweichend definierte Bezeichnungen werden explizit im Text angegeben.



# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung und Zielsetzung

Die Erhärtung des Betons ist zurückzuführen auf chemische Reaktionen zwischen dem Zement, gegebenenfalls weiterer reaktiver Zusatzstoffe und dem Zugabewasser, die zusammengefasst als Hydratation bezeichnet werden. Während der Hydratation entwickeln sich das Gefüge des Zementsteins und daraus folgend die mechanischen Eigenschaften des Betons kontinuierlich.

Die Eigenschaften des Betons im jungen Alter können für zahlreiche Anwendungsfälle von Interesse sein. Zum Festlegen von Ausschal- oder Vorspannzeitpunkten ist meist die Prognose der Festigkeit im Alter von einigen Stunden oder Tagen entscheidend. Für die Ablaufplanung in Fertigteilerwerken spielt außerdem die Beeinflussung der Festigkeitsentwicklung durch verschiedene Zementarten, Zusatzstoffe, Zusatzmittel und Wärmebehandlungen eine wichtige Rolle. Zur korrekten Vorhersage der durch die Hydratationswärme freisetzung hervorgerufenen Temperatur- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen ist des Weiteren eine exakte Beschreibung der Wärmefreisetzung und des Spannungs-Verformungsverhaltens unter Kurz- und Langzeitbeanspruchung erforderlich. Da insbesondere bei massigen Bauteilen aufgrund von Unsicherheiten bzgl. der genauen Spannungsverteilung häufig zu hohe Bewehrungsgrade festgelegt werden, kann durch die Verwendung möglichst genauer Materialmodelle in Kombination mit numerischen Simulationen ein wichtiger Beitrag zur Wirtschaftlichkeit und Dauerhaftigkeit solcher Bauteile geleistet werden.

In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche Modelle zur Beschreibung der Materialeigenschaften jungen Betons aufgestellt. Diese größtenteils phänomenologischen Modelle beschreiben die Betoneigenschaften in der Regel als Funktion der Erhärtungszeit oder des Hydratationsgrads, vgl. u. a. [Web78, Jon84, Lau90, Gut98, Kan99]. Die Beschreibung der Wärme- und Festigkeitsentwicklung sowie des Verformungsverhaltens unter Kurzzeitbeanspruchung ist mit den existierenden Modellen für konventionelle Betone in der Regel mit guter Genauigkeit möglich. Unsicherheiten bestehen jedoch bzgl. des Verhaltens von Betonen, die mit bisher wenig untersuchten Zementarten oder hohen Zusatzstoffgehalten hergestellt werden. Solche Betonzusammensetzungen werden in Zukunft stark an Bedeutung gewinnen, da zur Reduktion

des CO<sub>2</sub>-Ausstoßes bei der Betonproduktion der Anteil von Portlandzementklinker im Bindemittel immer weiter reduziert wird [Bud14, Loh14a, Loh14b]. Daraus ergeben sich deutlich veränderte Bindemittelzusammensetzungen, die ein verändertes Erhärtungsverhalten des Betons bewirken. Insofern ist zu überprüfen, ob das Verhalten dieser Betone mit existierenden Modellen korrekt abgebildet werden kann.

Die Modellparameter werden bei existierenden Modellen in der Regel durch eine Anpassung an die im Labor zu verschiedenen Zeitpunkten gemessenen Mittelwerte der jeweiligen Eigenschaften bestimmt, wobei die Versuche gewöhnlich an vor der Prüfung unbelasteten Proben durchgeführt werden. Im Bauteil erfährt der Beton jedoch in vielen Fällen bereits im sehr jungen Alter eine länger andauernde Belastung, die erst nach mehreren Stunden oder Tagen zum Bruch führt. Zum Einfluss der Belastungsgeschichte auf die Betoneigenschaften existieren bisher allerdings hauptsächlich Untersuchungen, die der Bestimmung der Dauerstandfestigkeit unter Druckbelastung dienen. Untersuchungen zur möglichen Veränderung des Zugtragverhaltens durch eine Vorbelastung sind selten und zeigen teilweise gegenläufige Ergebnisse, s. bspw. [Har68, Wit72, Sou77, Coo81, Bla93, Rin03].

Die Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens von jungem Beton stellt bis heute eine besondere Herausforderung dar. Trotz der Durchführung zahlreicher experimenteller Untersuchungen zum Kriech- und Relaxationsverhalten junger Betone in den letzten Jahren, vgl. u. a. [Gut98, Wes99, Atr03, And12, Bri12], bestehen bezüglich des Einflusses verschiedener Parameter und Randbedingungen noch Unsicherheiten. Die Anwendbarkeit der auf Basis dieser Untersuchungen aufgestellten Modelle ist zudem meist auf bestimmte Betone beschränkt oder besitzt Schwächen hinsichtlich der Betrachtung zeitlich veränderlicher Einwirkungen. Die von den meisten Autoren gewählte Formulierung der Kriechdehnung als Funktion der Belastungszeit, des Belastungsalters und weiterer Parameter ist des Weiteren für die Anwendung in numerischen Simulationen schlecht geeignet, da die bei dieser Formulierung notwendige Superposition der gesamten Belastungsgeschichte einen hohen Rechen- und Speicheraufwand mit sich bringt.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine umfassende Beschreibung der thermomechanischen Eigenschaften jungen Betons mit geeigneten Materialmodellen unter Berücksichtigung der oben genannten, bisher nicht gelösten Probleme. Ein umfangreiches Versuchsprogramm zur Charakterisierung der Betoneigenschaften während der Erhärtung dient als Basis für die anschließende Modellbildung. Die Formulierung der Materialmodelle wird insbesondere im Hinblick auf die Kopplung einzelner Betoneigenschaften untereinander und eine gute Anwendbarkeit in numerischen Simulationen gewählt. Nach der Implementie-

Die Entwicklung der entwickelten Modelle in eine Finite-Elemente-Software steht damit ein leistungsfähiges Werkzeug zur realitätsnahen Prognose der Temperatur-, Spannungs- und Festigkeitsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen zur Verfügung.

## 1.2 Gliederung der Arbeit

Die für die Arbeit notwendigen Grundlagen und daraus folgende offene Fragen werden in den Kapiteln 2 und 3 beschrieben. In Kapitel 2 werden zunächst der Stand der Forschung und offene Probleme zum Ablauf der Hydratation und der Entwicklung der Betoneigenschaften zusammengefasst. Auf den Stand der Forschung und offene Fragen zum viskoelastischen Verhalten von jungem Beton wird in Kapitel 3 eingegangen.

Kapitel 4 umfasst die Darstellung des eigenen Versuchsprogramms und der verwendeten experimentellen Methoden. Das Ziel der experimentellen Untersuchungen ist die umfassende Charakterisierung und Beschreibung der Eigenschaften junger Betone als Basis für die anschließende Modellbildung. Der Fokus liegt dabei auf der Untersuchung der Wärmefreisetzung, der Festigkeitsentwicklung sowie des Verformungsverhaltens unter Kurz- und Langzeitbeanspruchung. Ein Teil der Versuche wird mit verschiedenen Betonen durchgeführt, um den Einfluss der Betonzusammensetzung und die Wirkung einzelner Komponenten auf die Eigenschaften des jungen Betons zu charakterisieren. Im Mittelpunkt steht dabei der Vergleich zwischen Betonen mit Zusammensetzungen nach aktueller Norm und Betonen mit sehr hohen Zusatzstoff- und stark verminderten Zementgehalten.

In Kapitel 5 werden die Versuchsergebnisse analysiert und zur Entwicklung neuer bzw. Anpassung existierender Materialmodelle genutzt. Die Wärmefreisetzung der untersuchten Betone wird insbesondere hinsichtlich des Einflusses der Betonzusammensetzung und der Erhärtungstemperatur analysiert. Für die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften wird ein Modell auf Basis einer bekannten Modellfunktion formuliert, das die Zusammenhänge zwischen Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul berücksichtigt und dadurch mit einer verhältnismäßig geringen Anzahl an Modellparametern auskommt. Des Weiteren wird der Einfluss der Betonzusammensetzung, der Erhärtungstemperatur und der Belastungsgeschichte auf die mechanischen Kurzzeiteigenschaften analysiert und teilweise modellhaft beschrieben. Die Versuche zum viskoelastischen Verhalten bilden die Grundlage zum Aufstellen und Überprüfen eines rheologischen Modells, dessen Modellparameter durch eine Kalibrierung an Messdaten aus Kriechversuchen mit konstanter Spannung bestimmt werden. Um die Allgemeingültigkeit des Modells für

beliebige Betone zu zeigen und die Bedeutung der Parameter weitergehend zu analysieren, wird das Modell zusätzlich an in der Literatur veröffentlichten Versuchsergebnissen kalibriert. Des Weiteren wird anhand von Kriechversuchen mit variabler Spannung und einem Bauteilversuch unter zentrischem Zwang die Anwendbarkeit des Modells für zeitlich veränderliche Spannungen belegt.

Die Anwendung der entwickelten Materialmodelle in numerischen Simulationen, mit denen die Vorhersage der Temperatur-, Festigkeits- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen möglich wird, wird in Kapitel 6 beschrieben. Die korrekte Implementierung der Materialmodelle in die verwendete Finite-Elemente-Software wird zunächst anhand von Verifikationsbeispielen belegt. In Anwendungsbeispielen wird anschließend die Temperatur- und Spannungsentwicklung in massigen Bauteilen untersucht. Durch Parameterstudien werden Zusammenhänge zwischen den Bauteilabmessungen, der Höhe und Verteilung der Spannungen und Temperaturen und der Risswahrscheinlichkeit aufgezeigt.

Die Arbeit schließt in Kapitel 7 mit einer Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse und einem Ausblick auf offene Fragestellungen für zukünftige Forschungsarbeiten.

## **2 Hydratation und Werkstoffeigenschaften jungen Betons**

Die Erhärtung von Beton ist zurückzuführen auf Reaktionen zwischen dem Bindemittel und dem Anmachwasser, die zusammengefasst als Hydratation bezeichnet werden. Die Hydratation ist von zahlreichen Faktoren abhängig, die sowohl den zeitlichen Ablauf der Reaktion als auch die endgültigen Eigenschaften des Betons beeinflussen.

Das vorliegende Kapitel umfasst eine Zusammenfassung des Standes der Forschung zum Ablauf der Hydratation und der Entwicklung der Betoneigenschaften. Zuerst werden die grundlegenden Mechanismen und die chemisch-physikalischen Abläufe während der Hydratation erläutert und wesentliche Einflussfaktoren vorgestellt. Auf die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften des Betons wird in Abschn. 2.2 eingegangen. Dabei konzentriert sich die Darstellung insbesondere auf die Kopplung der Eigenschaften an den Hydratationsprozess und deren modellhafte Beschreibung. Des Weiteren wird in Abschn. 2.3 auf lastunabhängige Verformungen infolge Schwinden und Temperaturänderung während der Hydratation eingegangen.

### **2.1 Hydratation zementgebundener Baustoffe**

#### **2.1.1 Mechanismus und Ablauf der Hydratation**

Bei der Zugabe von Wasser zum Zement entstehen aus den Klinkerphasen des Zements wasserhaltige Verbindungen, die sogenannten Hydratphasen. Die dabei ablaufenden chemischen Reaktionen werden unter dem Oberbegriff Hydratation zusammengefasst. Die Hydratation ist ein exothermer Prozess, der in mehreren Phasen abläuft, welche fließend ineinander übergehen. Die Hydratationsreaktionen können nicht durch einfache stöchiometrische Gleichungen beschrieben werden, da vielfach Festkörperprodukte mit unterschiedlicher Zusammensetzung entstehen bzw. die Umsetzung über Zwischenstufen verläuft [Ben11]. Der genaue Ablauf der Hydratation und die Intensität der einzelnen Reaktionen werden maßgeblich von der chemischen Zusammensetzung und Granulometrie des Zements und der miterhärtenden Zusatzstoffe sowie den Erhärtungsbedingungen (Temperatur, Feuchte und Druck) bestimmt.

Für baupraktische Betrachtungen ist die Einteilung der Hydratation von Portlandzement in drei Phasen nach LOCHER et al. [Loc76] üblich, vgl. Abb. 2.1. In der ersten Phase, die die ersten Stunden nach der Wasserzugabe umfasst, liegt der Zementleim als Suspension von Zementkörnern ohne jegliche Festigkeit vor. Direkt nach der Wasserzugabe reagieren ein Teil der Aluminatphase ( $C_3A$ ) und des Tricalciumsilicats ( $C_3S$ ), sodass sich um das Zementkorn eine dünne Haut bestehend aus Hydratphasen bildet. Durch das Inlösunggehen des als Erstarrungsregler zugesetzten Sulfatträgers entstehen in der Porenlösung und auf der Kornoberfläche Ettringitkeime, die einen weiteren Wasserzutritt behindern. Nach 0,5 bis 2 Stunden kommt die Reaktion zwischen dem Aluminat und dem Sulfat zum Stillstand und es setzt eine Ruheperiode mit einer Dauer von ca. 2 bis 4 Stunden ein. Die Sulfationen und Wassermoleküle diffundieren jedoch allmählich durch die Ettringitschicht auf der Kornoberfläche und im Korninneren wird die Umsetzung zu Ettringit fortgesetzt. Aufgrund des größeren Volumens der Reaktionsprodukte sprengt der Kristallisationsdruck die äußere Ettringithülle. Nach dem Aufbrechen der Ettringithülle setzt ca. 6 bis 7 Stunden nach der Wasserzugabe eine beschleunigte Bildung der Hydratphasen ein (2. Hydratationsphase). Am Rand der Körner des Tricalciumsilicats ( $C_3S$ ) und Dicalciumsilicats ( $C_2S$ ) werden

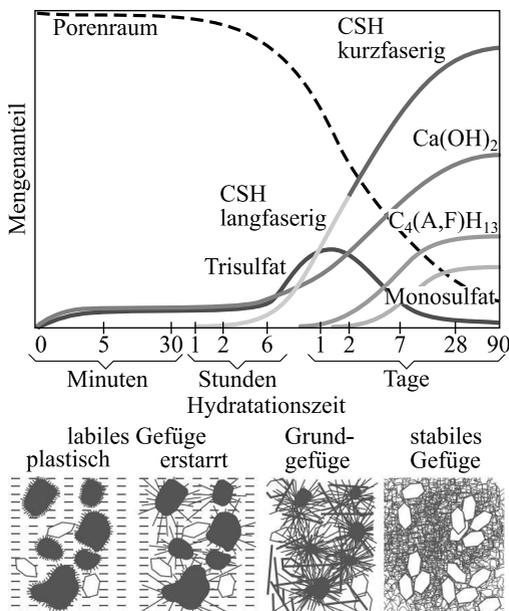


Abb. 2.1: Ablauf der Hydratation nach LOCHER et al. [Loc76]

zunächst langfaserige Calciumsilicathydrate (CSH-Phasen) gebildet, die sich in den wassergefüllten Porenräumen zwischen den Zementpartikeln ausbreiten und benachbarte Zementkörner verknüpfen. Durch das Überbrücken der Zwischenräume zwischen den Zementkörnern entsteht das Grundgefüge des Zementsteins, was sich nach außen sichtbar durch das Erstarren des Zementleims zeigt. Der eigentliche Erhärtungsprozess setzt etwa 24 Stunden nach Wasserzugabe ein (dritte Hydratationsphase). Aus den zuvor entstandenen langfaserigen CSH-Phasen bilden sich zunehmend kurzfaserige CSH-Phasen. Des Weiteren wird in großen Mengen Calciumhydroxid frei, das entweder dissoziiert in der Porenlösung oder kristallisiert als Portlandit im Zementstein vorliegt. Nach 2 bis 3 Tagen setzt der Abbau des Trisulfats durch Tricalciumaluminat ( $C_3A$ ) bzw. Tetracalciumaluminatferrit ( $C_4AF$ ) zu Monosulfat ein. Die Festigkeit des Zementsteins wird davon nicht beeinflusst, da das Monosulfat kaum zur Festigkeit beiträgt. Anschließend bilden sich kristalline Calciumaluminat- und Calciumaluminatferrithydrate, die zusammen mit den kurzfaserigen CSH-Phasen die restlichen Poren der von langfaserigen CSH-Phasen durchwachsenen Hohlräume füllen bzw. verkleinern. Hierdurch entsteht das endgültige feste Gefüge des Zementsteins. Die Hydratation des  $C_2S$  und  $C_3S$  ist nach ca. zwei Wochen auch im Inneren des Kornes deutlich fortgeschritten. Die diffusionsgesteuerte Reaktion verlangsamt sich nach und nach und läuft in geringer Intensität über mehrere Monate, bei größeren Zementpartikeln evtl. auch mehrere Jahre, weiter. [Loc76, Ben11]

Sind neben dem Portlandzementklinker weitere reaktive Zementbestandteile oder Zusatzstoffe vorhanden, läuft deren Reaktion im Vergleich meist zeitlich verzögert ab, da Lösungsvorgänge an der Oberfläche und ein ausreichendes Angebot an Calciumhydroxid Voraussetzungen für das Eintreten der Reaktionen sind. Zur Beschreibung des Ablaufes der Hydratation von reaktiven Zusatzstoffen ist eine Einteilung in latent-hydraulische und puzzolanische Stoffe sinnvoll. Der wichtigste latent-hydraulische Stoff ist Hüttensand, der als Abfallprodukt bei der Stahlherstellung anfällt und in Portlandhüttenzementen und Hochofenzementen zum Einsatz kommt. Puzzolanische Stoffe können künstlichen oder natürlichen Ursprungs sein. Zu den künstlichen Puzzolanen zählen Flugasche, Silicastaub und gebrannter Schiefer. Natürliche Puzzolane sind im Allgemeinen vulkanischen Ursprungs oder Sedimentgesteine mit entsprechender chemisch-mineralogischer Zusammensetzung. Trass ist das in Deutschland am häufigsten vorkommende natürliche Puzzolan. Hüttensand ist als latent-hydraulischer Stoff in der Lage eigenständig mit Wasser zu reagieren. Allerdings erfolgt die Bildung der Reaktionsprodukte so langsam, dass sie für die baupraktische Anwendung ohne Bedeutung ist. Eine beschleunigte Reaktion tritt ein, wenn diese in Anwesenheit von Calciumhydroxid, Sulfaten oder anderen alkalischen Stoffen stattfindet. Hierbei bilden

sich überwiegend die gleichen festigkeitsgebenden CSH-Phasen wie bei der Hydratation der Klinkerminerale [Hin87, Sch07, Ben11]. Puzzolanische Stoffe erhärten nach der Zugabe von Wasser nicht selbstständig, sondern benötigen zusätzlich Calciumhydroxid, um den CSH-Phasen ähnliche Reaktionsprodukte zu bilden. Beim Einsatz als Zementhauptbestandteil oder Betonzusatzstoff bedeutet dies, dass die puzzolanische Reaktion verzögert eintritt, da erst durch die Hydratation des Portlandzementklinkers Calciumhydroxid für die puzzolanische Reaktion zur Verfügung steht [Här95].

### 2.1.2 Einflussfaktoren

#### 2.1.2.1 Zementart und Zusatzstoffe

Die chemische Zusammensetzung des Zements und ggf. weiterer reaktiver Zusatzstoffe bestimmt den Ablauf der Hydratation. Bei Portlandzement ist vor allem das Verhältnis der einzelnen Klinkerphasen ausschlaggebend. Zemente mit einem größeren Anteil  $C_3S$  erhärten schneller, im Gegensatz dazu reagieren  $C_2S$ -reiche Zemente zwar langsamer, erreichen aber eine höhere Endfestigkeit [Odl91]. Die Bildung der Calciumaluminathydrate und des Calciumhydroxids sind für die Festigkeit des Zements unerheblich, sie beeinflussen aber die Durchlässigkeit des Zementsteins und können deshalb für dauerhaftigkeitsrelevante Prozesse von Bedeutung sein. Bei normalen Portlandzementen bewegen sich die Verhältnisse der Klinkerphasen in relativ engen Grenzen, sodass auch das Reaktionsverhalten immer ähnlich ist [Röh12]. Die Reaktionsgeschwindigkeit kann allerdings durch die Mahlfeinheit gesteuert werden. Die durch feineres Aufmahlen entstehende größere Oberfläche bewirkt eine höhere Reaktivität, woraus eine höhere Anfangsfestigkeit resultiert [Loc73, Odl91]. Die Endfestigkeit wird dagegen durch eine Erhöhung der Mahlfeinheit meist nur gering bis gar nicht gesteigert [Odl91].

Die Hydratation puzzolanischer und latent-hydraulischer Zementbestandteile oder Zusatzstoffe zeigt eine deutlich verminderte Geschwindigkeit im Vergleich zu Portlandzementklinker (vgl. 2.1.1). Zum Teil wird durch deren Einsatz auch das Reaktionsverhalten des Klinkers verändert. Wie auch beim Klinker wird die Reaktionsgeschwindigkeit stark durch die Mahlfeinheit beeinflusst. Aufgrund der unterschiedlichen Zusammensetzung von Hüttensanden verschiedener Herkunft können sehr breit gefächerte Reaktionsgeschwindigkeiten auftreten, die aber im Allgemeinen hinter der von  $C_3S$  zurückbleiben und mit der des  $C_2S$  vergleichbar sind [Röh12]. Bei Flugasche und Silicastaub ist die zeitliche Entwicklung des Hydratationsgrads von der Zugabemenge bzw. vom Mengenverhältnis abhängig. Ein höherer Gehalt hat im jungen Alter

nur relativ geringe Auswirkungen, bewirkt mit zunehmender Erhärungszeit jedoch einen geringeren Hydratationsgrad des Zusatzstoffes [Men97]. Zusätzlich beschleunigt die Anwesenheit von Flugasche die Umsetzung des Klinkers, solange die Zugabemenge ein kritisches Mengenverhältnis nicht übersteigt. Als eine mögliche Ursache wird der bei konstantem Wasser-Bindemittel-Verhältnis erhöhte Wasserzementwert (bezogen auf den Klinker) angegeben, wodurch dem Klinker mehr Wasser für eine Reaktion zur Verfügung steht. Zusätzlich stellen die Partikel des Zusatzstoffes Reaktionskeime dar und wirken damit reaktionsbeschleunigend auf den Zementklinker. Diese reaktionsbeschleunigende Wirkung lässt sich auch bei inerten Zusatzstoffen wie z.B. Kalksteinmehl beobachten [Kra13].

### 2.1.2.2 Zusatzmittel

Durch den Einsatz von Verzögerern oder Beschleunigern als Betonzusatzmittel kann gezielt in den Ablauf der Hydratation eingegriffen werden. Allerdings beeinflussen auch weitere Zusatzmittel wie z.B. Fließmittel und Betonverflüssiger, deren Hauptaufgabe die Veränderung der Frischbetonkonsistenz ist, als Nebeneffekt den Ablauf der Hydratation. Verzögerer sollen den Zeitraum, in dem der Beton verarbeitbar bleibt, verlängern. Dies wird erreicht, indem vorübergehend das Inlösengehen der schnell reagierenden Zementbestandteile verhindert wird und somit der Hydratationsbeginn verschoben wird. Der Verlauf der Hydratation bleibt bis auf die Verschiebung des Startzeitpunkts nahezu identisch. Beim Einsatz von Beschleunigern muss zwischen Erstarrungsbeschleunigern und Erhärungsbeschleunigern unterschieden werden. Erstarrungsbeschleuniger verkürzen die Ruheperiode der Hydratation, während der der Beton eine plastische Konsistenz besitzt. Erhärungsbeschleuniger bewirken dagegen das frühere Erreichen einer bestimmten Anfangsfestigkeit. Beide wirken auf den Ablauf der Hydratation in Form einer insgesamt erhöhten Reaktionsgeschwindigkeit. Fließmittel und Betonverflüssiger zeigen häufig eine verzögernde Wirkung, die die Verarbeitungszeit verlängert und damit der Wirkung von Verzögerern ähnelt. Die Intensität des verzögernden Effekts ist dabei von der Art und Zusammensetzung des Fließmittels bzw. Betonverflüssigers abhängig. [Ben11]

### 2.1.2.3 Temperatur und Feuchte

Neben den zuvor genannten Faktoren, die im Wesentlichen aus der Zusammensetzung des Betons folgen, beeinflussen ferner der Temperatur- und Feuchtezustand während der Erhärtung den Ablauf der Hydratation.

Mit steigender Temperatur nimmt die Geschwindigkeit der Reaktion zwischen Zement und Wasser zu. Der Hydratationsgrad entwickelt sich schneller, vgl. exemplarisch Abb. 2.2, und die Festigkeitsentwicklung beginnt unter erhöhter Temperatur zu einem früheren Zeitpunkt [Cop68, Loc73, Loc76, Bre91, Odl91]. Reaktionsträge Zusatzstoffe oder Zementbestandteile, wie beispielsweise Hüttensand, werden durch höhere Temperaturen verstärkt angeregt, Verbindungen mit dem Anmachwasser einzugehen, sodass sie stärker zur Festigkeitsentwicklung beitragen [Röh12]. Der Einfluss der Temperatur ist während des gesamten Zeitraums der Hydratation vorhanden, zu Beginn jedoch besonders ausgeprägt. Mit fortschreitender Reaktion nimmt der Temperatureinfluss auf die Reaktionsgeschwindigkeit kontinuierlich ab. Dies lässt sich teilweise dadurch erklären, dass die Temperatur neben der Geschwindigkeit der Reaktion auch die Morphologie der Reaktionsprodukte beeinflusst. Bei erhöhter Temperatur entstehen Hydratationsprodukte vermehrt in der Nähe der Zementkornoberflächen und der Anteil langfaseriger CSH-Phasen, die den Porenraum ausfüllen, nimmt ab [Kje92]. Die dichte Hydratphasenschicht um die Zementpartikel verlangsamt den weiteren Ablauf der Hydratation, was einen niedrigeren Hydratationsgrad im höheren Betonalter zur Folge haben kann. Aus der veränderten Struktur der CSH-Phasen folgt eine gröbere Porenstruktur bei erhöhten Temperaturen [Lot07]. Zusammen mit einem geringeren endgültigen Hydratationsgrad bewirkt dies in der Regel eine Verringerung der Endfestigkeit verglichen mit einer Erhärtung bei niedrigeren Temperaturen [Ska72, Byf80, Bre91]. Rechnerisch wird der Einfluss der Temperatur auf die Hydratation meist mit Hilfe von Reife-

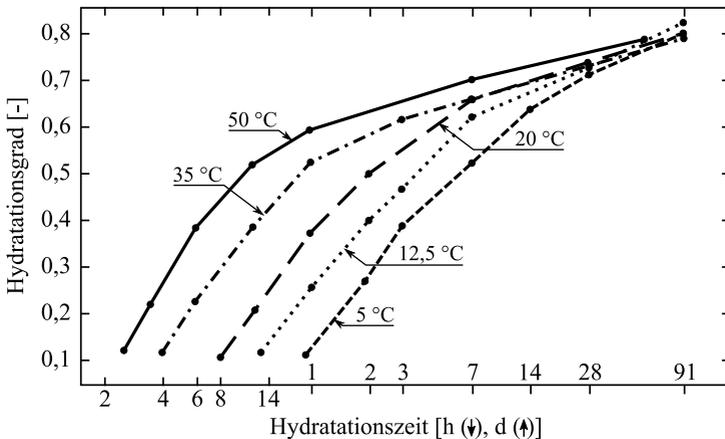


Abb. 2.2: Einfluss der Temperatur auf die zeitliche Entwicklung des Hydratationsgrads; Ergebnisse von KEJLSEN und DETWILER [Kje92]

funktionen abgebildet. Diese berücksichtigen den Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit, der Einfluss auf die Endfestigkeit bleibt meist unberücksichtigt. Auf die genaue Definition der Reifefunktionen wird in Abschnitt 2.1.5 eingegangen.

Die Hydratationsreaktion kann nur dann vollständig ablaufen, wenn dem Zement genügend Wasser als Reaktionspartner zur Verfügung steht. Wenn die relative Feuchte in den Poren sinkt, verlangsamt sich die Hydratation, bis sie schließlich zum Stillstand kommt [Pow46, Iga04]. Der Einfluss der Feuchte wird einerseits durch die Luftfeuchte der Umgebung und andererseits durch den Wasserzementwert ausgeübt. Je schneller der Beton infolge geringer Luftfeuchte während der Erhärtung austrocknet, umso geringer ist der final erreichbare Hydratationsgrad. Der Einfluss des Wasserzementwerts zeigt sich i.d.R. erst ab etwa 24 Stunden nach Wasserzugabe, bei hohen Wasserzementwerten noch später. Ein höherer Wasserzementwert führt zu einer größeren Hydratationsgeschwindigkeit im weiteren Verlauf und zum Erreichen eines höheren Hydratationsgrads [Tap59]. Für eine vollständige Hydratation ist theoretisch ein Wasserzementwert von mindestens 0,4 erforderlich. In der Praxis zeigt sich, dass auch bei höheren Wasserzementwerten noch keine vollständige Hydratation erreicht wird. Der tatsächlich erreichbare maximale Hydratationsgrad kann mit empirischen Modellen, in denen der Wasserzementwert und weitere Parameter berücksichtigt werden, mit ausreichender Genauigkeit abgeschätzt werden [Kra13], s. a. Abschn. 2.1.4.

### 2.1.3 Hydratationswärme

Die während der Hydratation ablaufenden Reaktionen sind exotherme Vorgänge. Der Verlauf der Wärmefreisetzung ist in etwa proportional zum Reaktionsfortschritt und wird deshalb häufig zur messtechnischen Erfassung des Hydratationsgrads herangezogen [Cat78, Byf80, Bre91]. Die kalkreichen Klinkerminerale  $C_3A$  und  $C_3S$  setzen größere Wärmemengen frei als die kalkärmeren Klinkerminerale  $C_2S$  und  $C_4AF$ , vgl. Abb. 2.3. Die gesamte Hydratationswärme eines Zements ergibt sich als Summe der Reaktionswärmen der Klinkerminerale und ggf. weiterer reaktiver Stoffe wie Hüttensand oder Flugasche. Für die Beträge der einzelnen Reaktionswärmen existieren unterschiedliche Angaben, die sich teilweise erheblich unterscheiden. In Tabelle 2.1 sind die Wertebereiche auf Basis einer Auswertung von RÖHLING [Röh12] zusammengefasst.

Tab. 2.1: Hydratationswärme nach vollständiger Umsetzung der Klinkerminerale und Zusatzstoffe, Zusammenstellung nach RÖHLING [Röh12]

Ausgangssubstanz	Hydratationswärme [J/g]
C <sub>3</sub> S	490-570
C <sub>2</sub> S	225-270
C <sub>3</sub> A	840-1340
C <sub>4</sub> AF	125-725
Flugasche	210-570
Hüttensand	250-465
Silika	500-880

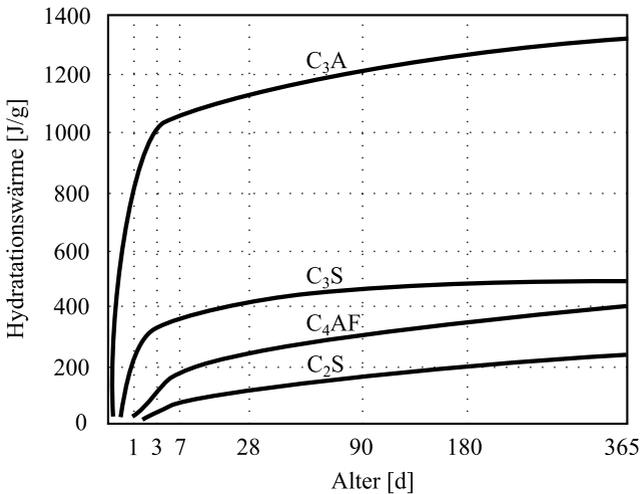


Abb. 2.3: Hydratationswärmefreisetzung der Klinkerminerale nach LEA [Lea70]

### 2.1.4 Hydratationsgrad

Als Hydratationsgrad  $\alpha$  wird der Anteil des Bindemittels bezeichnet, der bis zum betrachteten Zeitpunkt  $t$  in Hydratphasen umgewandelt wurde. Ausgehend von einer gesamten Bindemittelmasse  $m_{B,0}$ , von der zum Zeitpunkt  $t$  die Masse  $m_{B,\text{hyd}}(t)$  hydratisiert ist, ergibt sich die Definition

$$\alpha(t) = \frac{m_{B,\text{hyd}}(t)}{m_{B,0}}. \tag{2.1}$$

Der Hydratationsgrad stellt bei Untersuchungen von jungem Beton eine wichtige Kenngröße dar, da sämtliche Eigenschaften des Betons mit dem Hydratationsgrad verknüpft sind und somit eine Beschreibung der Entwicklung der Eigenschaften vom Frischbeton bis zum vollständig erhärteten Beton in Abhängigkeit des Hydratationsgrads möglich ist. Modelle zur Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften in Abhängigkeit des Hydratationsgrads wurden z. B. von LAUBE [Lau90] aufgestellt und von GUTSCH [Gut98] in leicht abgewandelter Form weiterverwendet. Auf die genaue Definition und Anwendung der Modelle wird in Abschnitt 2.2.4 eingegangen.

Die direkte messtechnische Bestimmung des Hydratationsgrads ist nach der Definition in Gl. 2.1 nicht möglich. Messtechnisch wird der Hydratationsgrad deshalb durch die Bestimmung von Kenngrößen, die sich proportional zum Hydratationsgrad entwickeln, erfasst. Am häufigsten wird dafür das Verhältnis aus der bis zum Zeitpunkt  $t$  freigesetzten Hydratationswärmemenge  $Q(t)$  und der maximal freisetzbaren Hydratationswärmemenge  $Q_{\max}$  verwendet [Byf80, Bre91, Gut98]:

$$\alpha(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\max}} \quad (2.2)$$

Eine weitere gängige Methode ist die Definition des Hydratationsgrads als Verhältnis zwischen der zum Zeitpunkt  $t$  gebundenen Wassermenge  $w_n(t)$  und der bei vollständiger Hydratation gebundenen Wassermenge  $w_{n,\max}$  [Bre91, Not07]:

$$\alpha(t) = \frac{w_n(t)}{w_{n,\max}} \quad (2.3)$$

Bei beiden Definitionen stellt die Bestimmung des End- bzw. Maximalwertes eine Schwierigkeit dar. Bei der Definition über die Wärmemenge kann die maximal freisetzbare Wärmemenge aus der chemischen Zusammensetzung des Bindemittels berechnet werden, wobei dies mit Unsicherheiten behaftet ist, da teilweise deutlich unterschiedliche Angaben für die Wärmefreisetzung der einzelnen Klinkerphasen bzw. Bindemittelbestandteile existieren, vgl. Abschnitt 2.1.3. Bei der Verwendung von Kompositzementen oder großen Mengen reaktiver Zusatzstoffe besteht zusätzlich die Schwierigkeit, dass die reaktiven Bindemittelkomponenten deutlich unterschiedliche Beiträge zur Gesamtwärmefreisetzung liefern. Bei der Definition des Hydratationsgrads über die Menge des gebundenen Wassers kann der Maximalwert aus dem stöchiometrischen Gleichgewicht der Klinkerphasen und des Wassers bestimmt werden. Hierbei stellt die Annahme bestimmter Reaktionsgleichungen eine Unsicherheit dar, da die jeweiligen Klinkerphasen und weitere reaktive Bin-

demittelbestandteile mit Wasser über Zwischenstufen zu Hydratphasen mit verschiedener Zusammensetzung reagieren können [Ben11, Röh12].

In Abschnitt 2.1.2 wurde bereits angesprochen, dass ein Hydratationsgrad von 1,0 bei praxisüblichen Wasserzementwerten nicht erreicht werden kann. Der maximal erreichbare Hydratationsgrad  $\alpha_{\max}$  wird deshalb meist in Abhängigkeit des Wasserzementwertes  $w/z$  abgeschätzt. Ein häufig verwendeter Zusammenhang ist die von MILLS [Mil66] aufgestellte Gleichung

$$\alpha_{\max} = \frac{1,031 \cdot w/z}{0,194 + w/z}. \quad (2.4)$$

Einer Auswertung verschiedener Literaturquellen in [Röh12] zufolge ergibt der Ansatz nach MILLS zu kleine Werte. Stattdessen werden für eine verbesserte Beschreibung die Beziehungen

$$\alpha_{\max} = \frac{1,35 \cdot w/z}{0,315 + w/z} \quad (2.5)$$

und

$$\alpha_{\max} = 1 - \exp(-3,8 \cdot w/z) \quad (2.6)$$

vorgeschlagen.

### 2.1.5 Reifefunktionen

Zur Berücksichtigung des Einflusses der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit der Hydratation ist die Anwendung sogenannter Reifefunktionen gebräuchlich. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Temperatur ausschließlich die Geschwindigkeit der Reaktion beeinflusst und die Eigenschaften nach vollständiger Erhärtung unabhängig von der Temperatur dieselben bleiben. In der Realität führen veränderte Temperaturen allerdings zu veränderten Festbetoneigenschaften, vgl. Abschn. 2.1.2. Des Weiteren verändert sich die Intensität des Temperatureinflusses mit wachsendem Betonalter, was in den meisten Reifefunktionen nicht berücksichtigt wird. Aufgrund dieser Vereinfachungen ist eine gute Genauigkeit der Reifefunktionen nur für junge Betonalter bzw. kleine Hydratationsgrade gegeben.

Zur Herleitung der Definition der Reifefunktion werden zwei Erhärtungsverläufe betrachtet, deren Geschwindigkeit von verschiedenen Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  beeinflusst wird. Aufgrund der unterschiedlichen Temperaturen

dauert es unterschiedlich lange, bis für beide Verläufe derselbe Erhärtungszustand, also dieselbe Reife, erreicht ist. Das Verhältnis der zum Erreichen derselben Reife notwendigen Zeitintervalle  $dt_1$  und  $dt_2$  ist ein Maß für die Geschwindigkeit des ersten Erhärtungsszenarios bezogen auf die des zweiten:

$$k_{T_1-T_2}(T_1, T_2) = \frac{dt_1}{dt_2} \quad (2.7)$$

Wird für den Temperaturverlauf  $T_2$  ein eindeutig definierter Referenzprozess gewählt (dies ist gewöhnlich die Erhärtung im Labor bei konstant  $20^\circ\text{C}$ ) kann durch die Reifefunktion  $k$  der beschleunigende oder verzögernde Effekt einer beliebigen Temperatur  $T$  im Bezug auf den Referenzprozess beschrieben werden:

$$k(T) = \frac{dt(T)}{dt(20^\circ\text{C})} \quad (2.8)$$

Hierbei bedeutet ein Wert  $k < 1$ , dass die Reaktion schneller als bei  $20^\circ\text{C}$  abläuft und  $k > 1$ , dass diese langsamer abläuft.

Häufig kann es sinnvoll sein, die beschleunigende oder verzögernde Wirkung der Temperatur durch eine Transformation der Erhärtungszeit auszudrücken. Das Zeitintervall

$$dt_e = dt(T) \cdot k(T) \quad (2.9)$$

beschreibt, wie lange der Beton bei  $20^\circ\text{C}$  gebraucht hätte, um denselben Reifezuwachs zu erreichen wie im Zeitintervall  $dt(T)$  unter der Temperatur  $T$ . Für eine beliebige Temperaturgeschichte  $T(t)$  und die Betrachtung der gesamten Erhärtungszeit ergibt sich

$$t_e = \int_0^t k(T(\tau)) d\tau \quad (2.10)$$

Die Zeit  $t_e$  wird als wirksames oder äquivalentes Betonalter bezeichnet.

Eine der einfachsten Reifefunktionen ist die nach SAUL und NURSE [Sau51]. Sie ist definiert als

$$k(T) = \frac{T + 10^\circ\text{C}}{30^\circ\text{C}} \quad (2.11)$$

und unterstellt somit einen linearen Zusammenhang zwischen Reaktionsgeschwindigkeit und Erhärtungstemperatur, der in der Praxis allerdings nicht

bestätigt werden kann. Ein weiterer Nachteil dieser Reifefunktion ist, dass der Einfluss der Betonzusammensetzung unberücksichtigt bleibt. Insbesondere die Art und Zusammensetzung des Bindemittels haben einen deutlichen Einfluss auf die Temperaturempfindlichkeit der Erhärtungsreaktion. In der von FREIESLEBEN HANSEN und PEDERSEN [Fre77] aufgestellten Reifefunktion

$$k(T) = \exp\left(\frac{E_A}{R} \cdot \left(\frac{1}{293 \text{ K}} - \frac{1}{273 \text{ K} + T}\right)\right), \quad (2.12)$$

die auf die Definition der Geschwindigkeit chemischer Reaktionen nach ARRHENIUS zurückgeht [Arr89], wird der Einfluss des Bindemittels über die Aktivierungsenergie  $E_A$  berücksichtigt. Zusammengefasst mit der allgemeinen Gaskonstante  $R$  ergibt sich für den Term  $\frac{E_A}{R}$  die Einheit einer Temperatur, weshalb dieser häufig als Aktivierungstemperatur bezeichnet wird. Der Wert der Aktivierungsenergie bzw. -temperatur kann bestimmt werden, indem die Entwicklung einer bestimmten Betoneigenschaft wie z. B. der Druckfestigkeit oder der Hydratationswärme bei zwei verschiedenen Temperaturen gemessen wird. Über dem wirksamen Betonalter aufgetragen ergibt sich mit dem korrekt gewählten Wert für die Aktivierungsenergie ein nahezu identischer Verlauf. Für viele Normzemente werden in der Literatur Mittelwerte für die Aktivierungsenergie angegeben. Eine Zusammenstellung von Werten ist z.B. in [Gut98, Röh09, Röh12] zu finden. Die Auswirkung unterschiedlicher Aktivierungsenergien und der Vergleich mit der Reifefunktion nach SAUL ist in Abb. 2.4 dargestellt. Die Darstellung zeigt, dass unterschiedliche Werte für die Aktivierungsenergie sich insbesondere bei hohen Temperaturen stark auf die Reifefunktion auswirken. Ein hoher Wert der Aktivierungsenergie bedeutet eine hohe Sensitivität der Reaktion bzgl. der Temperatur. Die Reifefunktion nach SAUL schätzt den Einfluss der Temperatur im Vergleich deutlich geringer ein.

Besonders in den Niederlanden findet häufig die CEMIJ-Methode nach DE VREE und TEGELAAR [Vre98] als Alternative zur Reifefunktion nach FREIESLEBEN HANSEN und PEDERSEN Anwendung. Nach dieser Methode wird eine gewichtete Reife in der Einheit  $^{\circ}\text{C}\cdot\text{h}$  berechnet und davon ausgegangen, dass Betone mit gleicher gewichteter Reife dieselben Eigenschaften besitzen. Die Definition für die gewichtete Reife lautet

$$R_g = \frac{10^{\circ}\text{C} \cdot \text{h} \cdot (c^{0,1 \cdot T - 1,245} - c^{-2,245})}{\ln(c)}. \quad (2.13)$$

Als Reifefunktion gemäß Gl. 2.8 ausgedrückt ergibt sich

$$k(T) = \frac{c^{0,1 \cdot T - 1,245} - c^{-2,245}}{c^{0,755} - c^{-2,245}}. \quad (2.14)$$

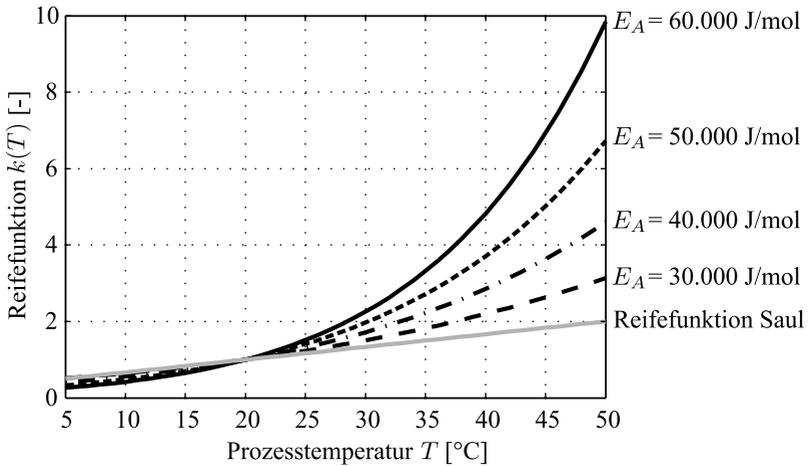


Abb. 2.4: Auswirkung unterschiedlicher Aktivierungsenergien in der Reifefunktion nach FREIESLEBEN HANSEN und PEDERSEN und Vergleich mit der Reifefunktion nach SAUL

Die als  $c$ -Wert bezeichnete Konstante  $c$  beschreibt den Einfluss der Zementart. Für hüttensandhaltige Zemente liegt der  $c$ -Wert zwischen 1,3 und 1,6 und steigt mit zunehmendem Hüttensandgehalt. Die Reifefunktionen nach FREIESLEBEN HANSEN und PEDERSEN und nach DE VREE und TEGELAAR führen zu sehr ähnlichen Ergebnissen. Der Zusammenhang

$$\frac{E_A}{R} = 5050 \cdot c - 2950 \quad (2.15)$$

erlaubt es, einen gegebenen  $c$ -Wert in eine Aktivierungstemperatur zur Verwendung mit der Reifefunktion nach FREIESLEBEN HANSEN und PEDERSEN umzurechnen [Hin98].

## 2.2 Mechanische Kurzzeiteigenschaften

Die unmittelbar nach der Wasserzugabe einsetzende Hydratationsreaktion führt kontinuierlich über das Ansteifen und Erstarren zum Erhärten des Betons. Damit verbunden ist eine kontinuierliche Zunahme der Festigkeit und Steifigkeit des Betons, die im Folgenden zusammengefasst als mechanische Kurzzeiteigenschaften bezeichnet werden. Da die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften im Wesentlichen auf die stetige Reaktion von Zementleim zu Zementstein zurückzuführen ist, sind für beide

Prozesse dieselben Einflussfaktoren relevant. Die Wirkung auf den Hydrationsprozess wurde bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, die Wirkung auf die mechanischen Kurzzeiteigenschaften wird in Abschnitt 2.2.1 erläutert. Wenn konstante Erhärtingsbedingungen vorliegen, kann die Entwicklung der Eigenschaften mit mathematischen Funktionen beschrieben werden. Der Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit kann zusätzlich durch Reifemodelle abgebildet werden. Grundsätzlich können zwei unterschiedliche Arten der modellhaften Beschreibung der Eigenschaften unterschieden werden. Auf die Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften als Funktion der Zeit bzw. des wirksamen Betonalters wird in Abschnitt 2.2.3 eingegangen. Modelle, die zur Beschreibung der Eigenschaften die Abhängigkeit vom Hydratationsgrad nutzen, werden in Abschnitt 2.2.4 beschrieben.

### 2.2.1 Einflussfaktoren

Die Einflussfaktoren können in innere und äußere Faktoren unterschieden werden. Hierbei zählen zu den inneren Faktoren diejenigen, die direkt an die Zusammensetzung des Betons gebunden sind, wie z.B. Art und Gehalt des Zements, der Zusatzstoffe und der Zusatzmittel. Zu den äußeren Einflussfaktoren zählen u.a. Temperatur, Feuchte und Druck der Umgebung, sowie eine etwaige Belastungsgeschichte, die der Beton vor der zerstörenden Prüfung erfährt.

#### 2.2.1.1 Betonzusammensetzung

Der Einfluss der Betonzusammensetzung auf die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften kann im Wesentlichen aus den in Abschnitt 2.1.2 genannten Zusammenhängen zwischen der Betonzusammensetzung und dem Ablauf der Hydratation abgeleitet werden. Die Art des Zements und der Zusatzstoffe bestimmt die Geschwindigkeit der Hydratation und damit auch der Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften. Die Klinkerphasen  $C_2S$  und  $C_3S$  leisten einen deutlich größeren Beitrag zur Festigkeitsentwicklung als  $C_3A$  und  $C_4AF$ . Zusammen sind sie für etwa 80 % der Festigkeit des Zementsteins verantwortlich [Bog34], vgl. Abb. 2.5. Des Weiteren kann durch den Einsatz von Zusatzmitteln in den Erhärtingsprozess eingegriffen werden. Der Wasserzementwert beeinflusst neben der endgültig erreichbaren Festigkeit auch deren zeitliche Entwicklung. Dieser Einfluss ist zu Beginn der Hydratation nur wenig ausgeprägt, mit zunehmendem Hydratationsgrad zeigt sich aber, dass die Reaktion bei kleinen Wasserzementwerten eher zum Stillstand kommt und kein merklicher Festigkeitszuwachs mehr messbar ist.

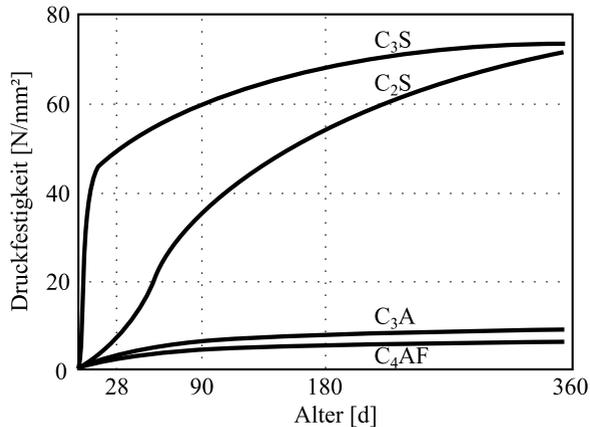


Abb. 2.5: Druckfestigkeit der reinen Klinkerphasen nach BOGUE und LERCH [Bog34]

### 2.2.1.2 Erhartungsbedingungen

Die bei erhöhter Temperatur beschleunigte Hydratation zeigt sich mechanisch in einer Erhöhung der Frühfestigkeit, vgl. exemplarisch Abb. 2.6. Damit einher geht meist eine Verringerung der Endfestigkeit, die auf eine veränderte Morphologie der CSH-Phasen und ein größeres Porensystem zurückzuführen ist [Lot07], vgl. Abschnitt 2.1.2. Die von der Temperatur abhängige Erhärtungsgeschwindigkeit kann rechnerisch mit Hilfe von Reifefunktionen berücksichtigt werden, vgl. Abschnitt 2.1.5.

Die Austrocknung des Betongefüges bei niedrigen Luftfeuchten führt zum frühzeitigen Stillstand der Hydratation und somit zu einer nicht abgeschlossenen Festigkeitsentwicklung. In der Praxis wird dem frühzeitigen Austrocknen des Betons durch Nachbehandlungsmanahmen wie Versiegeln oder Befeuchten der Oberflächen in den ersten Tagen nach der Herstellung entgegen gewirkt.

Insbesondere bei hoher Hydratationswarmenentwicklung oder einer starken Erwärmung von Bauteilen durch Sonneneinstrahlung ist auch der Zusammenhang zwischen Temperatur und Feuchte zu beachten. Bei hohen Temperaturen wird die Trocknungsrate erhöht, sodass in diesem Fall die Nachbehandlung des Betons mit besonderer Sorgfalt durchgeführt werden muss.

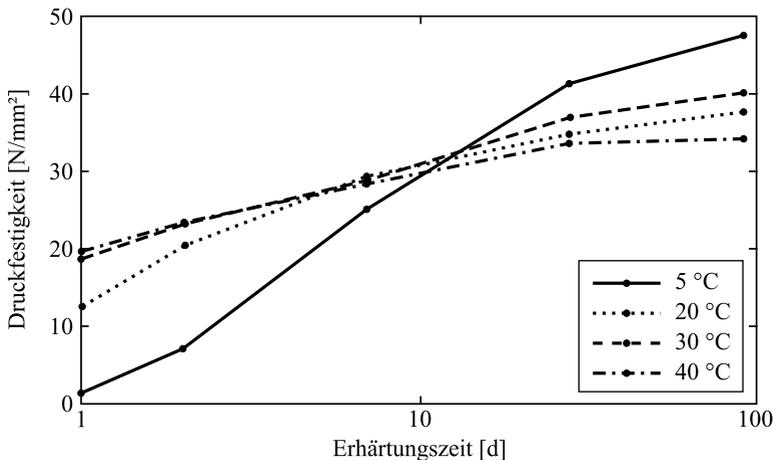


Abb. 2.6: Einfluss der Temperatur auf die Festigkeitsentwicklung; Ergebnisse von LOTHENBACH et al. [Lot07]

### 2.2.1.3 Belastungsgeschichte

Während die Prüfung der Festigkeit und des Elastizitätsmoduls im Labor meist in Kurzzeitversuchen ohne Vorbelastung durchgeführt wird, erfahren Bauteile während ihrer Nutzung eine langandauernde Belastung. Aus diesem Grund ist es wichtig, mögliche Einflüsse der Belastungsgeschichte auf die Festigkeit und das Verformungsverhalten des Betons zu kennen.

Der Einfluss einer langandauernden Druckbelastung auf die Druckfestigkeit des Betons wurde z.B. von STÖCKL [Stö67], NECHVATAL [Nec96] und PERSSON [Per98] untersucht. Die Ergebnisse zeigen durchgehend die Tendenz, dass eine Vorbelastung, die unterhalb 80 % der Kurzzeitdruckfestigkeit liegt, eine festigkeitssteigernde Wirkung hat. Oberhalb eines Vorbelastungsniveaus von 80 % ist der Bereich der Dauerstandfestigkeit erreicht, d.h. eine Belastung mit diesem Spannungsniveau führt nach einer gewissen Zeit zum Bruch. Die Ergebnisse an jung belastetem Beton von PERSSON [Per98] zeigen zwar im Mittel auch eine festigkeitssteigernde Wirkung der Vorbelastung, allerdings ist die Streuung zwischen den Einzelergebnissen größer als bei erhärtetem Beton und bei verhältnismäßig vielen Proben ist die Festigkeit der vorbelasteten Proben geringer als die der nicht vorbelasteten, sodass die Hypothese der festigkeitssteigernden Wirkung der Vorbelastung für jungen Beton nicht uneingeschränkt bestätigt werden kann.

Ergebnisse zum Einfluss einer Zugvorbelastung auf die Zugfestigkeit des

Betons sind u.a. in [Sou77, Coo81, Har68, Bla93, Rin03, Wit72] zusammengestellt und unterscheiden sich teilweise erheblich bzgl. Versuchsaufbau und -ergebnissen.

SOUSA COUTINHO [Sou77] untersuchte an knochenförmigen Zugproben den Einfluss einer Vorbelastung mit einer Dauer von 15 Tagen. Die Probekörper hatten bei Beginn der Vorbelastung ein Alter zwischen vier und sechs Monaten, sodass die Erhärtung im Wesentlichen als abgeschlossen betrachtet werden konnte. Die Vorbelastungsniveaus betragen 58 %, 77 % und 88 % der Kurzzeitzugfestigkeit. Die vorbelasteten Probekörper zeigten bei der Prüfung die gleiche Zugfestigkeit wie nicht vorbelastete Probekörper. Auch einzelne Versuche mit sehr langen Vorbelastungszeiten (>900 d) zeigten, dass die Zugfestigkeit von der Vorbelastung unbeeinflusst bleibt.

COOK und CHINDAPRASIRT [Coo81] führten Zugversuche an statisch und zyklisch vorbelasteten Zementstein- und Betonproben durch. Die untersuchten Lastniveaus der Vorbelastung betragen 40 % und 60 % der Kurzzeitzugfestigkeit, die Vorbelastungsdauer betrug bei den statischen Versuchen 30 Tage, bei einer zyklischen Vorbelastung wurden die Proben mit 10 000 Zyklen bei einer Frequenz von 0,42 bis 0,58 Hz vorbelastet. Das Betonalter betrug beim Beginn der Belastung zwischen 28 d und 30 d. Sowohl die Zementstein- als auch die Betonproben zeigten nach einer statischen Vorbelastung eine leicht reduzierte Zugfestigkeit. Wenn allerdings nach dem Ende der Vorbelastungsphase die Proben für 30 Tage unbelastet blieben (Rückkriechphase) und erst danach im Zugversuch geprüft wurden, unterschieden sich die Zugfestigkeiten der vorbelasteten und nicht vorbelasteten Proben nicht. Dieser Effekt wird damit erklärt, dass während des Rückkriechens Risse geschlossen werden und evtl. zuwachsen können. Bei einer zyklischen Vorbelastung zeigten die Betonproben ebenfalls eine leicht reduzierte Zugfestigkeit, wohingegen die Zugfestigkeit der Zementsteinproben leicht erhöht, die Differenz zu den Referenzproben aber jeweils nicht signifikant war. Beim Elastizitätsmodul konnte nur bei den Betonsorten mit geringerer Festigkeit ein steifigkeitsmindernder Einfluss der statischen Vorbelastung festgestellt werden. Bei zyklischer Vorbelastung zeigte sich in den meisten Fällen ein leicht reduzierter Elastizitätsmodul.

HAROUN [Har68] stellte in zentrischen Zugversuchen bei verschiedenen Lagerungsbedingungen fest, dass eine Vorbelastung mit 35 % der Kurzzeitfestigkeit und einer Dauer von 1 d bis 13 d keinen signifikanten Einfluss auf die Zugfestigkeit hat. In einigen Fällen zeigte sich eine leichte Reduktion der Zugfestigkeit nach der Vorbelastung. Es wird vermutet, dass eine Reduktion der Festigkeit dann auftritt, wenn der Probekörper größere Kriechverformungen erfahren hat, allerdings kann dieser Trend nicht durchgängig bestätigt werden. Bei versiegelten Proben, deren Kriechverformungen am kleinsten waren, zeigte

die Zugfestigkeit keinerlei Veränderung durch die Vorbelastung.

BLASCHKE et al. [Bla93] untersuchten das Zugtragverhalten von rechteckigen Probekörpern nach statischer sowie schwellender Zugvorbelastung. Aus versuchstechnischen Gründen erfolgte die Lasteinleitung exzentrisch mit einer Exzentrizität von 1/6. Das Prüfalter der Proben lag zwischen 100 und 150 Tagen. Das Vorbelastungsniveau bei der statischen Vorbelastung wurde zu 50 % und 75 % der Kurzzeitfestigkeit gewählt, die Dauer der Vorbelastung betrug 14 h und 28 h. Die Zugfestigkeit der vorbelasteten Proben war bei der 14 h dauernden Vorbelastung ca. 10 % geringer als die der nicht vorbelasteten Proben, vgl. Abb. 2.7. Die länger vorbelasteten Proben (28 h) zeigten eine um bis zu 25 % erhöhte Zugfestigkeit verglichen mit den Referenzproben. Der Elastizitätsmodul blieb in allen Fällen weitgehend unbeeinflusst von der Vorbelastung. Die nach 28 h gesteigerte Zugfestigkeit der vorbelasteten Proben erklären BLASCHKE et al. mit einem sogenannten „Trainiereffekt“. Durch die Vorbelastung entstehende Mikrorisse in der Kontaktzone zwischen Gesteinskörnung und Zementstein können durch die fortschreitende Hydratation wieder zuwachsen, solange Wasser zur Verfügung steht. Da dieser Prozess zeitabhängig ist, begründen BLASCHKE et al. die nach 14 h Vorbelastung verringerte Zugfestigkeit damit, dass die Zeitspanne zu kurz sei, um ein Zusammenwachsen der Mikrorisse zu erzielen. Ob diese Begründung korrekt ist oder ob sich hier lediglich die natürliche Streuung der Zugfestigkeiten zeigt, lässt sich nicht mit Sicherheit feststellen, da der Probenumfang recht gering ist. Des Weiteren steht die Begründung im Widerspruch zu den Ergebnissen von COOK und CHINDAPRASIRT [Coo81], die nach einer 30 Tage andauernden Vorbelastung eine leicht verringerte Zugfestigkeit feststellten.

RINDER [Rin03] untersuchte hochfesten Beton unter Dauerzuglast. Die Un-

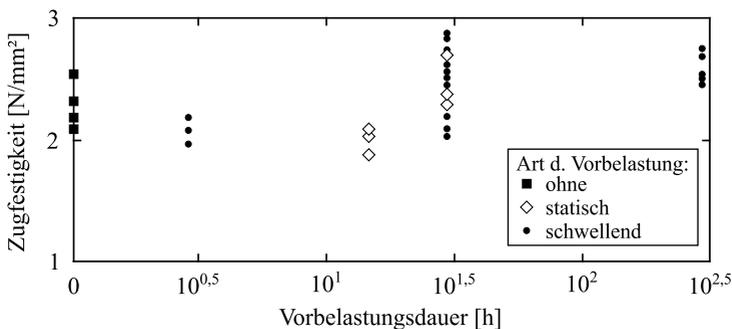


Abb. 2.7: Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Dauer und Art der Vorbelastung; Ergebnisse von BLASCHKE et al. [Bla93]

tersuchungen erfolgten an Schulterproben bei Lastniveaus zwischen 80 % und 95 % der Kurzzeitzugfestigkeit und einem Belastungsalter von 28 d. Da das eigentliche Ziel der Untersuchungen die Bestimmung der Dauerstandfestigkeit war, wurden lediglich die Proben, bei denen während einer maximalen Standzeit von zwei Jahren kein Kriechbruch aufgetreten war (sogenannte Durchläufer) im Kurzzeitversuch auf ihre Zugfestigkeit nach der Vorbelastung geprüft. Die Versuche ergaben für alle Durchläufer eine höhere Zugfestigkeit als für die unbelasteten Vergleichsproben, im Mittel war die Zugfestigkeit der vorbelasteten Proben ca. 9 % höher, vgl. Abb. 2.8. RINDER schließt aus diesen Ergebnissen auf einen festigkeitssteigernden Effekt der Vorbelastung, der mit einer beschleunigten Hydratation unter Zugspannung erklärt wird. Da allerdings nur die Durchläufer der Dauerstandversuche auf ihre Zugfestigkeit getestet wurden, kann hier nicht von einer repräsentativen Stichprobe ausgegangen werden. Die Tatsache, dass die Proben während der Standzeit von zwei Jahren nicht zu Bruch gegangen sind, bedingt bereits, dass ihre Festigkeit höher ist als die der restlichen Proben, die innerhalb der zwei Jahre durch einen Kriechbruch versagt haben. Es kann deshalb nicht eindeutig geschlussfolgert werden, ob tatsächlich ein festigkeitssteigernder Effekt durch die Vorbelastung vorliegt oder lediglich durch die Wahl der Stichprobe höhere Festigkeiten gemessen wurden.

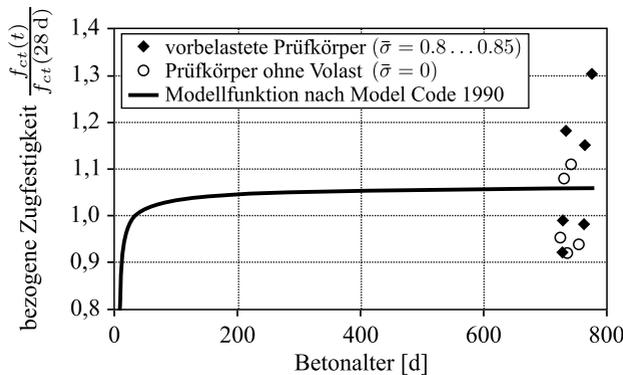


Abb. 2.8: Auf die Zugfestigkeit nach 28 d bezogene Zugfestigkeit von vorbelasteten und nicht vorbelasteten Probekörpern; Ergebnisse von RINDER [Rin03]

Untersuchungen von WITTMANN und ZAITSEV [Wit72] an Zementstein und Beton bei unterschiedlichem Belastungsalter zeigten ähnliche Ergebnisse. Das eigentliche Ziel der Untersuchungen war auch hier die Bestimmung der Dauerstandfestigkeit. Da auch hier an Durchläufern aus den Zeitstand-

versuchen erhöhte Zugfestigkeiten beobachtet wurden, wurde an speziellen Zementsteinproben der Einfluss der Vorbelastung auf die Zugfestigkeit separat untersucht. In den rechteckigen Zementsteinproben wurde mittig ein künstlicher Riss erzeugt, dessen Länge in etwa der halben Probekörperbreite entsprach. Die vorbelasteten Proben zeigten durchgängig eine höhere Zugfestigkeit als die nicht vorbelasteten Referenzproben, vgl. Abb. 2.9, was wie folgt begründet wird: Direkt nach dem Aufbringen der Belastung traten hohe Spannungskonzentrationen an den Rissenden auf, die mit der Zeit aufgrund des viskoelastischen Materialverhaltens abgebaut werden. Ein Risswachstum und somit das Versagen der Probe tritt deshalb erst bei höheren Kräften auf, wobei der festigkeitssteigernde Effekt umso größer ist, je größer die Kriechverformung ist. Die experimentellen Untersuchungen, bei denen an jungen Proben die stärkste Festigkeitssteigerung beobachtet wurde, bestätigen diesen Zusammenhang. Offen bleibt allerdings, ob Proben ohne künstliche Risse das gleiche Verhalten zeigen würden. Auch die Übertragung von Zementstein auf Beton ist nicht ohne weiteres möglich, da im Beton das Versagen maßgeblich von der Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung abhängt. Die Ergebnisse stehen zudem im Widerspruch zu der Vermutung von HAROUN [Har68], dass eine umso größere Reduktion der Zugfestigkeit eintritt, je größer die Kriechverformung ist.

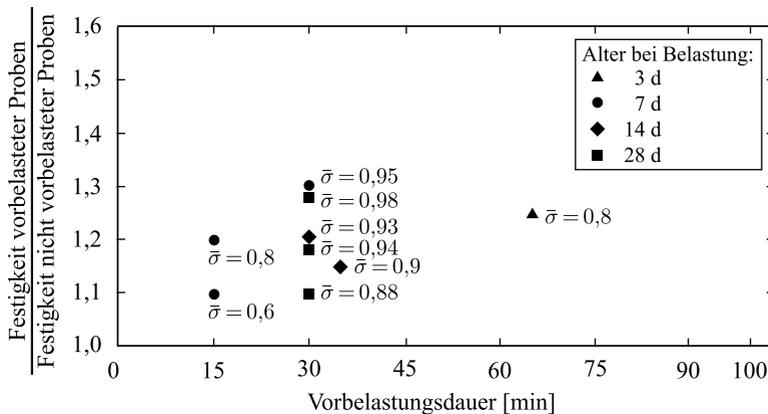


Abb. 2.9: Bezogene Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Dauer und Höhe der Vorbelastung; Ergebnisse von WITTMANN und ZAITSEV [Wit72]

Zusammenfassend ist festzustellen, dass bisher keine allgemeingültigen Erkenntnisse zum Einfluss der Spannungsgeschichte auf die Betonzugfestigkeit vorliegen. Da in den meisten existierenden Untersuchungen das Verhalten von weitgehend erhärteten Proben untersucht wurde, ist obendrein zu hinterfra-

gen, ob die Zusammenhänge auf jungen Beton übertragen werden können. Bei im jungen Alter belasteten Proben findet die fortschreitende Hydratation und Festigkeitsentwicklung in einem unter Spannung stehenden Gefüge statt. Es ist gut möglich, dass dieser Zustand zu veränderten Festbetoneigenschaften im Vergleich zu Betonen, die ohne Spannungseinwirkung erhärten, führt.

### 2.2.2 Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul

Die mechanischen Kurzzeiteigenschaften stehen in direkter Abhängigkeit voneinander. Dieser Zusammenhang erleichtert die Beschreibung der Entwicklung der Eigenschaften, da Angaben über die Entwicklung einer Kenngröße ausreichen, um die restlichen Kenngrößen daraus abzuleiten. In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche Untersuchungen durchgeführt, um die Zugfestigkeit und den Elastizitätsmodul aus der Druckfestigkeit abzuleiten, sodass den hierfür vorliegenden Ansätzen eine gute Zuverlässigkeit unterstellt werden kann. Mehrere Autoren konnten zeigen, dass die überwiegend für Festbeton aufgestellten Zusammenhänge auch im jungen Alter Gültigkeit besitzen [Byf80, Lau90, Hin98].

Der Zusammenhang zwischen der zentrischen Zugfestigkeit  $f_{ct}$  und der Druckfestigkeit  $f_{cc}$  wurde z.B. von HEILMANN [Hei69] und RÜSCH [Rüs75] untersucht und wird in der Form

$$f_{ct} = k_t \cdot f_{cc}^{2/3} \quad (2.16)$$

angegeben. Im Eurocode 2 [N5] und Model Code 2010 [MC10] wird übereinstimmend die Formulierung

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.17)$$

verwendet, wobei  $f_{ctm}$  den Mittelwert der Zugfestigkeit und  $f_{ck}$  den charakteristischen Wert der Druckfestigkeit beschreibt.

Zur Beschreibung des Elastizitätsmoduls existieren ähnliche Gleichungen. Nach Eurocode 2 [N5] gilt für den mittleren Tangentenmodul

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8 \text{ MPa})^{1/3}. \quad (2.18)$$

Im Model Code 2010 [MC10] wird eine ähnliche Beziehung angegeben, wobei durch den Faktor  $\alpha_E$  zusätzlich der Einfluss der Art der Gesteinskörnung

berücksichtigt werden kann:

$$E_{c0m} = 21\,500 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck} + 8 \text{ MPa}}{10} \right)^{1/3} \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Zeitabhängige Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften

Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul entwickeln sich während der Erhärtung unterschiedlich schnell, wobei die Druckfestigkeit sich am langsamsten und der Elastizitätsmodul sich am schnellsten ausbildet. Dieser Zusammenhang ist qualitativ in Abb. 2.10 dargestellt.

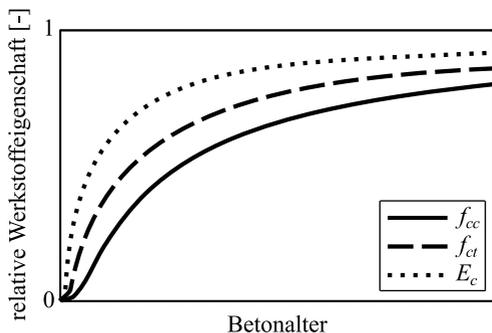


Abb. 2.10: Qualitativer Vergleich der zeitlichen Entwicklung von Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul

Der Verlauf der Entwicklung hat bei allen Eigenschaften einen s-förmigen Verlauf mit endlichem Grenzwert, sodass prinzipiell dieselben mathematischen Funktionen zur Beschreibung geeignet sind. Am häufigsten kommen Exponentialfunktionen zum Einsatz, seltener auch Potenzfunktionen, wobei diese meist nur eine abschnittsweise Beschreibung des zeitlichen Verlaufs ermöglichen. Eine Übersicht häufig verwendeter Entwicklungsfunktionen (EW) ist in Tab. 2.2 zusammengestellt.

Die Parameter der Funktionen können durch eine Anpassung an Versuchsergebnisse ermittelt werden. Die Entwicklungsfunktionen I und II führen hierbei zu sehr ähnlichen Ergebnissen, da sie beide einen s-förmigen Verlauf aufweisen und dem Endwert  $P_{I,\infty}$  bzw.  $P_{II,\infty}$  entgegenstreben, der den Wert der jeweiligen Eigenschaft für eine vollständige Erhärtung markiert. Die Entwicklungsfunktion III zeigt dagegen einen durchgängig rechts gekrümmten Verlauf, wodurch die Beschreibung der Eigenschaften in der frühen Phase

Tab. 2.2: Gebräuchliche Modellfunktionen zur Beschreibung der zeitabhängigen Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften

Bezeichnung	Definition	Quelle
EW I	$P_I(t) = P_{I,\infty} \cdot \exp \left[ a \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^b \right]$	[Web78]
EW II	$P_{II}(t) = P_{II,\infty} \cdot \exp \left[ a_{II} \cdot \left( \ln \left( 1 + \frac{t}{t_k} \right) \right)^{b_{II}} \right]$	[Jon84]
EW III	$P_{III}(t) = P_{III,\infty} \cdot \left[ 1 - \exp \left( a_{III} \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{b_{III}} \right) \right]$	[Man61]
EW IV	$P_{IV}(t) = P_{IV,28d} \cdot \exp \left[ a_{IV} \cdot \left( 1 - \left( \frac{28d-t_0}{t-t_0} \right)^{b_{IV}} \right) \right]$	[Kan99]
EW MC10	$P_{MC}(t) = P_{MC,28d} \cdot \exp \left[ s \cdot \left( 1 - \left( \frac{28d}{t} \right)^{0,5} \right) \right]$	[MC10]

für langsam erhärtende Betone etwas schlechter gelingt. In der Entwicklungsfunktion IV wird anstelle des Endwerts der jeweiligen Eigenschaft der Wert nach 28 d  $P_{IV,28d}$  als Bezugswert benutzt. Dies ist vorteilhaft, weil direkt ein Messwert für den Parameter eingesetzt werden kann, anstatt den Vorfaktor durch Regression zu bestimmen. Zusätzlich kann durch den Parameter  $t_0$  der Zeitverlauf verschoben werden, sodass der Zeitpunkt  $t_0$  als Beginn der Festigkeitsentwicklung interpretiert werden kann. Die Entwicklungsfunktion nach Model Code 2010 [MC10] verwendet ebenfalls einen auf 28 d bezogenen Vorfaktor und hat einen ähnlichen Zeitverlauf wie Entwicklungsfunktion IV, allerdings ohne die Berücksichtigung des Startwerts  $t_0$ . Für den Parameter  $s$  existieren Angaben in Abhängigkeit der Zementfestigkeitsklasse, vgl. Tab. 2.3, sodass die zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit abgeschätzt werden kann, auch wenn lediglich die Festigkeit nach 28 d bekannt ist. Der sich damit ergebende zeitliche Verlauf ist in Abb. 2.11 dargestellt.

Tab. 2.3: Werte für den Parameter  $s$  zur Verwendung mit Entwicklungsfunktion MC 10

Zementklasse	$s$ [-]
32.5 N	0,38
32.5 R, 42.5 N	0,25
42.5 R, 52.5 N, 52.5 R	0,20

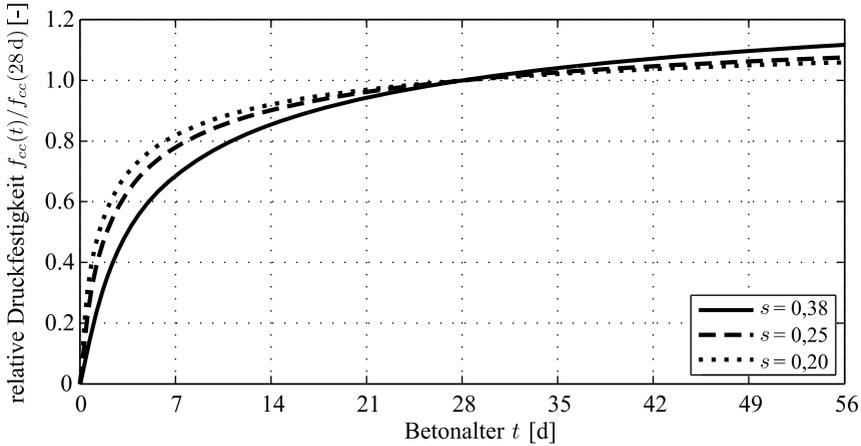


Abb. 2.11: zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit bei Beschreibung mit Entwicklungsfunktion MC 10

Wenn mehrere Eigenschaften mit derselben Funktion beschrieben werden sollen, ist es zweckmäßig, die Formparameter für eine der Eigenschaften durch Regression zu bestimmen und den Verlauf für die anderen Eigenschaften durch die in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Zusammenhänge abzuleiten. Die Anzahl der benötigten Parameter kann somit reduziert werden, da nur jeweils der theoretische Endwert bzw. der Wert im Alter von 28 Tagen für die jeweilige Eigenschaft bestimmt werden muss. Für die Beschreibung der Druckfestigkeit  $f_{cc}$ , der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  und des Elastizitätsmoduls  $E_c$  mit Entwicklungsfunktion I ergibt sich damit beispielsweise

$$f_{cc}(t) = f_{cc,\infty} \cdot \exp \left[ a \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^b \right], \quad (2.20)$$

$$f_{ct}(t) = f_{ct,\infty} \cdot \exp \left[ \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^b \right], \quad (2.21)$$

$$E_c(t) = E_{c,\infty} \cdot \exp \left[ \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^b \right]. \quad (2.22)$$

Da die Geschwindigkeit der Erhärtungsreaktion temperaturabhängig ist, ist die Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Eigenschaften nur eindeutig, wenn zusätzlich Angaben über die Temperaturgeschichte vorliegen. Im Fall einer Erhärtungstemperatur von 20°C entspricht die Zeit  $t$  dem wirksamen

Alter  $t_e$ . Mit der Darstellung der zuvor vorgestellten Funktionen in Abhängigkeit von  $t_e$  ist somit eindeutig definiert, dass die zeitliche Entwicklung der Eigenschaften bei einer Erhärtungstemperatur von 20°C beschrieben wird.

### 2.2.4 Hydratationsgradabhängige Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften

Die Entstehung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften ist direkt an den Fortschritt der Hydratation gekoppelt. Die modellhafte Beschreibung der Entwicklung der Kurzzeiteigenschaften kann deshalb alternativ zur zeitabhängigen Beschreibung in Abhängigkeit des Hydratationsgrads erfolgen. LAUBE [Lau90] konnte zeigen, dass sich die Zugfestigkeit proportional zum Hydratationsgrad  $\alpha$  entwickelt, sobald ein Grenzwert  $\alpha_0$  des Hydratationsgrads erreicht ist, der den Übergang des Betons in einen Zustand mit messbarer Festigkeit kennzeichnet. Das von LAUBE aufgestellte Modell definiert die Zugfestigkeit in Abhängigkeit des Hydratationsgrads als

$$f_{ct}(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha < \alpha_0, \\ f_{ct,1} \cdot \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} & \text{für } \alpha \geq \alpha_0, \end{cases} \quad (2.23)$$

wobei  $f_{ct,1}$  den Endwert der Zugfestigkeit bei einem Hydratationsgrad  $\alpha = 1$  beschreibt. Mit den in Abschn. 2.2.2 beschriebenen Zusammenhängen können zur Beschreibung der Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls entsprechende Formulierungen in Abhängigkeit des Hydratationsgrads und der Druckfestigkeit  $f_{cc,1}$  bzw. dem Elastizitätsmodul  $E_{c,1}$  bei einem Hydratationsgrad  $\alpha = 1$  hergeleitet werden [Ros93, Ros94]. Für die Druckfestigkeit gilt

$$f_{cc}(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha < \alpha_0, \\ f_{cc,1} \cdot \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{3/2} & \text{für } \alpha \geq \alpha_0. \end{cases} \quad (2.24)$$

Analog gilt für den E-Modul

$$E_c(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha < \alpha_0, \\ E_{c,1} \cdot \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{1/2} & \text{für } \alpha \geq \alpha_0. \end{cases} \quad (2.25)$$

Die unterschiedlich schnelle Entwicklung der Eigenschaften zeigt sich bei dieser Art der Beschreibung in der unterschiedlichen Krümmung der Funktionen, vgl. Abb. 2.12.

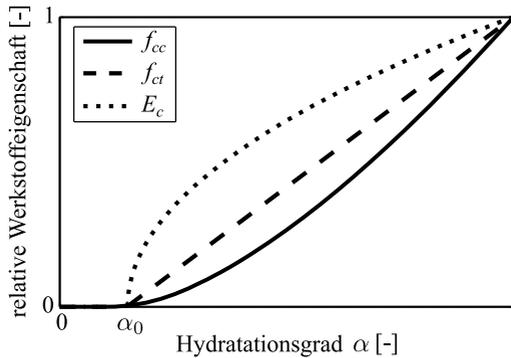


Abb. 2.12: Entwicklung der Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit des Hydratationsgrads

Vorteilhaft an der Beschreibung der Eigenschaften in Abhängigkeit des Hydratationsgrads ist die geringe Anzahl der Parameter. Des Weiteren ist die Beschreibung unabhängig von der Temperatur, da diese sich direkt auf den Hydratationsgrad auswirkt und somit indirekt im Modell berücksichtigt ist. Problematisch gestaltet sich allerdings die Beschreibung bei Betonen, die eine hohe Nacherhärtung zeigen und dabei einen hohen Anteil an Zusatzstoffen mit geringer Wärmefreisetzung enthalten. Hierbei findet ein deutlicher Festigkeitszuwachs ohne messbaren Fortschritt der Wärmefreisetzung statt. Wird der Hydratationsgrad wie üblich über die Wärmefreisetzung definiert, bedeutet dies einen Anstieg der Festigkeit bei nahezu gleichbleibendem Hydratationsgrad, sodass dieser Zusammenhang mit den hydrationsgradabhängigen Modellen nicht korrekt darstellbar ist.

## 2.3 Lastunabhängige Verformungen

### 2.3.1 Schwinden

Unter Schwinden wird eine lastunabhängige Verformung verstanden, die durch die zeitliche Änderung des Wasserhaushaltes im Zementstein entsteht. Zur Definition der hierbei ablaufenden Teilprozesse werden meist die Randbedingungen bzgl. der Feuchte herangezogen. Findet während des Schwindens eine Feuchteabgabe an die Umgebung statt, spricht man von Trocknungsschwinden. Schwindverformungen treten jedoch auch in vollständig versiegeltem Beton auf, dieser Prozess wird als chemisches Schwinden bezeichnet.

Trocknungsschwinden wird durch das Austrocknen des Zementsteins hervorgerufen. Modelle zur Erklärung der Ursachen sind z.B. in [Baž82, Baž88a, Bud89, Gru91] zu finden. Untersuchungen zur Auswirkung verschiedener Parameter und empirische Modelle werden u.a. in [Baž79a, Baž79b] vorgestellt. Da das Trocknungsschwinden bei jungem Beton aufgrund des diffusionsgesteuerten Trocknungsprozesses langsam abläuft und bei größeren Bauteilabmessungen nur die Randbereiche betrifft, ist es für Betone im jungen Alter von untergeordneter Bedeutung und soll hier nicht weiter behandelt werden.

Chemisches Schwinden bezeichnet die Volumenabnahme infolge der Reaktion von Zement und Wasser zu Zementstein. Die Hydratationsprodukte besitzen ein um etwa 25 % kleineres Volumen als die Ausgangsstoffe, was auf den Einbau des chemisch gebundenen Wassers in die Hydratphasen zurückzuführen ist [Gru91]. Das chemische Schwinden ist nicht vollständig nach außen messbar, sondern bewirkt vor allem eine Veränderung der Porenstruktur. Die nach außen messbare Verkürzung infolge chemischen Schwindens wird als autogenes Schwinden bezeichnet und ist bei Normalbeton deutlich kleiner als das Trocknungsschwinden. Im zeitlichen Verlauf zeigt sich in den ersten Stunden der Erhärtung zunächst eine anfängliche Verkürzung, danach häufig eine kurzzeitige Rückverlängerung und anschließend eine länger andauernde Verkürzung [Nol88, Sch95, Koe97], vgl. Abb. 2.13. Die kurzzeitige Rückverlängerung wird hauptsächlich auf die frühe Reaktion des Sulfates mit dem  $C_3S$  zurückgeführt [Set78, Sch95] und deshalb häufig als chemisches Quellen bezeichnet.

Als Ursache des autogenen Schwindens wird meist die durch die Hydratation abnehmende relative Feuchte im Porensystem des Zementsteins angegeben

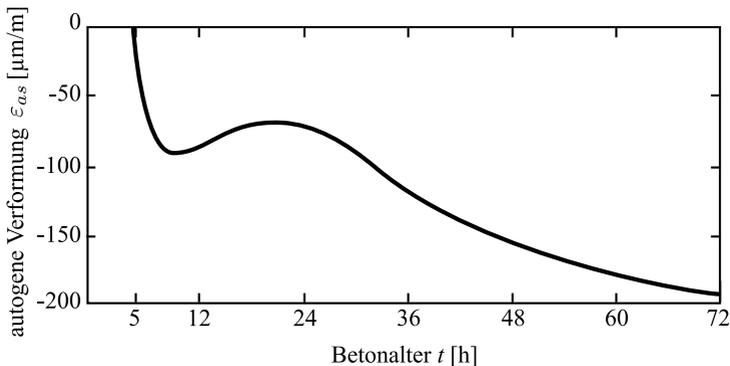


Abb. 2.13: Zeitlicher Verlauf der Dehnung infolge autogenen Schwindens nach [Nol88]

[Gru91, Koe97]. Da das zunächst in flüssiger Form im Porenraum vorhandene Wasser nach und nach durch die Hydratation in die Hydratphasen eingebaut wird, spricht man auch von Selbstaustrocknung. Infolge der abnehmenden Feuchte nehmen die Oberflächenzugkräfte des adsorbierten Wassers zu und verursachen eine Volumenkontraktion. Häufig wurde in Versuchen gezeigt, dass das autogene Schwinden mit abnehmendem Wasserzementwert zunimmt, da der Effekt der Selbstaustrocknung stärker zum Tragen kommt [Gru91, Sel95, Koe97]. Dies führt dazu, dass hochfeste und ultrahochfeste Betone, bei denen der Wasserzementwert zum Erreichen der hohen Festigkeit sehr niedrig gehalten wird, ein sehr starkes autogenes Schwinden zeigen, das teilweise das Trocknungsschwinden in der Größe übertreffen kann.

### 2.3.2 Temperaturdehnung

Die korrekte Beschreibung der Temperaturdehnung ist zur Berechnung von Spannungen in erhärtenden Betonbauteilen infolge Hydratationswärme von großer Bedeutung. Die Größe der Temperaturdehnung  $\varepsilon_{th}$  infolge einer Temperaturänderung  $\Delta T$  wird mit Hilfe des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_T$  und der Gesetzmäßigkeit, dass Temperaturdehnung und Temperaturänderung proportional zueinander sind, berechnet:

$$\varepsilon_{th} = \alpha_T \cdot \Delta T \quad (2.26)$$

Die Gültigkeit der linearen Beziehung zwischen Temperaturdehnung und Temperaturänderung in mittleren Temperaturbereichen wurde für jungen Beton von mehreren Autoren gezeigt [Löf46, Wei74, Byf80].

Der Wärmeausdehnungskoeffizient verändert sich mit dem Fortschreiten der Hydratation, wobei die größten Veränderungen in den ersten 24 Stunden nach Wasserzugabe auftreten, vgl. Abb. 2.14. Unmittelbar nach dem Erstarren besitzt der Beton den größten Wärmeausdehnungskoeffizienten, mit dem Fortschreiten der Erhärtung nimmt dieser sehr schnell ab und bleibt ab einem Betonalter von wenigen Tagen konstant [Ale72, Wei74, Nol88, Shi02]. Der große Wärmeausdehnungskoeffizient beim Erstarren ist vor allem mit der großen Wärmedehnung des ungebundenen Wassers zu begründen. Im sehr jungen Beton können sich die Bestandteile nahezu frei gegeneinander verschieben, während im erhärteten Beton wegen des Verbundes eine gegenseitige Behinderung der Einzeldehnungen erfolgt [Grü01].

Einige Autoren berichten zusätzlich von unterschiedlich großen Wärmedehnungen für Kühlen und Erwärmen [Löf46, Gut98], wobei in [Löf46] für das Erwärmen und in [Gut98] für das Kühlen die größeren Werte angegeben werden, sodass die Vermutung naheliegt, dass der Versuchsaufbau einen Einfluss

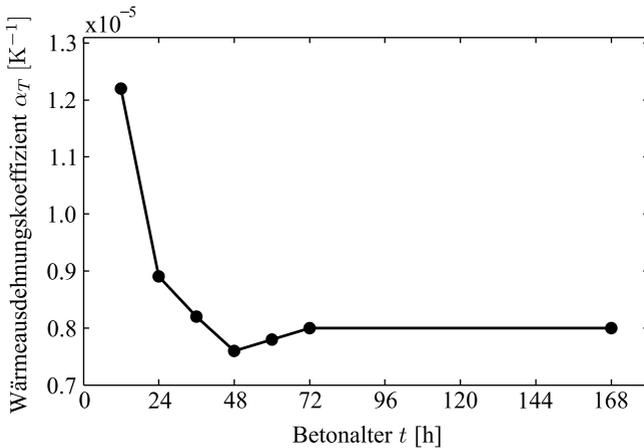


Abb. 2.14: Abhängigkeit zwischen Betonalter und Wärmeausdehnungskoeffizient für Normalbeton nach SHIMASAKI et al. [Shi02]

hat. Die experimentelle Bestimmung der Wärmedehnung von jungem Beton ist mit Schwierigkeiten verbunden, da die Dehnung immer vom autogenen Schwinden überlagert wird, welches selbst auch eine Temperaturabhängigkeit zeigt.

Zur Berechnung von Temperaturdehnungen und daraus folgenden Spannungen in Bauteilen während der Erhärtung wird häufig ein konstanter Wärmeausdehnungskoeffizient verwendet. Da die stärkste Veränderung des Wärmeausdehnungskoeffizienten in einer Phase stattfindet, in der die Steifigkeit des Betons noch sehr gering ist, hat diese Vereinfachung nur eine sehr geringe Auswirkung auf die berechneten Werte der Spannung und kann als gerechtfertigt angesehen werden.

## 2.4 Zusammenfassung und offene Fragen

Die Kenntnis des Ablaufs der Hydratation und der Entwicklung der Betoneigenschaften bildet die Grundlage für die Vorhersage der Festigkeitsentwicklung, des Verformungsverhaltens und des Aufbaus von Eigen- und Zwangsspannungen in Betonbauteilen während der Erhärtung.

Die Hydratation von Portlandzement wurde in den letzten Jahrzehnten in zahlreichen Forschungsarbeiten untersucht und kann dementsprechend gut auf phänomenologischer Ebene beschrieben werden. Ähnliches gilt für die

Beeinflussung der Hydratation durch äußere Faktoren wie Temperatur und Feuchte. Die direkt an den Hydratationsvorgang gekoppelte Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften und des lastunabhängigen Verformungsverhaltens kann für konventionelle Betone mit Hilfe von empirischen Modellen, die den Hydratationsgrad oder das wirksame Betonalter als allgemeine Zustandsgröße nutzen, zufriedenstellend beschrieben werden.

Weiterer Forschungsbedarf existiert hinsichtlich der Hydratation und Erhärtung von Betonen, die bisher wenig eingesetzte Kompositzemente oder große Mengen an Zusatzstoffen enthalten. Durch Wechselwirkungen zwischen Zement und Zusatzstoffen ergeben sich komplexere Reaktionen, die von der Art und Menge der eingesetzten Zusatzstoffe abhängig sind, was eine ausführliche Untersuchung der genauen Zusammenhänge entsprechend aufwendig macht. Des Weiteren ist zu beachten, dass die Wirkung bekannter Einflussfaktoren ebenfalls verändert sein kann. Bei der phänomenologischen Modellierung bilden existierende Modelle eine wichtige Grundlage und können eventuell in abgewandelter Form auch für veränderte Betonzusammensetzungen angewandt werden. Das Verhalten sehr zusatzstoffreicher Betone im jungen Alter soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit durch Versuche zur Wärme- und Festigkeitsentwicklung untersucht werden. Darauf aufbauend sollen existierende Modellfunktionen hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit überprüft und ggf. weiterentwickelt werden. Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen Zusammensetzungen mit sehr hohen Zusatzstoff- und stark verminderten Zementgehalten, da diese aufgrund der angestrebten Reduktion des CO<sub>2</sub>-Ausstoßes in der Betonindustrie zukünftig an Bedeutung gewinnen werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist der Einfluss der Spannungsgeschichte auf die Festigkeit und das Verformungsverhalten jungen Betons. Während die experimentelle Bestimmung der Festigkeit und des Elastizitätsmoduls in der Regel an zuvor unbelasteten Proben durchgeführt wird, erfährt der Beton im Bauteil häufig bereits im sehr jungen Alter eine kontinuierliche, länger andauernde Vorbelastung. Eine mögliche Beeinflussung der Materialeigenschaften durch eine Vorbelastung ist für die genaue Prognose der Spannungs- und Dehnungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen sowie die daraus folgende Rissbildung und die Beschränkung der Rissbreite durch Bewehrung von großer Bedeutung. Da existierende Untersuchungen insbesondere bei Zugbeanspruchung teilweise gegenläufige Ergebnisse zeigen und nur wenige Ergebnisse für jungen Beton existieren, werden in diesem Bereich eigene experimentelle Untersuchungen durchgeführt.

## 3 Viskoelastisches Verhalten von Beton

Neben sofortigen Verformungen bei Belastung, die als Folge des sogenannten spontan elastischen Verhaltens entstehen, treten in zementgebundenen Baustoffen zeitabhängige Verformungen auf, wenn Spannungen über einen längeren Zeitraum wirken. Diese Art des Materialverhaltens wird als Viskoelastizität bezeichnet und ist bei jungem Beton im Vergleich zu erhärtetem Beton besonders ausgeprägt. Die Berücksichtigung der Viskoelastizität ist somit zur korrekten Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens von Betonkonstruktionen, insbesondere im jungen Alter, von großer Bedeutung.

In diesem Kapitel wird der Stand der Forschung zum viskoelastischen Verhalten von Beton zusammengefasst und offene Fragen herausgearbeitet. Hierzu werden zunächst in Abschn. 3.1 die wichtigsten Grundlagen dargestellt und einige Kenngrößen definiert. Anschließend werden in Abschn. 3.2 bekannte Theorien zu den Ursachen des viskoelastischen Verhaltens von Beton vorgestellt. Die wichtigsten Einflussfaktoren auf das viskoelastische Verhalten werden in Abschn. 3.3 erläutert. Des Weiteren wird auf Methoden zur rechnerischen Berücksichtigung variabler Spannungs- und Dehnungsgeschichten (Abschn. 3.4) sowie die Modellierung der Viskoelastizität eingegangen. Hierbei wird zuerst allgemein die Beschreibung viskoelastischen Materialverhaltens mit rheologischen Modellen erläutert, vgl. Abschn. 3.5. Nachfolgend werden in Abschn. 3.6 existierende Materialmodelle zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens jungen Betons vorgestellt. In Abschn. 3.7 folgt eine Zusammenfassung der wesentlichen Erkenntnisse sowie der offenen Fragen, die in den folgenden Kapiteln der vorliegenden Arbeit behandelt werden sollen.

### 3.1 Grundlagen und Definitionen

Das viskoelastische Verhalten wird für experimentelle oder rechnerische Untersuchungen häufig durch die beiden Grenzfälle Kriechen und Relaxation beschrieben. Kriechen ist definiert als Zunahme der Verformung bei konstanter Spannung, Relaxation beschreibt den Abfall der Spannung bei konstanter Dehnung, vgl. Abb. 3.1. Da Kriechversuche an Beton deutlich einfacher durchzuführen sind als Relaxationsversuche, hat es sich durchgesetzt, das

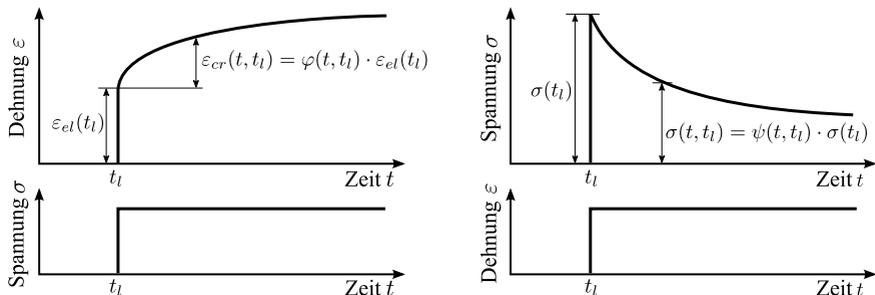


Abb. 3.1: Grundphänomene viskoelastischen Materialverhaltens: Kriechen (links) und Relaxation (rechts)

viskoelastische Verhalten des Betons über das Kriechverhalten zu beschreiben.

Die Kriechdehnung des Betons kann in mehrere Dehnungskomponenten unterteilt werden, vgl. Abb. 3.2. Eine häufig vorgenommene Unterscheidung ist die Aufspaltung der Kriechdehnung in einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil. Nach einer vollständigen Entlastung geht ein Teil der zuvor entstandenen Kriechdehnung zurück, dieser wird als verzögert elastische Rückverformung bezeichnet, häufig wird der Prozess Rückkriechen genannt. Die zuvor aufgetretenen Kriechdehnungen sind allerdings nicht vollständig reversibel. Die Trennung zwischen reversibler und irreversibler Dehnung ist nur nach der Entlastung im Versuch möglich. In Berechnungsmodellen, die eine Unterscheidung in reversible und irreversible Dehnung vornehmen, wird deshalb häufig davon ausgegangen, dass sich die verzögert elastische

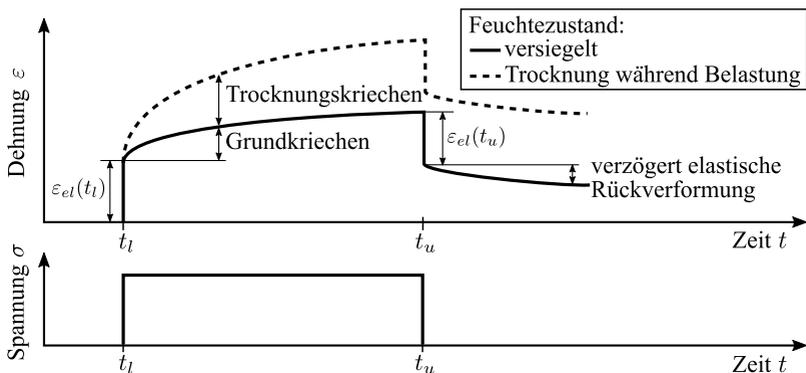


Abb. 3.2: Aufteilung der Dehnungskomponenten beim Kriechen

Dehnung während der Belastung genauso entwickelt wie während der Entlastung [Mül86, And12]. Eine weitere häufig vorgenommene Unterteilung der Dehnungskomponenten ist die Aufteilung in Grund- und Trocknungskriechen. Unter Grundkriechen wird dabei die Kriechverformung eines Betons verstanden, der während der Belastung keinerlei Feuchteausaustausch mit der Umgebung erfährt. Das Trocknungskriechen beschreibt die bei einer Austrocknung während der Belastung zusätzlich entstehende Kriechverformung [Mül86].

Vor allem in Normen und Richtlinien zur Vorhersage von Kriechverformungen hat sich die Verwendung einer dimensionslosen Kriechzahl  $\varphi$  durchgesetzt. Diese ist definiert als Quotient aus der Kriechdehnung  $\varepsilon_{cr}$  und der elastischen Dehnung  $\varepsilon_{el}$ . Hierbei gibt es verschiedene Definitionen bzgl. der elastischen Dehnung. In der aktuellen Version des Eurocode 2 [N5] wird die Kriechdehnung auf die elastische Dehnung bei einem Betonalter von 28 Tagen bezogen, d.h.

$$\varphi_{EC2}(t, t_l) = \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_l)}{\varepsilon_{el}(t = 28 \text{ d})}. \quad (3.1)$$

Für Betrachtungen an jungem Beton ist es dagegen geläufiger, die elastische Dehnung zum Belastungszeitpunkt  $t_l$  als Bezugsgröße zu wählen, somit gilt

$$\varphi(t, t_l) = \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_l)}{\varepsilon_{el}(t_l)}. \quad (3.2)$$

In der vorliegenden Arbeit wird für die Auswertung der Kriechzahl die Definition nach Gl. 3.2 verwendet.

Mit der vorstehenden Definition der Kriechzahl ergibt sich die lastabhängige Gesamtdehnung  $\varepsilon_c$  zu

$$\varepsilon_c(t, t_l) = \varepsilon_{el}(t_l) + \varepsilon_{cr}(t, t_l) = \sigma \cdot \frac{1 + \varphi(t, t_l)}{E(t_l)}, \quad (3.3)$$

wobei  $\sigma$  die im Betrachtungszeitraum konstante kriecherzeugende Spannung und  $E(t_l)$  den Elastizitätsmodul zum Belastungszeitpunkt darstellt. Der letzte Term

$$J(t, t_l) = \frac{1 + \varphi(t, t_l)}{E(t_l)} \quad (3.4)$$

wird als Compliance- oder Nachgiebigkeitsfunktion bezeichnet und dient zur direkten Berechnung der lastabhängigen Gesamtdehnung.

Wenn lineares Kriechen vorliegt, stellt die auf die Spannung bezogene lastabhängige Gesamtdehnung

$$\bar{\varepsilon}_c(t, t_l) = \frac{\varepsilon_{el}(t_l) + \varepsilon_{cr}(t, t_l)}{\sigma} \quad (3.5)$$

ein Maß für die Größe der Verformung unabhängig vom Spannungsniveau dar.

Analog zur Kriechzahl ist für die Beschreibung der Relaxation unter konstanter Dehnung die Verwendung einer Relaxationszahl  $\psi$  üblich. Diese ist definiert als Quotient aus der zum Zeitpunkt  $t$  vorhandenen Restspannung  $\sigma(t, t_l)$  und der Anfangsspannung  $\sigma(t_l)$ :

$$\psi(t, t_l) = \frac{\sigma(t, t_l)}{\sigma(t_l)} \quad (3.6)$$

## 3.2 Physikalische Ursachen des Kriechens

Die physikalischen Ursachen des viskoelastischen Verhaltens zementgebundener Baustoffe sind bislang noch nicht vollständig bekannt. Zur Erklärung existieren verschiedene Theorien, wobei die meisten das Kriechen auf Wasserumlagerungen und Gleitvorgänge in der Mikrostruktur des Zementsteins zurückführen. Da praxisübliche Gesteinskörnungen kein nennenswertes viskoelastisches Verhalten aufweisen, kann das viskoelastische Verhalten von Beton im Gebrauchsspannungsbereich nahezu vollständig auf Vorgänge in der Zementsteinmatrix zurückgeführt werden [Rüs62]. Erst bei hohen Belastungsgraden tritt insbesondere in der Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung ein allmähliches Risswachstum auf, das zur zeitabhängigen Verformungszunahme beiträgt [Mül86].

Die sogenannte „Seepage Theory“ (engl. „seepage“ = „aussickern“) weist die Volumenveränderung beim Aufbringen einer externen Belastung der Veränderung des inneren Dampfdrucks und damit dem Gelwassergehalt zu. Dies bedingt einen Wasserverlust der Probe während des Kriechens. POWERS [Pow68] beschreibt, dass Veränderungen im Feuchtegehalt einen Spaltdruck bewirken, verursacht durch unter Spannung stehendem Wasser in Bereichen behinderter Adsorption. Die äußere Belastung presst einen Teil dieses Wassers heraus in Bereiche ungehinderter Adsorption, wodurch ein zeitabhängiger Diffusionsprozess eintritt. Der Spaltdruck nimmt sukzessive ab und bewirkt eine Verringerung des Zementsteinvolumens, da der Abstand der Gelpartikel verringert wird. Eine Entlastung verursacht einen Abfall des Spaltdrucks. POWERS [Pow68] schreibt das Auftreten irreversibler Kriechdehnungen dem

Entstehen neuer Verbindungen zwischen Oberflächen, die zum ersten Mal zusammengedrückt werden, zu. Demnach würde ein erneutes Belasten einer zuvor entlasteten Probe kein signifikantes erneutes Kriechen bewirken, was im Widerspruch zu experimentellen Beobachtungen steht. Ein weiterer widersprüchlicher Zusammenhang in dieser Theorie ist, dass während des Kriechens ein Feuchtigkeitsverlust in der Probe stattfindet. Dies steht im Widerspruch zu der Tatsache, dass Kriechen in versiegelten oder unter Wasser gelagerten Proben auftritt, bei denen eine Feuchteabgabe verhindert wird. Weiterhin versagt diese Theorie bei der Erklärung des Kriechens von vollständig getrockneten Proben.

FELDMAN und SERADA [Fel68] gehen davon aus, dass Kriechen eine Folge von stetigen Kristallisations- oder Alterungsprozessen von teilweise kristallinen Schichten im Zementgel ist, die durch Trocknung oder Spannungseinwirkung beschleunigt werden. Hierbei kommt dem angenommenen schichtenartigen Aufbau des Zementgels (vgl. Abb. 3.3) und der Entstehung neuer Kontaktzonen eine besondere Bedeutung zu. Das Zusammendrücken der Zementgelschichten und Interaktionen zwischen benachbarten Schichten bewirken die Bildung neuer Kontaktzonen, vorrangig an den Eingängen zu existierenden Kontaktzonen, wo die Zementgelschichten sich bereits nah beieinander befinden. Bei der Entlastung kann Wasser zwischen die Zementgelschichten gelangen und somit ein Rückkriechen bewirken. Da die Umverteilung des Wassers nur sehr langsam abläuft, verbleibt auch länger nach der Entlastung ein irreversibler Teil der Kriechverformung im Gefüge. Des Weiteren kann das irreversible Kriechen nach dieser Theorie durch Prozesse, die eine verdichtete Zementgelstruktur zur Folge haben, wie u.a. das Abgleiten einzelner Hydratationspartikel und das Aufbrechen und die Neubildung von Kontaktstellen, erklärt werden.

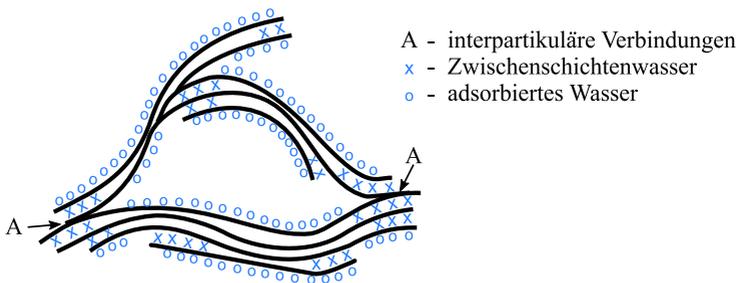


Abb. 3.3: Schematischer Aufbau des Zementgels nach FELDMAN und SERADA [Fel68]

Die von RÜETZ [Rue68] vorgeschlagene Adsorptionstheorie geht davon aus, dass Kriechen durch ein Abgleiten zwischen CSH-Partikeln bewirkt wird, wobei Wasser als Gleitmittel dient. Der Gleitprozess findet dabei auf sehr dünnen, multimolekularen Schichten adsorbierten Wassers statt. Die ersten adsorbierten Wasserschichten werden als kristallartig geordnet angenommen und können damit zur Festigkeit des Zementgels beitragen. Durch Wasserentzug oder Wasseraufnahme werden die Wasserschichten beweglicher und das Kriechpotential des Zementgels steigt.

WITTMANN [Wit70] geht davon aus, dass das Kriechen ein thermisch aktivierter Prozess ist, der in sogenannten Kriechzentren seinen Ursprung hat. Diese Zentren gehen durch die Kriechverformung in einen energieärmeren Zustand über, wenn von außen Energie in Form von Last oder Temperaturänderung aufgebracht wird. Das adsorbierte Wasser spielt in dieser Theorie nur eine untergeordnete Rolle, demnach werden durch Spaltdruck interpartikuläre Bindungen geschwächt, was ein gegenseitiges Verschieben der Partikel zur Folge hat und das Kriechen verstärkt.

Die Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie (microprestress-solidification theory) nach BAŽANT et al. [Baž97a, Baž97b] kann als Erweiterung der zuvor von BAŽANT und PRASANAN [Baž88b, Baž89a, Baž89b] aufgestellten Verfestigungstheorie (solidification theory) angesehen werden. In der Verfestigungstheorie wird die stetige Volumenzunahme einer nicht alternden viskoelastischen Materialkomponente (Zementgel) als Ursache des mit fortschreitender Hydratation abnehmenden Kriechpotentials angesehen. Die Volumenzunahme der Hydratationsprodukte ist allerdings von zu kurzer Dauer um das Langzeitverhalten zufriedenstellend zu erklären. In der Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie wird zusätzlich davon ausgegangen, dass durch den Spaltdruck des adsorbierten Wassers in den Gelporen und lokalisierte Volumenveränderungen durch Feuchteänderungen eine Mikrovorspannung in

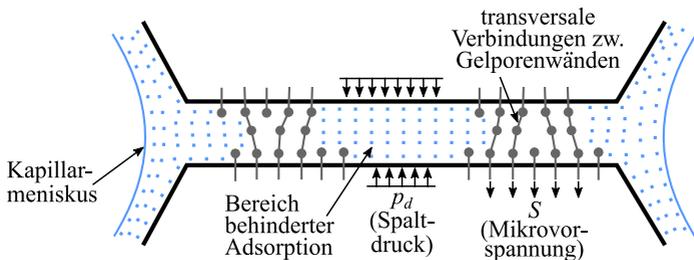


Abb. 3.4: In der Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie nach BAŽANT et al. angenommener schematischer Aufbau einer Gelpore [Baž97a]

den Bereichen des Zementgels entsteht, welche die Gelporen überbrücken bzw. durchqueren, vgl. Abb. 3.4. Das langfristige Kriechen wird als Folge von viskosem Abgleiten zwischen gegenüberliegenden Gelporenwänden angesehen, wobei die Verbindungen, die die Gelporen durchqueren und die Mikrovorspannung übertragen, auseinanderbrechen und sich neu ordnen. Trocknungskriechen wird nach dieser Theorie durch Änderungen des Mikrovorspannungszustands hervorgerufen, die Veränderungen des Spaltdrucks ausgleichen, die wiederum durch Veränderungen des Feuchtezustands in den Kapillarporen hervorgerufen werden [Baž97a, Baž97b].

Nach einer neueren Theorie von ROSSI et al. ist die Ursache des Kriechens die Entstehung von Mikrorissen im Zementstein [Ros12, Ros13a, Ros13b]. Zu dieser Erkenntnis kommen ROSSI et al. anhand von Schallemissionsprüfungen an Kriechkörpern mit unterschiedlichen Belastungsniveaus. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Anzahl akustischer Ereignisse während einer Spannungseinwirkung mit der Anzahl entstehender Mikrorisse übereinstimmt. In Druckkriechversuchen konnte gezeigt werden, dass die Anzahl der akustischen Ereignisse und somit auch die Anzahl der Mikrorisse proportional zur Kriechdehnung wächst, vgl. Abb. 3.5. In Zugkriechversuchen wurden verglichen mit Druckbelastung deutlich kleinere Kriechraten gemessen, dessen Richtung teilweise entgegengesetzt zur Belastung war. Dieser Zusammenhang wird erneut mit der Mikrorissbildung erklärt, die zu einem verstärkten Schwinden führt, sodass die Annahme, dass ein unbelasteter Begleitkörper dieselben Schwindverformungen wie der Kriechkörper erfährt und die Kriechdehnung aus der Subtraktion der Gesamtdehnung von Kriech-

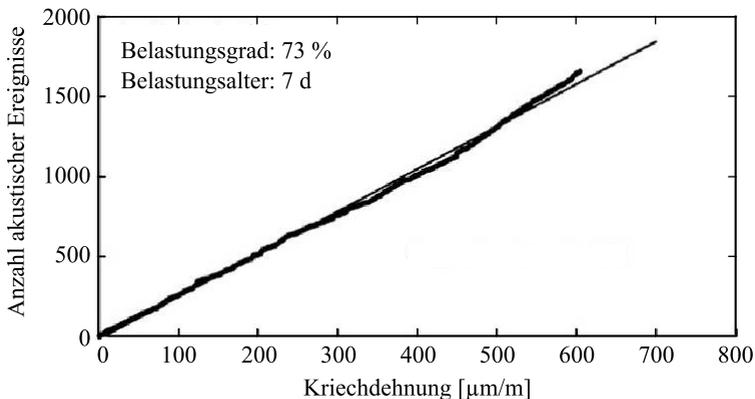


Abb. 3.5: Zusammenhang zwischen der Kriechdehnung und der Anzahl akustischer Ereignisse nach ROSSI et al. [Ros12]

und Begleitkörper bestimmt werden kann, nicht korrekt ist. Diese Erklärung steht allerdings im Widerspruch zu Ergebnissen von ATRUSHI [Atr03], der in Zugkriechversuchen bei länger andauernder Belastung eine deutlich höhere Kriechrate als in Druckkriechversuchen feststellte.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass keine der bisher aufgestellten Theorien die beobachteten Phänomene des Kriechens vollständig erklären kann, sodass insbesondere im Bereich der Charakterisierung der Zementsteinmikrostruktur und deren Veränderung unter lang andauernder Belastung noch ein hoher Forschungsbedarf existiert.

## 3.3 Einflussfaktoren

Das viskoelastische Verhalten des Betons wird von zahlreichen Faktoren beeinflusst, die häufig in innere und äußere Einflussfaktoren unterschieden werden. Zu den inneren Einflussfaktoren gehören Eigenschaften des Betons wie Zusammensetzung, Festigkeit und Hydratationsgrad, zu den äußeren Einflussfaktoren zählen u.a. die Temperatur und Feuchte der Umgebung, die Probekörpergeometrie, das Betonalter bei Belastungsbeginn und die Höhe der aufgebrachten Spannung oder Dehnung.

### 3.3.1 Alter des Betons bei Belastung

Im jungen Alter ist das viskoelastische Verhalten des Betons besonders ausgeprägt und verändert sich stetig mit voranschreitender Hydratation des Bindemittels. Dem Einfluss des Betonalters bei Belastungsbeginn kommt daher in dieser Zeitspanne eine besondere Bedeutung zu. Druckkriechversuche mit verschiedenen Belastungsaltern zeigen durchgehend eine umso größere Kriechverformung, je früher der Beton belastet wird [Emb89, Atr03, And12]. Diese Abhängigkeit zeigt sich auch in Zugkriechversuchen an jungem Beton [Lau90, Gut98, Atr03]. In Relaxationsversuchen wird dementsprechend sowohl für Zug- als auch für Druckbeanspruchung ein ausgeprägterer relativer Spannungsabfall beobachtet, je früher die Dehnung aufgebracht wird [Lau90, Gut98, And12]. Neben dem Zeitpunkt der Belastung hat auch der Fortschritt der Erhärtung während der Belastung einen großen Einfluss. Je schneller die Festigkeit nach dem Aufbringen der Belastung steigt, umso schneller sinkt der Belastungsgrad, d.h. das Verhältnis zwischen einwirkender Spannung und Festigkeit. In Kriechversuchen mit sehr kleinem Belastungsalter zeigt sich deshalb kurz nach dem Aufbringen der Spannung eine hohe Dehngeschwindigkeit, die mit zunehmender Belastungsdauer schnell abnimmt

und teilweise bereits nach einigen Tagen fast zu null wird [Atr03, And12]. Die für Prognosemodelle für Kriechverformungen häufig getroffene Annahme, dass der Einfluss des Belastungsalters durch einen Faktor berücksichtigt werden kann, der multiplikativ mit einer Verlaufsfunktion verknüpft wird, die unabhängig vom Belastungsalter ist, ist daher für jungen Beton wenig zutreffend.

### 3.3.2 Feuchte

Die Kriechverformung des Betons ist umso größer, je stärker der Beton während der Belastung austrocknet [Pen59, L'H68, Par70]. Eine direkte Verknüpfung der Intensität des Kriechens mit der relativen Luftfeuchte der Umgebung ist allerdings nicht möglich, da die Bauteilgeometrie die Trocknungsrate beeinflusst und außerdem der Feuchtegehalt des Betons bei Belastungsbeginn einen entscheidenden Einfluss auf die Höhe der Kriechverformung hat. Ergebnisse in [Dut57, Han60] zeigen, dass Proben, die vor der Belastung einer Trocknung unterzogen wurden, deutlich weniger Kriechen als vor der Belastung gegen Feuchteverlust versiegelt gelagerte Proben.

### 3.3.3 Temperatur

Erhöhte Temperaturen bewirken bei weitgehend erhärtetem Beton eine größere Kriechverformung [Baž88b, Bud89, Nev83]. Für das Kriechverhalten junger Betone ergibt sich ein ambivalenter Einfluss, da durch die erhöhte Temperatur die Festigkeitsentwicklung beschleunigt wird, was eine höhere Festigkeit bei Belastungsbeginn und einen schnelleren Festigkeitszuwachs während der Belastung bedeutet. Diese Einflüsse wirken kriechmindernd und überlagern sich mit dem eigentlichen Einfluss der Temperatur auf die Kriechverformung. GUTSCH vergleicht in [Gut98] Kriechversuche bei 20 °C und 40 °C und nahezu identischem Hydratationsgrad bei Belastung. Die Ergebnisse zeigen, dass für den untersuchten Fall der kriechverstärkende Effekt der erhöhten Temperatur den Effekt einer beschleunigten Festigkeitsentwicklung während der Belastung überwiegt. Modellhaft wird der Einfluss der Temperatur in [Gut98] durch die Einführung einer wirksamen Belastungsdauer ( $t_{el} - t_{el1}$ ) beschrieben, die nach einem reaktionskinetischen Ansatz analog zum wirksamen Betonalter berechnet wird. Über der wirksamen Belastungsdauer aufgetragen ergeben sich damit identische Kriechkurven für beide Lagerungstemperaturen, vgl. Abb. 3.6. Die angegebenen Werte für die Aktivierungsenergie unterscheiden sich jedoch um Faktor 1,5, für die wirksame Beanspruchungsdauer wird  $E_A = 50\,000\text{ J/mol}$  und für das wirksame Betonalter  $E_A = 33\,500\text{ J/mol}$  angesetzt.

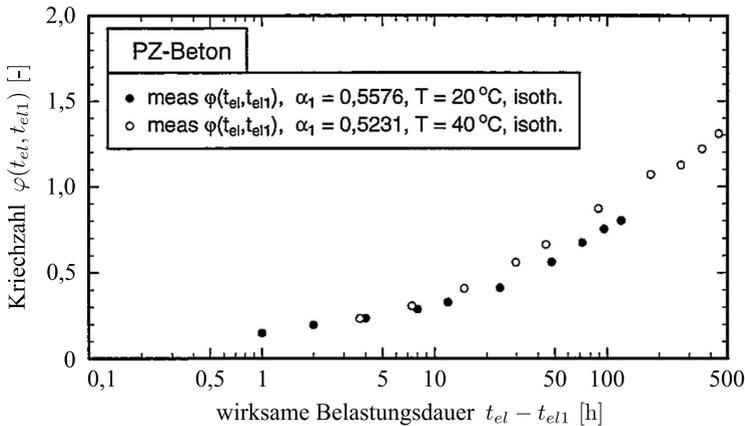


Abb. 3.6: Kriechzahl  $\varphi$  bei 20 °C und 40 °C und nahezu identischem Hydratationsgrad bei Belastung  $\alpha_1$  in Abhängigkeit der wirksamen Belastungsdauer ( $t_{el} - t_{el1}$ ) [Gut98]

### 3.3.4 Vorzeichen der Spannung

Experimentelle Untersuchungen zum Kriechverhalten von Beton werden meist unter Druckspannung durchgeführt, da die Lasteinleitung bei zentrischem Zug deutlich schwieriger ist und die infolge der geringen Zugfestigkeit kleinen Dehnungen messtechnisch schwieriger zu erfassen sind. Vergleichende Untersuchungen zum Kriechen unter Druck- und Zugbeanspruchung sind deshalb relativ selten und zeigen teilweise gegenläufige Ergebnisse. BRIFFAUT et al. [Bri12] stellten in Kriechversuchen an jungem Beton mit Belastungsaltern zwischen einem Tag und fünf Tagen ähnliche bezogene Kriechdehnungen unter Zug- und Druckbeanspruchungen fest, vgl. Abb. 3.7. Dies deckt sich mit den Ergebnissen von GUTSCH [Gut02], die für Belastungsalter von einem Tag und zwei Tagen ähnliche Kriechzahlen für Zug- und Druckbeanspruchung zeigen.

BROOKS und NEVILLE [Bro77] führten Zug- und Druckkriechversuche mit einem Belastungsalter von 28 und 56 Tagen jeweils ohne Feuchte-austausch und bei Trocknung durch. Je nach Belastungsalter und Feuchte-zustand wurden teilweise unter Zug- und teilweise unter Druckbeanspruchung größere Kriechdehnungen gemessen, eine systematische Beschreibung der Einflüsse lassen die Ergebnisse nicht zu.

Kriechversuche von ATRUSHI [Atr03] an versiegeltem jungem Beton zeigen eine anfänglich größere Kriechgeschwindigkeit bei Druckbelastung, nach wenigen

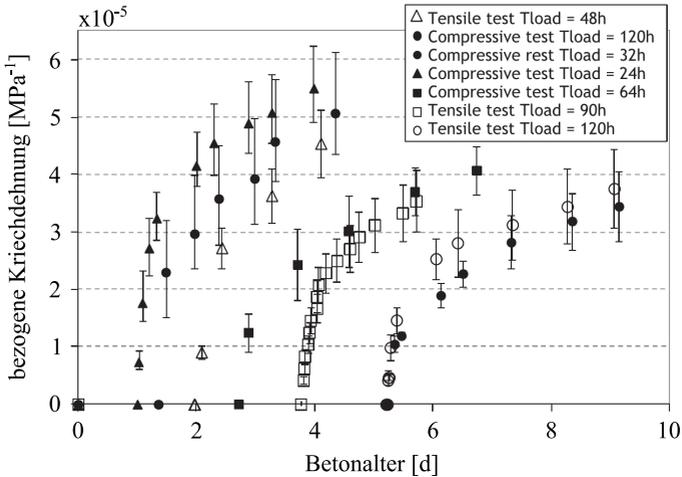


Abb. 3.7: Ergebnisse von BRIFFAUT et al. zum Kriechen von jungem Beton unter Druck- und Zugbeanspruchung [Bri12]

Tagen wird aber die Kriechgeschwindigkeit bei Zugbeanspruchung größer und bleibt anschließend nahezu konstant, während die Kriechgeschwindigkeit bei Druckbeanspruchung kontinuierlich abnimmt und nach wenigen Tagen fast null wird, vgl. Abb. 3.8. Als möglichen Grund für die Unterschiede gibt AT-RUSHI die Erfassung der autogenen Schwinddehnung an. Diese wird an einer unbelasteten Begleitprobe erfasst, durch Subtraktion von der Gesamtdehnung wird die Kriechdehnung bestimmt. Da die autogene Schwinddehnung bei Zugbeanspruchung einen größeren Teil der Gesamtdehnung ausmacht, wird die Kriechdehnung stärker von dieser beeinflusst. Die fehlerhafte Erfassung des autogenen Schwindens kann einerseits direkt auf den Versuchsaufbau zurückzuführen sein, andererseits ist auch die Vermutung berechtigt, dass belastete und unbelastete Proben nicht dasselbe autogene Schwinden zeigen.

Vergleichende Untersuchungen zum Zug- und Druckkriechen an jungen Betonen von JI et al. [Ji13] zeigen sowohl in der Größe als auch im zeitlichen Verlauf der Kriechdehnung deutliche Unterschiede. Die unter Zugbeanspruchung ermittelten Kriechkurven zeigen entgegen der Erwartungen keine kontinuierlich abnehmende Kriechgeschwindigkeit, sondern in den meisten Fällen kurz nach Belastung eine steigende Kriechgeschwindigkeit, die erst nach etwa einer Woche wieder kleiner wird, vgl. Abb. 3.9. JI et al. führen diese Unterschiede ebenfalls auf die Erfassung der Schwinddehnung und deren größeren Einfluss bei Zugkriechversuchen zurück.

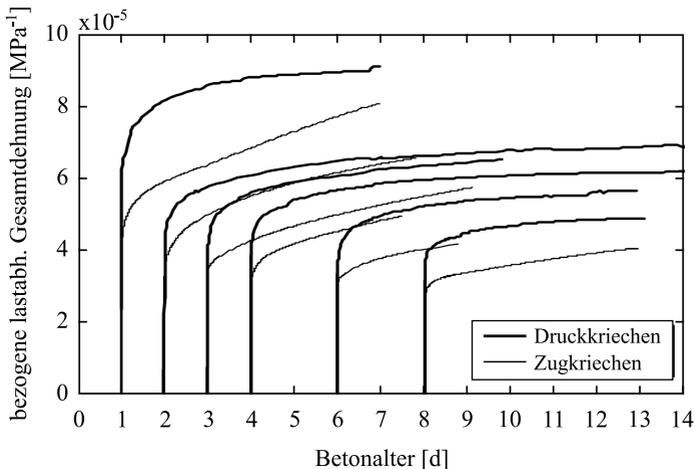


Abb. 3.8: Ergebnisse von ATRUSHI zum Kriechen von jungem Beton unter Druck- und Zugbeanspruchung [Atr03]

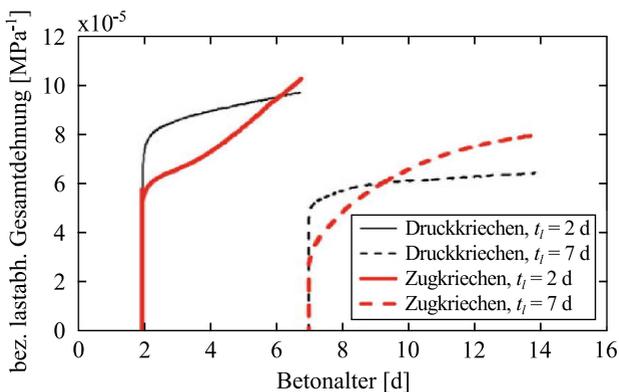


Abb. 3.9: Ergebnisse von Ji et al. zum Kriechen von jungem Beton unter Druck- und Zugbeanspruchung [Ji13]

Zugkriechversuche von RANAIVOMANANA et al. [Ran13] an 28 Tage altem Beton zeigen nach einiger Zeit eine negative Kriechgeschwindigkeit, d.h. die Kriechdehnung ist der Belastung entgegen gerichtet. Als Begründung wird auch von RANAIVOMANANA et al. die Erfassung des autogenen Schwindens herangezogen, nach ihrer Annahme tritt unter Zugbeanspruchung ein vergrößertes Schwinden im Vergleich zum unbelasteten Probekörper auf. Von diesem Effekt berichten auch REINHARDT und RINDER [Rei06] bei Zugkriech-

versuchen an hochfestem Beton. Diese Ergebnisse decken sich teilweise mit denen von ROSSI et al. [Ros13b], die an im Alter von 7 Tagen auf Zug belasteten Betonproben ebenfalls negative Kriechgeschwindigkeiten beobachteten, wenn diese während der Belastung gegen Feuchteaustausch versiegelt waren. Für das Trocknungskriechen an 64 Tage alten Proben stellten ROSSI et al. hingegen ähnliche relative Dehnungen bei Zug- und Druckbelastung fest.

#### 3.3.5 Spannungsniveau

Üblicherweise wird bis zu einem gewissen Spannungsniveau von linearem Kriechen, d.h. der Proportionalität zwischen Kriechdehnung und einwirkender Spannung, ausgegangen. Oberhalb dieses Spannungsniveaus nimmt die Kriechdehnung überproportional zu, man spricht von nichtlinearem Kriechen. Für das Druckkriechen wird als Grenze der Linearität in der Regel ein Belastungsgrad von 30 % bis 50 % der Druckfestigkeit angegeben [Ald78, Nev83, Mül86, Baž88b]. Das Zugkriechen ist hingegen auch bei hohen Spannungsniveaus noch linear. Ergebnisse von ATRUSHI [Atr03] sowie KORDINA [Kor99] belegen die Linearität des Zugkriechens bis zu einem Spannungsniveau vom 70 % der Zugfestigkeit. GUTSCH [Gut98] stellte darüberhinaus auch für ein Spannungsniveau von 90 % der Zugfestigkeit noch lineares Kriechen fest.

## 3.4 Berücksichtigung variabler Spannungs- und Dehnungsgeschichten

Während experimentelle Untersuchungen zum viskoelastischen Verhalten von Beton im Labor mehrheitlich unter konstanter Spannung oder Dehnung durchgeführt werden, treten in realen Bauteilen meist über die Zeit veränderliche Spannungs- und Dehnungszustände auf.

Zur Ermittlung der Kriechverformungen unter veränderlicher Spannung wird häufig das Superpositionsprinzip nach BOLTZMANN [Bol78] herangezogen, dessen Anwendbarkeit für Beton erstmals von MCHENRY [McH43] gezeigt wurde. Nach diesem Prinzip, das für linear viskoelastische Materialien Gültigkeit besitzt, ruft die Summe verschiedener zeitabhängiger Spannungsverläufe  $\sigma_i(t)$ , die einzeln die Dehnungsverläufe  $\varepsilon_i(t)$  zur Folge hätten, gerade die Summe dieser Verformungsverläufe hervor, vgl. Abb. 3.10 links. Für eine Spannungsgeschichte, die entsprechend Abb. 3.11 links in  $n$  Spannungsinkremente  $\Delta\sigma_i$  unterteilt wird, ergibt sich die Gesamtdehnung des Betons  $\varepsilon_c$

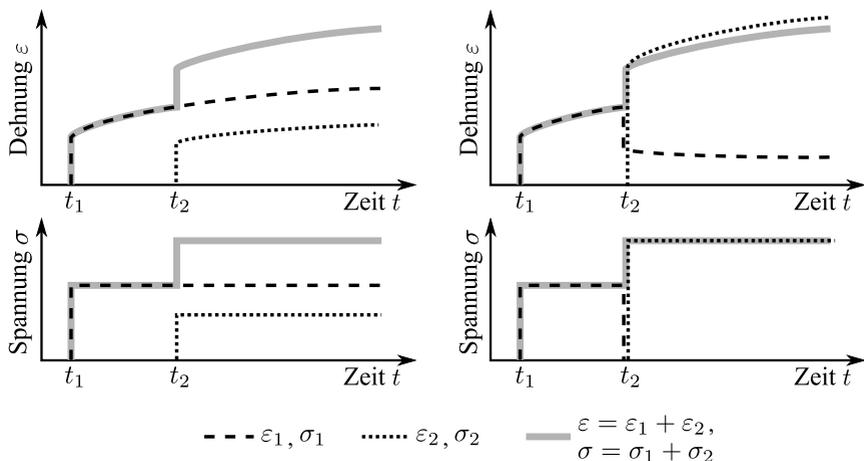


Abb. 3.10: links: Superposition nach BOLTZMANN [Bol78], rechts: impulsförmige Superposition nach STAFFORD [Sta69]

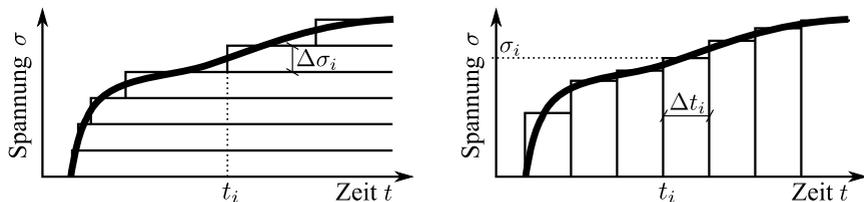


Abb. 3.11: Aufteilung einer Spannungsgeschichte in Spannungssprünge (links) und Spannungsimpulse (rechts)

zum Zeitpunkt  $t$  damit zu

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_0 \cdot J(t, t_0) + \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \cdot J(t, t_i). \quad (3.7)$$

Für eine stetige und differenzierbare Spannungsgeschichte  $\sigma(t)$  geht Gl. 3.7 über in

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_0 \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial\sigma(\tau)}{\partial\tau} J(t, \tau) d\tau. \quad (3.8)$$

Die Einschränkung der Gültigkeit auf lineare Viskoelastizität führt zu einer Unterschätzung der Dehnungsentwicklung, wenn Verformungen unter hohen Druckspannungen nach diesem Prinzip berechnet werden [Baž89a, Rot98]. Im Bereich des linearen Kriechens wird hingegen häufig eine Überschätzung der gemessenen Dehnungen im Vergleich zu den durch Superposition vorhergesagten Dehnungen in der zweiten Spannungsstufe beobachtet. Dieser Zusammenhang wird mit einem verminderten Kriechvermögen des Betons nach einer Vorbelastung erklärt und häufig als spannungsabhängige Alterung bezeichnet [Rot98, And12]. Eine Entlastung wird bei der Unterteilung der Spannungsgeschichte in Spannungssprünge mit einem negativen Spannungssprung gleichgesetzt. Die Vorhersage der Dehnungsentwicklung nach einer vollständigen Entlastung mittels Superposition überschätzt allerdings im Allgemeinen die tatsächlich im Versuch auftretende verzögert elastische Rückverformung [Mül86].

Die zuvor genannten Schwächen in der Dehnungsvorhersage mithilfe des Superpositionsprinzips nach BOLTZMANN können teilweise umgangen werden, wenn die Spannungsgeschichte in Spannungsimpulse statt in Spannungssprünge aufgeteilt wird, wie in Abb. 3.11 rechts dargestellt. Dieses Verfahren geht auf STAFFORD [Sta69] zurück und führt bei linear viskoelastischem Materialverhalten zum selben Ergebnis wie das Superpositionsprinzip nach BOLTZMANN, vgl. Abb. 3.10 rechts. Für eine Unterteilung der Spannungsgeschichte in  $n$  Spannungsimpulse  $\sigma_i$ , die jeweils für eine Dauer  $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$  auf das Material einwirken, ergibt sich die zeitabhängige Gesamtdehnung zu

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_n \cdot J(t, t_n) + \sum_{i=0}^{n-1} \sigma_i (J(t, t_i) - J(t, t_{i+1})), \quad (3.9)$$

bzw. für eine kontinuierliche Spannungsgeschichte  $\sigma(t)$  zu

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_n \cdot J(t, t_n) + \int_{t_0}^t \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma(\tau) d\tau. \quad (3.10)$$

Mit dieser Formulierung kann die Nichtlinearität des Kriechens bei hohen Spannungsniveaus berücksichtigt werden, wenn eine Abhängigkeit der Nachgiebigkeitsfunktion  $J$  vom Belastungsgrad gegeben ist. Werden zusätzlich andere Nachgiebigkeitsfunktion für Be- und Entlastung gewählt, kann auch der Verlauf der verzögert elastischen Rückverformung besser beschrieben werden.

Die Berechnung von Dehnungsverläufen für komplexe Spannungsgeschichten

führt bei beiden Varianten des Superpositionsprinzips zu einem hohen Rechenaufwand, da für jeden betrachteten Zeitschritt der Beitrag aller vorherigen Spannungssprünge bzw. Spannungsimpulse aufsummiert werden muss. In diesem Fall bietet es sich an, statt empirisch ermittelter Kriechfunktionen ein Materialgesetz zu verwenden, das das viskoelastische Verhalten des Betons durch eine oder mehrere Differentialgleichungen beschreibt [Fin89, Koc97]. Der Einfluss der Spannungs- und Dehnungsgeschichte wird dabei durch Zustandsvariablen beschrieben, wodurch das Abspeichern der gesamten Spannungs- und Dehnungsgeschichte nicht mehr notwendig ist. Die Anwendung solcher Materialgesetze für Beton ist allerdings bisher relativ selten, sodass für diese Art der Formulierung deutlich weniger Erfahrungen bzgl. des Aufbaus der Gleichungen und der Definition der Parameter vorliegen als bei der klassischen Beschreibung der Kriechdehnung als Funktion der Zeit und weiterer Einflussparameter.

## 3.5 Rheologische Modelle

Zur anschaulichen Beschreibung viskoelastischen Materialverhaltens eignen sich rheologische Modelle, die aus rheologischen Grundelementen, d.h. aus einer oder mehreren Hooke'schen Federn und Newton'schen Dämpfern, zusammengesetzt sind. Abb. 3.12 gibt einen Überblick über die rheologischen Grundelemente sowie die einfachsten rheologischen Modelle und die zugehörigen Materialgesetze. Die jeweils nur aus einer Feder und einem Dämpfer zusammengesetzten Maxwell- und Kelvin-Körper eignen sich zur qualitativen Beschreibung der Phänomene Relaxation und Kriechen, sind aber zur realitätsnahen Beschreibung des zeitabhängigen Spannungs-Verformungsverhalten von Beton ungeeignet. Eine realitätsnahe Beschreibung des Materialverhaltens gelingt durch das Aneinanderreihen mehrerer Kelvin-Körper oder die parallele Anordnung mehrerer Maxwell-Körper.

### 3.5.1 Reihenschaltung mehrerer Kelvin-Körper

Das Aneinanderreihen mehrerer Kelvin-Körper wird häufig als generalisiertes Kelvin-Modell oder Kelvin-Kette bezeichnet. Um die spontan-elastische Dehnung des Betons beschreiben zu können, bietet sich die zusätzliche Anordnung einer einzelnen Feder an, vgl. Abb. 3.13.

Durch Einführen des Differentialoperators

$$\mathbf{D} = \frac{\partial}{\partial t} \tag{3.11}$$

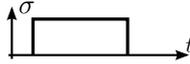
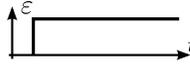
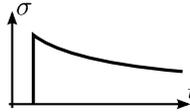
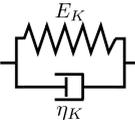
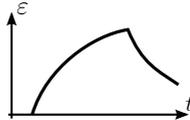
	Materialgesetz	Verhalten bei Kriechbeanspruchung	Verhalten bei Relaxationsbeanspruchung
Hooke'sche Feder 	$\sigma = E \cdot \varepsilon$		
Newton'scher Dämpfer 	$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon}$		Dehnungssprung nicht möglich
Maxwell-Körper 	$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_M} + \frac{\sigma}{\eta_M}$		
Kelvin-Körper 	$\dot{\varepsilon} + \frac{E_K}{\eta_K} \cdot \varepsilon = \frac{\dot{\sigma}}{\eta_K}$		Dehnungssprung nicht möglich

Abb. 3.12: Überblick über die wichtigsten rheologischen Grundelemente und -körper zur Beschreibung viskoelastischen Materialverhaltens

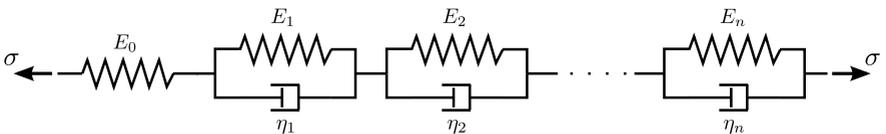


Abb. 3.13: Generalisiertes Kelvin-Modell mit zusätzlicher Einzelfeder

lässt sich die Dehnung eines einzelnen Kelvin-Körpers  $i$  in der Form

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma}{\mathbf{D}\eta_i + E_i} \quad (3.12)$$

darstellen [Fin89]. Die Gesamtdehnung eines Modells, in dem  $n$  Kelvin-Körper und eine Feder in Reihe geschaltet sind, ergibt sich aus der Summe der Dehnungen der einzelnen Kelvin-Körper und der Feder, wobei in allen Einzelkörpern dieselbe Spannung wirkt, sodass das Materialgesetz die Form

$$\varepsilon = \left( \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mathbf{D}\eta_i + E_i} \right) \sigma \quad (3.13)$$

annimmt. Diese Gleichung kann durch Multiplikation beider Seiten mit dem Ausdruck

$$\prod_{i=1}^n (\mathbf{D}\eta_i + E_i)$$

in eine besser handhabbare Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} & \left[ (\mathbf{D}\eta_1 + E_1)(\mathbf{D}\eta_2 + E_2)(\mathbf{D}\eta_3 + E_3) \dots \right] \varepsilon \\ &= \left[ \frac{1}{E_0} (\mathbf{D}\eta_1 + E_1)(\mathbf{D}\eta_2 + E_2)(\mathbf{D}\eta_3 + E_3) \dots \right. \\ & \quad + (\mathbf{D}\eta_2 + E_2)(\mathbf{D}\eta_3 + E_3)(\mathbf{D}\eta_4 + E_4) \dots \\ & \quad \left. + (\mathbf{D}\eta_1 + E_1)(\mathbf{D}\eta_3 + E_3)(\mathbf{D}\eta_4 + E_4) \dots + \dots \right] \sigma \end{aligned} \quad (3.14)$$

Hieraus wird ersichtlich, dass die Grundgleichung des Modells eine Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung ist, die verkürzt in der Form

$$a_{K,0} \cdot \sigma + a_{K,1} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \dots + a_{K,n} \cdot \frac{\partial^n \sigma}{\partial t^n} = b_{K,0} \cdot \varepsilon + b_{K,1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \dots + b_{K,n} \cdot \frac{\partial^n \varepsilon}{\partial t^n} \quad (3.15)$$

dargestellt werden kann. Die Koeffizienten  $a_{K,0}$  bis  $a_{K,n}$  und  $b_{K,0}$  bis  $b_{K,n}$  sind Funktionen der Feder- und Dämpferkennwerte.

Zur Beschreibung des sich mit zunehmendem Betonalter stetig ändernden Materialverhaltens erhärtenden Betons ist es sinnvoll, zeitabhängige Feder- und Dämpferkennwerte zu wählen. Bei der Herleitung des Materialgesetzes ist in diesem Fall zu beachten, dass die Grundgleichung für eine alternde

Feder

$$\mathbf{D}\sigma = E \cdot \mathbf{D}\varepsilon \quad (3.16)$$

und für einen alternden Dämpfer

$$\sigma = \eta \cdot \mathbf{D}\varepsilon \quad (3.17)$$

ist.  $E$  und  $\eta$  sind dabei Funktionen der Zeit bzw. des Betonalters, d.h.

$$E = f(t), \quad (3.18)$$

$$\eta = g(t). \quad (3.19)$$

Aus Gl. 3.13 wird damit

$$\mathbf{D}\varepsilon = \left( \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mathbf{D}\eta_i + E_i} \right) \mathbf{D}\sigma. \quad (3.20)$$

Diese Gleichung kann durch die oben genannte Umformung auf eine Gl. 3.15 ähnliche allgemeine Form gebracht werden, wobei die Ordnung der DGL um eins höher ist. Bei der Herleitung der Koeffizienten ist zusätzlich zu beachten, dass der Differentialoperator  $\mathbf{D}$  aufgrund deren Zeitabhängigkeit auch auf die Feder- und Dämpferkennwerte anzuwenden ist.

### 3.5.2 Parallelschaltung mehrerer Maxwell-Körper

Die Parallelschaltung mehrerer Maxwell-Körper wird als generalisiertes Maxwell-Modell oder Maxwell-Kette bezeichnet. Zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens von Festkörpern wird in der Regel zusätzlich eine einzelne Feder parallel angeordnet, vgl. Abb. 3.14. Dies bewirkt, dass die Kriechverformung einem Endwert entgegen strebt, da die Spannung in den Maxwell-Körpern umso kleiner wird, je kleiner die Verformungsgeschwindigkeit wird. Somit wird unter konstanter Spannung mit zunehmender Zeit ein immer größerer Anteil der Spannung von der einzelnen Feder aufgenommen, bis schließlich die Spannung vollständig von der einzelnen Feder aufgenommen wird und die Kriechgeschwindigkeit null wird.

Das Materialgesetz für dieses Modell lässt sich über die Beziehung herleiten, dass die Spannung im Gesamtmodell die Summe der Spannungen in den  $n$  Maxwell-Körpern und der einzelnen Feder ist, während alle Körper dieselbe Dehnung erfahren. Die Spannung in einem einzelnen Maxwell-Körper ergibt

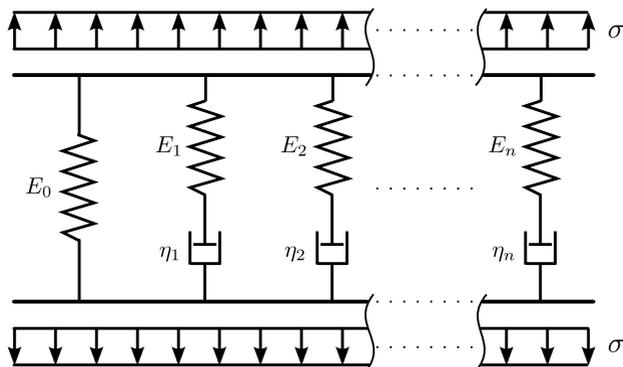


Abb. 3.14: Generalisiertes Maxwell-Modell

sich zu

$$\sigma_i = \frac{\mathbf{D}\varepsilon}{\frac{\mathbf{D}}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}} \quad (3.21)$$

und die in der einzelnen Feder zu

$$\sigma_0 = E_0 \cdot \varepsilon, \quad (3.22)$$

wenn konstante Federsteifigkeiten und Dämpfungviskositäten vorausgesetzt werden.

Das Materialgesetz für die Parallelschaltung von  $n$  Maxwell-Körpern und einer einzelnen Feder lautet damit

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon + \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{D}\varepsilon}{\frac{\mathbf{D}}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}}. \quad (3.23)$$

Durch Multiplikation beider Seiten mit dem Ausdruck

$$\frac{1}{E_0} \cdot \prod_{i=1}^n \left( \frac{\mathbf{D}}{E_i} + \frac{1}{\eta_i} \right)$$

kann Gl. 3.23 in eine besser handhabbare Form gebracht werden. Die Umfor-

mung ergibt

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{1}{E_0} \left( \frac{\mathbf{D}}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left( \frac{\mathbf{D}}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \dots \right] \sigma \\
 &= \left[ \left( \frac{\mathbf{D}}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left( \frac{\mathbf{D}}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \dots \right. \\
 &+ \frac{\mathbf{D}}{E_0} \left( \frac{\mathbf{D}}{E_2} + \frac{1}{\eta_2} \right) \left( \frac{\mathbf{D}}{E_3} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dots \\
 &\left. + \frac{\mathbf{D}}{E_0} \left( \frac{\mathbf{D}}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} \right) \left( \frac{\mathbf{D}}{E_3} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dots + \dots \right] \varepsilon.
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Die Grundgleichung entspricht somit einer Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung ist, die verkürzt in der Form

$$a_{M,0} \cdot \sigma + a_{M,1} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \dots + a_{M,n} \cdot \frac{\partial^n \sigma}{\partial t^n} = b_{M,0} \cdot \varepsilon + b_{M,1} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \dots + b_{M,n} \cdot \frac{\partial^n \varepsilon}{\partial t^n} \tag{3.25}$$

dargestellt werden kann. Der Vergleich von Gl. 3.15 und Gl. 3.25 macht deutlich, dass die Materialgesetze für die Reihenschaltung von  $n$  Kelvin-Körpern und die Parallelschaltung von  $n$  Maxwell-Körpern Differentialgleichungen mit gleichem Aufbau sind, die sich nur in den Koeffizienten unterscheiden. Hieraus lässt sich schließen, dass die Beschreibung des Materialverhaltens mit generalisierten Kelvin- und Maxwell-Modellen gleichwertig ist, d.h. es ist immer möglich ein generalisiertes Maxwell-Modell zu finden, das dasselbe Materialverhalten beschreibt wie ein gegebenes generalisiertes Kelvin-Modell und umgekehrt [Mar12].

Sollen im generalisierten Maxwell-Modell altersabhängige Materialkennwerte berücksichtigt werden, muss für die Herleitung des Materialgesetzes die Summe der ersten Ableitungen der Spannungen in den Einzelkörpern betrachtet werden. Für die Einzelfeder mit zeitabhängiger Steifigkeit  $E_0$  gilt

$$\mathbf{D}\sigma_0 = E_0 \cdot \mathbf{D}\varepsilon. \tag{3.26}$$

Für einen Maxwell-Körper  $i$  mit zeitabhängigen Parametern  $E_i$  und  $\eta_i$  gilt

$$\mathbf{D}\sigma_i = \frac{\mathbf{D}^2 \varepsilon}{\frac{\mathbf{D}}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}}. \tag{3.27}$$

Durch Aufsummieren erhält man das Materialgesetz für das Gesamtmodell

mit zeitabhängigen Steifigkeiten und Dämpfungviskositäten zu

$$\mathbf{D}\sigma = E_0 \cdot \mathbf{D}\varepsilon + \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{D}^2\varepsilon}{\frac{\mathbf{D}}{E_i} + \frac{1}{\eta_i}}. \quad (3.28)$$

Durch die oben beschriebene Multiplikation beider Seiten der Gleichung kann Gl. 3.28 auf eine ähnlich Form wie Gl. 3.24 gebracht werden, wobei die Ordnung der DGL bei zeitabhängigen Feder- und Dämpferkennwerten um eins höher ist.

Die Feder- und Dämpferkennwerte können durch Anpassung der Lösung der Grundgleichung an Versuchsergebnisse bestimmt werden. Im Allgemeinen wird die Anpassung an das reale Materialverhalten besser, je mehr Parameter verwendet werden. Andererseits ist zu beachten, dass eine Anpassung umso schwieriger wird, je mehr Parameter vorhanden sind, sodass das globale Optimum in einigen Fällen evtl. nicht gefunden wird und eine Erhöhung der Parameterzahl somit nicht zwangsläufig eine verbesserte Beschreibung zur Folge hat. Alternativ zu den Feder- und Dämpferkennwerten können auch direkt die Koeffizienten  $a_{M,0}$  bis  $a_{M,n}$  und  $b_{M,0}$  bis  $b_{M,n}$  in Gl. 3.25 durch Anpassung an Versuchsergebnisse bestimmt werden. In diesem Fall ist die Interpretation eines Modells als aus Federn und Dämpfern zusammengesetztes Gesamtmodell allerdings nicht mehr ohne weiteres möglich.

## 3.6 Existierende Modelle für jungen Beton

Zur Beschreibung des Kriechverhaltens existiert eine Vielzahl von Modellen, vgl. u. a. [Emb89, Sch97, Gut98, Sch99, Wes99, Bos00, Sch00, And12, Bri12]. Da eine vollständige Beschreibung den Rahmen der Arbeit sprengen würde, werden im Folgenden vor allem grundsätzlich unterschiedliche Ansätze zur Modellierung aufgezeigt und Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Modelle dargestellt.

### 3.6.1 Modell von Gutsch

GUTSCH [Gut98] beschreibt das Kriechverhalten jungen Betons durch die Definition der Kriechzahl als Potenzfunktion

$$\varphi(t, t_l) = \frac{\varepsilon_{cr}(t, t_l)}{\varepsilon_{el}(t_l)} = P_{1c}(\alpha_l) \cdot \left[ \frac{t - t_l}{t_c} \right]^{P_{2c}(\alpha_l)}. \quad (3.29)$$

Der Einfluss des Erhärtungszustands auf das Kriechverhalten wird durch eine Abhängigkeit der Parameter  $P_{1c}$  und  $P_{2c}$  vom Hydratationsgrad bei Belastung  $\alpha_l$  beschrieben. Für den von GUTSCH untersuchten, mit Portlandzement hergestellten Normalbeton kann die Hydratationsgradabhängigkeit der Parameter für das Grundkriechen näherungsweise durch die linearen Funktionen

$$P_{1c}(\alpha_l) = 0,3160 - 0,2909 \cdot \alpha_l \quad (3.30)$$

und

$$P_{2c}(\alpha_l) = 0,2614 + 0,1475 \cdot \alpha_l \quad (3.31)$$

beschrieben werden, vgl. Abb. 3.15.

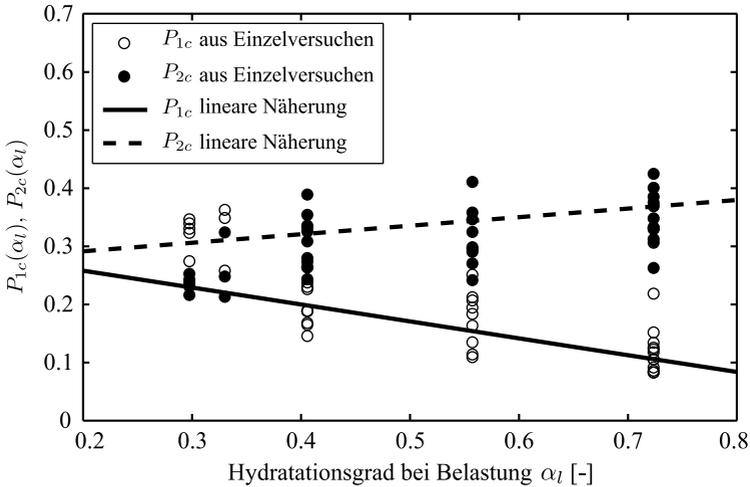


Abb. 3.15: Parameter  $P_{1c}$  und  $P_{2c}$  in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad bei Belastung  $\alpha_l$  im Modell von GUTSCH [Gut98]

Die linearen Zusammenhänge sind für sehr frühe Belastungszeitpunkte ( $\alpha_l < 0,4$ ) allerdings nur eingeschränkt gültig. Die relativ kurzen Messdauern in den dem Modell zugrundeliegenden Versuchen führen zudem zu einer unsicheren Beschreibung des Kriechens bei langen Belastungsdauern. Die zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs gewählte Potenzfunktion strebt keinem Endwert entgegen und weist für frühe Belastungszeitpunkte auch nach langer Belastungszeit noch eine recht große Steigung auf, deren experimentelle Überprüfung offen bleibt. Der Vergleich zwischen Versuchsdaten für mehrstufige Belastung und mit dem Modell unter Anwendung des Superpositionsprinzips

nach BOLTZMANN [Bol78] berechneten Dehnungen zeigt für die von GUTSCH untersuchten Spannungsgeschichten eine gute Übereinstimmung. Bei der Beschreibung der Rückverformung nach vollständiger Entlastung mit dem Superpositionsprinzip nach BOLTZMANN [Bol78] ist bei dem Modell von GUTSCH eine physikalisch unbegründbare Dehnungsumkehr zu beobachten, d.h. nach einer anfänglichen Rückverformung tritt anschließend wieder eine Verformung in der entgegengesetzten Richtung auf. Diese Modellschwäche ist eine Folge der Divergenz der superponierten Kriechkurven. Nichtlineares Kriechen wird im Modell von GUTSCH nicht berücksichtigt, da das Modell auf Basis von Zugkriechversuchen aufgestellt wurde, die auch für einen Belastungsgrad von 90 % der Zugfestigkeit noch eine Proportionalität zwischen Spannung und Kriechverformung zeigen.

### 3.6.2 Modell von Anders

Das Modell von ANDERS [And12] kann als eine Erweiterung bzw. Modifikation des Modells von MÜLLER [Mül86] für im sehr jungen Alter belastete Betone angesehen werden. Der gewählte Summenansatz beschreibt die Kriechverformung  $\varepsilon_{cr}$  aufgeteilt in die verzögert elastische Verformung  $\varepsilon_v$  und die irreversible Fließverformung  $\varepsilon_f$ :

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_v + \varepsilon_f \quad (3.32)$$

Der Ansatz für die verzögert elastische Verformung

$$\varepsilon_v(t, t_l, \sigma_{cr}) = \sigma_{cr} \cdot h_1 \cdot g_{1,A}(t_l) \cdot f_1(t, t_l) \quad (3.33)$$

erfasst die einzelnen Einflussparameter multiplikativ.  $\sigma_{cr}$  beschreibt die kriecherzeugende Spannung, die über den gesamten Betrachtungszeitraum konstant bleibt. Der Parameter  $h_1$  beschreibt den Einfluss der Betonzusammensetzung. Anders als im Modell von MÜLLER wird dieser nicht in Abhängigkeit allgemeiner Rezepturparameter beschrieben, sondern es werden feste Werte für die zwei untersuchten Betone angegeben. Die Alterungsfunktion

$$g_{1,A}(t_l) = g_1(t_l) + g_z(t_l) \quad (3.34)$$

$$\text{mit } g_1(t_l) = 0,25 + \frac{45,75}{60 + t_l^{0,68}}, \quad (3.35)$$

$$g_z(t_l) = -0,05 + \frac{0,1}{1 + t_l^{0,04}}. \quad (3.36)$$

wurde um den additiven Anteil  $g_z$  ergänzt, um das Verhalten bei Belastung im jungen Alter besser zu erfassen. Der Aufbau der Verlaufsfunktion  $f_1(t, t_l)$  wurde aus dem Modell von MÜLLER [Mül86] übernommen:

$$f_1(t, t_l) = \sum_{i=1}^5 n_i \cdot (1 - \exp(-a_i (t^b - t_l^b))) \quad (3.37)$$

Die Werte der Parameter  $n_i$ ,  $a_i$  und  $b$  wurden durch Anpassung an eigene Versuchsergebnisse neu bestimmt.

Zur Beschreibung der irreversiblen Fließverformung wählt ANDERS den Ansatz

$$\varepsilon_f(t, t_l, \sigma_{cr}) = \sigma_{cr} \cdot n(t, t_l, \bar{\sigma}) \cdot g_2(t_l) \cdot f_2(t, t_l) \cdot 10^{-6}. \quad (3.38)$$

Darin beschreibt der Nichtlinearitätsindex

$$n(t, t_l, \bar{\sigma}) = d(\bar{\sigma}) + \frac{\bar{\sigma}^{2,3}}{(t - t_l) + 0,28} \quad (3.39)$$

mit

$$d(\bar{\sigma}) = \begin{cases} \bar{\sigma} + 0,6 & \text{für } \bar{\sigma} \geq 0,4 \\ 1,0 & \text{für } 0 < \bar{\sigma} \leq 0,4 \end{cases} \quad (3.40)$$

die Überproportionalität der Fließverformung in Abhängigkeit des Belastungsgrades  $\bar{\sigma}$ , der als Quotient aus der aufgebrauchten Spannung und der Druckfestigkeit des Betons bei Belastung definiert ist. Die Alterungsfunktion

$$g_2(t_l) = \frac{c_1}{0,1 + t_l^{c_2}} + \frac{c_3}{0,07 + t_l^{0,6}} \quad (3.41)$$

erfasst den Einfluss des Belastungsalters. Der zeitliche Verlauf des Fließens wird mit der Funktion

$$f_2(t, t_l) = \frac{(t - t_l)^{0,5}}{h(t_l) + (t - t_l)^{0,5}} \quad (3.42)$$

beschrieben, wobei  $h(t_l)$  vom Belastungsalter  $t_l$  und der Betonzusammensetzung abhängt.

Die Formulierung als Summenansatz hat den Vorteil, dass das Modell die Rückverformung nach vollständiger Entlastung gut beschreiben kann. Die Anwendbarkeit des Modells für nicht konstante, ansteigende Spannungsge-

schichten konnte an Versuchen mit zwei Belastungsstufen gezeigt werden. Hierbei wendet ANDERS für die verzögert elastische Verformung die sprungförmige Superposition nach BOLTZMANN [Bol78] und für die Fließverformung die impulsförmige Superposition nach STAFFORD [Sta69] (vgl. Abschn. 3.4) in einer abgewandelten Form an. Die impulsförmige Superposition der Fließverformung bietet den Vorteil, dass die Nichtlinearität bei hohen Belastungsniveaus in der zweiten Spannungsstufe korrekt berücksichtigt wird. Für die zweite Belastungsphase wird hierbei nicht die dem Zeitpunkt der Laststeigerung zugeordnete Kriechkurve, sondern die dem Zeitpunkt der Erstbelastung zugeordnete Kriechkurve verwendet. Durch diese Abwandlung des Superpositionsprinzips kann der Effekt der in den Mehrstufenversuchen beobachteten spannungsabhängigen Alterung berücksichtigt werden, der sich durch vermindertes Kriechen in der zweiten Belastungsphase im Vergleich zu vorher unbelasteten Proben zeigt.

Der Summensansatz von ANDERS [And12] wird ebenso wie der von MÜLLER [Mül86] als rheologisches Modell interpretiert, das aus fünf alternden Kelvin-Körpern und einem alternden Dämpfer in Reihe besteht, vgl. Abb. 3.16.

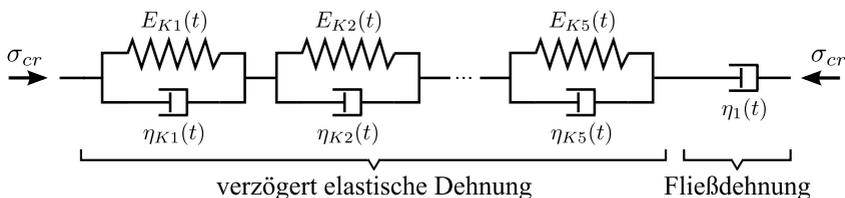


Abb. 3.16: Interpretation des Modells von ANDERS als rheologisches Modell [And12]

Aus dem Ansatz für die verzögert elastische Verformung  $\varepsilon_v$  lassen sich die vom Betonalter abhängigen Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten der fünf Kelvin-Körper herleiten. Für eine thermodynamisch widerspruchsfreie Definition des Modells müssen die Feder- und Dämpferkennwerte größer null sein und mit zunehmendem Betonalter monoton ansteigen. Diese Bedingungen sind im Modell von ANDERS für ein Betonalter  $> 0,1$ s erfüllt, sodass die rheologische Modellierung der verzögert elastischen Verformung für jedes beliebige Belastungsalter widerspruchsfrei möglich ist.

Die irreversible Fließverformung  $\varepsilon_f$  interpretiert ANDERS als Verformung eines alternden Dämpfers. Die zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs gewählte Funktion  $f_2$  hat allerdings für den Belastungszeitpunkt  $t_l$  eine unendlich große Steigung, was einer Dämpferviskosität von null entspräche. Somit ist

es mathematisch nicht möglich, die Fließverformung mit der Grundgleichung eines kontinuierlich alternden Dämpfers darzustellen.

Eine einfache Anwendung des Modells in numerischen Simulationen ist folglich nicht möglich, da weiterhin die Kriechinkremente aller Zeitschritte superponiert werden müssen und die Anwendung der zwei unterschiedlichen Superpositionsprinzipien den Programmieraufwand für komplexe Spannungsgeschichten weiter steigert.

### 3.6.3 Modell von de Schutter

DE SCHUTTER [Sch99] benutzt zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens ein aus einer Feder und einem Kelvinkörper zusammengesetztes rheologisches Modell, in dem die Federsteifigkeiten und die Dämpferviskosität mit steigendem Hydratationsgrad  $\alpha$  zunehmen, vgl. Abb. 3.17.

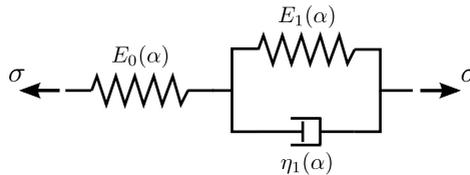


Abb. 3.17: Hydratationsgradabhängiges rheologisches Modell von DE SCHUTTER [Sch99]

Für einen normalfesten Beton mit einem Zementgehalt von  $300 \text{ kg/m}^3$  CEM III/B 32,5 und einem Wasserzementwert von 0,5 gibt DE SCHUTTER die folgenden Zusammenhänge zwischen den Feder- und Dämpferkennwerten und dem Hydratationsgrad an:

$$E_0(\alpha) = 37\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot \left( \frac{\alpha - 0,25}{1 - 0,25} \right)^{0,62}, \quad (3.43)$$

$$E_1(\alpha) = \frac{37\,000 \text{ N/mm}^2}{2,081 - 1,608 \cdot \alpha} \cdot \left( \frac{\alpha - 0,25}{1 - 0,25} \right)^{0,62}, \quad (3.44)$$

$$\eta_1(\alpha) = \tau \cdot E_1(\alpha), \quad (3.45)$$

mit

$$\tau = \frac{\eta_1(\alpha)}{E_1(\alpha)} = 20 \text{ h.} \tag{3.46}$$

Das Modell besitzt Gültigkeit für Hydratationsgrade  $\alpha \geq 0,25$ , was dem Zeitpunkt entspricht, ab dem der Beton als Feststoff betrachtet werden kann. Die Dehnung wird mit einem kommerziellen FE-Programm berechnet, welches die Grundgleichung des rheologischen Modells numerisch löst. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Dehnung für Druckkriechversuche mit unterschiedlichen Belastungsaltern und einem Belastungsgrad von 20 % der Druckfestigkeit, (vgl. Abb. 3.18 a). Für eine Erhöhung des Belastungsgrades auf 40 % ist die Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell schlechter, was mit der Nichtlinearität des Kriechens begründet wird, die von dem Kelvin-Körper nicht abgebildet wird.

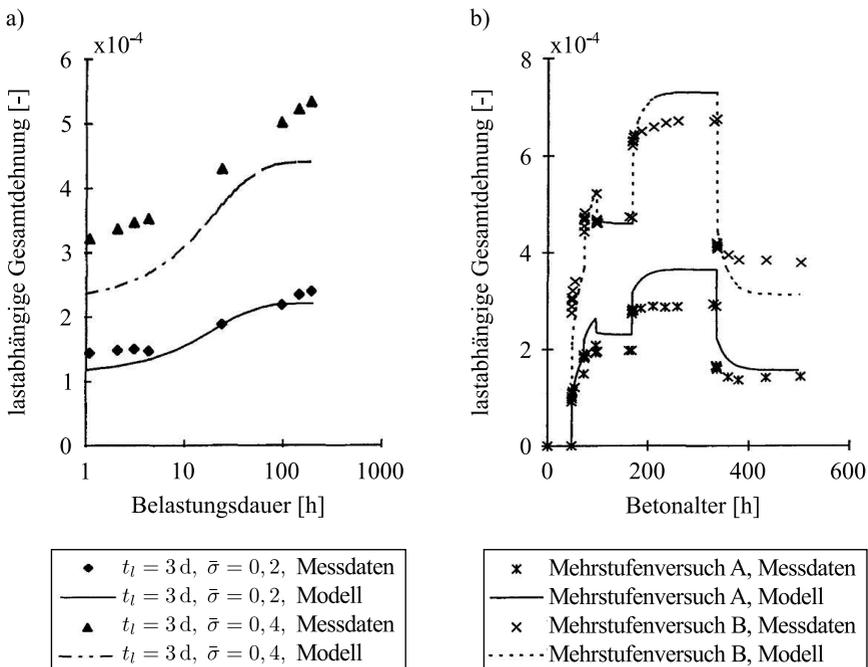


Abb. 3.18: Vergleich zwischen gemessenen und mit dem Kelvinmodell von DE SCHUTTER berechneten Dehnungen bei a) konstanter Spannung und b) stufenförmig veränderlicher Spannung [Sch99]

Die Anwendbarkeit des Modells für variable Spannungsgeschichten wird durch Versuche mit mehreren Spannungsstufen überprüft. Für Spannungsgeschichten mit ausschließlich ansteigender Spannung wird eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell beobachtet. Für Spannungsgeschichten mit partieller oder vollständiger Entlastung ergeben sich größere Abweichungen zwischen Versuch und Modell, vgl. Abb. 3.18 b). Insbesondere die Rückverformung nach vollständiger Entlastung wird überschätzt, was sich mit der Beobachtung anderer Autoren bei Berechnung der Rückverformung mit dem Superpositionsprinzip deckt, vgl. Abschn. 3.4.

Bei der Betrachtung des zeitlichen Verlaufs der mit dem Kelvin-Modell vorhergesagten Kriechverformung fällt auf, dass diese sehr schnell einen Endwert erreicht, was durch den kleinen Wert der Retardationszeit  $\tau$  zu erklären ist. Die dargestellten Kriechkurven erreichen für sämtliche Belastungszeitpunkte bereits nach vier Tagen Belastungsdauer den Endwert der Kriechverformung, während die Messwerte einen weiteren leichten Anstieg der Kriechverformung zeigen.

### 3.6.4 Modell von Briffaut et al.

Das Modell von BRIFFAUT et al. [Bri12] besteht, ähnlich wie das Modell von DE SCHUTTER [Sch99], aus rheologischen Grundelementen und -körpern, deren Kennwerte sich in Abhängigkeit des Hydratationsgrads  $\alpha$  entwickeln. Durch eine Reihenschaltung von drei Kelvin-Körpern und einem einzelnen Dämpfer (Abb. 3.19) wird eine sehr gute Beschreibung des Kriechverhaltens im jungen Alter unter konstanter und zeitlich veränderlicher Spannung möglich, vgl. Abb. 3.20. Auch das Rückkriechen wird durch die Kombination mehrerer Kelvin-Körper mit einem einzelnen Dämpfer, dessen Verformung vollständig irreversibel ist, gut abgebildet.

Zur Beschreibung der Steifigkeiten  $E_i$  der Federn in den Kelvin-Körpern wählen BRIFFAUT et al. angelehnt an das Modell von DE SCHUTTER [Sch99]

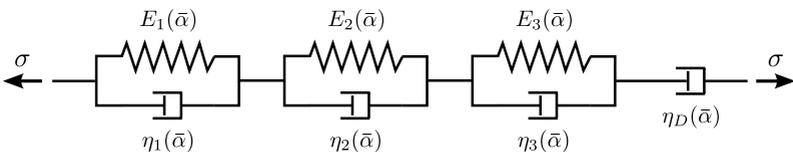


Abb. 3.19: Rheologisches Modell zur Beschreibung des Kriechverhaltens jungen Betons nach BRIFFAUT et al. [Bri12]

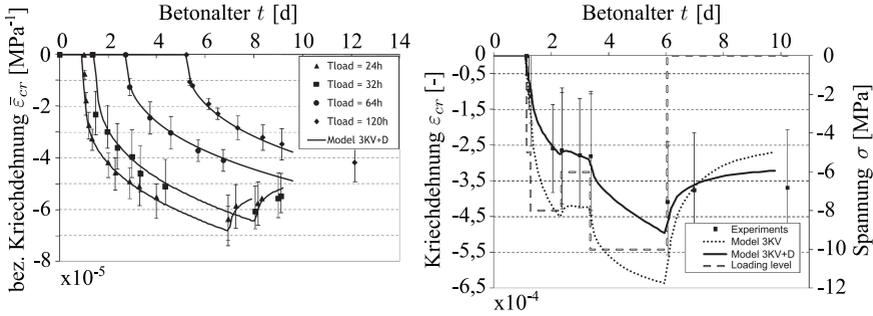


Abb. 3.20: Vergleich zwischen gemessenen und mit dem rheologischen Modell von BRIFFAUT et al. berechneten Dehnungen bei konstanter Spannung (links) und stufenförmig veränderlicher Spannung (rechts) [Bri12]

den Ansatz

$$E_i(\bar{\alpha}) = k_{\infty,i} \cdot \frac{0,473}{2,081 - 1,608 \cdot \bar{\alpha}} \cdot \bar{\alpha}^{0,45}, \quad \text{mit } i = 1 \dots 3. \quad (3.47)$$

Die Retardationszeiten  $\tau_i$  der Kelvin-Körper werden gemäß einer Empfehlung nach BAŽANT und PRASANNAN [Baž89a, Baž89b] konstant gehalten und in Abständen von jeweils einer Zehnerpotenz logarithmisch verteilt, sodass für die Dämpferviskositäten

$$\eta_i(\bar{\alpha}) = \tau_i \cdot E_i(\bar{\alpha}), \quad \text{mit } \tau_i = 10^{i-2} \text{ d}, \quad i = 1 \dots 3, \quad (3.48)$$

gilt. Für die Viskosität des einzelnen Dämpfers gilt

$$\eta_D(\bar{\alpha}) = \eta_{\infty,D} \cdot \frac{0,473}{2,081 - 1,608 \cdot \bar{\alpha}} \cdot \bar{\alpha}^{0,45}. \quad (3.49)$$

Der Parameter  $\bar{\alpha}$  ist in Abhängigkeit des aktuellen Hydratationsgrads  $\alpha$ , des Hydratationsgrads nach vollständiger Erhärtung  $\alpha_{\infty}$  und des Hydratationsgrads beim Wechsel von der flüssigen in die feste Phase  $\alpha_0$  definiert als

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_{\infty} - \alpha_0}, \quad \text{für } \alpha > \alpha_0. \quad (3.50)$$

Die Grundgleichungen der rheologischen Körper werden unter der Annahme zeitschrittweise konstanter Feder- und Dämpferkennwerte näherungsweise gelöst.

Die Formulierung des Materialgesetzes in Form von Differentialgleichungen macht eine einfache Anwendung in numerischen Simulationen zur Vorhersage der Spannungsentwicklung in erhärtenden Bauteilen möglich, die von BENOUDJEMA und TORRENTI in [Ben08] mit einer früheren Version des Modells gezeigt wird.

Da von BRIFFAUT et al. nur ein spezifischer Beton untersucht wurde und in [Bri12] keine Angaben zu Betoneigenschaften außer dem Kriechverhalten gemacht werden, bleibt offen, ob die Beschreibung der Feder- und Dämpferkennwerte verallgemeinert an die Entwicklung bestimmter Betoneigenschaften, z. B. des Elastizitätsmoduls, gekoppelt werden kann. Des Weiteren geht aus den veröffentlichten Ergebnissen nicht hervor, ob das Modell das längerfristige Kriechen bei Belastungsdauern von mehreren Wochen sowie das Kriechen bei höheren Belastungsaltern  $t_l > 5$  d korrekt abbildet.

### 3.7 Zusammenfassung und offene Fragen

Das viskoelastische Materialverhalten wird bei Beton meist durch das Kriechverhalten, d. h. die Zunahme der Dehnung unter konstanter Spannung, beschrieben. Die physikalischen Ursachen des Kriechens werden mehrheitlich auf Wasserumlagerungen und Gleitvorgänge in der Mikrostruktur des Zementsteins zurückgeführt, sind aber bis heute noch nicht vollständig geklärt. Modelle zur Beschreibung des Kriechverhaltens sind deshalb fast ausschließlich phänomenologischer Natur. Bedingt durch die Unsicherheiten bzgl. der physikalischen Ursachen des Kriechens ist aktuell noch keine allgemeingültige Beschreibung der Einflüsse von Randbedingungen wie der Betonzusammensetzung, Feuchte, Temperatur usw. auf das Kriechverhalten gelungen. Die meisten Modelle zur Beschreibung des Kriechverhaltens berücksichtigen diese Einflüsse deshalb über eine multiplikative Verknüpfung empirisch ermittelter Parameter. Da nur wenige vergleichende Untersuchungen zum Kriechverhalten unter Druck- und Zugspannung vorliegen, ist des Weiteren nicht abschließend geklärt, ob das Kriechen unter Druck- und Zugspannung Verformungen in gleicher Höhe und mit gleichem Verlauf bewirkt.

Bei jungem Beton besteht die zusätzliche Schwierigkeit, dass die Materialeigenschaften sich während der Belastung durch die fortschreitende Hydratation kontinuierlich ändern. Dieser komplexe Zusammenhang wird mit Modellen zur Berechnung von Kriechverformungen aus Normen und Richtlinien nicht korrekt abgebildet. Eine möglichst exakte Modellierung ist allerdings notwendig, da das viskoelastische Materialverhalten sowohl positive als auch negative Auswirkungen haben kann und somit nicht in allen Fällen die Möglichkeit besteht, auf der sicheren Seite liegende Modellparameter festzulegen. In den

letzten Jahrzehnten wurden deshalb spezielle Kriechmodelle für jungen Beton entwickelt. Diese sind allerdings meist nur für wenige spezifische Betonzusammensetzungen gültig, für jede weitere Zusammensetzung muss eine neue Kalibrierung anhand von Versuchsdaten erfolgen. Des Weiteren basieren die meisten der Modelle auf Versuchen mit Messdauern von wenigen Tagen und berücksichtigen ausschließlich frühe Belastungszeitpunkte. Die Prognose des Kriechens bei lang andauernder Belastung sowie bei Belastung im weitgehend erhärteten Zustand wird dadurch unsicher.

Als weitere Besonderheit ist zu beachten, dass in erhärtenden Betonbauteilen durch Temperaturveränderungen infolge der Hydratationswärme freisetzung und verschiedene Bauzustände über die Zeit veränderliche Spannungen auftreten. Da experimentelle Untersuchungen des viskoelastischen Materialverhaltens bei Beton meist in Form von Kriechversuchen unter konstanter Spannung durchgeführt werden, müssen zur Übertragung der Ergebnisse auf zeitlich veränderliche Einwirkungen Annahmen getroffen werden, wie z. B. die Gültigkeit des Superpositionsprinzips nach BOLTZMANN [Bol78]. Experimentelle Nachweise hierfür liegen allerdings überwiegend für weitgehend erhärteten Beton oder stark vereinfachte Spannungsgeschichten, z. B. in Form von Kriechversuchen mit zwei Spannungsstufen, vor.

Die Beschreibung des Verformungsverhaltens bei kontinuierlich veränderlicher Spannung ist bei der phänomenologischen Modellierung der Kriechverformung als Funktion der Belastungsdauer mit einem hohen Rechen- und Speicheraufwand verbunden. Die nur für konstante Spannung gültigen Zeitfunktionen müssen schrittweise superponiert werden, um das Materialverhalten näherungsweise abbilden zu können. Für kontinuierlich veränderliche Spannungsgeschichten ist deshalb die Verwendung von Materialmodellen mit einer differentiellen Formulierung besser geeignet. Die Anwendung solcher Modelle für Beton ist allerdings bisher relativ selten, sodass für diese Art der Formulierung noch keine allgemeinen Empfehlungen bzgl. des Aufbaus der Gleichungen und der Definition der Parameter vorliegen. Rheologische Modelle wie die hydratationsgradabhängigen Modelle von DE SCHUTTER [Sch99] und BRIFFAUT et al. [Bri12] bieten dazu eine erste Grundlage, lassen aber noch viel Raum für Verbesserung.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll das viskoelastische Verhalten jungen Betons und dessen Modellierung insbesondere im Hinblick auf Besonderheiten bei zeitlich veränderlichen Einwirkungen untersucht werden. Das in Kap. 4 beschriebene Versuchsprogramm beinhaltet experimentelle Untersuchungen mit konstanter und stufenförmig bzw. kontinuierlich veränderlicher Spannung sowie vergleichende Untersuchungen zum Kriechen unter Druck- und Zugspannung. Bzgl. der Modellbildung liegt der Fokus auf einer einfachen

Anwendbarkeit bei zeitlich veränderlichen Einwirkungen und in numerischen Simulationen, s. Kap. 5 und Kap. 6. Zusätzlich soll eine allgemeingültige Beschreibung der Modellparameter möglich werden, damit die Anwendung des Modells nicht auf spezifische Betonzusammensetzungen beschränkt bleibt. Diese soll durch Vergleiche mit in der Literatur veröffentlichten Kriechversuchen gezeigt werden.



## 4 Experimentelle Untersuchungen und Methoden

### 4.1 Überblick

Zur Klärung der in den Kapiteln 2 und 3 herausgearbeiteten offenen Fragen wurde ein Versuchsprogramm entworfen, das die thermomechanischen Eigenschaften junger Betone umfassend charakterisiert. Die Versuchsergebnisse dienen zur Beschreibung der Auswirkungen bestimmter Parameter auf die Betoneigenschaften und zum Aufstellen neuer bzw. zur Überprüfung existierender Materialmodelle, vgl. Kap. 5. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Eigenschaften sind die Wärmefreisetzung, die Festigkeit und das Verformungsverhalten junger Betone unter Kurz- und Langzeitbeanspruchung.

Ein Teil der Untersuchungen wurde mit verschiedenen Betonen durchgeführt, um den Einfluss der Betonzusammensetzung auf die zeitliche Entwicklung der Eigenschaften zu charakterisieren. Der Fokus liegt dabei auf dem Vergleich von Betonen mit Zusammensetzungen nach aktueller Norm und Betonen mit sehr hohen Zusatzstoff- und stark verminderten Zementgehalten, da über das Verhalten sehr Zusatzstoffreicher Betone bisher verhältnismäßig wenig bekannt ist.

Die Wärmefreisetzung der Betone wurde in adiabatischen und teiladiabatischen Kalorimetern gemessen. Die Wärmefreisetzung ist verantwortlich für die Temperaturentwicklung der Betone im Bauteil, gibt aber gleichzeitig auch Auskünfte über den Fortschritt und die Geschwindigkeit der Hydratation und stellt daher eine wichtige Kenngröße beim Vergleich unterschiedlicher Betonzusammensetzungen dar.

Die Bestimmung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften umfasste die Prüfung der Druckfestigkeit, der zentrischen Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls zu verschiedenen Zeitpunkten. Des Weiteren wurden für einen Beton die Zugfestigkeit und der Zugelastizitätsmodul an Proben bestimmt, die vor der zerstörenden Prüfung eine länger andauernde Vorbelastung erfahren hatten. Diese Versuche dienten zur Beschreibung möglicher Einflüsse einer Vorbelastung auf das Zugtragverhalten jungen Betons.

Das viskoelastische Verhalten wurde grundlegend durch Kriechversuche mit verschiedenen Belastungsaltern unter konstanter Spannung charakterisiert.

Zur Beschreibung des Einflusses der Spannungsgeschichte auf das viskoelastische Verhalten im jungen Alter wurden außerdem Kriechversuche mit mehrstufiger und kontinuierlicher Belastung durchgeführt. Der größte Teil der Kriechversuche wurde unter Zugspannung durchgeführt. Ergänzende Versuche unter Druckspannung dienten dem Vergleich von Zug- und Druckkriechen.

### 4.2 Untersuchte Betone

Der Großteil der experimentellen Untersuchungen wurde an dem Referenzbeton REF01 durchgeführt, dessen Zusammensetzung und wesentliche Eigenschaften in Tabelle 4.1 zusammengestellt sind. Der Beton REF01 steht stellvertretend für konventionelle Betone nach aktueller Norm, die klassischerweise in massigen Bauteilen zum Einsatz kommen. Bei der Festlegung der Rezeptur wurde darauf geachtet, eine moderate Wärmeentwicklung und eine mittlere Erhärtungsgeschwindigkeit zu erzielen, sodass für die Vermeidung von Eigen- und Zwangsspannungen in betontechnologischer Hinsicht noch Optimierungspotential besteht.

Tab. 4.1: Zusammensetzung und wesentliche Eigenschaften des Referenzbetons REF01

Zement CEM III/A 32,5 N	300 kg/m <sup>3</sup>
Wasser	140 kg/m <sup>3</sup>
Sand 0/2 mm	620 kg/m <sup>3</sup>
Kies 2/8 mm	719 kg/m <sup>3</sup>
Kies 8/16 mm	630 kg/m <sup>3</sup>
Fließmittel	7,0 kg/m <sup>3</sup>
Wasserzementwert	0,47
Rohdichte	2410 kg/m <sup>3</sup>
Luftporengehalt	1,7 %
Ausbreitmaß	45 cm

Des Weiteren wurden Betone mit hohen Zusatzstoffgehalten untersucht. Die Untersuchung dieser Betone dient zur Beschreibung des Einflusses der Zusatzstoffe auf das Erhärtungsverhalten, weshalb ausschließlich die Wärme- und Festigkeitsentwicklung untersucht wurden. Zum Einsatz kamen die Zusatzstoffe

- Hüttensandmehl (HSM),
- Steinkohlenflugasche (FA),

- Kalksteinmehl (KSM),
- Phonolithmehl (PH) und
- Trassmehl (TR).

Diese Zusatzstoffe wurden ausgewählt, weil sie in Deutschland in großen Mengen verfügbar sind und sich bezüglich der Granulometrie bzw. des Reaktionsablaufs eignen, einen größeren Anteil des Zements im Beton zu ersetzen. Damit wird es möglich, Betone mit vermindertem Zement- und erhöhtem Zusatzstoffgehalt herzustellen, die, verglichen mit konventionellen Betonen, eine deutlich bessere Ökobilanz aufweisen. Die Zusatzstoffe können nach ihrem Reaktionsmechanismus in drei Kategorien eingeteilt werden:

1. latent-hydraulisch: Hüttensandmehl
2. puzzolanisch: Steinkohlenflugasche (künstlich), Phonolithmehl (natürlich), Trassmehl (natürlich)
3. inert: Kalksteinmehl

Die Rezepturen wurden mit einem Optimierungsverfahren bestimmt, das auf einem Prinzip nach GLÄSER [Glä15] aufbaut und die Effizienz des eingesetzten Wassers steigern soll. Der genaue Prozess zur Rezepturabstimmung ist in [Loh14a, Loh14b, Bud14] beschrieben. Die Bindemittelkomponente der Betone besteht jeweils aus einem der Zusatzstoffe und einem Portlandzement CEM I 52,5 R. Das Verhältnis von Zement zu Zusatzstoff wird variiert. Untersucht wurden Kombinationen aus 20 Vol.-% Zement mit 80 Vol.-% Zusatzstoff und 40 Vol.-% Zement mit 60 Vol.-% Zusatzstoff sowie in einem einzelnen Fall 50 Vol.-% Zement mit 50 Vol.-% Zusatzstoff. Die hohe Dosierung der meist sehr feinen Zusatzstoffe bewirkt einen hohen Wasseranspruch der Betone. Um verarbeitbare Betone bei realistischen Wassergehalten zu erhalten, müssen deshalb sehr hohe Fließmitteldosierungen zum Einsatz kommen. Die Fließmitteldosierungen wurden für die untersuchten Betone bezogen auf den Wassergehalt zu  $F:W=1/20$  bzw.  $F:W=1/40$  festgelegt. Die Zementgehalte  $m_Z$ , Zusatzstoffgehalte  $m_{ZS}$ , Wasserzementwerte  $w/z$  und Wasserbindemittelwerte  $w/b$  sind in Tab. 4.2 zusammengestellt. Die Bezeichnung der Rezepturen setzt sich aus der Kurzbezeichnung des Zusatzstoffes, dem Volumenverhältnis von Zement und Zusatzstoff und der Dosierung des Fließmittels bezogen auf das Zugabewassers zusammen. Die vollständigen Zusammensetzungen der Betone sind in Anhang B zusammengestellt.

Um das Erhärtungsverhalten der zusatzstoffreichen Betone besser beurteilen zu können, wurde begleitend das Verhalten von konventionellen Betonen untersucht. Die Rezepturen dieser Referenzbetone (PC1 bis PC4) basieren

Tab. 4.2: Zusammensetzung der Betone mit hohen Zusatzstoffgehalten sowie der Referenzbetone PC1 bis PC4

Rezeptur- bezeichnung	$m_z$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$m_{zS}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$w/z$ [-]	$w/b$ [-]
HSM 20-80 1-20	91	338	1,36	0,29
HSM 20-80 1-40	89	331	1,62	0,34
HSM 40-60 1-40	164	227	0,90	0,38
FA 20-80 1-20	113	313	1,13	0,30
FA 20-80 1-40	112	312	1,18	0,31
FA 40-60 1-20	204	212	0,62	0,30
FA 40-60 1-40	201	210	0,67	0,33
KSM 20-80 1-20	110	380	1,16	0,26
KSM 20-80 1-40	108	376	1,28	0,29
KSM 50-50 1-40	258	209	0,65	0,36
PH 20-80 1-20	100	330	1,41	0,33
PH 20-80 1-40	96	318	1,82	0,42
PH 40-60 1-20	172	215	0,80	0,36
PH 40-60 1-40	167	208	1,00	0,44
TR 20-80 1-20	94	312	1,70	0,39
TR 20-80 1-40	91	302	2,12	0,49
TR 40-60 1-40	171	213	1,02	0,45
PC1	270	60	0,63	0,52
PC2a	290	60	0,60	0,50
PC2b	260	90	0,62	0,46
PC3	360	60	0,45	0,38
PC4	400	30	0,46	0,43

Tab. 4.3: Anwendungsgebiete und Expositionsklassen der Referenzbetone PC1 bis PC4

Beton	Anwendungsfeld	Festigkeits- klasse	Expositionsklassen
PC1	Innenbauteil	C20/25	XC3
PC2a	Außenbauteil Hochbau	C25/30	XC4, XF1
PC2b	massiges Bauteil	C25/30	XC4, XF1
PC3	Ingenieurbauwerk	C35/45	XC4, XD2, XF3, XA2
PC4	Fertigteil	C35/45	XC4, XD3, XF3, XA2

auf der Festlegung typischer Anwendungsfelder aus der Baupraxis. Die Anwendungsfelder, Festigkeitsklassen und Expositionsklassen der Betone sind in Tab. 4.3 zusammengestellt. Die wichtigsten Parameter der Rezepturen sind ebenfalls in Tab. 4.2 aufgelistet, die vollständigen Zusammensetzungen sind in Anhang B zusammengestellt. Als Zusatzstoff kam bei diesen Rezepturen ausschließlich Steinkohlenflugasche zum Einsatz.

### 4.3 Herstellung und Lagerung der Proben

Vor dem Mischen des Betons wurden alle Ausgangsstoffe für mindestens 24 h in einem Klimaraum eingelagert, dessen Klima dem späteren Lagerungsklima der Proben entsprach. Für den Beton REF01 wurden die Oberflächenfeuchten der Gesteinskörnungsfractionen durch Darren jeweils einer Stichprobe bestimmt und das Oberflächenwasser auf das Zugabewasser angerechnet. Bei allen weiteren Betonen wurde oberflächentrockene Gesteinskörnung verwendet.

Alle Betone wurden in einem Labormischer mit einem maximalen Fassungsvermögen von 150 l Frischbeton hergestellt. Der Zeitpunkt der Wasserzugabe definiert hierbei das Betonalter  $t = 0$ .

Direkt nach der Herstellung wurden die Proben mit PE-Folie abgedeckt und bei den für die Erhärtung vorgesehenen Umgebungsbedingungen eingelagert. Die Lagerung erfolgte in der Regel bei 20 °C und 65 % relativer Luftfeuchte, für einzelne Serien wurden abweichende Bedingungen gewählt, um den Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit zu untersuchen. Etwa 24 h nach der Herstellung wurden die Probekörper entschalt und erneut bei den vorgesehenen Umgebungsbedingungen eingelagert, wobei zwischen versiegelter Lagerung und Normlagerung unterschieden wird. Sämtliche mit dem Beton REF01 hergestellten Proben wurden versiegelt gelagert, da dies dem Feuchtezustand im Inneren eines massigen Betonbauteils am nächsten kommt. Hierzu wurden die Proben nach dem Entschalen mit mehreren Lagen PE-Folie gegen Feuchteverlust versiegelt. Alle weiteren Betone erfuhren eine Normlagerung gemäß DIN EN 12390-2 [N2], d.h. die Proben wurden bis zum 7. Tag nach der Herstellung in einem Wasserbad bei 20 °C gelagert und anschließend in einem Klimaraum bei 20 °C und 65 % relativer Luftfeuchte.

### 4.4 Wärmefreisetzung

Die Wärmefreisetzung des Zements und der weiteren Bindemittel bestimmt die Temperaturentwicklung im Beton. Des Weiteren lässt sich über die

Wärmefreisetzung der Hydratationsgrad zementgebundener Baustoffe bestimmen und die Wirkung der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit untersuchen. Die Art der Messung wird meist nach den thermischen Randbedingungen in isotherme, teiladiabatische und adiabatische Kalorimetrie unterschieden. Die Messungen können an Bindemittelleimen, Mörteln oder Betonen durchgeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden adiabatische und teiladiabatische Messungen an Betonen durchgeführt.

### 4.4.1 Adiabatische Kalorimetrie

In adiabatischen Kalorimetern muss durch mess- und regeltechnische Einrichtungen sichergestellt werden, dass keine Wärmeenergie aus dem Beton abfließt [M1]. Der Aufbau des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten adiabatischen Kalorimeters ist in Abb. 4.1 dargestellt. Der Beton wird direkt nach dem Mischen in einen Metalleimer mit einem Volumen von ca. 12l gefüllt und verdichtet. Im Deckel ist ein Kupferröhrchen angebracht, durch das ein Temperaturfühler vom Typ Pt100 eingebracht wird, der die Temperatur im Inneren der Betonprobe aufzeichnet. Der Metalleimer wird mittig in einer luftgefüllten Kammer angeordnet, in der über einen Wärmetauscher die Temperatur der Luft ständig der des Betons angeglichen wird. Ein Ventilator sorgt für gute Luftzirkulation in der Kammer. Durch die Regelung der Lufttemperatur wird sichergestellt, dass keine Wärme aus dem Beton nach außen abfließt, sodass

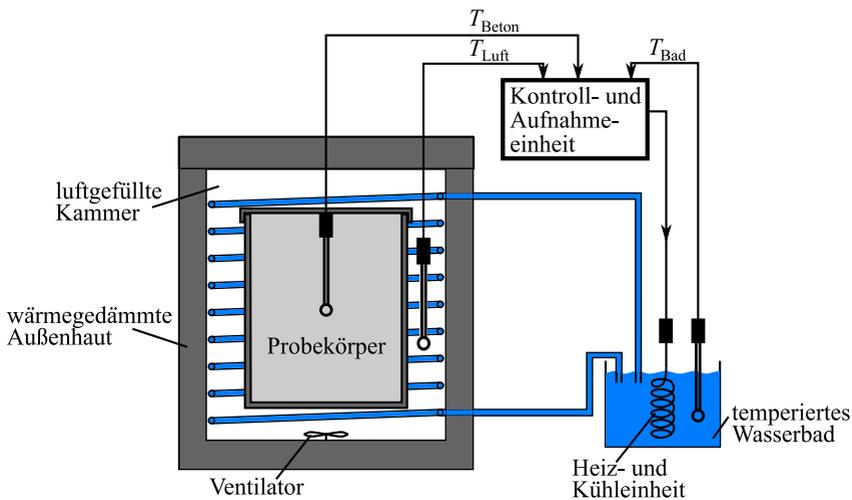


Abb. 4.1: Aufbau des verwendeten adiabatischen Kalorimeters (schematisch)

die gesamte Hydratationswärme direkt als Temperaturerhöhung messbar ist.

Trotz der Regelung der Lufttemperatur kann es im adiabatischen Kalorimeter zu ungewünschten Wärmeverlusten oder -gewinnen kommen. Diese entstehen, wenn eine Messabweichung zwischen den Temperaturfühlern vorhanden ist oder die Heiz- und Kühleinheit nicht korrekt arbeitet. Bei kleinen Wärmeverlusten oder -gewinnen können die Messergebnisse im Anschluss an die Messung rechnerisch korrigiert werden. Hierzu wird angenommen, dass die Verlust- bzw. Heizrate über die gesamte Versuchsdauer konstant ist. Als Grenze, bis zu der die Ergebnisse rechnerisch korrigiert werden dürfen, wird eine Verlust bzw. Heizrate von  $\pm 0,02 \text{ K/h}$  gesetzt, was der Empfehlung des RILEM TC 119 entspricht [RIL97].

#### 4.4.2 Teiladiabatische Kalorimetrie

Teiladiabatische Kalorimeter bestehen aus einem gedämmten Behälter, in den eine Beton- oder Mörtelprobe eingebracht wird. Die Geräte verfügen im Gegensatz zu adiabatischen Kalorimetern über keine Mess- und Regeleinrichtungen zum Nachführen der Temperatur in der Umgebung der Probe. Je nach Art der Dämmung und Volumen des Probekörpers entstehen mehr oder weniger große Wärmeverluste, sodass die Probentemperatur nach einer anfänglichen Erwärmungsphase wieder sinkt und sich der Umgebungstemperatur nähert.

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete teiladiabatische Kalorimeter ist in Abb. 4.2 dargestellt. Der Beton wird direkt nach der Herstellung in eine Form aus expandiertem Polystyrolschaum (EPS) gefüllt, verdichtet und anschließend gewogen. Durch den Deckel der Form wird ein Thermoelement geführt, das die Temperatur im Inneren der Betonprobe aufzeichnet. Die EPS-Form wird mittig in einem rechteckigen Behälter aus extrudiertem Polystyrolschaum (XPS) angeordnet, dessen Wandstärke ca. 10 cm beträgt. In einem baugleichen Behälter ist eine Probe aus bereits erhärtetem Beton angeordnet, die keinerlei Wärme mehr freisetzt. Die Temperatur im Inneren dieser Probe wird ebenfalls aufgezeichnet und bildet die Referenztemperatur für die Versuchsauswertung. Ergänzend wird die Umgebungstemperatur in der Nähe der Behälter aufgezeichnet. Die Umgebungstemperatur muss während der Durchführung des Versuchs nicht zwingend konstant gehalten werden. Tastversuche haben gezeigt, dass das Kalorimeter auch bei stark schwankenden Umgebungstemperaturen, wie z. B. in einem Baucontainer, gute Ergebnisse liefert [Her14].

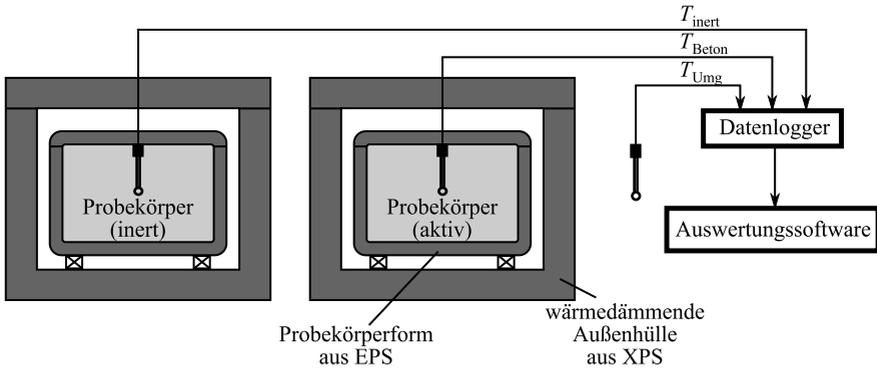


Abb. 4.2: Aufbau des verwendeten teiladiabatischen Kalorimeters (schematisch)

Zur Auswertung des Versuchs wird die freigesetzte Hydratationswärme in drei Energieanteile aufgeteilt:

1. Wärmeenergie, die zur Temperaturerhöhung der Probe führt,
2. Wärmeenergie, die an die Umgebung abgegeben wird und
3. Wärmeenergie, die zur Erwärmung der Hülle des Kalorimeters führt.

Die Hülle des Kalorimeters besteht komplett aus Schaumkunststoff, der eine sehr geringe Wärmekapazität besitzt. Für die Versuchsauswertung kann deshalb die Energiemenge, die zur Erwärmung der Hülle des Kalorimeters führt, vernachlässigt werden, sodass nur zwei Energieanteile berücksichtigt werden müssen.

Die im Beton gespeicherte Wärmemenge beträgt

$$Q_s(t) = c_B \cdot m_B \cdot (T_B(t) - T_{B0}) . \tag{4.1}$$

Hierin ist  $c_B$  die spezifische Wärmekapazität des Betons, die als über die gesamte Erhärtungszeit konstant angesehen werden und aus den spezifischen Wärmekapazitäten der einzelnen Ausgangsstoffe und deren Gewichtung im Gesamtsystem berechnet werden kann, vgl. [Kra04]. Die Masse der Probe  $m_B$  ist durch Wiegen bekannt. Die Temperaturen des Betons zum betrachteten Zeitpunkt  $T_B(t)$  und zum Startzeitpunkt des Versuchs  $T_{B0}$  ergeben sich direkt aus den Messergebnissen.

Die bis zum Zeitpunkt  $t$  an die Umgebung abgegebene Wärmemenge ergibt

sich als Integral des Wärmestroms in Differenz zur inerten Probe:

$$Q_v(t) = \int_0^t \chi \cdot (T_B(\tau) - T_{\text{inert}}(\tau)) d\tau \quad (4.2)$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient der Hülle  $\chi$  beschreibt die Intensität der Wärmedämmung und kann in einem Abkühlversuch mit einem inerten Probekörper bestimmt werden.

Die Summe beider Energieanteile ergibt die gesamte Hydratationswärme:

$$Q_{\text{hyd}}(t) = Q_s(t) + Q_v(t) \quad (4.3)$$

Durch eine Transformation der Zeit  $t$  auf das wirksame Betonalter  $t_e$  erhält man den Verlauf der Hydratationswärmefreisetzung bei isothermen Bedingungen. Ausgehend davon lässt sich auch der Temperaturverlauf unter adiabatischen Bedingungen näherungsweise berechnen, sodass ein direkter Vergleich der Ergebnisse mit Messungen im adiabatischen Kalorimeter möglich wird.

Die Genauigkeit der Messung ist abhängig von der Genauigkeit der Thermolemente in der aktiven und in der inerten Probe. Eine etwaige Abweichung kann bestimmt werden, indem mit beiden Thermolemente zeitgleich eine Messung in einer temperierten Flüssigkeit durchgeführt wird. Bewegt sich die Abweichung zwischen den Messwerten im Bereich von  $\pm 0,1$  K, wird eine Korrektur der Temperatur im inerten Probekörper vorgenommen. Der Korrekturwert wird als Mittelwert der Abweichung über einen Messzeitraum von einer Stunde bestimmt. Bei einer Abweichung größer als  $\pm 0,1$  K müssen die Thermolemente ausgetauscht werden.

## 4.5 Mechanische Kurzzeiteigenschaften

### 4.5.1 Druckfestigkeit

Die Druckfestigkeit  $f_{cc}$  der Betone wurde zu verschiedenen Zeitpunkten an würfelförmigen Probekörpern mit 150 mm Kantenlänge bestimmt. Das jüngste Prüfalter betrug 24 h bei einer Lagerungstemperatur von 20 °C und 20 h bei Lagerungstemperaturen  $> 20$  °C. Das höchste Prüfalter betrug 112 d. Je Betonalter wurden mindestens zwei Probekörper geprüft, in einzelnen Serien auch drei. Die Prüfung erfolgte in Übereinstimmung mit DIN EN 12390-3 [N3]. Hierfür sind die Proben in der Prüfmaschine so anzuordnen, dass sie senkrecht zur Betonierichtung auf Druck beansprucht werden. Die

Spannung ist mit einer konstanten Geschwindigkeit von  $0,6 \pm 0,2 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  bis zum Bruch zu steigern.

### 4.5.2 Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  wurde in zentrischen Zugversuchen an zylindrischen Probekörpern mit einer Höhe von 300 mm und einem Durchmesser von 80 mm bestimmt. Das jüngste Prüfalalter betrug 1 d, das höchste 98 d. Die Prüfung erfolgte je Prüfzeitpunkt an drei Proben, in einigen Fällen nur an zwei Proben. Zur Lasteinleitung dienten Kopfplatten, die über Stockschrauben mit 100 mm und 120 mm Länge im Beton verankert waren. Die Kopfplatten mit den Stockschrauben wurden direkt in der Form platziert, vgl. Abb. 4.3. Die Probekörper wurden in der Prüfmaschine mit gelenkigen Zwischenstücken eingehängt, um eine zentrische Lasteinleitung zu gewährleisten. Die Spannung wurde im Zugversuch mit einer Geschwindigkeit von  $0,05 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  gesteigert.



Abb. 4.3: Probekörperform für Zugproben

### 4.5.3 Elastizitätsmodul

**Elastizitätsmodul bei Zugbeanspruchung** Der Elastizitätsmodul bei Zugbeanspruchung  $E_{ct}$  wurde an denselben Proben bestimmt, an denen die zentrische Zugfestigkeit gemessen wurde. Das jüngste Prüfalalter betrug 1 d, das höchste 50 d. Zur Messung der Dehnungen wurden jeweils zwei Dehnmessstreifen (DMS) mit 60 mm Länge auf die Proben aufgeklebt. Der Elastizitätsmodul wurde als Sekantenmodul zwischen 5 % und 55 % der Zugfestigkeit bestimmt.

**Elastizitätsmodul bei Druckbeanspruchung** Der Elastizitätsmodul bei Druckbeanspruchung  $E_{cc}$  wurde gemäß DIN 1048-5 [N1] an Probekörpern mit 80 mm Durchmesser und 160 mm Höhe bestimmt. Das jüngste Prüfalter betrug 1 d, das höchste 56 d. Der Elastizitätsmodul wurde als Sekantenmodul in einem Spannungsbereich zwischen  $0,5 \text{ N/mm}^2$  und  $1/3$  der Druckfestigkeit bestimmt.

#### 4.5.4 Mechanische Kurzzeiteigenschaften nach Einwirken einer Vorbelastung

Der Einfluss der Belastungsgeschichte auf die Zugfestigkeit und den Elastizitätsmodul bei Zugbeanspruchung wurde an Proben untersucht, die vor der Bruchbelastung eine länger andauernde Zugbeanspruchung erfahren hatten. Bezüglich der Abmessungen und Instrumentierung entsprachen die Proben den für die zentrischen Zugversuche verwendeten Proben, vgl. Abschnitt 4.5.2. Die Proben waren während der Versuchsdurchführung und der vorangegangenen Lagerung mit mehreren Lagen PE- und Aluminiumfolie gegen Feuchteverlust versiegelt. Für längere Vorbelastungsdauern ( $> 4 \text{ h}$ ) wurden die Probekörper in vertikale Belastungsrahmen gehängt, deren Aufbau in Abb. 4.4 skizziert ist. Bei Vorbelastungsdauern bis  $4 \text{ h}$  wurde die Spannung direkt in der Prüfmaschine, die auch für den anschließenden Zugversuch

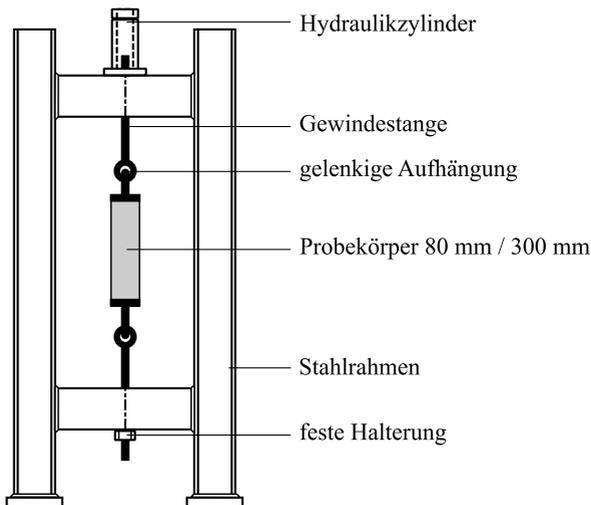


Abb. 4.4: Belastungsrahmen für lang andauernde Zugbeanspruchung (schematisch)

zum Einsatz kam, aufgebracht und gehalten. In beiden Fällen betrug die Raumtemperatur  $20 \pm 2^\circ\text{C}$ .

Insgesamt wurden sieben Versuchsserien mit unterschiedlichen Vorbelastungsniveaus, Vorbelastungsdauern und Belastungszeitpunkten durchgeführt. Die Kombinationen der Vorbelastungsniveaus, Vorbelastungsdauern und Belastungszeitpunkte sind für die einzelnen Versuchsserien in Tab. 4.4 zusammengestellt. Die Zugversuche im Anschluss an die Vorbelastung wurden wie in Abschnitt 4.5.2 beschrieben durchgeführt. In den Serien B1 bis B6 wurden je Prüfzeitpunkt zwei vorbelastete und zwei nicht vorbelastete Proben geprüft. Zur Festlegung des Spannungsniveaus für die Vorbelastung wurden vor dem Aufbringen der Vorbelastung ebenfalls zwei nicht vorbelastete Proben geprüft. Für die Serie B7 wurde die Stichprobenanzahl auf jeweils drei vorbelastete und drei nicht vorbelastete Proben erhöht.

Tab. 4.4: Übersicht über die durchgeführten Versuchsreihen zur Untersuchung der Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls nach Einwirken einer Vorbelastung

Serie	Vorbelastungsdauer $t_L$	Vorbelastungsniveau $\sigma_L$	Belastungszeitpunkte $t_{l,i}$
B1	4 h	50 % $f_{ct}$	2 d, 3 d, 7 d, 14 d
B2	4 h	20 % $f_{ct}$	2 d, 3 d, 7 d, 14 d
B3	4 h	70 % $f_{ct}$	2 d, 3 d, 7 d, 14 d
B4	24 h	70 % $f_{ct}$	1 d, 2 d, 3 d, 15 d
B5	24 h	70 % $f_{ct}$	1 d, 2 d, 3 d, 7 d
B6	48 h	70 % $f_{ct}$	1 d, 2 d, 7 d
B7	48 h	80 % $f_{ct}$	1 d, 2 d

## 4.6 Viskoelastisches Verhalten

### 4.6.1 Versuchseinrichtung

Die experimentellen Untersuchungen zum viskoelastischen Verhalten wurden in sogenannten Temperatur-Spannungs-Prüfmaschinen (TSTM) durchgeführt, deren Aufbau schematisch in Abb. 4.5 dargestellt ist. Für Untersuchungen in einer TSTM wird der Beton direkt nach der Herstellung in die temperierten Probekörperformen der TSTM gefüllt und mit einem Innenrüttler verdichtet, sodass er direkt in der Prüfmaschine erhärtet und keine weitere Probenvorbereitung stattfindet. Zur Verminderung der Reibung sind die Formen von innen mit PE-Folie ausgekleidet. Die Probekörperformen bestehen aus Metall

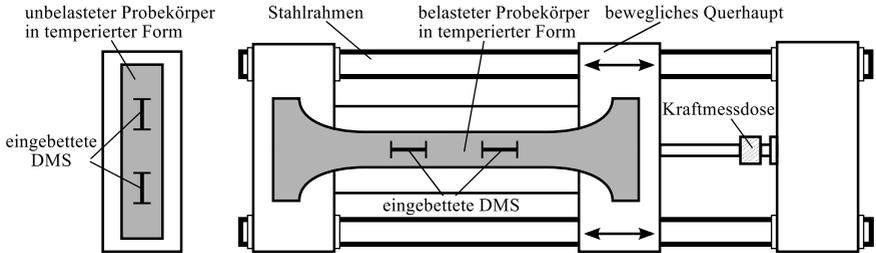


Abb. 4.5: Aufbau der Temperatur-Spannungs-Prüfmaschinen (schematisch)

mit einem doppelwandigen Aufbau, im Inneren ist ein wasserdurchströmtes Rohrleitungssystem zur Temperierung untergebracht. Durch die mit PE-Folie ausgekleideten Metallschalungen ist sichergestellt, dass der Beton während der Erhärtung und Prüfung keinerlei Austrocknung erfährt. Alle in den TSTM durchgeführten Versuche beschränken sich daher auf das Grundkriechen und das autogene Schwinden des Betons.

Über das bewegliche Querhaupt wird durch die elektromechanische Steuerung der Prüfmaschine eine Spannung auf den knochenförmigen Probekörper aufgebracht. Die genauen Abmessungen des knochenförmigen Probekörpers sind in Abb. 4.6 dargestellt. Ein zweiter Probekörper mit den Abmessungen  $100 \times 100 \times 500 \text{ mm}^3$  bleibt unbelastet und dient zur Aufzeichnung der Dehnungen infolge autogenen Schwindens  $\varepsilon_{as}$ . Durch Subtraktion der Schwinddehnung  $\varepsilon_{as}$  von der Gesamtdehnung des belasteten Probekörpers wird die lastabhängige Gesamtdehnung  $\varepsilon_c$  ermittelt, die sich aus der spontan elastischen Dehnung  $\varepsilon_{el}$  und der Kriechdehnung  $\varepsilon_{cr}$  zusammensetzt. Alle folgenden Darstellungen von Dehnungsverläufen aus Kriechversuchen zeigen die bereits um die Schwinddehnung bereinigte lastabhängige Gesamtdehnung. Die Messung der Dehnung erfolgt im Zentrum des Probekörperquerschnitts mit eingebetteten Dehnmessstreifen, deren Abmessungen in Abb. 4.7 dargestellt

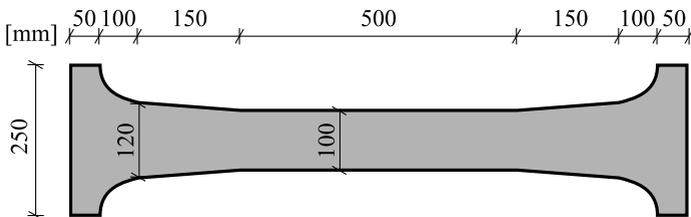


Abb. 4.6: Abmessungen des knochenförmigen Probekörpers in der TSTM

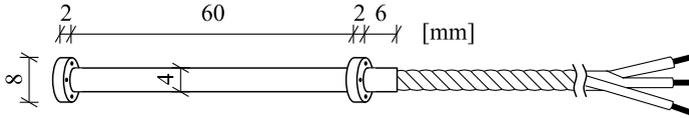


Abb. 4.7: Abmessungen der in der TSTM verwendeten Dehnmessstreifen

sind. Die DMS sind in einer Kunststoffhülle gekapselt und werden vor dem Betonieren an einem axial durch die Form gespannten Faden platziert, um eine möglichst exakte Ausrichtung sicherzustellen.

Für die Untersuchungen standen zwei Temperatur-Spannungs-Prüfmaschinen zur Verfügung. Aufgrund der begrenzten Anzahl von Messplätzen am Messverstärker konnte die Dehnungsmessung nur in einer der zwei TSTM mit zwei DMS je Körper durchgeführt werden. In diesem Fall wurden die in einem Körper gemessenen Dehnungen für die Auswertung gemittelt. In der zweiten TSTM wurde jeweils ein einzelner DMS im belasteten und unbelasteten Probekörper angeordnet und die Einzelwerte für die Auswertung verwendet. Da beide Messwerte bei der Messung mit zwei DMS je Körper in den meisten Fällen nahezu identisch waren, kann angenommen werden, dass auch bei nur einem DMS je Körper zuverlässige Messergebnisse vorliegen.

#### 4.6.2 Kriechversuche mit konstanter Spannung

Zur Untersuchung des Einflusses des Erhärtungszustands auf das viskoelastische Verhalten wurden Kriechversuche mit unterschiedlichen Belastungsaltern  $t_l$  zwischen 24 Stunden und 7 Tagen durchgeführt. Zur Überprüfung der Linearität des Kriechens wurde zusätzlich der Belastungsgrad  $\bar{\sigma}$  variiert. Der Belastungsgrad beschreibt das Verhältnis zwischen der aufgetragenen Spannung und der zu Belastungsbeginn an den Begleitkörpern ermittelten mittleren Zug- bzw. Druckfestigkeit, je nach Vorzeichen der aufgetragenen Spannung. Der Fokus der Untersuchungen lag auf der Beschreibung des Kriechens unter Zugspannung. Zur Überprüfung der Zusammenhänge zwischen Zug- und Druckkriechen wurden ergänzend einige Druckkriechversuche durchgeführt. Die Belastungsgrade beschränken sich dabei auf kleine Werte, um nichtlineares Kriechen auszuschließen. Die Kombinationen von Belastungsalter und Belastungsgrad für sämtliche Versuche mit konstanter Spannung sind in Tab. 4.5 zusammengestellt.

Tab. 4.5: Überblick über die Parameter der Kriechversuche mit konstanter Spannung

$t_l$	$\bar{\sigma}$ (Zugkriechen)	$\bar{\sigma}$ (Druckkriechen)
24 h	0,60	0,20
		0,30
32 h	0,50	
	0,70	
2 d	0,25	0,15
	0,45	0,20
	0,80	
3 d	0,50	0,15
	0,65	0,20
4 d	0,50	
	0,65	
7 d	0,20	
	0,50	
	0,60	

### 4.6.3 Kriechversuche mit veränderlicher Spannung

Zur Untersuchung des Kriechverhaltens unter veränderlicher Spannung wurden Versuche mit verschiedenen mehrphasigen Belastungsgeschichten durchgeführt. Sämtliche Versuche mit veränderlicher Spannung wurden unter Zugspannung durchgeführt.

Zur Charakterisierung des Verhaltens unter ansteigender Spannung dienten Versuche mit zwei Belastungsstufen. Hierbei wurde zum Erstbelastungszeitpunkt  $t_{l,1}$  ein anfänglicher Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_1$  aufgebracht, der zum Zeitpunkt  $t_{l,2}$  auf den Wert  $\bar{\sigma}_2$  gesteigert wurde. Die gewählten Kombinationen aus Belastungszeitpunkten und Belastungsgraden sind in Tab. 4.6 links zusammengestellt. Die Belastungsgrade sind jeweils auf die Festigkeit zum zugehörigen Belastungszeitpunkt bezogen.

Zur Untersuchung des Verhaltens bei abnehmender Spannung dienten Versuche mit einer zwischenzeitlichen Reduktion der Spannung. Hierbei wurde der zum Erstbelastungszeitpunkt  $t_{l,1}$  aufgebrachte Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_1$  zum Zeitpunkt  $t_{l,2}$  auf den Wert  $\bar{\sigma}_2$  reduziert und zum Zeitpunkt  $t_{l,3}$  wieder gesteigert auf den Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_3$ . Die Belastungsgrade  $\bar{\sigma}_1$  und  $\bar{\sigma}_2$  sind

Tab. 4.6: Überblick über die Parameter der Kriechversuche mit mehrstufiger Belastung; links: zweistufige Belastung, rechts: dreistufige Belastung

$t_{l,1}$	$\bar{\sigma}_1$	$t_{l,2}$	$\bar{\sigma}_2$	
2 d	0,30	3 d	0,65	
	0,50			
	0,50			
	0,30	4 d		
	0,50	7 d		0,50
	0,30			
0,50				
4 d	0,50		0,65	

$t_{l,1}$	$\bar{\sigma}_1$	$t_{l,2}$	$\bar{\sigma}_2$	$t_{l,3}$	$\bar{\sigma}_3$
2 d	0,65	3 d	0,00	4 d	0,65
			0,30		
			0,50		
		4 d	0,00	7 d	
			0,30		
			0,50		

beide auf die Festigkeit beim Erstbelastungszeitpunkt  $t_{l,1}$  bezogen, der Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_3$  auf die Festigkeit zum Zeitpunkt  $t_{l,3}$ . Die Kombinationen der Belastungszeitpunkte und Belastungsgrade für diese dreistufigen Versuche sind in Tab. 4.6 rechts zusammengestellt.

Der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit wurde in Versuchen mit sehr langsamer Belastung untersucht. In diesen Versuchen wurde die Spannung innerhalb von 12 Stunden auf ihren endgültigen Wert gesteigert bzw. reduziert. Die Be- bzw. Entlastung erfolgte im ersten Fall mit konstanter Geschwindigkeit und im zweiten Fall in 12 kleinen Stufen. Diese Unterscheidung wird vorgenommen, um eventuelle Unterschiede zwischen dem Verhalten bei kontinuierlicher und stufenförmiger Lastaufbringung aufzuzeigen. Die sich ergebenden Belastungsgeschichten sind in Abb. 4.8 dargestellt.

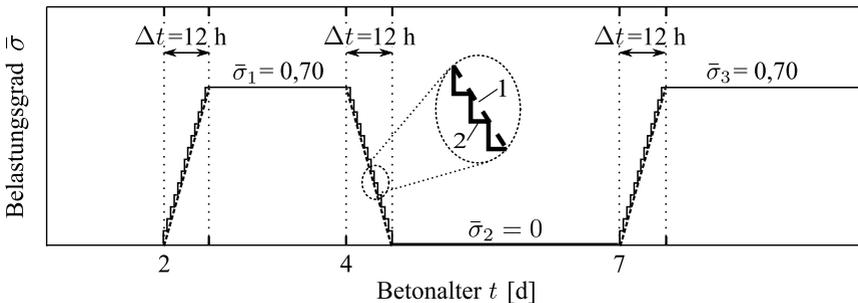


Abb. 4.8: Belastungsgeschichten für Kriechversuche mit langsamer Be- und Entlastung

## 4.7 Schwinden

Das Schwinden des Betons REF01 wurde begleitend zu den Kriechversuchen jeweils an derselben Betoniercharge untersucht. Die Messung der Dehnungen erfolgte in einem unbelasteten Probekörper in der TSTM, vgl. Abschn. 4.6.1. Die Aufzeichnung der Schwinddehnungen diente ausschließlich zur Abtrennung der lastabhängigen Dehnungen von der im Kriechversuch am belasteten Probekörper gemessenen Gesamtverformung. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Schwinddehnungen sich unter Last genauso wie im unbelasteten Zustand entwickeln. Dieses Vorgehen stellt für die Durchführung von Kriechversuchen eine gängige Annahme dar, vgl. bspw. [Rot98, Gut98, Atr03, And12]. Da alle Kriechversuche mit vollständiger Versiegelung der Probekörper gegen Austrocknung durchgeführt wurden, wurde das Schwinden ebenfalls ausschließlich an versiegelten Probekörpern untersucht.



## 5 Untersuchungsergebnisse und Modellbildung

Das im vorangegangenen Kapitel vorgestellte Versuchsprogramm bildet die Basis für die in diesem Kapitel beschriebene Modellierung und Analyse der Eigenschaften junger Betone.

In Abschn. 5.1 wird die Wärmefreisetzung der untersuchten Betone ausgewertet und diskutiert. Als Einflussfaktoren werden dabei insbesondere die Betonzusammensetzung und die Erhärtungstemperatur analysiert.

Auf die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften wird in Abschn. 5.2 eingegangen. Zunächst wird anhand der Ergebnisse eines Betons die Eignung existierender Modellfunktionen zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung diskutiert. Weiterhin wird der Einfluss der Betonzusammensetzung, der Erhärtungstemperatur und der Belastungsgeschichte auf die mechanischen Kurzzeiteigenschaften analysiert und teilweise modellhaft beschrieben.

Die Ergebnisse zum viskoelastischen Verhalten werden in Abschn. 5.3 vorgestellt und bilden die Grundlage zum Aufstellen und Überprüfen eines rheologischen Modells. Durch eine Kalibrierung des rheologischen Modells an den Ergebnissen der Kriechversuche mit konstanter Spannung werden die Modellparameter bestimmt. Um die Allgemeingültigkeit des Modells für beliebige Betone zu zeigen und die Bedeutung der Parameter weitergehend zu analysieren, wird das Modell zusätzlich an in der Literatur veröffentlichten Ergebnissen von Kriechversuchen kalibriert. Des Weiteren wird durch das Nachrechnen von Kriechversuchen mit variabler Spannung und einem Bauteilversuch unter zentrischem Zwang die Anwendbarkeit des Modells für zeitlich veränderliche Einwirkungen belegt.

### 5.1 Wärmefreisetzung

#### 5.1.1 Allgemeines

Die Höhe und der Verlauf der Wärmefreisetzung werden im Wesentlichen von der Zusammensetzung des Betons und den Temperatur- und Feuchterandbedingungen, unter denen die Reaktion abläuft, beeinflusst. Insbesondere die Art und Menge des Zementes und der Zusatzstoffe haben einen großen

Einfluss auf die Wärmefreisetzung. Zusätzlich beeinflussen Zusatzmittel vor allem in der frühen Phase den zeitlichen Verlauf der Wärmefreisetzung. Die zuvor genannten Punkte sollen in diesem Abschnitt an den untersuchten Betonen analysiert werden.

Die Wärmemenge  $Q_{\text{hyd}}$  wird aus der im adiabatischen Versuch gemessenen Temperaturerhöhung  $\Delta T_{ad}$  berechnet:

$$Q_{\text{hyd}} = c_B \cdot \rho_B \cdot \Delta T_{ad} \quad (5.1)$$

Die spezifische Wärmekapazität des Betons  $c_B$  wird als über die gesamte Erhärtungszeit konstant angenommen und kann aus den spezifischen Wärmekapazitäten der einzelnen Ausgangsstoffe und deren Gewichtung im Gesamtsystem berechnet werden, vgl. Abschn. 4.4. Für die Rohdichte des Betons  $\rho_B$  wird der jeweilige Wert aus dem Mischungsentwurf eingesetzt.

Die im adiabatischen Versuch gemessene reale Zeit  $t$  wird mit der Reife-funktion nach Gl. 2.12 in das wirksame Betonalter  $t_e$  umgerechnet, um für alle Betone die Wärmefreisetzung unter isothermen Bedingungen bei 20 °C vergleichen zu können. Für die Größe der Aktivierungsenergie  $E_A$  müssen bei den meisten Betonen Annahmen getroffen werden, weil keine experimentellen Ergebnisse vorliegen. Entsprechend der Zementart werden die Werte

$$E_{A,\text{CEM I}} = 33\,500 \text{ J/mol}$$

für alle Betone mit CEM I (unabhängig von der Art und Menge des Zusatzstoffs) und

$$E_{A,\text{CEM III}} = 50\,000 \text{ J/mol}$$

für alle Betone mit CEM III außer dem Beton REF01 gewählt. Für den Beton REF01 wird der aus der Wärmefreisetzung unter adiabatischen und teiladiabatischen Bedingungen bestimmte Wert

$$E_{A,\text{REF01}} = 46\,000 \text{ J/mol}$$

verwendet, vgl. Abschn. 5.1.3.

Die Reaktionsgeschwindigkeit der verschiedenen Betone kann anhand der Wärmefreisetzungsrates  $q_{\text{hyd}}$  beurteilt werden, die sich als Ableitung der Gesamtwärmemenge nach dem wirksamen Betonalter ergibt:

$$q_{\text{hyd}} = \frac{\partial Q_{\text{hyd}}}{\partial t_e} \quad (5.2)$$

Bei der direkten Berechnung von  $q_{\text{hyd}}$  aus Messwerten wird die Ableitung als Differenzenquotient angenähert, sodass sich für zwei aufeinanderfolgende Messpunkte  $i$  und  $i + 1$  der Ausdruck

$$q_{\text{hyd}}(t_{e,i+1}) = \frac{Q_{\text{hyd}}(t_{e,i+1}) - Q_{\text{hyd}}(t_{e,i})}{t_{e,i+1} - t_{e,i}} \quad (5.3)$$

ergibt.

Der Verlauf der Wärmefreisetzung wird häufig zur Beschreibung des Hydratationsgrads genutzt. Bei sehr zusatzstoffreichen Systemen ist die Bestimmung des Hydratationsgrads aus der Wärmefreisetzung jedoch nicht ausreichend genau möglich, da Zusatzstoffe und Zement deutlich unterschiedliche Anteile zur Gesamtwärmemenge beitragen, vgl. Abschn. 2.1.3. Auf eine Auswertung des Hydratationsgrads wird deshalb an dieser Stelle verzichtet, stattdessen wird die Gesamtwärmemenge und die Wärmefreisetzungsrates analysiert.

Zur Modellierung der Wärmefreisetzung dienen meist Exponentialfunktionen, die einen s-förmigen Verlauf aufweisen. Diese Funktionen sind jedoch nur für Betone, die ausschließlich mit Portlandzement hergestellt wurden, zutreffend. Bei der Verwendung anderer Zementarten oder Zusatzstoffe entstehen durch die zeitversetzten Reaktionen der Zementhauptbestandteile und Zusatzstoffe Unstetigkeiten im Verlauf der Wärmefreisetzung, die mit den Funktionen nicht abgebildet werden können. Eine korrekte Beschreibung der auftretenden Knicke und „Buckel“ ist nur durch eine abschnittsweise Beschreibung der Wärmeentwicklung möglich. Wird eine kontinuierliche Beschreibung der Wärmefreisetzung bspw. zur Simulation der Temperaturentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen benötigt, ist es zweckmäßiger, direkt die gemessenen Datenreihen in die Berechnung zu implementieren. Aus diesen Gründen wird auf die Anpassung von Modellfunktionen an die gemessenen Wärmefreisetzungskurven verzichtet.

### 5.1.2 Einfluss der Betonzusammensetzung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Wärmefreisetzung von insgesamt 23 Betonen untersucht. Ein Großteil der Betone enthält große Mengen latent hydraulischer, puzzolanischer oder inerte Zusatzstoffe, sodass aus dem Vergleich der Wärmefreisetzung Rückschlüsse auf die Beeinflussung der Hydratation durch verschiedene Zusatzstoffe gezogen werden können. Da für die meisten Betone nur eine einzelne Messung vorliegt, sind die Daten nicht zur quantitativen Beschreibung der Einflüsse geeignet, können aber bestimmte Tendenzen aufzeigen. Zusätzlich ist zu beachten, dass auch die qualitativen

Zusammenhänge jeweils nur für die untersuchten Chargen der Ausgangsstoffe gelten. Bei Verwendung von Zementen und Zusatzstoffen mit gleicher Bezeichnung aber anderer Herkunft können sich andere Zusammenhänge ergeben.

Die Gesamtwärmefreisetzung der Betone bezogen auf ein Volumen von  $1 \text{ m}^3$  ist in Abb. 5.1 dargestellt. Die Reaktionsgeschwindigkeit der verschiedenen Betone kann anhand der in Abb. 5.2 dargestellten Wärmefreisetzungsrates beurteilt werden.

Für die mit gewöhnlichen Zement- und Zusatzstoffgehalten hergestellten Referenzbetone PC1 bis PC4 und REF01 zeigen sich im Wesentlichen Zusammenhänge, die sich durch die eingesetzten Zementarten und -mengen erklären lassen. Der mit CEM I 52,5 R hergestellte Beton PC4 zeigt aufgrund des höchsten Klinkergehalts die höchste Gesamtwärmefreisetzung und die höchste Wärmefreisetzungsrates. Die restlichen Referenzbetone wurden mit Hochofenzement hergestellt und zeigen daher alle eine deutlich geringere Gesamtwärmefreisetzung. Die geringste Wärmefreisetzung zeigt der Beton PC2b, da hier ein Zement mit besonders hohem Hüttensandgehalt und gleichzeitig der geringste Zementgehalt zum Einsatz kam. Bei der Wärmefreisetzungsrates ist bei allen mit Hochofenzement hergestellten Betonen die für diese Zemente typische „Schulter“ im Verlauf zu erkennen, die aus der im Vergleich zum Klinker verspätet einsetzenden Reaktion des Hüttensandes resultiert, vgl. [Röh09].

Die Höhe der Wärmefreisetzung der zusatzstoffreichen Betone wird vor allem durch das Volumenverhältnis von Zement und Zusatzstoff beeinflusst. Die Betone, deren Bindemittelgemische höhere Zementanteile aufweisen (40-60 bzw. 50-50), zeigen eine deutlich größere Gesamtwärmefreisetzung verglichen mit den Bindemittelgemischen mit einem geringen Zementanteil (20-80), weil der Zement deutlich stärker zur Wärmefreisetzung beiträgt als sämtliche hier untersuchte Zusatzstoffe. Der Vergleich aller Betone mit gleichen Verhältnissen von Zement zu Zusatzstoff macht deutlich, dass die mit Hüttensand und Flugasche hergestellten Betone insgesamt etwas mehr Wärme freisetzen als die restlichen zusatzstoffreichen Betone. Da die Zement- und Zusatzstoffgehalte bei allen 20-80 bzw. 40-60-Betonen ähnlich sind, kann daraus abgeleitet werden, dass Hüttensand und Flugasche eine größere Wärmefreisetzung zeigen als die restlichen Zusatzstoffe. Beim inerten Kalksteinmehl kann davon ausgegangen werden, dass es selbst nicht zur Wärmefreisetzung beiträgt. Im Vergleich zu den phonolith- und trassmehlreichen Betonen kann dadurch festgestellt werden, dass der Beitrag von Phonolith- und Trassmehl zur Gesamtwärmefreisetzung extrem klein ist. Die Höhe der Wärmefreisetzung liegt insgesamt bei den 20-80-Betonen im gleichen Bereich wie bei den mit

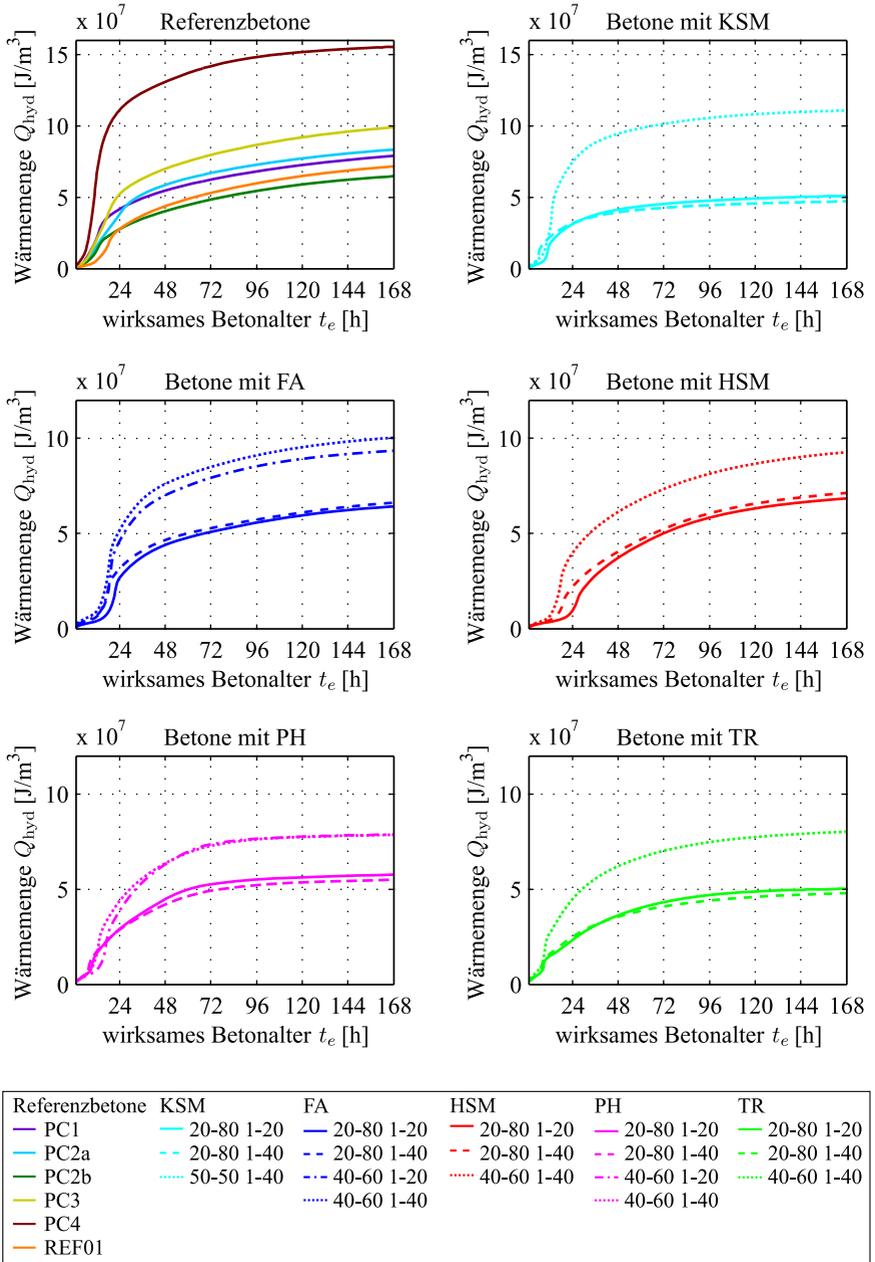


Abb. 5.1: Wärmefreisetzung der untersuchten Betone

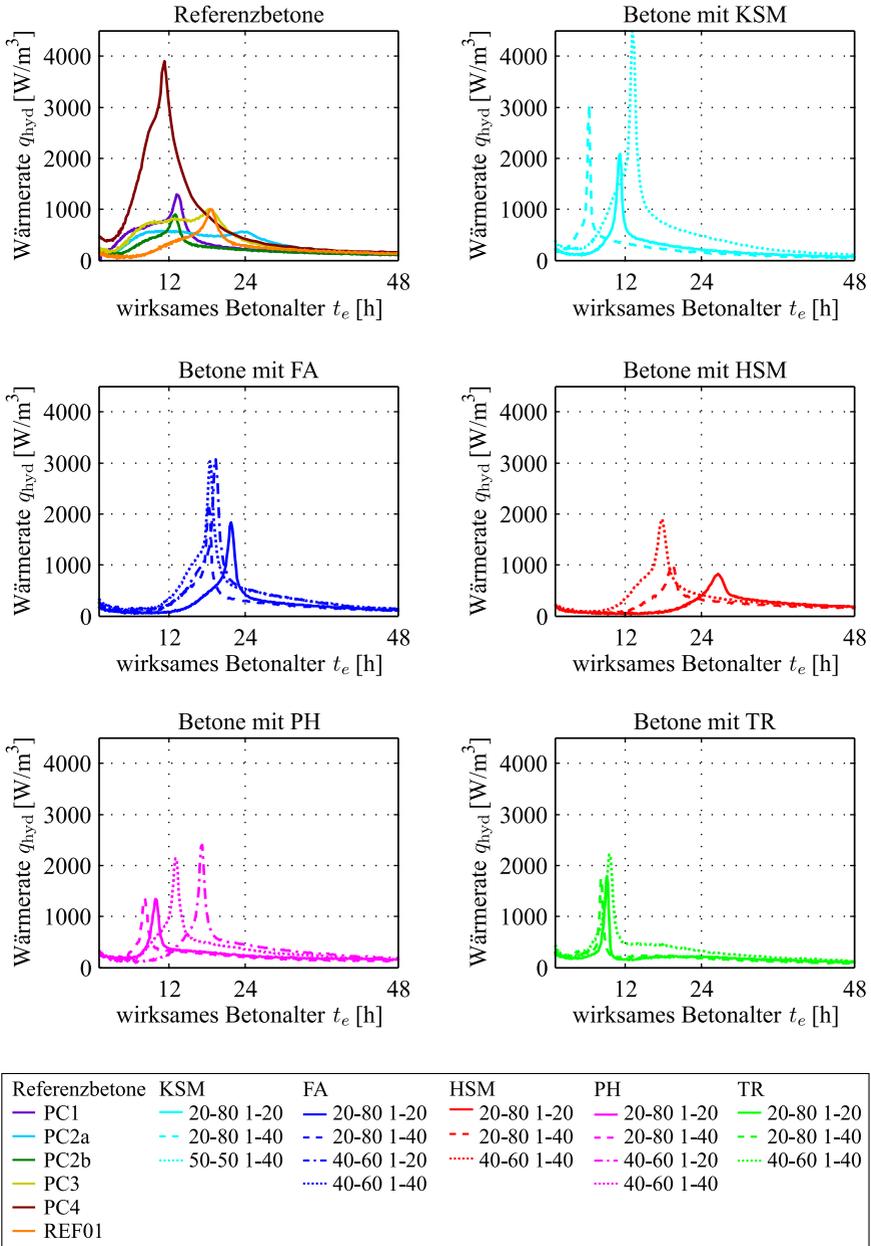


Abb. 5.2: Wärmefreisetzungsrates der untersuchten Betone

Hochofenzement hergestellten Referenzbetonen. Die 40-60-Betone zeigen eine höhere Wärmefreisetzung, die aber noch deutlich unter der des Referenzbetons PC4 liegt.

Der zeitliche Verlauf der Wärmefreisetzung wird bei den zusatzstoffreichen Betonen sowohl durch die Art des Zusatzstoffs als auch durch die Dosierung des Fließmittels beeinflusst.

Der Einfluss der Fließmitteldosierung zeigt sich besonders deutlich bei den mit Hüttensandmehl, Kalksteinmehl und Phonolithmehl hergestellten Betonen. Die maximale Wärmefreisetzungsrage tritt bei einem Masseverhältnis von Fließmittel zu Wasser  $F:W=1:40$  deutlich früher auf als bei  $F:W=1:20$ , sodass hierdurch die verzögernde Wirkung des Fließmittels bestätigt werden kann (vgl. Abschn. 2.1.2).

Bei den mit Kalksteinmehl hergestellten Betonen tritt der Peak in der Wärmefreisetzungsrage am frühesten und mit der stärksten Intensität auf. Bei den sehr kalksteinmehreichen Betonen (20-80) tritt der Peak sogar eher auf als bei dem mit einem hohen Gehalt an CEM I 52,5 R hergestellten Beton PC4, was den u.a. von KRAUSS [Kra13] festgestellten hydrationsbeschleunigenden Effekt von Kalksteinmehlen bestätigt. Der beschleunigende Effekt wird durch die beim Zusatz sehr feiner Partikel erhöhte spezifische Oberfläche für die heterogene Keimbildung erklärt. Die Keimbildungsfunktion wird wesentlich von der Oberflächenladung und der Größe der Partikel beeinflusst [Kra13]. Auch bei den Betonen mit 80 Vol.-% Phonolithmehl im Bindemittel und bei allen Betonen mit Trassmehl tritt der Peak der Wärmerate früher auf als beim Beton PC4, jedoch mit geringerer Intensität, sodass vermutet werden kann, dass auch Phonolith- und Trassmehl die Keimbildung begünstigen, jedoch in einem geringeren Umfang als Kalksteinmehl.

Bei den Betonen mit Flugasche und Hüttensandmehl zeigt sich dagegen eine verlangsamte Kinetik, insbesondere ist eine Verlängerung der Ruheperiode zu Beginn der Hydratation im Vergleich zu den sonstigen Zusatzstoffen zu erkennen. Für Hüttensandmehl wird dieses Verhalten in der Literatur bestätigt [Die59, Wes93]. Im Vergleich zu den mit Hochofenzementen hergestellten Referenzbetonen ist die Wärmefreisetzung beim Einsatz von Hüttensandmehl als Zusatzstoff ähnlich, die Ruheperiode ist allerdings länger und die „Schulter“ in der Wärmerate weniger ausgeprägt. Erklärt werden können diese Unterschiede durch den im Hochofenzement besser abgestimmten Sulfatträger, der dem Zement als Erstarrungsregler zugegeben wird und die Hydratation in den ersten Stunden stark beeinflusst, vgl. Abschn. 2.1.1. Für den Einfluss von Flugasche auf die Kinetik existieren in der Literatur unterschiedliche Angaben. Überwiegend wird die hier beobachtete Verlängerung der Ruheperiode bestätigt [Sch03, Fri05, Dit14], in anderen Untersuchungen zeigt sich aber

auch ein beschleunigender Effekt, der ebenfalls mit einer Keimbildungsfunktion und teilweise mit der Erhöhung des Wasserzementwerts bei konstantem Wasserbindemittelwert erklärt wird [Röh12]. Die genauen Zusammenhänge sind stark von der Zugabemenge und der chemischen Zusammensetzung der Flugasche sowie vom verwendeten Zement abhängig.

### 5.1.3 Einfluss der Temperatur

Der Einfluss der Temperatur auf die Hydratationswärmefreisetzung kann durch den Vergleich von Messungen unter adiabatischen und teiladiabatischen Bedingungen analysiert werden. In Abb. 5.3 ist links die Temperaturentwicklung des Betons REF01 unter adiabatischen und teiladiabatischen Bedingungen dargestellt. Die abgebildeten Verläufe sind Mittelwerte aus jeweils zwei Versuchen mit Beton aus derselben Betoniercharge. Aufgrund der höheren Temperaturen wird die Hydratationswärme unter adiabatischen Bedingungen schneller freigesetzt als unter teiladiabatischen Bedingungen. Zur rechnerischen Beschreibung des Temperatureinflusses auf die Reaktionsgeschwindigkeit soll die Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. [Fre77] genutzt werden, vgl. Abschn. 2.1.5. Der dafür notwendige Wert der Aktivierungsenergie  $E_A$  kann durch einen Vergleich der adiabatischen und teiladiabatischen Versuche bestimmt werden. Die Basis für die Bestimmung von  $E_A$  bildet der Zusammenhang, dass sich nach Transformation der Zeitachse auf das wirksame Betonalter für beide Temperaturgeschichten dieselbe Hydratationswärmefreisetzung ergeben muss, da mit dem wirksamen Betonalter eine Erhärtung unter isothermen Bedingungen bei 20 °C beschrieben wird. Das wirksame Betonalter  $t_e$  zu einem Zeitpunkt  $t$  bei der zugehörigen Temperaturgeschichte  $T(\tau)$  ergibt sich zu

$$t_e = \int_0^t \exp\left(\frac{E_A}{R} \cdot \left(\frac{1}{293 \text{ K}} - \frac{1}{273 \text{ K} + T(\tau)}\right)\right) d\tau. \quad (5.4)$$

In einem ersten Schritt wird für  $E_A$  ein geschätzter Wert verwendet und die Abweichung zwischen der im adiabatischen und teiladiabatischen Versuch gemessenen Wärmefreisetzung in Form der Fehlerquadratsumme berechnet. Anschließend wird  $E_A$  mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus so lange variiert, bis die minimale Fehlerquadratsumme und somit der optimale Wert gefunden ist. Die Auswertung der Abweichung erfolgt in Abständen von  $\Delta t_e = 600 \text{ s}$  bis zu einem maximalen wirksamen Betonalter von  $t_{e,\text{max}} = 168 \text{ h}$ . Für höhere wirksame Betonalter ist die Auswertung der teiladiabatischen Versuche zu unsicher, da die nur noch sehr schwache Wärmefreisetzung aus

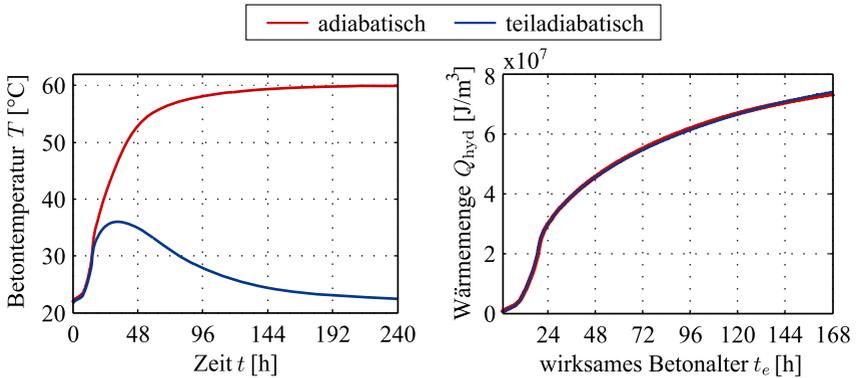


Abb. 5.3: Temperaturentwicklung (links) und zugehörige Hydratationswärme-freisetzung (rechts) unter adiabatischen und teiladiabatischen Bedingungen (Beton REF01)

den geringen Temperaturdifferenzen zwischen Beton und Umgebung nicht genau genug berechnet werden kann.

Nach dem beschriebenen Vorgehen ergibt sich für die Aktivierungsenergie des Betons REF01 der Wert

$$E_{A,\text{REF01}} = 46\,000 \text{ J/mol.}$$

Die sich damit ergebende Hydratationswärme-freisetzung in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters ist in Abb. 5.3 rechts dargestellt. Die nahezu ideale Übereinstimmung der Ergebnisse aus den adiabatischen und teiladiabatischen Versuchen belegt, dass die verwendete Reifefunktion den Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit korrekt abbildet.

## 5.2 Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften

### 5.2.1 Allgemeines

Zur modellhaften Beschreibung der Festigkeitsentwicklung existieren zwei grundsätzlich unterschiedliche Ansätze, deren Grundlagen in den Abschnitten 2.2.3 und 2.2.4 erläutert wurden. Bei der Beschreibung der Festigkeitsentwicklung als Funktion der Zeit bzw. des wirksamen Betonalters ergeben sich typischerweise s-förmige Verläufe, die mit Exponentialfunktionen gut

beschrieben werden können. Die Darstellung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften in Abhängigkeit des Hydratationsgrads benötigt zwar nur wenige Funktionsparameter, die zuverlässige Bestimmung des Hydratationsgrads ist allerdings für Betone mit Kompositzementen oder hohen Zusatzstoffgehalten schwierig. Weiterhin ist die Festigkeitsentwicklung für Betone, die eine hohe Nacherhärtung besitzen, mit hydratationsgradabhängigen Modellen nicht korrekt abbildbar. Aufgrund dieser Nachteile werden in der vorliegenden Arbeit ausschließlich Modellfunktionen verwendet, die die Entwicklung der Betoneigenschaften als Funktion des wirksamen Betonalters beschreiben.

### 5.2.2 Druckfestigkeit

#### 5.2.2.1 Eignung der Modellfunktionen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Druckfestigkeitsentwicklung von insgesamt 23 Betonen untersucht. Da für den Beton REF01 mit Abstand die meisten Messdaten vorliegen, soll anhand dieser zunächst die grundsätzliche Eignung der Modellfunktionen diskutiert werden. Als erste Modellfunktion wird die in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Entwicklungsfunktion I (EW1) untersucht. Danach ergibt sich die Druckfestigkeit zu

$$f_{cc,EW1}(t_e) = f_{cc,\infty} \cdot \exp \left[ a \cdot \left( \frac{t_e}{t_k} \right)^b \right]. \quad (5.5)$$

Die Formparameter  $f_{cc,\infty}$ ,  $a$  und  $b$  werden durch Anpassung an die Messdaten mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Der Parameter  $t_k$  bewirkt, dass der Exponent einheitenlos wird und wird für alle vorliegenden Anwendungen der Funktion zu  $t_k = 1$  d gesetzt.

Als weitere Modellfunktion kommt die Entwicklungsfunktion nach Model Code 2010 (MC) [MC10] zum Einsatz. Die Druckfestigkeit ist damit definiert als

$$f_{cc,MC}(t_e) = f_{cc,28d} \cdot \exp \left[ s \cdot \left( 1 - \left( \frac{28 \text{ d}}{t_e} \right)^{0,5} \right) \right]. \quad (5.6)$$

Der Parameter  $f_{cc,28d}$  stellt die Druckfestigkeit im Alter von 28 d dar, so dass hierfür direkt der Mittelwert aller Messwerte mit Prüfalter 28 d gesetzt werden kann. Der Parameter  $s$  beeinflusst die Geschwindigkeit der Festigkeitsentwicklung und kann gemäß Model Code 2010 [MC10] in Abhängigkeit der Zementfestigkeitsklasse gewählt werden, vgl. Tab. 2.3. Für den Beton REF01

ergibt sich demnach  $s = 0,38$ . Alle notwendigen Parameter der Funktion stehen somit ohne Regressionsanalyse zur Verfügung, was die Anwendung sehr einfach macht. Zemente derselben Festigkeitsklasse können sich allerdings im Erhärtungsverhalten deutlich unterscheiden, sodass die Wahl des Parameters  $s$  als relativ grob angesehen werden kann. Eine verbesserte Beschreibung wird möglich, wenn für den Parameter  $s$  eine Anpassung mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt wird. Diese Abwandlung der Modellfunktion wird im Folgenden als „MC-mod“ bezeichnet.

Die Verläufe der Funktionen sind in Abb. 5.4 den gemessenen Druckfestigkeiten gegenübergestellt. Die entsprechenden Funktionsparameter sind in Tab. 5.1 zusammengestellt. Zusätzlich ist jeweils die Fehlerquadratsumme (FQS) aufgelistet, über deren Wert sich beurteilen lässt, wie gut der Funktionsverlauf mit den Messwerten übereinstimmt. Wie erwartet ergibt sich die beste Übereinstimmung zwischen Funktion und Messwerten beim Modell EW1. Die schlechteste Übereinstimmung ergibt sich beim Modell MC, was im Hinblick auf die Tatsache, dass die Parameter dieser Funktion nicht durch Regression bestimmt wurden, ebenfalls zu erwarten war. Die größten Unterschiede zwischen Modell und Messwerten existieren im jungen Betonalter bis etwa 7 d, die mit dem Modell vorhergesagte Druckfestigkeit liegt über den Messwerten. Die Nacherhärtung, d. h. der Festigkeitszuwachs für Betonalter größer als 28 d, wird mit dem Modell ebenfalls überschätzt. Die Modifikation des Modells MC durch eine Optimierung des Parameters  $s$  ergibt eine verbesserte Beschreibung, die allerdings nicht die Qualität des Modells EW1 erreicht. Im Bereich von 2 d bis 28 d ist die Beschreibung mit den Modellen EW1 und MC-mod etwa gleichwertig, die Nacherhärtung wird aber mit dem Modell MC-mod noch deutlicher überschätzt als mit dem Modell MC.

Tab. 5.1: Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit des Betons REF01

Modell	Parameter		FQS
EW1	$f_{cc,\infty}$	71,96 N/mm <sup>2</sup>	3457 (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
	$a$	-2,632	
	$b$	-0,711	
MC	$f_{cc,28d}$	57,78 N/mm <sup>2</sup>	6694 (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
	$s$	0,38	
MC-mod	$f_{cc,28d}$	57,78 N/mm <sup>2</sup>	4434 (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
	$s$	0,467	

Prinzipiell können die beiden Modelle EW1 und MC-mod als geeignet für die praktische Anwendung angesehen werden. Der wesentliche Vorteil des Mo-

dells EW1 ist die akkurate Beschreibung der Festigkeitsentwicklung über den gesamten Zeitbereich. Nachteilig ist, dass die Parameter  $a$  und  $b$  keine physikalisch interpretierbaren Größen darstellen und kaum Erfahrungswerte für typische Betonrezepturen vorliegen. Beim Modell MC-mod lässt sich dagegen der Einfluss des einzigen Formparameters  $s$  gut interpretieren und es liegen Erfahrungswerte in Abhängigkeit der Zementfestigkeitsklasse vor. Generell gilt, dass eine umso langsamere Festigkeitsentwicklung beschrieben wird, je größer der Wert von  $s$  ist. Die gute Interpretierbarkeit des Modells geht allerdings einher mit einer schlechteren Beschreibung der Festigkeitsentwicklung für sehr niedrige und sehr hohe Betonalter.

### 5.2.2.2 Einfluss der Betonzusammensetzung

Zur Beschreibung des Einflusses der Betonzusammensetzung auf die Festigkeitsentwicklung werden die Druckfestigkeiten der 23 untersuchten Betone analysiert. Für die modellhafte Beschreibung kommt die Modellfunktion MC-mod zum Einsatz, da sich durch den Vergleich des Parameters  $s$  sehr einfach Aussagen über die Geschwindigkeit der Festigkeitsentwicklung treffen lassen. Die Zusammensetzungen der Referenzbetone PC1 bis PC4 erfüllen die Anforderungen der aktuellen Norm DIN EN 206 [N4] und wurden als Beispielrezepturen für bestimmte Anwendungsgebiete gewählt, vgl. Tab. 4.3. Bei der Analyse der Festigkeitsentwicklung stellen die Festigkeiten der Referenzbetone Vergleichswerte dar, aus denen Anwendungsgebiete und -grenzen für die zusatzstoffreichen Betone abgeleitet werden können. Da sich bei der Anpas-

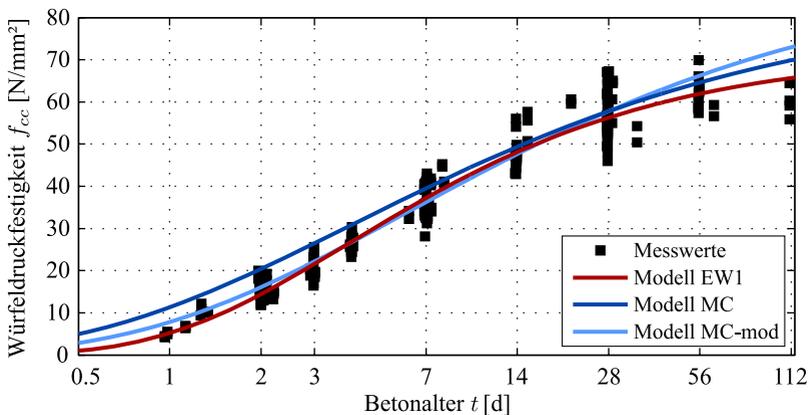


Abb. 5.4: Zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit des Betons REF01

sung der Modellfunktion MC-mod an die Druckfestigkeitsentwicklung für alle untersuchten Betone ähnliche Fehlerquadratsummen ergeben, kann davon ausgegangen werden, dass die Modellfunktion auch für die Beschreibung der Festigkeitsentwicklung der zusatzstoffreichen Betone, deren Zusammensetzung nicht den Vorgaben der aktuellen Norm entspricht, geeignet ist.

Die Art und Menge der eingesetzten Bindemittelgemische beeinflusst in Kombination mit dem Wasserbindemittelwert sowohl den absoluten Wert der erreichbaren Festigkeit als auch deren zeitliche Entwicklung. Ein Vergleich der absoluten Festigkeiten ist anhand der in Tab. 5.2 zusammengestellten mittleren Druckfestigkeiten im Alter von 28 d möglich. Die höchsten Festigkeiten werden beim Einsatz von Hüttensandmehl als Zusatzstoff erreicht. Die latent hydraulische Reaktion des Hüttensands, bei der ähnliche festigkeitsbildende Phasen wie beim Portlandzementklinker entstehen, und ein im Verhältnis zu den anderen Betonen kleiner Wasserbindemittelwert (vgl. Tab. 4.2) führen zu einem festen, porenarmen Gefüge. Dadurch können selbst bei einem Einsatz von 80 Vol.-% Hüttensandmehl im Bindemittel hochfeste Betone ( $f_{ck}(28\text{ d}) \geq 67\text{ N/mm}^2$ ) hergestellt werden. Festigkeiten im hochfesten Bereich können ebenfalls beim Einsatz von 60 Vol.-% Steinkohlenflugasche oder Phonolithmehl erreicht werden. Neben der puzzolanischen Reaktion der Zusatzstoffe ist offensichtlich auch bei diesen Betonen ein im Vergleich geringer Wasserbindemittelwert für die hohe Festigkeit verantwortlich. Die geringsten Festigkeiten zeigen die mit Trassmehl als Zusatzstoff hergestellten Betone. Diese Betone weisen gleichzeitig die höchsten Wasserbindemittelwerte auf, sodass die geringen Festigkeiten durch eine erhöhte Porosität erklärbar

Tab. 5.2: Parameter zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklung der untersuchten Betone

Rezeptur	$f_{cc,28d,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$s$ [-]	Rezeptur	$f_{cc,28d,m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$s$ [-]
PC1	47,3	0,39	FA 20-80 1-20	63,8	0,30
PC2a	49,2	0,42	FA 20-80 1-40	56,3	0,30
PC2b	44,7	0,52	FA 40-60 1-20	76,8	0,21
PC3	72,8	0,30	FA 40-60 1-40	61,1	0,21
PC4	78,0	0,13	PH 20-80 1-20	58,9	0,34
HSM 20-80 1-20	75,8	0,35	PH 20-80 1-40	41,8	0,41
HSM 20-80 1-40	78,9	0,33	PH 40-60 1-20	77,7	0,26
HSM 40-60 1-40	86,3	0,28	PH 40-60 1-40	56,4	0,31
KSM 20-80 1-20	47,6	0,22	TR 20-80 1-20	38,1	0,42
KSM 20-80 1-40	36,2	0,21	TR 20-80 1-40	20,9	0,42
KSM 50-50 1-40	64,2	0,15	TR 40-60 1-40	45,9	0,29

sind. Insgesamt können mit den zusatzstoffreichen Betonen praxistaugliche Festigkeiten bei sehr geringen Zementgehalten erreicht werden. Die Ergebnisse lassen darauf schließen, dass der Wasserbindemittelwert bei allen Betonen die wichtigste Einflussgröße für die erreichbare Festigkeit darstellt.

Die zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit kann anhand der in Tab. 5.2 zusammengestellten Werte des Parameters  $s$  beurteilt werden. Der Parameter  $s$  beeinflusst die Steigung der Modellfunktion MC-mod, es ergibt sich eine umso schnellere Festigkeitsentwicklung, je kleiner der Wert von  $s$  ist. Die sich über alle Betone ergebende Bandbreite der Festigkeitsentwicklung wird aus der Darstellung in Abb. 5.5 deutlich. Dargestellt sind jeweils die Referenzbetone und die zusatzstoffreichen Betone mit der schnellsten und langsamsten Festigkeitsentwicklung. Eine Darstellung der Festigkeitsentwicklung aller untersuchten Betone ist in Anhang C zu finden. Die Festigkeitsentwicklung wird in Abb. 5.5 bezogen auf die Festigkeit im Alter von 28 d dargestellt, um einen Vergleich der Verläufe bei unterschiedlichen absoluten Festigkeiten zu ermöglichen.

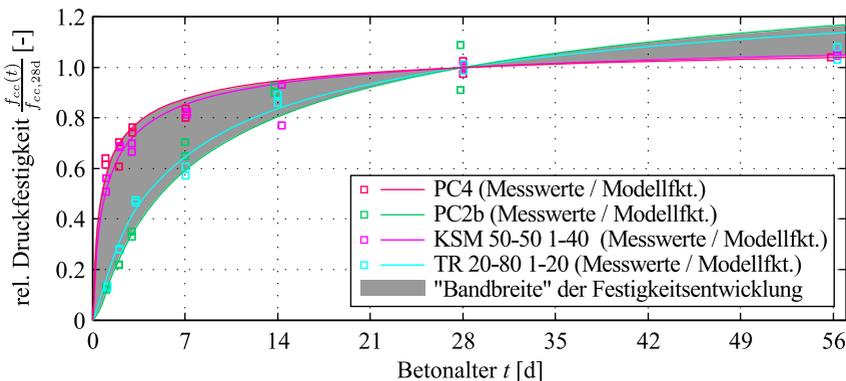


Abb. 5.5: Relative Festigkeitsentwicklung der untersuchten Betone

Die schnellste relative Festigkeitsentwicklung ergibt sich für den Referenzbeton PC4, was mit der vorgesehenen Anwendung als Beton für Fertigteile korreliert. Die langsamste relative Festigkeitsentwicklung weist der Referenzbeton PC2b auf, was aufgrund des gewählten Anwendungsgebiets für massive Bauteile ebenfalls zu erwarten war. Die zusatzstoffreichen Betone ordnen sich im Hinblick auf die Geschwindigkeit der Festigkeitsentwicklung zwischen den Referenzbetonen PC4 und PC2b ein. Die Festigkeitsentwicklung aller zusatzstoffreichen Betone liegt somit im Bereich von Normalbeton.

Die schnellste Festigkeitsentwicklung kann beim Einsatz von 50 Vol.-% Kalk-

steinmehl im Bindemittel erzielt werden. Diese Beobachtung korreliert gut mit der bei der Hydratationswärmefreisetzung festgestellten beschleunigenden Wirkung des Kalksteinmehls. Zusätzlich weist dieser Beton den höchsten Zementgehalt von allen zusatzstoffreichen Betonen auf. Auch mit 80 Vol.-% Kalksteinmehl oder 60 Vol.-% Steinkohlenflugasche lässt sich eine schnelle Festigkeitsentwicklung erreichen. Bei den Betonen mit Flugasche korreliert diese Beobachtung nicht gänzlich mit der Hydratationswärmefreisetzung, da dort eine verlängerte Ruheperiode festgestellt wurde. Der Peak der Wärmefreisetzungsrates tritt allerdings noch vor dem ersten Prüfzeitpunkt der Druckfestigkeit auf, sodass die verlängerte Ruheperiode offensichtlich durch die danach mit hoher Intensität eintretende Reaktion ausgeglichen wird.

Die langsamste Festigkeitsentwicklung unter den zusatzstoffreichen Betonen zeigt sich beim Einsatz von 80 Vol.-% Trassmehl im Bindemittel. Im Zusammenhang mit den geringen absoluten Festigkeiten dieser Betone könnte dies ein Indiz für eine geringere Reaktivität des Trassmehls verglichen mit den anderen puzzolanischen Zusatzstoffen sein, wobei gleichzeitig der Einfluss des Wasserbindemittelwerts zu beachten ist.

Für eine weitergehende Analyse der Wirkung einzelner Zusatzstoffe auf die Druckfestigkeit und deren zeitliche Entwicklung sind die verfügbaren Daten nicht ausreichend, hierzu wären weitere Versuche mit einer systematischen Variation der Rezepturen nötig.

### 5.2.3 Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit entwickelt sich während der Hydratation schneller als die Druckfestigkeit, vgl. Abschnitt 2.2.3. Diesen Zusammenhang bestätigen die in Abb. 5.6 dargestellten Messwerte der Zugfestigkeit des Betons REF01. Weiterhin fällt beim Vergleich der Messwerte für Zug- und Druckfestigkeit die größere Streuung der Zugfestigkeit auf. Auf die Streuung der Werkstoffeigenschaften wird im Abschnitt 5.2.7 noch ausführlicher eingegangen.

Zur Modellierung der zeitlichen Entwicklung der Zugfestigkeit wird das Modell EW1 in zwei unterschiedlichen Varianten verwendet. Nach dem Modell EW1 wird der zeitliche Verlauf der Zugfestigkeit definiert als

$$f_{ct,EW1}(t_e) = f_{ct,\infty} \cdot \exp \left[ \frac{2}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{t_e}{t_k} \right)^b \right]. \quad (5.7)$$

Für Variante A wird der Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Druckfestigkeit genutzt und der zeitliche Verlauf der Funktion aus dem für die

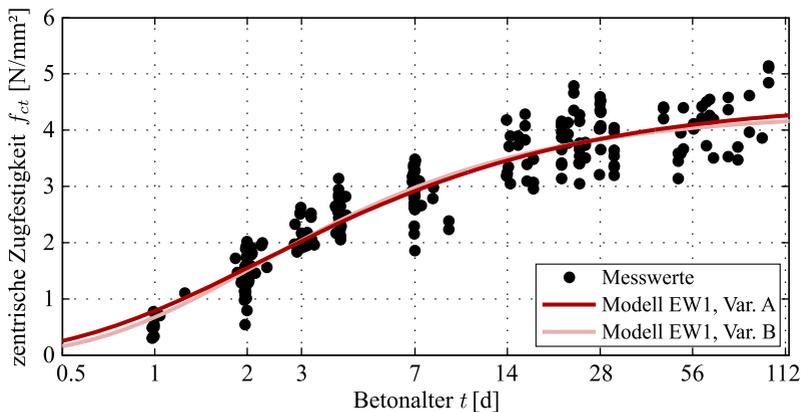


Abb. 5.6: Zeitliche Entwicklung der Zugfestigkeit des Betons REF01

Druckfestigkeit bereits vorliegenden Zeitverlauf abgeleitet, d. h. die Funktionsparameter  $a$  und  $b$  werden von der Druckfestigkeit übernommen. Der einzige durch Regression zu bestimmende Funktionsparameter ist dann der theoretische Endwert der Zugfestigkeit  $f_{ct,\infty}$ . Für Variante B werden alle drei Funktionsparameter neu durch Regression bestimmt. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Tab. 5.3 und Abb. 5.6 dargestellt. Der Vergleich der Parameter  $a$  und  $b$  sowie der Fehlerquadratsumme für die Varianten A und B zeigt, dass beide Varianten zu sehr ähnlichen Ergebnissen führen. Dadurch wird bestätigt, dass die zeitliche Entwicklung der Zugfestigkeit mit sehr guter Genauigkeit aus der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit abgeleitet werden kann. Für die Anwendung des Modells bedeutet dies einerseits eine Vereinfachung der Anpassung und außerdem eine mögliche Reduzierung des Versuchsumfangs. Wenn die zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit mit dem Modell gut abgebildet wird, genügt es, die Zugfestigkeit nur zu wenigen Prüfzeitpunkten experimentell zu bestimmen, da die zeitliche Entwicklung bereits aus der Druckfestigkeit gut vorhergesagt werden kann.

## 5.2.4 Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul entwickelt sich schneller als die Druck- und Zugfestigkeit im Verlauf der Hydratation, was in Abb. 5.7 für den Beton REF01 bestätigt wird.

Zur Modellierung der zeitlichen Entwicklung des Elastizitätsmoduls wird, wie bereits für die Zugfestigkeit, das Modell EW1 in zwei unterschiedlichen

Tab. 5.3: Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Zugfestigkeit

Modell	Parameter		FQS
EW1, Var. A	$f_{ct,\infty}$	4,53 N/mm <sup>2</sup>	35,37 (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
	$a$	-2,632	
	$b$	-0,711	
EW1, Var. B	$f_{ct,\infty}$	4,31 N/mm <sup>2</sup>	34,78 (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
	$a$	-2,795	
	$b$	-0,831	

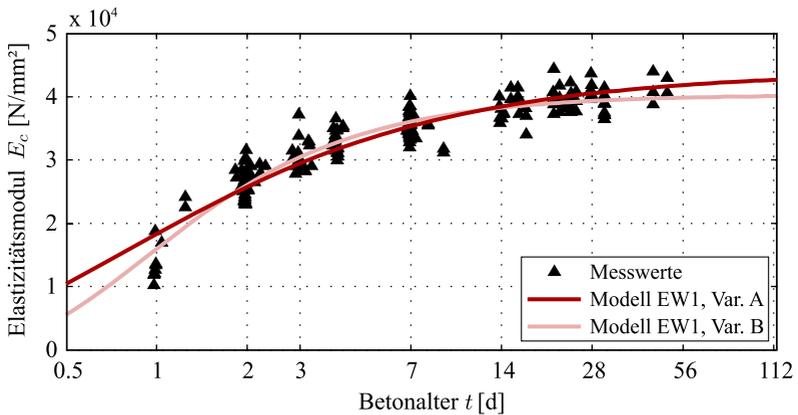


Abb. 5.7: Zeitliche Entwicklung des Elastizitätsmoduls des Betons REF01

Varianten verwendet. Die zeitliche Entwicklung des Elastizitätsmoduls ist nach dem Modell EW1 definiert als

$$E_{c,EW1}(t_e) = E_{c,\infty} \cdot \exp \left[ \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{t_e}{t_k} \right)^b \right]. \quad (5.8)$$

Die Funktionsparameter und der Vergleich der Fehlerquadratsummen können Tab 5.4 entnommen werden. Für Variante A wurden erneut die Parameter  $a$  und  $b$  von der Beschreibung der Druckfestigkeit übernommen, für Variante B wurden alle Parameter neu bestimmt. Der Vergleich der Fehlerquadratsummen macht deutlich, dass mit beiden Varianten eine gute Beschreibung des Zeitverlaufs möglich ist. Beim Vergleich der Parameter und der grafischen Darstellung der Funktionen (Abb. 5.7) fällt auf, dass mit Variante B ein

Tab. 5.4: Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung des Elastizitätsmoduls

Modell	Parameter		FQS
EW1, Var. A	$E_{c,\infty}$	44 303 N/mm <sup>2</sup>	$1,11 \cdot 10^9 \text{ (N/mm}^2\text{)}^2$
	$a$	-2,632	
	$b$	-0,711	
EW1, Var. B	$E_{c,\infty}$	40 618 N/mm <sup>2</sup>	$9,39 \cdot 10^8 \text{ (N/mm}^2\text{)}^2$
	$a$	-2,790	
	$b$	-1,089	

deutlich geringerer Zuwachs des Elastizitätsmoduls für hohe Betonalter und ein kleinerer Endwert vorausgesagt wird als mit Variante A. Dies kann erklärt werden durch das Fehlen von Messwerten für Betonalter größer als 56 d. Wie bereits bei der Zugfestigkeit zeigt sich, dass die zeitliche Entwicklung des Elastizitätsmoduls ebenfalls mit guter Genauigkeit aus der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit abgeleitet werden kann. Das Modell EW1 bildet damit eine effiziente Möglichkeit, die zeitliche Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften gekoppelt zu beschreiben. Insgesamt werden dafür fünf Funktionsparameter benötigt: Die jeweiligen Endwerte der Eigenschaften  $f_{cc,\infty}$ ,  $f_{ct,\infty}$  und  $E_{c,\infty}$  sowie die den Zeitverlauf definierenden Parameter  $a$  und  $b$ .

### 5.2.5 Einfluss der Temperatur auf die Festigkeitsentwicklung

Zur Untersuchung des Einflusses der Temperatur auf die Festigkeitsentwicklung des Betons REF01 wurden die Proben vor der Bestimmung der Druckfestigkeit bei unterschiedlichen Temperaturen gelagert. Neben der Normlagerung bei 20 °C wurden drei weitere Temperaturschichten untersucht. Bei der Temperaturschicht A (TG A) wurden die Probekörper direkt nach dem Herstellen bis zur Prüfung in einem Klimaschrank bei 35 °C gelagert. Bei TG B erfolgte die Lagerung direkt nach dem Herstellen im Klimaschrank bei 42 °C. Bei TG C wurden die Probekörper direkt nach dem Herstellen im Freien gelagert, sodass sich ein dem Tagesgang entsprechend schwankender Temperaturverlauf ergibt. Sämtliche Proben wurden durch mehrere Lagen PE-Folie vollständig gegen Feuchteverlust versiegelt. Die Betontemperatur wurde in jeweils einem Probekörper mit einem Thermoelement aufgezeichnet.

In Abb. 5.8 ist links die jeweilige zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit für die verschiedenen Temperaturschichten dargestellt, rechts sind die

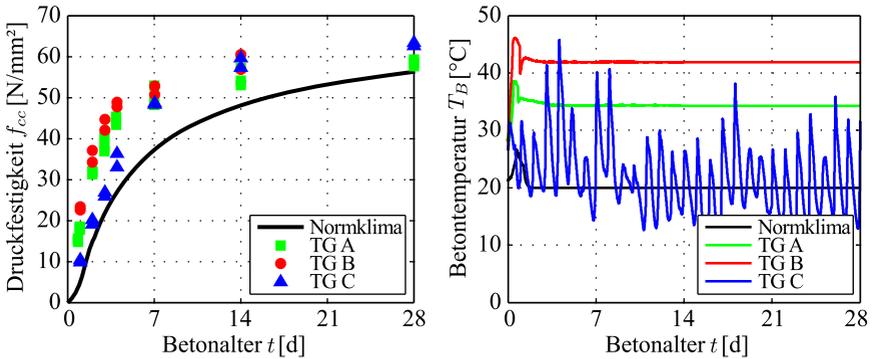


Abb. 5.8: zeitliche Entwicklung der Druckfestigkeit (links) und zugehörige Temperaturgeschichten (rechts)

zugehörigen Temperaturverläufe dargestellt. Bei der Betrachtung der Festigkeitsentwicklung wird die allgemeine Annahme bestätigt, dass die Festigkeit im jungen Alter umso schneller zunimmt, je höher die Betontemperatur ist. Der Einfluss der Temperatur ist für die Temperaturgeschichten A, B und C vor allem in den ersten 7 Tagen der Erhärtung deutlich sichtbar. Danach ist die Erhärtung bereits so weit vorangeschritten, dass der weitere Festigkeitszuwachs klein ist und somit die Bedeutung des Temperatureinflusses deutlich sinkt. Zur häufig erwähnten Abnahme der Endfestigkeit bei hohen Lagerungstemperaturen kann anhand der vorliegenden Messdaten keine eindeutige Aussage getroffen werden. Für das höchste untersuchte Prüfalter von 28 d lässt sich kein festigkeitsmindernder Effekt der erhöhten Temperaturen feststellen. Der Grund dafür ist wahrscheinlich der untersuchte Temperaturbereich. Mit 42 °C ist die höchste untersuchte Lagerungstemperatur noch relativ moderat, sodass für den hier untersuchten Zeitraum noch keine merkliche Festigkeitsminderung eintritt. Es bleibt jedoch nicht auszuschließen, dass die Festigkeitsminderung erst bei einem Betonalter  $> 28$  d eintritt und somit in den hier dargestellten Versuchsreihen nicht abgebildet wird.

Aus dem Vergleich der Festigkeitsverläufe bei den unterschiedlichen Temperaturgeschichten kann der Wert der Aktivierungsenergie  $E_A$  zur Verwendung in der Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. [Fre77] bestimmt werden. Hierbei wird analog zur Bestimmung der Aktivierungsenergie aus der Hydratationswärmefreisetzung vorgegangen, vgl. Abschn. 5.1.3. Der korrekte Wert der Aktivierungsenergie ist gefunden, wenn die Festigkeitsentwicklung in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters für alle Temperaturgeschichten bestmöglich übereinstimmt. In die Optimierung werden die Temperaturgeschichten A und B und die Lagerung bei 20 °C einbezogen. Die Temperaturgeschichte C wird

nicht mit einbezogen, da bei der Lagerung im Freien die Aufzeichnung der Betontemperatur in nur einem Probekörper zu unsicher erscheint. Durch Sonneneinstrahlung oder Einflüsse aus Wind könnten sich größere Differenzen zwischen den Temperaturen der einzelnen Probekörper ergeben, während bei der Lagerung im Klimaschrank davon ausgegangen werden kann, dass alle Probekörper eine nahezu identische Temperaturgeschichte haben. Die Optimierung ergibt als Wert für die Aktivierungsenergie des Betons REF01

$$E_{A,REF01} = 45\,500 \text{ J/mol.}$$

Die Darstellung der sich damit ergebenden Festigkeitsentwicklung in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters in Abb. 5.9 bestätigt, dass mit der verwendeten Reifefunktion der Einfluss der Temperatur gut abgebildet werden kann. Auch für die Temperaturgeschichte C, die nicht in die Bestimmung der Aktivierungsenergie einbezogen wurde, zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den anderen Temperaturgeschichten und der Normlagerung. Lediglich für wirksame Betonalter größer als 10 d liegen die Messwerte für die Temperaturgeschichte C leicht über den Mittelwerten der Normlagerung, was aber nicht unbedingt eine Modellschwäche darstellen muss, sondern auch durch Schwankungen zwischen den einzelnen Betonierchargen erklärt werden kann. Auch die gute Übereinstimmung der aus der Festigkeitsentwicklung bestimmten Aktivierungsenergie mit dem aus der Wärmeentwicklung ermittelten Wert ( $E_{A,REF01} = 46\,000 \text{ J/mol}$ , vgl. Abschn. 5.1.3) bestätigt die gute Anwendbarkeit der Reifefunktion.

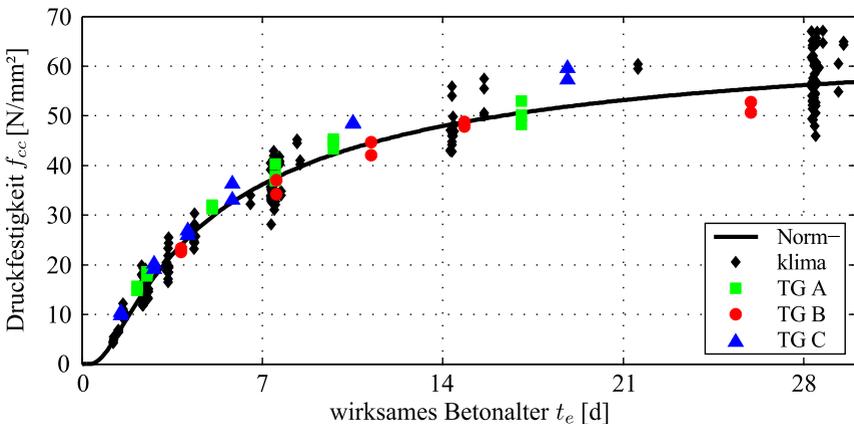


Abb. 5.9: Festigkeitsentwicklung in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters bei Verwendung einer Aktivierungsenergie  $E_A = 45\,500 \text{ J/mol}$

### 5.2.6 Mechanische Kurzzeiteigenschaften nach Einwirken einer Vorbelastung

Zur Beschreibung des Einflusses einer länger andauernden Vorbelastung auf die Eigenschaften des Betons wurden Kurzzeitzugversuche an Proben durchgeführt, die verschiedene Belastungsgeschichten erfahren haben. Die Durchführung der Versuche und die untersuchten Belastungsgeschichten sind in Abschnitt 4.5.4 beschrieben. Die Beurteilung des Einflusses der Vorbelastung erfolgt über das Verhältnis zwischen Zugfestigkeit bzw. Elastizitätsmodul der vorbelasteten Proben ( $f_{ct,L}$  bzw.  $E_{c,L}$ ) und der nicht vorbelasteten Vergleichsproben ( $f_{ct,0}$  bzw.  $E_{c,0}$ ). Ins Verhältnis gesetzt werden dabei jeweils die Mittelwerte aus allen zum selben Zeitpunkt durchgeführten Prüfungen. Die so ermittelten Verhältniswerte sind in Abb. 5.10 dargestellt. Auffällig ist zunächst, dass sich kein klarer Trend zeigt, ob die Zugfestigkeiten und Elastizitätsmodul der vorbelasteten Proben größer oder kleiner als die der nicht vorbelasteten Proben sind. Der Mittelwert aller Verhältniswerte beträgt für die Zugfestigkeit 1,019 und für den Elastizitätsmodul 1,008. Dass beide Werte sehr nah an 1,0 liegen, deutet darauf hin, dass weder die Zugfestigkeit noch der Elastizitätsmodul durch eine Vorbelastung messbar beeinflusst werden. Die Streuung der Verhältniswerte spiegelt somit lediglich die natürliche Streuung der Werkstoffeigenschaften wider. Für die Zugfestigkeit zeigt sich dabei eine größere Streuung als für den Elastizitätsmodul, was die statistische

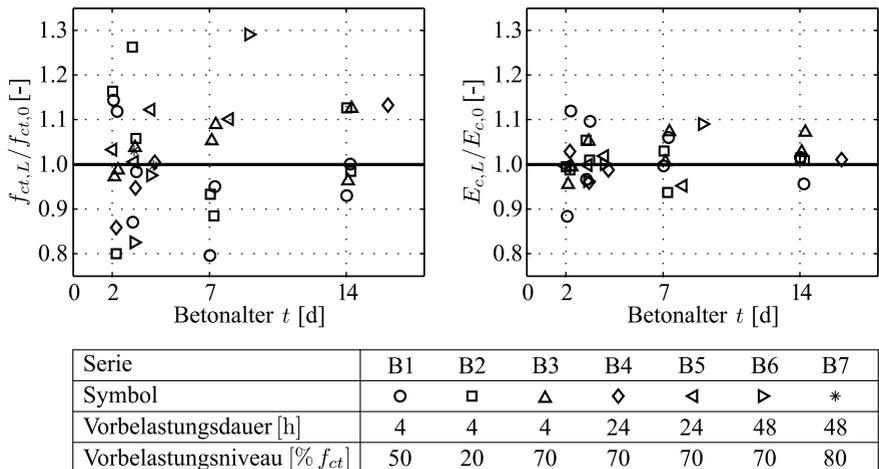


Abb. 5.10: Verhältnis zwischen den Eigenschaften der vorbelasteten Proben und denen der nicht vorbelasteten Proben, links: Zugfestigkeit, rechts: Elastizitätsmodul

Auswertung der Werkstoffeigenschaften bestätigt, vgl. Abschnitt 5.2.7.

Um die Streuungen zu reduzieren und den Einfluss der Vorbelastung besser untersuchen bzw. sicher ausschließen zu können, wurde in der Versuchsreihe B7 ein veränderter Beton untersucht. In der Betonrezeptur wurde das Größtkorn von 16 mm auf 8 mm verkleinert, wodurch die Streuung der Zugfestigkeit signifikant abnimmt. Zusätzlich wurde die Stichprobenanzahl auf 3 erhöht und ein sehr hohes Vorbelastungsniveau von 80 % der Zugfestigkeit gewählt. Um die Proben möglichst wenig zu beeinflussen, wurde auf das Aufkleben von DMS verzichtet und ausschließlich die Zugfestigkeit bestimmt. Die Verhältniswerte der Zugfestigkeit liegen mit 1,031 bei Belastung nach 1 d und 0,997 bei Belastung nach 2 d sehr nah an 1,0 und bestätigen damit die Vermutung, dass die Vorbelastung keinen messbaren Einfluss hat.

Eine weitere Analyse des Einflusses einer Vorbelastung kann durch den Vergleich der Zugfestigkeiten der in den TSTMs untersuchten Probekörper am Ende der Kriechversuche (vgl. Abschn. 4.6) und der zum selben Zeitpunkt im Kurzzeitversuch gemessenen Zugfestigkeiten vorgenommen werden. Hierbei sind die Vorbelastungsdauern deutlich länger als in den zuvor analysierten Versuchen und liegen im Bereich zwischen 14 d und 48 d. Die Vorbelastungsniveaus und Belastungsalter sind in Tab. 4.5 und Tab. 4.6 zusammengestellt. Die Zugfestigkeit nach Vorbelastung  $f_{ct,L}$  ergibt sich als Mittelwert von zwei Kriechkörpern, die aus derselben Betoniercharge stammen und zum selben Zeitpunkt geprüft wurden. Die Zugfestigkeit ohne Vorbelastung  $f_{ct,0}$  ergibt sich als Mittelwert von drei Begleitkörpern, vgl. Abschn. 4.5.2. Damit ergibt sich die Besonderheit, dass die vorbelasteten und nicht vorbelasteten Proben unterschiedliche Herstellungsbedingungen, Probekörperabmessungen und Prüfbedingungen haben. Die Kriechkörper wurden liegend betoniert und mit einem Innenrüttler verdichtet, während die Begleitkörper stehend betoniert wurden und auf einem Rütteltisch verdichtet wurden. Die Kriechkörper besaßen einen rechteckigen Querschnitt mit Abmessungen von 100 mm x 100 mm, die Begleitkörper einen runden mit einem Durchmesser von 80 mm. Des Weiteren unterschied sich die Lasteinleitung während des Versuchs. Bei den Kriechkörpern geschah diese über die Schulterflächen des knochenförmigen Probekörpers, bei den Begleitkörpern waren zur Lasteinleitung Kopfplatten mit Stockschrauben einbetoniert. Sämtliche genannte Punkte könnten die Zugfestigkeit beeinflussen und somit den Einfluss der Vorbelastung überlagern. Die Auswertung der Verhältniswerte  $f_{ct,L}/f_{ct,0}$  ist in Abb. 5.11 dargestellt. Als Mittelwert aller Verhältniswerte ergibt sich ein Wert von 0,922, was bedeutet, dass die Zugfestigkeit der Kriechkörper im Durchschnitt um 7,8 % geringer ist als die der Begleitkörper. Ob diese Verminderung der Zugfestigkeit tatsächlich auf den Einfluss der Vorbelastung zurückzuführen ist oder eine Kombination der zuvor genannten versuchsbedingten Unterschiede dafür

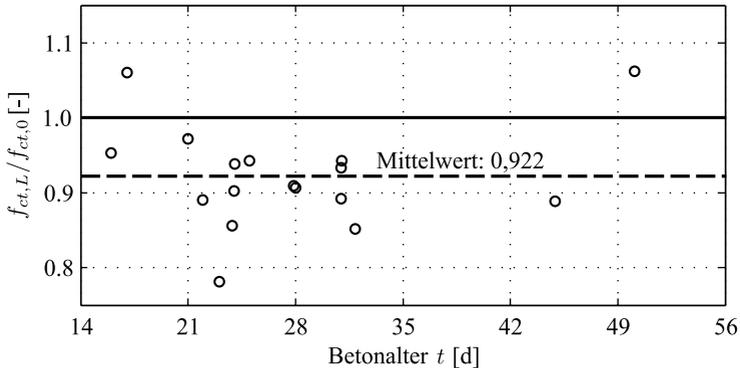


Abb. 5.11: Verhältnis zwischen der Zugfestigkeit der vorbelasteten Proben (Kriechkörper) und denen der nicht vorbelasteten Proben

verantwortlich ist, kann aus den vorliegenden Daten nicht sicher festgestellt werden. Eine Abminderung der Zugfestigkeit um 7,8 % liegt von der Größe her ohnehin im Bereich der natürlichen Streuung der Zugfestigkeit und kann damit als nicht signifikant angesehen werden, selbst wenn der Effekt vollständig der Vorbelastung zuzuschreiben ist.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass eine Vorbelastung die Zugfestigkeit nicht oder nur marginal verringert. Für den Elastizitätsmodul konnte keinerlei Veränderung durch das Einwirken einer Vorbelastung festgestellt werden. Die mittlere Entwicklung der Eigenschaften kann somit unabhängig von der Vorbelastung mit den in Abschnitt 5.2 vorgestellten Modellfunktionen beschrieben werden. Zu beachten ist allerdings die natürliche Streuung der Eigenschaften, die insbesondere bei der zentrischen Zugfestigkeit relativ groß ist. Da die Zugfestigkeit für die Rissbildung die maßgebliche Werkstoffkenngröße ist, muss neben dem mittleren Verhalten auch die statistische Verteilung bekannt sein, um die Risswahrscheinlichkeit zuverlässig vorhersagen zu können, s.a. Abschnitt 5.2.7.

### 5.2.7 Streuung der Werkstoffeigenschaften

Für den Beton REF01 liegen genügend Daten vor, um die Werkstoffeigenschaften unter statistischen Aspekten zu betrachten. Einen Eindruck über die Streuung der einzelnen Eigenschaften gibt die Abbildung 5.12. Für die Darstellung der Mediane wurde die Modellfunktion EW1 an die jeweiligen Medianeinzelwerte angepasst. Für die Zeitpunkte, an denen die meisten Messdaten vorliegen, sind zusätzlich die 5 % und 95 %-Quantile dargestellt. Der

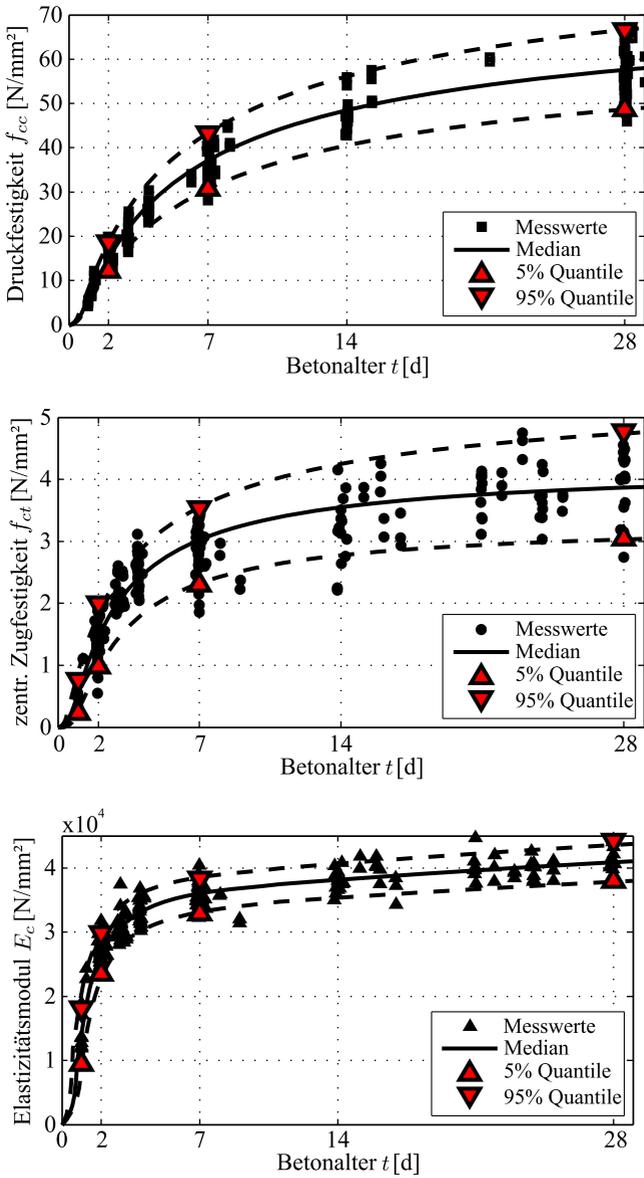


Abb. 5.12: Messwerte, Mittelwerte und Quantilwerte für die Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und den Elastizitätsmodul des Betons REF01

Vergleich der Diagramme macht deutlich, dass die zentrische Zugfestigkeit die höchsten und der Elastizitätsmodul die geringsten Streuungen zeigt.

Eine quantitative Beurteilung der Streuungen kann mit Hilfe des Variationskoeffizienten erfolgen, der für die einzelnen Werkstoffeigenschaften zu verschiedenen Betonaltern in Abb. 5.13 dargestellt ist. Aus der Darstellung wird deutlich, dass der Variationskoeffizient für alle Werkstoffeigenschaften bei einem Betonalter von 1 d am größten ist. Mit zunehmendem Betonalter nimmt der Variationskoeffizient kontinuierlich ab. Eine Ausnahme hiervon bildet die zentrische Zugfestigkeit im Bereich zwischen 7 d und 28 d, hier steigt der Variationskoeffizient erneut leicht an. Ein ähnliches Verhalten zeigten auch die von GUTSCH in [Gut98] ausgewerteten Versuchsergebnisse.

Bei der Beurteilung der Streuungen sollte beachtet werden, dass die vorliegenden Ergebnisse aus unterschiedlichen Betonierchargen stammen. Produktionsbedingte Schwankungen haben somit einen signifikanten Einfluss und erklären die für alle Werkstoffeigenschaften verhältnismäßig großen Variationskoeffizienten. Bei der Betrachtung der einzelnen Betonierchargen fällt auf, dass bei der Druckfestigkeit die Streuungen innerhalb der Betonierchargen meist sehr klein sind und vor allem zwischen den Betonierchargen größere Streuungen auftreten. Bei der Zugfestigkeit dagegen treten auch innerhalb einzelner Betonierchargen große Streuungen auf. Erklärbar ist dies durch die unterschiedlichen Versagensmechanismen bei Zug- und Druckbeanspru-

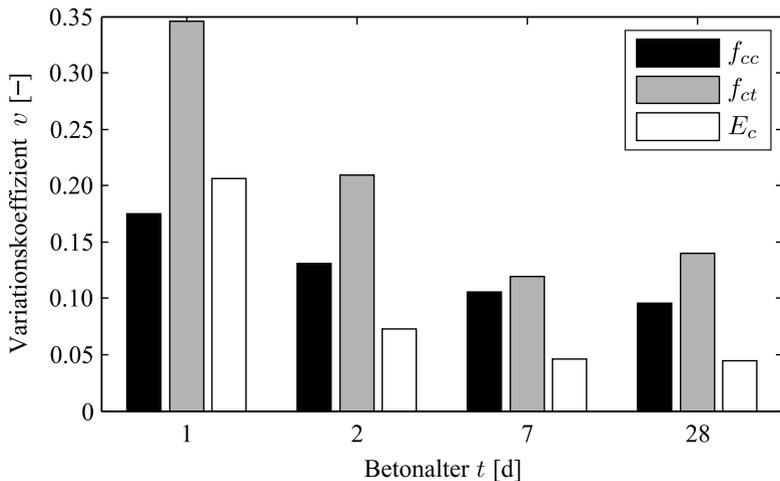


Abb. 5.13: Variationskoeffizient der mechanischen Kurzzeiteigenschaften des Betons REF01 in Abhängigkeit des Betonalters

chung. Für die Zugfestigkeit spielt die Verteilung der Gesteinskörnung und weiterer Gefügecharakteristika, die von Probekörper zu Probekörper deutlich schwanken können, eine weitaus größere Rolle als für die Druckfestigkeit.

### 5.3 Viskoelastisches Verhalten jungen Betons

#### 5.3.1 Allgemeines

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Zugkriechversuche unter konstanten Spannungen dienen zum Aufstellen und Kalibrieren eines Materialmodells, das das viskoelastische Spannungs-Verformungsverhalten jungen Betons in einer differentiellen Formulierung basierend auf einem rheologischen Modell beschreibt. Anhand der Versuche mit variablen Spannungsgeschichten wird anschließend überprüft, ob das Modell in der Lage ist, das viskoelastische Materialverhalten auch unter Randbedingungen, die von konstanter Spannung abweichen, korrekt zu beschreiben.

Von verschiedenen Autoren wurde gezeigt, dass das Zugkriechen auch bei hohen Belastungsgraden noch linear ist [Gut98, Kor99, Atr03]. Die Abhängigkeit des Zugkriechens vom Belastungsgrad wurde deshalb in den eigenen Versuchen nur stichprobenartig untersucht. Für Belastungsgrade zwischen 20 % und 80 % kann die Linearität des Zugkriechens bestätigt werden, vgl. Abb. 5.14. Für die Modellierung wird dementsprechend von linear viskoelastischem Materialverhalten ausgegangen.

Für die Beschreibung des Materialverhaltens in erhärtenden Betonbauteilen wird häufig angenommen, dass Größe und zeitlicher Verlauf von Zug- und Druckkriechen übereinstimmen. Zur Kalibrierung des eigenen Materialmodells werden ausschließlich Zugkriechversuche herangezogen, da für das Druckkriechen nicht ausreichend experimentelle Ergebnisse zur Verfügung stehen. Im Anschluss erfolgt anhand der vorhandenen Daten ein qualitativer Vergleich zwischen Zug- und Druckkriechen, vgl. Abschn. 5.3.8.

#### 5.3.2 Grundüberlegungen zur Modellierung

Vor dem Beginn der Modellbildung steht zunächst die Wahl einer bestimmten Formulierung für das Modell. Diese folgt vor allem aus dem vorgesehenen Anwendungsbereich. Da junger Beton selten durch über lange Zeit konstante Lasten beansprucht wird, ist eine klassische Kriechfunktion, die die Kriechverformung bei konstanter Spannung in Abhängigkeit der Belastungsdauer und des Belastungszeitpunkts beschreibt, eher ungeeignet. Häufig treten dagegen

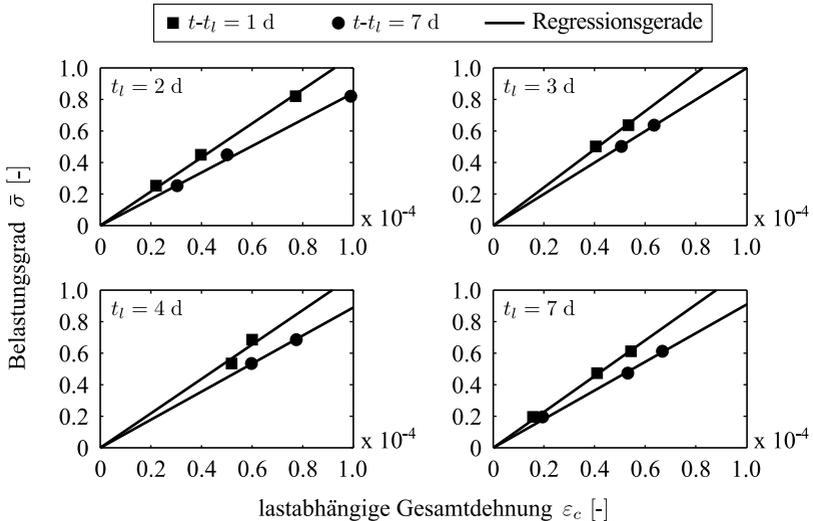


Abb. 5.14: Überprüfung der Linearität des Zugkriechens für unterschiedliche Belastungsalter und Belastungsdauern (Beton REF01)

im jungen Alter über die Zeit variable Beanspruchungen auf, insbesondere infolge Zwang aus abfließender Hydratationswärme. Zur korrekten Abbildung des Spannungs-Verformungsverhaltens unter solchen Randbedingungen ist ein Materialmodell mit differentieller Formulierung gut geeignet. Die Wahl eines rheologischen Modells hat den zusätzlichen Vorteil, dass das Materialverhalten anschaulich durch das Verhalten der einzelnen Komponenten (Feder und Dämpfer) interpretiert werden kann.

Geeignete rheologische Modelle zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens erhärtenden Betons sind das generalisierte Kelvin-Modell und das generalisierte Maxwell-Modell, vgl. Abschnitt 3.5. Um den Einfluss der fortschreitenden Erhärtung abzubilden, müssen zumindest einige der Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten eine Abhängigkeit vom Betonalter aufweisen. Die Anzahl der hintereinander angeordneten Kelvin-Einheiten im generalisierten Kelvin-Modell bzw. der parallel angeordneten Maxwell-Einheiten im generalisierten Maxwell-Modell ist von der angestrebten Genauigkeit abhängig. Generell führt eine höhere Anzahl zu einer verbesserten Abbildung des Spannungs-Verformungsverhaltens. Zu beachten ist dabei allerdings, dass eine Erhöhung der Anzahl der Einheiten auch zu einer größeren Parameteranzahl führt. Sollen die Parameter durch Anpassung an Messdaten bestimmt werden, wird der Optimierungsvorgang umso komplexer, je mehr Parameter zu bestimmen sind. Beachtet werden muss deshalb bei der Wahl der Anzahl

der Einheiten auch der vorhandene Genauigkeitsgewinn im Vergleich zur benötigten Parameteranzahl.

Vor der Festlegung des endgültigen Modells wurde die Anwendbarkeit verschiedener generalisierter Kelvin- und Maxwell-Modelle getestet. Prinzipiell ist die Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens mit beiden Arten der Modelle gut möglich, beim Vergleich fiel jedoch auf, dass beim generalisierten Kelvin-Modell eine größere Anzahl Parameter benötigt wird, um die gleiche Genauigkeit zu erreichen wie beim generalisierten Maxwell-Modell. Damit bildete das generalisierte Maxwell-Modell die Basis der Modellierung. Die Anzahl der parallel angeordneten Maxwell-Einheiten wurde durch den Vergleich der Genauigkeit bei der Verwendung unterschiedlich vieler Maxwell-Einheiten festgelegt. Hierbei wurde deutlich, dass eine Erhöhung der Anzahl von drei auf vier einen deutlichen Genauigkeitszuwachs bringt, eine weitere Erhöhung der Anzahl auf fünf die Genauigkeit aber nur marginal weiter verbessert. Somit wird die Anzahl der Maxwell-Einheiten auf vier festgelegt.

### 5.3.3 Grundgleichungen des rheologischen Modells

Das gewählte rheologische Modell ist ein generalisiertes Maxwell-Modell, in dem eine Feder und vier Maxwell-Einheiten parallel angeordnet sind, vgl. Abb. 5.15. Der Einfluss der fortschreitenden Erhärtung des Betons auf das viskoelastische Verhalten wird durch einen kontinuierlichen Anstieg der Federsteifigkeit  $E_0$  der einzelnen Feder und der Viskositäten  $\eta_1$  bis  $\eta_4$  in den Maxwell-Einheiten abgebildet. Die Federsteifigkeiten der Federn in den Maxwell-Einheiten bleiben konstant und haben alle denselben Wert  $E_1$ . Dies wurde durch zuvor

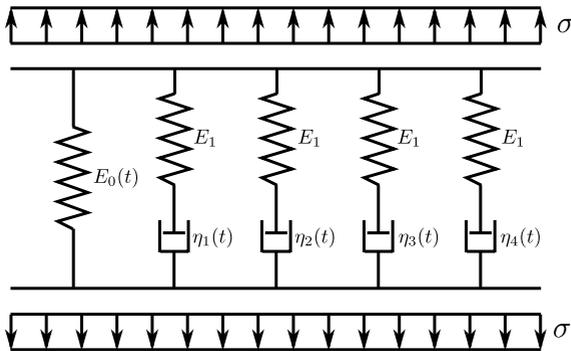


Abb. 5.15: Zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens erhärtenden Betons gewähltes rheologisches Modell

durchgeführte Parameterstudien festgelegt, die gezeigt haben, dass eine zusätzliche Zeitabhängigkeit und das Benutzen unterschiedlicher Werte keine wesentlich verbesserte Beschreibung des Verformungsverhaltens bewirken.

Zur Beschreibung der zeitabhängigen Entwicklung der Federsteifigkeit  $E_0$  wird dieselbe Exponentialfunktion wie bereits zur Beschreibung der Kurzzeiteigenschaften (Modell EW1) benutzt und um einen Zusatzterm ergänzt:

$$E_0(t) = f_1 \cdot \exp \left( f_2 \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{f_3} \right) + \Delta E_0(t), \quad \text{mit } t_k = 1 \text{ d}, \quad (5.9)$$

$$\Delta E_0(t) = \begin{cases} f_4 \cdot \left( \frac{t}{t_k} - \frac{t_0}{t_k} \right)^7 & \text{für } 1 \text{ d} \leq t < 2 \text{ d} \\ 0 & \text{für } t \geq 2 \text{ d} \end{cases} \quad (5.10)$$

Der Zusatzterm  $\Delta E_0(t)$  ist notwendig, um die sehr schnelle Veränderung des Materialverhaltens im sehr jungen Alter abbilden zu können. Die Federsteifigkeit steigt im Zeitbereich zwischen 1 d und 2 d sehr schnell an, was mit der Exponentialfunktion allein nicht abgebildet werden könnte. Ab einem Betonalter von 2 d ist  $\Delta E_0(t) = 0$ , sodass die Entwicklung der Federsteifigkeit ab diesem Zeitpunkt ausschließlich durch die Exponentialfunktion beschrieben wird.

Die Beschreibung der zeitabhängigen Entwicklung der Dämpferviskositäten  $\eta_1$  bis  $\eta_4$  erfolgt mit der Potenzfunktion

$$\eta_i(t) = d_{1,i} \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{d_2} + \Delta \eta_i(t), \quad \text{mit } i = 1 \dots 4, \quad t_k = 1 \text{ d}, \quad (5.11)$$

$$\Delta \eta_i(t) = \begin{cases} d_{3,i} \cdot \left( \frac{t}{t_k} - \frac{t_0}{t_k} \right)^7 & \text{für } 1 \text{ d} \leq t < 2 \text{ d} \\ 0 & \text{für } t \geq 2 \text{ d} \end{cases} \quad (5.12)$$

Die Zusatzterme  $\Delta \eta_i(t)$  werden, wie bereits der Zusatzterm  $\Delta E_0(t)$  bei der Federsteifigkeit, zur Beschreibung des sich sehr schnell verändernden Materialverhaltens im Zeitbereich zwischen 1 d und 2 d benötigt. Sie beeinflussen die Dämpferviskositäten ausschließlich für Betonalter  $t < 2 \text{ d}$ . Für alle vier Dämpfer wird derselbe Parameter  $d_2$  verwendet, sodass sich lediglich die Vorfaktoren  $d_{1,i}$  des ersten Terms unterscheiden.

Die Formparameter  $f_1$  bis  $f_4$ ,  $d_{1,i}$ ,  $d_2$  und  $d_{3,i}$  werden durch eine Kalibrierung

an Ergebnissen von Kriechversuchen mit unterschiedlichen Belastungsaltern bestimmt, vgl. Abschn. 5.3.4.

Die Herleitung der Grundgleichung zur Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens ist in Abschn. 3.5.2 für den allgemeinen Fall einer Parallelschaltung aus einer Feder und  $n$  Maxwell-Einheiten beschrieben. Für den hier vorliegenden Fall von  $n = 4$  Maxwell-Einheiten wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Grundgleichung für alle folgenden Anwendungen numerisch unter der Anwendung kleiner Zeitschritte gelöst wird. Dies hat den Vorteil, dass die Veränderungen der Feder- und Dämpferkennwerte in einem Zeitschritt vernachlässigbar klein sind und damit deren zeitliche Ableitungen zu null gesetzt werden können. Mit diesen Vereinfachungen kann die Grundgleichung in die für zeitkonstante Materialkennwerte geltende Form überführt werden, es gilt

$$\begin{aligned}
 a_{M,0} \cdot \sigma + a_{M,1} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} + a_{M,2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + a_{M,3} \cdot \frac{\partial^3 \sigma}{\partial t^3} + a_{M,4} \cdot \frac{\partial^4 \sigma}{\partial t^4} \\
 = \\
 b_{M,0} \cdot \varepsilon_c + b_{M,1} \cdot \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} + b_{M,2} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_c}{\partial t^2} + b_{M,3} \cdot \frac{\partial^3 \varepsilon_c}{\partial t^3} + b_{M,4} \cdot \frac{\partial^4 \varepsilon_c}{\partial t^4}.
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Für die Koeffizienten  $a_{M,0}$  bis  $a_{M,4}$  und  $b_{M,0}$  bis  $b_{M,4}$  gilt

$$a_{M,0} = \frac{1}{E_0 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4}, \tag{5.14}$$

$$a_{M,1} = \frac{1}{E_0 \cdot E_1} \left( \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4} \right), \tag{5.15}$$

$$a_{M,2} = \frac{1}{E_0 \cdot E_1^2} \left( \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_3 \cdot \eta_4} \right), \tag{5.16}$$

$$a_{M,3} = \frac{1}{E_0 \cdot E_1^3} \left( \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_3} + \frac{1}{\eta_4} \right), \tag{5.17}$$

$$a_{M,4} = \frac{1}{E_0 \cdot E_1^4}, \tag{5.18}$$

$$b_{M,0} = \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4}, \tag{5.19}$$

$$b_{M,1} = \left( \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} \right) \left( \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4} \right), \quad (5.20)$$

$$b_{M,2} = \left( \frac{2}{E_0 \cdot E_1} + \frac{1}{E_1^2} \right) \left( \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_3} + \frac{1}{\eta_2 \cdot \eta_4} + \frac{1}{\eta_3 \cdot \eta_4} \right), \quad (5.21)$$

$$b_{M,3} = \left( \frac{3}{E_0 \cdot E_1^2} + \frac{1}{E_1^3} \right) \left( \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_3} + \frac{1}{\eta_4} \right), \quad (5.22)$$

$$b_{M,4} = \frac{4}{E_0 \cdot E_1^3} + \frac{1}{E_1^4}. \quad (5.23)$$

Für die Betrachtung der beiden Grenzfälle viskoelastischen Materialverhaltens, Kriechen und Relaxation, ergeben sich einige Vereinfachungen der Differentialgleichung, weil einzelne Terme zu null werden. Bei reinem Kriechen ist die Spannung über die Zeit konstant, es gilt dann

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 \sigma}{\partial t^3} = \frac{\partial^4 \sigma}{\partial t^4} = 0. \quad (5.24)$$

Entsprechend ist für den Fall Relaxation die Dehnung konstant, sodass gilt

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varepsilon_c}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 \varepsilon_c}{\partial t^3} = \frac{\partial^4 \varepsilon_c}{\partial t^4} = 0. \quad (5.25)$$

Der größte Teil der experimentellen Untersuchungen zum viskoelastischen Verhalten wurde unter isothermen Bedingungen bei 20 °C durchgeführt. Für diese Bedingungen gelten die vorgestellten Grundgleichungen des Materialmodells, wobei der Zeitpunkt  $t = 0$  mit dem Zeitpunkt der Wasserzugabe beim Herstellen des Betons übereinstimmt. Bei von 20 °C abweichenden Temperaturen muss zusätzlich der Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit und das viskoelastische Verformungsverhalten berücksichtigt werden, vgl. Abschn. 3.3. Diese Einflüsse werden durch die Transformation der realen Zeit  $t$  auf das wirksame Betonalter  $t_e$  berücksichtigt. In den zuvor definierten Grundgleichungen ist entsprechend an allen Stellen die Zeit  $t$  durch das wirksame Betonalter  $t_e$  zu ersetzen. Durch die Definition der Steifigkeit  $E_0$  und Viskositäten  $\eta_i$  in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters wird der Einfluss der Temperatur auf den Erhärtungsfortschritt abgebildet. Durch die Transformation des Integrationszeitraums wird zusätzlich der Ef-

fekt berücksichtigt, dass bei erhöhten Temperaturen ein verstärktes Kriechen auftritt. Bei jungem Beton überlagern sich beide Effekte (vgl. Abschnitt 3.3), was durch die kontinuierliche Beschreibung der Parameter korrekt berücksichtigt wird. Diese reaktionskinetische Beschreibung des Temperatureinflusses wurde in [Bud89] für erhärteten Beton verwendet und in [Gut98] erfolgreich auf jungen Beton übertragen, weshalb im Rahmen dieser Arbeit auf einen experimentellen Nachweis der Gültigkeit verzichtet wird.

Die Lösung der Grundgleichung 5.14 wird für alle im Folgenden vorgestellten Beispiele numerisch mit einem Zeitintegrationsverfahren berechnet. Das Lösen wird mit dem in der Software MATLAB zur Verfügung stehenden Löser „ode23s“ durchgeführt. Eine genaue Beschreibung des zugrundeliegenden Algorithmus ist in [Sha97] zu finden.

Für die Berechnung der Lösung müssen zunächst die Anfangsbedingungen, d. h. die Zustandsgrößen zu Beginn des auszuwertenden Zeitintervalls, bekannt sein. Hierbei muss unterschieden werden zwischen einer kontinuierlichen und einer plötzlichen Belastung. Bei einer kontinuierlichen Belastung wird diese innerhalb eines Zeitintervalls  $\Delta t > 0$  aufgebracht. Den Ausgangspunkt stellt dabei das unbelastete System dar, sodass für die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns  $t_l$

$$\sigma(t_l) = \frac{\partial \sigma(t_l)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \sigma(t_l)}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 \sigma(t_l)}{\partial t^3} = \frac{\partial^4 \sigma(t_l)}{\partial t^4} = 0 \quad (5.26)$$

und

$$\varepsilon_c(t_l) = \frac{\partial \varepsilon_c(t_l)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^3} = \frac{\partial^4 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^4} = 0 \quad (5.27)$$

gilt. Bei einer plötzlichen Belastung wird diese innerhalb eines unendlich kleinen Zeitintervalls  $\Delta t \rightarrow 0$  sprunghaft aufgebracht. Die Herleitung der Anfangsbedingungen bei plötzlicher Belastung soll im Folgenden für den Fall dargestellt werden, dass die Spannung und deren Ableitungen vorgegeben sind und die Dehnung und deren Ableitungen die Unbekannten darstellen. Für den umgekehrten Fall kann dasselbe Vorgehen angewendet werden. Die gesamte Herleitung ist angelehnt an die Darstellung in [Bol97]. Zum Zeitpunkt  $t_0$  direkt vor dem Aufbringen der Belastung ist das System unbelastet und es gilt wie bei der kontinuierlichen Belastung

$$\sigma(t_0, t_l) = \frac{\partial \sigma(t_0, t_l)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \sigma(t_0, t_l)}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 \sigma(t_0, t_l)}{\partial t^3} = \frac{\partial^4 \sigma(t_0, t_l)}{\partial t^4} = 0. \quad (5.28)$$

Dabei wird die Notation  $\sigma(t_0, t_l)$  benutzt, um die gleichzeitige Abhängigkeit von der Zeit und vom Parameter  $t_l$ , der den Zeitpunkt des Belastungssprungs

kennzeichnet, darzustellen. Zum Zeitpunkt  $t_l$  sind die gegebenen Startwerte der Spannung und deren Ableitungen erreicht, es gilt somit

$$\begin{aligned} \sigma(t_l, t_l) &= \sigma_0, & \frac{\partial \sigma(t_l, t_l)}{\partial t} &= \sigma_0^{(1)}, \\ \frac{\partial^2 \sigma(t_l, t_l)}{\partial t^2} &= \sigma_0^{(2)}, & \frac{\partial^3 \sigma(t_l, t_l)}{\partial t^3} &= \sigma_0^{(3)}. \end{aligned}$$

Die Lösung für die lastabhängige Dehnung  $\varepsilon_c$  muss nun abschnittsweise definiert werden, es sei

$$\varepsilon_c(t, t_l) = \varepsilon_1(t, t_l) \quad \text{für } t_0 \leq t < t_l, \quad (5.29)$$

$$\varepsilon_c(t, t_l) = \varepsilon_2(t, t_l) \quad \text{für } t \geq t_l. \quad (5.30)$$

Die gewünschte Lösung für die plötzliche Belastung erhält man aus der Grenzwertbetrachtung

$$\varepsilon_c(t) = \lim_{t_l \rightarrow t_0} \varepsilon_2(t, t_l). \quad (5.31)$$

Ausgehend von der Grundgleichung

$$\sum_{i=0}^4 a_{M,i} \cdot \frac{\partial^i \sigma(t, t_l)}{\partial t^i} = \sum_{i=0}^4 b_{M,i} \cdot \frac{\partial^i \varepsilon_c(t, t_l)}{\partial t^i} \quad (5.32)$$

erhält man durch Integration über den Betrachtungszeitraum  $[t_0, t]$  die Gleichung

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 a_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-1} \sigma(t, t_l)}{\partial t^{i-1}} + a_{M,0} \int_{t_0}^t \sigma(\tau, t_l) \, d\tau \\ = \\ \sum_{i=1}^4 b_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-1} \varepsilon_c(t, t_l)}{\partial t^{i-1}} + b_{M,0} \int_{t_0}^t \varepsilon_c(\tau, t_l) \, d\tau. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Wird jetzt der Belastungszeitpunkt  $t = t_l$  betrachtet und der Grenzwert  $t_l \rightarrow t_0$  gebildet, werden die Integralterme null, weil der Integrationszeitraum

null wird. Die erste Anfangsbedingung lautet damit

$$\sum_{i=1}^4 a_{M,i} \cdot \sigma_0^{(i-1)} = \sum_{i=1}^4 b_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-1} \varepsilon_c(t, t_l)}{\partial t^{i-1}}. \quad (5.34)$$

Erneutes Integrieren der Gleichung 5.34 ergibt

$$\begin{aligned} & \sum_{i=2}^4 a_{M,i} \frac{\partial^{i-2} \sigma(t, t_l)}{\partial t^{i-1}} + a_{M,1} \int_{t_0}^t \sigma(\tau, t_l) d\tau + a_{M,0} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau} \sigma(\tau_1, t_l) d\tau_1 d\tau \\ &= \sum_{i=2}^4 b_{M,i} \frac{\partial^{i-2} \varepsilon_c(t, t_l)}{\partial t^{i-1}} + b_{M,1} \int_{t_0}^t \varepsilon_c(\tau, t_l) d\tau + b_{M,0} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau} \varepsilon_c(\tau_1, t_l) d\tau_1 d\tau. \end{aligned} \quad (5.35)$$

Die zweite Anfangsbedingung ergibt sich durch erneutes Betrachten des Zeitpunkts  $t = t_l$  und Bilden des Grenzwerts  $t_l \rightarrow t_0$  zu

$$\sum_{i=2}^4 a_{M,i} \cdot \sigma_0^{(i-2)} = \sum_{i=2}^4 b_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-2} \varepsilon_c(t, t_l)}{\partial t^{i-2}}. \quad (5.36)$$

Durch zweimaliges Wiederholen des Vorgehens ergeben sich die dritte und vierte Anfangsbedingung. Zusammengefasst lauten die Anfangsbedingungen

$$\sum_{i=K}^4 a_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-K} \sigma(t_l)}{\partial t^{i-K}} = \sum_{i=K}^4 b_{M,i} \cdot \frac{\partial^{i-K} \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^{i-K}} \quad \text{mit } K = 1 \dots 4. \quad (5.37)$$

Werden die Gleichungen direkt nach den Unbekannten, in diesem Fall der Dehnung und deren Ableitungen, aufgelöst, ergibt sich

$$\varepsilon_c(t_l) = \frac{a_{M,4}}{b_{M,4}} \cdot \sigma_0, \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_c(t_l)}{\partial t} = \frac{1}{b_{M,4}} \cdot \left( a_{M,3} \cdot \sigma_0 + a_{M,4} \cdot \sigma_0^{(1)} - b_{M,3} \cdot \varepsilon_c(t_l) \right), \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^2} &= \frac{1}{b_{M,4}} \cdot \left( a_{M,2} \cdot \sigma_0 + a_{M,3} \cdot \sigma_0^{(1)} + a_{M,4} \cdot \sigma_0^{(2)} \right. \\ &\quad \left. - b_{M,2} \cdot \varepsilon_c(t_l) - b_{M,3} \cdot \frac{\partial \varepsilon_c(t_l)}{\partial t} \right), \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^3} = & \frac{1}{b_{M,4}} \cdot \left( a_{M,1} \cdot \sigma_0 + a_{M,2} \cdot \sigma_0^{(1)} + a_{M,3} \cdot \sigma_0^{(2)} \right. \\ & + a_{M,4} \cdot \sigma_0^{(3)} - b_{M,1} \cdot \varepsilon_c(t_l) - b_{M,2} \cdot \frac{\partial \varepsilon_c(t_l)}{\partial t} \\ & \left. - b_{M,3} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_c(t_l)}{\partial t^2} \right). \end{aligned} \quad (5.41)$$

### 5.3.4 Kalibrierung des Modells

Die Kalibrierung des Modells wird durch eine Anpassung der mit dem Modell berechneten bezogenen Kriechdehnungen an die entsprechenden Messdaten vorgenommen. Die optimale Anpassung wird in einer Regressionsanalyse auf Basis der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Hierzu werden zunächst Startwerte sowie untere und obere Grenzen für alle Modellparameter festgelegt. Für die Startwerte und die gegebenen Belastungszeitpunkte wird die Lösung der Grundgleichung des Modells bestimmt und die berechnete bezogene Dehnung  $\bar{\varepsilon}_{c,\text{calc}}$  mit der gemessenen  $\bar{\varepsilon}_{c,\text{meas}}$  verglichen. Das Maß für die Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Werten ist die Summe der Fehlerquadrate

$$F = \sum_i (\bar{\varepsilon}_{c,\text{calc},i} - \bar{\varepsilon}_{c,\text{meas},i})^2. \quad (5.42)$$

Mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus werden die Modellparameter so lange variiert, bis das Minimum der Fehlerquadratsumme  $\min(F)$  und somit die optimale Anpassung zwischen Modell und Messdaten gefunden ist. Als Optimierungsalgorithmus wird ein Trust-Region-Verfahren verwendet, welches in der Optimization Toolbox der Software MATLAB zur Verfügung steht.

Das Ergebnis der Optimierung ist davon abhängig, wie die Zeitachse zum Bilden der Fehlerquadratsumme aufgeteilt wird. Da in Kriechversuchen direkt nach dem Aufbringen der Spannung die größten Verformungsänderungen auftreten, ist es sinnvoll, die Zeitpunkte für die Auswertung der Fehlerquadratsumme in diesem Bereich dichter zusammen zu legen. Für die hier durchgeführte Optimierung wird für den ersten Tag nach der Belastung eine zehnfach höhere Zeitpunktdichte gewählt als für die restliche Versuchsdauer. Der Abstand zwischen den Zeitpunkten beträgt am ersten Tag  $\Delta t_1 = 0,01$  d und danach dementsprechend  $\Delta t_2 = 0,1$  d.

In der Kalibrierung werden alle Kriechversuche, die unter konstanter Spannung durchgeführt wurden, berücksichtigt. Somit ergeben sich sechs unter-

schiedliche Belastungszeitpunkte: 1 d, 1 d 8 h, 2 d, 3 d, 4 d, 7 d. Die Kriechversuche mit mehreren Spannungsstufen oder langsamer Belastung gehen nicht in die Kalibrierung mit ein, sondern dienen zur späteren Überprüfung der Anwendbarkeit des Modells für variable Spannungsgeschichten.

Die aus der Kalibrierung resultierenden Modellparameter sind in Tab. 5.5 zusammengestellt. Die mit diesen Parametern berechneten Ergebnisse sind in Abb. 5.16 den entsprechenden Messdaten gegenübergestellt. Der Vergleich zwischen Modell und Messdaten zeigt, dass das Verformungsverhalten des Betons mit dem Modell im Mittel gut abgebildet werden kann. Der Einfluss der Erhärtung wird aus der Betrachtung der Dehnungen mit ansteigendem Belastungsalter deutlich. Hierbei zeigt sich, dass die elastische Dehnung und die Kriechdehnung bezogen auf die aufgebrauchte Spannung umso kleiner sind, je später der Beton belastet wird. Dieser Zusammenhang kann durch die kontinuierlich alternden Modellparameter sehr gut erfasst werden. Problematisch ist die Beschreibung des Kriechens allerdings für den frühesten Belastungszeitpunkt  $t_l = 1$  d, weil die Messwerte aus den zwei vorhandenen Versuchen weit auseinander liegen. Erklärt werden kann dies durch die Streuung der Werkstoffeigenschaften und die Tatsache, dass die zwei Versuche aus unterschiedlichen Betonierchargen stammen. Die statistische Auswertung in Abschnitt 5.2.7 hat gezeigt, dass die mechanischen Kurzzeiteigenschaften für sehr junge Betonalter die größten Streuungen aufweisen. Die stark unterschiedlichen Kriechkurven für  $t_l = 1$  d bestätigen diesen Zusammenhang auch für das viskoelastische Verhalten. Für eine sichere Beschreibung des Kriechverhaltens bei Belastung im Alter von 1 d wäre eine größere Versuchsanzahl notwendig. Das mit dem Modell vorhergesagte Verformungsverhalten sollte

Tab. 5.5: Werte der Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten im rheologischen Modell

Parameter	Wert	Einheit	Parameter	Wert	Einheit
$E_1$	3051	N/mm <sup>2</sup>	$d_{1,1}$	215	Nd/mm <sup>2</sup>
$f_1$	32071	N/mm <sup>2</sup>	$d_{1,2}$	768	Nd/mm <sup>2</sup>
$f_2$	-2.09	-	$d_{1,3}$	2741	Nd/mm <sup>2</sup>
$f_3$	-1,23	-	$d_{1,4}$	$7 \cdot 10^7$	Nd/mm <sup>2</sup>
$f_4$	2915	N/mm <sup>2</sup>	$d_2$	0,80	-
$d_{3,1}$	10	Nd/mm <sup>2</sup>	$d_{3,2}$	350	Nd/mm <sup>2</sup>
$d_{3,3}$	110	Nd/mm <sup>2</sup>	$d_{3,4}$	0	Nd/mm <sup>2</sup>
$t_k$	1	d	$t_0$	2	d

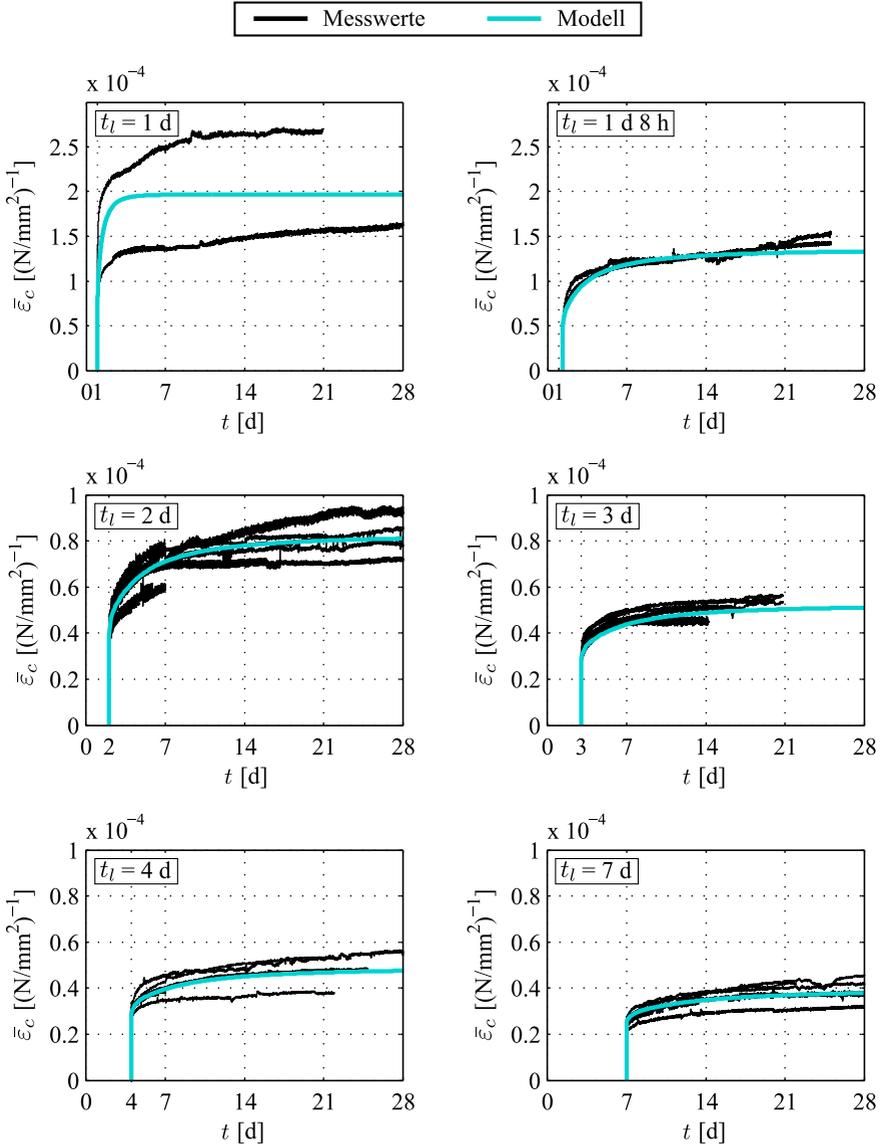


Abb. 5.16: Vergleich zwischen der gemessenen und mit dem Modell berechneten bezogenen Dehnung für das Kriechen unter konstanter Spannung

daher bei der Anwendung für Betonalter  $t < 1$  d 8 h stets kritisch hinterfragt werden.

Eine quantitative Beurteilung der Genauigkeit des Modells ist mit der Darstellung in Abb. 5.17 möglich. Dort werden die berechneten bezogenen Kriechdehnungen  $\bar{\varepsilon}_{cr,calc}$  den gemessenen bezogenen Kriechdehnungen  $\bar{\varepsilon}_{cr,meas}$  gegenübergestellt. Der elastische Anteil der Dehnungen wird nicht in die Betrachtung mit einbezogen, um ausschließlich die Vorhersagegenauigkeit bzgl. des Kriechens beurteilen zu können. Für in der Literatur veröffentlichte Kriechmodelle liegt der auftretende Streubereich gewöhnlich in Bereichen  $\pm 25\%$  bis  $\pm 30\%$ , vgl. [Mül86, And12]. Neben der Winkelhalbierenden, die die ideale Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Werten abbildet, sind deshalb in Abb. 5.17 auch die Grenzen des Streubereichs  $\pm 30\%$  dargestellt. Die Darstellung bestätigt die relativ schlechte Vorhersagegenauigkeit bei sehr früher Belastung, zeigt aber für höhere Belastungsalter eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Versuch. Ab einem Belastungsalter von  $t_l = 2$  d liegt der Großteil der Daten innerhalb des Streubereichs. Zusätzlich ist zu beachten, dass der überwiegende Teil der in der Literatur dargestellten Untersuchungen zum Kriechen unter Druckspannung durchgeführt wurde, während das hier vorgestellte Modell für das Kriechen unter Zugspannung aufgestellt wurde. Da die Zugfestigkeit des Betons wesentlich größere Streuungen aufweist als die Druckfestigkeit (vgl. Abschnitt 5.2.7), kann vermutet werden, dass dieser Zusammenhang auch für das Kriechen unter Zug- bzw. Druckspannung gilt. Des Weiteren sind die zu messenden Dehnungen beim Zugkriechen aufgrund der kleineren Spannungen deutlich kleiner als beim Druckkriechen, sodass die Messgenauigkeit einen größeren Einfluss hat. Unter den zuvor genannten Aspekten kann die Vorhersagegenauigkeit des Modells insgesamt als gut beurteilt werden.

Die Anwendungsgrenze des Modells liegt bei einem minimalen Betonalter von  $t_{l,min} = 1$  d. Für kleinere Betonalter werden einige der Feder- und Dämpferkennwerte negativ, was physikalisch nicht möglich ist. Diese Grenze stellt für die Anwendung des Modells im Fall des hier untersuchten Betons nur eine minimale Einschränkung dar. Das Erstarren des Betons tritt ca. 14 h nach dem Mischen ein und in den anschließenden 10 h entwickelt der Beton nur eine minimale Steifigkeit und Festigkeit. Dass der Beton in dieser Phase bereits durch äußere Belastungen beansprucht wird, ist sehr unwahrscheinlich. Eigen- und Zwangsspannungen als Folge der Hydratationswärmefreisetzung entstehen zwar bereits direkt nach dem Erstarren des Betons, bleiben aber aufgrund der geringen Steifigkeit in der Anfangsphase noch klein, sodass die viskoelastischen Verformungen ebenfalls wenig ausgeprägt sind.

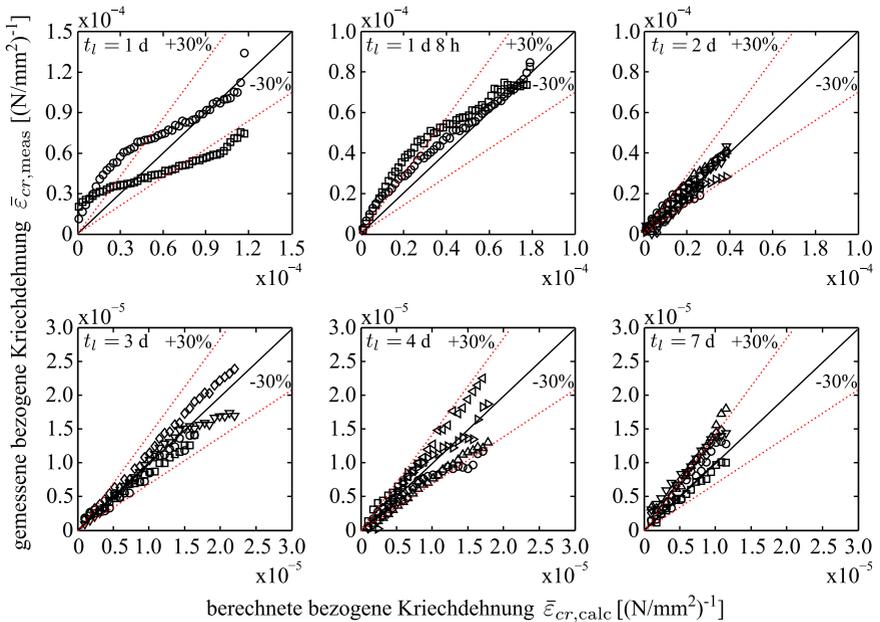


Abb. 5.17: Beurteilung der Genauigkeit des rheologischen Modells

### 5.3.5 Interpretation der Modellparameter

Das Spannungs-Verformungsverhalten des Betons wird in dem gewählten rheologischen Modell durch die Größe und zeitliche Entwicklung der Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten bestimmt. Die Zeitfunktionen für die Entwicklung der Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten werden durch 14 Modellparameter definiert, die für den Beton REF01 durch eine Kalibrierung an Messdaten aus Kriechversuchen mit unterschiedlichen Belastungsaltern bestimmt wurden. Die Anwendung des rheologischen Modells ist damit zunächst auf den Beton REF01 beschränkt, solange keine neue Kalibrierung an entsprechenden Messdaten für andere Betone erfolgt. Die für die Kalibrierung notwendigen Versuche sind allerdings mit einem relativ hohen Zeit- und Kostenaufwand verbunden, was die Umsetzung für mehrere Betone in der Praxis schwierig gestaltet. Wünschenswert wäre es daher, wenn die Modellparameter auch mit einem geringeren Versuchsumfang bestimmt werden könnten oder aus einfacher zu bestimmenden Betoneigenschaften, wie z. B. der Druckfestigkeit, abgeleitet werden könnten. Eine wesentliche Voraussetzung dafür ist ein gutes Verständnis für die Bedeutung der einzelnen Modellparameter. Als Grundlage für die Interpretation der Modellparameter sind in Abb. 5.18 die

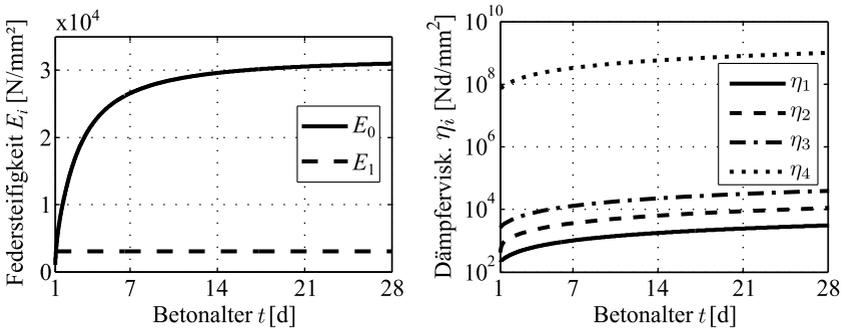


Abb. 5.18: Zeitliche Entwicklung der Federsteifigkeiten (links) und Dämpferviskositäten (rechts) im rheologischen Modell

Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten in Abhängigkeit des Betonalters dargestellt.

Der elastische Anteil der Verformung wird durch die Größe der Federsteifigkeiten  $E_0$  und  $E_1$  bestimmt. Die Summe der Steifigkeiten aller Federn ergibt den Elastizitätsmodul des Betons. Ein Vergleich mit den Werten aus Abb. 5.7 zeigt, dass sich aus den Kriechversuchen und den Kurzzeitzugversuchen sehr ähnliche Elastizitätsmoduln ergeben.

Das Verhältnis der Steifigkeit der Einzelfeder  $E_0$  zur Steifigkeit der Federn in den Maxwell-Einheiten  $E_1$  bestimmt die Höhe der Kriechverformung. Je kleiner das Verhältnis  $E_0/E_1$  ist, desto größer wird bei gleichbleibendem Elastizitätsmodul die Kriechverformung. Der Grund dafür liegt in der Aufteilung der Spannung auf die Einzelfeder und die Maxwell-Einheiten. Je größer  $E_1$  im Verhältnis zu  $E_0$  ist, desto größer ist der Anteil der Spannung, der von den Maxwell-Einheiten aufgenommen wird, woraus eine größere Kriechverformung resultiert. Über die Zeit betrachtet ist das Verhältnis der Federsteifigkeiten auch dafür verantwortlich, dass die Höhe der Kriechverformung vom Belastungsalter abhängig ist. Da die Federsteifigkeit  $E_0$  mit steigendem Betonalter stetig zunimmt, während die Federsteifigkeit  $E_1$  konstant bleibt, ergibt sich für das Verhältnis  $E_0/E_1$  ebenfalls ein stetig zunehmender Wert. Daraus folgt, dass die Kriechverformung umso kleiner ist, je später der Beton belastet wird. Der Einfluss des Belastungsalters ist in den ersten Tagen am größten, da in diesem Zeitraum die größte Zunahme der Steifigkeit  $E_0$  stattfindet.

Der zeitliche Verlauf des Kriechens wird durch die Größe der Dämpferviskositäten  $\eta_1$  bis  $\eta_4$  bestimmt. Aus Abb. 5.18 wird deutlich, dass die Viskositäten über einen sehr großen Wertebereich verteilt sind. Diese Verteilung ist notwendig, um sowohl direkt nach dem Aufbringen der Belastung als auch bei

bereits lang andauerndem Kriechen die Verformungsgeschwindigkeit korrekt abbilden zu können. Die kleinen Viskositäten sind dabei verantwortlich für die hohe Verformungsgeschwindigkeit direkt nach Belastungsbeginn und die großen Viskositäten bewirken die langsame Verformungszunahme mehrere Tage und Wochen nach Belastungsbeginn. Werden ausschließlich kleine Viskositäten verwendet, ergibt sich direkt nach der Belastung eine sehr hohe Verformungsgeschwindigkeit, die sehr schnell abnimmt und bald zu null wird, sodass bereits wenige Stunden bis Tage nach Beginn der Belastung der Endwert der Verformung erreicht ist. Wenn ausschließlich große Viskositäten verwendet werden, ergibt sich über den gesamten Belastungszeitraum eine geringe Verformungsgeschwindigkeit, die sich kaum verändert, sodass sich annähernd lineare Kriechkurven ergeben.

Zusammenfassend lassen sich für die Anwendung des rheologischen Modells auf andere Betone einige Schlussfolgerungen für die Parameterwahl ableiten. Die Größe der Federsteifigkeiten  $E_0$  und  $E_1$  ist abhängig vom Elastizitätsmodul und der Höhe der Kriechverformung. In aktuellen Normen und Richtlinien wird die Höhe des Grundkriechens häufig in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit festgelegt. Wenn dieses Konzept auf das rheologische Modell übertragen werden kann, wäre eine Beschreibung der Steifigkeiten  $E_0$  und  $E_1$  auf Basis des Elastizitätsmoduls und der Druckfestigkeit möglich. Die Werte der Viskositäten  $\eta_1$  bis  $\eta_4$  müssen über einen großen Wertebereich verteilt sein, um den zeitlichen Verlauf des Kriechens korrekt abzubilden.

### 5.3.6 Allgemeingültigkeit des Modells für beliebige Betone

Bisher wurde die Anwendbarkeit des rheologischen Modells ausschließlich für den Beton REF01 gezeigt. Um die Allgemeingültigkeit des Modells für beliebige Betone zu zeigen und ein weitergehendes Verständnis für die Bedeutung der Parameter zu erhalten, wird das Modell zusätzlich an in der Literatur veröffentlichten Versuchsergebnissen kalibriert.

Analysiert werden Kriechversuche von ANDERS [And12] und ATRUSHI [Atr03]. Die wesentlichen Kennwerte der von ANDERS und ATRUSHI untersuchten Betone sind in Tab. 5.6 und 5.7 zusammengefasst. Für alle Betone kam Portlandzement zum Einsatz, die Betone B und C enthalten außerdem Silikastaub als Zusatzstoff. Der von ANDERS untersuchte Beton A weist nach 28 d eine ähnliche Druckfestigkeit auf wie der im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Beton REF01, die Festigkeiten der Betone B und C liegen im hochfesten Bereich. Beim Vergleich der Ergebnisse muss besonders beachtet werden, dass es sich bei den aus der Literatur übernommenen Versuchen ausschließlich um Druckkriechversuche handelt, während das Modell für

Tab. 5.6: Wesentliche Kennwerte der in [And12] untersuchten Betone

	Beton A ANDERS [And12]	Beton B ANDERS [And12]
Zementart	CEM I 42,5 R	CEM I 42,5 R
Zementgehalt [kg/m <sup>3</sup> ]	435	480
Silikastaub [kg/m <sup>3</sup> ]	-	9,5
Wasserzementwert [-]	0,45	0,33
Druckfestigkeit (28 d) [N/mm <sup>2</sup> ]	55	97
Belastungsalter [h]	16, 20, 24, 72, 96, 192, 672,	12, 16, 24, 72, 96, 192, 672,

Tab. 5.7: Wesentliche Kennwerte des in [Atr03] untersuchten Betons

	Beton C ATRUSHI [Atr03]
Zementart	CEM I 52,5
Zementgehalt [kg/m <sup>3</sup> ]	368
Silikastaub [kg/m <sup>3</sup> ]	18,4
Wasserzementwert [-]	0,42
Druckfestigkeit (28 d) [N/mm <sup>2</sup> ]	81
Belastungsalter [h]	48, 72, 96, 144, 192

den Beton REF01 anhand von Zugkriechversuchen kalibriert worden ist. Zur besseren Vergleichbarkeit werden deshalb nur Druckkriechversuche betrachtet, bei denen kein nichtlineares Kriechen auftritt. In aktuellen Bemessungsregeln wird in der Regel für Belastungsgrade  $\bar{\sigma} \leq 40\%$  von linearem Kriechen ausgegangen, vgl. [MC10, N5]. In die Modellkalibrierung gehen daher für die Betone A und B Versuche mit Belastungsgraden von 20 % bis 40 %, bezogen auf die Druckfestigkeit bei Belastungsbeginn, ein. ATRUSHI untersuchte an dem Beton C ausschließlich das Kriechen bei einem Belastungsgrad von 40 %, sodass auch hier von linearem Kriechen ausgegangen werden kann. Die untersuchten Belastungsalter unterscheiden sich je nach Betonrezeptur und sind ebenfalls in Tab. 5.6 und 5.7 aufgelistet.

Sämtliche Daten, die in die Kalibrierung eingehen, wurden mit der Software g3data aus den in [And12] und [Atr03] veröffentlichten Diagrammen ausgelesen. In [And12] sind die Ergebnisse aller einzelnen Versuche dargestellt, diese werden direkt in die Kalibrierung übernommen. In [Atr03] werden nur die Mittelwerte aller Versuche für ein Belastungsalter dargestellt, sodass je Belastungsalter nur eine Datenreihe in die Kalibrierung eingeht.

Der Ablauf der Modellkalibrierung bleibt wie in Abschnitt 5.3.4 beschrieben, allerdings werden für die Parameter einige weitere Einschränkungen vorgenommen, die zuvor mit Hilfe einer Sensitivitätsanalyse festgelegt wurden. Auf die Zusatzterme  $\Delta E_0(t)$  und  $\Delta \eta_i(t)$  zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Federsteifigkeiten und Dämpfungviskositäten wird verzichtet, da die hier analysierten Daten keine so schnelle Veränderung des Verformungsverhaltens in den ersten Tagen zeigen wie der Beton REF01. Damit kann die Anzahl der durch Kalibrierung zu bestimmenden Parameter um fünf reduziert werden, es gilt

$$f_4 = d_{3,1} = d_{3,2} = d_{3,3} = d_{3,4} = 0. \quad (5.43)$$

Des Weiteren wird der Wert für den Parameter  $d_2$  aus der Kalibrierung für den Beton REF01 übernommen, da die Sensitivitätsanalyse gezeigt hat, dass eine freie Kalibrierung des Parameters nur eine geringfügig bessere Anpassung an die Messdaten bewirkt. Die Sensitivitätsanalyse zeigte außerdem, dass der genaue Wert der Dämpfungviskosität  $\eta_4$  von untergeordneter Bedeutung ist, da weder eine Vergrößerung noch eine Verkleinerung des Parameters  $d_{1,4}$  um den Faktor 10 das Kriechverhalten wesentlich beeinflusst. Entscheidend scheint hier vor allem zu sein, dass die Viskosität  $\eta_4$  um mehrere Zehnerpotenzen größer ist als die restlichen Viskositäten. Aus diesem Grund wird auch der Wert für den Parameter  $d_{1,4}$  aus der Kalibrierung für den Beton REF01 übernommen. Für die Kalibrierung verbleiben somit sieben freie Parameter.

Die resultierenden Werte der Parameter für die drei unterschiedlichen Betone sind in Tab. 5.8 zusammengestellt. Der in Abb. 5.19 dargestellte Vergleich zwischen den mit dem Modell berechneten Dehnungen und den Messwerten

Tab. 5.8: Modellparameter des rheologischen Modells nach Kalibrierung an den Versuchsergebnissen aus [And12] und [Atr03]

		Beton A	Beton B	Beton C
$E_1$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3386	3098	2341
$f_1$	[N/mm <sup>2</sup> ]	18336	36978	26283
$f_2$	[-]	-0,73	-0,93	-0,84
$f_3$	[-]	-0,82	-0,28	-0,25
$d_{1,1}$	[Nd/mm <sup>2</sup> ]	187	150	123
$d_{1,2}$	[Nd/mm <sup>2</sup> ]	219	276	286
$d_{1,3}$	[Nd/mm <sup>2</sup> ]	2868	2737	2462
$d_{1,4}$	[Nd/mm <sup>2</sup> ]	$7 \cdot 10^7$		
$d_2$	[-]	0,8		
$t_k$	[d]	1		

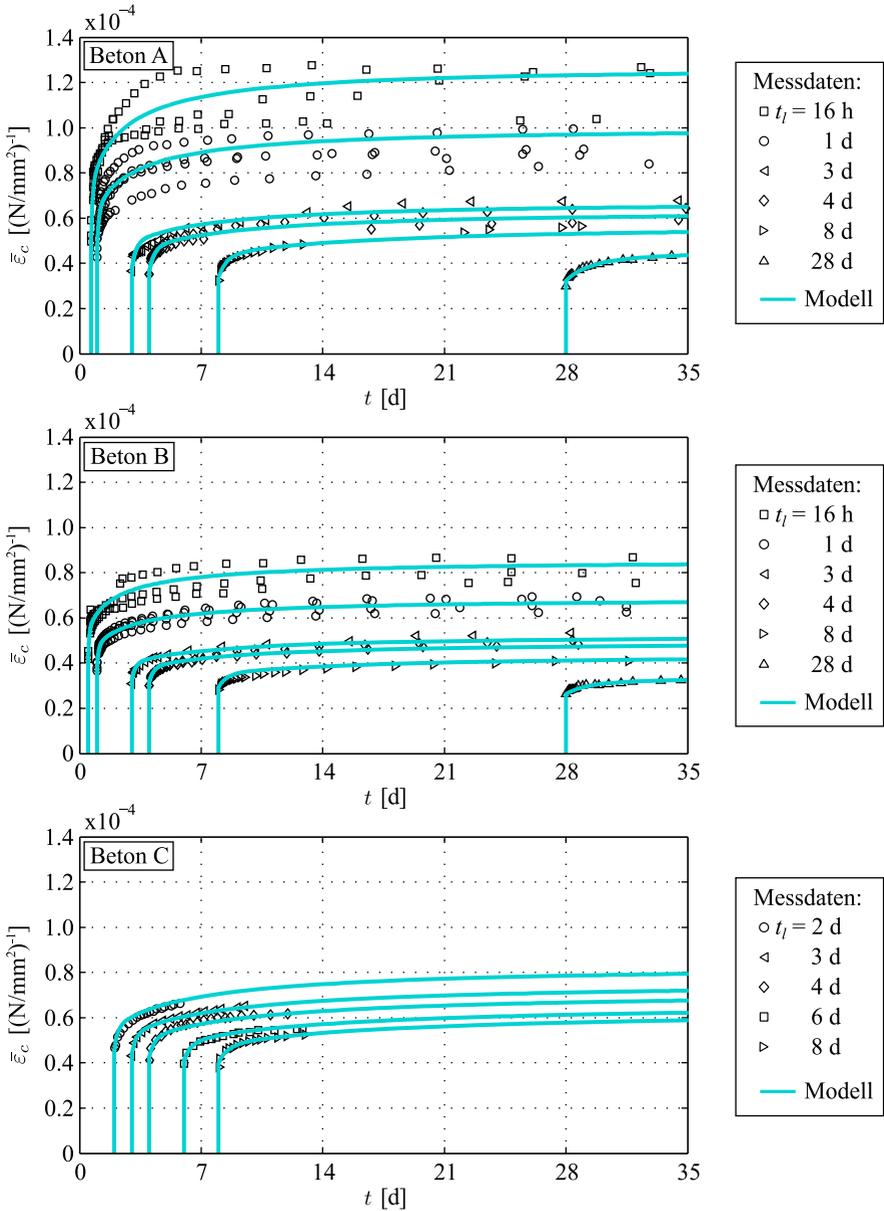


Abb. 5.19: Vergleich zwischen mit dem Modell berechneten Dehnungen und aus der Literatur entnommenen Kriechversuchen [And12, Atr03]

bestätigt, dass das Modell in der Lage ist, das Kriechverhalten der drei Betone korrekt abzubilden. Besonders hervorzuheben ist dabei, dass bei den Betonen A und B auch das Kriechverhalten bei dem relativ hohen Belastungsalter  $t_l = 28$  d korrekt beschrieben wird. Hiermit wird bestätigt, dass das Modell nicht nur für jungen Beton angewendet werden kann, sondern durch die kontinuierlich alternden Modellparameter ebenso in der Lage ist, das Verformungsverhalten von weitgehend erhärtetem Beton korrekt abzubilden.

Der Vergleich der Modellparameter für die verschiedenen Betone macht deutlich, dass die meisten Parameter sich in recht engen Wertebereichen bewegen. Dies gilt insbesondere für die Parameter  $d_{1,1}$ ,  $d_{1,2}$  und  $d_{1,3}$ , die für die Größe der Dämpfungviskositäten verantwortlich sind. Da der Parameter  $d_2$ , der zusätzlich die zeitliche Entwicklung der Dämpfungviskositäten beeinflusst, von vornherein fest gewählt wurde, ergeben sich für alle drei Betone sehr ähnliche Verläufe der Dämpfungviskositäten. In Abschnitt 5.3.5 wurde bereits erläutert, dass die Größe der Dämpfungviskositäten und deren zeitliche Entwicklung hauptsächlich den zeitlichen Verlauf des Kriechens beeinflusst. Der qualitative Verlauf des Kriechens ist somit für alle Betone sehr ähnlich. Im Vergleich mit dem zuvor untersuchten Beton REF01 fällt auf, dass die Dämpfungviskositäten  $\eta_1$  und  $\eta_3$  sich auch bei diesem Beton in einem ähnlichen Wertebereich wie bei den Betonen A, B und C befinden, die Dämpfungviskosität  $\eta_2$  aber bei dem Beton REF01 deutlich größer ist. Mögliche Ursachen hierfür könnten Unterschiede zwischen Zug- und Druckkriechen oder der Einfluss der Zementart sein.

Die Höhe der elastischen Verformung und der Kriechverformung wird durch die Größe der Federsteifigkeiten und deren Verhältnis zueinander gesteuert. Die Summe der Federsteifigkeiten ergibt den Elastizitätsmodul, der für den Beton B am größten und für den Beton C am kleinsten ist. Dies widerspricht den Erwartungen, dass der Beton mit der kleinsten Druckfestigkeit den kleinsten Elastizitätsmodul aufweisen müsste. Da die Daten von unterschiedlichen Autoren stammen, ist dieser Widerspruch mit großer Wahrscheinlichkeit auf Unterschiede in den Messsystemen und im Versuchsablauf zurückzuführen. Die zeitliche Entwicklung des Elastizitätsmoduls ist bei den Betonen A, B und C ähnlich und verläuft deutlich schneller als beim Beton REF01, was durch die verwendeten Zementarten erklärbar ist.

Das Verhältnis zwischen der Steifigkeit  $E_1$  in den Maxwell-Einheiten und der Steifigkeit  $E_0$  der Einzelfeder bestimmt die Höhe der Kriechverformung. In Abb. 5.20 ist das Verhältnis  $E_1/E_0$  für alle vier untersuchten Betone über dem Betonalter dargestellt. Bei allen Betonen zeigt sich in den ersten Tagen ein ausgeprägter Abfall des Verhältnisses, dieses Verhalten klingt aber

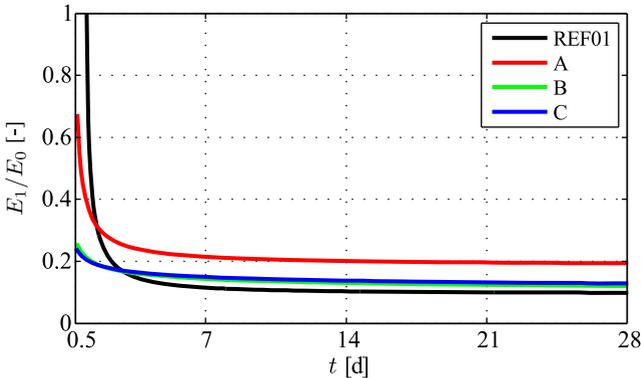


Abb. 5.20: Verhältnis der Federsteifigkeiten im rheologischen Modell für die Betone A, B, C und REF01

sehr schnell ab, sodass nach etwa 7 Tagen bereits bei allen Betonen der Grenzwert nahezu erreicht ist. Der Abfall des Verhältnisses ist für den Beton REF01 wesentlich ausgeprägter als bei den restlichen Betonen und findet später statt, was durch die verwendete Zementart (CEM III/A 32,5) erklärt werden kann. Die Betone B und C zeigen über die gesamte Betrachtungszeit ähnliche Werte. Für den Beton A liegt das Verhältnis  $E_1/E_0$  dauerhaft höher und die Steigung zu Beginn ist ausgeprägter. Auch dieser Unterschied kann über die Betonzusammensetzung und Betonfestigkeit erklärt werden. Die Betone B und C enthalten hoch reaktiven Silikastaub, der dazu führt, dass die Betone bereits nach 12 h eine recht hohe Steifigkeit besitzen, sodass der Abfall des Verhältnisses  $E_1/E_0$  infolge der weiteren Erhärtung weniger ausgeprägt ausfällt als bei dem Beton A, der ausschließlich Portlandzement als Bindemittel enthält. Der höhere Endwert bei dem Beton A bedeutet, dass dieser eine höhere Kriechverformung im Verhältnis zur Gesamtverformung zeigt. Dies stimmt mit der üblicherweise in Normen und Richtlinien angegebenen Analogie zwischen Festigkeit und Kriechen überein, vgl. bspw. [MC10]. Demnach ist das Kriechen umso ausgeprägter, je geringer die Druckfestigkeit ist. Die Festigkeiten der Betone B und C liegen in einem ähnlichen Bereich, sodass mit diesem Zusammenhang ebenfalls erklärt werden kann, dass sich ähnliche Grenzwerte ergeben. Lediglich der Grenzwert für den Beton REF01 folgt nicht der Analogie zur Festigkeit. Der wahrscheinlichste Grund dafür ist die Kalibrierung des Modells für den Beton REF01 anhand von Zugkriechversuchen. Die Ergebnisse lassen vermuten, dass sich die Größe der Kriechverformungen bei Druck- und Zugbeanspruchung unterscheiden. Auf Unterschiede und Übereinstimmungen zwischen Druck- und Zugkriechen wird in Abschnitt 5.3.8 ausführlich eingegangen. Als weiterer Grund kommt der im

Verhältnis zu den restlichen Betonen niedrige Leimgehalt des Betons REF01 in Frage. Da für das viskoelastische Verhalten des Betons hauptsächlich der Zementstein verantwortlich ist, ist für einen Beton mit niedrigem Leimgehalt ein entsprechend geringes Kriechen zu erwarten. Evtl. überlagert dieser Effekt hier den Einfluss der Festigkeit.

Insgesamt zeigt die Interpretation der Modellparameter für die vier unterschiedlichen Betone, dass Analogien und Unterschiede zwischen den Parametern sich gut durch die Betonzusammensetzung und die Druckfestigkeit erklären lassen. Dies ist ein bedeutender Punkt, wenn das Modell für eine allgemeine Anwendung weiterentwickelt werden soll, die mit wenigen oder sogar ganz ohne experimentelle Untersuchungen auskommt. Die bisherigen Ergebnisse deuten darauf hin, dass es möglich ist, eine Beschreibung der Parameter in Abhängigkeit der Betonzusammensetzung, der Druckfestigkeit, des Elastizitätsmoduls und ggf. weiterer Eigenschaften zu finden. Hierfür ist allerdings eine umfangreichere Versuchsdatenbank erforderlich, in der insbesondere Einflüsse aus verschiedenen Messsystemen und Versuchsabläufen besser herausgefiltert werden können.

### 5.3.7 Anwendung des Modells

Das viskoelastische Materialverhalten wurde bisher nur für den Fall des reinen Kriechens, d. h. unter konstanter Spannung, betrachtet. In Betonbauteilen treten während der Erhärtungsphase allerdings in den meisten Fällen über die Zeit variable Spannungen auf. Für eine uneingeschränkte Anwendbarkeit des rheologischen Modells ist es deshalb von großer Bedeutung, dass das Materialverhalten unter beliebigen Belastungsgeschichten korrekt abgebildet wird. Um dies zu überprüfen, wurden mit dem Beton REF01 Versuche mit verschiedenen über die Zeit veränderlichen Spannungsgeschichten durchgeführt. Für das Nachrechnen der Versuche mit dem rheologischen Modell werden die Modellparameter aus der in Abschnitt 5.3.4 beschriebenen Kalibrierung übernommen.

#### 5.3.7.1 Mehrstufige Kriechversuche

Einen recht einfachen Fall einer über die Zeit variablen Spannungsgeschichte stellt eine phasenweise konstante Belastung mit mehreren Spannungsstufen dar. Analog zum reinen Kriechen ist die Spannung jeweils über längere Zeiträume konstant, weshalb auch von Kriechen unter mehrstufiger Belastung gesprochen werden kann. Anhand der mehrstufigen Kriechversuche kann

systematisch untersucht werden, welche Einflüsse vorangegangene Belastungsphasen auf das Verformungsverhalten in späteren Belastungsphasen haben und ob diese mit dem rheologischen Modell korrekt erfasst werden.

Für die Auswertung des Modells wird davon ausgegangen, dass auch bei mehrstufiger Belastung linear viskoelastisches Materialverhalten vorliegt. Die Berechnung der Dehnung erfolgt phasenweise, wobei das Aufbringen eines neuen Spannungssprungs  $\Delta\sigma_i$  zum Zeitpunkt  $t_{l,i}$  jeweils den Beginn der nächsten Phase  $i$  definiert. Die Startwerte für die Dehnung und deren Ableitungen nach dem Aufbringen der ersten Spannungsstufe ergeben sich gemäß Gl. 5.38 bis 5.41. Beim Übergang zur nächsten Phase muss eine Superposition der Startwerte infolge des Spannungssprungs  $\Delta\sigma_i$  mit dem aktuellen Dehnungszustand durchgeführt werden. Hierfür werden zur Dehnung und deren Ableitungen zum Zeitpunkt  $t_{l,i,0}$  direkt vor dem Aufbringen des Spannungssprungs diejenigen Werte der Dehnung und deren Ableitungen addiert, die der Spannungssprung an einem unbelasteten System hervorrufen würde. Zum Zeitpunkt  $t_{l,i,1}$  direkt nach dem Aufbringen des Spannungssprungs gilt somit

$$\varepsilon_c(t_{l,i,1}) = \varepsilon_c(t_{l,i,0}) + \frac{a_{M,4}}{b_{M,4}}\Delta\sigma_i, \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t} = \frac{\partial\varepsilon_c(t_{l,i,0})}{\partial t} + \frac{1}{b_{M,4}}\left(a_{M,3}\Delta\sigma_i - b_{M,3}\varepsilon_c(t_{l,i,1})\right), \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2\varepsilon_c(t_{l,i,0})}{\partial t^2} + \frac{1}{b_{M,4}}\left(a_{M,2}\Delta\sigma_i - b_{M,2}\varepsilon_c(t_{l,i,1}) \right. \\ &\quad \left. - b_{M,3}\frac{\partial\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t}\right), \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t^3} &= \frac{\partial^3\varepsilon_c(t_{l,i,0})}{\partial t^3} + \frac{1}{b_{M,4}}\left(a_{M,1}\Delta\sigma_i - b_{M,1}\varepsilon_c(t_{l,i,1}) \right. \\ &\quad \left. - b_{M,2}\frac{\partial\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t} - b_{M,3}\frac{\partial^2\varepsilon_c(t_{l,i,1})}{\partial t^2}\right). \end{aligned} \quad (5.47)$$

Bei einer Entlastung ist nach diesem Vorgehen ein negativer Spannungssprung zu berücksichtigen.

Die im Folgenden dargestellten Verläufe der gemessenen und berechneten Dehnungen dienen hauptsächlich dem Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Kriechdehnungen. Mit dem rheologischen Modell werden sowohl die elastischen Dehnungen als auch die Kriechdehnungen im Mittel gut abgebildet. Da jedoch die elastischen Dehnungen den größten Teil der Gesamtdehnung ausmachen, führt bereits eine geringe Differenz zwischen

gemessenen und berechneten elastischen Dehnungen zu einer recht hohen Abweichung bezogen auf den zeitlichen Verlauf der Gesamtdehnungen. Um den Einfluss der elastischen Dehnungen zu eliminieren, werden in den folgenden Darstellungen die mit dem Modell berechneten elastischen Dehnungen durch die jeweiligen Messwerte ersetzt. Die Form der Kriechkurven verändert sich dadurch nicht, da es sich ausschließlich um eine vertikale Verschiebung der Verläufe handelt.

Abb. 5.21 zeigt ein Beispiel für die Anwendung des beschriebenen Vorgehens für den einfachsten Fall einer zweistufigen Belastung. Der Beton wurde in einem Alter von  $t_{l,1} = 2$  d erstmals belastet mit einem Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_1 = 30\%$  bezogen auf die Zugfestigkeit bei Lastaufbringung. Bei einem Betonalter von  $t_{l,2} = 7$  d wurde der Belastungsgrad erhöht auf  $\bar{\sigma}_2 = 50\%$  der aktuellen Zugfestigkeit. In beiden Belastungsphasen zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen und der mit dem Modell vorhergesagten Dehnungsentwicklung.

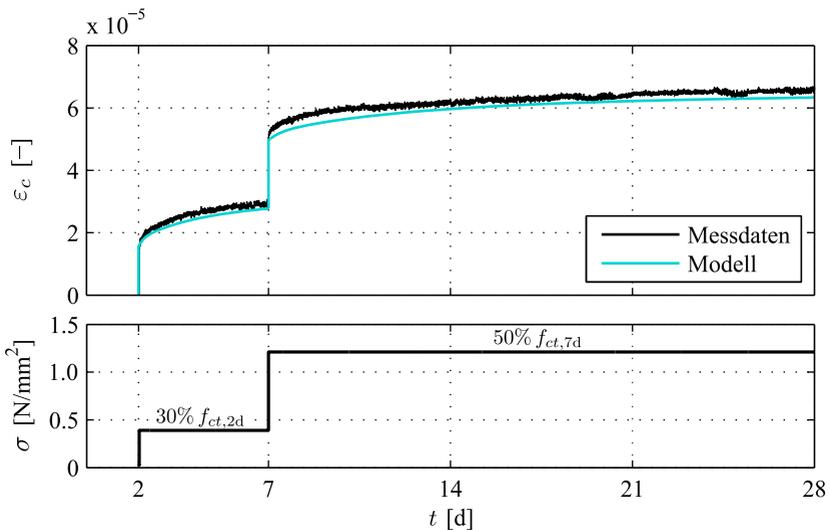


Abb. 5.21: Beispiel für einen zweistufigen Kriechversuch und Vergleich mit der berechneten Dehnungsentwicklung

Die Anwendung des Modells auf Spannungsgeschichten mit zwischenzeitlicher Entlastung bzw. Reduktion der Spannung wird in Abb. 5.22 am Beispiel von drei recht ähnlichen Spannungsgeschichten gezeigt. In allen drei Versuchen beträgt das Erstbelastungsalter  $t_{l,1} = 2$  d und der zugehörige Belastungsgrad  $\bar{\sigma}_1 = 65\%$  bezogen auf die aktuelle Zugfestigkeit. Im Alter von  $t_{l,2} = 4$  d

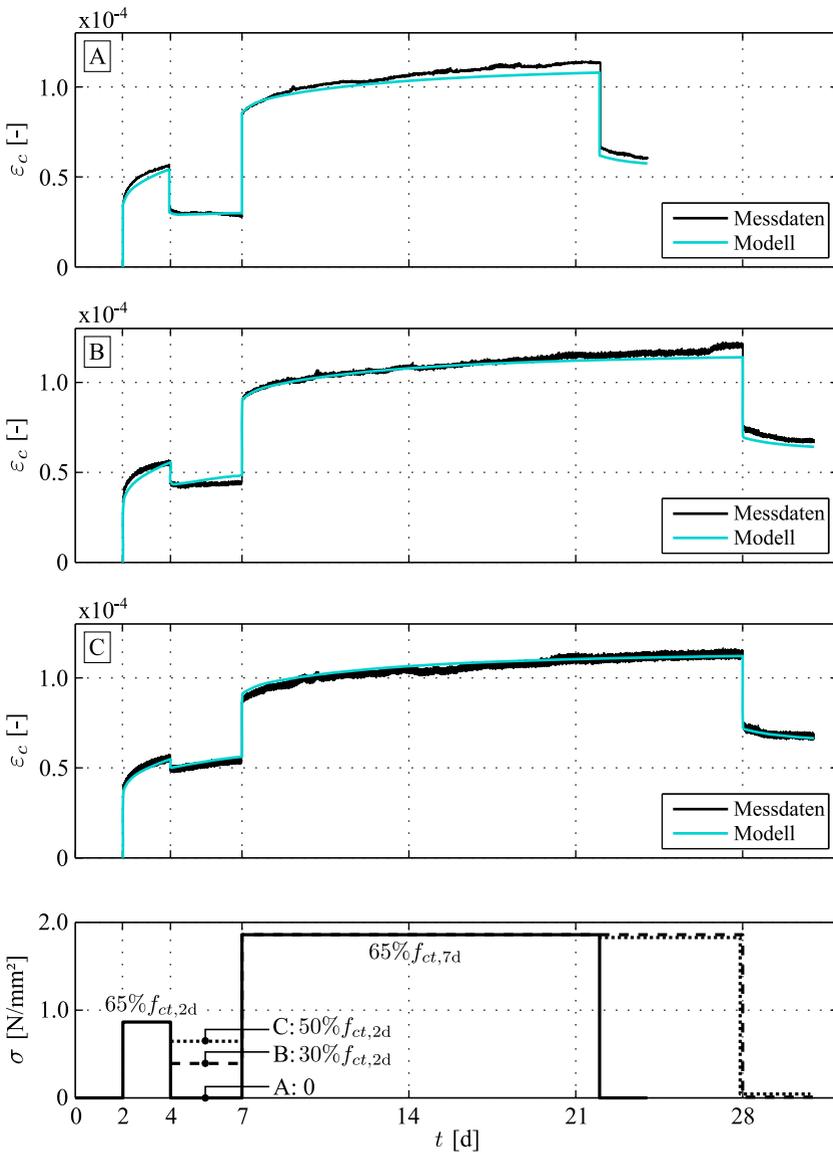


Abb. 5.22: Beispiele für Kriechversuche mit zwischenzeitlicher Reduktion der Spannung und Vergleich mit den berechneten Dehnungsverläufen

wird bei Versuch A der Probekörper vollständig entlastet, bei Versuch B wird der Belastungsgrad auf  $\bar{\sigma}_{2,B} = 30\%$  reduziert und bei Versuch C wird der Belastungsgrad auf  $\bar{\sigma}_{2,C} = 50\%$  reduziert, jeweils bezogen auf die Zugfestigkeit nach 2 d. Im Alter von  $t_{1,3} = 7\text{d}$  wird der Belastungsgrad erneut in allen Versuchen auf  $\bar{\sigma}_3 = 65\%$ , bezogen auf die Zugfestigkeit nach 7 d, erhöht. Der Vergleich zwischen den gemessenen und den mit dem Modell vorhergesagten Dehnungsverläufen zeigt gute Übereinstimmungen für alle drei Versuche und jeweils alle drei Belastungsphasen. Von besonderer Bedeutung ist dabei die korrekte Beschreibung der Dehnungsentwicklung in der zweiten Phase nach der Entlastung bzw. Reduktion der Spannung. Im Versuch A wird der Probekörper vollständig entlastet, wodurch sich ein Rückkriechen ergibt, das deutlich kleiner ist als das Kriechen in der ersten Phase und am Ende der zweiten Phase bereits nahezu vollständig abgeklungen ist. Im Versuch B wird die Spannung auf etwas weniger als die Hälfte des ursprünglichen Wertes reduziert, dies bewirkt in den ersten Stunden nach der Spannungsreduktion ein minimales Rückkriechen und anschließend ein weiteres Kriechen in Belastungsrichtung mit sehr kleiner Geschwindigkeit. Im Versuch C wird die Spannung nur um etwa ein Viertel des ursprünglichen Wertes reduziert, was ein weiteres Kriechen mit leicht reduzierter Geschwindigkeit bewirkt. Das Modell bildet die beschriebenen Zusammenhänge in allen Fällen sehr gut ab, lediglich bei Versuch B wird die Kriechgeschwindigkeit im Anschluss an das minimale Rückkriechen etwas überschätzt.

Weitere Beispiele für die Anwendung des rheologischen Modells für mehrstufige Spannungsgeschichten sind in Anhang D dargestellt. Es zeigt sich durchgehend eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell, so dass damit die Anwendbarkeit des Modells für stufenförmige Erhöhung und Reduktion der Spannung belegt ist.

### 5.3.7.2 Kriechversuche mit niedriger Belastungsgeschwindigkeit

Da die Spannungen sich in erhärtenden Betonbauteilen in den meisten Fällen nicht plötzlich, sondern kontinuierlich verändern, ist die Anwendbarkeit des rheologischen Modells bei langsamer Belastung von besonderer Bedeutung. Zur Untersuchung des Einflusses der Belastungsgeschwindigkeit dienen Versuche, in denen die Spannung innerhalb eines Zeitraums von 12 h auf ihren endgültigen Wert gesteigert bzw. gesenkt wird. Die untersuchten Spannungsgeschichten sind in Abb. 5.23 unten dargestellt. Die Spannungsgeschichten der Versuche A und B unterscheiden sich nur in der Art der Lastaufbringung. Im Versuch A wird die Spannung in Form von 12 kleinen Stufen aufgebracht bzw. reduziert, im Versuch B wird die Spannung dagegen linear auf ihren Endwert

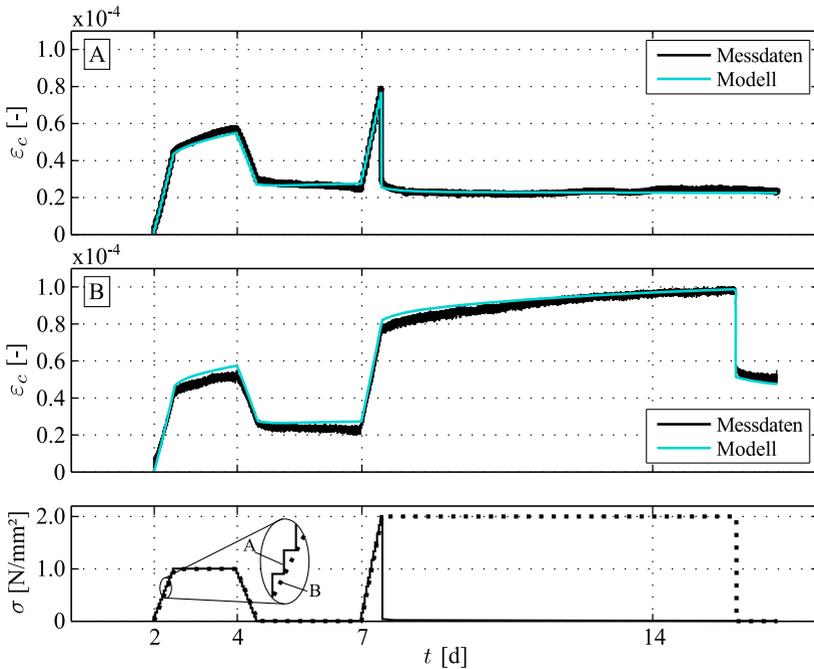


Abb. 5.23: Kriechversuche mit langsamer Belastung im Vergleich mit den berechneten Dehnungsverläufen

gesteigert bzw. gesenkt. Die Belastungsniveaus während der Haltephasen sind in den Versuchen A und B identisch und betragen jeweils 70 % der Zugfestigkeit nach 2 d bzw. 7 d. Der im Versuch A untersuchte Probekörper versagte kurz vor dem Erreichen der letzten Spannungsstufe, wodurch die zweite Haltephase nicht mehr untersucht werden konnte.

Für das Nachrechnen der Versuche mit dem rheologischen Modell werden bei dem Versuch A die Be- und Entlastungsphasen jeweils in 12 Einzelphasen aufgeteilt und für jede Phase die Startbedingungen gemäß Gl. 5.44 bis 5.47 bestimmt. Bei dem Versuch B wird die Berechnung vom unbelasteten Modell gestartet und die während der Be- und Entlastungsphasen konstante Be- bzw. Entlastungsgeschwindigkeit direkt durch Einsetzen in die Grundgleichung berücksichtigt.

Die berechneten Dehnungsverläufe stimmen in beiden Fällen gut mit den Versuchsergebnissen überein, vgl. Abb. 5.23. Damit ist die Anwendbarkeit des rheologischen Modells auch für kontinuierliche Be- und Entlastungsvorgänge belegt. Zusätzlich zeigt der Vergleich der in den Versuchen A und B

gemessenen Dehnungen, dass die Be- und Entlastung in kleinen Stufen und die kontinuierliche Be- und Entlastung zu sehr ähnlichen Dehnungsverläufen führen. Daraus kann geschlussfolgert werden, dass eine kontinuierlich veränderliche Spannungsgeschichte sowohl im Versuch als auch in einer Berechnung ohne Genauigkeitsverlust in kleine Spannungsstufen aufgeteilt werden kann.

### 5.3.7.3 Zentrisch gezwängter Stab unter Temperaturbeanspruchung

Die bisher untersuchten Spannungsgeschichten unterlagen verglichen mit realen Spannungsgeschichten, die in erhärtenden Betonbauteilen auftreten, noch recht starken Vereinfachungen. Abschließend soll deshalb die Anwendbarkeit des rheologischen Modells für reale Spannungsgeschichten anhand eines Bauteilversuchs unter frühem Zwang gezeigt werden.

Der hier analysierte Versuch wurde am Institut für Betonbau (IBB) der TU Graz im Rahmen eines D-A-CH-Projektes, welches gemeinsam am iBMB der TU Braunschweig und am IBB der TU Graz bearbeitet wurde, durchgeführt. Das untersuchte Bauteil ist ein 3,7 m langer Betonstab mit einem Querschnitt von  $250 \times 250 \text{ mm}^2$ , der zwischen den Häuptern eines Stahlrahmens hängend gelagert ist, vgl. Abb. 5.24. Die Betonzusammensetzung entspricht der des Betons REF01. Durch eine starke Wärmedämmung des Querschnitts entsteht infolge der Hydratationswärme freisetzung eine Temperaturgeschichte, die mit der massiger Betonbauteile vergleichbar ist. Diese wird durch ein im Zentrum des Querschnitts angeordnetes Thermoelement kontinuierlich messtechnisch



Abb. 5.24: Versuchsaufbau der TU Graz zur experimentellen Untersuchung von Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme [Sch14]

erfasst. Der Stahlrahmen führt zu einer teilweisen Behinderung der Dehnungen im Beton, wodurch eine Zwangsspannung in Längsrichtung des Stabes entsteht. Die Größe dieser Zwangsspannung kann durch im Stahlrahmen angeordnete Kraftmessdosen messtechnisch erfasst werden. Die Steifigkeit des Rahmens ist bekannt, sodass bei Verwendung eines geeigneten Materialmodells die Spannungsentwicklung auch rechnerisch abgebildet und mit den Messdaten verglichen werden kann. Dafür wird das in Abb. 5.25 dargestellte statische System verwendet.

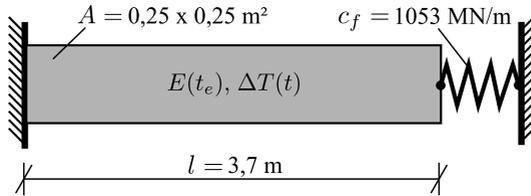


Abb. 5.25: Statisches System zur rechnerischen Bestimmung der Spannungsentwicklung im Bauteilversuch

Zum Nachrechnen der Spannungsentwicklung müssen neben elastischen und viskoelastischen Dehnungen, die durch die Grundgleichungen des rheologischen Modells definiert werden, zusätzlich noch thermische Dehnungen und Dehnungen infolge autogenen Schwindens berücksichtigt werden. Die Gesamtdehnung  $\varepsilon_{tot}$  ergibt sich als Summe dieser einzelnen Dehnungsanteile zu

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cr} + \varepsilon_{th} + \varepsilon_{as}. \quad (5.48)$$

Die thermische Dehnung infolge einer Temperaturerhöhung  $\Delta T$  ergibt sich zu

$$\varepsilon_{th} = \alpha_T \cdot \Delta T. \quad (5.49)$$

Der Wärmeausdehnungskoeffizient wird in dieser Betrachtung vereinfachend als phasenweise konstant angenommen. Die Werte werden dabei gemäß der Empfehlung von RÖHLING [Röh09] gewählt: Bis zum Temperaturmaximum wird mit  $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  gerechnet. Anschließend wird der Wert auf  $\alpha_T = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  verringert, bis die Temperatur auf 80% der maximalen Erwärmung gesunken ist. Für die weitere Abkühlung wird  $\alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  angenommen. Zwar verändert der Wärmeausdehnungskoeffizient sich während der ersten Stunden der Erhärtung deutlich stärker, als für die Berechnung angenommen wird (vgl. Abschnitt 2.3.2), dies ist aber für die Spannungsbeurteilung nahezu ohne Bedeutung, da der Beton in dieser Phase noch eine

sehr geringe Steifigkeit besitzt und somit kaum Spannungen entstehen.

Für die Dehnung infolge autogenen Schwindens  $\varepsilon_{as}$  wird der Mittelwert aus den im Rahmen der Kriechversuche durchgeführten Messreihen verwendet. Der Einfluss der von 20 °C abweichenden Temperaturgeschichte wird durch die Transformation der Zeitachse auf das wirksame Betonalter  $t_e$  berücksichtigt. Die Gültigkeit dieses Vorgehens für das autogene Schwinden wurde bspw. von GUTSCH [Gut98] durch Versuche bei 20 °C und 40 °C gezeigt.

Die Berechnung der Spannung geschieht gemäß der Definition, dass ausschließlich elastische Dehnungen Spannungen hervorrufen. Da der Elastizitätsmodul  $E_c$  über die Zeit veränderlich ist, muss das Materialgesetz in inkrementeller Form betrachtet werden, d. h. es wird der Zusammenhang zwischen der zeitlichen Veränderung der Spannung  $\dot{\sigma}$  und der zeitlichen Veränderung der Dehnung  $\dot{\varepsilon}$  definiert:

$$\dot{\sigma} = E_c \cdot \dot{\varepsilon}_{el} = E_c \cdot (\dot{\varepsilon}_{tot} - \dot{\varepsilon}_{cr} - \dot{\varepsilon}_{th} - \dot{\varepsilon}_{as}) \quad (5.50)$$

Zur Berechnung der Spannungsentwicklung muss die elastische Dehnung zu jedem Zeitpunkt bekannt sein. Diese ergibt sich aus der Betrachtung des Verformungs- und Kräftegleichgewichts am statischen System. Zur Erfüllung des Verformungsgleichgewichts müssen sich die Längenänderungen im Betonstab und in der Feder gegenseitig aufheben. In der inkrementellen Darstellung gilt entsprechend

$$\dot{\varepsilon}_{tot} \cdot l = -\Delta \dot{l}_f. \quad (5.51)$$

Das Kräftegleichgewicht bedingt, dass die Normalkraft im Betonstab  $N_B$  mit der Federkraft  $N_f$  übereinstimmt. Gleiches gilt für die Ableitungen der Kräfte nach der Zeit

$$\dot{N}_B = \dot{N}_f. \quad (5.52)$$

Nach Einsetzen der Werkstoffgesetze für den Stab und die Feder erhält man

$$A \cdot E_c \cdot \dot{\varepsilon}_{el} = c_f \cdot \Delta \dot{l}_f. \quad (5.53)$$

Einsetzen des Zusammenhangs aus Gl. 5.51 ergibt

$$A \cdot E_c \cdot \dot{\varepsilon}_{el} = -c_f \cdot l \cdot \dot{\varepsilon}_{tot} = -c_f \cdot l \cdot (\dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_{cr} + \dot{\varepsilon}_{th} + \dot{\varepsilon}_{as}). \quad (5.54)$$

Wird diese Gleichung nach  $\dot{\varepsilon}_{el}$  aufgelöst, ergibt sich

$$\dot{\varepsilon}_{el} = \frac{-(\dot{\varepsilon}_{th} + \dot{\varepsilon}_{as} + \dot{\varepsilon}_{cr})}{1 + \frac{A \cdot E_c}{c_f \cdot l}}. \quad (5.55)$$

Die zeitliche Entwicklung der Spannung im Betonstab ergibt sich durch Integrieren der Gl. 5.50 zu

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^t E_c(\tau) \cdot \dot{\varepsilon}_{el}(\tau) \, d\tau. \quad (5.56)$$

Im vorliegenden Beispiel ist die einwirkende Temperaturgeschichte nur zu diskreten Zeitpunkten  $t_i$  im Abstand von  $\Delta t = 0,5 \text{ h}$  bekannt, sodass eine schrittweise Berechnung der einzelnen Dehnungsanteile und der daraus folgenden Spannungsentwicklung erfolgt. Aus der gemessenen Temperaturerhöhung  $\Delta T$  kann die Dehnungsgeschwindigkeit des thermischen Anteils im Zeitschritt  $i$  näherungsweise berechnet werden:

$$\dot{\varepsilon}_{th}(t_i) \approx \alpha_T \cdot \frac{\Delta T(t_i) - \Delta T(t_{i-1})}{\Delta t} \quad (5.57)$$

Analog gilt für die Dehnungsgeschwindigkeit des Schwindanteils

$$\dot{\varepsilon}_{as}(t_i) \approx \frac{\varepsilon_{as}(t_{e,i}) - \varepsilon_{as}(t_{e,i-1})}{\Delta t}. \quad (5.58)$$

Die Dehnungsgeschwindigkeit des viskosen Anteils  $\dot{\varepsilon}_{cr}$  wird durch die Grundgleichung des rheologischen Modells (Gl. 5.14) und die Spannungsgeschichte definiert. In einem Zeitschritt wird dabei jeweils die Spannung vom Ende des letzten Zeitschritts als konstante Einwirkung angesetzt. Die Startbedingungen für das Lösen der Grundgleichung im Zeitschritt ergeben sich durch Superposition der Startwerte infolge des neuen Spannungsinkrements mit dem vorherigen Dehnungszustand gemäß Gl. 5.44 bis 5.47.

Zur Berechnung der Spannungsentwicklung wird das Integral in Gl. 5.56 durch eine Summe angenähert. Für den Zeitpunkt  $t_n = n \cdot \Delta t$  gilt

$$\sigma(t_i) \approx \sum_{k=1}^i E_c(t_{e,k}) \cdot \dot{\varepsilon}_{el}(t_k) \cdot \Delta t. \quad (5.59)$$

Bei der Definition des Spannungs-Verformungsverhaltens sind in diesem Beispiel einige Besonderheiten zu berücksichtigen. Der gleichzeitige Einfluss der

Erhärungszeit und der Temperatur wird durch die Definition sämtlicher Modellparameter in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters  $t_e$  abgebildet. Das unterschiedliche Verformungsverhalten bei Zug- und Druckbeanspruchung wird durch die Verwendung verschiedener E-Moduln je nach Vorzeichen der Spannung berücksichtigt. Beim viskoelastischen Dehnungsanteil  $\varepsilon_{cr}$  wird vereinfachend das gleiche Verhalten bei Zug- und Druckbeanspruchung angenommen, da die Versuchsergebnisse unter Druckbeanspruchung nicht für eine neue Kalibrierung des Modells ausreichen. Eine weitere Vereinfachung wird für das viskoelastische Verhalten im sehr jungen Alter vorgenommen. Da das rheologische Modell erst ab einem wirksamen Betonalter  $t_e > 1$  d Gültigkeit besitzt, werden für alle früheren Zeitpunkte die Modellparameter vom Zeitpunkt  $t_e = 1$  d verwendet. Solange der Beton noch plastisch ist, wird die viskoelastische Dehnung außerdem vollständig zu null gesetzt. Dies ist bis zum Erstarrungszeitpunkt  $t_{e,s} = 14$  h nach Wasserzugabe der Fall.

Des Weiteren muss beachtet werden, dass der Beton für den Bauteilversuch in einem anderen Labor hergestellt wurde als der Beton für sämtliche Materialuntersuchungen, was die Betonqualität signifikant beeinflussen kann. Ein Vergleich der an Begleitkörpern untersuchten Druckfestigkeit ergab, dass die Druckfestigkeit des am IBB hergestellten Betons im Schnitt 15 % geringer ist als die des am iBMB hergestellten Betons. Bei Verwendung der Zusammenhänge aus Abschn. 2.2.2 ergibt sich daraus ein um 5 % verringerter E-Modul. Dies wird ebenso wie die Unterscheidung in Zug- und Druckelastizitätsmodul durch eine Anpassung der Modellparameter berücksichtigt. Zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung des E-Moduls wird weiterhin das Modell EW1 gemäß Gl. 5.8 verwendet, die auf das vorliegende Beispiel angepassten Parameter sind in Tab. 5.9 zusammengestellt. Die etwas geringere Betonqualität führt weiterhin zu einem ausgeprägteren viskoelastischen Verhalten. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass der Betonstab in einer Holzschalung hergestellt wurde, sodass er nicht vollständig gegen Feuchtigkeitsverlust versiegelt ist, was das viskoelastische Verhalten zusätzlich verstärkt. Beide Effekte werden überschlägig durch eine Skalierung der viskoelastischen Dehnung  $\varepsilon_{cr}$  mit dem Faktor 1,5 berücksichtigt. Der Faktor wurde auf Basis der in [MC10]

Tab. 5.9: Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung des Zug- und Druckelastizitätsmoduls

	Zug- beanspruchung	Druck- beanspruchung
$E_{c,\infty}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	42088	35380
$a$ [-]	-2,632	
$b$ [-]	-0,711	

angegebenen Gleichungen zur Beschreibung der Einflüsse aus Festigkeit und Luftfeuchte auf das Kriechverhalten bestimmt.

Die nach dem zuvor beschriebenen Vorgehen berechnete Spannungsentwicklung ist in Abb. 5.26 im Vergleich zur gemessenen Spannungs- und Temperaturgeschichte dargestellt. Zusätzlich ist die berechnete Spannungsentwicklung für den Fall dargestellt, dass ein rein linear-elastisches Materialgesetz ohne viskoelastische Dehnungsanteile verwendet wird, d. h.  $\epsilon_{cr} = 0$ . Der Vergleich macht deutlich, dass bei Vernachlässigung der viskoelastischen Dehnungsanteile die zu Beginn entstehende Druckspannung signifikant überschätzt wird, was im weiteren Verlauf dazu führt, dass der Vorzeichenwechsel der Spannung zu spät stattfindet und die sich anschließend aufbauende Zugspannung bis zum Entfernen der Wärmedämmung nach 11 Tagen unterschätzt wird. Wird das viskoelastische Verformungsverhalten durch das rheologische Modell beschrieben, kann die reale Spannungsentwicklung deutlich besser abgebildet werden. Die gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung im Druckbereich bis zum Vorzeichenwechsel der Spannung nach ca. 4 Tagen deutet darauf hin, dass das rheologische Modell auch für das Verformungsverhalten unter Druckspannung anwendbar ist, obwohl ausschließlich

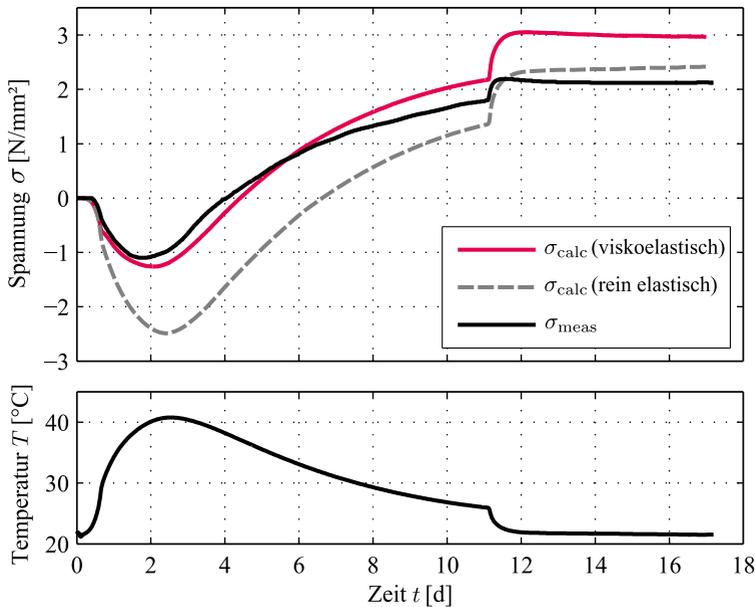


Abb. 5.26: Berechnete Spannungsentwicklung im gezwängten Stab im Vergleich zur gemessenen Temperatur- und Spannungsgeschichte

Zugkriechversuche für die Kalibrierung verwendet wurden. Der in der Abkühlungsphase erfolgende Aufbau der Zugspannung wird in der Berechnung leicht überschätzt. Die Ursachen dafür sind allerdings eher in einer Fehleinschätzung des E-Moduls und des Wärmeausdehnungskoeffizienten zu suchen, da der Einfluss des viskoelastischen Dehnungsanteils in dieser Phase verhältnismäßig klein ist. Der Spannungssprung infolge der plötzlichen Abkühlung nach dem Entfernen der Wärmedämmung wird in beiden Berechnungsvarianten deutlich überschätzt, was ebenfalls darauf hindeutet, dass der E-Modul und/oder der Wärmeausdehnungskoeffizient überschätzt wurden. Für den E-Modul kann dies anhand des großen Volumen des Betonstabs im Vergleich zu den für die Materialuntersuchungen verwendeten Proben erklärt werden. Die größere Fehlstellenwahrscheinlichkeit im Stab führt zu einem weicherem Verformungsverhalten als bei den verhältnismäßig kleinen Zugproben, an denen der E-Modul gemessen wurde.

Insgesamt kann die Übereinstimmung zwischen der gemessenen und berechneten Spannung als gut angesehen werden, womit die Anwendbarkeit des rheologischen Modells für reale Spannungsgeschichten in erhärtenden Betonbauteilen belegt ist. Besonders positiv hervorzuheben ist die sehr gute Implementierbarkeit des Modells in die schrittweise Berechnung. Während bei der Verwendung einer klassischen Kriechfunktion eine aufwendige Superposition der einzelnen Dehnungsanteile aus allen vorangegangenen Zeitschritten erfolgen muss (vgl. Abschn. 3.4), ist mit dem rheologischen Modell eine Berechnung der viskoelastischen Dehnung auf Basis des aktuellen Dehnungszustands und der in einem Zeitschritt neu hinzukommenden Einwirkung möglich. Bei komplexen Bauwerkssimulationen ergibt sich daraus ein reduzierter Speicherbedarf und eine deutlich verkürzte Rechenzeit.

### 5.3.8 Vergleich zwischen Zug- und Druckkriechen

Alle Kriechversuche, deren Ergebnisse für die Modellbildung und -überprüfung verwendet wurden, wurden unter Zugspannung durchgeführt. Das viskoelastische Verhalten unter Druckspannung ist allerdings zur korrekten Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens von Betonbauteilen im jungen Alter, insbesondere unter Eigen- und Zwangsspannungen, ebenso von Bedeutung.

Zur Untersuchung des viskoelastischen Verhaltens unter Druckspannung dienen insgesamt 6 Kriechversuche mit 3 unterschiedlichen Belastungsaltern, vgl. Abb. 5.27. In allen Versuchen wurde ein Belastungsgrad  $\bar{\sigma} \leq 0,3$  gewählt, um nichtlineares Kriechen ausschließen zu können. Der Vergleich zwischen Zug- und Druckkriechen erfolgt über die Kriechzahlen. Dies ist zweckmäßig,

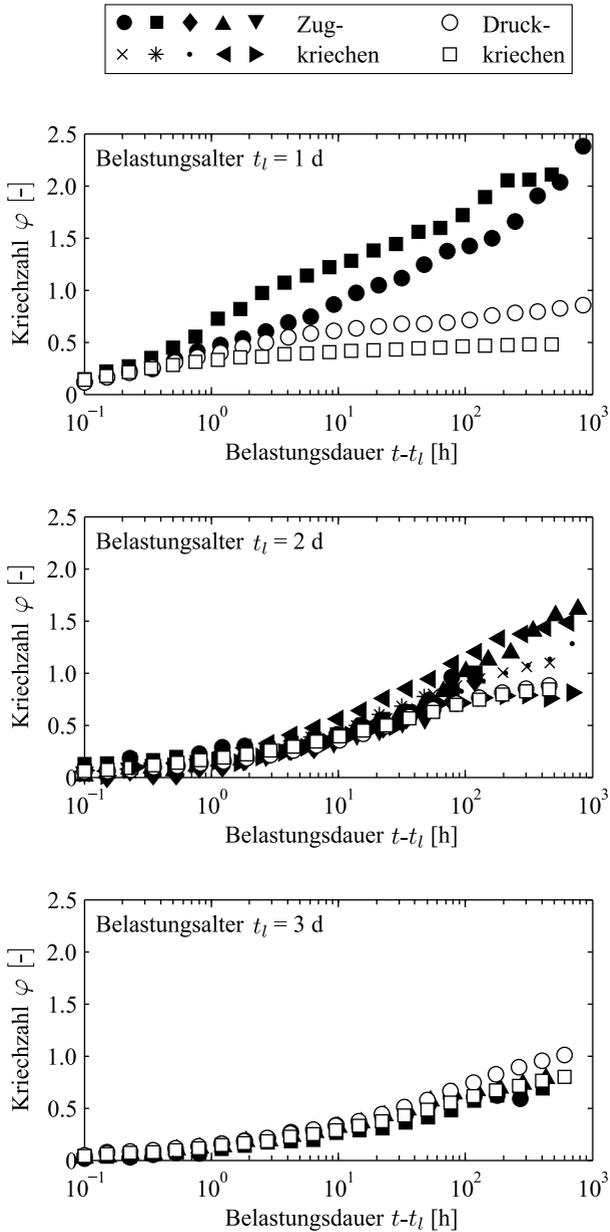


Abb. 5.27: Vergleich der Kriechzahlen infolge Zug- und Druckbelastung bei verschiedenen Belastungsaltern

weil die Elastizitätsmoduln für Zug- und Druckbeanspruchung sich unterscheiden. Bei dem Vergleich der bezogenen Gesamtdehnung ergibt sich unter Druckspannung stets eine größere spontan-elastische Anfangsverformung als unter Zugspannung, was den Vergleich der Kriechverformung erschwert. Bei der Auswertung der Kriechzahl wird dagegen die Kriechdehnung auf die spontan-elastische Dehnung bei Belastung bezogen, sodass die unterschiedlichen E-Moduln implizit berücksichtigt werden.

Der in Abb. 5.27 dargestellte Vergleich macht deutlich, dass sich bei einer Belastung im Alter von 2 d und 3 d nahezu identische Kriechzahlen für Zug- und Druckbeanspruchung ergeben. Bei einer sehr frühen Belastung des Betons im Alter von 1 d sind die Kriechzahlen für Zugbeanspruchung deutlich größer als für Druckbeanspruchung. Eine mögliche Erklärung hierfür sind unterschiedliche Vorgänge im Zementsteingefüge bei Zug- und Druckbeanspruchung im sehr jungen Alter. Die Hydratation läuft während der ersten Stunden und Tage nach Aufbringen der Belastung noch mit einer hohen Geschwindigkeit ab, sodass eventuell auftretende Mikrorisse unter Druckbeanspruchung durch die fortschreitende Hydratation geschlossen werden können. Unter Zugbeanspruchung werden die Rissufer voneinander wegbewegt, sodass ein Schließen der Risse durch fortschreitende Hydratation nicht oder nicht in der gleichen Intensität stattfinden kann. Dieser Effekt ist umso schwächer ausgeprägt, je weiter fortgeschritten die Hydratation bei Belastung ist, wodurch für die Belastungszeitpunkte 2 d und 3 d keine sichtbaren Unterschiede mehr erkennbar sind.

Zur quantitativen Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens unter Druckbeanspruchung im sehr jungen Alter reichen die verfügbaren Daten nicht aus. Für Betonalter  $t \geq 2$  d kann das viskoelastische Verhalten sowohl für Zug- als auch für Druckbeanspruchung mit dem anhand der Zugkriechversuche kalibrierten Modell beschrieben werden. Zur Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens unter Druckbeanspruchung sind die Federsteifigkeiten anzupassen, um den veränderten E-Modul zu berücksichtigen.

## 5.4 Zusammenfassung

Die thermomechanischen Eigenschaften jungen Betons wurden im Rahmen dieser Arbeit in umfangreichen Versuchsreihen untersucht und mit mathematischen Modellen beschrieben. Die Untersuchungen umfassten die Wärme-freisetzung, die mechanischen Kurzzeiteigenschaften und das viskoelastische Verhalten jungen Betons.

Die Höhe und der zeitliche Verlauf der Wärmefreisetzung werden insbesondere von der Art und Menge des verwendeten Bindemittels beeinflusst. Durch die Analyse der Wärmeentwicklung von 23 verschiedenen Betonen konnten Tendenzen zur Wirkung unterschiedlicher Zusatzstoffe aufgezeigt werden. Dabei zeigte sich, dass alle untersuchten Zusatzstoffe einen deutlich geringeren Beitrag zur Gesamtwärmefreisetzung leisten als die verwendeten Zemente. Bei der Betrachtung des zeitlichen Verlaufs der Wärmefreisetzung wurde deutlich, dass die Zementarten und Zusatzstoffe die Reaktionskinetik unterschiedlich beeinflussen. Während bei Portlandzement in Kombination mit Hüttensandmehl oder Flugasche eine im Vergleich zu reinem Portlandzement längere Ruheperiode erkennbar war, zeigte sich beim Einsatz von Kalksteinmehl als Zusatzstoff eine früher und mit höherer Intensität einsetzende Wärmeentwicklung.

Der Einfluss der Temperatur auf die Wärmefreisetzung wurde durch adiabatische und teiladiabatische Versuche beispielhaft für den Normalbeton REF01 untersucht. Die Ergebnisse belegen, dass die beschleunigende Wirkung erhöhter Temperaturen mit guter Genauigkeit mit der Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. [Fre77] beschrieben werden kann.

Die Druckfestigkeit, die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul des Betons entwickeln sich im jungen Alter mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Werden die bekannten Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen genutzt, gelingt es, die mechanischen Kurzzeiteigenschaften gekoppelt mit einer Modellfunktion zu beschreiben. Die Parameter zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Eigenschaften wurden für den untersuchten Beton aus der Druckfestigkeitsentwicklung bestimmt und auf die Entwicklung der Zugfestigkeit und des E-Moduls übertragen. Der Vergleich mit den Messdaten und weiteren Modellvarianten zeigte, dass damit eine sehr gute Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften über den gesamten Betrachtungszeitraum (Betonalter 1 d bis 112 d) möglich ist.

Der Einfluss der Betonzusammensetzung auf die Druckfestigkeit und deren zeitliche Entwicklung wurde anhand der für die 23 untersuchten Betone vorhandenen Messdaten analysiert. Der größte Teil der sehr zusatzstoffreichen Betone erreichte trotz vergleichsweise stark reduzierter Zementgehalte nach 28 d vergleichbare Festigkeiten wie die Referenzbetone mit Zusammensetzungen nach aktueller Norm. Die höchsten Festigkeiten unter den zusatzstoffreichen Betonen erzielten die mit Hüttensandmehl als Zusatzstoff hergestellten Betone. Auch bei der Verwendung von Steinkohlenflugasche und Phonolithmehl als Zusatzstoff konnten Festigkeiten im hochfesten Bereich erzielt werden. Die mit Kalksteinmehl hergestellten Betone erreichten besonders hohe Frühfestigkeiten, was gut mit der beschleunigten Wärmeent-

wicklung korrelierte. Insgesamt lag die relative Festigkeitsentwicklung aller zusatzstoffreichen Betone im Bereich der Referenzbetone.

Die Festigkeitsentwicklung bei von 20 °C abweichenden Lagerungstemperaturen wurde beispielhaft für den Beton REF01 untersucht. Der häufig in der Literatur beschriebene festigkeitsmindernde Einfluss erhöhter Temperaturen auf die Festigkeit des Betons im höheren Alter konnte in den eigenen Versuchen nicht festgestellt werden, was wahrscheinlich auf die verhältnismäßig niedrigen untersuchten Temperaturniveaus ( $T_{\max} = 42\text{ °C}$ ) zurückzuführen ist. Der Einfluss der Temperatur auf die Erhärtungsgeschwindigkeit wurde analog zur Wärmeentwicklung mit der Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. [Fre77] beschrieben, wobei sich eine ebenso gute Genauigkeit zeigte.

Zur Analyse des Einflusses der Belastungsgeschichte auf das Zugtragverhalten jungen Betons wurden Kurzzeitzugversuche an Proben durchgeführt, die vor der Prüfung eine Vorbelastung erfahren hatten. Für die untersuchten Vorbelastungsniveaus (bis 80 %  $f_{ct}$ ) und Haltezeiten (bis 48 h) zeigte sich keine signifikante Beeinflussung der Zugfestigkeit und des Elastizitätsmoduls durch die Vorbelastung. Ein zusätzlicher Vergleich der Zugfestigkeiten der Kriechkörper und der zum selben Zeitpunkt geprüften Begleitkörper ergab, dass die Kriechkörper im Mittel eine um 7,8 % geringere Zugfestigkeit als die Begleitkörper besaßen. Ob diese Festigkeitsminderung tatsächlich auf den Einfluss der Vorbelastung oder auf Unterschiede in der Herstellung und Geometrie der Proben zurückzuführen ist, konnte anhand der vorliegenden Daten nicht sicher festgestellt werden.

Die statistische Auswertung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften zeigte, dass die zentrische Zugfestigkeit deutlich größere Streuungen aufweist als die Druckfestigkeit und der Elastizitätsmodul. Für alle Eigenschaften ergaben sich im sehr jungen Alter ( $t = 1\text{ d}$ ) signifikant höhere Variationskoeffizienten als für höhere Betonalter ( $t = 7\text{ d}$  bzw.  $28\text{ d}$ ), was sich mit den Angaben aus der Literatur deckt.

Zur Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens jungen Betons wurde ein rheologisches Modell auf Basis eines generalisierten Maxwellmodells der Ordnung  $N = 4$  entwickelt. Die Feder- und Dämpferkennwerte wurden in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters formuliert, um den Einfluss der sich stetig ändernden Eigenschaften des Betons korrekt abzubilden. Die differentielle Formulierung des Materialmodells eignet sich, im Gegensatz zu klassischen Kriechfunktionen, gut zur Beschreibung des Materialverhaltens unter zeitveränderlicher Spannung sowie zur Anwendung in numerischen Simulationen, da keine aufwändige Superposition der einzelnen Belastungsstufen notwendig ist.

Die Bestimmung der Modellparameter erfolgte durch eine Kalibrierung an Messdaten aus Zugkriechversuchen mit verschiedenen Belastungsaltern zwischen 1 d und 7 d. Die Vorhersagegenauigkeit des Modells lag überwiegend innerhalb des häufig in der Literatur für Kriechmodelle angegebenen Streubereichs von  $\pm 30\%$ . Lediglich für das kleinste Belastungsalter  $t_{l,\min} = 1$  d ergab sich eine schlechtere Vorhersagegenauigkeit, die jedoch akzeptabel ist, da eine solch frühe Belastung des Betons in der Praxis unwahrscheinlich ist bzw. aufgrund der niedrigen Festigkeit nur sehr gering ausfallen und dementsprechend kleine Verformungen bewirken wird.

Da eigene Versuchsergebnisse ausschließlich für eine Betonrezeptur vorlagen, wurde die Anwendbarkeit des rheologischen Modells zusätzlich an aus der Literatur entnommenen Versuchsdaten überprüft. In allen Fällen ergab sich eine gute Übereinstimmung zwischen dem Modell und den jeweiligen Versuchsdaten. Die Interpretation der Modellparameter für die unterschiedlichen Betone zeigte, dass sich Analogien und Unterschiede zwischen den Parametern gut durch die Betonzusammensetzung und die Druckfestigkeit erklären lassen. Diese Zusammenhänge bilden einen ersten wichtigen Schritt zur Weiterentwicklung des Modells in Bezug auf eine allgemeine Beschreibung der Modellparameter für beliebige Betone. Für eine quantitative Beschreibung der Modellparameter in Abhängigkeit der Betoneigenschaften und -zusammensetzung wäre allerdings ein noch größerer Umfang experimenteller Daten erforderlich.

Die Anwendbarkeit des rheologischen Modells für zeitlich veränderliche Spannungsgeschichten wurde durch das Nachrechnen von Kriechversuchen mit mehreren Spannungsstufen und eines Bauteilversuch unter zentrischem Zwang belegt. Es wurde davon ausgegangen, dass auch bei mehrstufiger und kontinuierlicher Belastung linear viskoelastisches Materialverhalten vorliegt. Die Auswertung des Modells erfolgte phasenweise, wobei sich die Startbedingungen für eine neue Phase aus dem Spannungs- und Dehnungszustand am Ende der vorherigen Phase und der neu hinzukommenden Belastung ergaben. Eine Superposition aller Belastungsphasen wie bei klassischen Kriechmodellen ist somit bei dem entwickelten rheologischen Modell nicht notwendig, was einen großen Vorteil bei der Anwendung auf zeitveränderliche Spannungsgeschichten darstellt. Für alle untersuchten Beispiele ergab sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell, womit belegt wurde, dass das viskoelastische Verhalten des jungen Betons mit dem entwickelten Modell sowohl unter konstanter als auch unter zeitlich veränderlicher Spannung korrekt abgebildet wird.

Der Vergleich zwischen Zug- und Druckkriechen zeigte für den untersuchten Beton REF01 nahezu identische Kriechzahlen unter Zug- und Druckspan-

nung, wenn die Belastung nach 2 d oder 3 d erfolgte. Bei einer Belastung nach 1 d ergaben sich für das Zugkriechen signifikant größere Kriechzahlen. Eine mögliche Erklärung für die Unterschiede lieferten unterschiedliche Schädigungsvorgänge im Zementsteingefüge bei Zug- und Druckbeanspruchung im sehr jungen Alter.



## 6 Anwendung der Materialmodelle in numerischen Simulationen

Die in Kapitel 5 aufgestellten Materialmodelle werden in diesem Kapitel in numerischen Simulationen angewendet, mit denen eine Prognose der Temperatur- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen möglich wird.

In Abschn. 6.1 erfolgt zunächst eine kurze Darstellung der theoretischen Grundlagen.

In Abschn. 6.2 wird anhand von drei Verifikationsbeispielen die korrekte Implementierung der Materialmodelle in die verwendete Finite-Elemente-Software belegt. Hierbei wird zuerst die Implementierung der Wärmequelle infolge der Hydratationswärmeabgabe durch das Nachrechnen eines adiabatischen Versuchs überprüft (Abschn. 6.2.1). Die Überprüfung der Implementierung des rheologischen Modells zur Beschreibung des viskoelastischen Spannungs-Verformungsverhaltens erfolgt anschließend durch das Nachrechnen der Dehnungsentwicklung in einem mehrstufigen Kriechversuch (Abschn. 6.2.2) sowie durch das Nachrechnen des Spannungsabbaus bei konstanter Dehnung infolge Relaxation (Abschn. 6.2.3).

Anhand von zwei Anwendungsbeispielen werden in Abschn. 6.3 Temperatur- und Spannungszustände in massigen Bauteilen untersucht. Als erstes Anwendungsbeispiel (Abschn. 6.3.1) wird eine Wand untersucht, in der aufgrund der zwängungsfreien Lagerung ausschließlich Eigenspannungen während der Erhärtung auftreten. Die Wanddicke wird in einem Wertebereich  $d = 0,3 \dots 3,0$  m variiert, sodass der Einfluss der Wanddicke auf die Höhe und Verteilung der Eigenspannungen sowie die Risswahrscheinlichkeit beschrieben werden kann. Im zweiten Anwendungsbeispiel (Abschn. 6.3.2) wird eine Wand mit ähnlichen Abmessungen einer zusätzlichen Zwängung durch eine bereits erhärtete Fundamentplatte ausgesetzt. Durch den Vergleich mit den Ergebnissen aus dem zuvor untersuchten Beispiel kann die Überlagerung von Eigen- und Zwangsspannungen gut nachvollzogen werden. Die Wanddicke wird im selben Wertebereich wie im ersten Beispiel variiert, sodass erneut die Zusammenhänge zwischen der Wanddicke und der Spannungsverteilung sowie der Risswahrscheinlichkeit analysiert und Vergleiche zum zwängungsfrei gelagerten System angestellt werden können.

## 6.1 Theoretische Grundlagen

### 6.1.1 Temperaturfeldberechnung

Die Temperatur in einem erhärtenden Betonbauteil ist zeit- und ortsveränderlich. Das instationäre Temperaturfeld wird durch die Wärmeleitfähigkeit, die Wärmekapazität und die hydrationsbedingte Wärmefreisetzungsrates des Betons sowie den Energieaustausch mit dem umgebenden Medium bestimmt.

Die Grundlage für Temperaturfeldberechnungen stellt der 1. Hauptsatz der Thermodynamik dar, nach dem bei physikalischen Prozessen keine Energie verloren geht, sondern nur die Erscheinungsform der Energie verändert wird. Für einen hydratisierenden Betonkörper setzt sich die Veränderung der inneren Energie  $\frac{dU}{dt}$  aus dem Wärmestrom  $\dot{Q}$  zwischen dem Körper und der Umgebung und der aus der Hydrationswärme entstehenden Leistung  $P_{\text{hyd}}$  zusammen, sodass für den 1. Hauptsatz

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + P_{\text{hyd}} \quad (6.1)$$

gilt. Für einen Festkörper mit dem Volumen  $V$  und der Rohdichte  $\rho$  kann

$$\frac{dU}{dt} = \rho \cdot \int_{(V)} \frac{du}{dt} dV \quad (6.2)$$

gesetzt werden. Die hiermit eingeführte spezifische innere Energie  $u$  des betrachteten Volumens hängt von dessen Temperatur  $T$  und spezifischer Wärmekapazität  $c_B$  ab, es gilt

$$du = c_B \cdot dT. \quad (6.3)$$

Einsetzen in Gl. 6.2 ergibt

$$\frac{dU}{dt} = \rho \cdot c_B \cdot \int_{(V)} \frac{\partial T}{\partial t} dV. \quad (6.4)$$

Um den Wärmestrom  $\dot{Q}$  zu berechnen, der über die Oberfläche des betrachteten Körpers fließt, wird ein Ausschnitt  $dA$  der Oberfläche, dessen Normale  $\mathbf{n}$  nach außen gerichtet ist, betrachtet. Der durch den Ausschnitt  $dA$  in das Volumen hineinfließende Wärmestrom ist

$$d\dot{Q} = -\dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} dA. \quad (6.5)$$

Durch Integration aller Wärmeströme  $d\dot{Q}$  erhält man

$$\dot{Q} = - \int_{(A)} \dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n} \, dA = - \int_{(V)} \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} \, dV. \quad (6.6)$$

Hierbei wurde das über die Oberfläche des Körpers zu bildende Integral nach dem Gauß'schen Integralsatz in das Volumenintegral der Divergenz von  $\dot{\mathbf{q}}$  umgewandelt.

Die Leistung  $P_{\text{hyd}}$  infolge der Hydratationswärmefreisetzung ergibt sich durch Integration der auf das Volumen bezogenen Wärmequellrate  $\dot{w}_{\text{hyd}}$  zu

$$P_{\text{hyd}} = \int_{(V)} \dot{w}_{\text{hyd}} \, dV. \quad (6.7)$$

Werden die zuvor hergeleiteten Beziehungen für  $\frac{dU}{dt}$ ,  $\dot{Q}$  und  $P_{\text{hyd}}$  in Gl. 6.1 eingesetzt, ergibt sich

$$\int_{(V)} \left[ \rho \cdot c_B \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} - \dot{w}_{\text{hyd}} \right] dV = 0. \quad (6.8)$$

Das Volumenintegral wird nur dann für beliebig gewählte Bilanzbereiche gleich null, wenn der Integrand selbst gleich null ist, sodass

$$\rho \cdot c_B \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} = \dot{w}_{\text{hyd}} \quad (6.9)$$

gilt. Die Wärmestromdichte  $\dot{\mathbf{q}}$  wird durch das Fourier'sche Gesetz mit dem Temperaturgradienten  $\nabla T$  und der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  des betrachteten Körpers verknüpft:

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (6.10)$$

Wird das Fourier'sche Gesetz nach Gl. 6.10 in Gl. 6.9 eingesetzt, erhält man mit

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{c_B \cdot \rho} \cdot \nabla^2 T = \frac{\dot{w}_{\text{hyd}}}{c_B \cdot \rho} \quad (6.11)$$

die Differentialgleichung der Wärmeleitung, in der das Temperaturfeld  $T$  die einzige Unbekannte darstellt.

Das Temperaturfeld ist erst dann eindeutig definiert, wenn an den Grenzen des betrachteten Systems Randbedingungen gesetzt werden. Die einfachste

Art der Randbedingung stellt eine Dirichlet-Randbedingung dar, bei der an den Systemgrenzen feste oder zeitveränderliche Temperaturen gesetzt werden. Möglich ist auch das Festlegen der Wärmestromdichte an der Oberfläche des Systems, diese Art der Randbedingung wird als Neumann-Randbedingung bezeichnet. Wird das Temperaturfeld in einem Festkörper untersucht, der von einem strömenden Fluid mit einer festen Temperatur  $T_F$  umgeben ist, tritt an den Oberflächen ein konvektiver Wärmeübergang auf. Für den Betrag der Wärmestromdichte  $\dot{q}$ , die an das Fluid übergeht, gilt dann

$$\dot{q} = \alpha_K \cdot (T_S - T_F), \tag{6.12}$$

wobei  $\alpha_K$  der Wärmeübergangskoeffizient und  $T_S$  die Temperatur der betrachteten Oberfläche ist. In diesem Fall wird von einer Robin-Randbedingung oder gemischten Randbedingung gesprochen.

### 6.1.2 Materialgesetz für dreidimensionale Problemstellungen bei viskoelastischem Verhalten

In Abschnitt 5.3 wurde das im Rahmen der Arbeit entwickelte Materialmodell zur Beschreibung des viskoelastischen Spannungs-Verformungsverhaltens ausschließlich auf eindimensionale Probleme angewendet. Sollen räumliche Spannungs- und Verformungszustände analysiert werden, muss eine geeignete Erweiterung des Materialgesetzes erfolgen. Anstatt eines Zusammenhangs zwischen der skalaren Spannung  $\sigma$  und der skalaren Dehnung  $\varepsilon$  ist dann ein Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor  $\boldsymbol{\sigma}$  und dem Dehnungsvektor  $\boldsymbol{\varepsilon}$  anzugeben. Bei Verwendung kartesischer Koordinaten lauten die Einträge des Spannungs- bzw. Dehnungsvektors

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix}. \tag{6.13}$$

Analog zur eindimensionalen Betrachtung ergibt sich der Vektor der Gesamtdehnungen  $\boldsymbol{\varepsilon}_{tot}$  als Summe der Vektoren der verschiedenen Dehnungskomponenten zu

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{tot} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{cr} + \boldsymbol{\varepsilon}_{th} + \boldsymbol{\varepsilon}_{as}. \tag{6.14}$$

Für den Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen gilt weiterhin, dass ausschließlich elastische Dehnungen Spannungen hervorrufen. Unter Berücksichtigung eines zeitveränderlichen Elastizitätsmoduls  $E(t_e(\tau, T))$ , der durch das wirksame Betonalter  $t_e$  in Abhängigkeit der Temperaturgeschichte  $T$  eindeutig definiert ist, und der Querdehnzahl  $\nu$  gilt

$$\boldsymbol{\sigma} = \int_0^t \frac{E(t_e(\tau, T))}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \cdot \mathbf{C} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{el} \, d\tau, \quad (6.15)$$

mit

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Die Summe der elastischen Dehnungen  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  und der viskosen Dehnungen (Kriechdehnungen)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{cr}$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{cr} \quad (6.17)$$

stellt die lastabhängigen Dehnungen dar, die durch die in Abschnitt 5.3 hergeleiteten Grundgleichungen und Parameter des rheologischen Modells definiert werden. Durch die Erweiterung auf räumliche Probleme wird die Grundgleichung 5.14 zu

$$\begin{aligned} a_0 \cdot \boldsymbol{\sigma} + a_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(1)} + a_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)} + a_3 \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(3)} + a_4 \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(4)} \\ = \\ b_0 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c + b_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(1)} + b_2 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(2)} + b_3 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(3)} + b_4 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(4)}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass bei den viskosen Dehnungen derselbe Querdehnungseffekt auftritt wie bei den elastischen Dehnungen. Die Einträge der Vektoren  $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$  bis  $\boldsymbol{\sigma}^{(4)}$  und  $\boldsymbol{\varepsilon}_c^{(1)}$  bis  $\boldsymbol{\varepsilon}_c^{(4)}$  sind die ersten bis vierten zeitlichen

Ableitungen der Spannungen und Dehnungen, d. h.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^i \sigma_{xx}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \sigma_{yy}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \sigma_{zz}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \sigma_{xy}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \sigma_{yz}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \sigma_{xz}}{\partial t^i} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_c^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^i \varepsilon_{c,xx}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \varepsilon_{c,yy}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \varepsilon_{c,zz}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \varepsilon_{c,xy}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \varepsilon_{c,yz}}{\partial t^i} \\ \frac{\partial^i \varepsilon_{c,xz}}{\partial t^i} \end{bmatrix}, \quad \text{mit } i = 1 \dots 4. \quad (6.19)$$

Für die thermischen Dehnungen  $\boldsymbol{\varepsilon}_{th}$  gilt unter Voraussetzung isotropen Materialverhaltens und eines konstanten Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_T$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{th} = \alpha_T \cdot \Delta T [ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 ]^T. \quad (6.20)$$

Analog gilt für die Dehnungen infolge autogenen Schwindens

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{as} = \varepsilon_{as,l} [ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 ]^T, \quad (6.21)$$

wobei  $\varepsilon_{as,l}$  den beispielsweise aus einer Schwindmessung gewonnenen Wert der longitudinalen Schwinddehnung darstellt.

### 6.1.3 Numerische Lösung von Differentialgleichungen mit der Finite-Elemente-Methode

Die in erhärtenden Betonbauteilen auftretenden Temperaturfelder und Spannungs-Verformungszustände werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben, die für dreidimensionale Problemstellungen in der Regel nicht analytisch lösbar sind. Als numerisches Verfahren zur Lösung der Grundgleichungen wird für die im Folgenden vorgestellten Beispiele die Finite-Elemente-Methode (FEM) angewendet.

Bei diesem Verfahren wird das betrachtete Gebiet in mehrere Elemente mit endlicher (finiter) Größe aufgeteilt. In den einzelnen Elementen werden Ansätze für die Unbekannten (z. B. die Temperaturen bei Betrachtung eines Wärmeleitungsproblems oder die Knotenverschiebungen bei einer Strukturberechnung) gewählt. Für die Berechnung der Näherungslösung wird die Bedingung gelockert, dass die das Problem beschreibende DGL an jedem

Punkt des Gebiets exakt erfüllt sein muss. Stattdessen wird die DGL durch ein geeignetes Prinzip (z. B. Prinzip der virtuellen Verschiebungen für Strukturberechnungen) in eine sogenannte schwache Form überführt, in der das Gleichgewicht integral über das Gesamtgebiet erfüllt wird. Nach Einsetzen der Randbedingungen und der Ansätze für die Unbekannten in die schwache Form der DGL erhält man ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{p}, \quad (6.22)$$

in dem der Vektor  $\mathbf{v}$  die gesuchten Knotenfreiwerte enthält. Die Matrix  $\mathbf{K}$  wird als Steifigkeitsmatrix bezeichnet, der Vektor  $\mathbf{p}$  als Lastvektor.

Bei der Betrachtung zeitabhängiger Probleme ist zusätzlich eine Diskretisierung des Zeitbereichs notwendig. Nach der Unterteilung in einzelne Zeitschritte ist zu jedem betrachteten Zeitpunkt  $t_i$  das entsprechende Gleichungssystem zu lösen.

Auf eine ausführliche Herleitung der Methoden und Gleichungen wird an dieser Stelle verzichtet, stattdessen sei auf die Grundlagenwerke [Arg86, Bat96, Mü107, Gro09] verwiesen.

Die im Folgenden vorgestellten Berechnungen wurden mit dem kommerziellen FE-Programmsystem TNO DIANA durchgeführt. Dieses beinhaltet Module, die direkt für die Berechnung der Temperatur- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen vorgesehen sind. Hierbei wird zunächst eine instationäre Temperaturfeldberechnung durchgeführt, deren Ergebnisse in der anschließenden Strukturberechnung die Temperaturlasten darstellen. Die verwendeten Elementtypen sind in Abb. 6.1 dargestellt. Die Berechnung der

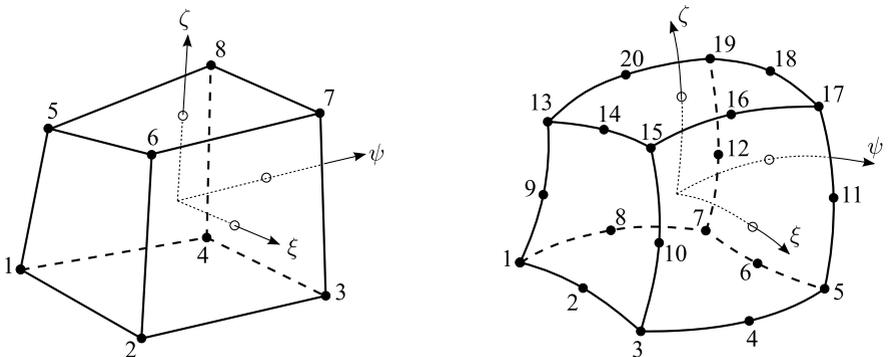


Abb. 6.1: Elementtypen für die Temperaturberechnung (links) und die Strukturberechnung (rechts) mit dem FE-Programmsystem TNO DIANA

instationären Temperaturfelder erfolgt mit dreidimensionalen, isoparametrischen 8-Knoten-Elementen mit linearen Ansatzfunktionen. Die anschließende Strukturberechnung erfolgt mit dreidimensionalen, isoparametrischen 20-Knoten-Elementen mit quadratischen Ansatzfunktionen. Hierbei werden die für die Mittelknoten anzusetzenden Temperaturlasten aus den Temperaturen der Eckknoten der 8-Knoten-Elemente interpoliert.

Die zeitabhängigen Materialeigenschaften (Wärmefreisetzung, Steifigkeit, Festigkeit etc.) können in Form diskreter Zeitreihen oder nahezu beliebiger Funktionen vorgegeben werden. Das viskoelastische Spannungs-Verformungsverhalten kann in Form von generalisierten Maxwell- oder Kelvin-Modellen mit bis zu zehn Maxwell- bzw. Kelvin-Einheiten beschrieben werden. Eine Berücksichtigung zeitabhängiger Federkennwerte ist ebenfalls möglich. Eine direkte Implementierung des in Abschn. 5.3 entwickelten rheologischen Modells ist allerdings nicht möglich, da die Beschreibung der Dämpfungviskositäten durch die Voraussetzung konstanter Retardationszeiten eingeschränkt ist. Die Retardationszeit

$$\tau_i = \frac{\eta_i}{E_i} \tag{6.23}$$

beschreibt das Verhältnis zwischen der Viskosität des Dämpfers  $\eta_i$  und der Steifigkeit der Feder  $E_i$  in der Maxwell-Einheit  $i$  und bedingt somit eine proportionale Entwicklung von Dämpfungviskosität und Federsteifigkeit mit der Zeit, wenn  $\tau_i = \text{const.}$  gefordert wird. Um die Erkenntnisse zur Modellierung des viskoelastischen Verhaltens aus Abschn. 5.3 weiter verwenden zu können, wird lediglich eine geringe Modifikation des rheologischen Modells vorgenommen. Das abgewandelte Modell wird im Folgenden als „Version B“ bezeichnet, das in Abschn. 5.3 beschriebene als „Version A“. Für Version B kommt weiterhin ein generalisiertes Maxwell-Modell der Ordnung  $N = 4$  zum Einsatz, vgl. Abb. 6.2. Die zeitliche Entwicklung der Steifigkeit  $E_0$  der Einzelfeder wird weiterhin mit der Exponentialfunktion

$$E_0(t) = f_1 \cdot \exp \left( f_2 \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{f_3} \right) \tag{6.24}$$

beschrieben. Für die Federsteifigkeiten  $E_1$  bis  $E_4$  wird die Potenzfunktion

$$E_i = g_{1,i} \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{g_{2,i}}, \quad \text{mit } i = 1 \dots 4 \tag{6.25}$$

verwendet. Gemäß der Forderung des Programmsystems werden die Retarda-

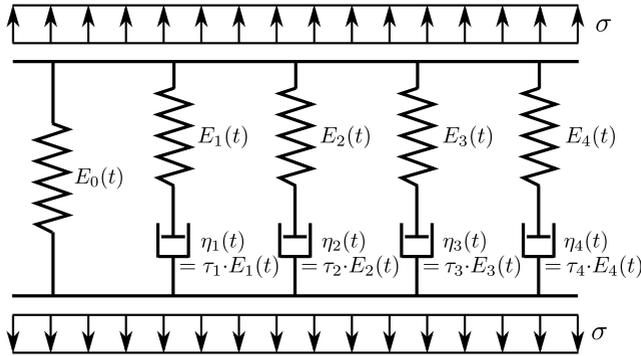


Abb. 6.2: Rheologisches Modell zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens in den numerischen Simulationen

tionszeiten konstant gehalten, sodass für die Dämpfungviskositäten

$$\eta_i(t) = \tau_i \cdot E_i(t) = \tau_i \cdot g_{1,i} \cdot \left( \frac{t}{t_k} \right)^{g_{2,i}}, \quad \text{mit } i = 1 \dots 4 \quad (6.26)$$

gilt.

Die Parameter  $f_1$  bis  $f_3$ ,  $g_{1,i}$  bis  $g_{2,i}$ , sowie  $\tau_i$  werden durch eine Kalibrierung des Modells für den Beton REF01, ähnlich wie in Abschn. 5.3.4 beschrieben, bestimmt. Als Referenz dienen hierbei jedoch nicht die Messdaten, sondern die durch die Version A des Modells vorgegebenen Zeit-Verformungskurven bei Belastung nach 2 d, 3 d, 4 d und 7 d. Die aus der Kalibrierung bestimmten Werte der Modellparameter sind in Tab. 6.1 zusammengestellt. Der Vergleich der mit beiden Modellversionen berechneten bezogenen lastabhängigen Gesamtdehnungen in Abb. 6.3 zeigt, dass mit beiden Versionen des Modells ein nahezu identisches Kriechverhalten beschrieben wird. Es kann somit davon ausgegangen werden, dass das viskoelastische Materialverhalten des Betons REF01 in den numerischen Simulationen korrekt abgebildet wird.

Tab. 6.1: Parameter des rheologischen Modells (Version B)

$f_1$	[N/mm <sup>2</sup> ]	29458	$f_2$	[-]	-5,0730	$f_3$	[-]	-1,674
$g_{1,1}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3872	$g_{2,1}$	[-]	0,0034	$\tau_1$	[d]	0,309
$g_{1,2}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	9528	$g_{2,2}$	[-]	0,0019	$\tau_2$	[d]	3,095
$g_{1,3}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2306	$g_{2,3}$	[-]	0,0023	$\tau_3$	[d]	11,514
$g_{1,4}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	609	$g_{2,4}$	[-]	0,1800	$\tau_4$	[d]	1,000·10 <sup>7</sup>

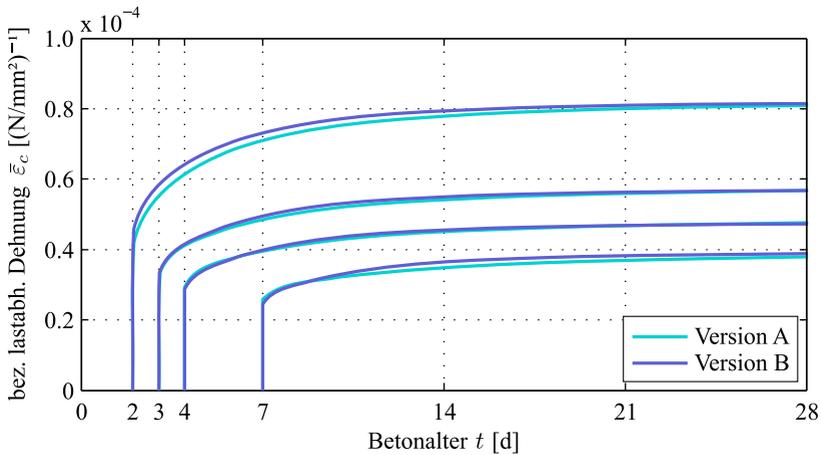


Abb. 6.3: Vergleich der mit Version A und Version B des rheologischen Modells berechneten bezogenen lastabhängigen Gesamtdehnung für verschiedene Belastungszeitpunkte

## 6.2 Verifikationsbeispiele

### 6.2.1 Adiabatische Temperaturentwicklung

Die Implementierung der Wärmefreisetzung des Betons in das FE-Programmsystem wird durch das Nachrechnen eines Versuchs im adiabatischen Kalorimeter überprüft. Die Berechnung erfolgt mit einem einzelnen Element mit einer Kantenlänge von 1 m. An den Oberflächen des Elements wird der Wärmefluss zu null gesetzt, wodurch die adiabatischen Randbedingungen definiert sind. Die thermischen und reaktionskinetischen Materialparameter, die dem Element zugewiesen werden, sind in Tab. 6.2 zusammengestellt.

Tab. 6.2: Thermische und reaktionskinetische Materialparameter

Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	[W/(m·K)]	2,5
spez. Wärmekapazität $c_B$	[J/(kg·K)]	1000
Rohdichte $\rho$	[kg/m³]	2410
Aktivierungsenergie $E_A$	[J/mol]	46 000

Die Hydratationswärmefreisetzung des Betons wird in Form einer diskreten Zeitreihe, die die freigesetzte Wärmemenge  $Q_{\text{hyd}}$  in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters  $t_e$  beschreibt, an das Programm übergeben. Die

Wärmemenge  $Q_{\text{hyd}}$  wird gemäß Gl. 5.1 aus der im adiabatischen Versuch gemessenen Temperaturerhöhung  $\Delta T_{ad}$  berechnet. Die im adiabatischen Versuch gemessene reale Zeit  $t$  wird mit der Reifefunktion nach Gl. 2.12 in das wirksame Betonalter  $t_e$  transformiert. Der sich nach Durchführung der Transformationen ergebende Verlauf der Hydratationswärme freisetzung ist in Abb. 6.4 dargestellt.

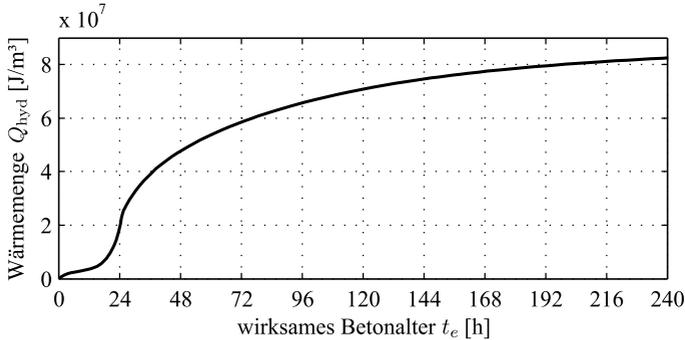


Abb. 6.4: An das Programm übergebene Hydratationswärme freisetzung in Abhängigkeit des wirksamen Betonalters

Die Berechnung wird mit einer konstanten Zeitschrittgröße von  $\Delta t = 30$  min durchgeführt. Die berechnete Temperaturentwicklung und die im Versuch gemessene Temperaturentwicklung sind in Abb. 6.5 dargestellt. Die beiden Temperaturverläufe sind nahezu identisch, sodass mit diesem Beispiel bestätigt wird, dass die Hydratationswärme freisetzung des Betons REF01 mit dem FE-Programmsystem korrekt abgebildet wird.

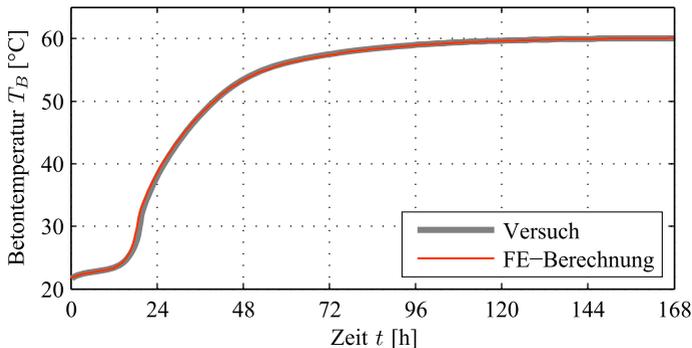


Abb. 6.5: Mit dem FE-Programmsystem berechnete und im adiabatischen Versuch gemessene Temperaturentwicklung

### 6.2.2 Mehrstufiger Kriechversuch

Das Nachrechnen eines mehrstufigen Kriechversuchs mit dem FE-Programmsystem dient zur Überprüfung der Implementierung des rheologischen Modells. Die Berechnung erfolgt erneut mit einem einzelnen Element mit einer Kantenlänge von 1 m. An einer Oberfläche des Elements wird die Verschiebung aller Knoten normal zur Oberfläche zu null gesetzt. An einem Eckknoten werden zusätzlich die Verschiebungen in die beiden anderen Raumrichtungen zu null gesetzt, damit das System unverschieblich gelagert ist. An der gegenüberliegenden Oberfläche wird eine zeitabhängige Normalspannung, entsprechend der in Abb. 6.6 unten dargestellten Spannungsgeschichte, aufgebracht. Die Materialeigenschaften werden durch die Parameter des rheologischen Modells gem. Tab. 6.1 definiert. Die Temperatur wird mit  $T = 20^\circ\text{C}$  konstant gehalten. Die Zeitschrittgröße in der instationären Berechnung beträgt erneut  $\Delta t = 30$  min.

Die im Element berechnete Dehnung in Richtung der Spannung ist in Abb. 6.6 dargestellt. Als Vergleich sind zusätzlich die Messdaten sowie die mit beiden Versionen des rheologischen Modells berechneten Dehnungen bei Verwendung des DGL-Lösers ode23s (vgl. Abschn. 5.3.3) dargestellt. Die mit dem FE-Modell und die unter Verwendung des Lösers ode23s berechneten

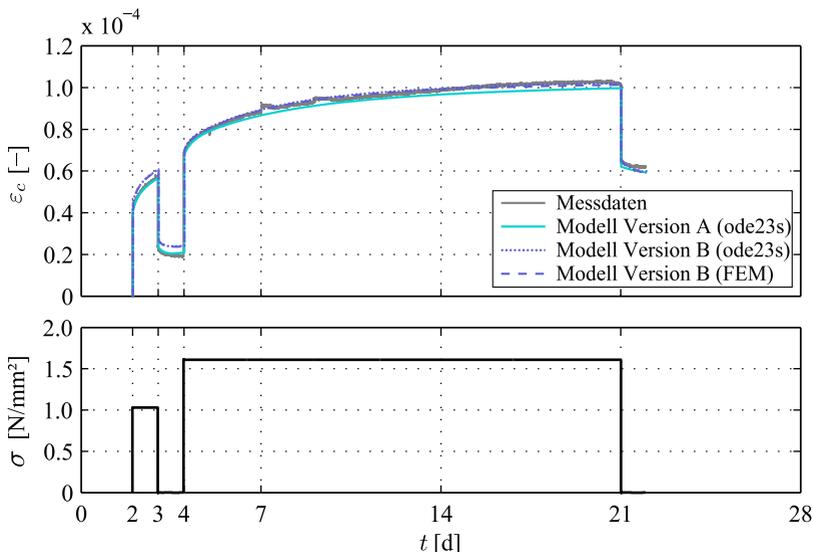


Abb. 6.6: Berechnete und gemessene Dehnungsentwicklung bei mehrstufiger Belastung

Dehnungsverläufe sind nahezu identisch, womit die korrekte Implementierung des rheologischen Modells belegt ist. Des Weiteren ergibt sich eine gute Übereinstimmung sowohl zwischen der Modellversion B und den Messdaten als auch zwischen den Modellversionen untereinander. Damit wird zusätzlich zur Betrachtung des reinen Kriechens in Abschn. 6.1.3 auch für mehrstufige Spannungsgeschichten belegt, dass mit der Version B des Modells das viskoelastische Verhalten des Betons REF01 mit der FE-Software korrekt abgebildet werden kann.

### 6.2.3 Relaxationsversuch

Als zusätzliches Beispiel zur Überprüfung des rheologischen Modells wird der Spannungsabbau infolge Relaxation betrachtet, vgl. Abb. 6.7. Da keine experimentellen Untersuchungen zum Relaxationsverhalten des Betons REF01 vorliegen, dienen in diesem Fall die mit beiden Versionen des rheologischen Modells unter Verwendung des Löser `ode23s` berechneten Spannungsverläufe als Referenz. Das FE-Modell und die Materialeigenschaften werden von dem in Abschn. 6.2.2 beschriebenen Beispiel übernommen, mit dem Unterschied, dass statt der vorgegebenen Spannung nun an den entsprechenden Knoten eine Verschiebung aufgebracht wird. Die Verschiebung beträgt  $u_r = 0,06$  mm

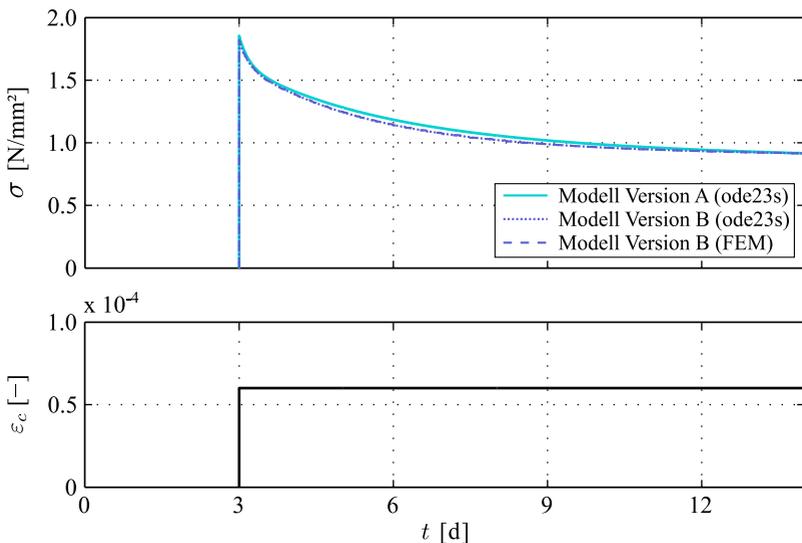


Abb. 6.7: Berechneter Spannungsabbau infolge Relaxation

und wird im Alter von  $t_l = 3$  d sprunghaft aufgebracht. Im Element stellt sich somit eine konstante Dehnung mit dem Betrag  $\varepsilon_r = 6 \cdot 10^{-5}$  ein.

Der mit diesen Randbedingungen berechnete Spannungsabbau ist in Abb. 6.7 oben dargestellt. Die Ergebnisse aus der FE-Berechnung und der Berechnung mit Version B des Modells unter Verwendung des Lösers ode23s sind erneut nahezu identisch. Damit wird belegt, dass das viskoelastische Materialverhalten im FE-Programm auch bei der Vorgabe der Randbedingungen in Form von Verschiebungen bzw. Dehnungen korrekt abgebildet wird. Die Übereinstimmung zwischen den beiden unterschiedlichen Versionen des rheologischen Modells ist ebenfalls sehr gut. Ferner erscheint die Größenordnung und der Zeitverlauf des Spannungsabbaus, verglichen mit in der Literatur veröffentlichten Relaxationsversuchen an jungem Beton [And12, Gut98], realistisch.

### 6.3 Anwendungsbeispiele

#### 6.3.1 Eigenspannungen in einem Wandquerschnitt

Bei zwängungsfreier Lagerung entstehen in erhärtenden Betonbauteilen infolge der Hydratationswärmeentwicklung ausschließlich Eigenspannungen, deren Höhe und Verteilung von der Bauteilgeometrie, den Betoneigenschaften und den thermischen Randbedingungen abhängig sind. Zwar ist eine vollständig zwängungsfreie Lagerung von Bauteilen in der Praxis eher selten gegeben, die Analyse dieses Zustands bietet aber wichtige Erkenntnisse zur Abhängigkeit der Eigenspannungen von verschiedenen Parametern, die zu großen Teilen auf Zustände, bei denen zusätzlich äußerer Zwang auftritt, übertragen werden können.

#### Modellerstellung und Randbedingungen

Das untersuchte System ist eine zwängungsfrei gelagerte Wand, deren Länge  $l$  und Höhe  $h$  jeweils deutlich größer sind als die Wanddicke  $d$ , vgl. Abb. 6.8. Die Dicke der Wand wird in einem Wertebereich  $d = 0,3 \dots 3,0$  m variiert, um den Einfluss der Wanddicke auf die Entstehung der Eigenspannungen zu untersuchen. Bei den gegebenen Längenverhältnissen kann davon ausgegangen werden, dass die Temperaturen und Spannungen sowohl in der Längsrichtung als auch über die Höhe der Wand annähernd konstant sind und die oberen und unteren bzw. vorderen und hinteren Bauteiloberflächen nur einen geringen Einfluss haben. Aufgrund dessen genügt es, den in Abb. 6.8 dargestellten Ausschnitt des Systems zu modellieren.

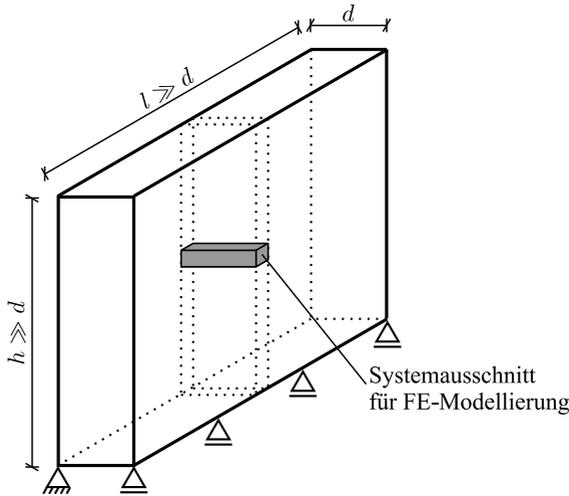


Abb. 6.8: Untersuchtes System einer zwängungsfrei gelagerten Wand

Bei der Umsetzung in das FE-Modell kann zusätzlich die Symmetrie der Wand ausgenutzt werden, vgl. Abb. 6.9. Unabhängig von der Bauteildicke wird das FE-Netz aus 25 würfelförmigen Elementen erstellt, sodass sich Elementkantenlängen zwischen  $d_{E1} = 1,2 \text{ cm}$  und  $d_{E1} = 12 \text{ cm}$  ergeben.

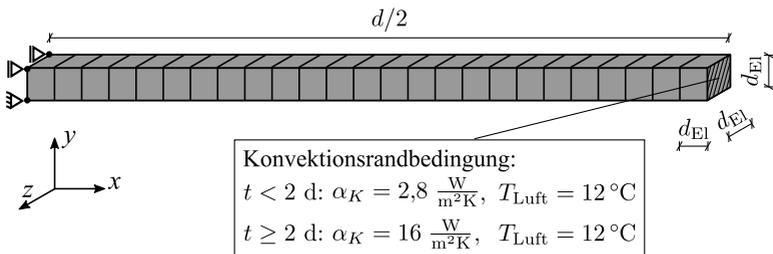


Abb. 6.9: FE-Modell für die Berechnung der Temperatur- und Spannungsentwicklung im Wandquerschnitt

Für die Temperaturberechnung werden an den Modelloberflächen, die keine tatsächlichen Bauteiloberflächen darstellen, keinerlei thermische Randbedingungen gesetzt, was einem Wärmefluss von null durch diese Oberflächen entspricht. An der Oberfläche, die der Symmetrieebene gegenüberliegt und somit die Wandoberfläche darstellt, wird eine konvektive Randbedingung gesetzt. Hierbei wird von einer konstanten Umgebungstemperatur  $T_{\text{Luft}} = 12 \text{ }^\circ\text{C}$  ausgegangen, was einer Betonage im Frühjahr oder Herbst entspricht. Ein Ta-

gang der Lufttemperatur wird nicht berücksichtigt. Als Wärmeübergangskoeffizient wird in den ersten zwei Tagen der Wert  $\alpha_K = 2,8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  verwendet, womit der Wärmeübergang einer mit einer 2,54 cm dicken Holzschalung eingeschalteten Oberfläche abgebildet wird. Für die weitere Berechnung wird angenommen, dass die Schalung zwei Tage nach der Herstellung des Bauteils entfernt wird und die Bauteiloberfläche anschließend direkt der Außenluft ausgesetzt ist, was durch eine Vergrößerung des Wärmeübergangskoeffizienten auf  $\alpha_K = 16 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  berücksichtigt wird. Die Frischbetontemperatur  $T_{B,0}$  wird nach KRAUSS [Kra04] in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur berechnet, wodurch sich der Wert  $T_{B,0} = 17,3 \text{ °C}$  ergibt. Die thermischen Materialeigenschaften inkl. der Hydratationswärmeabgabe werden aus Abschn. 6.2.1 übernommen. Der Wärmeausdehnungskoeffizient wird als über die Zeit konstant mit einem Wert von  $\alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  angenommen.

Für die Spannungs- und Verformungsberechnung werden in der Symmetrieebene die Verschiebungen aller Knoten in x-Richtung zu null gesetzt, vgl. Abb. 6.9. Zusätzlich werden an einem Knoten die Verschiebungen in y- und z-Richtung zu null gesetzt, damit das System unverschieblich gelagert ist. Des Weiteren müssen sämtliche Oberflächen des Modells eben bleiben, um abzubilden, dass das Modell nur ein Ausschnitt des Gesamtsystems ist. Umgesetzt wird dies über die Bedingung, dass auf einer Oberfläche jeweils die Verschiebung aller Knoten senkrecht zur Oberfläche gleich groß sein muss. Die mechanischen Materialeigenschaften werden aus Tab. 6.1 übernommen. Für die Querdehnzahl des Betons wird ein konstanter Wert von  $\nu = 0,2$  angenommen.

### Ergebnisse der Temperaturberechnung

Abb. 6.10 zeigt die zeitliche Entwicklung der Betontemperatur  $T_B$  in Wandmitte für verschiedene Wanddicken, sowie den Zusammenhang zwischen der maximalen Betontemperatur  $T_{B,\max}$  und der Wanddicke  $d$ . Wie erwartet nimmt die maximale Betontemperatur mit steigender Wanddicke kontinuierlich zu, wobei die Zunahme für kleinere Wanddicken am stärksten ausgeprägt ist. Für sehr große Wanddicken strebt die maximale Betontemperatur einem Grenzwert entgegen, da sich die Bedingungen in Wandmitte einem adiabatischen Zustand annähern. Bezüglich des zeitlichen Verlaufs der Temperaturen wird aus Abb. 6.10 deutlich, dass das Temperaturmaximum umso später auftritt und die Abkühlung umso langsamer verläuft, je dicker die Wand ist.

Für die Höhe der Eigenspannungen ist die Temperaturdifferenz zwischen Wandmitte und Wandoberfläche maßgebend. Der Vergleich der Temperatur-

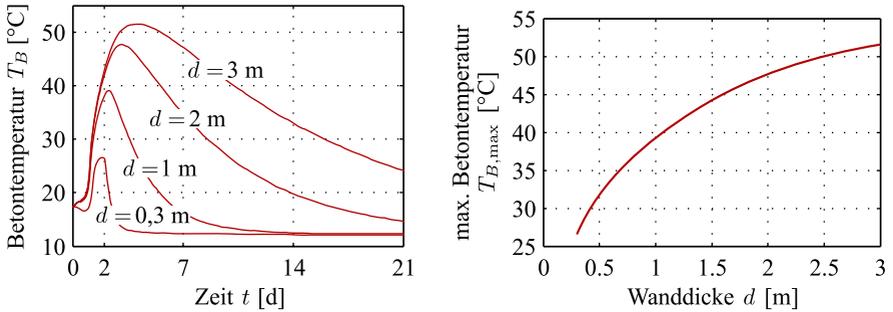


Abb. 6.10: links: Zeitliche Entwicklung der Betontemperatur  $T_B$  in Wandmitte für verschiedene Wanddicken  $d$ ; rechts: Maximale Betontemperatur  $T_{B,max}$  in Abhängigkeit der Wanddicke  $d$

verteilung über den Wandquerschnitt beim Auftreten der maximalen Temperaturdifferenz für verschiedene Wanddicken in Abb. 6.11 macht deutlich, dass die Oberflächentemperatur umso niedriger ist, je größer die Wanddicke ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die maximale Temperatur im Kernbereich umso später auftritt, je dicker die Wand ist. Die Temperatur im oberflächennahen Bereich wird weniger stark von der Bauteildicke beeinflusst, sondern stärker vom konvektiven Wärmeübergang zur Umgebung. Dadurch befindet sich die Bauteiloberfläche beim Auftreten der maximalen Kerntemperatur bereits wieder in der Abkühlphase und hat sich bereits umso stärker abgekühlt, je später das Temperaturmaximum auftritt. Dieser Effekt begünstigt zusätzlich den Aufbau von Eigenspannungen, da die maximal auftretende Temperaturdifferenz überproportional zur absoluten Erwärmung des Betons ansteigt.

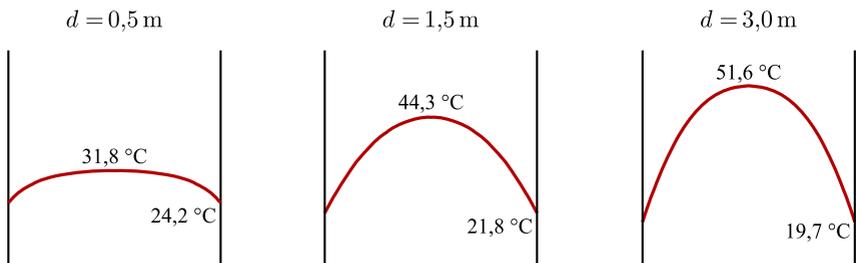


Abb. 6.11: Temperaturprofile beim Auftreten der maximalen Betontemperatur für verschiedene Wanddicken

## Ergebnisse der Spannungs-Verformungsberechnung

In der Erwärmungsphase ist die Temperatur im Kernbereich der Wand höher als in den Randbereichen, sodass im Kernbereich Druckspannungen und in den oberflächennahen Bereichen Zugspannungen entstehen. In der Abkühlungsphase bauen sich diese Eigenspannungen langsam wieder ab und wechseln schließlich das Vorzeichen, sodass im Kernbereich Zugspannungen und in den Randbereichen Druckspannungen wirken. Die Zugspannungen im Kernbereich nach der Abkühlung sind im Vergleich zu den während der Erwärmung auftretenden Zugspannungen im Randbereich klein und überschreiten in keinem der hier betrachteten Fälle die Zugfestigkeit. Aus diesem Grund beschränken sich die weiteren Betrachtungen auf den Zeitpunkt, an dem die maximalen Randzugspannungen  $\sigma_{R,\max}$  auftreten.

Die Darstellung der maximalen Randzugspannung in Abhängigkeit der Wanddicke in Abb. 6.12 links zeigt, dass zwischen der Wanddicke und der maximalen Randzugspannung ein qualitativ ähnlicher Zusammenhang wie zwischen der Wanddicke und der maximalen Betontemperatur besteht. Zwischen der maximalen Temperaturdifferenz im Bauteil und der maximalen Randzugspannung besteht ein annähernd linearer Zusammenhang, s. Abb. 6.12 rechts. Dieser Zusammenhang wäre für linear elastisches Materialverhalten ohne zeitabhängige Effekte zu erwarten gewesen, nicht jedoch für das in den Simulationen angesetzte viskoelastische Materialverhalten mit altersabhängigen Parametern. Offenbar sind die zeitabhängigen Effekte infolge des viskoelastischen Materialverhaltens und des zeitveränderlichen E-Moduls ebenfalls annähernd proportional zur Wanddicke, sodass sich auch in diesem Fall der gezeigte näherungsweise lineare Zusammenhang einstellt.

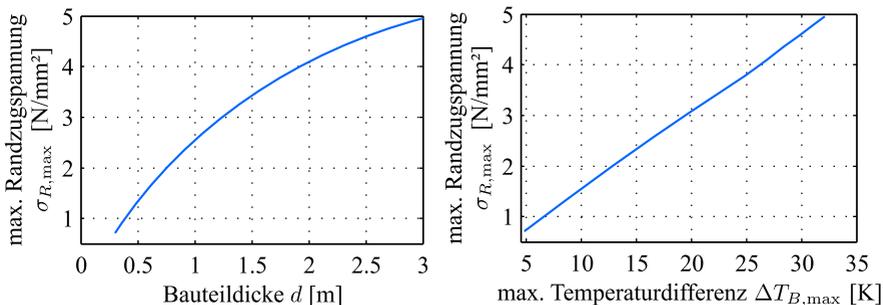


Abb. 6.12: Maximale Randzugspannung  $\sigma_{R,\max}$  in Abhängigkeit der Wanddicke  $d$  (links) sowie in Abhängigkeit der maximalen Temperaturdifferenz  $\Delta T_{B,\max}$  zwischen Wandmitte und -oberfläche (rechts)

Abb. 6.13 zeigt für verschiedene Wanddicken die berechneten Eigenspannungsprofile beim Auftreten der maximalen Randzugspannung sowie die Verteilung der Betonzugfestigkeit über den Querschnitt zum entsprechenden Zeitpunkt. Für Wanddicken  $d \geq 0,75$  m überschreitet die maximale Randzugspannung die vorhandene Betonzugfestigkeit. In diesen Fällen ist mit der Bildung ungerichteter Risse an der Wandoberfläche zu rechnen, die je nach Bauteildicke unterschiedlich breit und tief sind, jedoch in keinem Fall ein vollständiges Durchreißen des Querschnitts bewirken, da infolge Eigenspannungen ein Überschreiten der Zugfestigkeit über den gesamten Querschnitt nicht möglich ist.

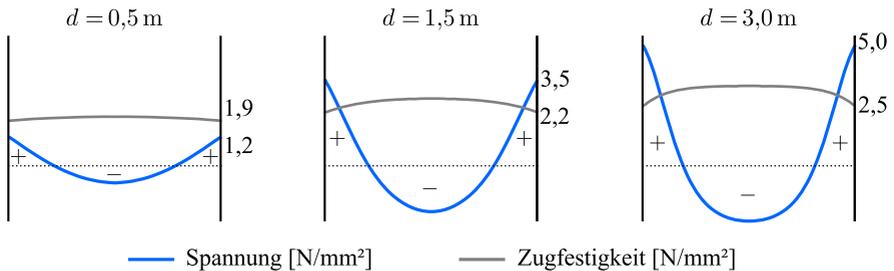


Abb. 6.13: Eigenspannungsprofile beim Auftreten der maximalen Randzugspannung und Vergleich mit der Zugfestigkeit für verschiedene Wanddicken

Da die Simulationen ohne Berücksichtigung eines Bruchkriteriums durchgeführt wurden, werden teilweise Spannungen berechnet, die deutlich oberhalb der vorhandenen Zugfestigkeit liegen. Diese sind als theoretische Werte zu betrachten, da Spannungen oberhalb der Zugfestigkeit in der Realität nicht auftreten können. Die Werte können allerdings zur Beurteilung der Risswahrscheinlichkeit herangezogen werden. So wird bspw. in der vom Japan Concrete Institute (JCI) herausgegebenen Richtlinie zur Bemessung massiger Betonbauteile [M2] ein direkter Zusammenhang zwischen der Risswahrscheinlichkeit und dem Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und berechneter Zugspannung angegeben. Das Verhältnis zwischen der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  und der Zugspannung  $\sigma_t$  wird als Rissindex  $I_{cr}$  bezeichnet:

$$I_{cr} = \frac{f_{ct}}{\sigma_t} \quad (6.27)$$

Abb. 6.14 zeigt links den in [M2] angegebenen Zusammenhang zwischen Rissindex  $I_{cr}$  und Risswahrscheinlichkeit  $p_{cr}$ . Die daraus abgeleitete Risswahrscheinlichkeit in den oberflächennahen Bereichen der Wand ist in Abb. 6.14 rechts in Abhängigkeit der Wanddicke dargestellt. Aus dieser Darstellung

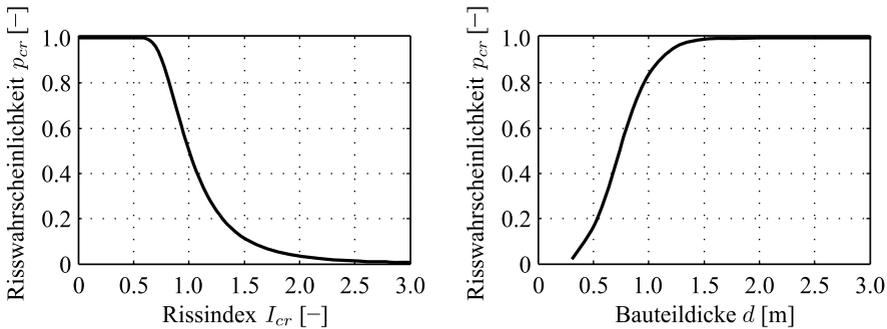


Abb. 6.14: links: Zusammenhang zwischen Rissindex  $I_{cr}$  und Risswahrscheinlichkeit  $p_{cr}$  nach [M2]; rechts: Risswahrscheinlichkeit in den oberflächennahen Bereichen der Wand in Abhängigkeit der Wanddicke

wird deutlich, dass die Risswahrscheinlichkeit bei einer Vergrößerung der Wanddicke im Bereich von  $d = 0,5 \dots 1$  m am stärksten ansteigt. Ab einer Wanddicke  $d \geq 1,5$  m beträgt die Risswahrscheinlichkeit  $p_{cr} = 1$ , sodass sicher mit dem Auftreten von Rissen zu rechnen ist.

### 6.3.2 Eigen- und Zwangsspannungen in einem Wand-Fundament-System

Als weiteres Anwendungsbeispiel wird eine Wand untersucht, die auf eine bereits erhärtete Fundamentplatte betoniert wird, vgl. Abb. 6.15. Durch die monolithische Verbindung zur Fundamentplatte entsteht in der Wand eine Verformungsbehinderung, die Zwangsspannungen während der Erhärtung hervorruft. In der Erwärmungsphase entstehen Druckspannungen, die sich in der Abkühlungsphase verringern und schließlich das Vorzeichen wechseln, sodass die größte Zugspannung infolge der äußeren Verformungsbehinderung nach vollständiger Abkühlung des Bauteils zu erwarten ist. Die Zwangsspannungen überlagern sich mit Eigenspannungen, die durch eine ungleichmäßige Temperaturverteilung über den Querschnitt entstehen, vgl. Abschn. 6.3.1.

#### Modellerstellung und Randbedingungen

Das untersuchte System ist eine 3 m hohe und 10 m lange Wand, deren Dicke  $d$  wie bereits in Abschn. 6.3.1 im Wertebereich  $d = 0,3 \dots 3,0$  m variiert wird. Die Wand wird während der Erhärtung durch eine monolithische Verbindung zur bereits erhärteten, 0,5 m dicken Bodenplatte in ihrer Ausdehnung

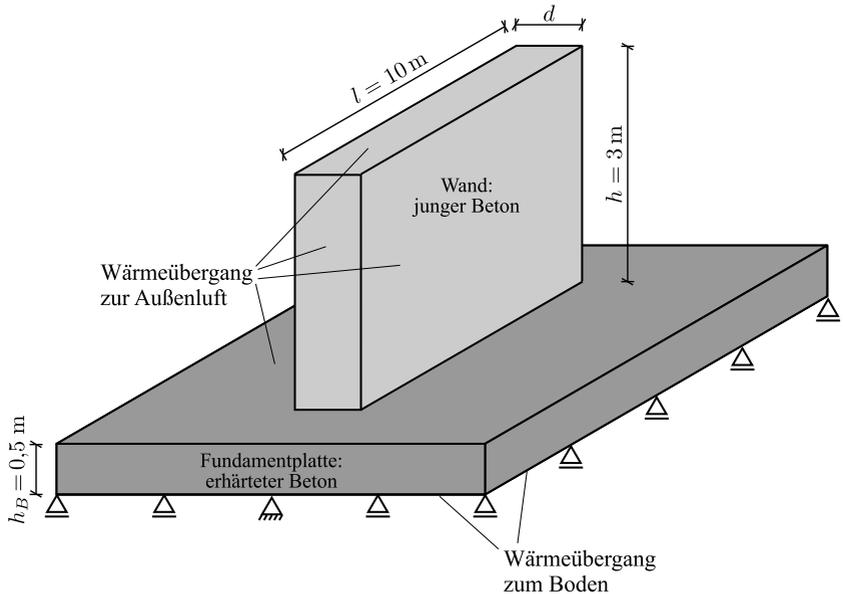


Abb. 6.15: Untersuchtes Wand-Fundament-System

behindert, vgl. Abb. 6.15. Da das System zwei Symmetrieebenen besitzt, muss lediglich ein Viertel des Systems modelliert werden, vgl. Abb. 6.16. Der modellierte Bereich der Wand wird in Dickenrichtung unabhängig von der Wanddicke in 15 Elemente unterteilt, sodass sich in dieser Richtung Elementkantenlängen zwischen  $d_{El,x,min} = 1,0$  cm und  $d_{El,x,max} = 10$  cm ergeben. In y- und z-Richtung wird der modellierte Wandausschnitt jeweils in 25 Elemente unterteilt, somit ergeben sich Elementkantenlängen von  $d_{El,y} = 12,0$  cm bzw.  $d_{El,z} = 20$  cm. Für die angrenzende Fundamentplatte werden die Elementabmessungen ähnlich gewählt, sodass sich ein regelmäßiges Netz mit quaderförmigen Elementen ergibt, vgl. Abb. 6.16. Der Boden unter der Fundamentplatte wird nicht durch Elemente abgebildet, stattdessen wird der Wärmeübergang zum Boden und die Lagerung der Bodenplatte durch entsprechende thermische und mechanische Randbedingungen berücksichtigt.

Für die Temperaturberechnung werden in den Symmetrieebenen keine Randbedingungen gesetzt, was einem Wärmefluss von Null normal zu diesen Ebenen entspricht und damit die Symmetrie abbildet. An allen Flächen, die Kontakt zur Außenluft haben, werden konvektive Randbedingungen gesetzt. Die Lufttemperatur, die Wärmeübergangskoeffizienten, der Ausschaltzeitpunkt und die Frischbetontemperatur werden genauso wie in dem in Abschn. 6.3.1

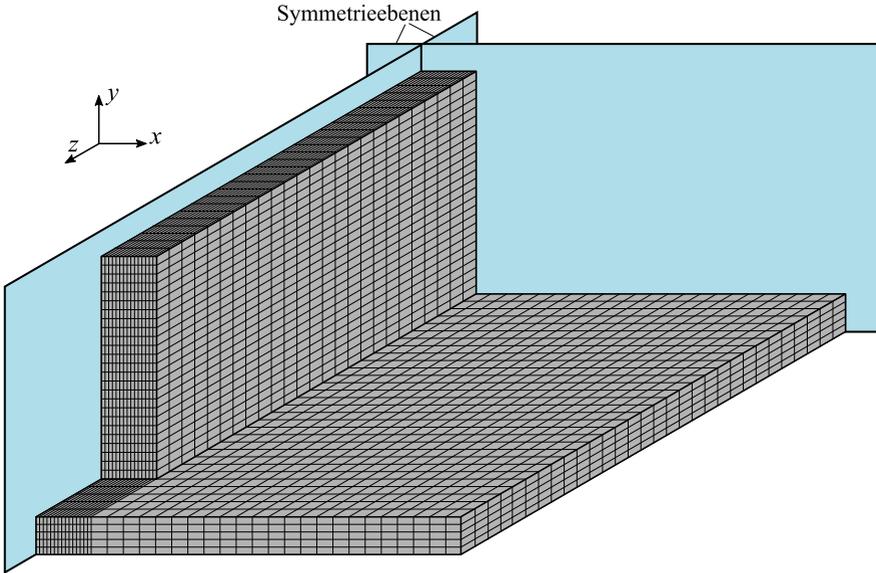


Abb. 6.16: Finite-Elemente-Netz für eine Wanddicke  $d = 1,5\text{ m}$

beschriebenen Beispiel gewählt. Der Wärmeübergang zum Boden wird durch eine konvektive Randbedingung an der Unterseite der Fundamentplatte mit dem Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{K,B_0} = 1,0\text{ W/m}^2\text{K}$  und der Bodentemperatur  $T_{B_0} = 12\text{ }^\circ\text{C}$  abgebildet. Die thermischen Materialeigenschaften des Betons werden ebenfalls aus Abschn. 6.3.1 übernommen. Für die Wärmeleitfähigkeit, die Wärmekapazität und den Wärmeausdehnungskoeffizient des erhärteten Betons werden dieselben Werte wie für den jungen Beton verwendet.

Für die Spannungs-Verformungsberechnung werden in den Symmetrieebenen die Verschiebungen der Knoten senkrecht zur jeweiligen Symmetrieebene zu null gesetzt. Die Lagerung der Fundamentplatte auf dem Untergrund wird berücksichtigt, indem die Verschiebung aller Knoten an der Unterseite der Fundamentplatte in y-Richtung zu null gesetzt wird. Zusätzlich wird an einem der Knoten die Verschiebung in x- und z-Richtung zu null gesetzt, damit das System unverschieblich gelagert ist. Durch das Blockieren der Verschiebung in vertikaler Richtung entsteht keine Durchbiegung der Bodenplatte infolge des Eigengewichts des Systems, was mit der Lagerung auf einem sehr steifen Untergrund gleichzusetzen ist. In horizontaler Richtung kann sich die Bodenplatte dagegen frei ausdehnen, d.h. es entsteht kein zusätzlicher Zwang durch Reibung zwischen der Fundamentplatte und dem Untergrund. Dies

entspricht einem System, bei dem zwischen Fundamentplatte und Untergrund eine zusätzliche Gleitschicht, bspw. in Form einer PTFE-Folie, eingebaut wird. Die Materialeigenschaften des jungen Betons werden aus Abschn. 6.3.1 übernommen. Für den erhärteten Beton werden die für den Beton REF01 im Alter von 28 d bestimmten Materialparameter verwendet. Das viskoelastische Verhalten wird beim erhärteten Beton vernachlässigt, da die zeitabhängigen Verformungen bei nahezu abgeschlossener Erhärtung unter den verhältnismäßig kleinen Spannungen, die in der Fundamentplatte auftreten, nur sehr gering ausfallen würden.

### Ergebnisse der Temperaturberechnung

Der größte Wärmeabfluss erfolgt aufgrund der größten Oberfläche über die Längsseite der Wand, sodass die größten Temperaturgradienten in Richtung der Wanddicke entstehen. In  $y$ - und  $z$ -Richtung entstehen nur in oberflächennahen Bereichen größere Temperaturdifferenzen. Abb. 6.17 verdeutlicht beispielhaft für  $d = 1,5$  m, dass im Inneren der Wand die Temperatur in großen Bereichen in  $y$ - und  $z$ -Richtung annähernd konstant ist. Aufgrund des verhältnismäßig geringen Wärmeabflusses über die Stirnflächen sowie den Wandkopf und Wandfuß ergeben sich nahezu identische maximale Bauteiltemperaturen wie in dem in Abschn. 6.3.1 vorgestellten Beispiel. Da sich die Maximaltemperaturen um höchstens 4 % von den in Abb. 6.10 dargestellten Werten unterscheiden, wird an dieser Stelle auf eine ausführlichere

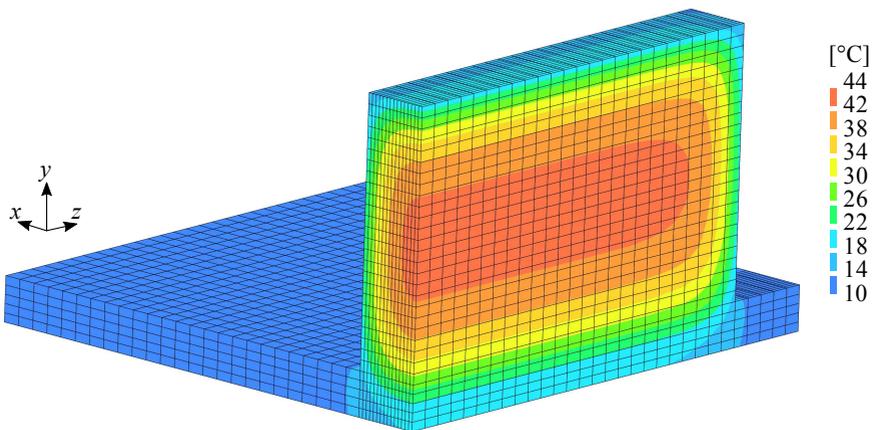


Abb. 6.17: Temperaturverteilung beim Auftreten der maximalen Bauteiltemperatur für eine Wanddicke  $d = 1,5$  m

Auswertung der Temperaturen verzichtet.

## Ergebnisse der Spannungs-Verformungsberechnung

Die untersuchte Wand erfährt die größten Beanspruchungen in der Wandlängsrichtung ( $z$ -Richtung), weshalb sich die folgenden Auswertungen auf die Normalspannungen in  $z$ -Richtung  $\sigma_{zz}$  beschränken.

Die zeitliche Entwicklung der Normalspannungen  $\sigma_{zz}$  ist in Abb. 6.18 für verschiedene Wanddicken dargestellt. Die linke Darstellung bezieht sich auf die Mittelachse der Wand und die rechte Darstellung auf die Wandoberfläche, wobei jeweils die Spannungsentwicklung für das Element dargestellt ist, in dem die größte Zugspannung auftritt. In der Mittelachse tritt die maximale Zugspannung in einer Höhe von  $0,3 \dots 0,46 h$  oberhalb der Fundamentplatte auf, wobei sich das Spannungmaximum mit zunehmender Wanddicke weiter nach oben verschiebt. Zwar ist die Behinderung am Wandfuß am größten, die Erwärmung bleibt jedoch in diesem Bereich aufgrund des Wärmeabflusses über die Bodenplatte recht gering, sodass die maximale Zugspannung weiter oben auftritt. An der Wandoberfläche entsteht die maximale Zugspannung unabhängig von der Wanddicke etwa auf halber Wandhöhe, da dort der größte Temperaturgradient auftritt. Aufgrund der mit zunehmender Wanddicke steigenden Erwärmung steigen die Maximalwerte der Spannungen ebenfalls mit zunehmender Wanddicke. Da die Abkühlung bei großen Wanddicken sehr langsam verläuft, entstehen in diesen Fällen die Zugspannungen im Inneren

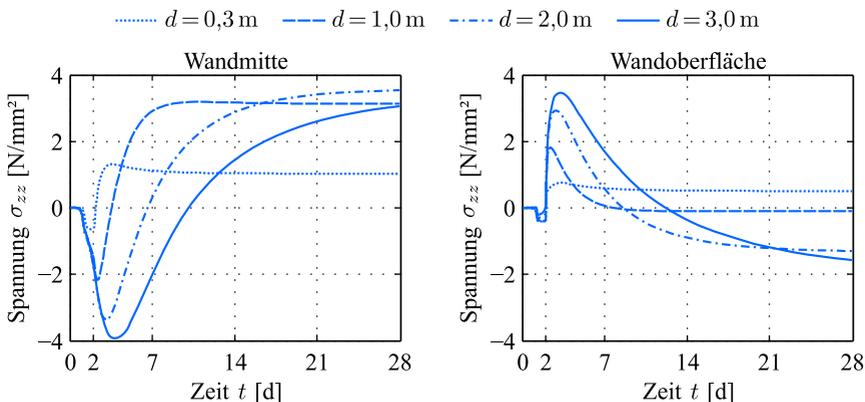


Abb. 6.18: Zeitliche Entwicklung der Normalspannung in  $z$ -Richtung in der Wandmitte (links) sowie an der Wandoberfläche (rechts) für verschiedene Wanddicken

der Wand entsprechend spät und erreichen teilweise erst nach über vier Wochen ihre maximalen Werte, vgl. Abb. 6.18 links. Zwar sind die absoluten Werte der Zugspannungen im Inneren der Wand etwas größer als an der Wandoberfläche, diese treten allerdings auch zu einem deutlich späteren Zeitpunkt auf, zu dem die Zugfestigkeit sich bereits ihrem Endwert nähert. Bezüglich des Auftretens von Rissen ist daher der Spannungszustand kurz nach dem Entfernen der Schalung, an dem die maximalen Zugspannungen im oberflächennahen Bereich entstehen, als kritischer zu bewerten.

Eine Beurteilung der Beanspruchungen über den gesamten Betrachtungszeitraum ist mit der Darstellung des Rissindex in Abb. 6.19 möglich. Dargestellt sind die minimalen Werte des Rissindex  $I_{cr}$  über den gesamten Betrachtungszeitraum (0 d...56 d) im mittleren Querschnitt der Wand. Entsprechend der Definition des Rissindex nach Gl. 6.27 bedeutet ein Rissindex  $I_{cr} < 1$ , dass die berechnete Spannung die mittlere Zugfestigkeit übersteigt und ein entsprechend hohes Risiko für das Auftreten von Rissen besteht. Je größer der Rissindex ist, umso geringer ist die auf die Zugfestigkeit bezogene Beanspruchung des Betons und umso niedriger ist entsprechend die Risswahrscheinlichkeit, vgl. Abb. 6.14 links. Für die oberflächennahen Bereiche ergibt sich im vorliegenden Beispiel ein klarer Zusammenhang zwischen der Wanddicke und dem Rissindex bzw. dem Rissrisiko. Mit zunehmender Wanddicke nehmen die Minimalwerte des Rissindex ab und erreichen für Wanddicken  $d \geq 2,0$  m Werte deutlich unter 1,0, sodass bei diesen Wanddicken mit großer

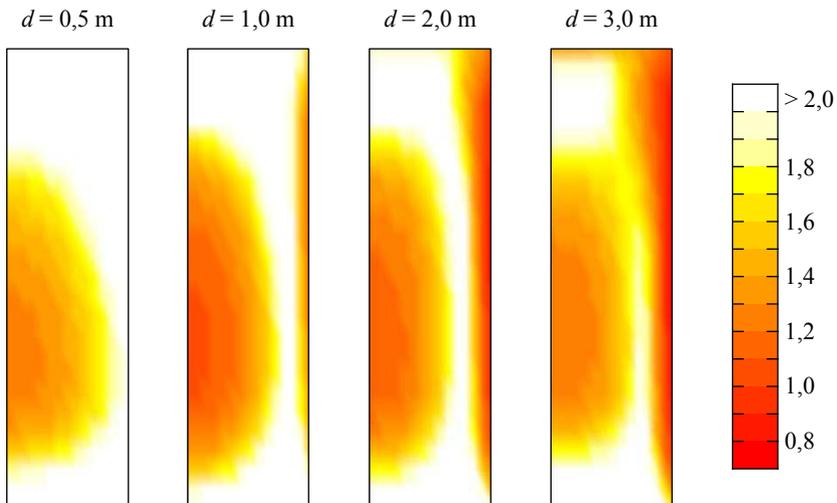


Abb. 6.19: Minimale Werte des Rissindex für verschiedene Wanddicken

Wahrscheinlichkeit mit der Entstehung oberflächennaher Risse zu rechnen ist. In den inneren Bereichen der Wand ergibt sich dagegen kein so eindeutiger Einfluss der Wanddicke, wie die Darstellung des minimalen Rissindex in Abhängigkeit der Wanddicke in Abb. 6.20 verdeutlicht. Der kleinste Rissindex tritt bei einer Wanddicke von  $d = 1,0$  m auf und steigt dann mit zunehmender Wanddicke wieder leicht an. Zu erklären ist dieser Zusammenhang mit der langsamen Abkühlung und dem damit verbundenen langsamen Aufbau der Zugspannungen im Inneren der Wand bei großen Wanddicken. Je später die maximale Zugspannung erreicht wird, umso größer ist die Zugfestigkeit des Betons zu diesem Zeitpunkt. Die größere Zugfestigkeit hat bei Wanddicken  $d \geq 1,0$  m offensichtlich einen größeren Einfluss als die mit zunehmender Wanddicke ebenfalls leicht ansteigenden maximalen Zugspannungen in Wandmitte, sodass sich insgesamt ein leichter Anstieg des Rissindex ergibt.

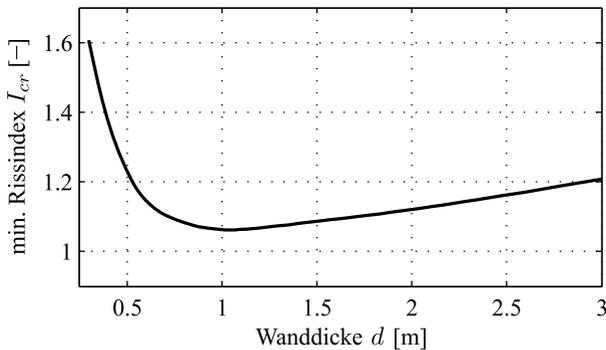


Abb. 6.20: Minimale Werte des Rissindex in Wandmitte in Abhängigkeit der Wanddicke

## 6.4 Zusammenfassung

Die in Kapitel 5 aufgestellten Materialmodelle wurden in diesem Kapitel zur numerischen Berechnung der Temperatur- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen verwendet. Anhand geeigneter Verifikationsbeispiele wurde zunächst die korrekte Implementierung der Modelle in die verwendete FE-Software TNO DIANA belegt. Die Hydratationswärmefreisetzung des Betons wurde in Form einer diskreten Zeitreihe, die aus einem adiabatischen Versuch abgeleitet wurde, an die FE-Software übergeben. Das Nachrechnen des adiabatischen Versuchs ergab eine nahezu ideale Übereinstimmung mit den Messdaten, womit die korrekte Implementierung der Hydratationswärmefreisetzung bestätigt wurde. Für die Beschreibung des

viskoelastischen Spannungs-Verformungsverhaltens musste das in Abschn. 5.3 beschriebene rheologische Modell leicht modifiziert werden, da in der verwendeten FE-Software nur die Definition rheologischer Modelle mit konstanten Retardationszeiten möglich ist. Durch das Nachrechnen der Dehnungsentwicklung in einem mehrstufigen Kriechversuch bzw. des Spannungsabbaus bei konstanter Dehnung konnte belegt werden, dass das viskoelastische Spannungs-Verformungsverhalten mit der FE-Software korrekt abgebildet werden kann.

Als erstes Anwendungsbeispiel wurde eine zwängungsfrei gelagerte Wand untersucht, deren Dicke im Wertebereich  $d = 0,3 \dots 3,0$  m variiert wurde. Die Auswertung der berechneten Temperatur- und Spannungsentwicklung ergab, dass zwischen der maximalen Temperaturdifferenz zwischen Wandmitte und Wandoberfläche und der maximalen Zugspannung an der Wandoberfläche ein annähernd linearer Zusammenhang besteht. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten oberflächennaher Risse steigt dementsprechend mit zunehmender Wanddicke stetig an und beträgt bei den in diesem Beispiel angenommenen Randbedingungen für Wanddicken  $d \geq 1,5$  m 100 %.

Als weiteres Anwendungsbeispiel wurde eine Wand untersucht, deren Verformung durch eine monolithische Verbindung mit der angrenzenden Bodenplatte behindert wird. Die Wanddicke wurde erneut im Bereich  $d = 0,3 \dots 3,0$  m variiert, um Vergleiche mit dem zwängungsfrei gelagerten System vornehmen zu können. Ähnlich wie bei der zwängungsfreien Lagerung ergab die Berechnung für die oberflächennahen Bereiche mit zunehmender Wanddicke eine größere maximale Zugspannung, die unabhängig von der Wanddicke kurz nach dem Entfernen der Schalung auftritt. Die Verformungsbehinderung wirkt in dieser Phase günstig, d. h. die absoluten Werte der oberflächennahen Zugspannungen sind kleiner als bei zwängungsfreier Lagerung. In der Wandmitte treten die maximalen Zugspannungen erst nach der vollständigen Abkühlung des Bauteils auf. Da die Abkühlung mit zunehmender Wanddicke langsamer verläuft, tritt die maximale Zugspannung bei Wanddicken  $d \geq 2,0$  m erst nach über vier Wochen auf. Damit verbunden ist eine verhältnismäßig hohe Zugfestigkeit beim Auftreten der maximalen Zugspannung, die dazu führt, dass das Rissrisiko geringer ist als bei Wanddicken im Bereich  $d = 0,75 \dots 1,5$  m, bei denen die maximale Zugspannung deutlich früher auftritt.

Anhand der untersuchten Anwendungsbeispiele wird deutlich, dass numerische Simulationen bei massigen Betonbauteilen wichtige Planungswerkzeuge darstellen. Bei bekannten Materialeigenschaften und Randbedingungen ist es möglich, die Temperatur- und Spannungsentwicklung realitätsnah zu prognostizieren und darauf aufbauend eine Rissbreiten begrenzende Bewehrung und ggf. weitere konstruktive Maßnahmen zur Begrenzung der Rissbreiten

festzulegen. Des Weiteren kann die Wirksamkeit von betontechnologischen Maßnahmen zur Abminderung der Eigen- und Zwangsspannungen, wie bspw. das Kühlen des Frischbetons oder eine Reduktion des Zementgehalts, durch Simulationen rechnerisch abgeschätzt werden. Wie in den untersuchten Anwendungsbeispielen anhand der Variation der Wanddicke gezeigt wurde, können darüber hinaus durch die gezielte Variation verschiedener Parameter generelle Zusammenhänge zwischen der Temperatur- und Spannungsentwicklung und den untersuchten Parametern hergestellt werden. Diese Parameterstudien können die Basis für die Entwicklung vereinfachter Bemessungsmodelle bilden.

# 7 Zusammenfassung und Ausblick

## 7.1 Zusammenfassung

Die Kenntnis der thermomechanischen Materialeigenschaften jungen Betons ist für zahlreiche Anwendungsfälle von Bedeutung, bspw. für die Prognose von Eigen- und Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme, für die Planung von Abläufen auf Baustellen und in Fertigteilerwerken oder für die Optimierung von Betonrezepturen im Hinblick auf einen möglichst effizienten Rohstoffeinsatz.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die thermomechanischen Materialeigenschaften verschiedener Betone im jungen Alter experimentell untersucht. Darauf aufbauend wurden neue Materialmodelle entwickelt bzw. existierende Modelle angepasst. Darüber hinaus wurden die Materialmodelle in eine Finite-Elemente-Software implementiert, wodurch eine realitätsnahe Prognose der Temperatur- und Spannungsentwicklung infolge der Hydratationswärmeabfuhr in erhärtenden Betonbauteilen möglich wird.

Das Versuchsprogramm umfasste Untersuchungen zur Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung sowie zum Verformungsverhalten junger Betone unter Kurz- und Langzeitbeanspruchung. Ein Teil der Untersuchungen wurde mit einer großen Zahl verschiedener Betone durchgeführt, um den Einfluss der Betonzusammensetzung auf die zeitliche Entwicklung der Eigenschaften zu charakterisieren. Im Mittelpunkt stand dabei der Vergleich von Betonen mit Zusammensetzung nach aktueller Norm und Betonen mit sehr hohen Zusatzstoff- und stark verminderten Zementgehalten. Des Weiteren wurde der Einfluss der Temperatur auf die Wärmefreisetzung und Festigkeitsentwicklung sowie der Einfluss einer lang andauernden Vorbelastung auf das Zugtragverhalten untersucht. Der Einfluss der fortschreitenden Erhärtung auf das viskoelastische Verformungsverhalten wurde in Kriechversuchen mit konstanter Spannung und unterschiedlichen Belastungsaltern untersucht. Mehrstufige Kriechversuche und Kriechversuche mit kontinuierlicher Lastaufbringung dienten zur Beschreibung etwaiger Einflüsse der Spannungsgeschichte bzw. der Belastungsgeschwindigkeit.

Die Ergebnisse zur Wärmefreisetzung machten deutlich, dass deren Höhe und zeitlicher Verlauf im Wesentlichen von der Zusammensetzung und Menge

des Bindemittels beeinflusst wird. Durch die Verwendung von insgesamt fünf unterschiedlichen Betonzusatzstoffen konnten Tendenzen zum Einfluss der Zusatzstoffe auf die Wärmefreisetzung aufgezeigt werden. Der Einfluss der Temperatur wurde beispielhaft für einen Beton untersucht. Es wurde festgestellt, dass die Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. [Fre77] den Einfluss der Temperatur auf die Reaktionsgeschwindigkeit zutreffend beschreibt.

Anhand der umfangreichen Versuchsergebnisse für die zeitliche Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften eines Betons wurde zunächst die Eignung verschiedener Modellfunktionen überprüft. Als besonders geeignet erwies sich eine Exponentialfunktion, mit der die gekoppelte Beschreibung der Entwicklung von Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul möglich wird, wenn die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größen berücksichtigt werden. Des Weiteren wurde die Entwicklung der Druckfestigkeit von 6 konventionellen und 17 sehr zusatzstoffreichen Betonen analysiert. Bezüglich der absoluten Festigkeit zeigte sich dabei, dass auch bei den sehr zusatzstoffreichen Betonen der Wasserbindemittelwert der wichtigste Einflussparameter zu sein scheint. Die Geschwindigkeit der Festigkeitsentwicklung wurde deutlich von der Art und Menge der Zusatzstoffe beeinflusst, wobei teilweise Parallelen zur Wärmeentwicklung aufgezeigt werden konnten. Durch die Untersuchung der Festigkeitsentwicklung eines Betons bei verschiedenen Temperaturgeschichten konnte gezeigt werden, dass die Reifefunktion nach FREIESLEBEN et al. auch zur Beschreibung des Temperatureinflusses auf die Festigkeitsentwicklung gut geeignet ist.

Die Entwicklung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften wird in der Regel auf der Basis von Kurzzeitversuchen an zuvor unbelasteten Proben beschrieben. Im Bauteil erfährt der Beton jedoch mitunter eine länger andauernde Vorbelastung. Zur Analyse möglicher Einflüsse der Belastungsgeschichte auf das Zugtragverhalten jungen Betons dienen Zugversuche an Proben, die vor der Bruchbelastung eine einige Stunden oder Tage andauernde Vorbelastung von bis zu 80 % der Zugfestigkeit erfahren hatten. Da sich kein messbarer Unterschied zu den ohne Vorbelastung geprüften Referenzproben ergab, kann davon ausgegangen werden, dass die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul sich unabhängig von der Belastungsgeschichte entwickeln.

Zur Beschreibung des viskoelastischen Verformungsverhaltens wurde ein rheologisches Modell auf Basis eines generalisierten Maxwellmodells mit altersabhängigen Feder- und Dämpferkennwerten aufgestellt. Die Modellparameter wurden durch eine Kalibrierung an Ergebnissen von Zugkriechversuchen mit verschiedenen Belastungsaltern zwischen 1 d und 7 d bestimmt. Durch die kontinuierlich zunehmenden Feder- und Dämpferkennwerte gelang es, das sich im jungen Alter stark verändernde Kriechverhalten des untersuchten Betons

korrekt abzubilden. Weiterhin wurden die Modellparameter an Versuchsdaten aus der Literatur angepasst, um die Allgemeingültigkeit des Modells für beliebige Betone zu zeigen. Die Interpretation der Modellparameter für die unterschiedlichen Betone zeigte, dass sich Analogien und Unterschiede zwischen den Parametern gut anhand der Betonzusammensetzung und der Druckfestigkeit erklären lassen. Diese Zusammenhänge bilden einen ersten wichtigen Schritt zur Weiterentwicklung des Modells im Hinblick auf eine allgemeine Beschreibung der Modellparameter für beliebige Betone. Vergleichende Versuche zeigten weiterhin, dass das Modell mit einigen Einschränkungen sowohl für das Zug- als auch für das Druckkriechen Gültigkeit besitzt.

Die Anwendbarkeit des rheologischen Modells für zeitlich veränderliche Spannungen konnte durch das Nachrechnen von Versuchen mit mehrstufiger bzw. kontinuierlicher Be- und Entlastung bestätigt werden. Hierbei stellt die differentielle Formulierung des Modells einen großen Vorteil dar, da sich, verglichen mit klassischen Kriechfunktionen, ein deutlich reduzierter Rechen- und Speicheraufwand ergibt, was insbesondere bei der Untersuchung kontinuierlich veränderlicher Spannungsgeschichten von Bedeutung ist.

Die entwickelten Materialmodelle wurden in eine kommerzielle Finite-Elemente-Software implementiert, um die durch die Hydratationswärme hervorgerufene Temperatur- und Spannungsentwicklung in erhärtenden Betonbauteilen realitätsnah zu beschreiben. Die untersuchten Verifikationsbeispiele konnten belegen, dass die Hydratationswärmefreisetzung und das viskoelastische Spannungs-Verformungsverhalten mit der FE-Software korrekt abgebildet werden. Anhand von zwei Anwendungsbeispielen wurden Zusammenhänge zwischen den Bauteilabmessungen, der Höhe und Verteilung der Spannungen und Temperaturen und der Risswahrscheinlichkeit aufgezeigt. Die untersuchten Anwendungsbeispiele machten deutlich, dass numerische Simulationen wichtige Planungswerkzeuge für die Erhärtungsphase massiger Betonbauteile darstellen.

## 7.2 Offene Probleme

Weiterer Arbeitsbedarf besteht bezüglich der Verknüpfung des chemisch-physikalischen Prozesses der Hydratation und der Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des Betons. Die bei Verwendung von Portlandzement häufig genutzte Definition des Hydratationsgrads auf Basis der Wärmefreisetzung bereitet bei Betonen mit hohen Zusatzstoffgehalten oder Kompositzementen Schwierigkeiten, da die reaktiven Bindemittelkomponenten unterschiedlich stark zur Gesamtwärmefreisetzung beitragen. Durch ein besseres Verständnis der Mechanismen auf mikrostruktureller Ebene und die Verknüpfung mit

Mehrskalenmodellen könnte eine verbesserte Beschreibung sowohl des Hydrationsprozesses als auch der Entwicklung der Betoneigenschaften gelingen.

Auch bezüglich des viskoelastischen Verformungsverhaltens jungen Betons bestehen weiterhin einige offene Fragen. So konnte im Rahmen der Arbeit nicht abschließend geklärt werden, ob die gefundenen Analogien zwischen Zug- und Druckkriechen für die gesamte Erhärtungsphase gelten. Des Weiteren ist das entwickelte rheologische Modell um den Einfluss des nichtlinearen Kriechens bei hohen Belastungsgraden unter Druck zu erweitern, wenn das viskoelastische Verformungsverhalten unabhängig vom Vorzeichen und von der Höhe der Spannung beschrieben werden soll. Angesichts des großen Versuchsaufwands wäre zudem eine für beliebige Betone gültige Beschreibung der Modellparameter in Abhängigkeit der Betonzusammensetzung und einfach zu bestimmender Eigenschaften wie z. B. der Druckfestigkeit wünschenswert. Die Interpretation der Modellparameter gab Grund zu der Annahme, dass eine solche Beschreibung generell möglich ist, allerdings ist hierfür eine umfangreiche und zuverlässige Datenbank experimenteller Ergebnisse notwendig. Unsicherheiten bestehen darüber hinaus bezüglich des mehraxialen Verhaltens bei Langzeitbeanspruchung. Für Berechnungen wird in der Regel vorausgesetzt, dass die viskoelastischen Dehnungen affin zu den spontan elastischen Dehnungen entstehen, experimentelle Untersuchungen zur Querdehnung beim Kriechen bzw. zum Kriechen unter mehraxialer Belastung liegen bisher jedoch nur sehr vereinzelt vor.

Im Hinblick auf die Anwendung numerischer Simulationen zur Vorhersage der Temperatur- und Spannungsentwicklung in massigen Bauteilen wurden in den letzten Jahren große Fortschritte bezüglich der realitätsnahen Beschreibung des Materialverhaltens des Betons bis zum Erreichen der Zugfestigkeit gemacht. Probleme bestehen jedoch weiterhin in Bezug auf eine korrekte Beschreibung der Rissbildung und der Wirkung der Bewehrung, vor allem, weil nur wenige experimentelle Ergebnisse an größeren Bauteilen mit eindeutig definierten Randbedingungen vorliegen.

## Literatur

- [Ald78] ALDA, W.: *Zum Schwingkriechen von Beton*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978
- [Ale72] ALEXANDERSSON, J.: *Strength losses in heat cured concrete*, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Handl. No. 3, 1972
- [And12] ANDERS, I.: *Stoffgesetz zur Beschreibung des Kriech- und Relaxationsverhaltens junger normal- und hochfester Betone*, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2012
- [Arg86] ARGYRIS, J. H.; MLEJNEK, H.-P.: *Die Methode der finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik. Bd. 1: Verschiebungsmethode in der Statik*, Vieweg, Braunschweig, 1986
- [Arr89] ARRHENIUS, S.: *On the reaction velocity of the inversion of cane sugar by acids*, Journal of Physical Chemistry, 1889, 4:226–248
- [Atr03] ATRUSHI, D. S.: *Tensile and compressive creep of young concrete: Testing and modelling*, PhD Thesis, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2003
- [Bat96] BATHE, K.-J.: *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 1996
- [Baž79a] BAŽANT, Z. P.; KIM, S.-S.: *Nonlinear creep of concrete - adaptation and flow*, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1979, 105(3):429–446
- [Baž79b] BAŽANT, Z. P.; PANULA, L.: *Practical prediction of time-dependent deformations of concrete - Part I-VI*, Materials and Structures, 1978/1979, 11/12(65-69)
- [Baž82] BAŽANT, Z. P.: *Creep and shrinkage in concrete structures*, in: WITTMANN, F. H. (Herausgeber), *Fundamental research on creep and shrinkage of concrete*, Martinus Nijhoff Publishers, 1982
- [Baž88a] BAŽANT, Z. P. (Herausgeber): *Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete*, John Wiley & Sons, Chichester, 1988
- [Baž88b] BAŽANT, Z. P.; PRASANNAN, S.: *Solidification theory for aging creep*, Cement and Concrete Research, 1988, 18(6):923–932

- [Baž89a] BAŽANT, Z. P.; PRASANNAN, S.: *Solidification theory for concrete creep. I: Formulation*, Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115(8):1691–1703
- [Baž89b] BAŽANT, Z. P.; PRASANNAN, S.: *Solidification theory for concrete creep. II: Verification and application*, Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115(8):1704–1725
- [Baž97a] BAŽANT, Z. P.; HAUGGAARD, A. B.; BAWEJA, S.: *Microprestress-solidification theory for concrete creep. II: Algorithm and verification*, Journal of Engineering Mechanics, 1997, 123(11):1195–1201
- [Baž97b] BAŽANT, Z. P.; HAUGGAARD, A. B.; BAWEJA, S.; ULM, F.-J.: *Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects*, Journal of Engineering Mechanics, 1997, 123(11):1188–1194
- [Ben08] BENBOUDJEMA, F.; TORRENTI, J.-M.: *Early-age behaviour of concrete nuclear containments*, Nuclear Engineering and Design, 2008, 238(10):2495–2506
- [Ben11] BENEDIX, R.: *Bauchemie: Einführung in die Chemie für Bauingenieure und Architekten*, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2011
- [Bla93] BLASCHKE, F.; LOSEKAMP, C.; MEHLHORN, G.: *Zugtragvermögen nach lang andauernder statischer sowie schwellender Zugvorbelastung von Beton*, Forschungsbericht, Gesamthochschule Kassel (GhK), Fachbereich 14, 1993
- [Bog34] BOGUE, R. H.; LERCH, W.: *Hydration of Portland cement compounds*, Industrial & Engineering Chemistry, 1934, 26(8):837–847
- [Bol78] BOLTZMANN, L.: *Zur Theorie der elastischen Nachwirkung*, Annalen der Physik, 1878, 241(11):430–432
- [Bol97] BOLEY, B. A.; WEINER, J. H.: *Theory of thermal stresses*, Dover Publications, Mineola, New York, 1997
- [Bos00] BOSNJAK, D.: *Self-induced cracking problems in hardening concrete structures*, PhD Thesis, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, 2000
- [Bre91] BREUGEL, K. v.: *Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials*, PhD Thesis, TU Delft, 1991

- 
- [Bri12] BRIFFAUT, M.; BENBOUDJEMA, F.; TORRENTI, J.-M.; NAHAS, G.: *Concrete early age basic creep: Experiments and test of rheological modelling approaches*, Construction and Building Materials, 2012, 36:373–380
- [Bro77] BROOKS, J. J.; NEVILLE, A. M.: *A comparison of creep, elasticity and strength of concrete in tension and in compression*, Magazine of Concrete Research, 1977, 29(100):131–141
- [Bud89] BUDELMANN, H.: *Verhalten von Beton bei mäßig erhöhten Betriebstemperaturen*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 404, Beuth, Berlin, 1989
- [Bud14] BUDELMANN, H.; WACHSMANN, A.; HERMERSCHMIDT, W.; KRAUSS, H.; LOHAUS, L.; BEGEMANN, C.; WOLTER, A.; HEIDMANN, M.: *Performance-related concepts towards concrete construction with reduced carbon dioxide burden*, in: *Life-cycle and Sustainability of Civil Infrastructure Systems: Proceedings of the Fourth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE 2014). 16.-19.11.2014, Waseda University, Tokyo, Japan, 2018–2025*, Taylor & Francis, 2014
- [Byf80] BYFORS, J.: *Plain concrete at early ages*, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, 1980
- [Cat78] CATHARIN, P.: *Hydratationswärme und Festigkeitsentwicklung*, Mitteilungen aus dem Forschungsinstitut des Vereins der Österreichischen Zementfabrikanten, 1978, (31):148–159
- [Coo81] COOK, D. J.; CHINDAPRASIRT, P.: *Influence of loading history upon the tensile properties of concrete*, Magazine of Concrete Research, 1981, 33(116):154–160
- [Cop68] COPELAND, L. E.; KANTRO, D. L.: *Hydration of Portland cement*, in: CEMENT ASSOCIATION OF JAPAN (Herausgeber), *Proceedings of the 5th International Symposium on the Chemistry of Cement*, 387–421, Cement Association of Japan, Tokio, 1968
- [Die59] DIETRICH, R.: *Untersuchungen über die Wärmetönung und andere für Mass beton wichtige Eigenschaften von Beton aus Zementen mit unterschiedlichem Klinker- und Schlackengehalt (Hüttenzemente)*, Dissertation, TH Stuttgart, 1959
- [Dit14] DITTRICH, S.; NEUBAUER, J.; GOETZ-NEUNHOEFFER, F.: *The influence of fly ash on the hydration of OPC within the first 44h—A*

*quantitative in situ XRD and heat flow calorimetry study*, Cement and Concrete Research, 2014, 56:129–138

- [Dut57] DUTRON, R.: *Creep in Concrete*, RILEM Bulletin No. 34, 1957
- [Emb89] EMBORG, M.: *Thermal stresses in concrete structures at early ages*, PhD Thesis, Luleå University of Technology, 1989
- [Fel68] FELDMAN, R. F.; SEREDA, P. J.: *A model for hydrated Portland cement paste as deduced from sorption-length change and mechanical properties*, Materials and Structures, 1968, 1(6):509–520
- [Fin89] FINDLEY, W. N.; LAI, J. S.; ONARAN, K.: *Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials: With an introduction to linear viscoelasticity*, Dover Publications, New York, 1989
- [Fre77] FREIESLEBEN HANSEN, P.; PEDERSEN, E. J.: *Maleinstrument til kontrol af betons haerding*, Nordisk Betong, 1977, 1(19):21–24
- [Fri05] FRIEBERT, M.: *Der Einfluss von Betonzusatzstoffen auf die Hydratation und Dauerhaftigkeit selbstverdichtender Betone*, Cuvillier Verlag, 2005
- [Glä15] GLÄSER, T.: *Eine neue Methode zur Optimierung der Teilchenbeweglichkeit für den Entwurf bauaufgaben-spezifischer Hochleistungsbetone*, Dissertation (in Vorbereitung), Leibniz Universität Hannover, 2015
- [Gro09] GROTH, C.; MÜLLER, G.: *FEM für Praktiker - Bd. 3: Temperaturfelder*, volume 3, Expert Verlag, Renningen, 2009
- [Gru91] GRUBE, H.: *Ursachen des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile*, Beton-Verlag, 1991
- [Grü01] GRÜBL, P.; WEIGLER, H.; KARL, S.: *Beton: Arten, Herstellung und Eigenschaften*, Ernst & Sohn, Berlin, 2001
- [Gut98] GUTSCH, A.-W.: *Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1998
- [Gut02] GUTSCH, A.-W.: *Properties of early age concrete - Experiments and modelling*, Materials and Structures, 2002, 35(2):76–79
- [Han60] HANSEN, T. C.: *Creep and stress relaxation of concrete: a theoretical and experimental investigation*, Proc. No. 31, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, 1960
- [Har68] HAROUN, W. A.: *Uniaxial tensile creep and failure of concrete*, PhD Thesis, University of London, 1968

- 
- [Här95] HÄRDTL, R.: *Veränderung des Betongefüges durch die Wirkung von Steinkohlenflugasche und ihr Einfluss auf die Betoneigenschaften*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 448, Beuth, Berlin, 1995
- [Hei69] HEILMANN, H. G.: *Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons*, beton, 1969, 19:68–70
- [Her14] HERMERSCHMIDT, W.: *Messsystem zur Bestimmung der Wärmefreisetzung von Beton*, in: *Young Engineers Colloquium*, 46–47, International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), 2014
- [Hin87] HINRICHS, W.: *Untersuchungen zur Hydratation von Schlackenportlandzementen*, Dissertation, TU Clausthal, 1987
- [Hin98] HINTZEN, W.: *Zum Verhalten des jungen Betons unter zentrischem Zwang beim Abfließen der Hydratationswärme*, Dissertation, RWTH Aachen, 1998
- [Iga04] IGARASHI, S.: *Effects of curing conditions on the evolution of coarse capillary pores in cement pastes*, in: WEISS, J.; KOVLER, K.; MARCHAND, J.; MINDESS, S. (Herausgeber), *1st International RILEM Symposium on Advances in Concrete Through Science and Engineering (Proceedings pro048)*, RILEM Publications, 2004 105–116
- [Ji13] JI, G. M.; KANSTAD, T.; BJØNTEGAARD, Ø.; SELLEVOLD, E. J.: *Tensile and compressive creep deformations of hardening concrete containing mineral additives*, Materials and Structures, 2013, 46(7):1167–1182
- [Jon84] JONASSON, J.-E.: *Slipform construction-calculations for assessing protection against early freezing*, CBI forskning, Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1984
- [Kan99] KANSTAD, T.; HAMMER, T. A.; BJØNTEGAARD, Ø.; SELLEVOLD, E. J.: *Mechanical properties of young concrete: Evaluation of test methods for tensile strength and modulus of elasticity. Determination of model parameters*, NOR-IPACS report STF22, Norwegian Institute of Technology, Trondheim, 1999
- [Kje92] KJELLEN, K. O.; DETWILER, R. J.: *Reaction kinetics of Portland cement mortars hydrated at different temperatures*, Cement and Concrete Research, 1992, 22(1):112–120
- [Koc97] KOCZYK, S.: *Lineare Viskoelastizität in differentieller Darstellung*, Technische Mechanik, 1997, 17(2):83–91

- [Koe97] KOENDERS, E. A. B.: *Simulation of volume changes in hardening cement-based materials*, PhD Thesis, TU Delft, 1997
- [Kor99] KORDINA, K.: *Beton unter Langzeit-Zugbeanspruchung*, Bautechnik, 1999, 76(6):479–488
- [Kra04] KRAUSS, M.: *Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2004
- [Kra13] KRAUSS, H.-W.: *Zur Auswirkung hochfeiner inerter Zusatzstoffe auf die Hydratationskinetik und die Mikrostruktur von Zementstein*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2013
- [Lau90] LAUBE, M.: *Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Alter*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1990
- [Lea70] LEA, F. M.: *The chemistry of cement and concrete*, Edward Arnold, London, 1970
- [L'H68] L'HERMITE, R. G.; MAMILLAN, M.: *Further results of shrinkage and creep tests*, in: BROOKS, A. E.; NEWMAN, K. (Herausgeber), *The structure of concrete and its behaviour under load*, Cement and Concrete Association, London, 1968
- [Loc73] LOCHER, F. W.: *Erstarren und Anfangsfestigkeit von Zement*, Zement-Kalk-Gips, 1973, 26(2):53–62
- [Loc76] LOCHER, F. W.; RICHARTZ, W.; SPRUNG, S.: *Erstarren von Zement*, Zement-Kalk-Gips, 1976, 29(10):435–442
- [Löf46] LÖFQVIST, B.: *Temperatureffekter i hardnande betong*, PhD Thesis, Chalmers University of Technology, 1946
- [Loh14a] LOHAUS, L.; BEGEMANN, C.; BUDELMANN, H.; WACHSMANN, A.; KRAUSS, H.-W.; HERMERSCHMIDT, W.; WOLTER, A.; HEIDMANN, M.: *A new holistic approach to assess and compare different strategies for CO<sub>2</sub>-reduction in concrete construction*, in: *Eco-Crete: International Symposium on Sustainability, Environmentally Friendly Concrete. 13.-15.08.2014, Reykjavik, Island.*, 2014
- [Loh14b] LOHAUS, L.; BEGEMANN, C.; BUDELMANN, H.; WACHSMANN, A.; KRAUSS, H.-W.; HERMERSCHMIDT, W.; WOLTER, A.; HEIDMANN, M.: *A new performance-based design concept for developing CO<sub>2</sub>-reduced "redcarb"-concrete*, in: *Eco-Crete: International*

---

*Symposium on Sustainability, Environmentally Friendly Concrete.*  
13.-15.08.2014, Reykjavik, Island., 2014

- [Lot07] LOTHENBACH, B.; WINNEFELD, F.; ALDER, C.; WIELAND, E.; LUNK, P.: *Effect of temperature on the pore solution, microstructure and hydration products of Portland cement pastes*, Cement and Concrete Research, 2007, 37(4):483–491
- [Man61] MANDRY, W.: *Über das Kühlen von Beton*, Springer, Berlin, 1961
- [Mar12] MARQUES, S. P. C.; CREUS, G. J.: *Computational viscoelasticity*, Springer, 2012
- [McH43] MCHENRY, D.: *A new aspect of creep in concrete and its application to design*, Proceedings ASTM, 1943, 43:1069–1084
- [Men97] MENG, B.; WIENS, U.: *Wirkung von Puzzolanen bei extrem hoher Dosierung – Grenzen der Anwendbarkeit*, in: *13. Int. Baustofftagung (ibausil)*, F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde, 1997 175–186
- [Mil66] MILLS, R. H.: *Factors influencing cessation of hydration in water cured cement pastes*, 90, Highway Research Board Special Report, 1966
- [Mül86] MÜLLER, H. S.: *Zur Vorhersage des Kriechens von Konstruktionsbeton*, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1986
- [Mül07] MÜLLER, G.; GROTH, C.: *FEM für Praktiker - Bd. 1: Grundlagen*, Expert Verlag, Renningen, 2007
- [Nec96] NECHVATAL, D.: *Normalbeton unter hohen Dauerlasten bei vermindertem Feuchte austausch*, Dissertation, Technische Universität München, 1996
- [Nev83] NEVILLE, A. M.; DILGER, W. H.; BROOKS, J. J.: *Creep of plain and structural concrete*, Construction Press, London, New York, 1983
- [Nol88] NOLTING, E. H.: *Zur Frage der Entwicklung lastunabhängiger Verformungen und Wärmedehnzahlen junger Betone*, Dissertation, Universität Hannover, 1988
- [Not07] NOTHNAGEL, R.: *Hydratations- und Strukturmodell für Zementstein*, Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2007
- [Odl91] ODLER, I.: *Strength of cement*, Materials and Structures, 1991, 24(2):143–157
- [Par70] PARROTT, L. J.: *Some observations on the components of creep in concrete*, Magazine of Concrete Research, 1970, 22(72):143–148

- [Pen59] PENA, C. D. L.: *Shrinkage and creep of specimens of thin section*, RILEM Bulletin, 1959, 3:60–70
- [Per98] PERSSON, B.: *Quasi-instantaneous and long-term deformations of high-performance concrete with some related properties*, Report TVBM-1016, Lund University, 1998
- [Pow46] POWERS, T. C.; BROWNYARD, T. L.: *Studies of the physical properties of hardened Portland cement paste*, ACI Journal Proceedings, 1946, 43(9):249–336
- [Pow68] POWERS, T. C.: *Mechanisms of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste*, in: BROOKS, A. E.; NEWMAN, K. (Herausgeber), *The structure of concrete and its behaviour under load*, Cement and Concrete Association, London, 1968
- [Ran13] RANAIVOMANANA, N.; MULTON, S.; TURATSINZE, A.: *Tensile, compressive and flexural basic creep of concrete at different stress levels*, Cement and Concrete Research, 2013, 52:1–10
- [Rei06] REINHARDT, H.-W.; RINDER, T.: *Tensile creep of high-strength concrete*, Journal of Advanced Concrete Technology, 2006, 4(2):277–283
- [RIL97] RILEM TECHNICAL COMMITTEE: *TC 119-TCE: Avoidance of thermal cracking in concrete at early ages - TCE1: Adiabatic and semi-adiabatic calorimetry to determine the temperature increase in concrete due to hydration heat of the cement*, Materials and Structures, 1997, 30(8):451–464
- [Rin03] RINDER, T.: *Hochfester Beton unter Dauerzuglast*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 544, Beuth, 2003
- [Röh09] RÖHLING, S.: *Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme*, Verlag Bau+Technik, Erkrath, 2009
- [Röh12] RÖHLING, S.: *Betonbau, Band 2: Hydratation - junger Beton - Festbeton*, Fraunhofer IRB-Verl, Stuttgart, 2012
- [Ros93] ROSTÁSY, F. S.; LAUBE, M.; ONKEN, P.: *Zur Kontrolle früherer Temperaturrisse in Betonbauteilen*, Bauingenieur, 1993, 68(5):5–13
- [Ros94] ROSTÁSY, F. S.; ONKEN, P.: *Konstitutives Stoffmodell für jungen Beton*, Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, 1994

- 
- [Ros12] ROSSI, P.; TAILHAN, J.-L.; LE MAOU, F.; GAILLET, L.; MARTIN, E.: *Basic creep behavior of concretes investigation of the physical mechanisms by using acoustic emission*, Cement and Concrete Research, 2012, 42(1):61–73
- [Ros13a] ROSSI, P.; CHARRON, J. P.; BASTIEN-MASSE, M.; TAILHAN, J.-L.; LE MAOU, F.; RAMANICH, S.: *Tensile basic creep versus compressive basic creep at early ages: comparison between normal strength concrete and a very high strength fibre reinforced concrete*, Materials and Structures, 2013, 47:1773–1785
- [Ros13b] ROSSI, P.; TAILHAN, J.-L.; LE MAOU, F.: *Comparison of concrete creep in tension and in compression: Influence of concrete age at loading and drying conditions*, Cement and Concrete Research, 2013, 51:78–84
- [Rot98] RÖTTLER, S.: *Kriechen von Beton unter veränderlicher Spannung*, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1998
- [Rue68] RUETZ, W.: *A hypothesis for the creep of hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage*, in: BROOKS, A. E.; NEWMAN, K. (Herausgeber), *The structure of concrete and its behaviour under load*, Cement and Concrete Association, London, 1968
- [Rüs62] RÜSCH, H.; KORDINA, K.; HILSDORF, H. K.: *Versuche über das Kriechen unbewehrten Betons*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 146, Beuth, Berlin, 1962
- [Rüs75] RÜSCH, H.: *Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit*, beton, 1975, 25(2):55–58
- [Sau51] SAUL, A. G.: *Principles underlying the steam curing of concrete at atmospheric pressure*, Magazine of Concrete Research, 1951, 2(6):127–140
- [Sch95] SCHÖPPEL, K.; SPRINGENSCHMID, R.: *The effect of thermal deformation, chemical shrinkage and swelling on restrained stresses in concrete at early ages*, in: SPRINGENSCHMID, R. (Herausgeber), *Thermal cracking in concrete at early ages*, E & FN Spon, 1995
- [Sch97] SCHUTTER, G. D.; TAERWE, L.: *Towards a more fundamental non-linear basic creep model for early age concrete*, Magazine of Concrete Research, 1997, 49(180):195–200

- [Sch99] SCHUTTER, G. D.: *Degree of hydration based Kelvin model for the basic creep of early age concrete*, Materials and Structures, 1999, 32(4):260–265
- [Sch00] SCHUTTER, G. D.; TAERWE, L.: *Fictitious degree of hydration method for the basic creep of early age concrete*, Materials and Structures, 2000, 33(6):370–380
- [Sch03] SCHINDLER, A. K.; FOLLIARD, K. J.: *Influence of supplementary cementing materials on the heat of hydration of concrete*, in: *Conference on Advances in Cement and Concrete IX, August 10-14, Copper Mountain, Colorado*, 2003
- [Sch07] SCHNEIDER, C.: *Zur Konstitution von Hüttensand, seiner quantitativen Bestimmung und seinem Festigkeitsbeitrag im Zement*, Dissertation, TU Clausthal, 2007
- [Sch14] SCHLICKE, D.: *Mindestbewehrung zwangbeanspruchter Betonbauteile unter Berücksichtigung der erhärtungsbedingten Spannungsgeschichte und der Bauteilgeometrie*, Dissertation, Technische Universität Graz, 2014
- [Sel95] SELLEVOLD, E. J.; BJØNTEGAARD, Ø.; JUSTNESS, H.; DAHL, P. A.: *High performance concrete: early volume change and cracking tendency*, in: SPRINGENSCHMID, R. (Herausgeber), *Thermal cracking in concrete at early ages*, E & FN Spon, 1995
- [Set78] SETTER, N.; DELLA ROY, M.: *Mechanical features of chemical shrinkage of cement paste*, Cement and Concrete Research, 1978, 8(5):623–634
- [Sha97] SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W.: *The Matlab ode suite*, SIAM journal on scientific computing, 1997, 18(1):1–22
- [Shi02] SHIMASAKI, I.; ROKUGO, K.; MORIMOTO, H.: *Thermal expansion coefficient of concrete at very early ages*, in: MIHASHI, H.; WITTMANN, F. H. (Herausgeber), *Control of cracking in early age concrete*, Balkema, 2002
- [Ska72] SKALNY, J.; ODLER, I.: *Pore structure of calcium silicate hydrates*, Cement and Concrete Research, 1972, 2(4):387–400
- [Sou77] SOUSA COUTINHO, A.: *A contribution to the mechanism of concrete creep*, Materials and Structures, 1977, 10(1):3–16

- 
- [Sta69] STAFFORD, R. O.: *On mathematical forms for the material functions in nonlinear viscoelasticity*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1969, 17(5):339–358
- [Stö67] STÖCKL, S.: *Tastversuche über den Einfluss von vorangegangenen Dauerlasten auf die Kurzzeitfestigkeit des Betons*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 196, Beuth, 1967
- [Tap59] TAPLIN, J. H.: *A method for following the hydration reaction in portland cement paste*, Australian Journal of Applied Science, 1959, 10(3):329–345
- [Vre98] VREE, R. T. D.; TEGELAAR, R. A.: *Gewichtete Reife des Betons*, beton, 1998, 48(11):674–678
- [Wat12] WATTS, D. J.: *Everything is obvious: How common sense fails us*, Random House LLC, 2012
- [Web78] WEBER, J. W.; WESCHE, K.: *Entwicklung eines Verfahrens zur Vorausbestimmung der Druckfestigkeit von Normal- und Leichtbetonen in Abhängigkeit von den Matrix- und Zuschlageigenschaften unter Anwendung mathematisch-statistischer Verfahren*, Forschungsbericht, Westdeutscher Verlag, Opladen, 1978
- [Wei74] WEIGLER, H.; KARL, S.: *Junger Beton (Teil 1 und 2)*, Betonwerk + Fertigteilechnik, 1974, (6+7)
- [Wes93] WESCHE, K.: *Baustoffe für tragende Bauteile. Bd. 2 - Beton, Mauerwerk.*, Bauverlag, Wiesbaden, 3 edition, 1993
- [Wes99] WESTMAN, G.: *Concrete creep and thermal stresses*, PhD Thesis, Luleå University of Technology, 1999
- [Wit70] WITTMANN, F. H.: *Influence of moisture content on the creep of hardened cement*, Reol. Acta, 1970, 9(2):282–87
- [Wit72] WITTMANN, F. H.; ZAITSEV, Y.: *Behavior of hardened cement paste and concrete under high sustained load*, in: *Proceedings of the International Conference on Mechanical Behavior of Materials*, 84–95, The Society of Materials Science, 1972

## Normen und Richtlinien

- [M1]      Forschungsinstitut der Zementindustrie, Betontechnische Berichte: Vorläufiges Merkblatt für die Messung der Temperaturerhöhung des Betons mit dem adiabatischen Kalorimeter, 1970.
- [M2]      JCI Guidelines for Control of Cracking of Mass Concrete, 2008.
- [MC10]    fib Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn, 2013.
- [N1]      DIN 1048-5: Prüfverfahren für Beton; Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper, Ausgabedatum: 1991-06-01, 1991.
- [N2]      DIN EN 12390-2: Prüfung von Festbeton – Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Deutsche Fassung EN 12390-2:2009, 2009.
- [N3]      DIN EN 12390-3: Prüfung von Festbeton – Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-3:2009, 2009.
- [N4]      DIN EN 206: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Deutsche Fassung EN 206:2013, 2014.
- [N5]      DIN EN 1992-1-1 – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, 2011.

## A Eigenschaften der Ausgangsstoffe

Tab. A.1: Chemische Zusammensetzung und weitere wesentliche Eigenschaften der verwendeten Zemente (Herstellerangaben)

		CEM III/A 32,5 N	CEM III/A 42,5 N
SiO <sub>2</sub>	[M.-%]	29,62	27,99
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	8,13	7,09
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	1,23	1,29
CaO	[M.-%]	50,51	53,92
MgO	[M.-%]	5,16	2,88
SO <sub>3</sub>	[M.-%]	1,44	2,75
Na <sub>2</sub> O	[M.-%]	0,41	0,36
K <sub>2</sub> O	[M.-%]	0,68	0,76
Cl	[M.-%]	0,06	0,08
Hüttensandgehalt	[M.-%]	60	45
Blaine-Wert	[cm <sup>2</sup> /g]	3963	3694
Normfestigkeit 7 d	[N/mm <sup>2</sup> ]	28,9	43,5
Normfestigkeit 28 d	[N/mm <sup>2</sup> ]	49,0	59,9

		CEM III/B 32,5 N- LH/HS/NA	CEM I 52,5 R
SiO <sub>2</sub>	[M.-%]	32,43	21,06
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	8,73	5,45
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	0,93	1,81
CaO	[M.-%]	46,65	63,61
MgO	[M.-%]	6,51	0,99
SO <sub>3</sub>	[M.-%]	1,21	3,75
Na <sub>2</sub> O	[M.-%]	0,40	0,45
K <sub>2</sub> O	[M.-%]	0,68	0,63
Cl	[M.-%]	0,05	0,06
Hüttensandgehalt	[M.-%]	69	-
Blaine-Wert	[cm <sup>2</sup> /g]	3953	5281
Normfestigkeit 7 d	[N/mm <sup>2</sup> ]	29,1	67,6
Normfestigkeit 28 d	[N/mm <sup>2</sup> ]	50,6	72,1

Tab. A.2: Chemische Zusammensetzung und weitere wesentliche Eigenschaften des verwendeten Hüttensandmehls (Herstellerangaben)

SiO <sub>2</sub>	[M.-%]	37,19
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	9,82
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	[M.-%]	0,35
CaO	[M.-%]	39,39
MgO	[M.-%]	6,89
SO <sub>3</sub>	[M.-%]	0,78
Na <sub>2</sub> O	[M.-%]	0,53
K <sub>2</sub> O	[M.-%]	1,10
Cl	[M.-%]	0,27
Blaine-Wert	[cm <sup>2</sup> /g]	4079

Tab. A.3: Reindichten  $\rho$  (im Pyknometer gemessen) und mittlere Partikelgrößen  $d_{50}$  (durch Lasergranulometrie bestimmt) der verwendeten Zemente und Zusatzstoffe

Stoff	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$d_{50}$ [ $\mu$ m]
CEM III/A 32,5 N	3,04	n.b.
CEM III/A 42,5 N	3,03	n.b.
CEM III/B 32,5 N-LH/HS/NA	3,03	n.b.
CEM I 52,5 R	3,14	6,9
Hüttensandmehl	2,91	8,7
Steinkohlenflugasche	2,19	8,9
Kalksteinmehl	2,73	5,7
Phonolithmehl	2,61	9,3
Trassmehl	2,60	8,5

## B Betonrezepturen

Tab. B.1: Abkürzungen für die Auflistung der Betonrezepturen

Abkürzung	Bedeutung
$Z$	Zementart
$ZS$	Art des Zusatzstoffs
$d_{GK}$	Größtkorn der Gesteinskörnung
$m_Z$	Zementgehalt
$m_{ZS}$	Zusatzstoffgehalt
$m_{GK}$	Gesteinskörnungsgehalt
$m_W$	Wassergehalt
$m_{FM}$	Fließmittelgehalt
$w/z$	Wasserzementwert
$w/b$	Wasserbindemittelwert
$\rho$	Frischbetonrohddichte

Tab. B.2: Betonrezepturen

		PC1	PC2a	PC2b
$Z$	[-]	CEM III/A 42,5	CEM III/A 42,5	CEM III/B 42,5
$ZS$	[-]	Steinkohlenflugasche		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	270,0	290,0	260,0
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	60,0	60,0	90,0
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1825,0	1804,6	1795,0
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	171,0	175,0	160,0
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1,00	3,19	2,60
$w/z$	[-]	0,63	0,60	0,62
$w/b$	[-]	0,52	0,50	0,46
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2327,0	2332,8	2307,6

Tab. B.3: Betonrezepturen (Fortsetzung)

		PC3	PC4	FA 20-80 1-20
$Z$	[-]	CEM III/A 42,5	CEM I 52,5 R	CEM I 52,5 R
$ZS$	[-]	Steinkohlenflugasche		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	360,0	400,0	112,7
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	60,0	30,0	313,3
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1728,4	1707,6	1729,8
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	161,3	185,4	127,0
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2,57	2,00	6,35
$w/z$	[-]	0,45	0,46	1,13
$w/b$	[-]	0,38	0,43	0,30
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2312,2	2325,0	2289,2

		FA 20-80 1-40	FA 40-60 1-20	FA 40-60 1-40
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R		
$ZS$	[-]	Steinkohlenflugasche		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	112,2	203,7	201,3
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	312,0	212,4	209,9
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1857,5	1778,6	1741,4
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	132,8	125,4	134,9
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	3,32	6,27	6,75
$w/z$	[-]	1,18	0,62	0,67
$w/b$	[-]	0,31	0,30	0,33
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2417,8	2326,3	2294,2

		HSM 20-80 1-20	HSM 20-80 1-40	HSM 40-60 1-40
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R		
$ZS$	[-]	Hüttensandmehl		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	91,3	89,4	163,7
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	337,6	330,7	227,1
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1826,9	1787,2	1810,5
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	124,2	144,5	147,3
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	5,44	3,61	3,69
$w/z$	[-]	1,36	1,62	0,90
$w/b$	[-]	0,29	0,34	0,38
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2385,5	2355,4	2352,3

Tab. B.4: Betonrezepturen (Fortsetzung)

		KSM 20-80 1-20	KSM 20-80 1-40	KSM 50-50 1-40
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R		
$ZS$	[-]	Kalksteinmehl		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	109,5	108,4	257,6
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	379,8	375,9	209,0
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1732,7	1725,2	1682,1
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	126,8	138,5	168,7
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	6,30	3,50	4,22
$w/z$	[-]	1,16	1,28	0,65
$w/b$	[-]	0,26	0,29	0,36
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2355,1	2351,5	2321,6

		TR 20-80 1-20	TR 20-80 1-40	TR 40-60 1-40
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R		
$ZS$	[-]	Trassmehl		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	94,1	90,7	171,0
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	312,3	301,6	212,7
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1717,5	1654,6	1721,8
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	159,7	192,2	173,9
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	8,00	4,81	4,35
$w/z$	[-]	1,70	2,12	1,02
$w/b$	[-]	0,39	0,49	0,45
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2291,6	2244,0	2283,7

		PH 20-80 1-20	PH 20-80 1-40	PH 40-60 1-20
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R		
$ZS$	[-]	Phonolithmehl		
$d_{GK}$	[mm]	16	16	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	99,5	95,7	172,2
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	330,4	317,9	214,5
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1749,2	1682,7	1808,5
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	139,9	174,3	138,1
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	6,99	4,40	6,91
$w/z$	[-]	1,41	1,82	0,80
$w/b$	[-]	0,33	0,42	0,36
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2326,0	2275,0	2340,3

Tab. B.5: Betonrezepturen (Fortsetzung)

		PH 40-60 1-40
$Z$	[-]	CEM I 52,5 R
$ZS$	[-]	Phonolithmehl
$d_{GK}$	[mm]	16
$m_Z$	[kg/m <sup>3</sup> ]	167,0
$m_{ZS}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	207,9
$m_{GK}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	1753,2
$m_W$	[kg/m <sup>3</sup> ]	166,5
$m_{FM}$	[kg/m <sup>3</sup> ]	4,20
$w/z$	[-]	1,00
$w/b$	[-]	0,44
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	2298,8

## C Druckfestigkeitsentwicklung der untersuchten Betone

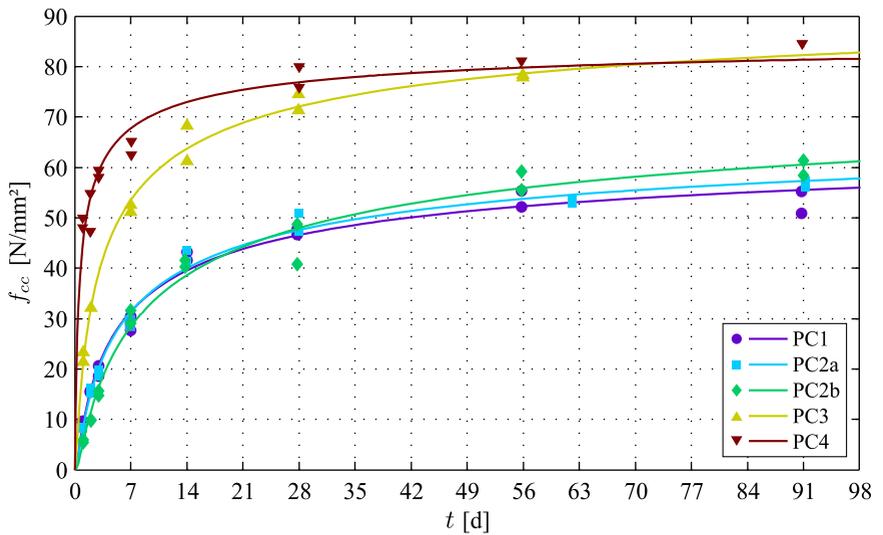


Abb. C.1: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone PC1, PC2a, PC2b, PC3 und PC4

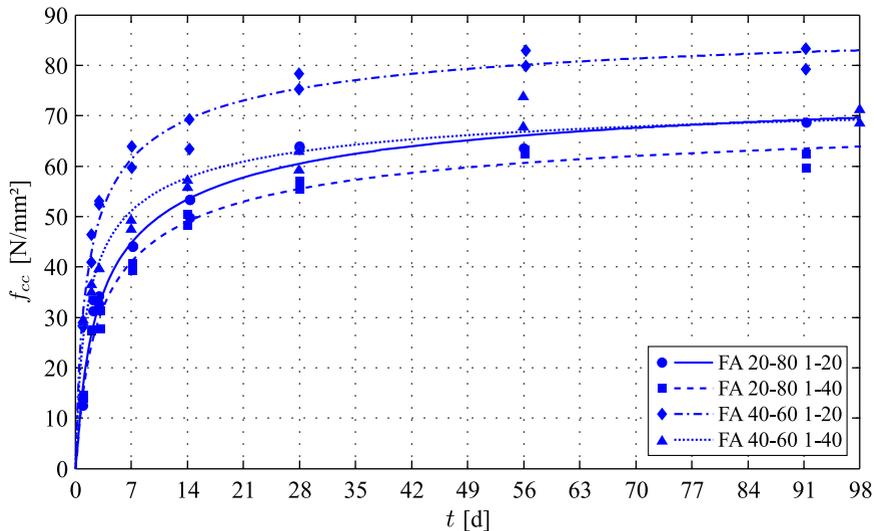


Abb. C.2: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone FA 20-80 1-20, FA 20-80 1-40, FA 40-60 1-20 und FA 20-80 1-20

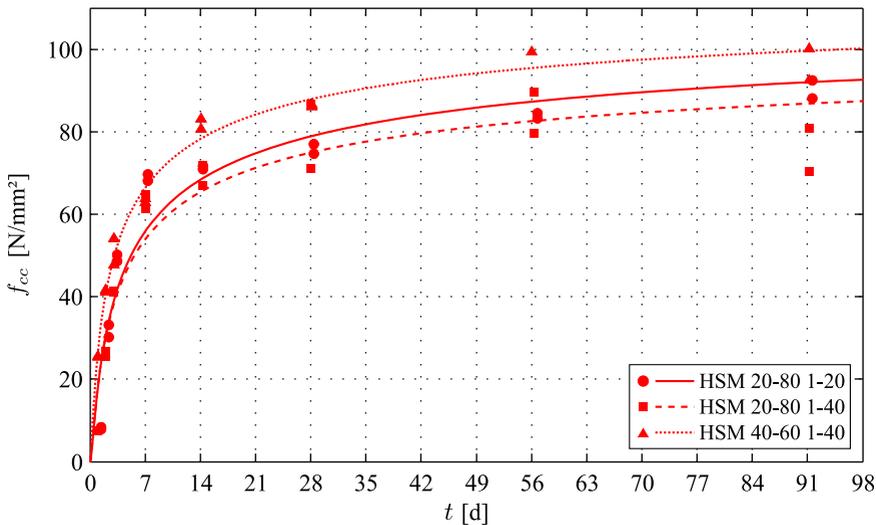


Abb. C.3: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone HSM 20-80 1-20, HSM 20-80 1-40 und HSM 40-60 1-40

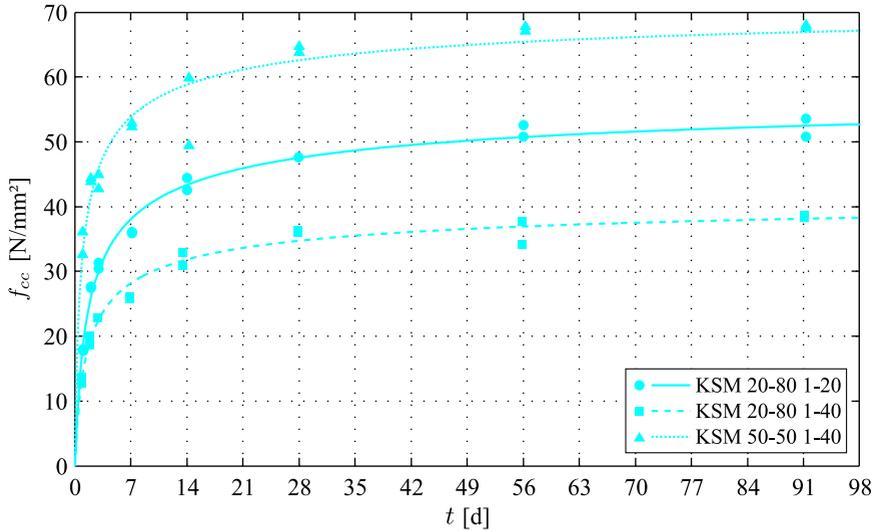


Abb. C.4: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone KSM 20-80 1-20, KSM 20-80 1-40 und KSM 50-50 1-40

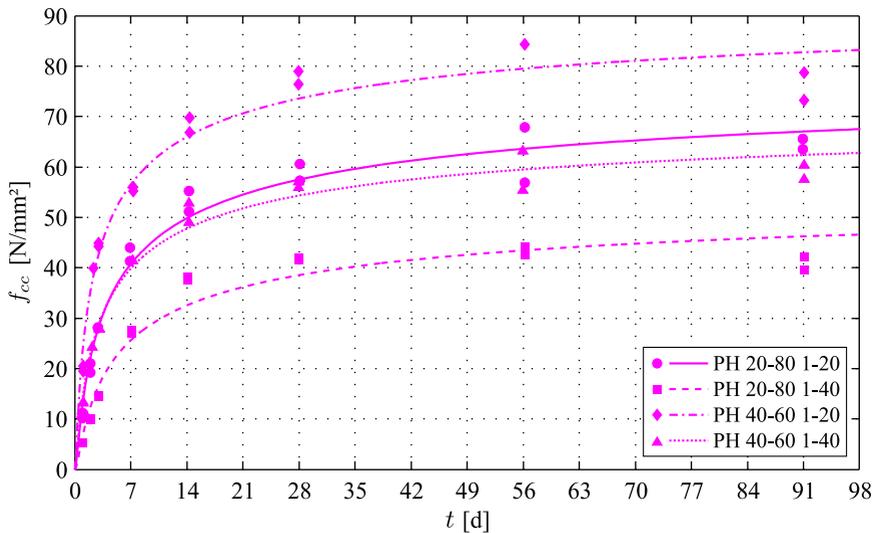


Abb. C.5: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone PH 20-80 1-20, PH 20-80 1-40, PH 40-60 1-20 und PH 20-80 1-20

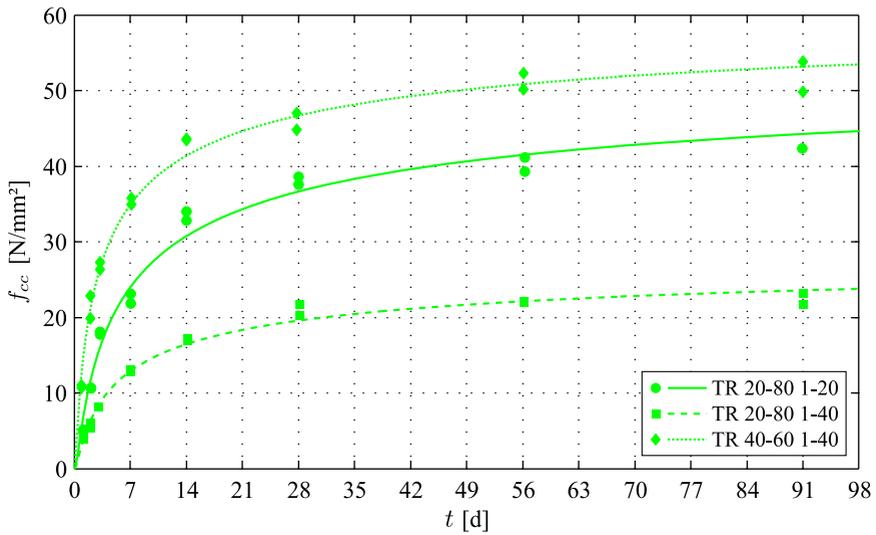


Abb. C.6: Druckfestigkeitsentwicklung der Betone TR 20-80 1-20, TR 20-80 1-40 und TR 40-60 1-40

## D Ergebnisse der mehrstufigen Kriechversuche

Tab. D.1: Überblick über die Parameter der mehrstufigen Kriechversuche

Versuchs- bezeichnung	$t_1$ [d]	$\sigma_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$t_2$ [d]	$\sigma_2$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$t_3$ [d]	$\sigma_3$ [N/mm <sup>2</sup> ]
K701-130907	2	0,93	7	1,49	-	-
K701-130812	2	0,93	7	1,49	-	-
K701-130916	2	0,39	7	1,21	-	-
K701-131114	4	1,26	7	1,54	-	-
K701-131212	4	1,24	7	2,01	-	-
K701-140113	2	0,98	4	1,93	-	-
K701-140211	2	0,90	3	1,66	-	-
K701-140303	2	0,41	4	1,40	-	-
K702-140408	2	0,42	3	1,30	-	-
K701-140505	2	1,03	3	0,00	4	1,61
K701-140602	2	1,04	3	0,48	4	1,70
K702-140602	2	1,04	3	0,80	4	1,70
K701-140630	2	0,76	4	0,00	7	1,78
K701-140728	2	0,85	4	0,39	7	1,86
K702-140728	2	0,85	4	0,65	7	1,86

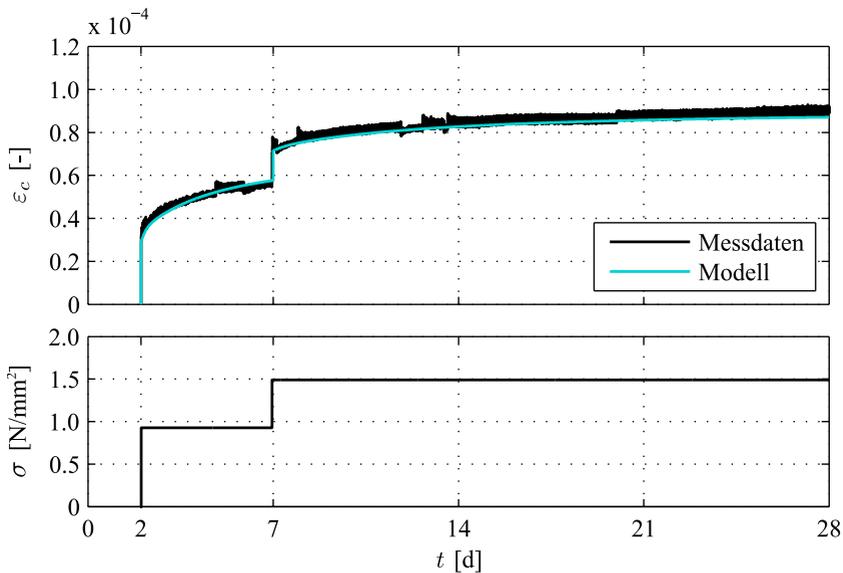


Abb. D.1: Mehrstufiger Kriechversuch K701-130709

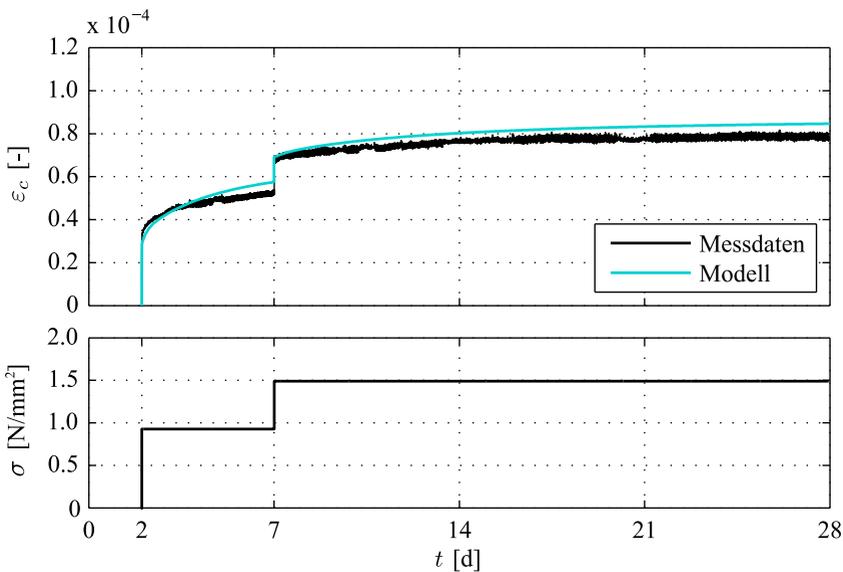


Abb. D.2: Mehrstufiger Kriechversuch K701-130812

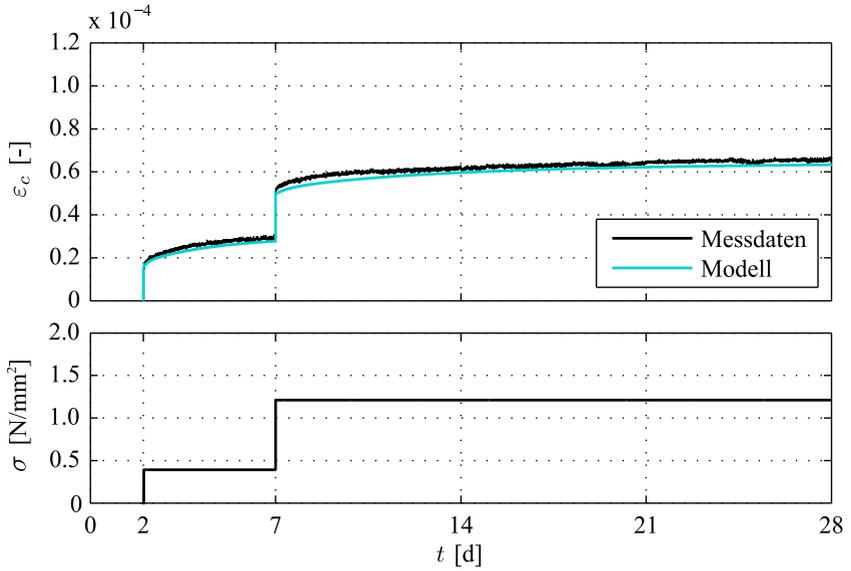


Abb. D.3: Mehrstufiger Kriechversuch K701-130916

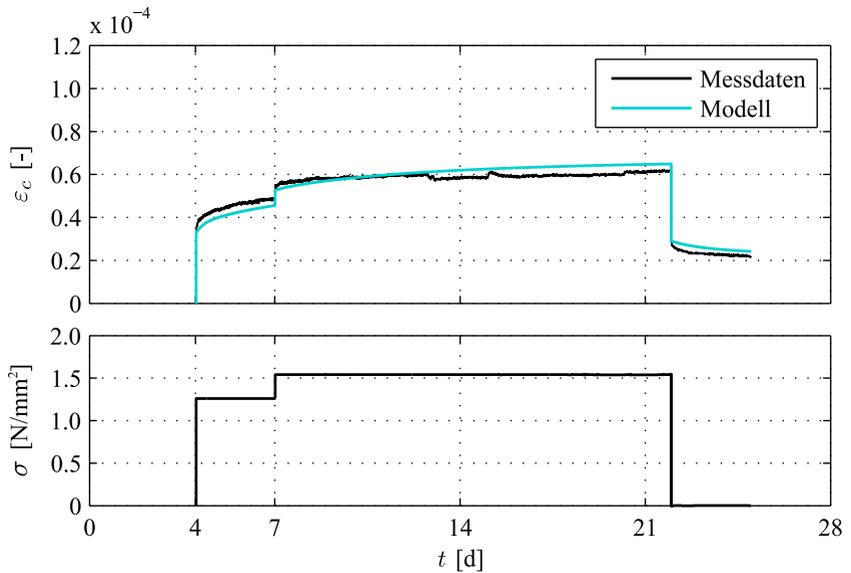


Abb. D.4: Mehrstufiger Kriechversuch K701-131114

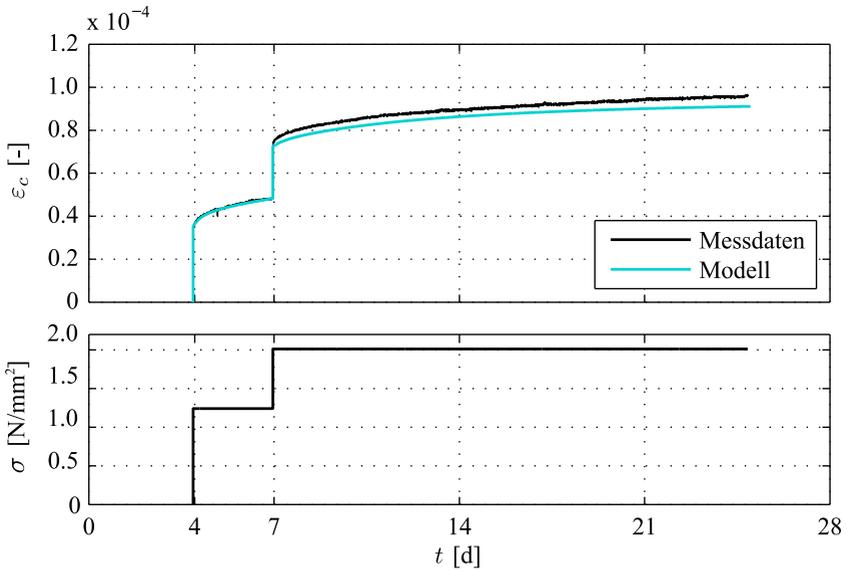


Abb. D.5: Mehrstufiger Kriechversuch K701-131212

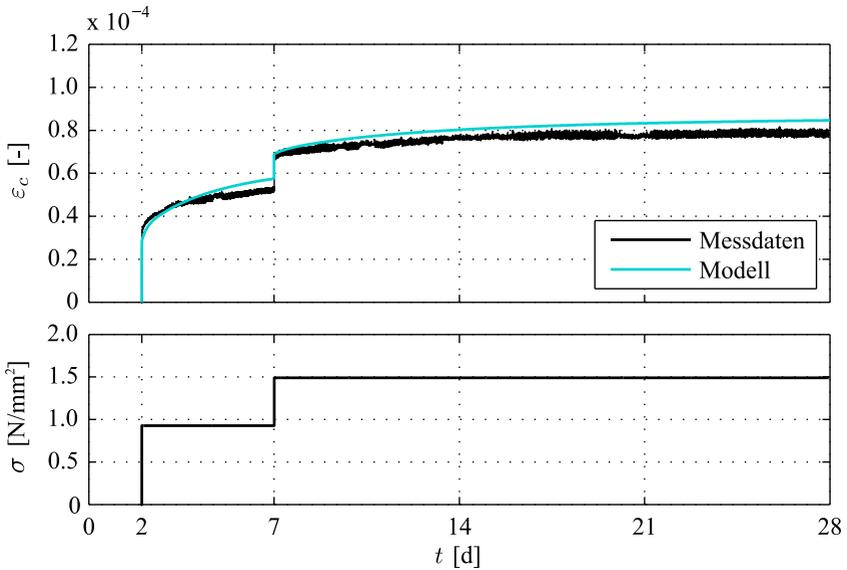


Abb. D.6: Mehrstufiger Kriechversuch K701-130812

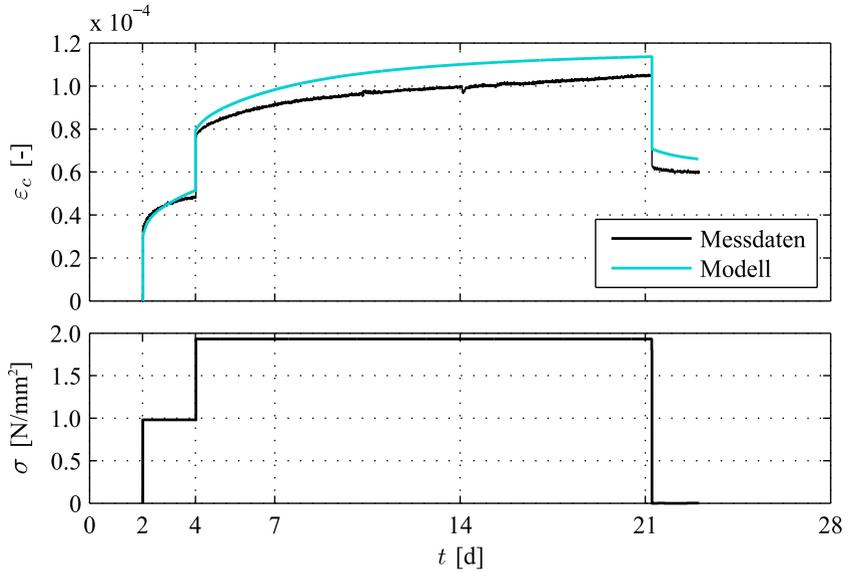


Abb. D.7: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140113

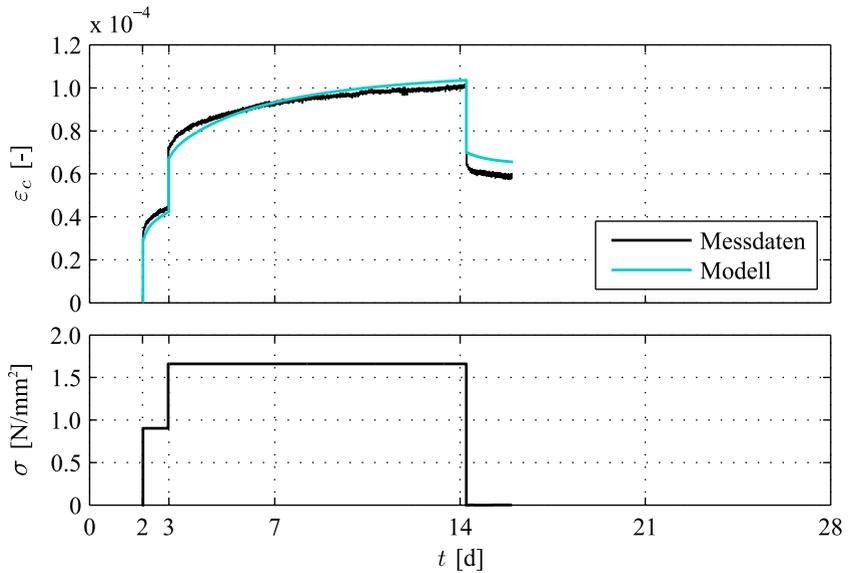


Abb. D.8: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140211

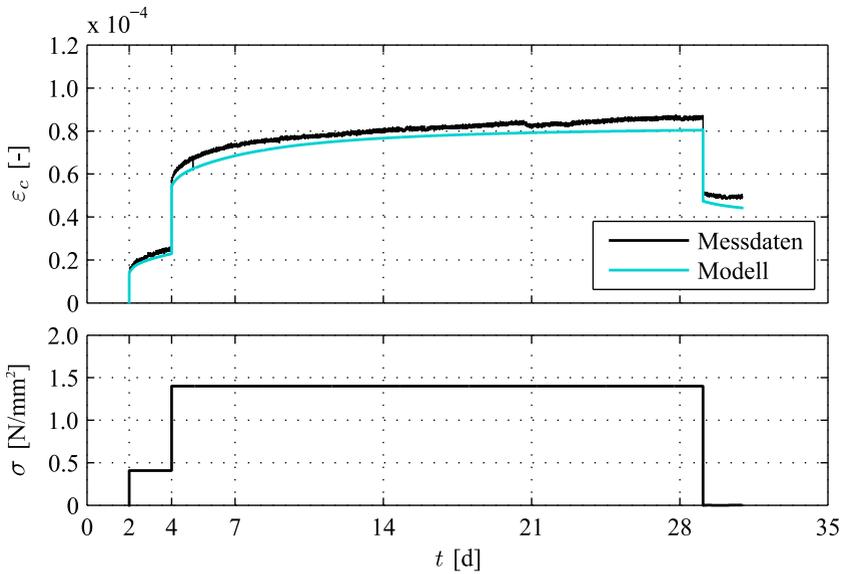


Abb. D.9: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140303

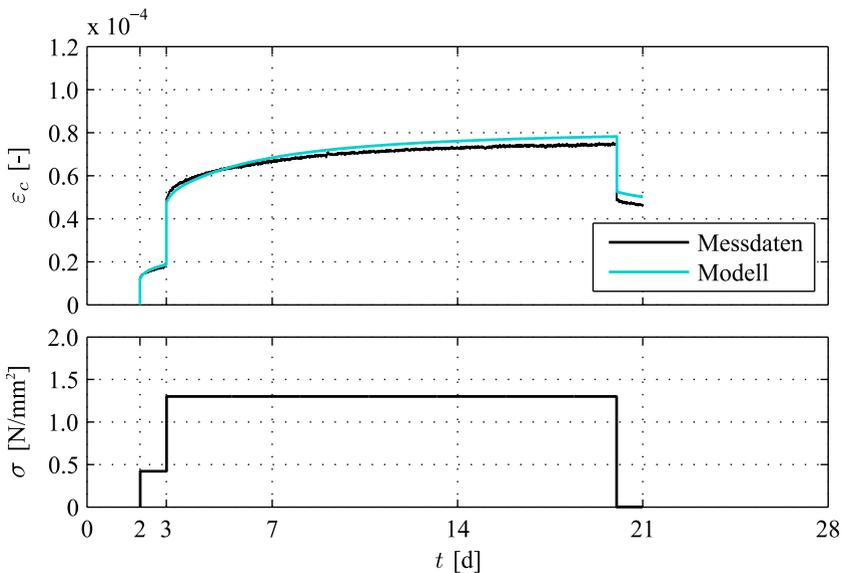


Abb. D.10: Mehrstufiger Kriechversuch K702-140408

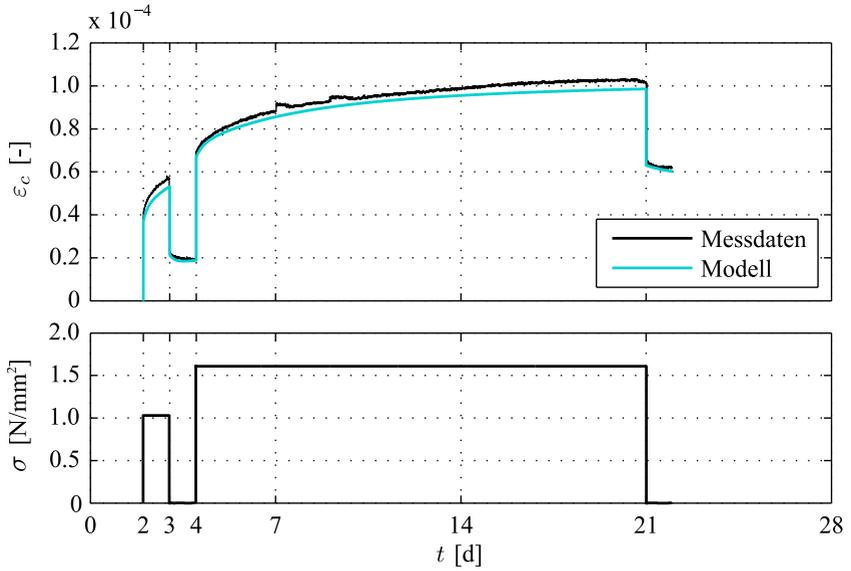


Abb. D.11: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140505

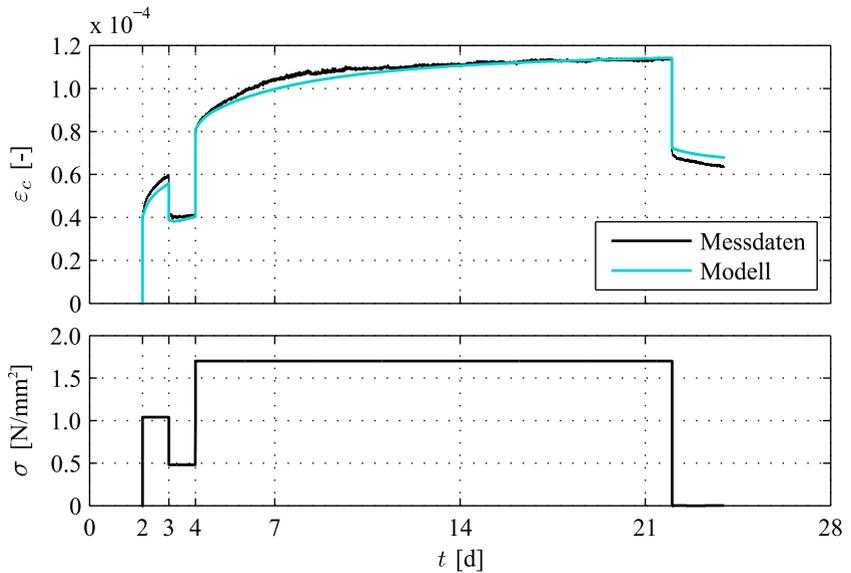


Abb. D.12: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140602

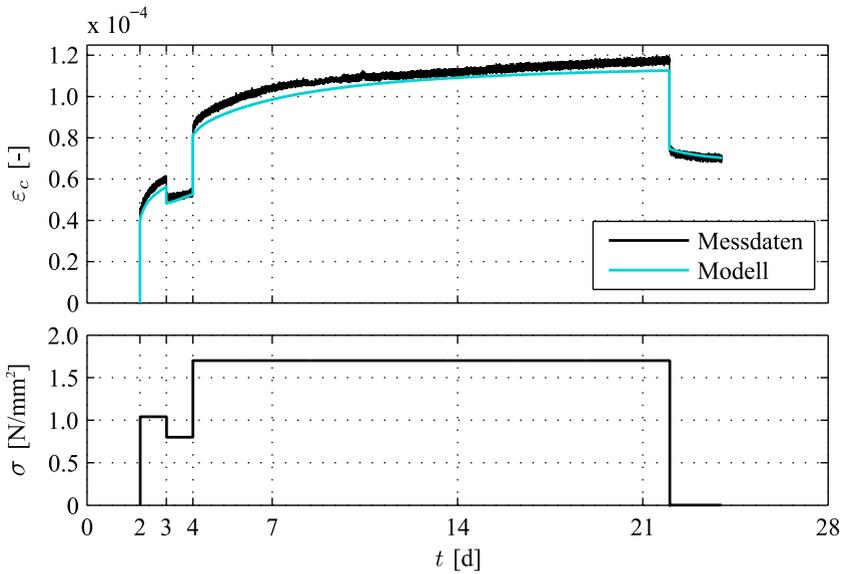


Abb. D.13: Mehrstufiger Kriechversuch K702-140602

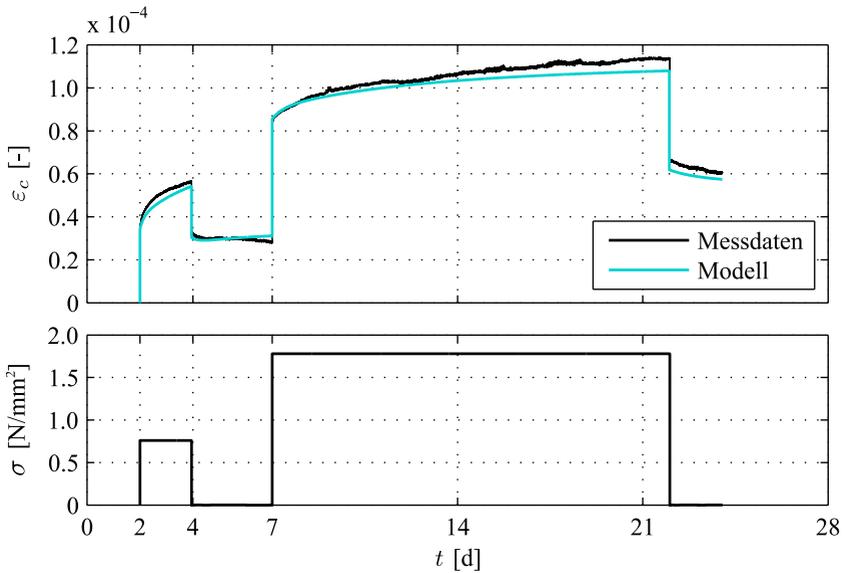


Abb. D.14: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140630

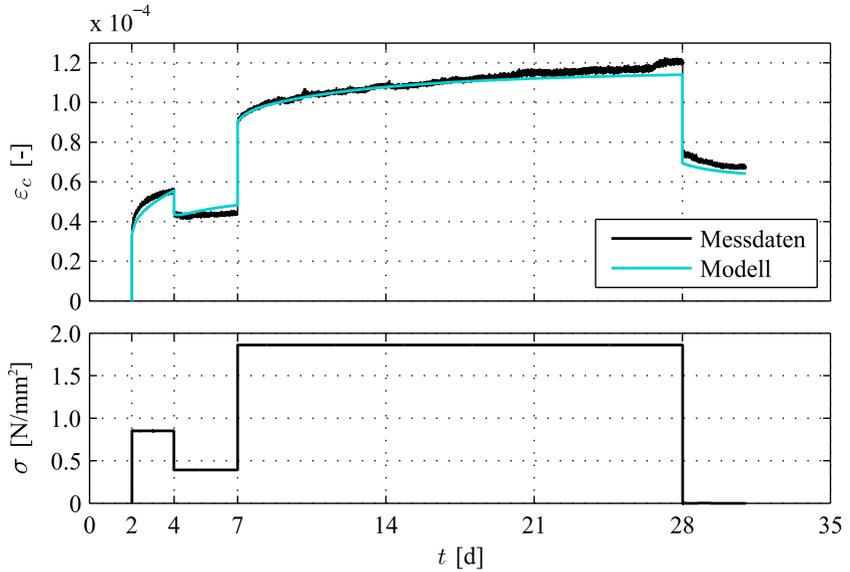


Abb. D.15: Mehrstufiger Kriechversuch K701-140728

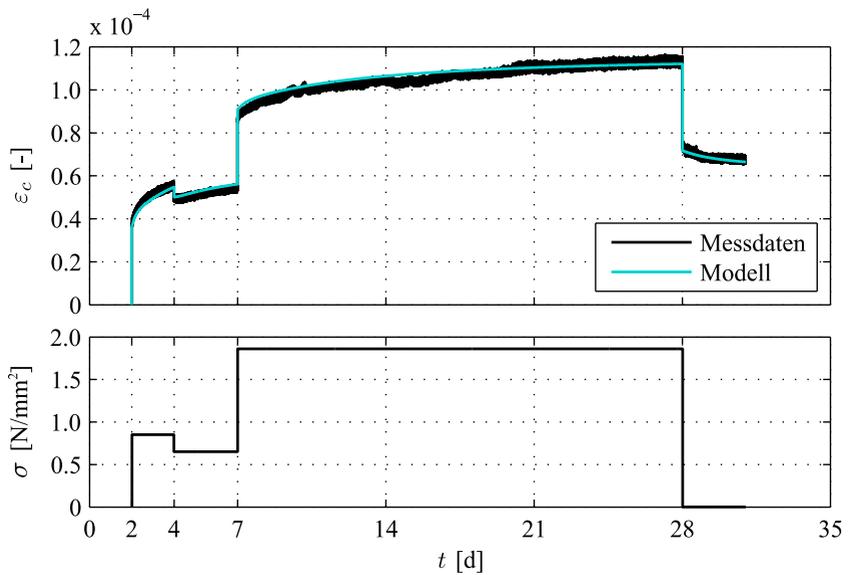


Abb. D.16: Mehrstufiger Kriechversuch K702-140728

## **VERZEICHNIS DER BISHER IN DER SCHRIFTENREIHE DES IBMB ERSCHIENENEN HEFTE (ISSN 1439-3875)**

In der Schriftenreihe "Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig - ISSN 0178-5796 (Heft 1 bis 16 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig", Heft 17 bis 39 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig") sind bisher die nachfolgend aufgeführten Hefte erschienen.

Sie können bezogen werden von:

Institut für Baustoffe,  
Massivbau und Brandschutz  
der Technischen Universität Braunschweig  
Bibliothek  
Beethovenstraße 52  
38106 Braunschweig

Tel. (05 31) 3 91-54 54  
Fax (05 31) 3 91-5900  
E-Mail o.dienelt@tu-bs.de

oder über jede Buchhandlung.

**Kosten:**

Je nach Umfang zwischen € 7 und € 30  
(zuzüglich Versandkosten)

Das aktuelle Verzeichnis unter:  
[www.ibmb.tu-bs.de](http://www.ibmb.tu-bs.de) (→Bibliothek)

Vergriffene Hefte können als Kopien gegen Erstattung der Kopierkosten bezogen werden.

Heft 1:

Deters, R.: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis ölgiger Holzschutzmittel. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1962; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1962

Heft 2:

Kordina, K.: Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Sonderdruck aus: Beton 13(1962), S. 11-18, 81-84

Heft 3:

Eibl, J.: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1963

Heft 4:

Kordina, K.; Eibl, J.: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung. Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1964; Sonderdruck aus: Beton- und Stahlbetonbau 58(1963), S. 265-268; 59(1964), S. 1-11

Heft 5:

Ertingshausen, H.: Über den Schalungsdruck von Frischbeton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1965; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Hannover, 1965

Heft 6:

Waubke, N.V.: Transportphänomene in Betonporen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1966; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

Heft 7:

Ehm, H.: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

Heft 8:

Steinert, J.: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

Heft 9:

Lämmke, A.: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

Heft 10:

Rafla, K.: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Träger. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

Heft 11:

Ivanyi, G.: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten: Brazier-Effekt. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

Heft 12:

Meyer-Ottens, C.: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1969

Heft 13:

Fuchs, G.: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

Heft 14:

Meyer-Ottens, C.: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Sonderdruck aus: Mitteilungen der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung, H.56(1969)

Heft 15:

Lewandowski, R.: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten anhand von Betongütemwürfeln und -bohrproben. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1970

Heft 16:

Neubauer, F.-J.: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1969

Heft 17:

Meyer-Ottens, C.; Kordina, K.: Gutachten über das Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton: aufgestellt für den Fachverband Gasbetonindustrie. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1970

Heft 18:

Bödeker, W.: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung: Grundlagen und Bemessungsvorschläge. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1971, ISBN 3-89288-057-3

Heft 19:

Meyer-Ottens, C.: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften: Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971

Heft 20:

Liermann, K.: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-056-5

Heft 22:

Nürnbergger, U.: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-054-9

Heft 23:

Meyer-Ottens, C.: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972

Heft 24:

El-Arousy, T.H.: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-053-0

Heft 25:

Rieche, G.: Mechanismen der Spannungs-korrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-052-2

Heft 26:

Tennstedt, E.: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangsschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-051-4

Heft 27:

Schneider, U.: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973

Heft 28:

Neisecke, J.: Ein dreiparametrisches, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-050-6

Heft 29:

Kordina, K.; Maack, P.; Hjorth, O.: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern. Schlußbericht (AIF-Nr. 956). Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-048-4

Heft 30:

Eibl, J.; Ivanyi, G.: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken. Schlußbericht, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974

Heft 31:

Kordina, K.; Janko, B.: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau. Schlußbericht (AIF-Nr. 1388), Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-049-2

Heft 32:

Hjorth, O.: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1975

Heft 33:

Klingsch, W.: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1976

Heft 34:

Djamous, F.: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

Heft 35:

Haksever, A.: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

Heft 36:

Storkebaum, K.-H.: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-045-X

Heft 37:

Bechtold, R.: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-046-8

Heft 38:

Steinert, J.: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Unveränderter Nachdruck der Erstveröffentlichung Bad Honnef, Osang, 1977 (Zivilschutzforschung, Bd. 7)

Heft 39:

Weiß, R.: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-047-6

Heft 40:

Alda, W.: Zum Schwingkriechen von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-035-2

Heft 41:

Teutsch, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-036-0

Heft 42:

Schneider, U.: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979

Heft 43:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1979. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-037-9

Heft 44:

Kordina, K.; Fröning, H.: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde. Abschlußbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-038-7

Heft 45:

Henke, V.: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1980

Heft 46:

Schneider, U.; Haksever, A.: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil 1). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980

Heft 47:

Walter, R.: Partiiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken: Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-039-5

Heft 48:

Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-040-9

Heft 49:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1981. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-041-7

Heft 50:

Ojha, S.K.: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-042-5

Heft 51:

Henke, V.: Zusammenstellung und Anwendung Bayes'scher Verfahren bei der Stichprobenbeurteilung. Projekt D1 des SFB 148. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-043-3

Heft 52:

Haksever, A.: Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitten bei natürlichen Bränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Habil.-Schr., Technische Universität Istanbul, 1982, ISBN 3-89288-044-1

Heft 53:

Weber, V.: Untersuchung des Riß- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbetonbauteile. Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-017-4

Heft 54:

Ranisch, E.-H.: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton: geklebte Bewehrung. Unveränderter Nachdruck der Ausgabe 1982. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-010-7

Heft 55:

Wiedemann, G.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982

Heft 56:

Timm, R.: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-018-2

Heft 57:

Diederichs, U.: Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-019-0

Heft 58:

Schneider, U.: Wärmebilanzrechnungen in Verbindung mit Versuchen in Brand-räumen (Teil 2). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-020-4

Heft 59:

Dobbernack, R.: Wärmebilanzrechnungen in Brandräumen unter Berücksichtigung der Mehrzonenmodellbildung (Teil 3). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-021-2

Heft 60:

Hillger, W.: Verbesserungen und Erweiterungen von Ultraschallprüfverfahren zur zerstörungsfreien Fehlstellen- und Qualitätskontrolle von Betonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-014-X

Heft 61:

Blume, F.: Zur Wirklichkeitsnähe der Lastannahmen in Silovorschriften für Zellen aus Stahlbeton und Spannbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-013-1

Heft 62:

Nöltig, D.: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton : Tragverhalten, Berechnung, Bemessung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-012-3

Heft 63:

Wesche, J.: Brandverhalten von Stahlbetonplatten im baupraktischen Einbauzustand. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-009-3

Heft 64:

Droese, S.: Untersuchungen zur Technologie des Gleitschalungsbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-000-X

Heft 65:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1978 - 1983. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-001-8

Heft 66:

Hegger, J.: Einfluß der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-002-6

Heft 67:

Kepp, B.: Zum Tragverhalten von Verankerungen für hochfeste Stäbe aus Glasfaser-verbundwerkstoff als Bewehrung im Spannbetonbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-003-4

Heft 68:

Sager, H.: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-004-2

Heft 69:

Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-005-0

Heft 70:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: 17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, März 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-006-9

Heft 71:

Ehm, C.: Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-007-7

Heft 72:

Hartwich, K.: Zum Riß- und Verformungsverhalten von Stahlfaserverstärkten Stahlbetonstäben unter Längszug. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-008-5

Heft 73:

Scheuermann, J.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-011-5

Heft 74:

Hinrichsmeyer, K.: Strukturorientierte Analyse und Modellbeschreibung der thermischen Schädigung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-015-8

Heft 75:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Fachseminar Neue Bemessungsregeln durch Änderung der Stahlbeton- und Spannbetonvorschriften DIN 1045, DIN 4227, Juni 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-022-0

Heft 76:

Budelmann, H.: Zum Einfluß erhöhter Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton mit unterschiedlichen Feuchtegehalten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-016-6

Heft 77:

Großmann, F.: Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normbeton unter Zugbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-023-9

Heft 78:

Rohling, A.: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-024-7

Heft 79:

Henning, W.: Zwangrißbildung und Bewehrung von Stahlbetonwänden auf steifen Unterbauten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-025-5

Heft 80:

Richter, E.: Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spann-betonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-026-3

Heft 81:

Kiel, M.: Nichtlineare Berechnung ebener Stahlbetonflächentragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-027-1

Heft 82:

Konietzko, A.: Polymerspezifische Auswirkungen auf das Tragverhalten modifizierter zementgebundener Betone (PCC). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-028-X

Heft 83:

Grzeschkowitz, R.: Zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen unter besonderer Berücksichtigung der schiefen Biegung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-030-1

Heft 84:

Wiese, J.: Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter partieller Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-031-X

Heft 85:

Rudolph, K.: Traglastberechnung zweiachsig biegebeanspruchter Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-032-8

Heft 86:

Kordina, K.; Meyer-Ottens, C.; Noack, I.: Einfluß der Eigenbrandlast auf das Brandverhalten von Bauteilen aus brennbaren Baustoffen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, in Vorbereitung, ISBN 3-89288-058-1

Heft 87:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1984 - 1989. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-034-4

Heft 88:

Grossert, E.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Massivbrücken mit zweizelligem Kastenquerschnitt. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-059-X

Heft 89:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Weiterbildungsseminar "Bauen in Europa", 15.-16. November 1990 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-063-8

Heft 90:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.; Voß, K.-U.: Vorspannung im Hochbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-064-6

Heft 91:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachtagung Spannbeton im Hoch- und Industriebau, Kurzreferate, 1991, ISBN 3-89288-065-4

Heft 92:

Heins, T.: Simulationsmodell zur sicherheitstechnischen Beurteilung der Rauchausbreitung in ausgedehnten Räumen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, ISBN 3-89288-066-2

Heft 93:

Hagen, E.: Zur Prognose des Gefährdungspotentials von Raumbränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1992; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-072-7

Heft 94:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Instandsetzung und Ertüchtigung von Massivbauten", 14.-15. November 1991 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-068-9

Heft 95:

Qualitätssicherung im Bauwesen, VMPA-Tagung 1992, 25.-26.06.1992, Tagungsbericht, ISBN 3-89288-071-9

Heft 96:

Weiterbildungsseminar "Brandschutz im Industriebau", 30.09.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-070-0

Heft 97:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Neue Technologien im Bauwesen", 12.-13.11.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-073-5

Heft 98:

Gunkler, E.: Verstärkung biegebeanspruchter Mauerwerkswände durch bewehrte Ergänzungsschichten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-074-3

Heft 99:

Dorn, T.: Zur Berechnung des Tragverhaltens brandbeanspruchter Tragwerke in Verbundbauweise unter besonderer Berücksichtigung der Träger-Stützen-Anschlüsse. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-075-1

Heft 100:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Stahlfaserbeton", 04.03.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-076-X

Heft 101:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Vergleichende Untersuchungen an unbewehrten und stahlfaserbewehrten Industriefußböden. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-077-8

Heft 102:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Comparative studies of plain and steel fiber reinforced concrete industrial ground slabs. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-078-6

Heft 103:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1993: Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis. 06.-07.10.1993, Kurzreferate, ISBN 3-89288-079-4

Heft 104:

Thienel, K.-C.: Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Beanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-080-8

Heft 105:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Braunschweiger Bauseminar 1993 "Dauerhafte Bauwerke aus Faserbeton", 11.-12.11.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-081-6

Heft 106:

Neuentwicklungen im baulichen Brandschutz. Dr. Meyer-Ottens 60 Jahre; Fachseminar 18.03.1994 in Braunschweig, ISBN 3-89288-085-9

Heft 107:

Bunte, D.: Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994  
Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-086-7

Heft 108:

Holzenkämpfer, P.: Ingenieurmodell des Verbundes geklebter Bewehrung für Betonbauteile. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-087-5

Heft 109:

Forschungsarbeiten 1990 - 1994. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-088-3

Heft 110:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Rohde, S.: Untersuchung der Schubtragfähigkeit und der Wasserundurchlässigkeit von Arbeitsfugen unter Verwendung von Stremaform-Abshalelementen.

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.: Schubtragfähigkeit des Vergußbetons zwischen Köcher-, Block oder Hülsenfundamenten und Stützenfuß bei unterschiedlich profilierten Betonoberflächen.

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-089-1

Heft 111:

Voß, K.-U.: Zum Trag- und Verformungsverhalten bei Schwellbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-090-5

Heft 112:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 05./06.10.1994 in Braunschweig; Kurzreferate, 1994, ISBN 3-89288-092-1

Heft 113:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Aus der Forschung in die Praxis: 10./11.11.1994; Braunschweiger Bauseminar 1994, ISBN 3-89288-091-3

Heft 114:

Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-094-8

Heft 115:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1995: 6. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 04.-05.10.1995, Kurzreferate, ISBN 3-89288-093-X

Heft 116:

Huang, Z.: Grenzbeanspruchung gebetteter Stahlfaserbetonplatten, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-095-6

Heft 117:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Huang, Z.: Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens von Industriefußböden aus Stahlfaserbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-096-4

Heft 118:

Kubat, B.: Durchstanzverhalten von vorge-spannten, punktförmig gestützten Platten aus Stahlfaserbeton, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-097-2

Heft 119:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Dichte Bauwerke: 09./10.11.1995; Braunschweiger Bauseminar 1995, ISBN 3-89288-091-3

Heft 120:

Steinert, C.: Bestimmung der Wärmeübergangsbedingungen auf Bauteile im Brandfall, Abschlußbericht, 1995, ISBN 3-89288-099-9

Heft 121:

Schütte, J.; Teutsch, M.; Falkner, H.: Fugenlose Betonbodenplatten, Forschungsbericht, 1996, ISBN 3-89288-100-6

Heft 122:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 24./25.09.1996 in Braunschweig, Kurzreferate, 1996, ISBN 3-89288-101-4

Heft 123:

Droese, S.; Riese, A.: Belastungsversuche an zwei Durchlauf-Plattenstreifen aus Elementplatten mit Aufbeton aus Stahlfaserbeton, 1996, ISBN 3-89288-102-4

Heft 124:

Hankers, C.: Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteile unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung, 1996

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-103-0

Heft 125:

Schmidt-Döhl, F.: Ein Modell zur Berechnung von kombinierten chemischen Reaktions- und Transportprozessen und seine Anwendung auf die Korrosion mineralischer Baustoffe, 1996

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-104-9

Heft 126:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Ingenieurbauwerke mit neuen Konzepten: 14./15.11.1996, Braunschweiger Bauseminar 1996, ISBN 3-89288-105-7

Heft 127:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1990 - 1993, 1996, ISBN 3-89288-106-5

Heft 128:

Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy: Baustoffe in Praxis, Lehre und Forschung, 1997, ISBN 3-89288-107-3

Heft 129:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1994, 1997, ISBN 3-89288-108-1

Heft 130:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1995, 1997, ISBN 3-89288-109-X

Heft 131:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Klinkert H.: Trag- und Verformungsverhalten dynamisch beanspruchter Fahrbahnen aus Beton- und Stahlfaserbeton, Forschungsbericht, 1997, ISBN 3-89288-110-3

Heft 132:

Schütte, J.: Einfluß der Lagerungsbedingungen auf Zwang in Betonbodenplatten, 1997  
Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-111-1

Heft 133:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1997: 7. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 01.-02.10.1997, Kurzreferate, ISBN 3-89288-112-X

Heft 134:

Ameler, J.: Betonverhalten bei hohen Temperaturen und triaxialer Beanspruchung - FE-Modell auf der Basis der Betonstruktur, 1997

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-113-8

Heft 135:

Tagung Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk: 06./07.11.1997 in Braunschweig, ISBN 3-89288-114-6

Heft 136:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Innovatives Bauen: 13./14.11.1997, Braunschweiger Bauseminar 1997, ISBN 3-89288-115-4

Heft 137:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1996 - 1997. 1998.  
ISBN 3-89288-116-2

Heft 138:

Scheibe, M.: Vorhersage des Zeitstandverhaltens unidirektionaler Aramidfaserverbundstäbe in alkalischer Umgebung. 1998.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1998.  
ISBN 3-89288-117-0

Heft 139:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 29./30.9.1998 in Braunschweig ; Kurzreferate. 1998.  
ISBN 3-89288-118-9

Heft 140:

Gutsch, A.: Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle. 1998. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 3-89288-119-7

Heft 141:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]  
Beton auf neuen Wegen : 12.-13.11.1998 ; Braunschweiger Bauseminar 1998.  
ISBN 3-89288-120-0

Heft 142:

Betonbau - Forschung, Entwicklung und Anwendung : Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing Horst Falkner am 20.4.1999. 1999.  
ISBN 3-89288-121-9

Heft 143:

Teutsch, M ; Klinkert, H.  
Leistungsklassen von Stahlfaserbeton.  
1999.  
ISBN 3-89288-122-7

Heft 144:

Forschungsarbeiten 1995 - 1999. 1999.  
ISBN 3-89288-123-5

Heft 145:

Braunschweiger Brandschutztag 1999: 8. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis ; 4.-5. Oktober 1999 in Braunschweig., Kurzreferate. 1999.  
ISBN 3-89288-124-3

Heft 146:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]  
Bauen im nächsten Jahrtausend : 11.11.-12.11.1999 ; Braunschweiger Bauseminar 1999.  
ISBN 3-89288-125-1

Heft 147:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 28./29.3.2000 in Braunschweig; Kurzreferate, 2000.  
ISBN 3-89288-126-X

Heft 148:

Hariri, K.: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons - Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rißprozeßzone. 2000.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000.  
ISBN 3-89288-127-8

Heft 149:

Wigger, H.: Rissbildung in historischem Natursteinmauerwerk : Beobachtung, Versuche und Berechnungsmodelle. 2000.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000.  
ISBN 3-89288-128-6

Heft 150:

Neubauer, U.: Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser – Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen. 2000  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000.  
ISBN 3-89288-129-4.

Heft 151:

Brandschutz in Chemikalienlagern. 2000.  
ISBN 3-89288-130-8

Heft 152:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]  
Trends und Entwicklungen im Bauwesen : 9.-10.11.2000 ; Braunschweiger Bauseminar 2000.  
ISBN 3-89288-131-6

Heft 153:

Rostásy, F.S. ; Budelmann, H. [Hrsg.]  
Rissbeherrschung massiger Betonbauteile : Bauwerk, Werkstoff, Simulation ; Braunschweig, 20.3.2001.  
ISBN 3-89288-132-4

Heft 154:

Krauß, M. ; Hariri, K. ; Rostásy, F.S.  
Hydratationsgrad, Ultraschall-Technik zur Beschreibung der Erhärtung, bruchmechanisches Verhalten jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001.  
ISBN 3-89288-135-9.

Heft 155:

Gutsch, A. ; Rostásy, F.S.  
Spannungs-Dehnungslinie, viskoelastisches Verhalten und autogenes Schwinden jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001.  
ISBN 3-89288-136-7

Heft 156:

Rostásy, F.S. ; Krauß, M. ; Gutsch, A.  
Spannungsberechnung und Risskriterien für  
jungen Beton – Methoden des iBMB : Be-  
richt ; Forschungsprojekt der EU (Brite  
Euram BE96-3843), IPACS. 2001.  
ISBN 3-89288-137-5

Heft 157:

Rostásy, F.S. ; Krauß, M. ; Gutsch, A.  
Früher Zwang in massigen Sohlplatten :  
Bericht ; Forschungsprojekt der EU (Brite  
Euram BE96-3843), IPACS. 2001.  
ISBN 4-89288-138-3

Heft 158:

Braunschweiger Brandschutztag 2001: 9.  
Fachseminar Brandschutz - Forschung und  
Praxis ; 1.-2. Oktober 2001 in Braun-  
schweig., Kurzreferate. 2001.  
ISBN 3-89288-139-1

Heft 159:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]  
Bauen im Wandel der Zeit : 8.-9.11.2001 ;  
Braunschweiger Bauseminar 2001. 2001.  
ISBN 3-89288-140-5.

Heft 160:

Beiträge zum 40. Forschungskolloquium  
des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton :  
11.-12.10.2001 in Braunschweig. 2001.  
ISBN 3-89288-141-3

Heft 161:

Dora, B.: Hydraulisch erhärtende Baustoffe  
aus Betonbrechsand – Phasenveränderun-  
gen durch Temperaturbehandlung und Ein-  
satzmöglichkeiten.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2001.  
ISBN 3-89288-142-1.

Heft 162:

RO 70 : 50 Jahre Forschung und 25 Disser-  
tationen ; Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h.  
Rostásy, zum 70 Geburtstag gewidmet.  
2002.  
ISBN 3-89288-143-X.

Heft 163:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbau-  
ten : 1. und 2. Oktober 2002 in Braun-  
schweig ; Kurzreferate.  
2002.  
ISBN 3-89288-144-8

Heft 164:

Stahlfaserbeton : Ein unberechenbares Ma-  
terial? ; 14.-15. November - Braunschwei-  
ger Bauseminar 2002.  
ISBN 3-89288-145-6

Heft 165:

Niemann, P.  
Gebrauchsverhalten von Bodenplatten aus  
Beton unter Einwirkungen infolge Last und  
Zwang. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.,  
2002.  
ISBN 3-89288-146-4

Heft 166:

Budelmann ; H. ; Falkner, H. [Hrsg.]  
Bauen im Bestand : 25. März 2003.  
ISBN 3-89288-147-2

H. 167:

Blume, G.W.: Ingenieurmodell zur brand-  
schutztechnischen Bemessung von Bautei-  
len auf der Basis von experimentell ermit-  
telten Verbrennungseffektivitäten. 2003.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2002.  
ISBN 3-89288-148-0

H. 168:

Braunschweiger Brandschutztag 2003: 10.  
Fachseminar Brandschutz - Forschung und  
Praxis ; 30.9. - 1.10.2003 in Braunschweig.,  
Kurzreferate. 2003.  
ISBN 3-89288-149-9

H. 169:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]  
Bauforschung und –praxis in schwierigen  
Zeiten : 13. und 14. November ; Braun-  
schweiger Bauseminar 2003.  
ISBN 3-89288-150-2

H 170:

Hemmy, O.: Zum Gebrauchs- und Tragverhalten von Tunnelschalen aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-151-0

H. 171:

Dehne, M.: Probabilistisches Sicherheitskonzept für die brandschutztechnische Bemessung. 2003. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-153-7

H. 172:

Paliga, K.: Entstehung und Vermeidung von Betonabplatzungen bei Tunnelbränden. 2003. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-154-5

Heft 173:

Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser : Brandschutz und mehr... 2003. ISBN 3-89288-152-9

Heft 174:

Timm, M.: Verbundwirkung des Betons im Bereich von STREMAFORM - Abschalelementen : Untersuchungsbericht ; Okt. 2000. 2004. ISBN 3-89288-156-1

Heft 175:

Zehfuß, J.: Bemessung von Tragsystemen mehrgeschossiger Gebäude in Stahlbauweise für realistische Brandbeanspruchung. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-155-3

Heft 176:

Nause, P.: Berechnungsgrundlagen für das Brandverhalten von Druckgliedern aus hochfestem Beton. 2004. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-157-X  
Nicht in der Schriftenreihe erschienen.

Heft 177:

Budelmann ; H. ; Falkner, H. [Hrsg.] Bauen im Bestand : 23. März 2004. ISBN 3-89288-158-8

H. 178:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 29. – 30.9.2004 in Braunschweig ; Kurzreferate. 2004. ISBN 3-89288-159-6

H. 179:

Krauß, M.: Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen. 2004. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-160-X.

H. 180:

Weiske, R. Durchleitung hoher Stützlasten bei Stahlbetonflachdecken. 2004. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-161-8.

H. 181:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.] Qualität im Bauwesen : 11. und 12. Nov. ; Braunschweiger Bauseminar 2004. ISBN 3-89288-162-6

H. 182:

Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Klaus Peter Großkurth : Struktur und Anwendung der Baustoffe. 2005. ISBN 3-89288-163-4

H. 183:

Budelmann, H. ; Laube, M. ; Hinrichs, W. [Hrsg.] Bauen im Bestand : 23. Februar 2005. ISBN 3-89288-164-2

H. 184:

Hinrichs, W.

Charakterisierung einer einheitlichen Messmethodik und Validierung ausgewählter Verfahren für die Bestimmung der Maschenweiten von Stahldrahtgeweben : Das Forschungsvorhaben wurde von der Stiftung Stahlanwendungsforschung im Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft e.V. gefördert (Az: A 182/S24/10036/02. 2005). ISBN 3-89288-166-9.

H. 185:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '05 : 11. Fachseminar Brandschutz – Forschung und Praxis, 28. und 29. Sept. 2005 in Braunschweig, Tagungsbericht. ISBN 3-89288-167-7.

H. 186:

Will, J.: Entwicklung eines sauerstoffkalorimetrischen Verfahrens zur Bestimmung von Brandparametern bei unterschiedlich ventilerten Bränden. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-168-5.

H. 187:

Rigo, E.M.: Ein probabilistisches Konzept zur Beurteilung der Korrosion zementgebundener Baustoffe durch lösenden und treibenden Angriff. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-169-3.

H. 188:

Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Bauen im Bestand : Beton in der Abwassertechnik ; 6. Sept. 2005. ISBN 3-89288-170-7.

H. 189:

Gerritzen, D.P.

Zur Frage der Nutzbarkeit verbundlos vorgespannter Stahlbetondecken nach Brandeinwirkung. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-171-5.

H. 190:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.]

Bewe(ä)rter Betonbau : 10. und 11. November ; Braunschweiger Bauseminar 2005. ISBN 3-89288-172-3

H. 191:

Kurzberichte aus der Forschung 2005. 2006. ISBN 3-89288-173-1

H. 192:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 26.-27. Sept. 2006 ; Kurzreferate. ISBN-10: 3-89288-174-X ISBN-13: 978-3-89288-174-2.

H. 193:

Sperling, D.

Eine Methode zur automatisierten Überwachung von Spannbetonfahrwegträgern. 2006. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006. ISBN-10: 3-89288-175-8 ISBN-13: 978-3-89288-175-9.

H. 194:

Grunert, J.P.

Zum Tragverhalten von Spannbetonfertigteilbalken aus Stahlfaserbeton ohne Betonstahlbewehrung. 2006. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006. ISBN-10: 3-89288-176-6 ISBN-13: 978-3-89288-176-6.

H. 195:

Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Bau Symposium Braunschweig (BSB 2007) : Stand und Entwicklung des Trockenbaus ; 8. März. 2007. ISBN 978-3-89288-177-3.

H. 196:

Bruder, S.

Adaptive Modellierung der Dauerhaftigkeit im Zuge der Überwachung von Betonbauwerken. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1996. ISBN 978-3-89288-178-0.

H. 197:  
Holst, A.  
Korrosionsmonitoring und Bruchortung  
vorgespannter Zugglieder in Bauwerken.  
2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-179-7.

H. 198:  
Forell, B.  
A Methodology to assess Species Yields of  
Compartment Fires by means of an extended  
Global Equivalence Ratio Concept.  
2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-180-3.

H. 199:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage '07 : 21.  
Fachseminar Brandschutz – Forschung und  
Praxis, 26. und 27. Sept. 2007 in Braunschweig,  
Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-181-0.

H. 200:  
Nothnagel, R.  
Hydratations- und Strukturmodell für  
Zementstein. 2007.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-182-7

H. 201:  
Riese, O.  
Ein Brandausbreitungsmodell für Kabel.  
2007.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-183-4

H. 202:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage '08 : 22.  
Fachtagung ; Brandschutz bei Sonderbauten  
, 30.9. – 1.10.2008 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-185-8

H. 203:  
Klinzmann, C.  
Methodik zur computergestützten, probabilistischen  
Bauwerksbewertung unter Einbeziehung von  
Bauwerksmonitoring. 2008.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-186-5.

H. 204:  
Schnetgöke, R.  
Zuverlässigkeitsorientierte Systembewertung  
von Massivbauwerken als Grundlage  
für die Bauwerksüberwachung. 2008.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-187-2.

H. 205:  
Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.]  
Bau Symposium Braunschweig (BSB  
2008): Konstruktiver Holzbau ; 4. November  
2008.  
ISBN 978-3-89288-188-9.

H. 206:  
Kampmeier, B.  
Risikogerechte Brandschutzlösungen für  
den mehrgeschossigen Holzbau. 2008.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2008.  
ISBN 978-3-89288-189-6.

H. 207:  
Husemann, U.  
Erhöhung der Verbundtragfähigkeit von  
nachträglich aufgeklebten Lamellen durch  
Bügelumschließungen.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009.  
ISBN 978-3-89288-190-2

H. 208:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage '09 : 23.  
Fachtagung Brandschutz – Forschung und  
Praxis, 29.9.2008 – 30.9.2009 ; Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-191-9

H. 209:  
Sperbeck, S.T.  
Seismic Risk Assessment of Masonry Walls  
and Risk Reduction by Means of Prestressing.  
2009.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009.  
ISBN 978-3-89288-192-6

- H. 210:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage 2010 : :  
24. Fachtagung ; Brandschutz bei Sonderbauten , 21. und 22.9.2010 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-194-0
- H. 211:  
Hohm, V.  
Wärmetransportmodell für gekoppelte Prozesse in der Brandsimulation. 2010.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.  
ISBN 978-3-89288-195-7.
- H. 212:  
Kruse, D.  
Entwicklung von Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen zum Entzündungsschutz von Holz unter Vollbrandbedingungen. 2011.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010.  
ISBN 978-3-89288-196-4.
- H. 213:  
Twelmeier, H.  
Dauerhaftigkeitsprognose der Verfügu ng von gipshaltigem historischem Mauerwerk. 2011.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010.  
ISBN 978-3-89288-197-1.
- H. 214:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage 2011 : :  
25. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis, 27. und 28.9.2011 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-198-8
- H. 215:  
Hollmann, D.W.  
Grundlagen und Ingenieurmodell für den Nachweis von Holzbauteilen mit Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen. 2011.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2011.  
ISBN 978-3-89288-199-5
- H. 216:  
Rostásy, F.S.  
Assessment of Mechanical Properties of Structural Materials for Cryogenic Application (June 1988). 2011.  
ISBN 978-3-89288-200-8
- H. 217:  
Albrecht, C.  
A risk-informed and performance-based life safety concept in case of fire. 2012.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2012.  
ISBN 978-3-89288-202-2.
- H. 218:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage 2012 : :  
26. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten, 19. und 20.9.2012 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-203-9.
- H. 219:  
Wichers, M.  
Bemessung von bewehrten Betonbauteilen bei Teilflächenbelastung unter Berücksichtigung der Rissbildung. 2013.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013.  
ISBN 978-3-89288-204-6.
- H. 220:  
Braunschweiger Brandschutz-Tage 2013 : :  
27. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis ; 25. und 26.9.2013 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-205-3
- H. 221:  
Krakowski, W..  
Rissverhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit schiefwinkliger Bewehrung. 2013.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013.  
ISBN 978-3-89288-206-0
- H. 222:  
Krauss, H.-W.  
Zur Auswirkung hochfeiner inerter Zusatzstoffe auf die Hydratationskinetik und die Mikrostruktur von Zementstein. 2013.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013.  
ISBN 978-3-89288-207-7
- H. 223:  
Steven, G.  
Trag- und Nachbruchverhalten von Stützen aus ultrahochfestem Beton mit hochfester Längsbewehrung. 2014.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2014.  
ISBN 978-3-89288-208-4

H. 224:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2014 : :  
28. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten ; 16. und 17.9.2014 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-209-1.

H. 225:

Heumann; G.  
Zuverlässigkeitsorientierte Bewertung bestehender Bauwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 2014.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2014.  
ISBN 978-3-89288-210-7

H. 226:

Leusmann, T.  
Das Verbundtragverhalten geklebter Kohlefaserkunststoffe auf Beton unter schwingender Beanspruchung. 2015.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2015.  
ISBN 978-3-89288-211-4

H. 227:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2015 : :  
29. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis ; 15. und 16.9.2015 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-212-1

H. 228:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2016 : :  
30. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten ; 21. und 22.9.2016 – Tagungsband.  
ISBN 978-3-89288-213-8

H. 229:

Oettel, V.V.  
Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken. 2016.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2016.  
ISBN 978-3-89288-214-5

H. 230:

Hermerschmidt, W.  
Modelle zur Beschreibung der thermomechanischen Materialeigenschaften jungen Betons. 2016.  
Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2016.  
ISBN 978-3-89288-215-2