



# Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken

**Vincent Viktor Oettel** 

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) Materialprüfanstalt für das Bauwesen (MPA) Braunschweig

Heft 229

Braunschweig ISBN 978-3-89288-214-5 ISSN 1439-3875

2016

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des Grades eines Doktoringenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

Eingereicht am:	20. November 2015
Disputation am:	22. April 2016
Berichterstatter:	Prof. DrIng. Martin Empelmann
	Prof. DrIng. habil. Peter Mark

Diese Dissertation ist über die Internetseite der Universitätsbibliothek Braunschweig online zugänglich.

#### Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

#### Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-mb.de.

#### Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek

La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliografiques detailliées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse http://dnb.d-nb.de.

## Kurzfassung

# Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken

Das Torsionstragverhalten von mit Stahlfasern bewehrten Beton-, Stahlbeton- und zum Teil auch Spannbetonbalken ist bereits seit den 1970er Jahren Gegenstand internationaler Forschungen. Die Versuchsergebnisse zeigen, dass in Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit der Stahlfasern das Torsionsrissmoment, die Torsionssteifigkeit nach Rissbildung sowie das maximal aufnehmbare Torsionsmoment positiv beeinflusst werden. Auf Grundlage der Ergebnisse wurden teilweise auch Berechnungsgleichungen aufgestellt. Eine systematische Auswertung aller in der Fachliteratur vorhandenen Versuchsergebnisse sowie die Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsansatzes erfolgten jedoch bisher nicht. Aus diesem Grund enthalten aktuelle Regelwerke keine Bemessungsgleichungen zur Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung beim Torsionsnachweis.

Im Zuge der Arbeit werden zunächst die wichtigsten Grundlagen des Stahlfaserbetons und der Torsionstheorie zusammengestellt. Hierauf aufbauend folgt eine Übersicht zum Stand der Forschung an stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung.

Im Weiteren wird anhand von eigenen Versuchen das Torsionstragverhalten von Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitt aus ultrahochfestem Faserbeton (UHPFRC) untersucht und analysiert. Die Untersuchungen zeigen, dass unter Verwendung von Stahlfasern ein höheres Torsionsrissmoment, eine höhere Torsionssteifigkeit nach Rissbildung, eine feinere Rissbildung sowie ein deutlich höheres Torsionsbruchmoment auftreten. Auf Grundlage dessen wird ein Ingenieurmodell entwickelt, mit dem die Versuchsergebnisse gut bis sehr gut nachvollzogen werden können.

Zur Ableitung eines allgemeingültigen Bemessungsansatzes werden anschließend die in der Fachliteratur vorhandenen experimentellen Versuchsergebnisse an stahlfaserbewehrten Torsionsbalken in einer Datenbank zusammengefasst und systematisch ausgewertet. Hierbei zeigt sich, dass das entwickelte Ingenieurmodell auch auf andere Stahlfaserbetone und Querschnittsformen übertragen werden kann.

Abschließend wird auf Grundlage der Untersuchungsergebnisse ein praxisgerechtes Bemessungsmodell inklusive konstruktiver Regelungen vorgeschlagen, welches die Erfassung der Stahlfasertragwirkung beim Torsionsnachweis von stahlfaserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus normal- und ultrahochfestem Beton ermöglicht.

## Abstract

## Torsional Behaviour of Concrete Beams, Reinforced Concrete Beams and Prestressed Concrete Beams Reinforced with Steel Fibres

The torsional behaviour of concrete beams, reinforced concrete beams and, partly, prestressed concrete beams reinforced with steel fibres has been subject to international research since the 1970s. Those experimental results have shown that the cracking torque, the torsional stiffness after cracking and the ultimate torque are positively influenced by steel fibres. To some extent, calculation equations have been proposed on the basis of the results. However, neither a systematic evaluation of all existing experimental results published in the technical literature nor a derivation of a general calculation approach has been carried out so far. Due to this, current design codes and guidelines lack equations which consider the load-bearing behaviour of the steel fibre in the torsional design.

At the beginning of the work the most essential basics of steel fibre concrete and torsion theory are compiled. This is followed by an overview of the state of research on concrete beams, reinforced concrete beams and prestressed concrete beams reinforced with steel fibres under torsion.

In addition to that, the torsional behaviour of concrete box girders, reinforced concrete box girders and prestressed concrete box girders made of ultra-high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC) is investigated and analysed on the basis of own experiments. The studies show that the use of steel fibres leads to a higher cracking torque, a higher torsional stiffness after cracking, a finer cracking and a significantly higher ultimate torque. Based on this, a calculation model is developed, which shows a good to very good correlation between the calculations and the experimental results.

To derive a general design approach, the experimental results of steel fibre reinforced beams under torsion, which can be found in technical literature, are summarized in a database and systematically evaluated. It turns out that the developed calculation model can be applied to other steel fibre concretes and cross-sections.

Based on the research results, a practical design model and detailing is proposed, which enables to consider the load-bearing behaviour of steel fibres during the torsional design of reinforced and prestressed concrete beams made of normal strength fibre reinforced concrete and ultra-high performance fibre reinforced concrete.

## Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Massivbau des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der TU Braunschweig.

Für das entgegengebrachte Vertrauen, die vielen Anregungen und die gewährten Freiheiten zur Erstellung dieser Arbeit bedanke ich mich besonders bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark bin ich dankbar für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme der Berichterstattung. Ich danke Herrn Prof. Dr. sc. techn. Klaus Thiele für die Ausübung der Prüfertätigkeit und Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Bedanken möchte ich mich außerdem bei Herrn Dr.-Ing. Marco Wichers für die wertvollen fachlichen Diskussionen während der experimentellen Untersuchungen sowie bei Herrn Dr.-Ing. Manfred Teutsch für die kurzfristige Durchsicht der Grundlagen-Kapitel.

Meinen Kollegen des Fachgebietes Massivbau, hier insbesondere bei Herrn Dipl.-Ing. Daniel Busse und Herrn Jörn Remitz, M.Sc., danke ich für die tolle gemeinsame Zeit. Desweiteren danke ich Herrn Bernd Schiedung und Herrn Matthias Kloß für die engagierte Versuchsdurchführung und Herrn Oliver Dienelt für die Beschaffung der zum Teil sehr schwer auffindbaren Fachliteratur. Darüber hinaus bedanke ich mich bei meinen studentischen Hilfskräften und hier vor allem bei Herrn Dipl.-Ing. (FH) Sebastian Schmidt, M.Sc., Herrn Marcel Wichert, M.Sc. und Herrn Jan-Paul Lanwer, B.Sc. für ihre tolle und engagierte Mitarbeit.

Weiterhin gilt mein Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Projekts DFG EM 203/1-1.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Leena für das kurzfristige Korrekturlesen und die formalen Verbesserungsvorschläge sowie für das entgegengebrachte Verständnis und die wertvolle Unterstützung in allen Phasen dieser Arbeit. Zu guter Letzt bedanke ich mich bei unseren beiden wundervollen Kindern Emily und Lilien, die durch ihre versprühte motivierende Lebensfreude ebenfalls zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

## Inhaltsverzeichnis

				Seite
Ir	halts	sverzeic	hnis	I
B	ezeic	hnunge	n	IV
1	Einl	eitung		1
	1.1	Einfüh	rung	1
	1.2	Motiva	ation und Ziel der Arbeit	3
	1.3	Gliede	rung der Arbeit	3
2	Gru	ndlager	n des Stahlfaserbetons	4
	2.1	Allgen	neines	4
	2.2	Tragve	erhalten von Stahlfaserbeton unter Zugbeanspruchung	9
	2.3	Ermitt	lung der zentrischen Zug- und Nachrisszugfestigkeit	11
		2.3.1	Spaltzugversuch	11
		2.3.2	Zentrischer Zugversuch	12
		2.3.3	Biegezugversuch	13
3	Gru	ndlager	n der Torsionstheorie	19
	3.1	Allgen	neines	19
	3.2	Tragve	erhalten nach der Elastizitätstheorie	21
		3.2.1	Allgemeines	21
		3.2.2	SAINT-VENANT'sche Torsionstheorie	23
		3.2.3	Schubspannungs-Analogien	24
		3.2.4	BREDT'sche Torsionstheorie	27
		3.2.5	Abgrenzung dünnwandige und dickwandige Hohlquerschnitte	29
	3.3	Tragve	erhalten im Zustand I	30
		3.3.1	Allgemeines	30
		3.3.2	Torsionstragfähigkeit im Zustand I	30
		3.3.3	Torsionssteifigkeit im Zustand I	34
	3.4	Tragve	erhalten im Zustand II	36
		3.4.1	Allgemeines	36
		3.4.2	Torsionstheorien	38
		3.4.3	Erweitertes räumliches Fachwerkmodell	41
		3.4.4	Versagensarten und konstruktive Durchbildung	55
		3.4.5	Torsionssteifigkeit im Zustand II	61
4	Star	nd der H	Forschung	64
	4.1	Torsio	nstragverhalten von faserbewehrten Balken	64
		4.1.1	Allgemeines	64
		4.1.2	Faserbewehrte Betonbalken	64

		4.1.3 Faserbewehrte Betonbalken mit Längs- oder Bügelbewehrung		
		4.1.4 Faserbewehrte Stahlbetonbalken		67
		4.1.5 Faserbewehrte Spannbetonbalken		69
	4.2	Berech	nnungsansätze für faserbewehrte Balken unter Torsion	70
		4.2.1	Allgemeines	70
		4.2.2	Berechnungsansätze für faserbewehrte Betonbalken	71
		4.2.3	Berechnungsansätze für faserbewehrte Stahlbetonbalken	75
		4.2.4	Berechnungsansätze für faserbewehrte Spannbetonbalken	78
	4.3	Torsio	nssteifigkeit von faserbewehrten Balken	79
	4.4	Schlus	sfolgerungen	80
5	Exp	erimen	telle Torsionsuntersuchungen	81
	5.1	Allger	neines	81
	5.2	Versue	chsdurchführung	83
		5.2.1	Versuchskörper und Versuchsprogramm	83
		5.2.2	Herstellung der Versuchskörper	88
		5.2.3	Versuchsaufbau und Versuchsablauf	95
	5.3	Versue	chsbeobachtungen und -auswertungen	102
		5.3.1	Faserbewehrte Beton- und Stahlbetonbalken	102
		5.3.2	Faserbewehrte Spannbetonbalken	115
		5.3.3	Torsionssteifigkeit	123
	5.4	Versue	chsanalysen	125
		5.4.1	Faserbewehrte Betonbalken	125
		5.4.2	Faserbewehrte Stahlbetonbalken	127
		5.4.3 Faserbewehrte Spannbetonbalken		135
	5.5	Zusam	imenfassung	140
6	Date	enbank	zu Torsionsversuchen	141
	6.1	Allger	neines	141
	6.2	Daten	umfang und Auswahlkriterien	141
	6.3	Auswe	ertung der Datenbank	147
		6.3.1	Allgemeines Vorgehen	147
		6.3.2	Faserbewehrte Betonbalken	148
		6.3.3	Faserbewehrte Stahlbetonbalken	152
		6.3.4	Faserbewehrte Spannbetonbalken	157
		6.3.5	Torsionssteifigkeit	163
7	Vor	schlag e	eines Bemessungsmodells	168
	7.1	Allger	neines	168
	7.2	Bemes	ssungsgleichungen	169
	7.3	Konsti	ruktionsregeln	172
	7.4	Torsio	nssteifigkeit	173

8	Zusa	ammenfassung und Ausblick	174
	8.1	Zusammenfassung	174
	8.2	Ausblick	175
Li	terat	urverzeichnis	177
A	nhan	g A: Dokumentation der experimentellen Torsionsversuche	A1
	A-1	Schal- und Bewehrungspläne	A1
	A-2	Materialeigenschaften	A13
	A-3	Auswertung der Verdrehungen und Durchbiegungen	A22
	A-4	Rissbilder im Bruchzustand	A28
	A-5	Auswertung der Beton-DMS-Rosetten	A34
	A-6	Auswertung der Stahl-DMS	A42
	A-7	Auswertung der Faserorientierung	A52
A	nhan	g B: Datenbank zu Torsionsversuchen an Stahlfaserbetonbalken	B1
	<b>B-1</b>	Umrechnungen	B1
	B-2	Datenbank	B2

## Bezeichnungen

Die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen und Symbole orientieren sich an der Nomenklatur der DIN EN-1992-1-1 (EC2) [EC2-2011]. Nicht explizit im nachfolgenden Verzeichnis enthaltene Bezeichnungen und Symbole werden im Text erläutert.

#### Große lateinische Buchstaben

Α	Gesamtquerschnittsfläche inklusive Hohlräume	$A_{ m pl}$	Querschnittsfläche der Spannbewehrung
A <sub>c</sub>	Betonquerschnittsfläche	$A_{\mathbf{k}}$	Kernquerschnittsfläche
$A_{\mathrm{fl}}$	Faserbetonquerschnittsfläche in Längsbewehrungsrichtung	$A_{\mathrm{fw}}$	Faserbetonquerschnittsfläche in Bügelbewehrungsrichtung
$A_{\rm sw,min}$	Mindestquerschnittsfläche der Bügelbewehrung	$A_{\rm sl,min}$	Mindestquerschnittsfläche der Längsbewehrung
D	Druckkraft	$E_{c}$	Elastizitätsmodul des Betons
F	Last / Spannungsfunktion	F <sub>c</sub>	Betondruckstrebenkraft
$F_{\rm sl}$	Längsbewehrungszugstrebenkraft	F <sub>sw</sub>	Bügelbewehrungszugstrebenkraft
G	Schubmodul	$I_{\mathrm{T}}$	Torsionsträgheitsmoment
Κ	Torsionssteifigkeit	М	Biegemoment / Schubmittelpunkt
Р	zentrische Vorspannkraft	$Q_{z}$	Querzugkraft
Т	Torsionsmoment	$T_{\rm c}$	Betontraganteil
$T_{\rm cc}$	Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe	$T_{\rm cr}$	Torsionsrissmoment
$T_{\rm f}$	Fasertraganteil	$T_{\mathrm{fl}}$	Torsionstragfähigkeit der Fasern in Längsbewehrungsrichtung
$T_{\rm fw}$	Torsionstragfähigkeit der Fasern in Bügelbewehrungsrichtung	$T_{\max,s}$	max. Torsionstragfähigkeit eines Stahlbetonbalkens
T <sub>max,sp</sub>	max. Torsionstragfähigkeit eines Spannbetonbalkens	T <sub>S</sub>	SAINT-VENANT'sche Torsion
$T_{\rm s}$	Bewehrungstraganteil	$T_{\rm sl}$	Torsionstragfähigkeit der Längsbewehrung
$T_{sw}$	Torsionstragfähigkeit der Bügelbewehrung	$T_{ m sfl}$	Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung
$T_{\rm sfw}$	Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung	$T_{ m spl}$	Torsionstragfähigkeit der Spann- und Längsbewehrung
$T_{\rm spfl}$	Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung (Spb)	$T_{\rm u}$	Torsionstragfähigkeit
$T_{W}$	Wölbkrafttorsion	V	Querkraft
$V_{\rm f}$	Stahlfasergehalt	V <sub>T</sub>	Schubkraft aus Torsionsbeanspruchung
W	Widerstandsmoment	$W_{\mathrm{T}}$	Torsionswiderstandsmoment
U	Umlenkkraft	$U_{\mathrm{i}}$	Induktionsspannung
7.	Zugkraft		

## Kleine lateinische Buchstaben

а	Seitenlänge eines Quadrats	b	Balkenbreite
$b_{\mathbf{k}}$	Breite Kernquerschnittsfläche	$b_{\rm m}$	mittlere Kantenlänge
$c_{\min}$	Mindestbetondeckung	c <sub>nom,sw</sub>	Betondeckung auf Bügelbewehrung
fc	Betondruckfestigkeit	$f_{\rm ck}$	charakteristische Zylinderbetondruckfestigkeit
f <sub>cm</sub>	Mittelwert Zylinderbetondruckfestigkeit	$f_{\rm ct,ef}$	effektiv nutzbare zentrische Betonzugfestigkeit
$f_{\rm ct,f}$	Faserbetonzugfestigkeit	$f_{\rm ctm}$	zentrische Betonzugfestigkeit
$f_{\rm ctm,f}$	zentrische Nachrisszugfestigkeit	$f_{\rm ctm, flex}$	Biegezugfestigkeit des Faserbetons
$f_{\rm ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit	$f_{\rm p,0,1}$	Fließgrenze der Spannbewehrung bei einer Dehngrenze von 0,1 %
$f_{\rm y,sl}$	Streckgrenze der Längsbewehrung	$f_{\rm y,sw}$	Streckgrenze der Bügelbewehrung
h	Balkenhöhe	$h_{ m k}$	Höhe Kernquerschnittsfläche
k	Beiwert zur Berücksichtigung der Faserart	$k_{\mathrm{u}}$	Abminderungsfaktor für Bruchzustand
$k_{\mathrm{I}}$	Abminderungsfaktor für Zustand I	$k_{\mathrm{II}}$	Abminderungsfaktor für Zustand II
kε	Abminderungsfaktor	l	Länge
$l_{\rm f}$	Stahlfaserlänge	$\mathrm{nom}f_{\mathrm{ct,flex}}$	äquivalente Biegezugfestigkeit
nomf <sub>ctm,f</sub>	äquivalente zentrische Nachrisszugfestigkeit	r	Radius
<i>s</i> <sub>l</sub>	Längsbewehrungsabstand	s <sub>r</sub>	Rissabstand
Sw	Bügelabstand	t	Wanddicke
$t_{\rm ef}$	effektive Wanddicke	$t_{\rm vorh}$	vorhandene Wanddicke
u	Verschiebung in Stablängsrichtung / äußerer Querschnittsumfang / Durchbiegung	u <sub>k</sub>	Umfang Kernquerschnittsfläche
w	Segmentfugenöffnung	<i>w</i> <sub>r</sub>	Rissbreite

## Große griechische Buchstaben

θ	Druckstrebenneigungswinkel	$\Phi$	Torsionsfunktion
Ψ	Verwölbungsfunktion		

## Bezeichnungen

## Kleine griechische Buchstaben

$\alpha_1$	Faktor	α2	Faktor
α <sub>w</sub>	Beiwert für Spannungszustand	β	Faktor / Umrechnungsfaktor
γ	Gleitwinkel	γ <sub>s</sub>	Wichte von Stahl
δ	Durchbiegung	ε	Dehnung
ε <sub>c</sub>	Dehnung Beton	$\varepsilon_{\rm sl}$	Dehnung der Längsbewehrung
$\varepsilon_{\rm sw}$	Dehnung der Bügelbewehrung	$\eta_{ m fc}$	Beiwert für Betondruckfestigkeit
θ	Verdrillung	$\kappa_{\rm f}$	Faserorientierungsbeiwert
$\lambda_{ m f}$	Faserschlankheit	μ	Querdehnzahl
ν	Abminderungsbeiwert	$\nu_{\mathrm{T}}$	Abminderungsbeiwert
$\nu_2$	Beiwert für Betondruckfestigkeit	$ ho_{ m f}$	Fasergehalt
$ ho_{\mathrm{T,sl}}$	Längsbewehrungsgrad	$\rho_{\mathrm{T,sw}}$	Bügelbewehrungsgrad
$ ho_{\mathrm{T,sl,min}}$	Mindestlängsbewehrungsgrad	$\rho_{\mathrm{T,sw,min}}$	Mindestbügelbewehrungsgrad
σ	Spannung	$\sigma_{\rm c}$	Betonspannung
$\sigma_{ m ct}$	Betonzugspannung	$\sigma_{ m cp}$	Betondrucknormalspannung infolge Vorspannung
$\sigma_{\mathrm{fl}}$	Spannung in Längsbewehrungsrichtung	$\sigma_{\rm fw}$	Spannung in Bügelbewehrungsrichtung
$\sigma_{ m pl}$	Spannung in Spannbewehrung	$\sigma_{\mathrm{p,0}}$	Vorspannung der Spannbewehrung inklusive Spannverlusten aus elastischer Verformung
$\sigma_{ m sl}$	Spannung in Längsbewehrung	$\sigma_{ m sw}$	Spannung in Bügelbewehrung
$\sigma_{\rm x}$	Normalspannungen in Bauteillängsrichtung	$\sigma_1$	Hauptzugspannungen
$\sigma_2$	Hauptdruckspannungen	τ	Schubspannung
υ	Schubfluss	φ	Verdrehung

## Sonstige Bezeichnungen

Ø	Durchmesser	$\phi_{ m sl}$	Durchmesser Längsbewehrung
$\phi_{ m sw}$	Durchmesser Bügelbewehrung	$\phi_{\rm sl,Eck}$	Durchmesser Ecklängsbewehrung
д	Partielles Differenzial		

## 1 Einleitung

### 1.1 Einführung

Torsionsbeanspruchungen entstehen in stabförmigen Bauteilen immer dann, wenn die Wirkungslinien der angreifenden Lasten nicht durch den Schubmittelpunkt des Querschnittes verlaufen. Dieses ist z. B. bei

- Randbalken,
- gekrümmten Trägern,
- Hohlkastenbrücken,
- Stromleitungsmasten,
- Kranbahnstützen und beim
- Kippen von schlanken Bindern

der Fall (Bild 1-1). Beim Nachweis dieser Bauteile sind die auftretenden Torsionsbeanspruchungen zu berücksichtigen. Die Torsionsbemessung war und ist immer wieder Gegenstand der Forschung im Massivbau. Beispielsweise untersuchte ZEDLER [Zed-2011] vor Kurzem das Betonversagen (Betondruckstrebentragfähigkeit) sowie den Einfluss von im Querschnittsinneren angeordneter Bewehrung bei Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung und SCHLADITZ [Sch-2011] das Torsionstragverhalten von mit Textilbeton verstärkten Stahlbetonbalken.



Bild 1-1: Beispiele für Torsionsbeanspruchung

Das Torsionstragverhalten von mit Stahlfasern bewehrten normalfesten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen wurde im deutschsprachigen Raum jedoch bisher noch nicht untersucht. Aus diesem Grund darf nach der DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012], im Gegensatz zum Biege- und Querkraftnachweis, die Wirkung der Stahlfasern beim Torsionsnachweis nicht berücksichtigt werden [Teu-2011].

Internationale Forschungsvorhaben hingegen beschäftigen sich bereits seit den 1970er Jahren mit dem Torsionstragverhalten von faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und zum Teil auch Spannbetonbalken (z. B. [(ra-1984], [Man-1989], [Rao-2003]). Hierbei wurden normalfeste Betone mit unterschiedlichen Stahlfasergehalten untersucht. Die zeigten. dass Untersuchungen in Abhängigkeit des Fasergehalts das Torsionsrissmoment, die Rissbildung, die Torsionssteifigkeit nach Rissbildung sowie das Torsionsbruchmoment positiv beeinflusst werden. Obwohl die Versuchsergebnisse teilweise in Berechnungsgleichungen umgesetzt wurden, enthalten auch internationale Regelwerke wie z. B. Model Code 2010 [MC-2010] keine Bemessungsmodelle bzw. Bemessungsgleichungen zur Berücksichtigung der Fasertragwirkung beim Torsionsnachweis.

Aktuelle Untersuchungen nach [Oet-2011], [Joh-2012], [Yan-2013], [Ism-2015], [Kwa-2015] beschäftigen sich mit dem Torsionstragverhalten von faserbewehrtem ultrahochfestem Beton. Ultrahochfester Beton (UHPC) besitzt eine sehr hohe Druckfestigkeit und eine sehr hohe Gefügedichtigkeit, weshalb im Bruchzustand ein schlagartiges Versagen auftritt. Diesem schlagartigen Versagen kann durch die Zugabe von Stahlfasern effektiv entgegengewirkt werden, sodass UHPC nahezu immer als ultrahochfester Faserbeton (UHPFRC) mit einem hohen bis sehr hohen Fasergehalt ausgeführt wird. Mit diesem Hochleistungswerkstoff lassen sich sehr dünnwandige, leichte und leistungsoptimierte Bauteile herstellen [0et-2014-3]. Da bei schlanken Bauteilen die Torsionsbemessung zunehmend an Bedeutung gewinnt (z. B. Kippen, geringere Lastumlagerungsmöglichkeiten etc.) und die Eigenschaften des UHPFRC aus ökonomischen und ökologischen Gründen möglichst umfassend ausgenutzt werden sollten, ist eine Berücksichtigung der Fasertragwirkung bei der Torsionsbemessung erstrebenswert. In den o.g. Versuchen an UHPFRC-Balken konnte ein signifikanter Einfluss der Stahlfasern auf das Torsionstragverhalten beobachtet werden. Des Weiteren wurden auch hier zum Teil Berechnungsgleichungen auf Grundlage der Untersuchungsergebnisse aufgestellt. Da diese Untersuchungen jedoch erst kürzlich durchgeführt wurden, enthält z. B. der DAfStb-Sachstandsbericht "Ultrahochfester Beton" [Sch-2008] keine Bemessungsgleichungen zum Nachweis der Torsionstragfähigkeit unter Berücksichtigung der Stahlfaserwirkung.

#### 1.2 Motivation und Ziel der Arbeit

Die in der Fachliteratur vorhandenen Berechnungsgleichnungen für faserbewehrte Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken sind oftmals mechanisch nicht konsistent. Des Weiteren erfolgt die Herleitung fast ausschließlich auf Grundlage der "eigenen" Versuchsergebnisse der jeweiligen Forschungsstelle, weshalb nur eine beschränkte Gültigkeit der jeweils vorgeschlagenen Berechnungsgleichung vorliegt. Eine systematische Analyse und Auswertung der in der Fachliteratur vorhandenen Versuchsergebnisse fehlt bisher.

Innerhalb der vorliegenden Arbeit soll daher das Trag- und Verformungsverhalten von faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit Reckteckquerschnitt aus normalfestem und ultrahochfestem Beton unter Torsionsbeanspruchung grundlegend untersucht werden. Hierbei soll insbesondere auf nachfolgende Fragestellungen eingegangen werden:

- Wie groß ist die Stahlfasertragwirkung bei Torsionsbeanspruchung und wie kann diese rechnerisch erfasst werden?
- Welche Konstruktionsregeln müssen eingehalten werden, und kann die Stahlfasertragwirkung eine Mindesttorsionsbewehrung ersetzen?
- Wie stark ist der Einfluss der Stahlfasern auf die Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand II und wie kann dieser erfasst werden?

Primäres Ziel der Arbeit ist die Erarbeitung eines in sich konsistenten Ingenieurmodells, welches ggf. einen Beitrag zur Formulierung von praxisnahen Bemessungsregeln liefert.

## 1.3 Gliederung der Arbeit

In Kapitel 2 dieser Arbeit werden Grundlagen zum Faserbeton, in Kapitel 3 Grundlagen zur Torsionstheorie aufgeführt. Anschließend folgen in Kapitel 4 Erläuterungen zum Stand der Forschung an faserbewehrten Torsionsbalken. Das fünfte Kapitel befasst sich mit den eigenen, innerhalb eines DFG-Forschungsvorhabens durchgeführten Torsionsuntersuchungen an UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt. Im sechsten Kapitel wird die im Zuge dieser Arbeit erstellte Datenbank vorgestellt und ausgewertet. Das siebte Kapitel enthält schließlich den Vorschlag eines Ingenieurmodells bzw. Bemessungsgleichungen zur Berücksichtigung der Stahlfasern beim Torsionsnachweis. Abschließend werden in Kapitel 8 eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf zukünftige Forschungsmöglichkeiten gegeben.

## 2 Grundlagen des Stahlfaserbetons

#### 2.1 Allgemeines

Werden Beton Stahlfasern zugegeben, bezeichnet man diesen Beton als Stahlfaserbeton. Durch die Zugabe der Stahlfasern verändern sich neben den Frischbetoneigenschaften (z. B. Verringerung des Ausbreitmaßes) vor allem die Festbetoneigenschaften.

Die Druckfestigkeit und die Bruchdehnung werden durch Stahlfasern nicht signifikant erhöht, jedoch kann das Nachbruchverhalten verbessert werden [Hol-2011]. In Abhängigkeit der Stahlfasern stellt sich im Nachbruchbereich eine flachere Druckarbeitslinie ein (Bild 2-1). Dieses ist vor allem für hoch- und ultrahochfeste Betone interessant, da diese ein sprödes bis hinzu explosionsartiges Druckversagen aufweisen.



 
 Bild 2-1:
 Tragverhalten von Stahlfaserbeton mit unterschiedlichem Stahlfasergehalt unter Druckbeanspruchung nach [Nev-2005] und [Ste-2014]

Die zentrische Betonzugfestigkeit und die Rissdehnung werden durch die Zugabe von Stahlfasern ebenfalls nicht signifikant erhöht. Ähnlich wie unter Druckbeanspruchung wirken sich die Fasern unter Zugbeanspruchung (fast) nur im Nachrissverhalten aus. Im gerissenen Zustand II "vernähen" die Stahlfasern die Risse und besitzen die Fähigkeit, Zugkräfte über die Risse hinweg zu übertragen. Die Größe der über die Risse hinweg übertragenen Kräfte kann durch die Nachrisszugfestigkeit (Faserkräfte bezogen auf die Querschnittsfläche der Betonzugzone) beschrieben werden. Aufgrund der rissüberbrückenden Wirkung der Stahlfasern kann im Vergleich zu unbewehrtem Beton, welcher unter Zugbeanspruchung nach Erreichen der Zugfestigkeit spröde versagt, ein robustes respektive duktiles Nachrissverhalten erreicht werden. Das Nachrissverhalten bzw. die Nachrisszugfestigkeit wird vornehmlich durch

- Faserart,
- Fasergehalt,
- Faserverteilung,
- Faserorientierung,
- Faserzugfestigkeit,
- Faserdehnsteifigkeit,
- Faserverbundeigenschaften und
- Betoneigenschaften

bestimmt. Bei der Faserart unterscheidet man zwischen Draht-, Blech- und Spanfasern. Die Herstellung von Drahtfasern erfolgt durch den Zuschnitt von kaltgezogenem Walzdraht. Die Oberfläche der Drahtfasern kann glatt, gewellt oder strukturiert und die Faserenden gerade, gekröpft, abgeplattet oder gestaucht ausgeführt werden. Die Herstellung von Blechfasern erfolgt durch das Zerschneiden von dünn gewalzten Stahlstreifen, welche durch Umformen gewellt, profiliert und/oder mit Endhaken versehen werden können. Spanfasern werden mit rotierenden Werkzeugen direkt aus Stahlbrammen gefräst, sind um ihre Längsachse verdreht und weisen herstellungsbedingt einen sichelförmigen Querschnitt mit auf der Innenseite rauer und auf der Außenseite glatter Oberfläche auf [Hol-2011]. In Bild 2-2 sind verschiedene Arten von Stahlfasern abgebildet.



Gerade Drahtfaser mit gekröpften Endhaken und glatter Oberfläche



Gerade Mikrodrahtfaser mit glatter Oberfläche



Gewellte Drahtfaser mit abgeplatteten Endhaken und glatter Oberfläche



Blechfaser mit profilierter Oberfläche



Gerade Drahtfaser mit profilierter Oberfläche



Spannfaser

Bild 2-2: Verschiedene Arten von Stahlfasern [Hol-2011]

Neben Fasern aus Stahl können auch Glas-, Kunststoff-, Kohlenstoff-, Zellulose-, Asbest-, Basalt- oder Keramikfasern verwendet werden. Innerhalb dieser Arbeit werden nur Stahlfasern behandelt, weshalb die anderen Faserarten bzw. -materialien an dieser Stelle nicht weiter beschrieben werden.

Der Fasergehalt  $V_{\rm f}$  wird üblicherweise in Volumenprozent (Vol.-%) angegeben [Göd-2012] und liegt ungefähr im Bereich zwischen 0,30 Vol.-% und 2,50 Vol.-% [Hol-2011]. Es gilt:

$$V_{\rm f} = \frac{\rho_{\rm f}}{\gamma_{\rm s}} \cdot 100 \qquad \text{Gl. 2-1}$$
  
mit  
$$\rho_{\rm f} \qquad \text{Fasergehalt in [kg/m^3]}$$

 $\gamma_{s}$  Wichte von Stahl mit  $\gamma_{s} = 7.850 \text{ kg/m}^{3}$ 

Bild 2-3 zeigt Last-Durchbiegungs-Beziehungen von 4-Punkt-Biegebalken aus Stahlfaserbeton mit unterschiedlichem/zunehmendem Fasergehalt. In Abhängigkeit vom Fasergehalt und der Leistungsfähigkeit der Faser kann das Nachrissverhalten entweder als unterkritisch, kritisch oder überkritisch bezeichnet werden. Bei Faserbetonen mit unterkritischem Fasergehalt tritt nach Erreichen der Risslast ein entfestigendes Verhalten auf. Kann die Risslast im gerissenen Zustand abgetragen werden, spricht man von einem kritischen Fasergehalt. Ein überkritscher Fasergehalt liegt dann vor, wenn nach Überschreiten der Risslast eine weitere Laststeigerung möglich ist bzw. ein verfestigendes Verhalten auftritt.



Bild 2-3: Definition von unterkritischem, kritischem und überkritischem Fasergehalt

Das Nachrissverhalten bzw. die Leistungsfähigkeit des Faserbetons wird des Weiteren durch die Faserverteilung und -orientierung beeinflusst. Sind die Stahlfasern gleichmäßig in der Betonmatrix verteilt und gleichzeitig dreidimensional orientiert, liegt ein isotropener Verbundbaustoff mit in allen drei Raumrichtungen gleichmäßiger Nachrisszugfestigkeit vor. Bedingt durch die Betonmischung (Korngröße, Konsistenz etc.), das Betonierverfahren, den Verarbeitungsprozess und die Bauteilabmessung kann jedoch eine ein-, zwei- oder dreidimensionale Faserorientierung auftreten. Beispielsweise kann sich bei sehr dünnwandigen Bauteilen aus ultrahochfestem Faserbeton (UHPFRC) eine zweidimensionale Orientierung einstellen, da sich die Fasern an der Schalung ausrichten [Gre-2006]. Bei vorwiegend in einer Richtung auftretenden Zugspannungen können dreidimensional orientierte Fasern, im Gegensatz zu beispielsweise in Zugrichtung eindimensional orientierten Fasern, wesentlich geringere Beanspruchungen abtragen, da nur ein Bruchteil der Fasern in der Beanspruchungsrichtung liegt und somit voll wirksam ist. Dieser Umstand kann z. B. bei der Bemessung von Stahlfaserbetonbauteilen durch einen Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{\rm f}$  berücksichtigt werden. Der Beiwert ist oftmals als Verhältnis der in Beanspruchungsrichtung projizierten Stahlfaserlänge  $l_{\rm f,projiziert}$  zur tatsächlichen Stahlfaserlänge  $l_{\rm f}$  definiert:

$$0,00 \le \kappa_{\rm f} = \frac{l_{\rm f, projiziert}}{l_{\rm f}} \le 1,00$$
Gl. 2-2

Trotz dieser Definition sind in der Literatur eine Vielzahl von unterschiedlichen Werten zu finden. Diese rühren daher, dass verschiedene Mittelwertbildungen verwendet und teilweise zusätzlich die Effektivität von zur Beanspruchungsrichtung schief orientierten Stahlfasern berücksichtigt werden [Gre-2006].

Nach der DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012], welche die Bemessung von normalfestem Faserbeton regelt, ist der Faserorientierungsbeiwert allgemein zu 0,50 und nur bei flächenhaften Bauteilen und Balken unter Zug- und Biegebeanspruchung zu 1,00 definiert. Durch diesen Beiwert wird die Übertragung der in Kleinkörperprüfungen ermittelten Fasertragwirkung auf das Bauteil bzw. hiervon abweichende Belastungssituationen ermöglicht.

Da mit UHPFRC oftmals sehr dünnwandige Bauteile hergestellt werden und die Stahlfasern sich an der Schalung ausrichten, wird nach der französischen UHPFRC-Richtlinie [AFGC-2013] zwischen einem Kernbereich mit dreidimensionaler und Randbereichen mit zweidimensionaler Faserorientierung unterschieden (Bild 2-4).



Bild 2-4: Faserorientierung in einer dünnwandigen UHPFRC-Wand nach [AFGC-2013]

Für die Bemessung kann aus dem Verhältnis der einzelnen Bereiche ein allgemeiner Faserorientierungsbeiwert ermittelt werden. Für eine dünnwandige UHPFRC-Wand gilt:

$$\kappa_{\rm f,UHPC} = \frac{(\kappa_{\rm f,3D} \cdot (t-l_{\rm f}) + \kappa_{\rm f,2D} \cdot l_{\rm f})}{t}$$
Gl. 2-3

Die Ermittlung der Faserorientierung und des zugehörigen Faserorientierungsbeiwertes kann anhand von Stahlfaserbetonproben (Würfel und Zylinder) unter anderem mit der 3D-Computertomographie (CT) oder dem elektromagnetischen Induktionsverfahren erfolgen.

Bei der 3D-Computertomographie (CT) wird eine kleinere Stahlfaserbetonprobe mit Röntgenstrahlen durchstrahlt und ein Projektionsbild erzeugt, welches die jeweilige Strahlungsabsorption der unterschiedlichen Materialien widerspiegelt. Wird die Probe schrittweise gedreht und werden die einzelnen Projektionsbilder mit Hilfe eines Computers "übereinander gestapelt", erhält man ein dreidimensionales Bild der Probe und kann Bereiche mit gleichem Absorptionsverhalten bzw. physikalischen Eigenschaften (z. B. Stahlfasern) herausfiltern. Mit einer speziellen Software kann dann der Faserorientierungsbeiwert ermittelt werden [Sch-2009].

Eine wesentlich einfachere Methode zur Bestimmung der mittleren Faserorientierung stellt das elektromagnetische Induktionsverfahren dar. Bei diesem am iBMB/MPA Braunschweig entwickelten Verfahren werden zwei Spulen um eine Stahlfaserbetonprobe gelegt. Während die eine Spule (Erregerspule) ein magnetisches Feld erzeugt und die Probe aufgrund der ferromagnetischen Eigenschaften der Stahlfasern die Aufgabe eines Transformatorkerns übernimmt, wird mit der zweiten Spule (Induktionsspule) die induzierte Spannung  $U_i$  gemessen. Das kommerziell erhältliche Stahlfasermessgerät BSM 100 nutzt die Methode. Bei diesem Messgerät muss vor jeder Messung eine Nullmessung zum Abgleich des Sensors durchgeführt werden (Induktionspannung  $U_{0 \text{ mea}}$ ). Anschließend erfolgt die Messung der Induktionsspannungen für alle drei Raumrichtungen (x, y und z) der Probe. Von den gemessenen Induktionsspannungen  $U_{x,mea}$ ,  $U_{y,mea}$  und  $U_{z,mea}$  wird anschließend die Induktionspannung der Nullmessung  $U_{0,mea}$  abgezogen. Da der prozentuale Anteil der bereinigten Einzelmessungen  $U_x$ ,  $U_y$  und  $U_z$  Aufschluss über die mittlere Faserorientierung für die drei Raumrichtungen in der Probe gibt, kann der Faserorientierungsbeiwert zu

$$\kappa_{\rm f,i=x,y,z} = \frac{u_{\rm i}}{\sqrt{u_{\rm x}^2 + u_{\rm y}^2 + u_{\rm z}^2}}$$
Gl. 2-4

ermittelt werden [Wic-2013-2], [Sch-2009].

#### 2.2 Tragverhalten von Stahlfaserbeton unter Zugbeanspruchung

Das Tragverhalten von Faserbeton unter Zugbeanspruchung kann nach [Vis-1983] in drei charakteristische Phasen (Bild 2-5) unterteilt werden:

- Phase I: Linear-elastisches Verhalten der Betonmatrix
- Phase II: Versagen der Betonmatrix und Aktivierung der Stahlfasern
- Phase III: Auszug der Stahlfasern aus der Betonmatrix



Bild 2-5: Tragverhalten von Stahlfaserbeton unter Zugbeanspruchung

In Phase I, die sich bis zur Elastizitätsgrenze erstreckt, bleibt der Balken im ungerissenen Zustand I und es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung. Wie bereits in Abschnitt 2.1 erwähnt, beteiligen sich die Stahlfasern in dieser Phase nahezu nicht am Lastabtrag und das Tragverhalten wird hauptsächlich durch die Betonmatrix bestimmt. Der Einfluss der Stahlfasern kann nach [Mül-2010] aus dem Verhältnis der Dehnsteifigkeit der Fasern zur Dehnsteifigkeit des Betons ermittelt werden. Dieser Einfluss beträgt jedoch nach [Hol-2011], abgesehen von einigen Ausnahmefällen, maximal 5 % und ist damit vernachlässigbar gering.

In Phase II versagt die Betonmatrix an der schwächsten Stelle und die Stahlfasern werden im gerissenen Bereich aktiviert. Bei nicht allzu großen Rissbreiten und ausreichender Verankerung in der Betonmatrix wirken die Fasern als Bewehrung, da diese die Rissufer zugfest miteinander verbinden und somit eine Zugkraftübertragung über den Riss hinweg ermöglichen. Eine Steigerung der Last ist solange möglich, bis die Stahlfasern aus der Betonmatrix herausgezogen werden.

In Phase III werden die Fasern aufgrund der zunehmenden Rissbreite aus der Betonmatrix herausgezogen, weshalb eine Laststeigerung nicht mehr möglich ist und die aufnehmbare Last sinkt. Hiermit unterscheidet sich der Faserbeton vom konventionellen Stahlbeton, bei dem das Nachrissverhalten über das plastische Materialverhalten der Betonstahlbewehrung erreicht wird [Emp-2011]. Die Fasern des Faserbetons sind so gestaltet (Zugfestigkeit, Verbundverhalten etc.), dass sich kein Reißen, sondern ein langsamer und planmäßiger Faserauszug aus der Betonmatrix einstellt. Hierdurch tritt ein robustes Versagen mit Vorankündigung auf. Würden die Fasern reißen, so würden z. B. in einem Biegeriss die freiwerdenden Kräfte der außen liegenden Fasern schlagartig auf die weiter innen liegenden Fasern umgelagert werden, wodurch es zu einem "Reißverschlusseffekt" mit verhältnismäßig schnellem Versagen und kleinen Verformungen kommen könnte.

Bei normalfestem Faserbeton liegt der Fasergehalt aufgrund von baupraktischen Bedingungen (Misch-, Pump- und Einbaubarkeit) zwischen 0,30 und 0,60 Vol.-%. Hierbei handelt es sich in der Regel um einen Faserbeton mit unterkritischem Fasergehalt und folglich entfestigendem Materialverhalten. Wird dieser Faserbeton bei einem Biegebauteil mit statisch bestimmtem System verwendet, können die Stahlfasern nach Rissbildung den Lastabtrag nicht sicherstellen und es kommt zwangsläufig zu einem Versagen des Bauteils. In diesem Fall ist eine Betonstahlbewehrung zur Aufnahme der Erstrisslast zwingend erforderlich. Lediglich durch den Ansatz von stetig aus äußeren Einwirkungen auftretenden Drucknormalkräften oder aber aufgrund von Umlagerungsmöglichkeiten bei statisch unbestimmten Systemen, kann bei Biegebauteilen ein Gleichgewichtszustand ohne Betonstahlbewehrung erreicht werden. In Bild 2-6 ist das unterschiedliche Tragverhalten von Biegebalken aus Stahlfaserbeton, und stahlfaserbewehrtem Stahlbeton Stahlbeton mit den Abmessungen l/b/h = 70/15/15 cm im Vierpunkt-Biegeversuch vergleichend gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass durch die Kombination der beiden Bewehrungsarten Fasern und Betonstahl günstiges Tragverhalten auftritt. Die Tragfähigkeit ein des stahlfaserbewehrten Stahlbetonbalkens setzt sich aus dem Anteil der Stahlfasern und dem Anteil der Betonstahlbewehrung zusammen [Gos-2000].



Bild 2-6: Biegetragverhalten von Stahlfaserbeton, Stahlbeton und stahlfaserbewehrtem Stahlbeton nach [Gos-2000] und schematische Rissbilder

Ähnlich verhält es sich bei Bauteilen unter Querkraftbeanspruchung. Hier kann sogar bei statisch bestimmten Bauteilen aufgrund innerer Umlagerungsmöglichkeiten auf eine Bügelbewehrung verzichtet und eine Mindestbügelbewehrung durch die Tragfähigkeit der Stahlfasern abgedeckt werden [Ros-2003].

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit bzw. des Traganteils der Fasern muss die ertragbare Zugspannung respektive das Zugspannungs-Dehnungs-Verhalten von Faserbeton bestimmt werden. Dieses kann über

- den Spaltzugversuch,
- den zentrischen Zugversuch oder
- den Biegezugversuch

erfolgen. Nachfolgend werden die einzelnen Versuche kurz erläutert.

#### 2.3 Ermittlung der zentrischen Zug- und Nachrisszugfestigkeit

#### 2.3.1 Spaltzugversuch

Beim Spaltzugversuch werden zylindrische oder quaderförmige Probekörper entlang ihrer Längsachse mit einer linienförmigen Druckkraft beaufschlagt (Bild 2-7) und versagen schließlich infolge der auftretenden Querzugspannungen. Die im Versuch an zylindrischen Betonprobekörpern ermittelte Spaltzugfestigkeit  $f_{ctm,sp}$  kann nach z. B. [EC2-2011] wie folgt in eine zentrische Zugfestigkeit  $f_{ct}$  umgerechnet werden:

$$f_{\rm ctm} = 0.9 \cdot f_{\rm ctm,sp} \tag{G1. 2-5}$$

Untersuchungen zur Übertragbarkeit von Gl. 2-5 auf Stahlfaserbeton liegen nur in einem sehr begrenzten Umfang vor. Versagen reine Betonprobekörper durch Aufspalten, so ist bei Stahlfaserbeton in Abhängigkeit zum Fasergehalt und der Leistungsfähigkeit der Stahlfasern nach dem Aufspalten eine Laststeigerung möglich. Untersuchungen nach [Tho-2005] zeigen, dass mithilfe des Spaltzugversuchs nur schwer Aussagen über die Nachrisszugfestigkeit von Stahlfaserbeton getätigt werden können.



Bild 2-7: Spaltzugversuch am Zylinder (links) und am Würfel (rechts)

#### 2.3.2 Zentrischer Zugversuch

Beim zentrischen Zugversuch werden zylindrische oder quaderförmige Probekörper auf zentrischen Zug bis zum Versagen beansprucht. Vorteilhaft hierbei ist, dass die zentrische Zug- und Nachrisszugfestigkeit sowie eine Spannungs-Rissöffnungs- bzw. Spannungs-Dehnungs-Beziehung direkt ermittelt werden. Die Versuchsdurchführung ist jedoch mit erheblichen Schwierigkeiten bezüglich der Lasteinleitung und der Prüfvorrichtung verbunden. Erfolgt die Lasteinleitung über mechanische Klemmung, tritt oftmals ein vorzeitiges Versagen durch hohe Spannungskonzentrationen im Bereich der Klemmen auf. Dieses kann durch die Verwendung von in der Mitte verjüngten Probekörper ("Zugknochen", Bild 2-8 links) und/oder durch das Einkerben der Probekörper unterbunden werden. Bei Einkerbungen ist jedoch zu beachten, dass aufgrund der Kerbspannungen die zentrische Zugfestigkeit  $f_{ct}$  nicht wirklichkeitsnah erfasst werden kann. Die Erfassung der zentrischen Nachrisszugfestigkeit ist bei Einkerbung jedoch möglich.



#### Bild 2-8: Zentrischer Zugversuch: "Zugknochen" mit mechanischer Klemmung (links), gekerbter Probekörper mit Stahlbechern (Mitte) und zylindrischer Probekörper mit gelenkiger Lasteinleitung (rechts)

Eine andere Art der Lasteinleitung stellt das Kleben der Probekörper an Lasteinleitungsplatten oder in Stahlbecher dar (Bild 2-8 Mitte). Hierbei muss die Verarbeitung des Klebstoffes jedoch sehr sorgfältig durchgeführt werden, da sonst statt des Probekörpers die Klebestelle versagt. Des Weiteren hängen die Versuchsergebnisse maßgeblich von der Lagerungsart der Lasteinleitung ab. Entwickelt der Probekörper eine einseitige Rissbildung, treten infolge Verformungsbehinderungen ungewollte Ausmitten (Biegemomente) auf. Dieses kann durch gelenkig gelagerte Lasteinleitungskonstruktionen (Bild 2-8 rechts) unterbunden werden, wobei infolge der Schrägstellung die Messung der Rissöffnung verfälscht wird.

Bei der Prüfvorrichtung ist zu beachten, dass eine steife Prüfmaschine mit schneller Steuer- und Messtechnik zu verwenden ist, da beispielsweise bei einem unterkritischen Fasergehalt nach Überschreiten der zentrischen Zugfestigkeit ein plötzlicher Lastabfall auftritt.

Aus dem obigen kurzen Abriss der verschiedenen Ausführungen des zentrischen Zugversuches wird deutlich, dass eine erfolgreiche Durchführung eine aufwendige Versuchsvorbereitung voraussetzt und folglich mit hohen Kosten verbunden ist.

#### 2.3.3 Biegezugversuch

#### 2.3.3.1 Allgemeines

Beim Biegezugversuch werden quaderförmige Probekörper in Form eines 3-Punktoder 4-Punkt-Biegebalkens geprüft. Dieser Versuch hat sich national und international zur Charakterisierung der Leistungsfähigkeit von Stahlfaserbeton durchgesetzt, da die Herstellung der Probekörper, der Versuchsaufbau sowie die Versuchsdurchführung sehr einfach sind und damit geringe Prüfkosten anfallen. Unterschiede bestehen hinsichtlich der Prüfform (3-Punkt- oder 4-Punkt-Biegeversuch), der Messtechnik (Messung der Durchbiegung oder der Rissöffnung), der Probekörperabmessungen und der Frage, ob die Probekörper mit oder ohne Kerbe versehen werden.

#### 2.3.3.2 DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton"

In Deutschland erfolgt die Prüfung nach DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] entsprechend Bild 2-9 an mindestens sechs ungekerbten Balken mit den Abmessungen 15/15/70 cm im 4-Punkt-Biegezugversuch.



#### Bild 2-9: Versuchsaufbau 4-Punkt-Biegezugversuch gemäß DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton"

Als Versuchergebnis erhält man Last-Durchbiegungs-Kurven, aus welchen die Biegezugfestigkeiten und anschließend die zentrischen Nachrisszugfestigkeiten errechnet werden. Die Auswertung erfolgt bei einer Durchbiegung  $\delta$  von 0,5 mm und 3,5 mm. Mit diesen beiden Werten wird der Stahlfaserbeton in die Leistungsklassen L1

und L2 eingeteilt. Der Wert der Leistungsklasse L1 ( $\delta = 0,5$  mm) wird für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis und der Wert der Leistungsklasse L2 ( $\delta = 3,5$  mm) für den Tragfähigkeitsnachweis verwendet.

Die Biegezugfestigkeit  $f_{\text{ctm,flex}}$  ist nach [DAfStb-2012] als Quotient aus einwirkendem Biegemoment M und elastischem Widerstandsmoment W definiert und lässt sich wie folgt ermitteln:

$$f_{\text{ctm,flex,Li}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{M_j}{W_j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{F_{\text{Li},j} \cdot l}{b_j \cdot h_j^2}$$
Gl. 2-6  
mit  
$$F_{\text{Li}} \qquad \text{Belastung an der Stelle L1 bzw. L2}$$
$$l \qquad \text{Stützweite}$$
$$b \qquad \text{Balkenbreite}$$
$$h \qquad \text{Balkenbreite}$$

Die Umrechung der Biegezugfestigkeit in eine zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{\text{ctm,f,Li}}$ erfolgt mithilfe des Umrechnungsfaktors  $\beta$ . Der Umrechnungsfaktor ergibt sich aus einer Momentengleichgewichtsbetrachtung mit einer idealisierten Spannungsverteilung für die Druck- und Zugzone im gerissenen Querschnitt [Str-2007], [6öd-2012]. Es gilt:

Zur Ermittlung der charakteristischen Werte der Nachrisszugfestigkeit sowie des Einflusses der Bauteilhöhe auf den Variationskoeffizienten wird an dieser Stelle auf die Richtlinie verwiesen.

Im Hinblick auf die Dehnungen wird nach DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] angenommen, dass

- $\delta = 0.5$  mm einer Dehnung von  $\varepsilon = 3.5$  ‰ und
- $\delta = 3.5$  mm einer Dehnung von  $\varepsilon = 25.0$  ‰

entspricht.

Das Verfahren zur Bestimmung der Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung aus der Last-Verformungs-Beziehung ist schematisch in Bild 2-10 dargestellt. Die in Bild 2-10 (rechts) angegebene Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung modelliert hierbei fiktiv das Tragverhalten des Stahlfaserbetons [Göd-2010].



Bild 2-10: Umrechnung der Last-Durchbiegungs-Beziehung in eine Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung gemäß DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton"

#### 2.3.3.3 Näherungsansatz nach FALKNER / TEUTSCH / KLINKERT

Neben den zuvor genannten Prüfverfahren kann die Leistungsfähigkeit von faserbewehrtem Normalbeton mithilfe eines empirischen Näherungsansatzes nach FALKNER / TEUTSCH / KLINKERT [Fol-1993-2], [Fol-1999] abgeschätzt werden. Die äquivalente Biegezugfestigkeit lässt sich hiernach bestimmen zu:

nom 
$$f_{ct,flex} = 2,7 \cdot k \cdot V_f \cdot (1 - k \cdot V_f) \cdot \left(\frac{f_{ck}}{0,78}\right)^{2/3}$$
 Gl. 2-8  
mit  
 $k$  Beiwert zur Berücksichtigung der Faserart  
 $k = 5,0$  für Spanfasern  
 $k = 9,0$  für gewellte Blechfasern  
 $k = 0,3 \cdot \lambda_f$  für endverankerte Drahtfasern  
 $k = 0,2 \cdot \lambda_f$  für glatte Drahtfasern  
 $\lambda_f = l_f/d_f$  Faserschlankheit mit Faserlänge  $l_f$  und Faserdurchmesser  $d_f$   
 $V_f$  Fasergehalt  
 $f_{ck}$  charakteristische Zylinderdruckfestigkeit  
 $f_{ck} = f_{cm} - 8,0 \text{ N/mm}^2$ 

a (a

Mithilfe des Faktors  $\beta$  kann die äquivalente Biegezugfestigkeit in eine zentrische Nachrisszugfestigkeit umgerechnet werden. Es gilt:

nom 
$$f_{\text{ctm,f}} = \text{nom } f_{\text{ct,flex}} \cdot \beta$$
 Gl. 2-9  
mit  
 $\beta$  Umrechnungsfaktor  
 $\beta = 0.37$  für Spannungsblock

Diese Nachrisszugfestigkeit kann als konstanter Spannungsblock für Berechnungen angesetzt werden.

Die Herleitung des Ansatzes erfolgte auf Grundlage von Versuchsergebnissen nach [fal-1993-1], [fal-1993-2] und [fal-1999]. Hierbei wurden 240 Biegezugversuche im 4-Punkt-Biegezugversuch entsprechend Bild 2-9 mit den Abmessungen 15/15/70 cm, einer Betondruckfestigkeitsklasse von C20/25 bis C50/60, einem Fasergehalt von 0,25 bis

0,64 Vol.-% (unterkritisches bis teilweise kritisches Tragverhalten) und unterschiedlichen Faserarten (Span-, Blech- und Drahtfasern) durchgeführt. Die mit diesem Ansatz ermittelte Nachrisszugfestigkeit stellt eine Näherung dar und kann zur Abschätzung der Leistungsfähigkeit von normalfestem Stahlfaserbeton, bei dem die Nachrisszugfestigkeit nicht bestimmt wurde, verwendet werden.

Zur Überprüfung des Ansatzes werden nachfolgend Versuchsergebnisse von nach DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" geprüften und ausgewerteten Biegebalken dem Näherungsansatz gegenübergestellt. Die Biegebalken, die innerhalb unterschiedlicher Forschungsvorhaben am iBMB – Fachgebiet Massivbau der TU Braunschweig geprüft wurden, hatten eine Betonfestigkeitsklasse von C20/25 bis C50/60, einen unterkritischen, kritischen oder überkritischen Fasergehalt zwischen 0,19 Vol.-% und 1,53 Vol.-% und wurden entweder mit gekröpften, gewellten oder geraden Drahtfasern ausgeführt. Bild 2-11 zeigt den Vergleich der äquivalenten Biegezugfestigkeit nom $f_{ct,flex}$  (Gl. 2-8) mit der Biegezugfestigkeit  $f_{ctm,flex,L1}$  (links) bzw.  $f_{ctm,flex,L2}$  (rechts) (Gl. 2-6). Wie zu erkennen ist, kann die Biegezugfestigkeit  $f_{ctm,flex,L2}$  der Leistungsklasse L2 (Tragfähigkeitsnachweis) mit dem Näherungsansatz rechnerisch gut nachvollzogen werden.



Bild 2-11:Vergleich der äquivalenten Biegezugfestigkeit nom $f_{ct,flex}$  mit der<br/>Biegezugfestigkeit  $f_{ctm,flex,L1}$  (links) und  $f_{ctm,flex,L2}$  (rechts)

#### 2.3.3.4 Ansatz für UHPFRC nach OETTEL / EMPELMANN

Da durch die DAfStb-Richtlinie [DAfStb-2012] nur Stahlfaserbetone bis zu einer Betondruckfestigkeitsklasse C50/60 und einem unterkritischen Fasergehalt (entfestigendem Nachrissverhalten) abgedeckt sind. entwickelten OETTEL / EMPELMANN [0et-2015-2] einen auf der Richtlinie aufbauenden Ansatz für ultrahochfesten Faserbeton (UHPFRC) mit verfestigendem Nachrissverhalten. Die Herleitung des Ansatzes erfolgte auf Grundlage von Biegezugversuchen (vgl. Bild 2-9) und deren Validierung mithilfe der Finite Elemente Methode (FEM).

Analog zu [DAfStb-2012] werden aus den in Biegeversuchen ermittelten Last-Durchbiegungs-Kurven Biegezugfestigkeiten und anschließend zentrische Nachrisszugfestigkeiten bestimmt. Die Auswertung erfolgt bei einer Durchbiegung  $\delta$ von 0,1 mm, 0,5 mm und 3,5 mm.

Die zentrische Zugfestigkeit der Betonmatrix  $f_{ctm}$  tritt an der Stelle  $\delta = 0,1$  mm auf und kann wie folgt ermittelt werden:

$$f_{\text{ctm}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{F_{\text{el},j} \cdot l}{b_j \cdot h_j^2}$$
Gl. 2-10  
mit  
$$F_{\text{el}}$$
Belastung bei einer Durchbiegung  $\delta = 0,1$  mm  
$$l$$
Stützweite  
bBalkenbreite  
h Balkenbreite

Alternativ hierzu kann die Stelle, an der die zentrische Zugfestigkeit der Betonmatrix  $f_{\rm ctm}$  auftritt, auch mit dem Linearitäts-Kriterium nach NITSCHKE [Nit-1998] festgelegt werden.

Zur Ermittlung der zentrischen Nachrisszugfestigkeit  $f_{\text{ctm,f},\delta}$  wird die Prüfkraft  $F_{\delta}$  an den Stellen  $\delta = 0.5$  mm und  $\delta = 3.5$  mm entsprechend Gl. 2-6 in eine Biegezugfestigkeit  $f_{\text{ctm,flex},\delta}$  über

$$f_{\text{ctm,flex},\delta} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{M_j}{W_j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{F_{\delta,j} \cdot l}{b_j \cdot h_j^2}$$
Gl. 2-11

und diese dann analog Gl. 2-7 in eine zentrische Nachrisszugfestigkeit umgerechnet:

$$f_{\text{ctm,f},\delta} = f_{\text{ctm,flex},\delta} \cdot \beta_{\delta}$$
 Gl. 2-12  
mit

$$\begin{array}{c} \beta_{\delta} & \\ \beta_{0,5} = 0,19 \cdot \frac{f_{\text{max}}}{F_{el}} + 0,37 \\ \beta_{3,5} = 0,37 \end{array} \qquad \qquad \text{bei einer Durchbiegung } \delta = 0,5 \text{ mm} \\ \text{bei einer Durchbiegung } \delta = 3,5 \text{ mm} \end{array}$$

17

Die zugehörigen Dehnungen werden wie folgt angenommen:

- $\delta = 0.1$  mm entspricht  $\varepsilon = f_{\rm ctm}/E_{\rm cm}$
- $\delta = 0.5$  mm entspricht  $\varepsilon = 3.5$  ‰
- $\delta = 3.5$  mm entspricht  $\varepsilon = 25.0$  ‰

Bild 2-12 zeigt schematisch das Verfahren zur Bestimmung der Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung aus der Last-Verformungs-Beziehung für UHPFRC nach [0et-2015-2]. Danach unterscheiden sich die Ansätze nach [DAf5tb-2012] (vgl. Abschn. 2.3.3.2) und [0et-2015-2] beim Umrechnungsfaktor  $\beta$  und im Verlauf der Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung.



Bild 2-12: Umrechnung der Last-Durchbiegungs-Beziehung in eine Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung für UHPFRC gemäß Ansatz OETTEL / EMPELMANN

## 3 Grundlagen der Torsionstheorie

## 3.1 Allgemeines

Wird ein stabförmiges Bauteil durch eine Kraft beansprucht, deren Wirkungslinie außerhalb des Schubmittelpunkts M bzw. der Drillachse des Stabquerschnitts verläuft, so entstehen im Stab Torsionsbeanspruchungen.

Durch die Torsionsbeanspruchung tritt eine Verdrillung  $\vartheta$  (Verdrehung  $\varphi$ ) des Stabes auf. Bei wölbfreien Querschnitten stellt sich keine Verwölbung der Querschnittsflächen ein, da die einzelnen Fasern in Richtung der Stabachse keine Längenverschiebung *u* erfahren. Demgegenüber erfahren die einzelnen Stabfasern bei nicht wölbfreien Querschnitten ungleichmäßige Verformungen in Bauteillängsrichtung, weshalb eine Verwölbung der ursprünglich ebenen Querschnittsflächen auftritt (Bild 3-1).



## Bild 3-1: Verformung eines zylindrischen (links) und eines prismatischen Stabes (rechts) unter Torsionsbeanspruchung

Als wölbfreie Querschnitte gelten

- Kreisvoll- und Kreisringquerschnitte,
- Querschnitte bestehend aus zwei schmalen Rechtecken mit einem gemeinsamen Schnittpunkt der Mittellinie (entspricht Schubmittelpunkt *M*) und
- dünnwandige Hohlquerschnitte, deren resultierende Wanddickenvektoren einer Ecke sich in einem Punkt schneiden.

Alle anderen Querschnitte zählen zu den nicht wölbfreien Querschnitten. Bild 3-2 zeigt Beispiele für wölbfreie und nicht wölbfreie Querschnitte.

In Bezug auf wölbfreie Querschnitte ist zu beachten, dass die Eigenschaft der Wölbfreiheit verloren geht, wenn sie um eine erzwungene Drillachse verdrillt werden. In diesem Fall tritt auch in wölbfreien Querschnitten eine Verwölbung auf.



Bild 3-2: Beispiele für wölbfreie und nicht wölbfreie Querschnitte

Bei wölbfreien Querschnitten und bei nicht wölbfreien Querschnitten deren Querschnittsverwölbungen sich ungehindert ausbilden können, entstehen ausschließlich Torsionsschubspannungen und keine Normalspannungen. Diese Torsionsschubspannungen stehen im Gleichgewicht mit dem äußeren Torsionsmoment und man spricht in diesem Fall von einer reinen oder primären Torsion. Da die Theorie der reinen Torsion von SAINT-VÈNANT [Sui-1856] entwickelt wurde, wird diese Torsion oft auch als SAINT-VÈNANT'sche Torsion bezeichnet.

Wird die Querschnittsverwölbung bei wölbfreien Querschnitten – die um eine erzwungene Drillachse verdrillt werden – und bei nicht wölbfreien Querschnitten behindert, entstehen Torsionsschub- und Torsionslängsspannungen, welche als sekundäre Torsion oder aber Wölbkrafttorsion bezeichnet werden. Eine Behinderung der Verwölbung der Querschnittsebenen kann durch

- die Art der Lagerung (Einspannung),
- eine sprunghafte Veränderung des Querschnittes entlang der Stablängsachse oder
- eine sprunghafte Veränderung der Torsionsbeanspruchung (angreifendes Torsionseinzelmoment)

entstehen. In diesen Fällen steht das äußere Torsionsmoment mit einem Anteil aus SAINT-VÈNANT'scher Torsion  $T_S$  und einem Anteil aus Wölbkrafttorsion  $T_W$  im Gleichgewicht (Bild 3-3). Allgemein gilt:

$$T = T_{\rm S} + T_{\rm W} \tag{G1. 3-1}$$

Der Anteil an Wölbkrafttorsion ist entlang der Bauteillängsachse überproportional veränderlich, da sich deren Größe nach dem Grad der Wölbbehinderung und der Torsionssteifigkeit des Stabes richtet.



Bild 3-3:Qualitativer Verlauf von SAINT-VÈNANT'scher Torsion Ts und<br/>Wölbkrafttorsion Tw entlang der Stablängsachse

20
Wie aus Bild 3-3 ersichtlich, sinkt der Anteil an Wölbkrafttorsion mit zunehmendem Abstand zur Wölbbehinderung. Des Weiteren verringert sich der Anteil der Wölbkrafttorsion in ihrer Größe und Ausdehnung beim Vorhandensein einer geringen, im Gegensatz zu einer hohen Torsionssteifigkeit.

Im Stahlbeton- und Spannbetonbau werden hauptsächlich nicht wölbfreie Querschnitte eingesetzt. Da die Torsionssteifigkeit mit einsetzender Rissbildung jedoch drastisch abfällt (s. [Leo-1974]), verringert sich der Einfluss der Wölbkrafttorsion auf einen Bruchteil. Bei der Herleitung von Bemessungsgleichungen, die von einem gerissenen Zustand ausgehen, reicht daher im Allgemeinen die alleinige Betrachtung der SAINT-VÈNANT'schen Torsion aus. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass die auftretende Verwölbung nicht behindert wird.

## 3.2 Tragverhalten nach der Elastizitätstheorie

## 3.2.1 Allgemeines

Erste grundlegende Beschreibungen des Torsionstragverhaltens von stabförmigen Bauteilen mithilfe der Elastizitätstheorie erfolgten von COULOMB [Cou-1787] und NAVIER [Nov-1833]. Im Gegensatz zu COULOMB, der nur kreisförmige Querschnitte untersuchte, bezog NAVIER neben kreisförmigen auch quadratische und rechteckige Querschnitte mit ein. Unter der Annahme, dass keine Verwölbung auftritt (Ebenbleiben der Querschnitte) und dass sich die Querschnitte in Bauteillängsrichtung als starre Scheiben gegeneinander verformen (Gestalt der Querschnitte bleibt erhalten), wurden hauptsächlich von COULOMB erste grundlegende Ableitungen zur Beschreibung des Torsionstragverhaltens für kreisförmige Querschnitte entwickelt, die nachfolgend dargestellt sind (Bild 3-4).



Bild 3-4: Verformung eines Stabes mit Kreisquerschnitt unter Torsion

Die Verdrillung  $\vartheta$  ist die auf eine Längeneinheit bezogene Verdrehung  $\varphi$  zweier Querschnitte. Es gilt:

$$\vartheta = \frac{d\varphi}{dx}$$
 Gl. 3-2

Des Weiteren ist

$$r \cdot d\varphi = \gamma \cdot dx,$$
 G1. 3-3

weshalb für den Gleitwinkel  $\gamma$  einer Stabfaser

$$\gamma = r \cdot \frac{d\varphi}{dx} = r \cdot \vartheta \tag{G1. 3-4}$$

gilt. Unter Ansatz des HOOK'schen Gesetzes bei reinem Schub

$$\tau = G \cdot \gamma$$
 Gl. 3-5

folgt

$$\tau = G \cdot r \cdot \vartheta \,. \tag{G1. 3-6}$$

Die Gleichgewichtsbedingungen zwischen äußerer Schnittkraft T und inneren Spannungen liefert

$$T = \int_{A} \tau \cdot r \cdot dA \qquad \qquad \text{Gl. 3-7}$$

und mit Gl. 3-6 folgt für das Torsionsmoment

$$T = \int_{A} (G \cdot r \cdot \vartheta) \cdot r \cdot dA = G \cdot \vartheta \cdot \int_{A} r^{2} \cdot dA = G \cdot \vartheta \cdot I_{\mathrm{T}}$$
Gl. 3-8

bzw. umgestellt für die Verdrillung

$$\vartheta = \frac{T}{G \cdot l_{\rm T}}.$$
 Gl. 3-9

Hierbei bezeichnet G den Schubmodul und I<sub>T</sub> das Torsionsträgheitsmoment.

Die linear über den Kreisquerschnitt verteilten Schubspannungen  $\tau$  können durch Umstellen der Gl. 3-6 nach  $\vartheta$  und Einsetzen in Gl. 3-9 über

$$\tau = \frac{T}{I_{\rm T}} \cdot r$$
Gl. 3-10

bzw. die am Querschnittsrand ( $r = r_{max}$ ) auftretenden maximalen Schubspannungen  $\tau_{max}$  durch Einführung des Torsionswiderstandsmoments  $W_T$  über

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\mathrm{T}}}$$
Gl. 3-11

ermittelt werden.

Anschließend versuchte NAVIER in seinen Untersuchungen eine erste allgemeine Beschreibung des Torsionsproblems auf Basis der oben dargestellten Gleichungen. Aufgrund der Annahme, dass keine Verwölbungen auftreten, konnte NAVIER das Torsionstragverhalten von stabförmigen Bauteilen mit nicht wölbfreien Querschnitten jedoch nicht fehlerfrei beschreiben [5zo-2001].

### 3.2.2 SAINT-VENANT'sche Torsionstheorie

Die vollständige Lösung für das Torsionsproblem von beliebigen Querschnitten gelang SAINT-VÈNANT [Sui-1856], der ein Schüler von NAVIER war. Im Gegensatz zu NAVIER setzte SAINT-VÈNANT eine Querschnittsverwölbung voraus, die unbehindert möglich ist, wodurch keine Normalspannungen und lediglich Schubspannungen auftreten. Des Weiteren führte SAINT-VÈNANT zur Beschreibung der komplexen Querschnittsverwölbung (vgl. Bild 3-1 rechts) die Verwölbungsfunktion  $\Psi$  ein (Bild 3-5 links). Aus den Gleichgewichtsbedingungen der allgemeinen dreidimensionalen Spannungszustände an einem infinitesimalen Volumenelement entwickelte SAINT-VÈNANT die grundlegende Differentialgleichung für die Verwölbungsfunktion  $\Psi$ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \Delta \Psi = 0$$
Gl. 3-12

Über die Bestimmung der Verwölbungsfunktion  $\Psi$  kann die Verdrillung  $\vartheta$  und anschließend der Verlauf und die Größe der Schubspannungen  $\tau$  und hieraus wiederum das Torsionsmoment T und das Torsionsträgheitsmoment  $I_{\rm T}$  ermittelt werden.



Bild 3-5: Veranschaulichung der Verwölbungsfunktion  $\Psi(y, z)$  (links) und der Torsionsfunktion  $\Phi(y, z)$  (rechts) für einen rechteckigen Vollquerschnitt mit h/b = 2, 0 nach [Zed-2011]

Die Größe der Querschnittsverwölbungen spielt in der SAINT-VÈNANT'schen Torsionstheorie keine unmittelbare Rolle. Sie treten zwar auf, beeinflussen jedoch – wenn sie sich frei einstellen können – nicht die Größe der Torsionsschubspannungen. Werden die Verwölbungen behindert, ist die SAINT-VÈNANT'sche Torsionstheorie ohnehin nicht mehr gültig. Vielmehr ist es deshalb zweckmäßiger, die Schubspannungen  $\tau$  bzw. das Torsionsträgheitsmoment  $I_{\rm T}$  über einen direkten Weg und nicht über den Umweg der Verwölbung zu bestimmen. Dieses kann über die Einführung einer Spannungsfunktion F oder aber einer Torsionsfunktion  $\Phi$  erfolgen (Bild 3-5 rechts), wobei der Verlauf der Spannungsfunktion qualitativ identisch mit dem Verlauf der Torsionsfunktion ist. Mit der hieraus folgenden grundlegenden Differentialgleichung für die Spannungsfunktion F bzw. der grundlegenden Differentialgleichung für die Torsionsfunktion  $\Phi$  ist eine direkte Ermittlung der Schubspannungen  $\tau$  bzw. des Torsionsträgheitsmoments  $I_{\rm T}$  möglich. Der Unterschied zwischen den beiden Funktion besteht darin, dass die Torsionsfunktion  $\Phi$  im Gegensatz zur Spannungsfunktion F last- und werkstoffunabhängig (Verdrillung  $\vartheta$  und Schubmodul G) ist und damit eine reine Querschnittsfunktion darstellt.

Weiterführende Informationen hierzu und detaillierte Herleitungen können [Tim-1951], [Sza-2001], [Fri-1993], [Teu-1980] oder [Zed-2011] entnommen werden.

# 3.2.3 Schubspannungs-Analogien

Da die mathematische Lösung der grundlegenden Differentialgleichung von Torsionsproblemen (Verwölbungsfunktion  $\Psi$ , Spannungsfunktion F oder Torsionsfunktion  $\Phi$ ) weiterführende mathematische Kenntnisse erfordert, wurden u. a. die

- THOMSON'sche Strömungs-Analogie,
- PRANDTL'sche Membran-Analogie und
- NADAI'sche Sandhügel-Analogie

entwickelt, mit denen die nach der SAINT-VÈNANT'schen Torsionstheorie ausschließlich auftretenden Torsionsschubspannungen anschaulich dargestellt werden können. Die Analogien werden nachfolgend kurz erläutert.

## 3.2.3.1 THOMSON'sche Strömungs-Analogie

Der Verlauf und die Größe der Schubspannung  $\tau$  können mithilfe der Strömungs-Analogie von THOMSON [Tho-1882] bestimmt werden. THOMSON erkannte, dass die Spannungsfunktion *F* identisch mit der Strömungsfunktion einer inkompressiblen, reibungslosen Flüssigkeit ist, die in einem Behältnis mit der Form des Querschnittes mit konstanter Zirkulation um den Schubmittelpunkt fließt (Bild 3-6) [Tim-1951]. Die Richtung der Strömlinien stimmt mit der Schubspannungsrichtung überein und die Geschwindigkeit der Strömung ist proportional zur Schubspannung  $\tau$  [Sza-2001].



Bild 3-6: Strömungs-Analogie nach THOMSON

Aus der Strömungs-Analogie in Bild 3-6 wird ersichtlich, dass die Schubspannung

- mit schlanker werdendem Querschnitt steigt,
- beim Vollquerschnitt am Querschnittsrand der engsten Stelle am größten ist,
- beim Hohlquerschnitt in der dünnsten Wand am größten ist,
- an einer scharf ausspringenden Querschnittskante Null ist und
- an einer scharf einspringenden Querschnittskante unendlich groß ist.

## 3.2.3.2 PRANDTL'sche Membran-Analogie

Bei der von PRANDTL [Pra-1903], [Pra-1904] entwickelten Membran-Analogie wird in die ebene Platte einer Box eine Öffnung in Form des Querschnittes geschnitten. Über diese Öffnung wird eine ideale, schubspannungsfreie Membran gespannt und die Box mit Innendruck beaufschlagt, sodass ein Membranhügel entsteht. Bei Hohlquerschnitten wird im Bereich der Aussparung eine starre Platte lose auf die Membran gelegt (Bild 3-7). Da in der idealen, schubspannungsfreien Membran lediglich tangential gerichtete, konstante Zugspannungen auftreten und sie vergleichbar mit einer Seifenhaut ist, wird diese Analogie oft auch als Seifenhaut-Analogie bezeichnet.

PRANDTL erkannte, dass zwischen der grundlegenden Differentialgleichung für die Spannungsfunktion F bzw. Torsionsfunktion  $\Phi$  eine Analogie zur Differentialgleichung für Verformungen einer durch Überdruck verformten Membran besteht (vgl. Bild 3-5 rechts und Bild 3-7). Die Verformung der Membran ist hierbei gleich der Spannungsbzw. Torsionsfunktion. Aus dieser Erkenntnis ergeben sich aus dem Membranhügel folgende Größen:

- Die Schichtlinien der Hügelhöhen entsprechen den Schubspannungslinien respektive dem Schubspannungsverlauf.
- Die Steigung der Membran ist proportional zur Größe der resultierenden Schubspannung die größte Steigung entspricht  $\tau_{max}$  und der Gipfelpunkt entspricht  $\tau = 0$ .
- Das Volumen des Membranhügels ist proportional zur Torsionstragfähigkeit bzw. zum Torsionsträgheitsmoment I<sub>T</sub>.



Bild 3-7: Membran-Analogie nach PRANDTL

Da die Höhenschichtlinien des Hügels vergleichbar mit den Stromlinien der Strömungs-Analogie sind, ergeben sich aus den Schichtlinien dieselben qualitativen Erkenntnisse in Bezug auf den Verlauf und die Größe der Schubspannungen wie nach Abschnitt 3.2.3.1.

Ein Vorteil der Membran-Analogie im Gegensatz zur Strömungs-Analogie besteht darin, dass die Torsionstragfähigkeiten unterschiedlicher Querschnitte über das Volumen des Membranhügels sehr schnell qualitativ miteinander verglichen werden können (vgl. Bild 3-7,  $I_{T,Voll} > I_{T,Hohl}$ ).

## 3.2.3.3 NADAI'sche Sandhügel-Analogie

Die Sandhügel-Analogie von NADAI [Nod-1923], [Nod-1950] entspricht einer Erweiterung der PRANDTL'schen Membran-Analogie auf Grundlage der Plastizitätstheorie und kann zur Abschätzung der Torsionsschubspannungen und der Torsionstragfähigkeit von vollplastifizierten Voll- und dickwandigen Hohlquerschnitten angewandt werden.

Die Form des Querschnittes wird aus einer ebenen Platte herausgeschnitten und hierüber Sand gestreut bzw. aufgeschüttet. Aufgrund der Eigenschaft von Sand im aufgeschütteten Zustand entsteht ein Sandhügel mit allseitig konstant unter 45° geneigten Böschungsflächen (Bild 3-8).



Bild 3-8: Sandhügel-Analogie nach NADAI

Die Form der Sandfläche stellt in Analogie einen Sonderfall der Spannungsfunktion F bzw. Torsionsfunktion  $\Phi$  dar (vgl. 3.2.2), weshalb sich aus dem Sandhügel folgende Größen ergeben:

- Die Schichtlinien der Hügelhöhen entsprechen den Schubspannungslinien bzw. dem Schubspannungsverlauf.
- Die Steigung der Sandfläche ist proportional zur Größe der resultierenden Schubspannung die Schubspannungen sind umlaufend konstant und die Gipfellinie entspricht  $\tau = 0$ .
- Das Volumen des Sandhügels ist proportional zur plastischen Torsionstragfähigkeit bzw. zum plastischen Torsionswiderstandsmoment W<sub>T,pl</sub>.

Bei der NADAI'schen Sandhügel-Analogie ist jedoch zu berücksichtigen, dass aufgrund der zugrundegelegten Plastizitätstheorie die Torsionstragfähigkeit über- und folglich die Torsionsschubspannungen unterschätzt (vgl. Gl. 3-11) werden.

## 3.2.4 BREDT'sche Torsionstheorie

Wie bereits unter Abschnitt 3.2.2 erwähnt, kann die von SAINT-VÈNANT entwickelte grundlegende Differentialgleichung für Torsionsprobleme für beliebige Querschnitte verwendet werden. Da deren Lösung sehr aufwendig ist, entwickelte BREDT [Bre-1896-1], [Bre-1896-2] auf Grundlage der SAINT-VÈNANT'schen Torsionstheorie vereinfachte Formeln für dünnwandige Querschnitte.

BREDT ging bei seiner Torsionstheorie davon aus, dass bei dünnwandigen Querschnitten die Spannungsfunktion F im Bereich der Wanddicke vereinfacht eine konstante Steigung aufweist. Nach der PRANDTL'schen Membran-Analogie würde dieses bedeuten, dass die Membran im Bereich der Wanddicke nicht gewölbt (vgl. Bild 3-7), sondern gerade ist (Bild 3-9).

## 3 Grundlagen der Torsionstheorie



Bild 3-9: Vereinfachung der Membranform bzw. Spannungsfunktion F(y, z) bei dünnwandigen Hohlquerschnitten nach BREDT

Aus der konstanten Steigung folgt eine über die Wanddicke t konstante Torsionsschubspannung  $\tau$ , welche über

$$v = \tau \cdot t$$
 Gl. 3-13

zu einem konstanten, umlaufenden Schubfluss v zusammengefasst werden kann. Der Schubfluss kann als Schubkraft je Längeneinheit interpretiert werden, weshalb sich das Torsionsmoment T über den Hebelarm je Wandabschnitt zum Schubmittelpunkt  $r_{\perp}$  zu

$$T = v \cdot \oint r_{\perp} \cdot ds \tag{G1. 3-14}$$

ergibt. Aus der in Bild 3-10 (links) dargestellten dreiecksförmigen Sektorfläche  $dA_k$  lässt sich erkennen, dass

$$r_{\perp} \cdot ds = 2 \cdot dA_{\rm k} \tag{G1. 3-15}$$

und folglich

$$\oint r_{\perp} \cdot ds = 2 \cdot A_{\mathbf{k}}$$
 GI. 3-16

ist. In Gl. 3-16 bezeichnet  $A_k$  die durch die Wandmittellinie eingeschlossene Kernquerschnittsfläche.



Bild 3-10: Sektorfläche (links) und Schubspannungsverteilung (rechts) bei einem dünnwandigen, geschlossenen Hohlquerschnitt mit konstanter Wanddicke

Durch Einsetzen von Gl. 3-16 in Gl. 3-14 und Umstellung nach Schubfluss v folgt

$$v = \frac{T}{2 \cdot A_{\rm k}}.$$
 Gl. 3-17

Setzt man nun Gl. 3-13 in Gl. 3-17 ein, gilt für die konstante Schubspannung  $\tau$ :

$$\tau = \frac{T}{2 \cdot A_{k'} t}$$
Gl. 3-18

Des Weiteren wurde von BREDT eine Differentialgleichung für die Verdrillung  $\vartheta$  von dünnwandigen, geschlossenen Hohlquerschnitten zu

$$\vartheta = \frac{T}{G \cdot \left(4 \cdot A_{k}^{2} / \frac{\phi ds}{t}\right)}$$
Gl. 3-19

entwickelt, auf deren Herleitung an dieser Stelle verzichtet und auf [May-2012] verwiesen wird. Durch Vergleichen der Differentialgleichung mit der allgemeinen Beziehung für Stäbe mit kreisförmigem Querschnitt (Gl. 3-9) folgt, dass sich das Torsionsträgheitsmoment von dünnwandigen, geschlossenen Hohlquerschnitten zu

$$I_{\rm T} = \frac{4 \cdot A_{\rm k}^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$
Gl. 3-20

ermitteln lässt.

In der Literatur wird Gl. 3-17 oder Gl. 3-18 oft als "1. BREDT'sche Formel" und Gl. 3-19 oder Gl. 3-20 als "2. BREDT'sche Formel" bezeichnet.

#### 3.2.5 Abgrenzung dünnwandige und dickwandige Hohlquerschnitte

Da in der BREDT'schen Torsionstheorie vereinfacht von einer über die Wanddicke konstanten Schubspannung ausgegangen wird, unterscheiden sich die Ergebnisse für die berechneten Schubspannungen und Torsionsträgheitsmomente mit zunehmender Wanddicke von der genauen Lösung nach der SAINT-VÈNANT'schen Torsionstheorie. Im Massivbau werden jedoch häufig Hohlquerschnitte mit eher dicken Wandungen eingesetzt. Diesem Umstand zufolge untersuchten LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974] die Abweichungen der BREDT'schen von der SAINT-VÈNANT'schen Torsionstheorie für kreisförmige Querschnitte in Abhängigkeit des Verhältnisses von Wanddicke t zu Außendurchmesser d und kamen zu dem Ergebnis, dass die BREDT'sche Torsionstheorie bis zu einem Verhältnis von t/d < 0,1 ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

Aufbauend hierzu führte ZEDLER [Zed-2011] weitere Betrachtungen an kreisförmigen Querschnitten und theoretischen Untersuchungen an reckteckförmigen Querschnitten durch. Unter Ansatz einer maximal zulässigen Abweichung von 10 % kommt ZEDLER in Bezug auf reckteckförmige Querschnitte zu dem Ergebnis, dass bei der Ermittlung des Torsionswiderstandsmoments  $W_T$  bis zu einem Verhältnis von t/b < 0.08 (mit

 $b \le h$ ) von einem dünnwandigen Querschnitt ausgegangen und folglich die BREDT'sche Torsionstheorie verwendet werden kann.

Im Stahlbau, wo vorrangig dünnwandige zusammengesetzte Querschnitte verwendet werden, erfolgt die Abgrenzung von dünnwandigen zu dickwandigen Querschnitten durch ein Verhältnis von  $t_i/h_i < 0,1$ , wobei  $t_i$  der Dicke und  $h_i$  der zugehörigen Länge des Teilquerschnitts i entspricht [Hir-1998].

Da die oben genannten Ansätze ähnliche Ergebnisse liefern, wird im Zuge dieser Arbeit bis zu einem Verhältnis von  $t/b \le 0.1$  von einem dünnwandigen Querschnitt und damit von der Gültigkeit der BREDT'schen Torsionstheorie ausgegangen.

# 3.3 Tragverhalten im Zustand I

## 3.3.1 Allgemeines

Infolge von Erhärtungsprozessen, abfließender Hydratationswärme und Schwinden bilden sich im Beton frühzeitig Mikrorisse, wodurch kein linear-elastisches Materialverhalten vorliegt. Dennoch kann das Torsionstragverhalten von Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen im ungerissenen Zustand (Zustand I) näherungsweise mit der Elastizitätstheorie beschrieben werden. Bis zum Erreichen der Torsionsrisslast sind demzufolge die auftretenden Verformungen proportional zu den aufgebrachten Lasten.

## 3.3.2 Torsionstragfähigkeit im Zustand I

In der Praxis tragen Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken einwirkende Torsionsmomente vorwiegend über die SAINT-VÈNANT'sche Torsion ab. Eine eventuell auftretende Wölbkrafttorsion im Auflager- oder Lasteinleitungsbereich kann im Zustand I vereinfacht vernachlässigt werden. Da sich bei SAINT-VÈNANT'scher bzw. reiner Torsion definitionsgemäß ein reiner Schubspannungszustand einstellt, treten bei Beton- und Stahlbetonbalken unter 45° bzw. 135° zur Längsachse geneigte, wendelförmig umlaufende Hauptzug- und Hauptdruckspannungen auf (Bild 3-11). Hierbei entspricht die Hauptzugspannung

$$\sigma_1 = +\tau \qquad \qquad \text{Gl. 3-21}$$

und die Hauptdruckspannung

$$\sigma_2 = -\tau \,. \tag{G1. 3-22}$$



Bild 3-11: Verlauf der Hauptzug- und Hauptdruckspannungen bei einem Beton- bzw. Stahlbetonbalken im Zustand I unter reiner Torsionsbeanspruchung

Erreichen die Hauptzugspannungen mit steigendem Torsionsmoment die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , reißt der Beton und die Risse verlaufen parallel zu den Hauptdruckspannungen mit 45° Neigung. Bei Spannbetonbalken weicht der Risswinkel in Abhängigkeit der zusätzlich wirkenden Drucknormalspannungen zunehmend von 45° ab. Aus der Betrachtung des unter Bild 3-12 dargestellten MOHR'schen Spannungskreises ergibt sich der Risswinkel  $\theta_{cr}$  für einen Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken wie folgt:

$$\cot \theta_{\rm cr} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm x}}{f_{\rm ct}}}$$
Gl. 3-23  
mit  
$$\sigma_{\rm x} \qquad \text{Normalspannung in Bauteillängsrichtung mit } \sigma_{\rm x} < 0 \text{ für Druckbeanspruchung}$$
$$f_{\rm ct} \qquad \text{zentrische Betonzugfestigkeit}$$



Bild 3-12: MOHR'scher Spannungskreis für  $\sigma_v = 0$ 

Das Torsionsrissmoment  $T_{cr}$  kann für Beton- und Stahlbetonbalken durch Umstellen der Gl. 3-11 und mit Einsetzen von  $\tau_{max} = \sigma_1 = f_{ct}$  wie folgt ermittelt werden:

$$T_{\rm cr} = W_{\rm T} \cdot f_{\rm ct} \tag{G1. 3-24}$$

Bei Spannbetonbalken ist die zusätzlich wirkende Drucknormalspannung zu berücksichtigen. Aus dem MOHR'schen Spannungskreis folgt:

$$T_{\rm cr} = W_{\rm T} \cdot f_{\rm ct} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm x}}{f_{\rm ct}}} \qquad \text{Gl. 3-25}$$

mit

 $\sigma_x$ Normalspannung in Bauteillängsrichtung mit  $\sigma_x < 0$  für Druckbeanspruchung $f_{ct}$ zentrische Betonzugfestigkeit

Die (Netz-)Bewehrung kann bei der Ermittlung des Torsionsrissmoments von Stahlbeton- und Spannbetonbalken vereinfacht vernachlässigt werden, da der Einfluss der Steifigkeit der Bewehrung auf die Festigkeitskennwerte des Betons im Zustand I auch bei sehr hohen Bewehrungsgraden sehr gering ist [Leo-1974].

Das in Gl. 3-24 und Gl. 3-25 anzusetzende Torsionswiderstandsmoment  $W_{\rm T}$  kann für beliebige Querschnitte aus der Lösung der unter Abschnitt 3.2.2 erläuterten Torsionsfunktion  $\Phi$  ermittelt werden. Für reckteckförmige Vollquerschnitte ergibt sich hieraus eine Reihenentwicklung, die letztendlich auf ein Reihenglied vereinfacht werden kann, da die Reihenglieder sehr gut konvergieren [Sza-2001]. Diese ausreichend genaue Näherungslösung für  $W_{\rm T}$  (und  $I_{\rm T}$ ) kann Tabelle 3-1 entnommen werden (Zeile 1 bis 3), wobei sich die Faktoren  $\alpha$  und  $\beta$  zu

$$\alpha = \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \tanh\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{b}\right)$$
Gl. 3-26

und

$$\beta = \alpha \cdot \left(1 - \frac{8}{\pi^2 \cdot \cosh\left(\frac{\pi}{2}\frac{h}{b}\right)}\right)^{-1}$$
Gl. 3-27

ermitteln lassen. Die Ermittlung des Torsionswiderstandsmomentes  $W_T$  und des Torsionsträgheitsmoments  $I_T$  für dünnwandige Hohlquerschnitte kann hingegen in guter Näherung über die BREDT'sche Torsionstheorie erfolgen (s. Abschn. 3.2.4 und Tabelle 3-1, Zeile 4).

Durch Umstellen der Gl. 3-24 bzw. Gl. 3-25 können aus den in Torsionsversuchen ermittelten Torsionsrissmomenten die maximal aufnehmbaren Zugspannungen ermittelt werden. Hierbei zeigt sich, dass tendenziell höhere Zugspannungen als die mittlere zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  aufgenommen werden können. In unterschiedlichen Veröffentlichungen wurde durch die Verwendung empirischer Korrekturfaktoren versucht, die rechnerisch bestimmten Torsionsrissmomente an die experimentellen

Torsionsrissmomente anzupassen [5ch-2011]. Diese Faktoren sind jedoch verständlicherweise nur für den untersuchten Versuchsbereich gültig.

Tabelle 3-1:	Torsionsträgheitsmoment $I_{T}$ und Torsionswiderstandsmoment $W_{T}$ für
	verschiedene Querschnitte

Querschnitt	Ι <sub>T</sub>			W <sub>T</sub>			Bemerkung		
$\tau = 0$ $\tau_{max}$ $\tau_{max}$	0,141 · <i>a</i> <sup>4</sup>			$0,208 \cdot a^3$			$ au_{\max}$ in den Seitenmitten $ au = 0$ in den Ecken		
$\tau = 0$ $\tau_{max}$	$\alpha \cdot h \cdot b^3$		$\alpha \cdot h \cdot b^3 \qquad \beta \cdot h \cdot b^2$			Voraussetzung: $h/b \ge 1,0$ $\tau = 0$ in den Ecken			
	h/b	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	8,0	10,0	8
	α	0,141	0,196	0,229	0,263	0,281	0,307	0,312	0,333
	β	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,307	0,312	0,333
$\begin{array}{c} & & & \\ \hline t_1 = t_{max} \\ \hline t_3 \\ \hline t_3 \\ \hline t_{k,3} = h_{k,1} \end{array}$	$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i} h_{k,i} \cdot t_i^3$			$\frac{1}{3 \cdot t_{\max}} \cdot \sum_{i} h_{k,i} \cdot t_i^3$		$ au_{ m max}$ bei $t_{ m max}$			
$t_{1} = t_{min}$	$\frac{4\cdot h_{\mathrm{k}}^2 \cdot b_{\mathrm{k}}^2}{2\cdot (b_{\mathrm{k}}/t_1 + h_{\mathrm{k}}/t_2)}$		$2 \cdot h_k \cdot b_k \cdot t_{\min}$		Voraussetzung: dünnwandig τ <sub>max</sub> bei t <sub>min</sub>				

Eine systematische Auswertung von Torsionsversuchen in Bezug auf das Torsionsrissmoment liefert ZEDLER [Zed-2011]. ZEDLER kommt in seinen Untersuchungen zu der Erkenntnis, dass die maximalen Zugspannungen im Zustand der Erstrissbildung stets größer als die zentrische Betonzugfestigkeit sind und von der Querschnittsschlankheit sowie von der absoluten Querschnittsgröße abhängen.

Diese Querschnittsabhängigkeit wurde bereits von LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974] festgestellt und auf folgende Aspekte zurückgeführt:

- Je gleichförmiger die Verteilung der Schubspannungen nach Elasitzitätstheorie, desto kleiner das Torsionsrissmoment (vgl. rechteckigförmiger Voll- und Hohlquerschnitt in Bild 3-6).
- Je größer die Querschnittsabmessungen, desto kleiner das Torsionsrissmoment infolge des zunehmenden Einflusses von nichtlinearen Eigenspannungen.

ZEDLER schlägt auf Basis seiner Untersuchungen vor, dass z. B. für die Ableitung einer Mindesttorsionsbewehrung die maximale Zugspannung vereinfacht zu

$$f_{\rm ctm,T} = 1,25 \cdot f_{\rm ctm}$$
 Gl. 3-28

angenommen werden kann.

Bei all diesen Untersuchungen ist jedoch zu berücksichtgen, dass in experimentellen Versuchen die Identifizierung des Torsionsrissmoments durch die Beobachtung des Belastungsanzeigers (kurzer Stillstand) und/oder Verformungsanzeigers (plötzliche Verformungszunahme) sowie durch das Absuchen der Balkenoberfläche nach ersten sichtbaren Rissen nicht ganz fehlerfrei erfolgen kann und das Torsionsrissmoment tendenziell zu spät erkannt wird. Gerade bei der üblichen Prüfung von liegenden Balken treten die ersten sichtbaren Risse infolge der zusätzlichen Biegezugspannungen aus Eigengewicht an der Balkenunterseite und damit an einem schwer einsehbaren Bereich auf.

## 3.3.3 Torsionssteifigkeit im Zustand I

Die Bestimmung der bei Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung auftretenden Verdrillung  $\vartheta$  kann im Zustand I näherungsweise nach der Elastizitätstheorie über

$$\vartheta = \frac{T}{\kappa}$$
 Gl. 3-29

erfolgen (vgl. Gl. 3-9). K bezeichnet hierbei die Torsionssteifigkeit:

$$K = G \cdot I_{\rm T}$$
 Gl. 3-30

Nach [Leo-1974], [Teu-1979] kann die Torsionssteifigkeit bei Stahlbeton- und Spannbetonbalken im Zustand I unter Vernachlässigung der (Netz-)Bewehrung ermittelt werden. Das in Gl. 3-30 anzusetzende Torsionsträgheitsmoment  $I_{\rm T}$  ist demzufolge vom reinen Betonquerschnitt abhängig und kann in guter Näherung entsprechend Tabelle 3-1 bestimmt werden (vgl. Abschn. 3.3.2). Der Schubmodul *G* ist materialabhängig und wie folgt definiert:

$$G = \frac{E_{c}}{2 \cdot (1+\mu)}$$
Gl. 3-31  
mit  
$$E_{c}$$
Elastizitätsmodul des Betons  
 $\mu$ Querdehnzahl des ungerissenen Betons ( $\mu \approx 0,2$ )

Bei der Auswertung experimenteller Untersuchungen wurde festgestellt, dass die Torsionssteifigkeit ihren Höchstwert bei Belastungsbeginn aufweist und mit dem rechnerischen Wert nach der Elastizitätstheorie übereinstimmt, sie im Bereich des Torsionsrissmoments jedoch auf ungefähr 60-80 % abfällt. In Bild 3-13 ist

exemplarisch der Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verlauf (Auszug) des von LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974] durchgeführten Versuchs VA 1 dargestellt. Es zeigt sich, dass der gemessene Verlauf ungefähr bis zum halben Wert des im Versuch bestimmten Torsionsrissmoments mit der Elastizitätstheorie (E-Theorie) korrespondiert, anschließend jedoch zunehmend hiervon abweicht.



Bild 3-13: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verlauf (Auszug) des quadratischen Versuchskörpers VA 1 nach [Leo-1974]

Die Abminderung der Torsionssteifigkeit bis zum Erreichen der Torsionsrisslast führen LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974] auf folgende Ursachen zurück:

- Mit steigender Belastung nimmt der Elastizitätsmodul ab und die Querdehnzahl zu, weshalb der Schubmodul und damit die Torsionssteifigkeit schwindet.
- Die im Beton bereits vorhandenen, optisch nicht wahrnehmbaren Mikrorisse (vgl. Abschn. 3.3.1) reißen mit steigender Belastung weiter auf und führen zu den ersten sichtbaren Makrorissen. Eine eindeutige Abgrenzung zwischen ungerissenem Zustand I und gerissenem Zustand II ist nicht möglich.

Zur Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalls wurden in verschiedenen Untersuchungen entweder empirische Korrekturfaktoren ermittelt oder der Schubmodul in einen empirischen, von der Betondruckfestigkeit abhängigen Tangenten- und Sekantenmodul aufgeteilt. Nach DAfStb-Heft 240 [Gra-1991] ergibt sich beispielsweise die Torsionssteifigkeit im Zustand I zu

wobei der empirische Abminderungsfaktor  $k_{\rm I}$  mit 0,80 angenommen werden darf. Eine Zusammenstellung weiterer Ansätze kann [Sch-2011] entnommen werden.

# 3.4 Tragverhalten im Zustand II

## 3.4.1 Allgemeines

Unter reiner Torsion tritt bei unbewehrten Betonbalken unmittelbar mit Erreichen der Torsionsrisslast ein plötzliches Versagen unter Ausbildung eines Risses auf. Dieser Riss verläuft über 2/3 des Balkenumfangs unter 45° zur Bauteillängsachse geneigt und der restliche Teil bricht anschließend infolge Biegung in entgegengesetzter Richtung [Bac-1912]. Der Balken wird in zwei Teile geteilt.

Ein ähnliches Versagen tritt bei Stahlbetonbalken auf, die ausschließlich mit Längsbewehrung oder ausschließlich mit Bügelbewehrung ausgeführt wurden. Auch hier bildet sich meist nur ein spiralförmiger Riss mit 45° Neigung aus und eine Steigerung des Torsionsmoments über das Torsionsrissmoment hinaus ist nicht oder nur geringfügig möglich [Buc-1912]. Die Versuchskörper versagen vorwiegend im Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II. Aufgrund der vorhandenen Bewehrung zerbricht der Balken jedoch nicht in zwei Teile.

Eine Steigerung der Beanspruchung oberhalb des Torsionsrissmoments kann durch eine Kombination aus Längs- und Bügelbewehrung oder durch die Anordnung einer Wendelbewehrung erfolgen [Bac-1912]. Mit Erreichen der Risslast bilden sich mehrere unter 45° geneigte Risse, wobei die ersten Risse bei rechteckförmigen Stahlbetonbalken entsprechend der Schubspannungsverteilung (s. Bild 3-6 bzw. Tabelle 3-1) mittig an den längeren Querschnittsseiten (h) auftreten. Mit steigender Beanspruchung wachsen die Risslängen an und auch auf den kürzeren Querschnittsseiten (b) treten die ersten sichtbaren Risse mittig unter 45° geneigt auf. Mit erneuter Erhöhung der Beanspruchung wachsen die Risslängen weiter an und erstrecken sich schließlich über die gesamten Seitenflächen, wobei sich die Risse der unterschiedlichen Seitenflächen nur selten treffen [Leo-1974]. Entsprechend dem Rissbild bzw. der Zugspannungstrajektorien (s. Bild 3-11) eignet sich die Wendelbewehrung am besten für den Lastabtrag [Buc-1912]. Allerdings treten in der Praxis häufig Torsionsmomente mit wechselnden Vorzeichen auf, weshalb eine weitere, gegenläufige Wendelbewehrung eingebaut werden müsste. Bei Torsionsmomenten mit festem Vorzeichen besteht zudem die Gefahr, dass eine Wendelbewehrung mit falscher Orientierung verbaut wird. Praktischerweise wird die Wendelbewehrung deshalb durch eine Netzbewehrung sprich einer Kombination aus Längs- und Bügelbewehrung - ersetzt. Das Versagen der Balken erfolgt durch Reißen der Längs- oder Bügelbewehrung oder aber - einen hohen Längs- und Bügelbewehrungsgrad vorausgesetzt - durch das Versagen des Betons auf Druck.

In Bild 3-14 sind exemplarisch die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der von LAMPERT/THÜRLIMANN [Lum-1968] durchgeführten Versuche T1 und T4 mit Netzbewehrung dargestellt. Hierbei handelt es sich jeweils um einen Torsionsbalken mit Hohlkastenquerschnitt (T1) und Vollquerschnitt (T4), die mit identischen Außenabmessungen, Betonfestigkeiten, Bewehrungsgraden und Bewehrungsanordnungen ausgeführt wurden.



Bild 3-14: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Torsionsbalken T1 und T4 nach [Lum-1968]

Aus dem Last-Verformungs-Verhalten wird ersichtlich, dass das Tragverhalten in die drei charakteristischen Phasen

- ungerissener Zustand I,
- gerissener Zustand II und
- Fließen der Bewehrung

unterteilt werden kann. Des Weiteren zeigt sich, dass sich für Vollquerschnitte im Vergleich zu identisch bewehrten Hohlquerschnitten ähnliche Verformungen und annähernd gleiche Bruchlasten ergeben. Die Differenzen in Bezug auf die Torsionsrisslast können auf die unterschiedlichen Torsionswiderstandsmomente  $W_T$  zurückgeführt werden. Aus dem Vergleich kann ferner geschlussfolgert werden, dass der Lastabtrag im gerissenen Zustand vor allem in den bewehrten Randzonen des Querschnitts erfolgt und der Betonkern nahezu keinen Einfluss auf die ertragbare Last besitzt [Lam-1968], [Lam-1971-1], [Leo-1974].

Abweichend zu Bild 3-14 tritt bei Stahlbetonbalken mit einem hohen Bewehrungsgrad oder Spannbetonbalken mit einem hohem Vorspanngrad der Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II nicht ganz so abrupt bzw. ohne schlagartigen Anstieg der Verdrillung auf (Bild 3-15).



### Bild 3-15: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verlauf des mit hohem Bewehrungsgrad ausgeführten quadratischen Versuchskörpers VA 1 nach [Leo-1974]

# 3.4.2 Torsionstheorien

Zur Beschreibung des Torsionstragverhaltens bzw. zur Torsionsbemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen im gerissenen Zustand (Zustand II) können die vier nachfolgenden Theorien verwendet werden:

- Fachwerktheorie
- Klassische Theorie
- Theorie der schiefen Bruchfläche
- Theorie des diagonalen Druckfelds (Diagonal Compression Field Theory)

Die einzelnen Verfahren werden nachfolgend kurz umrissen. Für eine detaillierte Erläuterung wird an dieser Stelle auf die im jeweiligen Abschnitt angegebene Literatur verwiesen.

# 3.4.2.1 Fachwerktheorie

Die Fachwerktheorie geht auf RAUSCH [Rou-1929], [Rou-1953] zurück und ist die weltweit am häufigsten angewandte Theorie zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit. Sie liegt auch in einer erweiterten Form dem aktuellen Nachweiskonzept der DIN EN 1992-1-1 [EC2-2011] zugrunde.

Nach RAUSCH stellt sich bei Stahlbetonbalken nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit ein unter 45° zur Bauteillängsachse geneigtes Rissbild ein. Die bei Rissbildung freiwerdenden Zugkräfte werden durch die eingelegte Wendel- bzw. Netzbewehrung aufgenommen, sodass ein neues inneres Kräftesystem entsteht. Dieses Kräftesystem kann als ein räumliches Fachwerkmodell, bestehend aus Zug- und Druckstreben, idealisiert werden. Die Zugstreben werden durch die Bewehrung und die Druckstreben durch den zwischen den Rissen verbleibenden ungerissenen Beton gebildet (Bild 3-16). Aus Gleichgewichtsbetrachtungen am räumlichen Fachwerkmodell lassen sich die Zugstrebenkräfte und hieraus die erforderliche Querschnittsfläche der Bewehrung ermitteln. Die Tragfähigkeit der Betondruckstreben wurde von RAUSCH nicht untersucht.



Bild 3-16: Räumliches Fachwerkmodell nach RAUSCH mit Wendelbewehrung (links) und Netzbewehrung (rechts)

Damit eine ungleichmäßige Netzbewehrung sowie die Tragfähigkeit der Betondruckstrebe erfasst werden können, wurde das von RAUSCH vorgeschlagene räumliche Fachwerkmodell von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] erstmalig erweitert. Hierzu wurde ein variabler Druckstrebenneigungswinkel eingeführt, der der Annahme zur Grunde liegt, dass Längs- und Bügelbewehrung im Bruchzustand gleichzeitig die Fließgrenze erreichen. Die Erfassung eines Druckbruchs der Betondruckstrebe bzw. der Betondruckstrebentragfähigkeit erfolgt durch die Einführung einer effektiven Wanddicke und die Begrenzung der in der Betondruckstrebe vorhandenen Betondruckspannung.

### 3.4.2.2 Klassische Theorie

Die Klassische Theorie z. B. nach ANDERSEN [And-1937], COWAN [(ow-1950] und HSU [Hsu-1968-1] liegt der Vorstellung eines Superpositionsgesetzes zugrunde, sprich die Torsionstragfähigkeit  $T_u$  setzt sich aus der Summe eines Betonanteils  $T_c$  und eines Bewehrungsanteils  $T_s$  zusammen:

$$T_{\rm u} = T_{\rm c} + T_{\rm s} \tag{G1. 3-33}$$

Der Bewehrungsanteil  $T_s$  wird über die Fachwerktheorie ermittelt. Einige Autoren fassen den Anteil der Längsbewehrung auch als Dübelwirkung auf. Der Betonanteil T<sub>c</sub> wird mithilfe der Elastizitäts- oder Plastizitätstheorie beschrieben und entweder der ganze Betonquerschnitt oder aber ein "ungerissener" Betonkernquerschnitt angesetzt. Hierbei ist anzumerken, dass einerseits im gerissenen Zustand II die Betonzugfestigkeit wird. Andererseits haben Versuche und angesetzt die T1 T4 nach LAMPERT / THÜRLIMANN [Lum-1968] gezeigt, dass der Betonquerschnittskern keinen Einfluss auf die Traglast hat (s. Abschn. 3.4.1). Des Weiteren geht aus Versuch T4 hervor, dass im Bruchzustand auch der Betonkern gerissen ist. Der Ansatz eines ungerissenen Betonkerns kann somit nicht begründet werden. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Ansätze dieser Theorie kann z. B. [0jh-1973] entnommen werden.

# 3.4.2.3 Theorie der schiefen Bruchfläche

Die von LESSING [Les-1959] entwickelte Theorie der schiefen Bruchfläche basiert auf der Ansicht, dass der Querschnitt an drei Seiten umlaufend und spiralförmig aufreißt und folglich eine schiefe räumliche Bruchfläche vorliegt. Auf der vierten, ungerissenen Querschnittsseite stellt sich eine "Betondruckzone" ein (Bild 3-17).



Bild 3-17: Bruchmodell für reine Torsion nach LESSING

Das Versagen tritt durch die gegenseitige Verdrehung der beiden Balkenteile um eine neutrale Achse auf und ist vergleichbar mit einem Biegebruch (schiefe Biegung). Durch eine Gleichgewichtsbetrachtung an einem Balkenteil kann die Torsionstragfähigkeit ermittelt werden. Diese Theorie wurde u. a. von YUDIN [Yud-1962], HSU [Hsu-1968-1], KUYT [Kuy-1968] und TEUTSCH [Teu-1979] weiterentwickelt und war bereits Bestandteil verschiedener internationaler Regelwerke [0jh-1973]. Die Theorie der schiefen Bruchfläche wurde jedoch zunehmend durch die Fachwerktheorie ersetzt, da die Berechnungen sehr aufwendig sind und sie nach Untersuchungen von ELFGREN [Elf-1972] nahezu identische Traglasten wie die der erweiterten Fachwerktheorie liefert (s. hierzu auch [Teu-1979]).

# 3.4.2.4 Theorie des diagonalen Druckfelds

Bei der Theorie des diagonalen Druckfelds (Diagonal Compression Field Theory) nach MITCHELL / COLLINS [Mit-1974-3] wird davon ausgegangen, dass sich nach Rissbildung ein Druckfeld bestehend aus geneigten und wendelförmig um den Balken verlaufenden Betondruckdiagonalen einstellt. Das äußere Torsionsmoment steht mit Schubspannungen im Gleichgewicht, die aus den vertikalen Komponenten der geneigten Betondruckdiagonalen resultieren. Zur Aufnahme der horizontalen Komponenten der Druckdiagonalen muss entsprechend Längsbewehrung eingelegt werden. Aus Gleichgewichtsbetrachtungen an den Bauteilecken (Umlenkung der Druckdiagonalen) resultiert schließlich die Bügelbewehrung (Bild 3-18).



Bild 3-18: Bruchmodell nach MITCHELL / COLLINS

Bei dieser Theorie besteht die Funktion des Betons in der Ausbildung des Druckfeldes und damit in der Aufnahme des äußeren Torsionsmoments. Die Funktion der Längsund Bügelbewehrung besteht hingegen im Zusammenhalten des Balkens in Längs- bzw. Querrichtung.

# 3.4.2.5 Sonstige Ansätze

Neben den zuvor genannten Theorien existieren etliche empirische Ansätze, mit denen auf Grundlage von experimentellen Untersuchungen häufig sehr einfache Bemessungsgleichungen vorgeschlagen werden, deren Gültigkeiten sich jedoch verständlicherweise nur auf den untersuchten Versuchsbereich beschränken.

Des Weiteren wurde von HSU / MO [Hsu-1985] ein Lösungsalgorithmus entwickelt, mit dem iterativ vollständige Torsionsmomenten-Verdrillungs-Beziehungen beschrieben und somit auch die Torsionstraglast ermittelt werden kann. Da dieser Ansatz sehr komplex und für eine händische Rechnung nicht geeignet ist, wird er nachfolgend nicht näher beschrieben.

## 3.4.3 Erweitertes räumliches Fachwerkmodell

## 3.4.3.1 Allgemeines

Wie unter Abschnitt 3.4.2.1 erwähnt, ist die von RAUSCH [Rou-1929] vorgeschlagene Fachwerktheorie die weltweit am häufigsten verwendete Torsionstheorie und wurde zur Erfassung einer ungleichmäßigen Netzbewehrung sowie der Betondruckstrebentragfähigkeit erweitert. Dieses sogenannte erweiterte räumliche Fachwerkmodell bildet das grundlegende Modell für diese Arbeit und wird deshalb nachfolgend detailliert erläutert. Die Beschreibungen beziehen sich hierbei auf rechteckförmige Querschnitte mit Netzbewehrung. Kreisförmige Querschnitte und Wendelbewehrung werden nicht berücksichtigt. In jüngster Vergangenheit wurde das erweiterte räumliche Fachwerkmodell von ZEDLER [Zed-2011] modifiziert. Ein Hauptaugenmerk lag hierbei auf der Berücksichtigung von im Querschnittsinneren angeordneter Bewehrung. Da innerhalb dieser Arbeit nur Stabstahlbewehrung betrachtet wird, die in den Querschnittsrandzonen angeordnete wurde und die Modifikationen zum Teil sehr komplex sind, werden diese nachfolgend nicht mit aufgeführt.

## 3.4.3.2 Ermittlung der Strebenkräfte

Beim erweiterten räumlichen Fachwerkmodell wird davon ausgegangen, dass nur die bewehrten Randzonen des Querschnitts für den Torsionslastabtrag zur Verfügung stehen (vgl. Abschn. 3.4.1) und auf Grundlage dessen, Voll- und Hohlquerschnitte auf einen fiktiven dünnwandigen Hohlkastenquerschnitt mit konstanter Wanddicke  $t_{\rm ef}$  idealisiert werden können. Über die konstante effektive Wanddicke  $t_{\rm ef}$  wird entsprechend der BREDT'schen Torsionstheorie (vgl. Abschn. 3.2.4) von einem konstanten Schubfluss v ausgegangen.



Bild 3-19: Fiktiver Hohlkasten eines torsionsbeanspruchten Vollquerschnitts

Des Weiteren werden die Wände des fiktiven Hohlkastens durch ein räumliches Fachwerkmodell idealisiert. Die umlaufend, unter dem Winkel  $\theta$  geneigten Betondruckstreben stehen mit horizontalen und vertikalen Zugstreben, bestehend aus Längs- und Bügelbewehrung, im Gleichgewicht (Bild 3-20). Die Längsbewehrung wird als in den Ecken zu Gurten konzentriert angenommen, die Bügelbewehrung hingegen als abschnittsweise zu Pfosten konzentriert gedacht. Die Ermittlung der Torsionstragfähigkeit erfolgt über die Strebenkräfte; es werden keine Schubspannungen berechnet.



Bild 3-20: Räumliches Fachwerkmodell für einen Stahlbetonbalken

Die Strebenkräfte lassen sich aus Gleichgewichtsbetrachtungen an einem Fachwerkknoten bestimmen. Zur Vereinfachung wird die Abwicklung des fiktiven Hohlkastens eines Stahlbetonbalkens – das sogenannte Schubwandmodell – entsprechend Bild 3-21 betrachtet.



Bild 3-21: Abwicklung (links), ebenes Schubwandmodell (Mitte) und Krafteck für den Knoten I (rechts) eines Stahlbetonbalkens

Der aus reiner Torsion resultierende Schubfluss v (s. Gl. 3-17) kann über die Schubwandhöhe  $u_k$  zu einer Schubkraft  $V_T$  wie folgt zusammengefasst werden:

$$V_{\rm T} = \upsilon \cdot u_{\rm k} = \frac{T \cdot u_{\rm k}}{2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 3-34

Aus der Gleichgewichtsbetrachtung an Knoten I folgt für die Betondruckstreben

$$|F_{\rm c}| = \frac{V_{\rm T}}{\sin\theta} = \frac{T \cdot u_{\rm k}}{2 \cdot A_{\rm k} \cdot \sin\theta},$$
 GI. 3-35

für die Längsbewehrungszugstreben

$$F_{\rm sl} = V_{\rm T} \cdot \cot\theta = \frac{T \cdot u_{\rm k} \cot\theta}{2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 3-36

und für die Bügelbewehrungszugstreben

$$F_{\rm sw} = V_{\rm T} = \frac{T \cdot u_{\rm k}}{2 \cdot A_{\rm k}}.$$
 Gl. 3-37

Bezieht man die Strebenkräfte auf die jeweiligen Flächen, lässt sich die Spannung im Beton bzw. in der Längs- und Bügelbewehrung ermitteln. Für die Spannung im Beton folgt

$$|\sigma_{\rm c}| = \frac{|F_{\rm c}|}{t_{\rm ef'} u_{\rm k} \cos \theta} = \frac{T}{t_{\rm ef'} 2 \cdot A_{\rm k} \sin \theta \cdot \cos \theta},$$
Gl. 3-38

für die Spannung der Längsbewehrung

$$\sigma_{\rm sl} = \frac{F_{\rm sl}}{A_{\rm sl}} = \frac{T \cdot u_{\rm k} \cdot \cot\theta}{A_{\rm sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 3-39

und für die Spannung der Bügelbewehrung

$$\sigma_{\rm sw} = \frac{F_{\rm sw}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} u_{\rm k} \cdot \cot\theta} = \frac{T}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta}.$$
 Gl. 3-40

Stellt man Gl. 3-38 bis Gl. 3-40 nach *T* um und ersetzt die Spannungen durch die jeweiligen Materialfestigkeiten ( $|\sigma_c| = v_T \cdot f_c$ ,  $\sigma_{sl} = f_{y,sl}$  und  $\sigma_{sw} = f_{y,sw}$ ), können die Torsionstragfähigkeiten der einzelnen Streben im Bruchzustand ermittelt werden. Für die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe ergibt sich

für die Torsionstragfähigkeit der Längsbewehrung

und für die Torsionstragfähigkeit der Bügelbewehrung

$$T_{\rm sw} = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm y, sw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta .$$
Gl. 3-43

In Bild 3-22 sind für die beiden Torsionsbalken T1 und T4 nach [Lum-1968] (s. Bild 3-14) die Spannungen der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) über das aufgebrachte Torsionsmoment dargestellt. Ferner sind die rechnerischen Bewehrungsspannungen nach Fachwerktheorie aufgetragen.



Bild 3-22: Verlauf der Spannungen der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) der Torsionsbalken T1 und T4 nach [Lam-1968]

Wie zu erkennen ist, wird die Längs- und Bügelbewehrung im ungerissenen Zustand I nicht bzw. nur sehr gering beansprucht. Mit Einsetzen der Rissbildung steigen die Spannungen  $\sigma_{sl}$  bzw.  $\sigma_{sw}$  sehr steil an und mit zunehmendem Torsionsmoment bildet sich allmählich das räumliche Fachwerkmodell aus. Infolge des fehlenden Betonkerns erreichen die gemessenen Bewehrungsspannungen des Hohlkastenquerschnitts im Vergleich zum Vollquerschnitt die rechnerische Linie viel früher. Mit Erreichen der Streckgrenze der Längsbewehrung  $f_{y,sl}$  bzw. Bügelbewehrung  $f_{y,sw}$  werden die auftretenden Zugspannungen von der Bewehrung in Gänze aufgenommen. Hieraus kann geschlussfolgert werden, dass im Bruchzustand eine reine Fachwerktragwirkung vorliegt. Folglich entspricht das maximal aufnehmbare Torsionsmoment eines Stahlbetonbalkens  $T_{max,s}$  dem Minimum der einzelnen Strebentragfähigkeit nach Gl. 3-41 bis Gl. 3-43:

$$T_{\max,s} = \min \begin{cases} T_{cc} \\ T_{sl} \\ T_{sw} \end{cases}$$
Gl. 3-44

Bei einem Spannbetonbalken ist zusätzlich die Spannbewehrung zu berücksichtigen. Erste experimentelle Untersuchungen hierzu erfolgten von LAMPERT / LÜCHINGER / THÜRLIMANN [Lam-1971-1] und MITCHELL / COLLINS [Mit-1974-1], [Mit-1974-2]. Es wurden zentrisch vorgespannte Versuche durchgeführt, wobei die Spannbewehrung in den Randzonen des Querschnitts oder im Querschnittsinneren angeordnet wurde. Die Untersuchungen zeigten, dass unabhängig von der Lage der Spannbewehrung, die gesamte Vorspannkraft zur Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung beiträgt und die innerhalb des Querschnitts angeordnete Spannbewehrung ungefähr die gleiche Zusatzdehnung wie die an den Querschnittsrändern angeordnete Spannbewehrung erfährt.

Unter der Voraussetzung, dass die Betonstahllängsbewehrung und die Spannbewehrung im Bruchzustand gleichzeitig ihre Fließgrenze erreichen, kann die Spannbewehrung als äquivalente Längsbewehrung betrachtet und das Fachwerkmodell auch für Spannbetonbalken verwendet werden [Teu-1979], [Zed-2011]. In Bild 3-23 ist das Schubwandmodell für einen zentrisch vorgespannten Spannbetonbalken dargestellt, wobei der einzige Unterschied zu Bild 3-21 die Vorspannkraft *P* darstellt.



### Bild 3-23: Abwicklung (links), ebenes Schubwandmodell (Mitte) und Krafteck für den Knoten I (rechts) eines zentrisch vorgespannten Spannbetonbalkens

Aus Gleichgewichtsbetrachtungen am Fachwerkknoten lassen sich, analog dem Schubwandmodell für einen Stahlbetonbalken (s. Bild 3-21), die Strebenkräfte und hieraus wiederum die Torsionstragfähigkeit des Spannbetonbalkens ermitteln.

Für die Vorspannkraft P gilt

wobei  $A_{\rm pl}$  die gesamte Querschnittsfläche der Spannbewehrung und  $\sigma_{\rm p,0}$  die Vorspannung der Spannbewehrung inklusive Spannverlusten aus elastischer Verformung darstellen.

Die Zugstrebe in Längsbewehrungsrichtung setzt sich additiv aus der Betonstahllängsbewehrung und der aufnehmbaren Zusatzbeanspruchung der Spannstahlbewehrung zusammen:

$$F_{\rm sl+pl} = A_{\rm sl} \cdot \sigma_{\rm sl} + A_{\rm pl} \cdot (\sigma_{\rm pl} - \sigma_{\rm p,0})$$
Gl. 3-46

Für die Längsbewehrungszugstrebe gilt außerdem

$$F_{\rm sl+pl} = V_{\rm T} \cdot \cot\theta - P = \frac{T \cdot u_{\rm k} \cdot \cot\theta}{2 \cdot A_{\rm k}} - A_{\rm pl} \cdot \sigma_{\rm p,0}$$
Gl. 3-47

(vgl. Bild 3-23 und Gl. 3-36). Aus dem Gleichsetzen von Gl. 3-46 und Gl. 3-47 und dem Ersetzen der Spannungen durch die jeweiligen Materialfestigkeiten ( $\sigma_{sl} = f_{v,sl}$  und

 $\sigma_{\rm pl} = f_{\rm p,0,1}$ ) folgt die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung für den Bruchzustand zu:

$$T_{\rm spl} = T_{\rm sl} + T_{\rm pl}$$
Gl. 3-48

bzw.

Die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe  $T_{cc}$  nach Gl. 3-41 und die Torsionstragfähigkeit der Bügelbewehrung  $T_{sw}$  nach Gl. 3-43 gelten unverändert auch für Spannbetonbalken.

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment eines Spannbetonbalkens  $T_{\text{max,sp}}$  ergibt sich, vergleichbar mit einem Stahlbetonbalken, direkt aus der geringsten Strebentragfähigkeit nach Gl. 3-41, Gl. 3-43 und Gl. 3-49:

$$T_{\max, \text{sp}} = \min \begin{cases} T_{\text{cc}} \\ T_{\text{spl}} \\ T_{\text{sw}} \end{cases}$$
Gl. 3-50

Aus den zuvor aufgeführten Gleichungen zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit der einzelnen Fachwerkstreben (Gl. 3-41 – Gl. 3-43 und Gl. 3-49) wird ersichtlich, dass

- die Geometrie des fiktiven Hohlkastenquerschnitts (Kernquerschnittsfläche A<sub>k</sub>, Umfang der Kernquerschnittsfläche u<sub>k</sub> und effektive Wanddicke t<sub>ef</sub>),
- die effektive Betondruckstrebenfestigkeit  $v_{\rm T} \cdot f_{\rm c}$  und
- der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$

die maßgebenden Einflussgrößen sind. Diese werden nachfolgend näher erläutert.

### 3.4.3.3 Geometrie des fiktiven Hohlkastenquerschnitts

Im Gegensatz zu RAUSCH [Rau-1929], der die Kernquerschnittsfläche  $A_k$  von Bügelachse zu Bügelachse festlegte, zogen erstmalig LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] die Schwerachse der Eck-Längsbewehrung zur Definition des Kernquerschnitts heran. Die Geometrie des Ersatzhohlkastens wird somit über die Abmessungen des Bewehrungskorbes festgelegt, und entsprechend der BREDT'schen Torsionstheorie ergibt sich die effektive Wanddicke  $t_{ef}$  damit zu:

$$t_{\rm ef} = 2 \cdot d_1 = 2 \cdot \left( c_{\rm nom,sw} + \phi_{\rm sw} + \frac{\phi_{\rm sl}}{2} \right)$$
Gl. 3-51

mit

C <sub>nom,sw</sub>	Betondeckung auf die Bügelbewehrung
$\phi_{ m sw}$	Durchmesser der Bügelbewehrung
$\phi_{ m sl}$	Durchmesser der Längsbewehrung

Im Zuge weiterführender Untersuchungen, unter anderem zur Erfassung der Tragfähigkeit der Betondruckstreben, wurde diese Definition von LAMPERT [Lam-1970-1] nochmals überdacht und die effektive Wanddicke pauschal als der kleinere Wert von

und

$$t_{\rm ef} = \frac{d_{\rm k}}{5}$$
Gl. 3-53

angenommen. Hierbei bezeichnet  $d_a$  bzw.  $d_k$  den Durchmesser des größtmöglichen einschreibbaren Kreises innerhalb des äußeren Betonquerschnitts (Index a) bzw. Kernquerschnitts  $A_k$  (Index k) entsprechend Bild 3-24. Mit diesem Ansatz werden für kleine Querschnitte sehr kleine effektive Wanddicken ermittelt. Dieses ist nach [Lam-1970-2] jedoch gewollt, da infolgedessen Torsionsbalken mit kleinen Abmessungen vermieden werden.



#### Bild 3-24: Bestimmung der effektiven Wanddicke t<sub>ef</sub> nach LAMPERT

Experimentelle und theoretische Untersuchungen nach MITCHELL / COLLINS [Mit-1974-1] und TEUTSCH [Teu-1979] ergaben, dass die effektive Wanddicke von der Torsionsverdrehung  $\varphi$  und der Betonstauchung am Querschnittsrand abhängig ist und die Resultierende der Betondruckspannungen nicht zwingend mit der Lage der Eck-Längsbewehrung übereinstimmen muss (Bild 3-25). Auf Basis dieser Untersuchungen sowie einer systematischen Auswertung von Versuchsergebnissen schlagen KORDINA / TEUTSCH [Kor-1983] erstmalig vor, die effektive Wanddicke aus dem Quotienten der Gesamtquerschnittsfläche A (inklusive Hohlräume) und dem äußeren Querschnittsumfang u zu ermitteln.

Die Bestimmung der effektiven Wanddicke orientiert sich hierbei an der Schwerpunktlage des Schubflusses und ist damit losgelöst von den Abmessungen und der Lage des Bewehrungskorbes.



Bild 3-25: Lage der Betondruckresultierende

Die oben aufgeführten Ansätze wurden zum Teil in unterschiedliche Normwerke übernommen, wobei alle gemein haben, dass bei Balken mit Hohlkastenquerschnitt die effektive Wanddicke  $t_{ef}$  niemals die tatsächliche Wanddicke  $t_{vorh}$  überschreiten darf. Nachfolgend werden die Bestimmungsgleichungen ausgewählter Normwerke aufgeführt. Die anzusetzende Kernquerschnittsfläche  $A_k$  und der zugehörige Umfang der Kernquerschnittsfläche  $u_k$  ergeben sich jeweils aus den Mittellinien der effektiven Wanddicken.

Der Model Code 1990 (MC 90) [MC-1990] und die DIN EN 1992-1-1 (EC2) [EC2-2011] greifen den Ansatz nach KORDINA / TEUTSCH sowie LAMPERT / THÜRLIMANN auf. Es gilt:

$$t_{\rm ef} = \frac{A}{u} \ge 2 \cdot \left( c_{\rm nom,sw} + \phi_{\rm sw} + \frac{\phi_{\rm sl}}{2} \right)$$
$$\leq t_{\rm vorb}$$
Gl. 3-55

Der zum EC2 zugehörige Nationale Anhang für Deutschland DIN EN 1992-1-1/NA (NA-D) [EC2/NA-D-2013] verwendet hingegen nur den Ansatz nach LAMPERT / THÜRLIMANN:

Bei Hohlquerschnitten mit beidseitiger Wandbewehrung, deren Wanddicke einen Wert von  $t_{\text{vorh}} \leq b/6$  bzw.  $t_{\text{vorh}} \leq h/6$  nicht überschreitet, darf nach NA-D die gesamte Wanddicke als  $t_{\text{ef}}$  angesetzt werden.

Demgegenüber setzt sich nach dem österreichischen Nationalen Anhang ÖNORM B 1992-1-1 (NA-Ö) [EC2/NA-Ö-2011] zum EC2 die Bestimmungsgleichung aus einer Kombination der Ansätze nach LAMPERT und LAMPERT / THÜRLIMANN zusammen:

$$t_{\text{ef}} = \frac{d_{\text{a}}}{6} \ge 2 \cdot \left( c_{\text{nom,sw}} + \phi_{\text{sw}} + \frac{\phi_{\text{sl}}}{2} \right)$$
  
$$\le t_{\text{vorh}}$$
Gl. 3-57

Hierbei bezeichnet  $d_a$  den Durchmesser des größtmöglichen einschreibbaren Kreises innerhalb des äußeren Betonquerschnitts (s. Bild 3-24).

Ein ähnlicher Ansatz ist im Model Code 2010 (MC 2010) [MC-2010] zu finden, wobei sich abweichend zu [EC2/NA-Ö-2011] die effektive Wanddicke aus einem Achtel des Durchmessers  $d_i$  des kleinstmöglichen einschreibbaren Kreises innerhalb des äußeren Betonquerschnitts ergibt.

$$t_{\text{ef}} = \frac{d_i}{8} \ge 2 \cdot \left( c_{\text{nom,sw}} + \phi_{\text{sw}} + \frac{\phi_{\text{sl}}}{2} \right)$$
  
$$\le t_{\text{vorh}}$$
Gl. 3-58

Bei Hohlquerschnitten mit beidseitiger Wandbewehrung darf nach MC 2010 die gesamte vorhandene Wanddicke  $t_{vorh}$  als effektive Wanddicke  $t_{ef}$  angenommen werden.

In Bild 3-26 sind exemplarisch die effektiven Wanddicken  $t_{\rm ef}$  für einen rechteckförmigen Vollquerschnitt mit einer Höhe h von 100 cm und einer variablen Breite b nach den oben aufgeführten Normen vergleichend gegenübergestellt. Hierbei wurden die Ansätze nach MC 90, MC 2010, EC2 und NA-Ö ohne deren Begrenzung aufgetragen, da die Begrenzungen dem Ansatz nach NA-D entsprechen.



Bild 3-26: Effektive Wanddicken beim Rechteckquerschnitt nach MC 90, MC 2010, EC2, NA-D und NA-Ö

Wie aus Bild 3-26 ersichtlich, werden nach MC 2010 und NA-Ö für kleine Querschnittsbreiten sehr geringe effektive Wanddicken ermittelt und die Begrenzung der effektiven Wanddicke durch die Abmessungen des Bewehrungskorbes wird maßgebend (vgl. fein gestrichelte Linien nach NA-D in Bild 3-26). Dieses scheint sinnvoll, da die Betondruckstreben in den Querschnittsecken umgelenkt werden und sich dabei an der Eck-Längsbewehrung abstützen. Die Kopplung der effektiven Wanddicke an die Abmessungen des Bewehrungskorbes stellt in diesem Fall eine plausible Annahme dar. Die Ermittlung der effektiven Wanddicken nach MC 90 und EC2 ergibt für größere Querschnittsbreiten Werte, die zum Teil deutlich über dem Wert nach NA-D liegen, was sich mit Versuchsbeobachtungen deckt. Mit größer werdendem Querschnitt wandert die Schwerachse der effektiven Wanddicke weiter ins Querschnittsinnere, womit sich eine kleinere Kernquerschnittsfläche  $A_k$  und ein kleinerer Umfang der Kernquerschnittsfläche  $u_k$  ergeben. Hierdurch sinkt die Tragfähigkeit der Längs- und Bügelbewehrungszugstreben, gleichzeitig steigt die Tragfähigkeit der Betondruckstrebe.

### 3.4.3.4 Effektive Betondruckstrebenfestigkeit

Die Tragfähigkeit der Betondruckstrebe ist neben der Größe der effektiven Wanddicke von der effektiv nutzbaren Betondruckfestigkeit  $v_{\rm T} \cdot f_{\rm c}$  abhängig (vgl. Gl. 3-41). Versuchsauswertungen nach [Lam-1968], [Lam-1971-1], [Mit-1974-1], [Teu-1979] und [Zed-2011] zeigen, dass die effektiv nutzbare Betondruckfestigkeit erheblich von der einaxialen Betondruckfestigkeit  $f_{\rm c}$  abweicht. Die Reduktion kann – wie in Bild 3-27 qualitativ gezeigt – auf nachfolgende Einflüsse zurückgeführt werden:

- Rissbildungen aus Hauptzugspannungen
- Querzugspannungen durch eine die Druckstreben kreuzende Bewehrung
- Umlenkung der Druckstreben an den Querschnittsecken
- Biegebeanspruchung der Seitenwände infolge der Verwölbung



d) Verformung der Seitenflächen

Des Weiteren wird nach der BREDT'schen Torsionstheorie (s. Abschn. 3.2.4 und Abschn. 3.4.3.2) von einer über die effektive Wanddicke konstanten Druckspannungsverteilung ausgegangen. Dieser angesetzte Spannungsblock weicht von der tatsächlichen Spannungsverteilung ab und zieht eine weitere Reduktion der maximal aufnehmbaren Betondruckspannung mit sich [Zed-2006] (vgl. Spannungsblock nach [EC2-2011]).

Die Berücksichtigung der obengenannten Einflüsse erfolgt in Gl. 3-41 zur Ermittlung der Betondruckstrebentragfähigkeit über den Abminderungsbeiwert  $v_{\rm T}$ . Ein erster Vorschlag für den Abminderungsbeiwert mit  $v_{\rm T} = 0,5$  für normalfeste Betone, der u. a. auch Eingang in den Model Code 1978 [MC-1978] fand, findet sich in [Thü-1979].

Nach Model Code 1990 (MC 90) [MC-1990] ist der Abminderungsbeiwert  $v_{\rm T}$  für  $f_{\rm ck} \leq C80/90$  wie folgt definiert:

$$v_{\rm T} = 0.6 \cdot (1.0 - f_{\rm ck}/250)$$
 Gl. 3-59

Demgegenüber ergibt sich der Abminderungsbeiwert  $v_{\rm T}$  nach Model Code 2010 (MC 2010) [MC-2010] für  $f_{\rm ck} \le C120/140$  zu:

$v_{\rm T} = k_{\varepsilon} \cdot \eta$	fc		Gl. 3-60
mit			
kε	Abminderungsfaktor $k_{\varepsilon} = 0,55$	in "Level I Approximation"	
$\eta_{ m fc}$	Beiwert zur Berücksicht $\eta_{\rm fc} = \left(\frac{30}{f_{\rm ck}}\right)^{1/3} \le 1,0$	igung der Betondruckfestigkeit mit f <sub>ck</sub> in [MN/m²]	

Die EN 1992-1-1 (EC2) [EC2-2011] greift den Ansatz nach [MC-1990] auf und erweitert die Gleichung um den Faktor  $\alpha_{cw}$ , der eine mögliche Vorspannung berücksichtigt. Der Abminderungsbeiwert  $\nu_{T}$  ermittelt sich für  $f_{ck} \leq C90/105$  zu:

$v_{\rm T} = v \cdot \alpha_{\rm c}$	w		Gl. 3-61
mit			
ν	Abminderungsbeiwert $\nu = 0.6 \cdot (1.0 - f_{ck}/250)$	mit $f_{ck}$ in [MN/m <sup>2</sup> ]	
$\alpha_{ m w}$	Beiwert zur Berücksichtigung der $\alpha_{\rm w} = 1,0$ $\alpha_{\rm w} = (1,0 + \sigma_{\rm cp}/f_{\rm cd})$ $\alpha_{\rm w} = 1,25$ $\alpha_{\rm w} = 2,5 \cdot (1,0 - \sigma_{\rm cp}/f_{\rm cd})$	s Spannungszustandes für nicht vorgespannte Balken für $0,00 \cdot f_{cd} \le \sigma_{cp} \le 0,25 \cdot f_{cd}$ für $0,25 \cdot f_{cd} \le \sigma_{cp} \le 0,50 \cdot f_{cd}$ für $0,50 \cdot f_{cd} \le \sigma_{cp} \le 1,00 \cdot f_{cd}$	
$\sigma_{ m cp}$	mittlere Betondruckspannung (po	ositiv) infolge der vorhandenen Normalkraft	

Der für Deutschland zum EC2 [EC2-2011] zugehörige Nationale Anhang DIN EN 1992-1-1/NA (NA-D) [EC2/NA-D-2013] legt den Abminderungsbeiwert  $v_{\rm T}$  zur Bestimmung der nutzbaren Betondruckstrebenfestigkeit wie folgt fest:

$v_{\rm T} = v \cdot v_2$		Gl. 3-62
mit		
ν	Abminderungsbeiwert $\nu = 0,525$	für Vollquerschnitte und Hohlkastenquerschnitte mit einseitiger
	$\nu = 0,75$	für Hohlkastenquerschnitte mit beidseitiger Wandbewehrung
<i>v</i> <sub>2</sub>	Beiwert zur Berücksicht $v_2 = 1,0$ $v_2 = (1,1 - f_{ck}/500)$	igung der Betondruckfestigkeit für $f_{ck} \le C50/60$ für C55/67 $\le f_{ck} \le C100/115$

Der bei Hohlkastenquerschnitten mit beidseitiger Wandbewehrung höhere, ansetzbare Abminderungsbeiwert  $\nu$  ist darin begründet, dass durch die Bewehrung an den Außenund Innenseiten der Wände die Eckbereiche stärker umschnürt und damit höhere Betondruckspannungen ertragen sowie die Druckstreben besser umgelenkt werden können.

Der zum EC2 [EC2-2011] zugehörige Nationale Anhang für Österreich [EC2/NA-Ö-2011] enthält demgegenüber keine von [EC2-2011] abweichenden Angaben.

In Bild 3-28 sind die unterschiedlichen Ansätze für den Abminderungsbeiwert  $\nu_{T}$  von Voll- und Hohlkastenquerschnitten mit einseitiger Wandbewehrung in Abhängigkeit zur Betondruckfestigkeit vergleichend gegenübergestellt.



Bild 3-28:Abminderungsbeiwert  $v_T$  für Voll- und Hohlkastenquerschnitte mit<br/>einseitiger Wandbewehrung nach MC 90, MC 2010, EC2 und NA-D

Aus dem Vergleich wird deutlich, dass sich die unterschiedlichen Ansätze zum Teil erheblich unterscheiden. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die hier betrachteten Normwerke auch zum Teil verschiedene effektive Wanddicken  $t_{ef}$  ansetzen (vgl. Abschn. 3.4.3.3). Alle Ansätze haben jedoch gemein, dass der Beiwert  $\nu_{\rm T}$  mit steigender Betondruckfestigkeit abnimmt. Dieses liegt darin begründet, dass hochfeste Betone im Vergleich zu normalfesten Betonen eine geringere Mikrorauigkeit, geringere Rissverzahnung und ein verringertes plastisches Verformungsvermögen sowie eine erhöhte Sprödigkeit aufweisen [Sch-2005].

### 3.4.3.5 Druckstrebenneigungswinkel

Grundlage der Elastizitätstheorie (vgl. Abschn. 3.3.2) Auf und der in Torsionsversuchen an Stahlbetonbalken beobachteten Rissbilder ging RAUSCH [Rou-1929] bei seinem räumlichen Fachwerkmodell von einem festen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  mit 45° Neigung aus. Hieraus folgt, dass die Torsionstragfähigkeit bei ungleicher Netzbewehrung von der schwächeren Bewehrungsrichtung (Längsoder Bügelbewehrung) bestimmt wird. Torsionsversuche zeigen jedoch, dass in diesem Fall die Torsionstragfähigkeit rechnerisch deutlich unterschätzt wird. Eine erste Modifikation des von RAUSCH vorgeschlagenen Fachwerkmodells erfolgte von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968], [Lam-1971-1], die einen variablen Druckstrebenneigungswinkel einführten. LAMPERT / THÜRLIMANN beobachteten in ihren Versuchen, dass eine Umlagerung der Kräfte von der schwächeren zur stärkeren Bewehrungsrichtung hin stattfindet und sich der Druckstrebenneigungswinkel im Bruchzustand nach deren Verhältnis richtet und somit von 45° abweichen kann. Unter der Annahme, dass im Bruchzustand beide Bewehrungsarten ihre Streckgrenze  $f_v$  erreichen, kann der sich einstellende plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,s}$  durch Gleichsetzen der Torsionstragfähigkeit der Längsbewehrung T<sub>sl</sub> (Gl. 3-42) und der Torsionstragfähigkeit der Bügelbewehrung  $T_{sw}$  (Gl. 3-43) ermittelt werden. Aus

bzw.

$$\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y,sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm y,sw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta \qquad \text{Gl. 3-64}$$

folgt der plastische Druckstrebenneigungswinkel zu

$$\cot\theta_{\rm pl,s} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} f_{\rm y,sl}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} f_{\rm y,sw}}}.$$
 Gl. 3-65

Betrachtet man experimentell geprüfte Stahlbetonbalken mit ungleicher Netzbewehrung fällt auf, dass diese ein unter 45° geneigtes Rissbild aufweisen. Dieses kann wie folgt erklärt werden: Während im Zustand I auch bei diesen Balken die Hauptdruckspannungen unter 45° geneigt verlaufen, treten mit Erreichen der Risslast unter 45° geneigte Risse auf (vgl. Bild 3-11). Mit beinahe abgeschlossenem Rissbild stellt sich die reine Fachwerktragwirkung ein (vgl. Abschn. 3.4.1 und Abschn. 3.4.3.2), und in

diesem Zustand findet die maßgebliche Umlagerung der Kräfte bzw. die Rotation des Winkels statt. Durch die anfänglichen Risse wird die endgültige Neigung der Druckstreben nicht beeinflusst [Lum-1971-1]. Die von 45° ausgehende Rotation des Druckstrebenneigungswinkels ist jedoch nicht unbegrenzt möglich. Ab einem gewissen Verhältnis von Längs- zu Bügelbewehrung erreicht die stärkere Bewehrung nicht mehr ihre Streckgrenze, weshalb der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,s}$  zu begrenzen ist. LAMPERT [Lum-1971-1] schätzt die Grenzen auf Basis der von ihm betrachten Balken zu 0,5 und 2,0 ab. Somit gilt:

$$0.5 < \cot\theta_{\text{pl,s}} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\text{sl}}}{u_k} f_{\text{y,sl}}}{\frac{A_{\text{sw}}}{s_w} f_{\text{y,sw}}}} < 2.0 \qquad \text{Gl. 3-66}$$

Bei Stahlbetonbalken kann sich damit ein Druckstrebenneigungswinkel in der Spanne von 26,6° bis 63,4° einstellen.

Für Spannbetonbalken ist die Gl. 3-65 um die Spannbewehrung zu erweitern. Aus dem Gleichsetzen von Gl. 3-49 und Gl. 3-43 und unter Ansatz der Grenzen nach [lam-1971-1] folgt der plastische Druckstrebenneigungswinkel für Spannbetonbalken damit zu:

$$0.5 < \cot\theta_{\rm pl,sp} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} f_{\rm y,sl} + \frac{A_{\rm pl}}{u_{\rm k}} f_{\rm p,0,1}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} f_{\rm y,sw}}} < 2.0$$
 Gl. 3-67

In den meisten Normwerken und Bemessungsvorschriften wird ein pauschaler Druckstrebenneigungswinkel von 45° angesetzt und/oder kann in Grenzen zwischen ungefähr 20° bis 45° frei gewählt werden. Die freie Wahl erfolgt auf Basis des statischen Grenzwertsatzes der Plastizitätstheorie (vollständiges Ausnutzen der Tragfähigkeiten sowohl der Bewehrungszug-, als auch der Betondruckstreben) [Zil-2010].

#### 3.4.4 Versagensarten und konstruktive Durchbildung

Neben der Bestimmung einer ausreichenden Längs- und Bügelbewehrung ist ferner deren konstruktive Durchbildung von essenzieller Bedeutung, damit sich die bei der Bestimmung der Torsionsbewehrung angesetzte räumliche Fachwerktragwirkung überhaupt einstellen kann und es zu keinem vorzeitigen spröden Bauteilversagen kommt. Bei einer unzureichenden konstruktiven Durchbildung der Torsionsbewehrung können folgende unerwünschte Versagensarten auftreten:

- schlagartiges Torsionsversagen
- Torsionstrennbruch
- Ausbrechen von Kanten
- Verankerungsversagen der Bewehrung

Werden bestimmte konstruktive Regelungen eingehalten, kann sich eine räumliche Fachwerktragwirkung einstellen und die maximale Torsionstragfähigkeit unter Ausnutzung der Torsionsbewehrung bzw. des Betons erreicht werden. In diesem Fall kann entsprechend Gl. 3-44 bzw. Gl. 3-50 zwischen

- Zugstrebenversagen und
- Druckstrebenversagen

unterschieden werden.

Durch die Einhaltung der konstruktiven Durchbildungen ist nicht nur die räumliche Fachwerktragwirkung, sondern gleichzeitig auch eine übermäßige Rissbildung im Gebrauchszustand sichergestellt.

# 3.4.4.1 Schlagartiges Torsionsversagen

Ein schlagartiges Torsionsversagen tritt auf, wenn die eingelegte Längs- und Bügelbewehrung das Torsionsrissmoment bzw. die bei Rissbildung freiwerdende Risszugkraft nicht aufnehmen kann. Bild 3-29 zeigt einen Torsionsversuchsbalken nach [Swa-1970], dessen Bewehrung rechnerisch nur ungefähr 60 % des Torsionsrissmoments abtragen konnte und deshalb schlagartig unter Ausbildung eines Risses versagte. Eine Steigerung der Traglast über das Torsionsrissmoment hinaus war nicht möglich.



Bild 3-29: Schlagartiges Torsionsversagen: Bruchbild [Swa-1970] (links) und Bewehrungsskizzen (rechts) des Torsionsbalkens Beam 15 nach [Swa-1970]

Da im Massivbau immer ein duktiles Versagen mit Vorankündigung durch deutliche Verformungszunahme und weit geöffnete Risse angestrebt wird, ist diese Versagensart durch eine ausreichend dimensionierte Mindestbewehrung auszuschließen. Diese Mindestbewehrung muss mindestens die bei Rissbildung freiwerdende Zugkraft aufnehmen (vgl. Gl. 3-24 und Gl. 3-25). In den meisten Normwerken und Bemessungsvorschriften wird als Mindesttorsionsbewehrung gewöhnlich diejenige der Biegebemessung (Längsbewehrung) und der Querkraftbemessung (Bügelbewehrung) verwendet.
#### 3.4.4.2 Torsionstrennbruch

Ein Torsionstrennbruch tritt auf, wenn der Abstand der Bügelbewehrung zu groß ist (Bügelabstand  $\geq$  Seitenlänge). In diesem Fall werden die Torsionsrisse nur durch die Längsbewehrung und nicht durch die Bügelbewehrung gekreuzt. Da sich im Torsionsriss kein Gleichgewicht einstellen kann, tritt ein vorzeitiges Versagen unter Ausbildung eines Scherbruches auf. Bild 3-30 zeigt das Bruchbild und die Bewehrungsskizze eines Torsionsversuchsbalkens mit zu großen Bügelabständen. Deutlich ist der Scherbruch zwischen zwei benachbarten Bügeln zu erkennen.



Bild 3-30: Torsionstrennburch: Bruchbild [Mit-1971] (links) und Bewehrungsskizzen (rechts) des Torsionsbalkens C6 nach [Mit-1971]

Versuchsauswertungen von MITCHELL / LAMPERT / COLLINS [Mit-1971] ergaben, dass diese Versagensart unterbunden wird, wenn der Längsabstand der Torsionsbügel  $s_w$  einen Wert von

$$s_{\rm w} \le \frac{u_{\rm k}}{8}$$
 Gl. 3-68

aufweist. Die Bedingung kann auch geometrisch erklärt werden. Bei einem quadratischen Querschnitt mit einer Kantenlänge *a* muss der Bügelabstand

$$s_{\rm w} \le \frac{a}{2}$$
 Gl. 3-69

betragen, damit mindestens ein Bügelschenkel den unter 45° zur Bauteillängsachse verlaufenden Riss mittig kreuzt (s. Bild 3-30). Durch Umformen von Gl. 3-69 erhält man

$$a = 2 \cdot s_{w}$$
, G1. 3-70

und für den Umfang der Kernfläche  $u_k$  gilt bei einem quadratischen Querschnitt

$$u_{\rm k} \approx 4 \cdot a$$
. Gl. 3-71

Setzt man Gl. 3-70 in Gl. 3-71 ein, erhält man

$$u_{\rm k} = 4 \cdot 2 \cdot s_{\rm w} \tag{G1. 3-72}$$

und umgestellt nach  $s_w$  ergibt sich

$$s_{\rm w} = \frac{u_{\rm k}}{4\cdot 2} = \frac{u_{\rm k}}{8}.$$
 Gl. 3-73

Bei flacheren Winkeln (z. B. Spannbetonbalken) und rechteckförmigen Querschnitten erhält man immer höhere zulässige Abstände, weshalb Gl. 3-73 den untersten Grenzwert darstellt. Diese Grenze wurde beispielsweise in MC 90 [MC-1990] und EC2 [EC2-2011] übernommen.

Darüber hinaus setzen MC 90 [MC-1990] und EC2 [EC2-2011] fest, dass je Bügelecke ein Längsstab und weitere Stäbe gleichmäßig innerhalb der Bügelbewehrung anzuordnen sind. Der Abstand der Längsbewehrungsstäbe  $s_1$  untereinander muss einen Wert von

$$s_{\rm l} \le 350 \,\rm{mm}$$
 Gl. 3-74

aufweisen. Untersuchungen von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] ergaben, dass eine Konzentration der Längsbewehrung in den Bügelecken eine optimale Abstützung und Umlenkung der Druckstreben an den Querschnittsecken ermöglicht und das maximal aufnehmbare Torsionsmoment hierdurch nicht beeinflusst wird. Daher kann Gl. 3-74 vielmehr im Sinne der Einhaltung der Gebrauchstauglichkeit betrachtet werden. Durch die Begrenzung des zulässigen Längsbewehrungsabstands  $s_1$  in Verbindung mit der Begrenzung des zulässigen Bügelbewehrungsabstands  $s_w$  (Gl. 3-68) ergibt sich ein engmaschiges Bewehrungsnetz, wodurch die Entstehung zu großer Rissbreiten vermieden wird.

#### 3.4.4.3 Ausbrechen von Kanten

Beim räumlichen Fachwerkmodell (Bild 3-20) stützen sich die Druckstreben in den Querschnittsecken ab und werden hier umgelenkt. Die aus der Richtungsänderung resultierenden Umlenkkräfte müssen durch die Ecklängsbewehrung aufgenommen werden. Bei zu schwacher Ecklängsbewehrung und zu großen Bügelabständen wird die Ecklängsbewehrung zusätzlich auf Biegung beansprucht und verformt sich, wodurch ein Abplatzen der Betonkanten auftreten kann (Bild 3-31).





Bild 3-31: Ausbrechen von Kanten: Bruchbild [Mit-1976] (links) und Erläuterungsskizze (rechts) des Torsionsbalkens C0 nach [Mit-1971]

Experimentelle und theoretische Untersuchungen von MITCHELL / LAMPERT / COLLINS [Mit-1971] ergaben, dass unter Einhaltung eines Mindestbügelabstands von  $s_{\rm w} \le u_{\rm k}/8$ (Gl. 3-68) die Ecklängsbewehrung eine Mindestbiegesteifigkeit bzw. einen Mindestdurchmesser von

$$\phi_{\rm sl,Eck} \ge \frac{s_{\rm w}}{16}$$
Gl. 3-75

aufweisen sollte. Hierbei gehen MITCHELL / LAMPERT / COLLINS davon aus, dass die Ecklängsbewehrung als ein durch die Umlenkkräfte belasteter Durchlaufträger – mit der Bügelbewehrung als Auflager – angesehen werden kann. Der Mindestdurchmesser wird letztendlich jedoch pauschal festgelegt.

Die Begrenzung des Durchmessers der Ecklängsbewehrung entsprechend Gl. 3-75 wurde z. B. im Model Code 1990 (MC 90) [MC-1990] aufgenommen. Der Model Code 2010 (MC 2010) [MC-2010], die DIN EN 1992-1-1 (EC2) [EC2-2011] und der zum EC2 zugehörige Nationale Anhang für Deutschland DIN EN 1992-1-1/NA (NA-D) [EC2/NA-D-2013] sowie für Österreich ÖNORM B 1992-1-1 (NA-Ö) [EC2/NA-Ö-2011] enthalten dagegen keine Begrenzung.

## 3.4.4.4 Verankerungsversagen der Bewehrung

Wird die Längs- und/oder die Bügelbewehrung nicht ausreichend verankert, führt dieses zu einem vorzeitigen Bauteilversagen. Durch ungenügenden Verbund oder durch Nachgeben der Verankerung gleitet die Bewehrung im Beton, entzieht sich so zum Teil der Beanspruchung und kann deshalb nicht vollständig ausgenutzt werden. Im Bereich der Verankerung wird der Beton meistens aufgespalten und es kann zu Betonabplatzungen kommen. In Bild 3-32 ist exemplarisch das Versagen von unzureichend verankerten Bügelschlössern eines vorgespannten Hohlkastenquerschnitts dargestellt.



Bild 3-32: Bügelschlossversagen: Bruchbild [Mit-1976] (links) und Bewehrungsskizzen (rechts) des Torsionsbalkens P2 nach [Mit-1974-2]

Infolge des umlaufenden Torsionsschubflusses sind geschlossene Bügel erforderlich, die mit Haken oder einem vollem Übergreifungsstoß zu verankern sind. Die nach EC2

[EC2-2011] in Verbindung mit NA-D [EC2/NA-D-2013] möglichen Ausführung von Torsionsbügeln zeigt Bild 3-33.



Bild 3-33:Verankern und Schließen von Torsionsbügeln nach DIN EN 1992-1-1[EC2-2011] in Verbindung mit DIN EN 1992-1-1/NA [EC2/NA-D-2013]

Bei der Bügelform b) handelt es sich um eine nach NA-D [EC2/NA-D-2013] geduldete und nach EC2 [EC2-2011] als nicht empfohlene Bügelform (vgl. Bild 3-32).

## 3.4.4.5 Zugstrebenversagen

Beim Zugstrebenversagen erreicht die eingelegte Bewehrung – Längs- und/oder Bügelbewehrung – ihre Streckgrenze. Der duktile Versagensmechanismus geht mit deutlicher Verformungszunahme und weit geöffneten Rissen einher. In Bild 3-34 ist das Zugstrebenversagen bei einem Torsionsversuchsbalken dargestellt.



Bild 3-34: Zugstrebenversagen: Bruchbild [Mit-1971] (links) und Bewehrungsskizzen (rechts) des Torsionsbalkens C2 nach [Mit-1971]

Im Vergleich zum Torsionstrennbruch (Bild 3-30) fällt auf, dass durch ein engmaschiges, rechtwinkliges Bewehrungsnetz aus Längs- und Bügelbewehrung kleinere Rissabstände sowie kleinere Rissbreiten auftreten.

## 3.4.4.6 Druckstrebenversagen

Beim Druckstrebenversagen tritt ein schlagartiges Versagen des Betons durch örtliche Zerstörung auf. Bild 3-35 zeigt das typische Bruchbild dieser Versagensart.



Bild 3-35: Druckstrebenversagen: Bruchbild [Mit-1974-1] (links) und Bewehrungsskizzen (rechts) des Torsionsbalkens PT6 nach [Mit-1974-2]

In der Literatur wird oft zwischen primärem und sekundärem Betonversagen unterschieden. Beim primären Betonversagen versagt der Beton, ohne dass die eingelegte Längs- und/oder Bügelbewehrung ihre Streckgrenze erreicht. Demgegenüber versagt der Beton beim sekundären Betonversagen erst, nachdem die Längs- oder Bügelbewehrung ihre Streckgrenze erreicht.

## 3.4.5 Torsionssteifigkeit im Zustand II

Bei Stahlbetonbauteilen ist mit einsetzender Rissbildung ein plötzlicher Abfall der Torsionssteifigkeit zu verzeichnen, welches sich in einer schlagartigen Verformungszunahme äußert (vgl. Bild 3-14). Bild 3-36 zeigt das Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramm der beiden von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lum-1968] geprüften Torsionsbalken T1 und T4.



Bild 3-36: Torsionssteifigkeit in Abhängigkeit zum Torsionsmoment der Torsionsbalken T1 und T4 nach [Lam-1968]

Aus Bild 3-36 wird ersichtlich, dass durch Rissbildung eine sehr starke Reduktion der Torsionssteifigkeit auftritt und, trotz der unterschiedlichen Steifigkeiten von T1 und T4 im Zustand I, beide Versuchskörper ab ungefähr 70 % der Traglast nahezu dieselben Steifigkeiten aufweisen. Des Weiteren zeigt sich, dass im Bruchzustand die Torsionssteifigkeiten nur noch etwa zu 5 % den Steifigkeiten von Zustand I entsprechen. Ähnliche Beobachtungen machten LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974], welche Torsionsversuche an rechteckförmigen Balken mit unterschiedlichem h/b-Verhältnis. iedoch identischen Ouerschnittsflächen, Betonfestigkeiten und Bewehrungsgraden durchführten. Auch hier traten, trotz der unterschiedlichen Steifigkeiten im Zustand I, ab ungefähr 80 % der Traglast nahezu dieselben Torsionssteifigkeiten auf, die im Bruchzustand nur noch ungefähr 5 % ihrer Steifigkeit im Zustand I betrugen.

Untersuchungen an vorgespannten Torsionsbalken z. B. nach MITCHELL / COLLINS [Mit-1974-1] verzeichneten eine durch die Vorspannung leicht höhere Torsionssteifigkeit im Zustand II. Dieses kann auf das höhere Torsionsrissmoment zurückgeführt werden.

Zusammenfassend lässt sich aus den verschiedenen Torsionsversuchen schlussfolgern, dass im Zustand II, in Abhängigkeit von der Querschnittsform und dem Bewehrungsgrad, nur noch 5 % – 20 % der ursprünglich im Zustand I vorhandenen Torsionssteifigkeit erreicht wird. Aus diesem Grund kann eine eventuell vorhandene Wölbkrafttorsion im Auflager- oder Lasteinleitungsbereich bei der Bemessung unberücksichtigt bleiben (vgl. Abschn. 3.1).

Im Zustand II nimmt die Torsionssteifigkeit im Vergleich zur Biegesteifigkeit damit viel stärker ab [Leo-1967], [Thü-1973]. Bei statisch unbestimmten Systemen führt dieses Verhalten zu einer Unterscheidung zwischen zwei Torsionsarten:

- Gleichgewichtstorsion
- Verträglichkeitstorsion

Kann ohne die Berücksichtigung des Torsionsmoments kein Gleichgewicht hergestellt werden, liegt Gleichgewichtstorsion vor. In diesem Fall muss das Torsionsmoment bei der Bemessung berücksichtigt werden.

Tritt ein Torsionsmoment lediglich aus der Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen (Verträglichkeit der Verformungen) auf, kann das statische Gleichgewicht auch unter Annahme torsionsweicher Balken erfüllt werden; es liegt die sogenannte Verträglichkeitstorsion vor. Das Torsionsmoment kann bei der Bemessung vernachlässigt werden bzw. darf die Schnittgrößenermittlung ohne Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit erfolgen. Die Vernachlässigung setzt jedoch voraus, dass sich die Torsionssteifigkeit durch Rissbildung abbauen kann und sich damit die Schnittgrößen infolge Verformungen umlagern können. Zur Vermeidung übermäßiger Rissbildung ist eine konstruktive Mindestlängs- und Mindestbügelbewehrung erforderlich. (Ein typisches Beispiel für Verträglichkeitstorsion ist der Randunterzug eines Deckensystems.)

Einer der ersten Ansätze zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit im Zustand II wurde von HSU [Hsu-1968-2] entwickelt. Hiernach ist die Torsionssteifigkeit eine Funktion aus der Torsionssteifigkeit nach Elastizitätstheorie und dem verbauten Gesamtbewehrungsgrad.

Ein ganz anderer Ansatz zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit beruht auf der Verwendung des räumlichen Fachwerkmodells. Hier sind vor allem die Arbeiten von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968], LAMPERT [Lam-1971-2], KARLSSON [Kar-1971] und RAHLWES [Rah-1970] zu erwähnen. Ein Vergleich der Ansätze untereinander ist jedoch nahezu unmöglich, da sich diese auf verschiedene Bereiche der Torsionsmomenten-Verdrillung-Kurve beziehen (z. B. Fließbeginn der Bewehrung) und die Torsionssteifigkeiten unterschiedlich definiert werden (Tangenten- oder Sekantenmodul).

Da sich die oben genannten Ansätze nur auf einen Punkt des Torsionsmomenten-Verdrillung-Verlaufs beziehen, wurde die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Kurve von TEUTSCH [Teu-1979] durch einen bilinearen bzw. trilinearen Kurvenzug angenähert und damit eine beanspruchungsabhängige Beziehung zur Ermittlung der Verformung definiert.

Bis heute liegt jedoch kein allgemein anerkanntes und einfach zu handhabendes Ingenieurmodell zur Bestimmung der Torsionsverformungen im Zustand II vor.

In der Baupraxis ist oft das Verhältnis der Steifigkeit von Zustand II zu Zustand I von Interesse, weshalb in der Fachliteratur die im ungerissenen Zustand vorhandene Torsionssteifigkeit K entsprechend Gl. 3-30 mit einem empirischen Abminderungsfaktor  $k_{II}$  abgemindert wird:

$$K_{\rm II} = k_{\rm II} \cdot K = k_{\rm II} \cdot (G \cdot I_{\rm T})$$
Gl. 3-76

Nach DAfStb-Heft 240 [Gro-1991] und MC 90 [MC-1990] darf der Abminderungsfaktor  $k_{\rm II}$  zu 0,24 angenommen werden. Ein weit geringerer Abminderungsfaktor von 0,15 kann beispielsweise LEONHARDT / SCHELLING [Leo-1974] entnommen werden, wobei dieser nach [Leo-1974] bei Dauerlast nur noch 0,10 beträgt und im Bruchzustand einen Wert zwischen 0,04 und 0,05 annehmen kann.

# 4 Stand der Forschung

# 4.1 Torsionstragverhalten von faserbewehrten Balken

# 4.1.1 Allgemeines

Das Torsionstragverhalten von Stahlfaserbeton wurde erstmalig in den 1970er Jahren von HAFEEZ KHAN / SNAJEEVA REDDY / SADANANDA MURTHY [Huf-1976] und NARAYANAN / TOORANI-GOLOOSALAR [Nur-1979] untersucht. Beschränkten sich diese Versuche noch auf faserbewehrte Betonbalken, erfolgten in den darauffolgenden Jahren weitere Versuchsreihen unterschiedlichster Forscher, wobei neben stahlfaserbewehrten Betonbalken auch stahlfaserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken untersucht wurden. Ein Teil dieser Untersuchungen hatte zum Ziel, die Längs- und/oder Bügelbewehrung durch Stahlfasern zu ersetzen bzw. vorgespannte Faserbetonbalken ohne jegliche konventionelle Bewehrung auszuführen.

Die o.g. Versuche an faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- oder Spannbetonbalken zeigten, dass sich diese analog zu reinen Beton-, Stahlbeton- oder Spannbetonbalken im ungerissenen Zustand annähernd linear-elastisch verhielten (vgl. Bild 3-13) und die Torsionssteifigkeit im Zustand I durch die Stahlfasern nicht merklich beeinflusst wurde (z. B. [(ra-1984], [(ha-2009]). Überdies trat auch bei den faserbewehrten Beton- und Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt der Erstriss entsprechend dem Schubspannungsverlauf nach Elastizitätstheorie (vgl. Bild 3-6) immer an der längeren Querschnittsseite (h) und hier mittig unter  $45^{\circ}$  zur Balkenachse geneigt auf (z. B. [Man-1985], [Rao-2003]). Mit zunehmendem Fasergehalt konnte jedoch ein geringerer Anstieg des Torsionsrissmoments beobachtet werden. Allerdings nahm auch gleichzeitig die versuchsbegleitend ermittelte Zugfestigkeit des verwendeten Faserbetons zu (z. B. [Gro-1986]). Im gerissenen Zustand II konnte dagegen ein zum Teil signifikanter Einfluss der Stahlfasern auf das Trag- und Verformungsverhalten verzeichnet werden, was nachfolgend getrennt nach faserbewehrten Beton-, Stahlbetonund Spannbetonbalken erläutert wird.

# 4.1.2 Faserbewehrte Betonbalken

Die Versuche an stahlfaserbewehrten Betonbalken machten deutlich, dass diese in Abhängigkeit des Fasergehalts und der Leistungsfähigkeit der Fasern nicht oder nur geringfügig über das Torsionsrissmoment hinaus beansprucht werden konnten [Man-1985], [(ra-1986], [Rao-2003], [(Ina-2009], [Joh-2012]. Mit Erreichen der Torsionsrisslast bildete sich analog zu reinen Betonbalken (vgl. Abschn. 3.4.1) ein über 2/3 des Balkenumfangs unter 45° zur Balkenlängsachse geneigter Riss aus und der verbleibende Rest-

querschnitt brach anschließend infolge Biegebeanspruchung in entgegengesetzter Richtung (z. B. [Man-1985]). Bei einer hohen Leistungsfähigkeit der Fasern konnten zum Teil einige weitere feine Risse beobachtet werden, die jedoch für das Versagen nicht maßgebend wurden (z. B. [(ra-1986], [Joh-2012]). Vergleichbar mit reinen Betonbalken (vgl. Abschn. 3.4.1) versagten die faserbewehrten Betonbalken mit geringem Fasergehalt schlagartig und die Balken zerbrachen in zwei Teile. Dagegen trat bei einem hohen Fasergehalt ein robustes Versagen auf und die Balken zerfielen nicht in zwei Teile (z. B. [Rao-2003], [Cha-2009]). In Abhängigkeit des Fasergehalts und der Leistungsfähigkeit der Fasern wurde außerdem nach Erreichen der Bruchlast eine Nachbruchtragfähigkeit infolge Faserauszug (vgl. Abschn. 2.2) verzeichnet (z. B. [Man-1985], [Cra-1986], [Joh-2012]).

In Bild 4-1 sind exemplarisch die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Kurven der von CRAIG ET AL. [(ra-1986] unter reiner Torsion und mit unterschiedlichen Stahlfasergehalten – jedoch mit derselben Faserart – geprüften Betonbalken P1, P3 und P6 dargestellt.



Bild 4-1: Torsionstragverhalten der mit unterschiedlichem Stahlfasergehalt bewehrten Betonbalken P1, P3 und P6 nach [Cra-1986]

Wie zu erkennen ist, versagt der Balken P1 ohne Stahlfasern schlagartig mit Erreichen der Torsionsrisslast. Demgegenüber ist das Versagen der faserbewehrten Balken P3 und P6 robuster, wobei P6 mit dem höchsten Fasergehalt ein minimal höheres Rissmoment aufweist (ungefähr 16%) und nach Erreichen der Torsionsrisslast unter Zunahme der Verdrillung noch geringfügig (ungefähr 16%) weiter beansprucht werden kann. Weiterhin ist bei den Balken P3 und P6 deutlich die durch die Stahlfasern hervorgerufene Nachbruchtragfähigkeit zu erkennen.

#### 4.1.3 Faserbewehrte Betonbalken mit Längs- oder Bügelbewehrung

Die experimentellen Untersuchungen an faserbewehrten Betonbalken, die zusätzlich mit Längs- oder Bügelbewehrung bewehrt wurden, zeigten, dass sich, analog zu Betonbalken mit ausschließlich Längs- bzw. Bügelbewehrung (vgl. Abschn. 3.4.1), nach Erreichen der Torsionsrisslast ein wendelförmiger, um den Querschnitt verlaufender Riss ausbildete. Bei einem hohen Fasergehalt konnten vereinzelt weitere Risse beobachtet werden, die nicht gleichmäßig über die Balken verteilt waren (z. B. [(ra-1984], [Yan-2013]). Ähnlich zu reinen Betonbalken mit ausschließlicher Längs- oder Bügelbewehrung, trat das Versagen bei einem geringen Fasergehalt mit Erreichen der Torsionsrisslast bzw. im Übergangsbereich zu Zustand II auf (vgl. Abschn. 3.4.1). Mit zunehmendem Fasergehalt konnte dagegen die Torsionslast gehalten und in vereinzelten Fällen die Torsionstraglast sogar noch geringfügig gesteigert und anschließend gehalten werden (z. B. [Cra-1984], [Man-1985], [Rao-2006], [Yan-2013]). Mit zunehmender Verdrillung versagten diese Balken infolge Auszug der Stahlfasern. Unabhängig vom Fasergehalt zerbrachen die Balken nicht in zwei Teile, da diese durch die Längsbewehrung und zum Teil auch noch durch die Stahlfasern zusammengehalten wurden (z. B. [Cha-2009]).

Bild 4-2 zeigt exemplarisch das Torsionstragverhalten von drei unter reiner Torsion getesteten Balken, die mit identischer Längsbewehrung und unterschiedlichen Stahlfasergehalten bewehrt wurden. Hierbei handelt es sich um die von CRAIG ET AL. [(rd-1984] durchgeführten Versuche T5, T2 und T7, die in ihren Abmessungen und der verwendeten Faserart den Versuchskörpern in Bild 4-1 entsprechen.



#### Bild 4-2: Torsionstragverhalten der mit unterschiedlichem Stahlfasergehalt und konstanter Längsbewehrung bewehrten Betonbalken T5, T2 und T8 nach [Cra-1984]

Aus Bild 4-2 ist ersichtlich, dass der Balken T5 ohne Stahlfasern mit Erreichen der Risslast noch geringfügig Last aufnehmen und diese dann kurz halten kann, danach jedoch im Übergangsbereich zu Zustand II versagt. Ein ähnliches Verhalten zeigt Versuchskörper T2 mit 1,50 Vol.-% Stahlfasern, wobei eine ungefähr 10 % höhere Last aufgenommen werden kann. Dagegen kann Versuchskörper T7, mit einem Stahlfasergehalt von 2,50 Vol.-%, nach Rissbildung unter Zunahme der Verdrillung eine im Vergleich zu T5 ungefähr 40 % höhere Last aufnehmen.

Aus den Untersuchungen an faserbewehrten Betonbalken mit Längsbewehrung nach MANSUR / LIM [Man-1985], die als einzige Angaben zur gemessenen Dehnung der Längsbewehrung machen, wird ersichtlich, dass die Längsbewehrung nicht vollständig ausgenutzt werden kann. Dieses erklärt auch die geringen Traglasten der Balken, da das Versagen immer durch die schwächere Bewehrung, in diesem Fall die Stahlfasern, hervorgerufen wird. Im Torsionsriss kann sich kein Gleichgewicht einstellen, wodurch ein vorzeitiges Versagen unter Ausbildung eines Scherbruches analog einem Torsionstrennbruch (vgl. Abschn. 3.4.4.2) auftritt. Im Vergleich zu faserbewehrten Betonbalken hemmt die Längsbewehrung jedoch die Rissaufweitung direkt nach der Rissentstehung, wodurch das Torsionsrissmoment unter Zunahme der Verdrillung gehalten bzw. noch geringfügig gesteigert werden kann. Da mit zunehmender Verdrillung die Rissbreiten anwachsen und die Stahlfasern (allmählich) aus dem Beton herausgezogen werden, ist die Kapazität der Stahlfasern relativ schnell erschöpft und das ertragbare Torsionsmoment sinkt. Untersuchungen nach YANG ET AL. [Yun-2013] zeigen zudem, dass durch eine Erhöhung des Längsbewehrungsgrades die Torsionstraglast nicht gesteigert, sondern lediglich eine höhere Verdrillung aufgenommen werden kann. Demzufolge hat nur der Fasergehalt einen Einfluss auf die Höhe des Bruchmoments. Ähnlich verhält es sich mit faserbewehrten Betonbalken, die ausschließlich mit Bügelbewehrung bewehrt wurden (z. B. [Ism-2015]).

#### 4.1.4 Faserbewehrte Stahlbetonbalken

Bei den Versuchen an faserbewehrten Stahlbetonbalken zeigte sich, dass entsprechend der Stahlbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung (vgl. Abschn. 3.4.1) die Belastung nach Überschreiten der Torsionsrisslast weiter gesteigert werden konnte und sich mehrere nahezu wendelförmig verlaufende, unter 45° geneigte Risse ausbildeten. Hierbei traten mit zunehmendem Fasergehalt geringere Rissbreiten und -abstände auf und die Anzahl der Risse nahm zu (feineres Rissbild) (z. B. [Cho-2009], [Yun-2013]). Vergleichbar mit reinen Stahlbetonbalken (vgl. Bild 3-14) konnte das Last-Verformungs-Verhalten in die drei charakteristischen Phasen

- ungerissener Zustand I,
- gerissener Zustand II und
- Fließen der Bewehrung

unterteilt werden (z. B. [Rao-2005]). Mit zunehmendem Fasergehalt konnte analog zu Stahlbetonbalken mit hohem Bewehrungsgrad (vgl. Bild 3-15) beobachtet werden, dass der Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II nicht mehr ganz so abrupt bzw. ohne schlagartigen Anstieg der Verdrillung erfolgte (z. B. [Man-1989], [Yan-2013]). Des Weiteren wurde mit zunehmendem Fasergehalt eine zum Teil signifikante Steigerung des Torsionsbruchmoments, eine größere Torsionssteifigkeit im Zustand II und eine größere aufnehmbare Verdrillung verzeichnet (z. B. [(ra-1984], [Man-1989], [Yan-2013]). Das Versagen trat infolge einer Kombination aus Faserauszug und Reißen der Stabstahlbewehrung – vergleichbar mit einem Zugstrebenversagen (vgl. Abschn. 3.4.4.5) – auf.

In Bild 4-3 ist exemplarisch das Torsionstragverhalten der von CRAIG ET AL. [(rø-1984] unter reiner Torsion mit unterschiedlichen Stahlfasergehalten und identischem Längsund Bügelbewehrungsgrad bewehrten Stahlbetonbalken T1, T3 und T8 dargestellt. Diese Versuchskörper entsprechen hinsichtlich Abmessungen, Faserart, Fasergehalt und Längsbewehrungsgrad den Versuchen T5, T2 und T7 nach Bild 4-2 und unterscheiden sich lediglich in der angeordneten Bügelbewehrung.



Bild 4-3: Torsionstragverhalten der mit unterschiedlichem Stahlfasergehalt bewehrten Stahlbetonbalken T1, T3 und T8 nach [Cra-1984]

Der Stahlbetonversuchskörper T1 ohne Stahlfasern kann nach Erreichen der Torsionsrisslast unter übermäßiger Zunahme der Verdrillung noch geringfügig höher beansprucht werden und versagt anschließend. Die Bügelbewehrung wurde bei diesem Versuchskörper so ausgelegt, dass etwas mehr als die Torsionsrisslast aufgenommen werden konnte (≈ Mindestbügelbewehrung) und die Bügelbewehrung nach dem abrupten Übergang von Zustand I zu Zustand II versagte. Bei Versuchskörper T3 mit 1,50 Vol.-% Stahlfasern ist der Übergang zu Zustand II nicht mit übermäßiger Verdrillung verbunden und es kann eine höhere Torsionssteifgkeit sowie ein mehr als 62 % höheres Torsionsbruchmoment verzeichnet werden. Ein ähnliches Verhalten zeigt

sich bei Versuchskörper T8 mit 2,00 Vol.-% Stahlfasern, wobei eine mehr als 118 % höhere Torsionstraglast und zusätzlich noch eine größere Verdrillung aufgenommen werden kann.

#### 4.1.5 Faserbewehrte Spannbetonbalken

Versuche an faserbewehrten Spannbetonbalken wurden lediglich in einem sehr geringen Umfang durchgeführt, sodass zurzeit nur eine beschränkte Aussage über deren Tragverhalten und Versagen möglich ist.

Die von WAFA / HASNAT / TARABOLSI [Waf-1992] durchgeführten Versuche an vorgespannten Faserbetonbalken (sofortiger Verbund) ohne jegliche konventionelle Bewehrung zeigten bis zum Erreichen der maximalen Torsionstraglast in etwa ein linear-elastisches Tragverhalten und versagten wie vorgespannte Betonbalken spröde unter Ausbildung eines Risses. Bei hohem Fasergehalt konnten zum Teil weitere Risse beobachtet werden und das Last-Verformungs-Verhalten wurde nichtlinear. Unabhängig vom Fasergehalt verlief der Versagensriss ähnlich wie bei reinen Betonbalken (vgl. Abschn. 3.4.1) bzw. faserbewehrten Betonbalken (vgl. Abschn. 4.1.2) über 2/3 des Balkenumfangs und die verbleibende Querschnittsseite brach anschließend infolge Biegung in entgegengesetzter Richtung. Aufgrund der aufgebrachten Vorspannung trat immer eine Rissneigung < 45° auf. Mit zunehmendem Fasergehalt konnte eine Steigerung des Torsionsbruchmoments, jedoch keine größere Torsionssteifigkeit im Zustand II und nur bedingt eine größere aufnehmbare Verdrillung beobachtet werden.

Die Versuche von KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] an extern vorgespannten UHPFRC-Stahlbetonbalken mit konventioneller Bewehrung (Längs- und Bügelbewehrung) zeigten, dass das Last-Verformungs-Verhalten vergleichbar mit dem von vorgespannten Stahlbetonbalken ist und in die drei charakteristischen Phasen – ungerissener Zustand I, gerissener Zustand II und Fließen der Bewehrung – eingeteilt werden kann. Da in dieser Versuchsserie hauptsächlich der Vorspanngrad und lediglich einmal der Fasergehalt variiert wurden, kann keine Aussage über den Einfluss der Stahlfasern auf das Tragund Verformungsverhalten getroffen werden. Es zeigte sich jedoch, dass, wie bei vorgespannten Stahlbetonbalken, mit steigendem Vorspanngrad eine höhere Torsionstraglast aufgenommen werden kann und der Risswinkel zunehmend von 45° abweicht.

# 4.2 Berechnungsansätze für faserbewehrte Balken unter Torsion

#### 4.2.1 Allgemeines

Wie bereits unter Abschnitt 1.1 erwähnt, darf nach der DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] die Stahlfasertragwirkung aufgrund mangelnder Versuchserfahrung beim Torsionsnachweis nicht berücksichtigt werden [Teu-2011].

Ähnliches gilt z. B. auch für die österreichische ÖVBB-Richtlinie "Faserbeton" [ÖVBB-2008].

Auch der Model Code 2010 (MC 2010) [MC-2010] enthält kein Bemessungsmodell bzw. keine Bemessungsgleichungen. Allerdings gestattet der MC 2010, faserbewehrte Betonbalken mit überkritischem Fasergehalt (vgl. Bild 2-3) auszuführen, wenn die auftretenden Hauptzugspannungen den Bemessungswert der maximalen Nachrisszugfestigkeit nicht überschreiten (vgl. Abschn. 3.3.2; Elastizitätstheorie).

Der DAfStb-Sachstandsbericht "Ultrahochfester Beton" [Sch-2008] erlaubt bei UHPFRC-Balken eine generelle Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung bei der Ermittlung der erforderlichen Längs- und Bügelbewehrung infolge Torsionsbeanspruchung, jedoch fehlen hierzu weitere Angaben und Regelungen.

Dagegen enthalten die australische UHPFRC-Richtlinie [60w-2000] und die japanische UHPFRC-Richtlinie [JSCE-2006] sowie der US-amerikanische UHPC-Sachstandsbericht [FHWA-2013] keine Angaben bzw. Regelungen zur Berücksichtigung der Fasertragwirkung beim Torsionsnachweis.

Lediglich die neueste französische UHPFRC-Richtlinie [AF6C-2013] beinhaltet ein Bemessungsmodell, das auf den eigenen experimentellen und theoretischen Untersuchungen ([0et-2011], [Emp-2012-1]) sowie zum Teil auch auf den Untersuchungen von [Joh-2012] beruht und in Kapitel 5 detailliert erläutert wird.

Aus dem vorangegangenen kurzen Abriss wird ersichtlich, dass – mit Ausnahme der französischen UHPFRC-Richtlinie [AF6C-2013] – zurzeit kein Bemessungsmodell zur Berücksichtigung der Fasertragwirkung beim Torsionsnachweis existiert.

Im Gegensatz zu den Regelwerken enthält die internationale Fachliteratur Berechnungsansätze, die auf der

- Elastizitätstheorie (vgl. Abschn. 3.3.2),
- Plastizitätstheorie (vgl. Abschn. 3.2.3.3),
- Fachwerktheorie (vgl. Abschn. 3.4.2.1),
- Klassischen Theorie (vgl. Abschn. 3.4.2.2) und der
- Theorie der schiefen Bruchfläche (vgl. Abschn. 3.4.2.3)

basieren und zum Teil nur leicht modifiziert wurden. Des Weiteren wurde eine "neue" Theorie, die sogenannte "Additionstheorie" entwickelt. Diese Berechnungsansätze werden nachfolgend getrennt voneinander, sowohl nach faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken, als auch nach den einzelnen Theorien aufgeführt. Ansätze für faserbewehrte Betonbalken mit Längs- oder Bügelbewehrung sind in der Fachliteratur nicht vorhanden. Falls nicht ausdrücklich darauf hingewiesen, wurden die Ansätze auf Basis von experimentellen Untersuchungen an normalfesten Faserbetonbalken mit Vollquerschnitten aufgestellt. Ferner wird der besseren Übersichtlichkeit halber die jeweils anzusetzende Faserbetonzugfestigkeit zunächst pauschal mit  $f_{ct,f}$ bezeichnet und anschließend erläutert.

#### 4.2.2 Berechnungsansätze für faserbewehrte Betonbalken

#### 4.2.2.1 Ansätze nach Elastizitätstheorie

NARAYANAN / TOORANI-GOLOOSALAR [Nur-1979] schlagen erstmalig vor, die Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Betonbalken mithilfe der Elastizitätstheorie bzw. des Torsionsrissmoments  $T_{\rm cr}$  nach Gl. 3-24 zu bestimmen, wobei die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ct}$  durch eine Faserbetonzugfestigkeit  $f_{\rm ct,f}$  ersetzt wird. Allgemein gilt

bzw. ergibt sich für rechteckförmige Querschnitte mit  $W_{T,el}$  entsprechend Tabelle 3-1:

$$T_{\rm u} = (\beta \cdot h \cdot b^2) \cdot f_{\rm ct,f} \,. \tag{G1.4-2}$$

Die in Gl. 4-1 bzw. Gl. 4-2 anzusetzende Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  kann nach [Nar-1979] mithilfe einer empirischen Gleichung aus der Würfeldruckfestigkeit abgeleitet werden.

Auf Grundlage experimenteller Untersuchungen an UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt schlagen erstmalig OETTEL / EMPELMANN [0et-2011], [Emp-2012-1], [0et-2014-2] vor, die BREDT'sche Torsionstheorie zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit zu verwenden (vgl. Gl. 3-18):

$$T_{\rm u} = 2 \cdot A_{\rm k} \cdot t_{\rm ef} \cdot f_{\rm ct,f} \tag{G1. 4-3}$$

Als zentrische Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  ist der größere Wert aus zentrischer Betonzugfestigkeit und zentrischer Nachrisszugfestigkeit anzusetzen. Darauf aufbauend wird in [0et-2013-2] gezeigt, dass dieser Ansatz in guter Näherung auch auf faserbewehrte Betonbalken mit Vollquerschnitt aus normalfestem Beton angewandt werden kann. Ein ähnlicher Ansatz findet sich bei ISMAIL [Ism-2015] für quadratische UHPFRC-Balken mit Vollquerschnitt. Als Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  wird der Maximalwert aus kleinformatigen UHPFRC-Zugproben verwendet.

## 4.2.2.2 Ansätze nach Plastizitätstheorie

Da durch die Zugabe der Stahlfasern ein im Gegensatz zu reinem Beton robusteres Zugtragverhalten auftritt, wurde von NARAYANAN / TOORANI-GOLOOSALAR [Nur-1979], NARAYANAN / GREEN [Nur-1981] und MANSUR / PARAMASIVAM [Mun-1982-1] angenommen, dass der Faserbeton unter der Torsionsbeanspruchung plastifiziert und das Tragverhalten folglich mit der Plastizitätstheorie beschrieben werden kann. Diese Ansätze können in allgemeiner Form zu

$$T_{\rm u} = W_{\rm T,pl} \cdot f_{\rm ct,f}$$
Gl. 4-4

zusammengefasst werden. Das plastische Torsionswiderstandsmoment  $W_{T,pl}$  wird mittels der NADAI'sche Sandhügel-Analogie (vgl. Abschn. 3.2.3.3) ermittelt und nur von NARAYANAN / GREEN [Nor-1981] geringfügig modifiziert. Die eigentlichen Unterschiede der Ansätze liegen in der zu verwendenden Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$ .

NARAYANAN / TOORANI-GOLOOSALAR [Nor-1979] setzt eine aus der Würfeldruckfestigkeit, NARAYANAN / GREEN [Nor-1981] hingegen eine aus der Spaltzugfestigkeit empirisch abgeleitete Faserbetonzugfestigkeit an.

Nach MANSUR / PARAMASIVAM [Man-1982-1] ist dagegen eine aus der zentrischen Betonzugfestigkeit und verschiedenen Faserparametern abgeleitete Faserbetonzugfestigkeit zu verwenden.

## 4.2.2.3 Ansätze nach Theorie der schiefen Bruchfläche

In [Nar-1979], [Man-1982-2], [(ra-1984] und [Waf-1992] wird vorgeschlagen, die Torsionstragfähigkeit von stahlfaserbewehrten Betonbalken mittels der Theorie der schiefen Bruchfläche (vgl. Abschn. 3.4.2.3) zu bestimmen. Hierbei wird auf eine von HSU [Hsu-1968-3] auf Grundlage der Theorie der schiefen Bruchfläche einwickelte Beziehung für reine Betonbalken unter Torsionsbeanspruchung zurückgegriffen und die Betonzugfestigkeit durch eine Faserbetonzugfestigkeit ersetzt. Es gilt:

$$T_{\rm u} = \frac{h \cdot b^2}{3} \cdot f_{\rm ct,f}$$
Gl. 4-5

Sowohl NARAYANAN / GOLOOSALAR [Nor-1979] als auch MANSUR [Mon-1982-2] setzen eine pauschal abgeminderte Biegezugfestigkeit (Maximalwert aus 3-Punkt-Biegeversuch) an, die sich lediglich in der Höhe der Abminderung unterscheidet.

WAFA / HASNAT / TARABOLSI [Waf-1992] hingegen verwenden eine in Abhängigkeit des Fasergehalts abgeminderte Spaltzugfestigkeit.

Nach CRAIG ET AL. [(ro-1984] kann die anzusetzende Faserbetonzugfestigkeit entweder aus der Spaltzugfestigkeit oder aber aus der Biegezugfestigkeit (Maximalwert aus 3-Punkt-Biegeversuch) empirisch abgeleitet werden.

#### 4.2.2.4 Ansätze nach Klassischer Theorie

Ein anderer Berechnungsansatz zur Ermittlung der Torsionstragfähigkeit von stahlfaserbewehrten Betonbalken beruht auf der Klassischen Torsionstheorie (vgl. Abschn. 3.4.2.2), wobei der Bewehrungstraganteil  $T_s$  durch einen Fasertraganteil  $T_f$  ersetzt wird. Allgemein gilt:

$$T_{\rm u} = T_{\rm c} + T_{\rm f} \tag{G1. 4-6}$$

NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nor-1983] schlugen 1983 vor, sowohl den Betontraganteil  $T_c$ , als auch den Fasertraganteil  $T_f$  über einen von HSU [Hsu-1986-3] auf Grundlage der Theorie der schiefen Bruchfläche aufgestellten Ansatz für reine Betonbalken unter Torsionsbeanspruchung zu bestimmen (vgl. Abschn. 4.2.2.3). Allein die anzusetzende Betonzugfestigkeit wurde leicht modifiziert. Beim Betontraganteil  $T_c$ ist eine empirisch aus der Würfeldruckfestigkeit abgeleitete Betonzugfestigkeit und beim Fasertraganteil  $T_f$  eine empirisch aus der Würfeldruckfestigkeit und verschiedenen Faserparametern abgeleitete Faserbetonzugfestigkeit anzusetzen.

Dieser Vorschlag wurde 1985 nochmals überdacht und der Fasertraganteil in [Nur-1985] durch eine auf der Fachwerktheorie basierende, äquivalente Bügelbewehrung ersetzt. Die anzusetzenden Faserbetonzugfestigkeiten blieben jedoch dieselben.

Demgegenüber schlagen AL-TA'AN / AL-FEEL [Al-T-2005] vor, den Beton- und den Fasertraganteil mittels BREDT'scher Torsionstheorie zu bestimmen (vgl. Gl. 3-18) und beim Betontraganteil eine abgeminderte Spaltzugfestigkeit sowie beim Fasertraganteil eine empirische, aus Faserparametern abgeleitete Faserbetonzugfestigkeit anzusetzen.

## 4.2.2.5 Empirische Ansätze

Auf Basis von Versuchsauswertungen wurden von NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nor-1983] und RAO / SESHU [Roo-2003] empirische Ansätze vorgeschlagen, die allgemein zu

$$T_{\rm u} = \left(\alpha_1 - \alpha_2 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot h \cdot b^2 \cdot f_{\rm ct,f}$$
Gl. 4-7

zusammengefasst werden können. Die Ansätze unterscheiden sich in den Faktoren  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  und in der anzusetzenden Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$ .

NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nor-1983] empfehlen zwei Ansätze und verwenden als Faserbetonzugfestigkeit zum einen eine empirische, aus der Würfeldruckfestigkeit und verschiedenen Faserparametern abgeleitete Spaltzugfestigkeit, zum anderen eine abgeminderte Biegezugfestigkeit (Maximalwert aus 3-Punkt-Biegeversuch).

Nach RAO / SESHU [Roo-2003] ist dagegen eine aus der Betondruck- und Spaltzugfestigkeit zu ermittelnde Faserbetonzugfestigkeit anzusetzen.

## 4.2.2.6 Sonstige Ansätze

Zur rechnerischen Abbildung vollständiger Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe wurden von KARAYANNIS [Kur-1995] und CERIONI / FERRETTI / IORI [(er-2000] Berechnungsalgorithmen entwickelt. Da diese Ansätze sehr komplex und nur iterativ gelöst werden können und damit für diese Arbeit nicht von Interesse sind, werden sie nicht näher beschrieben und stattdessen auf die jeweilige Literaturstelle verwiesen.

## 4.2.2.7 Bewertung der Ansätze

Da faserbewehrte Betonbalken im Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II versagen, bietet sich – analog der Bestimmung des Torsionsrissmoments (vgl. Abschn. 3.3.2) – die Ermittlung der Torsionstraglast mittels der Elastizitätstheorie an.

Bei den Ansätzen nach der Plastizitätstheorie ist anzumerken, dass auch unter Verwendung von Stahlfasern ein vollständiges Plastifizieren des Querschnittes – wie z. B. aus dem Stahlbau bekannt – bei Betonbalken eher unwahrscheinlich ist. Durch die Verwendung des plastischen Widerstandsmoments  $W_{T,pl}$  wird somit die Traglast überschätzt (vgl. Abschn. 3.2.3.3), was dann durch die anzusetzende Faserbetonzugfestigkeit kompensiert werden muss (z. B. Abminderungsfaktor).

Die Ansätze nach der Theorie der schiefen Bruchfläche entsprechen, in der von den verschiedenen Verfassern vorgeschlagenen Form, einer Grenzbetrachtung nach der Elastizitätstheorie (vgl. Tabelle 3-1;  $\beta = 0,333$  für  $h/b = \infty$ ). Demzufolge kann auch unmittelbar die Elastizitätstheorie verwendet werden.

Die Ansätze nach der Klassischen Theorie sind nicht konsistent, da der Betontraganteil im Zustand I, der Fasertraganteil jedoch erst im Zustand II wirkt (vgl. Bild 2-5). Eine Superposition beider Traganteile kann mechanisch nicht begründet werden.

Bei den empirischen Ansätzen ist die Eignung auf die in den experimentellen Untersuchungen genutzten Randbedingungen begrenzt und damit nicht allgemeingültig.

## 4.2.3 Berechnungsansätze für faserbewehrte Stahlbetonbalken

## 4.2.3.1 Ansätze nach Klassischer Theorie

Zur rechnerischen Bestimmung der Torsionstragfähigkeit von mit Stahlfasern und konventioneller Längs- und Bügelbewehrung bewehrten Stahlbetonbalken wird von CRAIG ET AL. [(ro-1984] die Klassische Theorie mit

$$T_{\rm u} = T_{\rm c} + T_{\rm s}$$
Gl. 4-8

verwendet. Die einzelnen Traganteile – Betontraganteil  $T_c$  und Bewehrungstraganteil  $T_s$  – werden unter Zuhilfenahme der Theorie der schiefen Bruchfläche ermittelt und jeweils mit einem empirischen Faktor beaufschlagt, der die Faserwirkung auf die Betonmatrix bzw. auf die konventionelle Bügelbewehrung berücksichtigt.

NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nur-1986] und EL-NIEMA [El-N-1995] hingegen fassen die Faserwirkung als zusätzlichen Traganteil  $T_f$  auf. Allgemein gilt:

$$T_{\rm u} = T_{\rm c} + T_{\rm s} + T_{\rm f} \tag{G1. 4-9}$$

Bei beiden Ansätzen wird der Betontraganteil  $T_c$  mittels der Theorie der schiefen Bruchfläche bestimmt, wobei nach [Nor-1986] eine Betonzugfestigkeit und nach [El-N-1995] eine Faserbetonzugfestigkeit angesetzt wird. Der Bewehrungstraganteil  $T_s$  wird bei [Nor-1986] über einen empirischen Ansatz nach [Vic-1973] und bei [El-N-1995] nach der Theorie der schiefen Bruchfläche ermittelt. Der Fasertraganteil  $T_f$  wird allerdings in beiden Ansätzen als äquivalente Bügelbewehrung angesehen und mittels Fachwerktheorie bestimmt.

Auffällig bei den Ansätzen nach CRAIG ET AL. [(ra-1984] und EL-NIEMA [El-N-1995] ist, dass beim Bewehrungstraganteil  $T_s$  ausschließlich die Bügelbewehrung berücksichtigt wird. Lediglich beim Ansatz nach NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nar-1986] wird in einem Faktor die Längsbewehrung über das Verhältnis von eingelegter Längs- zur Bügelbewehrung berücksichtigt.

## 4.2.3.2 Ansätze nach Additionstheorie

Als Additionstheorie werden innerhalb dieser Arbeit jene Ansätze bezeichnet, die sich additiv aus einem Bewehrungstraganteil  $T_s$  und einem Fasertraganteil  $T_f$  zusammensetzen und abweichend zur Klassischen Theorie die Berücksichtigung eines Betontraganteils ausschließen. Für die Additionstheorie gilt in allgemeiner Form:

$$T_{\rm u} = T_{\rm s} + T_{\rm f}$$
Gl. 4-10

SHARMA [Sha-1989] verwendet diese Theorie für seinen Berechnungsansatz und ermittelt den Bewehrungstraganteil  $T_s$  über einen empirischen Ansatz nach [Pan-1970] sowie den Fasertraganteil  $T_f$  mithilfe der Theorie der schiefen Bruchfläche. Als Faserbeton-

zugfestigkeit ist eine abgeminderte Biegezugfestigkeit (Maximalwert aus 3-Punkt-Biegeversuch) zu verwenden. Zur Berücksichtigung der eingelegten Bewehrung enthält der Bewehrungstraganteil zwei Faktoren: einen für die Längs- und einen für die Bügelbewehrung. Eine getrennte Betrachtung der Torsionstragfähigkeit in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung erfolgt nicht.

OETTEL / EMPELMANN [0et-2011], [Emp-2012-1], [Emp-2012-2], [0et-2014-2] schlagen erstmalig auf Basis von experimentellen Untersuchungen an UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt einen additiven Ansatz auf Grundlage der Fachwerktheorie (Schubwandmodell, vgl. Abschn. 3.4.3.2) vor. Die Zugstreben des räumlichen werden die Fachwerkmodells additiv um Fasertragwirkung in Längsbewehrungsrichtung  $T_{fl}$  und Bügelbewehrungrichtung  $T_{fw}$  erweitert, sodass für die Längsbewehrungsrichtung

und für die Bügelbewehrungsrichtung

$$T_{\rm sfw} = T_{\rm sw} + T_{\rm fw}$$
Gl. 4-12

gilt. Untersuchungen zur Übertragbarkeit dieses Ansatzes auf faserbewehrte Stahlbetonbalken aus normalfestem Beton erfolgen im Anschluss in [0et-2013-2]. Zur Berücksichtigung eines Betondruckstrebenversagens bei UHPFRC-Torsionsbalken schlagen OETTEL / EMPELMANN [Emp-2012-1], [0et-2014-1], [0et-2014-2] auf Grundlage experimenteller Versuche vor, die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe  $T_{cc}$  nach Gl. 3-41 mit einem modifizierten Abminderungbeiwert  $v_T$  zu ermitteln.

JOH ET AL. [Joh-2012], ISMAIL / FEHLING [Ism-2012] und KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] kommen bei ihren Untersuchungen an UHPFRC-Torsionsbalken mit Voll- und Hohlguerschnitten auf nahezu denselben additiven Ansatz, wobei die Tragfähigkeit der Betondruckstreben nicht untersucht wurde. ЈОН ET AL. [Joh-2012] und KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] betrachten bei ihrem Ansatz allerdings nur die Bügelbewehrungsrichtung (Gl. 4-12) bzw. weist JOH ET AL. [Joh-2012] darauf hin, dass die konventionelle Längsbewehrung um die Fasertragwirkung verringert werden kann. Demgegenüber berücksichtigen ISMAIL / FEHLING [Ism-2012] die Fasertragwirkung sowohl in Längs- als auch in Bügelbewehrungsrichtung entsprechend Gl. 4-11 und Gl. 4-12. Im Unterschied zu [0et-2011], [Emp-2012-1], [Joh-2012] und [Kwa-2015], welche die Fasertragwirkung entsprechend der Orientierung der Längs- und Bügelbewehrung in einen längs- und einen quergerichteten Anteil aufteilen, wird nach [Ism-2012] die Fasertragwirkung senkrecht zum geneigten Riss ermittelt und ohne Umrechnung sowohl zur Torsionstragfähigkeit der Längsbewehrung, als auch zur Torsionstragfähigkeit der Bügelbewehrung addiert. Zusätzlich werden, abweichend von [0et-2011], [Emp-2012-1], [0et-2014-2] beim Bewehrungs- und Fasertraganteil unterschiedlich

effektive Wanddicken angesetzt. Als Faserzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  ist in den unterschiedlichen Ansätzen eine zentrische Nachrisszugfestigkeit aus Biegezugversuchen ([0et-2011], [Emp-2012-1], [0et-2014-2]) oder aus zentrischen Zugversuchen ([Joh-2012], [Ism-2012], [Kwa-2015]) anzusetzen.

## 4.2.3.3 Sonstige Ansätze

Neben den oben genannten Berechnungsansätze wurden von MANSUR ET AL. [Man-1989], RAO / SESHU **KARAYANNIS** [Kar-1995], [Rao-2005] und JU ET AL. [Ju-2013] Lösungsalgorithmen entwickelt. mit denen mittels Iteration vollständige Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe rechnerisch mehr oder weniger gut abgebildet werden können. Da diese Algorithmen für eine händische Rechnung nicht mehr geeignet und damit für diese Arbeit nicht von Interesse sind, wird auf eine detaillierte Beschreibung der Ansätze an dieser Stelle verzichtet und auf die angegebene Literatur verwiesen.

## 4.2.3.4 Bewertung der Ansätze

Die Ansätze nach der Klassischen Theorie sind kritisch zu bewerten. [(rø-1984] berücksichtigt die Fasertragwirkung durch empirische Faktoren, wodurch dieser Ansatz nicht allgemeingültig ist. [Nør-1986] setzt dagegen beim Betontraganteil  $T_c$  die Betonzugfestigkeit an, was im gerissen Zustand II jedoch nicht gerechtfertigt werden kann (s. hierzu auch Abschn. 3.4.2.2). Demgegenüber berücksichtigt [El-N-1995] die Fasertragwirkung sowohl beim Betontraganteil  $T_c$  (Ansatz einer Faserbetonzugfestigkeit), als auch beim explizit zu bestimmenden Fasertraganteil  $T_f$ . Die Fasertragwirkung findet somit "doppelte" Berücksichtigung.

Die Ansätze nach der Additionstheorie nehmen im Gegensatz zur Klassischen Theorie eine strikte Trennung zwischen Zustand I und Zustand II vor. Demnach können diese zur Bestimmung der Torsionstragfähigkeit verwendet werden, wobei beide Bewehrungsrichtungen sowie das Betondruckstrebenversagen betrachtet werden sollten (vgl. Abschn. 3.4.3.2) und der Ansatz z. B. in Bezug auf die anzusetzende Nachrisszugfestigkeit (Orientierung) und effektive Wanddicke in sich konsistent sein müsste.

#### 4.2.4 Berechnungsansätze für faserbewehrte Spannbetonbalken

## 4.2.4.1 Ansatz nach Theorie der schiefen Bruchfläche

Zur rechenerischen Bestimmung der Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Spannbetonbalken ohne konventionelle Stabstahlbewehrung verwenden WAFA / HASNAT / TARABOLSI [Wuf-1992] ihren auf Grundlage der Theorie der schiefen Bruchfläche entwickelten Ansatz für faserbewehrte Betonbalken nach Gl. 4-5 und erweitern diesen um den Risswinkel  $\theta_{cr}$  entsprechend Gl. 3-23. Es gilt:

Analog dem Ansatz für faserbewehrte Betonbalken (vgl. Abschn. 4.2.2.3) ist auch hier als Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  eine in Abhängigkeit vom Fasergehalt abgeminderte Spaltzugfestigkeit zu verwenden.

#### 4.2.4.2 Ansätze nach Klassischer Theorie

Eine ähnliche Vorgehensweise wird von NARAYANAN/KAREEM-PALANJIAN in [Nar-1984] und [Nar-1985] für faserbewehrte Spannbetonbalken ohne konventionelle Stabstahlbewehrung gewählt. Ihre in [Nar-1983] und [Nar-1985] auf Basis der Klassischen Theorie entwickelten Berechnungsansätze für faserbewehrte Betonbalken (vgl. Gl. 4-6) werden um den Risswinkel  $\theta_{\rm cr}$  nach Gl. 3-23 ergänzt. In allgemeiner Form gilt:

$$T_{\rm u} = (T_{\rm c} + T_{\rm f}) \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm x}}{f_{\rm ct,f}}} \qquad \text{Gl. 4-14}$$

Beim Beton- und Fasertraganteil ist, wie bei den vorherigen Ansätzen (vgl. Abschn. 4.2.2.4), eine empirisch aus der Würfeldruckfestigkeit bzw. aus Würfeldruckfestigkeit und Faserparameter abgeleitete Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  anzusetzen. Im Gegensatz dazu ist die beim Risswinkel zu verwendende Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  eine empirisch aus der Würfeldruckfestigkeit abgeleitete Spaltzugfestigkeit.

#### 4.2.4.3 Ansatz nach Additionstheorie

KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] führten experimentelle Untersuchungen an vorgespannten UHPFRC-Hohlkästen mit konventioneller Längs- und Bügelbewehrung durch und verwendeten zur Nachrechnung der experimentell ermittelten Torsionstraglasten die Additionstheorie nach Abschnitt 4.2.3.2. Der auf der Fachwerktheorie basierende Ansatz für die Bügelbewehrungsrichtung nach Gl. 4-12 wurde hierbei unverändert für die faserbewehrten Spannbetonbalken übernommen:

$$T_{\rm sfw} = T_{\rm sw} + T_{\rm fw}$$
Gl. 4-15

Die Berücksichtigung der Vorspannung erfolgt sowohl beim Bewehrungstraganteil  $T_{sw}$ , als auch beim Fasertraganteil  $T_{fw}$  über den Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  des zugrundegelegten räumlichen Fachwerksmodells. Die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung wurde nicht betrachtet.

#### 4.2.4.4 Empirischer Ansatz

Zur Ermittlung der maximal ertragbaren Torsionstraglast von faserbewerten Spannbetonbalken ohne konventionelle Bewehrung erweitern NARAYANAN / KAREEM-PALANJIAN [Nor-1984] ihren empirischen Ansatz für faserbewehrte Betonbalken nach Gl. 4-7 um den Risswinkel  $\theta_{cr}$  (Gl. 3-23). Es gilt:

$$T_{\rm u} = \left(\alpha_1 - \alpha_2 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot h \cdot b^2 \cdot f_{\rm ct,f} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm x}}{f_{\rm ct,f}}} \qquad \text{Gl. 4-16}$$

Analog dem Ansatz für faserbewehrte Betonbalken (vgl. Abschn. 4.2.2.5) wird als Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  eine empirische Spaltzugfestigkeit angesetzt, die aus der Betondruckfestigkeit und verschiedenen Faserparametern abgeleitet wird.

#### 4.2.4.5 Bewertung der Ansätze

Die im vorherigen Abschnitt aufgeführten Ansätze entsprechen denen von faserbewehrten Beton- bzw. Stahlbetonbalken (vgl. Abschn. 4.2.2 und Abschn. 4.2.3) und wurden lediglich um den Risswinkel bzw. Druckstrebenneigungwinkel ergänzt. Demnach ist beim Ansatz nach der Theorie der schiefen Bruchfläche ähnlich zu Abschnitt 4.2.2.7 anzumerken, dass in diesem Fall auch direkt die Elastizitätstheorie verwendet werden kann. Der Ansatz nach der Klassischen Theorie enthält wiederum die als kritisch zu bewertende Superposition der beiden unterschiedlichen Anteile (Beton- und Fasertraganteil). Außerdem ist der empirische Ansatz nur begrenzt gültig.

Demgegenüber ist der Ansatz nach der Additionstheorie als günstig einzustufen, da dieser den Zustand II ohne Berücksichtigung des Betontraganteils beinhaltet.

# 4.3 Torsionssteifigkeit von faserbewehrten Balken

Untersuchungen zum Einfluss der Stahlfasern auf die Torsionssteifigkeit im Zustand I erfolgten von CRAIG ET AL. [Cro-1984] an faserbewehrten Betonbalken und von EL-NIEMA [El-N-1995] an faserbewehrten Stahlbetonbalken. Beide verglichen die im Versuch gemessene Torsionssteifigkeit bei Erstrissbildung mit der Torsionssteifigkeit nach Elastizitätstheorie. Hierbei konnte jedoch keine Beeinflussung der Stahlfasern auf die Torsionssteifigkeit im Zustand I festgestellt werden.

Untersuchungen zum Einfluss der Stahlfasern auf die Torsionssteifigkeit im Zustand II liegen derzeit noch nicht vor.

# 4.4 Schlussfolgerungen

Aus den oben aufgeführten Darstellungen wird ersichtlich, dass durch die Verwendung von Stahlfaserbeton die Beanspruchbarkeit und die Robustheit von Torsionsbalken steigt. Diese Steigerung ist vom Fasergehalt und der Leistungsfähigkeit der Stahlfasern abhängig.

Bei faserbewehrten Betonbalken ist nur ein leichter Anstieg des Torsionsriss- bzw. Torsionsbruchmoments zu verzeichnen. Im Nachbruchbereich kann hingegen eine nennenswerte Beeinflussung beobachtet werden.

Faserbewehrte Betonbalken, die zusätzlich mit Längsbewehrung oder zusätzlich mit Bügelbewehrung bewehrt werden, weisen ein duktileres Tragverhalten auf, jedoch wird die Längs- bzw. Bügelbewehrung nicht ausgenutzt. Das Torsionsbruchmoment wird durch die Stahfasern nur marginal erhöht; eine Erhöhung des Längs- bzw. Bügelbewehrungsgrades erzielt hingegen keinen Anstieg des Bruchmoments. Folglich ist die Ausführung von faserbewehrten Betonbalken mit Längs- oder Bügelbewehrung nicht sinnvoll, da die Stahlfasern eine fehlende Längs- und/oder Bügelbewehrung nicht vollständig ersetzen können.

Eine signifikante Verbesserung des Torsionstragverhaltens kann nur bei faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken (mit Längs- und Bügelbewehrung) erzielt werden. In diesem Fall tritt aufgrund der Stahlfasern

- ein leicht höheres Torsionsrissmoment,
- ein feineres Rissbild,
- eine größere Torsionssteifigkeit nach Rissbildung und
- ein höheres Torsionsbruchmoment

auf, weshalb eine Berücksichtigung der Fasertragwirkung bei der Torsionsbemessung von faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken zweckmäßig erscheint.

Bei der Darstellung und Analyse der unterschiedlichen Berechnungsansätze der Fachliteratur zeigt sich, dass für faserbewehrte Betonbalken die Elastizitätstheorie (Ansatz nach [Nor-1979] oder [Oet-2011], [Emp-2012-1], [Oet-2014-2]) und für faserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken die Additionstheorie (Ansatz nach [Oet-2011], [Emp-2012-1], [Oet-2014-2], [Joh-2012] und [Kwo-2015]) am besten geeignet sind. Bei der Additionstheorie sollten die Zugstreben sowohl in Längs- als auch in Bügelbewehrungsrichtung und die Betondruckstreben betrachtet werden.

Die realitätsnahe Bestimmung des Torsionstragverhaltens von faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken sowie die Ableitung eines Bemessungsmodells mit konstruktiven Regelungen erfordern allerdings weiterführende Untersuchungen.

# 5 Experimentelle Torsionsuntersuchungen

# 5.1 Allgemeines

Zur Analyse des Torsionstragverhaltens von UHPFRC-Balken wurden eigene Versuche durchgeführt. Die Untersuchungen erfolgten (in den Jahren 2010 bis 2012) als Teilprojekt des DFG-Schwerpunktprogramms 1182 (SPP 1182) "Nachhaltiges Bauen mit ultra-hochfestem Beton" in der 3. Förderperiode. Bis zum Zeitpunkt der Antragstellung sowie der Durchführung der Versuche lagen weltweit noch keine Torsionsversuche an UHPC- sowie UHPFRC-Balken vor.

Wie eingangs erwähnt (vgl. Abschn. 1.1), können mit UHPFRC aufgrund seiner sehr hohen Druckfestigkeit sehr dünnwandige und leistungsoptimierte Bauteile hergestellt werden. Diese Festigkeitseigenschaft resultiert aus der äußerst hohen Gefügedichte des UHPFRC, die durch den Einsatz von Feinstoffen (z. B. Quarzmehl und Mikrosilika) in Verbindung mit einem niedrigen Wasser-Bindemittel-Wert erreicht wird. Durch die extrem hohe Gefügedichtigkeit liegt zudem noch eine hohe Dauerhaftigkeit vor [Sch-2008].

Die Herstellung von dünnwandigen und damit materialschonenden Bauteilen aus UHPFRC ist aus wirtschaftlichen Gründen sinnvoll, da UHPFRC aufgrund der Feinstoffe und Stahlfasern im Vergleich zu bewehrtem normalfestem Beton ungefähr die doppelten bis dreifachen Materialkosten pro m<sup>3</sup> Beton aufweist [Gre-2006]. Durch die Verwendung von Feinstoffen und Stahlfasern besitzt der UHPFRC zudem im Frischbetonzustand eine honigartige Konsistenz und ist damit viel schwieriger zu verarbeiten als z. B. Normalbeton. Für eine zielsichere Herstellung von dünnwandigen UHPFRC-Bauteilen bieten sich Fertigteilwerke an, da hier durch die gegebene Anlagentechnik und durch die gleichbleibenden Produktionsbedingungen optimale Randbedingungen vorliegen [0et-2014-3].

Eine ausgezeichnete Kombination von Fertigteilen und UHPFRC stellt die Segmentbauweise dar. Im Segmentbau werden werksmäßig vorgefertigte Segmente auf der Baustelle mittels Spanngliedern zu beispielsweise Segmentbrücken [Del-2011], Fertigteilmasten [Kni-2014], Fertigteiltürmen, Fertigteilbindern oder Bögen von Bogentragwerken [Rei-2011] zusammengespannt. Durch die witterungsunabhängige Herstellung im Fertigteilwerk können zum einen qualitätsgesicherte und, durch die exzellenten Eigenschaften von UHPFRC, zum anderen sehr dünnwandige und damit gewichtsoptimierte und transportgerechte Segmente hergestellt werden. Bei der Errichtung der UHPFRC-Segmentbauwerke treten zudem bauverfahrenstechnische (z. B. geringerer Aufwand für Hebezeuge, Bauhilfsmaßnahmen und Rüstungen), strukturelle (z. B. Verringerung der Fundamentarbeiten) sowie zeitliche Einsparungen (z. B. verkürzte Bauzeit und witterungsunabhängige Errichtung) auf. Des Weiteren können die Wartungskosten aufgrund der hohen Dauerhaftigkeit von UHPFRC sowie die späteren Rückbaukosten aufgrund der einfacheren Demontierbarkeit der Segmentbauwerke gesenkt werden [Rei-2010], [Oet-2015-1].

Ein Beispiel eines bereits ausgeführten UHPFRC-Segmentbauwerks, bei welchem die o.g. Vorteile genutzt wurden, stellt die im Jahr 2005, im Zuge eines Pilotprojekts in Frankreich realisierte UHPFRC-Brücke PS34 dar. In einem Fertigteilwerk wurden einzelne UHPFRC-Segmente ohne Verwendung von zusätzlichem Stabstahl hergestellt, zur Baustelle geliefert (Bild 5-1 links), auf dem Boden zusammengespannt und anschließend der gesamte Überbau mittels eines Krans eingehoben (Bild 5-1 rechts). Der Nachweis der Brücke erfolgte im Zustand I [Del-2011].



Bild 5-1: Vorgefertigte UHPFRC-Segmente (links) [Del-2011] und Montage des vor Ort zusammengespannten Überbaus der PS34-Brücke (rechts) [Vav-2005]

Den oben aufgeführten Überlegungen folgend, wurde innerhalb des durchgeführten Forschungsvorhabens das Last-Verformungs-Verhalten von dünnwandigen monolithischen und segmentären UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt unter Torsion sowie unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Querkraft und Biegung untersucht. Primäres Ziel des Forschungsvorhabens war zum einen die Erfassung der Fasertragwirkung an der Zugstrebentragfähigkeit von monolithischen UHPFRC-Balken unter reiner Torsionsbeanspruchung (V0 – V5), zum anderen die Erfassung der Druckstrebentragfähigkeit an extern vorgespannten monolithischen und segmentären UHPFRC-Balken unter reiner Torsion, Querkraft und Biegung (V9 – V10).

Die Versuchsdurchführung, Versuchsbeobachtungen und -auswertungen sowie die Versuchsanalyse sind in den nachfolgenden Abschnitten aufgeführt. Im Zuge dessen werden die charakteristischen Versuchsergebnisse dargestellt. Weitere sowie detailliertere Ergebnisse können Anhang A entnommen werden.

## 5.2 Versuchsdurchführung

17,5

## 5.2.1 Versuchskörper und Versuchsprogramm

Die experimentellen Untersuchungen erfolgten an monolithischen und segmentären UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt entsprechend Bild 5-2. Um möglichst repräsentative Versuchsergebnisse zu erhalten und diese hinsichtlich ihrer Qualität mit bereits durchgeführten Torsionsversuchen an normal- und hochfestem Beton vergleichen zu können, wurde ein großformatiger Hohlkastenquerschnitt mit den Außenabmessungen von h/b = 50,0/50,0 cm und einer Wandstärke im mittleren Prüfbereich von t = 5,0 cm gewählt. Für eine bessere Betonierbarkeit der sehr geringen Wandstärke sowie zur Vermeidung von Schubspannungskonzentrationen an den einspringenden Ecken (vgl. Bild 3-6), wurden die Querschnittsecken mit einer inneren Voute von 4,0/4,0 cm ausgeführt.

Die Ausbildung der Fugen der Segmentbalken erfolgte als umlaufende Trockenfugen mit trapezförmiger Feinprofilierung entsprechend Bild 5-3.



17,5

#### Bild 5-2: Ansicht und Querschnitt der monolithischen und segmentären Versuchskörper

300

335

#### 5 Experimentelle Torsionsuntersuchungen



#### Bild 5-3: Ausführung der Fugenprofilierung der Segmentbalken

Durch die gewählte quadratische Hohlkastenquerschnittsform sowie die feinprofilierte, trapezförmige Trockenfugenausbildung lassen sich die Versuche qualitativ mit den Versuchen

- T1 nach LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] (vgl. Bild 3-14 und Bild 3-22),
- STQ 6 nach TEUTSCH / KORDINA [Teu-1982],
- SETMQ 1 nach KORDINA / TEUTSCH / WEBER [Kor-1984] und
- TRAG 1 nach Falkner / Teutsch / Huang [Fol-1997]

vergleichen.

Bei Torsionsversuchen unter reiner Torsion sollte die Versuchskörperlänge gering gehalten werden, damit die aus Eigengewicht resultierenden Querkraft- und Biegebeanspruchungen möglichst klein bleiben. Da sich der Versagensriss bei Torsionsbalken im Extremfall über 2/3 des Querschnittsumfang ausbildet (vgl. Abschn. 3.4.1 und Abschn. 4.1.2), ist bei den gewählten äußeren Querschnittsabmessungen und einer Rissneigung von 45° mindestens ein Prüfbereich von  $3 \cdot h = 1,5$  m erforderlich. Diese Überlegungen decken sich mit Erfahrungswerten von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1967], die eine Prüflänge von rund der dreifachen Querschnittshöhe als ausreichend erachten. Die Länge des mittleren Prüfbereichs wurde auf der sicheren Seite liegend zu 2,0 m gewählt, um einem sich möglicherweise einstellenden, flacheren Risswinkel Rechnung zu tragen.

An beiden Balkenenden wurde das Torsionsmoment eingeleitet und bei den vorgespannten Versuchskörpern außerdem die externe Vorspannung aufgebracht (Einleitungsbereich). Die aus den Krafteinleitungen resultierenden zusätzlichen Beanspruchungen wurden vorab mithilfe linear-elastischer FE-Berechnungen abgeschätzt. Aufgrund der FE-Ergebnisse wurde die Wandstärke an den Balkenenden – mit Ausnahme des Versuchskörpers V1 – auf einer Länge von 67,5 cm großzügig auf 12,0 cm erhöht. Zusätzlich wurde bei allen Versuchskörpern in diesen Bereichen ein höherer Bügel- und Längsbewehrungsgrad zur Steigerung der Tragfähigkeit

angeordnet. Aus den beiden Lasteinleitungsbereichen und dem mittleren Prüfbereich ergab sich eine Gesamtlänge des Versuchskörpers von 3,35 m (vgl. Bild 5-2).

Bei dem gewählten Querschnitt im Prüfbereich handelte es sich um einen wölbfreien Querschnitt (vgl. Bild 3-2), weshalb die Verstärkungen im Auflagerbereich nicht als Wölbbehinderung wirkten. Hierdurch wurde sichergestellt, dass die einwirkende Torsionbeanspruchung ausschließlich durch reine bzw. SAINT-VENANT'sche Torsion und nicht durch Wölbkrafttorsion (vgl. Bild 3-3) aufgenommen werden konnte. Bei nichtwölbfreien Querschnitten aus normal- und hochfestem Beton kann im Allgemeinen auf eine Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion bzw. die hieraus resultierenden Spannungen verzichtet werden, da sich deren Einfluss aufgrund der Reduktion der Torsionssteifigkeit durch Rissbildung auf einen Bruchteil verringert (vgl. Abschn. 3.1 und Abschn. 3.4.5). Da infolge der Stahlfasern bei UHPFRC-Querschnitten ggf. eine höhere Torsionssteifigkeit im Zustand II erhalten bleibt und UHPFRC-Balken unter reiner Torsionsbeanspruchung untersucht werden sollten, wurde unter anderem der oben dargestellte Querschnitt gewählt.

Das Versuchsprogramm umfasste insgesamt 11 Torsionsbalken und wurde in die nachfolgenden Versuchsserien unterteilt:

- Zugstrebentragfähigkeit unter reiner Torsion (V0 bis V5)
- Druckstrebentragfähigkeit unter reiner Torsion (V6 bis V8)
- Druckstrebentragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung (V9 bis V10)

Die Konfiguration der einzelnen Versuchskörper war so ausgelegt, dass Erkenntnisse hinsichtlich der in Abschnitt 1.2 aufgeführten Fragestellungen gesammelt werden konnten und entweder ein Zugstrebenversagen oder ein Betondruckstrebenversagen maßgebend wurde. Tabelle 5-1 enthält eine Übersicht der Ausführungen der Versuchskörper für den Prüfbereich. Bild 5-4 zeigt die Anordnung der Bewehrung im Querschnitt. Detaillierte Schal- und Bewehrungspläne können Anhang A-1 entnommen werden.

Die Versuche V1 und V2 dienten zur Ermittlung der Fasertragfähigkeit bei Torsionsbeanspruchung von reinen UHPFRC-Balken unter Variation des Fasergehalts.

Der Einfluss der Betonstahlbewehrung auf die Fasertragwirkung bei Torsionsbeanspruchung wurde in den Versuchen V3, V4 und V5 untersucht. V3 unterschied sich von V4 lediglich im Fasergehalt (1,25 Vol.-% zu 0,00 Vol.-%). Durch einen Vergleich der Versuchsergebnisse konnte der Stahlfasertraganteil von der Torsionstragfähigkeit direkt ableitet werden. Der Versuchskörper V5 wich von Versuchskörper V3 hinsichtlich des verbauten Längs- und Bügelbewehrungsgrades ab, wodurch der Einfluss eines steigenden Stabstahlbewehrungsgrades auf die Fasertragwirkung bei Torsionsbeanspruchung erfasst werden konnte.

Bezeichnung		Тур	Fasergehalt	Längsbew.	Bügelbew.	Vorspannung
		[-]	[Vol%]	[Stk.] [mm]	[mm]/[cm]	[MN]
Zugstreben- tragfähigkeit	V0	monolithisch	1,25	12Ø6	Ø6/21	-
	V1	monolithisch	2,50	-	-	-
	V2	monolithisch	1,25	-	-	-
	V3	monolithisch	1,25	12Ø12	Ø12/21	-
	V4	monolithisch	0,00	12Ø12	Ø12/21	-
	V5	monolithisch	1,25	16Ø12	Ø12/16	-
Druckstreben- tragfähigkeit	V6	monolithisch	1,25	4Ø8 (ME)	Ø12d/11	5,0
	V7	monolithisch	1,25	4Ø8 (ME)	Ø12d/11	6,0
	V8	segmentär	1,25	4Ø8 (ME)	Ø12d/11	5,0
	V9	monolithisch	1,25	4Ø8 (ME)	Ø12d/7,3	4,0
	V10	segmentär	1,25	4Ø8 (ME)	Ø12d/7,3	4,0

 Tabelle 5-1:
 Konfiguration der Versuchskörper (Prüfbereich)

Die Anrechenbarkeit der Stahlfasertragwirkung auf die Mindesttorsionsbewehrung wurde in Versuch V0 untersucht. Auf Grundlage der Erfahrungswerte der Versuche V1 bis V5 wurde V0 so ausgelegt, dass bei einem unterstellten Druckstrebenneigungswinkel von 45° nur ungefähr 30 % der Torsionsrisslast durch die eingelegte Längs- und Bügelbewehrung abgetragen werden konnten.

Die konstruktive Durchbildung der Versuche V0, V3, V4 und V5 zur Untersuchung der Zugstrebentragfähigkeit von UHPFRC-Balken erfolgte dahingehend, dass der Bügelabstand bei V0, V3 und V4 ungefähr dem maximalen Bügelbewehrungsabstand von  $u_k/8$  nach Gl. 3-68 entsprach und bei V5 unterschritten wurde. Die Bügelschlösser wurden als 90°-Winkelhaken entsprechend Bild 3-33 b) mit einer Hakenlänge von etwa  $10 \cdot \phi_{sw}$  ausgeführt und ungünstig versetzt nur an der Balkenober- bzw. Betonierseite angeordnet. Der Biegerollendurchmesser entsprach einer Größe von  $4 \cdot \phi_{sw}$ . In jeder Bügelecke wurde jeweils ein Längsbewehrungsstab und die restlichen Längsstäbe gleichmäßig innerhalb der Bügelbewehrung angeordnet, sodass der maximale Abstand der Längsbewehrung untereinander von  $s_1 \leq 350$  mm nach Gl. 3-74 eingehalten wurde. Dagegen wurde die Bedingung von  $\phi_{sl,Eck} \ge s_w/16$  nach Gl. 3-75 zur Vermeidung der Versagensart "Ausbrechen von Kanten" bei V0 nicht eingehalten, bei V3 und V4 geringfügig unterschritten und bei V5 eingehalten. Durch diese, an die Regelungen von konventionell bewehrten Stahlbetonbalken angelehnte, konstruktive Durchbildung, sollte eine unerwünschte Versagensart entsprechend Abschnitt 3.4.4 in den Versuchen V0, V3, V4 und V5 unterbunden werden.



Bild 5-4: Querschnitte und Bewehrungsanordnung der einzelnen Versuchskörper

Druckstrebentragfähigkeit Die Versuchskörper Untersuchung der zur von vorgespannten UHPFRC-Balken unter Torsionsbeanspruchung (V6, V7 und V8) und diejenigen unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Querkraft und Biegung (V9 und V10) wurden mit einem einheitlichen Fasergehalt und innerhalb der Versuchsserie jeweils mit einem identischen Längs- und Bügelbewehrungsgrad ausgeführt. Variiert wurde lediglich die Höhe der Vorspannung. Da die Längsbewehrung bei Segmentbauteilen nicht die Fuge kreuzt, sollten die infolge Torsion bzw. Torsion, Ouerkraft und Biegung auftretenden Längszugspannungen durch den Spannstahl aufgenommen werden (Überdrückung der Segmentfuge). Die Höhe der Vorspannung wurde so gewählt, dass die rechnerischen Längszugspannungen bis zur geschätzten Traglast vollständig überdrückt wurden und damit rechnerisch keine weitere Längsbewehrung erforderlich war. Paarweise wurde jeweils ein monolithischer und ein segmentärer Versuchskörper (V6 und V8 sowie V9 und V10) mit der gleichen Vorspannung ausgeführt, um den Einfluss der Trockenfugen auf das Trag- und Verformungsverhalten zu untersuchen. Dagegen wurde V7 mit einem deutlich höheren Vorspannniveau beaufschlagt, um den Neigungswinkel der Druckstrebe zu variieren und einen sehr flachen Neigungswinkel einzustellen. Die aufgebrachte Vorspannung entsprach einem praxisgerechten Vorspanngrad von 0,23 bis maximal 0,38 (V7).

Damit sich bei den Versuchskörpern V6 bis V10 ein Druckstrebenversagen einstellen konnte, musste die Bügelbewehrung als geschweißte Doppelbügel ausgeführt werden. Untersuchungen unter anderem nach TEUTSCH / KORDINA [Ieu-1982] haben gezeigt, dass geschweißte Bügel nur einen sehr geringen Einfluss auf das Torsionstragverhalten ausüben. Das Bügelschloss eines einzelnen Bügels wurde als tragender Stumpfstoß mit

einer einseitigen V-Stumpfnaht nach DIN EN ISO 17660-1 [DIN-2006] ausgeführt. Das Verbinden von zwei Bügeln zu einem Doppelbügel erfolgte im Bereich der versetzt angeordneten Stumpfnähte mit je einer einseitigen Flanken-Kehlnaht in Anlehnung an [DIN-2006]. Analog zu V0, V3, V4 und V5 wurden auch bei den Versuchen V6 bis V10 die Bügelschlösser ungünstig nur an der Balkenober- und damit an der Betonierseite angeordnet. Das Biegen der Bügel erfolgte mit einen Biegerollendurchmesser von  $4 \cdot \phi_{sw}$ . Damit ein stabiler Bewehrungskorb hergestellt werden konnte, wurde konstruktiv je Bügelecke ein Montageeisen (ME) Ø8 mm angeordnet, die bei den Segmentbalken V8 und V10 die Segmentfugen nicht kreuzten.

Die Betondeckung auf der Bügelbewehrung  $c_{\text{nom,sw}}$  wurde bei allen Versuchen (V0, V3 bis V10) aufgrund der sehr geringen Wandstärke von t = 5,0 cm (Unterbringung einer maximalen Bügelbewehrung Ø12 mm und einer maximalen Längsbewehrung Ø12 mm) und zur Sicherstellung des Verbundes der Betonstahlbewehrung (ungefähr Mindestbetondeckung  $c_{\text{nim}} = 1,0 \cdot \phi$  nach z. B. [EC2-2011]) zu  $c_{\text{nom,sw}} = 1,0$  cm gewählt. Damit ist die Betondeckung vergleichbar mit dem Versuch nach [Lam-1968] ( $c_{\text{nom,sw}} = 1,1$  cm) und deckungsgleich mit den Versuchen nach [Teu-1982], [Kor-1984] und [Fal-1997].

Dass diese geringe Betondeckung bei UHPFRC auch im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit verwendet werden kann, belegen Untersuchungen von SCHEYDT [Sch-2013], welche für UHPFRC bei einer Expositionsdauer von 100 Jahren eine Korrosionstiefe von lediglich 1,02 cm prognostizieren.

Da die verwendete Betondeckung 1/5 der Wandstärke entsprach und Abstandshalter aus Kunststoff den Querschnitt unnötig geschwächt hätten, wurden selbst hergestellte UHPFRC-Abstandshalter verwendet (vgl. [0et-2014-3]).

# 5.2.2 Herstellung der Versuchskörper

Da dünnwandige und zum Teil hochbewehrte Querschnitte sowie eine sehr geringe Betondeckung realisiert werden sollten, wurde als Beton die innerhalb des SPP 1182 entwickelte UHPC-Feinkornmischung M3Q ausgewählt. Als Stahlfasern kamen runde, glatte, gerade Mikrostahlfasern (Stratec Weidacon FM 0,19/13) mit  $l_f/d_f =$ 13,0 / 0,19 mm, einer Zugfestigkeit von > 2.000 N/mm<sup>2</sup> und einem Elastizitätsmodul von 200.000 N/mm<sup>2</sup> zum Einsatz. Die verwendeten Betonmischungen mit einem Stahlfasergehalt von 0,00 Vol.-% (M3Q-0,00), 1,25 Vol.-% (M3Q-1,25) und 2,50 Vol.-% (M3Q-2,50) können Tabelle 5-2 entnommen werden.

Die verwendete Längs- und Bügelbewehrung hatte eine einheitliche Stahlgüte von B500 mit einer Duktilitätsklasse A oder B nach DIN 488 [DIN-2009-2].

Bestandteile	M3Q-0,00	M3Q-1,25	M3Q-2,50
Zement CEM I 52,5R HS-NA	795,4	785,3	797,4
Zusatzstoff Sika Silicoll unkompaktiert	168,6	166,5	169,1
Fließmittel Sika Viscocrete 2810	24,1	23,8	26,6
Quarzmehl W12	198,4	195,9	193,3
Quarzsand 0,125/0,5	971,0	958,7	942,3
Weidacon Stahldrahtfaser FM 0,19/13,0	-	98,1	196,3
Zugabewasser	188,0	185,6	172,5

Tabelle 5-2: UHPC-Mischungen in [kg/m<sup>3</sup>]

Die Versuchskörper wurden im Fertigteilwerk Rekers (Standort Spelle) hergestellt. Neben der Nutzung der guten anlagen- und schalungstechnischen Gegebenheiten konnte zugleich das Anmischen und Verarbeiten der verwendeten feinkörnigen UHPC-Mischung in größeren Mengen unter Praxisbedingungen getestet werden.

Das Anmischen des Frischbetons erfolgte in einem Teka Zwangsmischer (V0, V1, V5, V7, V8, V9, V10) oder in einem Kniele Konusmischer (V2, V3, V4, V6). Bei jeder Betonage wurden die Frischbetonkonsistenz mittels Setzfließmaß, der Luftporengehalt, die Frischbetonrohdichte sowie die Beton- und die Lufttemperatur gemessen und dokumentiert (s. Anhang A-2).

Bei der Betonage der Versuche V0 und V5 konnten im letzten Frischbetonrest, mit welchem die Begleitkörper betoniert wurden, Agglomerate von Zement, Silikastaub oder Quarzmehl beobachtet werden. Da bei der verwendeten UHPC-Feinkornmischung das maximale Größtkorn nur 0,5 mm betrug, traten im Vergleich zu Normalbeton mit einem Größtkorn von 16,0 mm beim Anmischen kaum Scherkräfte auf. Das Auftreten von Agglomeraten konnte beim Anmischen des Frischbetons der anderen Versuchskörper fast vollständig unterbunden werden, indem die Seitenwand- und Bodenschaber des Mischers vor jeder Betonage neu justiert und sehr abgenutzte Seitenwand- und Bodenschaber ausgetauscht wurden.

Die Betonage der dünnwandigen Versuchskörper erfolgte liegend in einer beschichteten Holzschalung mit Innenkern auf einem Rütteltisch. Der Innenkern setzte sich aus einem Schalungskasten mit Styroporummantelung und abschließendem Folienüberzug zusammen. Um Lufteinschlüsse zu vermeiden, wurde der Frischbeton nur an einer Querschnittsseite über die gesamte Balkenlänge eingefüllt und unterhalb des Innenkerns an der gegenüberliegenden Querschnittsseite wieder hochgetrieben. Das Verdichten erfolgte ausschließlich mittels Rütteltisch, da sich durch ein Stochern oder durch den Einsatz eines Innenrüttlers die Orientierung der Stahlfasern unkontrollierbar verändert hätte. Der Betoniervorgang ist aus Bild 5-5 ersichtlich.



Bild 5-5: Betonage der Versuchskörper durch einseitiges Befüllen der Schalung

Durch das einseitige Befüllen der Schalung in Kombination mit dem Verdichten mittels Rütteltisch konnte ein gleichmäßiger Frischbetonfluss erreicht werden, welcher für eine bestmögliche Faserorientierung und damit größtmögliche Nachrisszugfestigkeit in der späteren Beanspruchungsrichtung wichtig ist.

Das Aufschwimmen des Innenkerns infolge Betonierdruck wurde durch einen im Innenkern über die gesamte Balkenlänge angeordneten und an den Enden fixierten Stahlträger unterbunden. Durch diese Maßnahme konnte eine hohe Lagesicherheit des Innenkerns und damit hohe Maßhaltigkeit der dünnen Wandstärke erreicht werden. Lediglich bei Versuchskörper V1 konnten nach Versuchsende im Versagensbereich Abweichungen in der Wandstärke von 0,7 cm beobachtet werden. Dieses kann darauf zurückgeführt werden, dass der Versuchskörper V1 aufgrund der geringen Wandstärke im Lasteinleitungsbereich (vgl. Abschn. 5.2.1) mit einem größeren inneren Schalungskasten hergestellt wurde und dieser während der Betonage seitlich verschoben wurde.

Im Gegensatz zu den monolithischen Balken, welche jeweils in einem Vorgang aus einer Betoncharge hergestellt wurden, erfolgte die Herstellung der segmentären Balken aufgrund der Einzelsegmente in mehreren Betonierabschnitten aus mehreren Betonchargen. Zur Gewährleistung einer sehr hohen Passgenauigkeit der Trockenfugen, zur Reduktion der Einzelbetonagen sowie zur Verkürzung der Herstellungszeiten der einzelnen Segmentbalken wurde das sogenannte Long-Line-Match-Cast-Verfahren mit alternierender Herstellreihenfolge (z. B. [Gir-1999], [Rom-2004]) verwendet. Am ersten Betoniertag wurde nur jedes zweite Segment mit Beton aus einer Charge hergestellt, wobei das Abschalen der Querschnittsflächen der einzelnen Segmenten über mit Trapezleisten bestückte Querschotte erfolgte. Am darauffolgenden Tag wurden die Querschotte entfernt, die profilierte Betonquerschnittsfläche mit einem Trennmittel ("Trennwachs SOK WAX 1" der Firma Fuchs Lubritech) bestrichen – um einen Haftverbund zwischen den Segmenten zu unterbinden – und abschließend die dazwischenliegenden Segmente wiederum aus einer Betoncharge hergestellt (Bild 5-6).



Bild 5-6: Betonage der segmentären Versuchskörper in zwei Betonierabschnitten

Nach der Betonage wurden die Versuchsbalken bzw. Segmente abgezogen und mit einer Folie abgedeckt. Da durch den niedrigen Wasser-Bindemittel-Wert bei UHPC bzw. UHPFRC ein sehr starkes autogenes Schwinden auftritt [Sch-2008] und Zwangsrisse infolge Verformungsbehinderung durch die Schalung vermieden werden sollten, erfolgte das Ausschalen der Versuchskörper bereits einen Tag nach dem Betonieren. Dank der Styroporummantelung konnte der innere Schalungskasten ohne größere Kraftanstrengungen gezogen werden. Bei den monolithischen Versuchskörpern verblieb die Styroporummantelung als "verlorene Schalung" im Balken. Bei den Segmentbalken war deren Zerlegung in die einzelnen, vorab durchnummerierten Segmente aufgrund des aufgetragenen Trennmittels ohne größere Anstrengungen möglich. Im Zuge einer visuellen Kontrolle der einzelnen Versuchsbalken und Segmente konnten in keinem Fall Zwangsrisse beobachtet werden. Nach dem Ausschalen wurden die Versuchskörper zwei weitere Tage unter Folie nachbehandelt und mit einem Alter von mehr als zwei Wochen an die Prüfhalle des iBMB geliefert (Bild 5-7) und dort bis zur Versuchsdurchführung bei Raumtemperatur gelagert.



Bild 5-7: Anlieferung und Abladen der Versuchskörper

Parallel zur Herstellung der Versuchskörper wurden zur Bestimmung der Festbetoneigenschaften verschiedene Begleitkörper aus denselben Frischbetonchargen hergestellt. Je Versuchskörper wurden die Druckfestigkeiten nach 7 bzw. 28 Tagen an je drei wassergelagerten Würfeln a = 10 cm und versuchsbegleitend an drei luftgelagerten Zylindern Ø15/30 cm in Anlehnung an DIN EN 12390-3 [DIN-2009-1] bestimmt. Die Ermittlung der zentrischen Zug- und Nachrisszugfestigkeit erfolgte versuchsbegleitend für jeden Versuch an sechs luftgelagerten Biegebalken 15/15/70 cm, in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] bzw. nach dem Ansatz von OETTEL / EMPELMANN [0et-2015-2] (vgl. Abschn. 2.3.3.2 und Abschn. 2.3.3.4).

Des Weiteren wurden Zugfestigkeitsprüfungen der verwendeten Längs- und Bügelbewehrung nach DIN EN ISO 15630-1 [DIN-2011] durchgeführt.

Die Ergebnisse (Mittelwerte) der versuchsbegleitenden Festbetonprüfungen wie

- Zylinderdruckfestigkeit f<sub>cm,cyl</sub>,
- zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$ ,
- zentrische Nachrisszugfestigkeit f<sub>ctm,f,0,5</sub>,
- zentrische Nachrisszugfestigkeit f<sub>ctm,f,3,5</sub>

sowie die der Betonstahlprüfungen (Mittelwerte) wie

- Streckgrenze bzw. 0,2 %-Dehngrenze der Längsbewehrung  $f_{\rm vm,sl}$  und
- Streckgrenze bzw. 0,2 %-Dehngrenze der Bügelbewehrung  $f_{ym,sw}$

sind in Tabelle 5-3 zusammengefasst. Bei den segmentären Versuchskörpern V8 und V10 sind jeweils die Betondruckfestigkeiten der ersten und zweiten Betonage (Match-Cast-Verfahren) angegeben, wobei der unterstrichene Wert die Betondruckfestigkeit des versagenden Segments angibt. Da die Begleitkörper der Versuche V0 und V5 (im Gegensatz zu den Versuchskörpern) nur noch aus Frischbeton mit Agglomeraten hergestellt werden konnten (s. oben), müssen die Ergebnisse der Begleitkörperprüfungen von V0 und V5 als nicht repräsentativ angesehen werden. Aus o. g. Grund werden für V0 und V5 deshalb die gemittelten Mittelwerte aus V2, V3, V6, V7, V8, V9 und V10 herangezogen, da sie denselben Fasergehalt aufweisen.

Weitere Ergebnisse der durchgeführten Materialprüfungen können Anhang A-2 entnommen werden.
Bezeichnung		$f_{\rm cm,cyl}$	$f_{\rm ctm}$	$f_{\rm ctm,f,0,5}$	$f_{\rm ctm,f,3,5}$	$f_{\rm ym,sl}$	f <sub>ym,sw</sub>
		[N/mm <sup>2</sup> ]					
	V0	163,7	6,5	7,9	2,8	578	578
eit	V1	167,6	8,4	19,4	6,3	-	-
rebei higk	V2	149,3	6,4	9,4	3,4	-	-
ugstı agfäl	V3	146,3	7,7	8,7	2,2	521	590
tra	V4	158,8	5,3	0,0	0,0	521	590
	V5	163,7	6,5	7,9	2,8	586	586
	V6	156,4	7,9	10,0	5,0	-	590
	V7	169,4	6,4	8,5	2,5	-	592
eben gkeit	170	157,9	-	-	-	-	593
Druckstre tragfähig	V8	<u>160,9</u>	6,7	6,4	2,4	-	593
	V9	172,3	5,4	6,2	2,2	-	564
	V10	178,3	-	-	-	-	564
	v 10	182,9	5,1	5,9	1,8	-	562

Tabelle 5-3: Ergebnisse der versuchsbegleitenden Beton- und Betonstahlprüfungen

Zur Bestimmung der Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung des verwendeten UHPFRC mit 2,50 Vol.-% und 1,25 Vol.-% Stahlfasern wurde bei den Versuchen V1 und V3 an jeweils drei luftgelagerten Zylindern Ø15/30 cm eine weggeregelte Prüfung im 10-MN-Druckprüfer analog zu [Ste-2014] durchgeführt. Bis zu etwa 80 % der erwarteten Druckfestigkeit wurde der aufgebrachte Weg mit einer Wegzunahme von 0,03 mm/s gesteigert und anschließend auf einen Wert von 0,001 mm/s reduziert. Durch diese Prüfung konnte der Nachbruchbereich erfasst werden. Bild 5-8 zeigt die auf diese Weise ermittelte Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung des UHPFRC der Versuche V1 und V3. Es wird ersichtlich, dass sich der UHPFRC bis zum Erreichen der Betondruckfestigkeit nahezu linear-elastisch verhält, einen Elastizitätsmodul  $E_c$  von etwa 50.000 MN/m<sup>2</sup> besitzt und bei einer Bruchdehnung von ungefähr 3,0 ‰ bzw. 3,5 ‰ versagt. Die im Vergleich zu V1 geringere Druckfestigkeit von V3 resultiert daraus, dass die Versuchs- und Begleitkörper ungefähr drei Monate zeitversetzt und damit mit unterschiedlichen Zement- und Zusatzstoffchargen betoniert wurden. Dieses Phänomen konnte bei verschiedenen Forschungsprojekten innerhalb des SPP 1182 beobachtet werden. Ein Einfluss der Stahlfasern auf die ertragbare Betondruckfestigkeit dürfte eher gering sein, da sogar der faserlose Versuchskörper V4 eine höhere Druckfestigkeit als V3 aufweist (s. Tabelle 5-3). Im Nachbruchbereich ist ein Einfluss der Stahlfasern zu erkennen. Die ertragbare Druckspannung fällt zunächst sehr stark ab, fängt sich dann und bei einer Dehnung von 9,0 ‰ können noch ungefähr 20 % der Druckfestigkeit aufgenommen werden (vgl. hierzu auch Bild 2-1). Aus einem Vergleich der Verläufe von V1 und V3 wird allerdings ersichtlich, dass bei dem hier verwendeten

UHPFRC das Nachbruchverhalten durch einen höheren Stahlfasergehalt nicht beeinflusst wird.



Bild 5-8: Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung des UHPFRC mit 2,50 Vol.-% (V1) und 1,25 Vol.-% Stahlfasern (V3)

In Bild 5-9 sind exemplarisch die Last-Durchbiegungs-Beziehungen der Biegezugversuche von V1 und V3 sowie deren Umrechnung in Zugspannungs-Dehnungs-Beziehungen nach [0et-2015-2] (vgl. Abschn. 2.3.3.4) dargestellt.



Bild 5-9: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) des UHPFRC mit 2,50 Vol.-% (V1) und 1,25 Vol.-% (V3) Stahlfasern

Nach Überschreiten der Risslast ist sowohl bei dem hier verwendeten UHPFRC mit 2,50 Vol.-%, als auch mit 1,25 Vol.-% Stahlfasern eine weitere Laststeigerung möglich und es liegt somit ein überkritischer Fasergehalt vor (vgl. Bild 2-3). Durch die Verdoppelung des Fasergehalts kann bei geringen Dehnungen eine ungefähr zweifach höhere und bei hohen Dehnungen eine ungefähr dreifach höhere zentrische Nachrisszugfestigkeit aufgenommen werden.

# 5.2.3 Versuchsaufbau und Versuchsablauf

Zur Durchführung der Torsionsversuche musste ein spezieller Versuchsstand entwickelt werden, der neben den zu erwartenden hohen Lasten gleichzeitig noch eine hohe Steifigkeit aufweisen sollte. Der entwickelte, in Bild 5-10 bis Bild 5-13 dargestellte Versuchsstand war so ausgelegt, dass

- ein maximales Torsionsmoment von 900 kNm,
- eine maximale Vorspannung von 9.000 kN und
- eine maximale Einzellast in Feldmitte von 900 kN

aufgebracht werden konnten.



Bild 5-10:

Versuchsstand reine Torsion



Bild 5-11: Versuchsstand kombinierte Beanspruchung und statisches System

### 5 Experimentelle Torsionsuntersuchungen



Bild 5-12: Versuchsaufbau Seitenansicht (Torsion und Vorspannung)



Bild 5-13: Versuchsaufbau Längsansicht (kombinierte Beanspruchung)

Die Versuchskörper wurden horizontal als Einfeldträger auf ein festes und ein bewegliches Kipp-Verdreh-Lager gelagert. Die bei dieser Lagerung aus Eigengewicht resultierenden Querkraft- und Biegebeanspruchungen waren bei der gewählten Versuchskörperlänge vernachlässigbar gering und wurden bei der späteren Auswertung nicht berücksichtigt.

Die speziell hergestellten Kipp-Verdreh-Lager bestanden jeweils aus einer konvexen und einer konkaven Stahlhalbschale mit dazwischen angeordneter, gefetteter Kugellagerung. Die Radien der Halbschalen wurden so ausgeführt, dass sich die Versuchskörper frei um ihren Schubmittelpunkt verdrehen konnten (SAINT-VÈNANT'sche Torsion, vgl. Abschn. 3.2.2). Die Kippbeweglichkeit der Speziallager wurde durch einen Rund- bzw. Halbrundstab realisiert (s. Bild 5-13).

Die Einleitung der Torsionsmomente erfolgte an beiden Auflagern. Hierzu wurden die Versuchskörper oberhalb der Auflager zwischen zwei steifen Stahltraversen mittels vorgespannten Spannstäben fest eingespannt. An der oberen Traverse wurde mit einem Abstand von 1,50 m (Hebelarm), gemessen vom Schubmittelpunkt des Ouerschnitts aus, eine hochfeste Zugstange über einen Gelenkkopf gelenkig angeschlossen. Die Zugstange wurde durch ein Loch in der Prüffelddecke geführt und dort mit einem unterhalb der Prüffelddecke angeordneten 1.0-MN-Hohlkolbenzvlinder mit zwischengeschalteter Kraftmessdose und Axial-Gelenklager verbunden. Auf der anderen Seite der oberen Traverse wurde eine Sicherungsstange angeordnet, welche keinen Kontakt zur Traverse (Langloch) und damit statisch keine Wirkung hatte. Sie sollte lediglich bei einem eventuell explosionsartigen Versagen der Versuchskörper auf Betondruck die Lasteinleitungskonstruktion sichern.

Die Lage des Gelenkkopfes der Zugstange zum Schubmittelpunkt des Versuchskörperquerschnittes wurde so gewählt, dass die Zugstange unter Belastung geringstmöglich aus ihrer Ursprungsachse heraus wandert (Bild 5-14). Hierdurch wurde sichergestellt, dass mit zunehmender Verdrehung des Versuchskörpers zum einen der Angriffspunkt der Belastung und damit der Hebelarm sich nahezu nicht verändert, zum anderen die Zugstange nicht die Lochwandung der Prüffelddecke berührt.

Die beiden Hohlkolbenzylinder der Zugstangen wurden parallel geschaltet an ein Hydraulikaggregat angeschlossen. Über eine Regulierung der Durchflussmenge des Hydrauliköls wurde eine gleichmäßige, gegenseitige Verdrehung der beiden Versuchskörperenden zueinander sichergestellt. Die Kontrolle der gleichmäßigen Verdrehung erfolgte über an den Zugstangen angebrachten Wegaufnehmer.



Bild 5-14: Prinzipskizze der Wirkungsweise der Lasteinleitungskonstruktion

Die beidseitige Einleitung der Torsionsmomente wurde gewählt, da im Vergleich zu einer einseitigen Einleitung – in Kombination mit einem Festlager – die Verdrehungen an den Einleitungsstellen in etwa halbiert werden können (z. B. [Teu-1982]). Hiermit sollte gewährleistet werden, dass bei einem sehr starken Abfall der Torsionssteifigkeit infolge Rissbildung, die damit verbundenen großen Verdrehungen der Versuchskörper aufgebracht werden konnten und die Verdrehkapazitäten der Kipp-Verdreh-Lager nicht vor Versagen der Versuchskörper erreicht wurden (vorzeitiger Versuchsabbruch infolge zu großer Verdrehungen).

Des Weiteren heben sich bei einer beidseitigen Einleitung der Torsionsmomente die Verdrehungen in Balkenmitte auf. Aus diesem Grund wurde bei den Versuchskörpern V9 und V10 genau an dieser Stelle zur Erzeugung der zusätzlichen Querkraft- und Biegebeanspruchungen eine Einzellast über einen aufgemörtelten Lastverteilungsträger mittels eines 2,0-MN-Prüfzylinders aufgebracht. Somit trat durch die Einzellast kein von der Verdrehung abhängiges und damit messtechnisch sehr schwer zu erfassendes zusätzliches Torsionsmoment auf.

Da sich der Versuchskörper infolge der einwirkenden Einzellast durchbiegt und damit die Lasteinleitungskonstruktionen an den beiden Auflagern leicht zur Balkenmitte gekippt werden, wurden die Gelenkköpfe der Zugstangen so ausgeführt, dass diese nicht nur verdreht, sondern gleichzeitig auch gekippt werden konnten. Hierdurch wurde ferner eine der Durchbiegung entgegenwirkende Beanspruchung unterbunden (Bild 5-15).



## Bild 5-15: Beweglichkeit der Gelenkköpfe

Zur externen Vorspannung der Versuchskörper V6 – V10 wurden vorab verschiedene Vorspannsysteme untersucht. Mit den Vorspannsystemen sollten nicht nur sehr hohe Vorspannkräfte aufgebracht werden, sondern das System sollte gleichzeitig noch eine großzügige Reserve vorhalten, damit die Höhe der Vorspannung ggf. später noch angepasst werden konnte. Zusätzlich sollte die aufgebrachte Vorspannkraft kontinuierlich über die Belastungsgeschichte gemessen werden, um Einflüsse aus der Vorspannung auf das Torsionstragverhalten untersuchen zu können.

Eine Vorspannung mittels Spannlitzen erwies sich aufgrund der benötigten, hohen Anzahl an Litzen und die Messung der Vorspannkraft mittels einer an einem Versuchskörperende angeordneten, sehr großen Kraftmessdose als zu aufwendig. Zudem hätte die sehr große Kraftmessdose die Verformungen der Versuchskörper (Torsionsverdrehungen und Durchbiegungen) beeinflusst.

Eine mögliche externe Vorspannvariante mit Hilfe mehrerer hochfester Spannstäbe mit Grobgewinde und Ankermuttern konnte dagegen aus Platzgründen (s. Bild 5-2 Querschnitt B-B) nicht realisiert werden.

Die Vorspannung wurde bei den Versuchskörpern V6 – V10 letztendlich mittels einem aus dem Maschinenbau adaptierten Spannsystem aufgebracht. Hierzu wurde ein Zugstab Ø160 mm mit an den Enden eingeschnittenen Feingewinden aus hochfestem Stahl S690 im Schubmittelpunkt des Querschnitts angeordnet. Die Verankerung des Zugstabes erfolgte an den beiden Versuchskörperenden über eine Stahlplatte mit Axial-Gelenklager und einer Flexmutter M160x6 bzw. einer Spannmutter M160x6. Bei der Spannmutter handelte es sich um ein mechanisches Spannelement mit Vielfachschrauben (SUPERBOLT<sup>®</sup>), mit welchem die Vorspannung über mehrere im Mutterkörper befindliche Druckschrauben sehr einfach per Hand mit einem Drehmomentenschlüssel aufgebracht werden konnte. Da eine sehr hohe Vorspannkraft

aufgebracht werden sollte und die Stauchungen des Versuchskörpers, die Dehnung des Zugstabes und die Setzungen aus den Ankerplatten, Axial-Gelenklagern und Segmentfugen (V8 und V10) überbrückt werden mussten, wurde eine speziell angefertigte Spannmutter mit einem großzügig gewählten Spannweg verwendet.

Die Axial-Gelenklager wurden angeordnet, damit der Zugstab sich nicht am Lastabtrag beteiligen konnte. Der Stab erfuhr keine Torsionsverdrehungen und bog sich bei den Versuchen unter kombinierter Beanspruchung nicht durch. Hierdurch trat unter kombinierter Beanspruchung bei den Versuchen V9 und V10 infolge der Durchbiegung des Versuchskörpers ein Zusatzbiegemoment auf (Schwerachse Hohlkasten  $\neq$  Schwerachse Zugstab), das jedoch vernachlässigbar gering ist und deshalb bei der Auswertung von V9 und V10 nicht berücksichtigt wird.

Zur Erfassung der aufgebrachten Vorspannkraft wurde in den Drittels-Punkten des Zugstabes jeweils eine DMS-Vollbrücke appliziert (z. B. [Lüp-2011]) und das gesamte Spannsystem (Zugstab, Ankerplatten mit Axial-Gelenklager und Muttern) vorab in einem 10-MN-Zugprüfer am iBMB kalibriert.

Im Gegensatz zu den monolithischen Versuchskörpern, welche erst im Versuchsstand vorgespannt wurden, wurden bei den segmentären Versuchskörpern zunächst die auf dem Hallenboden liegenden einzelnen Segmente entsprechend ihrer Nummerierung auf den Zugstab aufgefädelt und ausgerichtet, anschließend eine Teilvorspannung aufgebracht (Bild 5-16) und dann der gesamte Segmentbalken in den Versuchsstand gehoben und dort vollständig vorgespannt.



Bild 5-16: Ausrichten und Verspannen der Segmente zu einem Segmentbalken

Für eine bessere Übersichtlichkeit und Auswertung wurden die Balken entlang ihrer Längsachse in die Messquerschnitte I bis VII unterteilt (Bild 5-13).

Zur Erfassung der Verformungen (Torsionsverdrehung und Durchbiegungen) der Versuchskörper wurden im Messquerschnitte II bis VI, ähnlich der Versuche nach [Teu-1982], [Kor-1984] und [Fol-1997], je drei Wegaufnehmer fachwerkartig an der Balken-

unterseite installiert. Die Berechnungsgleichungen zur Ermittlung der Verdrehungen bzw. Verdrillung und Durchbiegung aus den Verformungsmessungen der Wegaufnehmer können Anhang A-3 entnommen werden.

Die Dokumentation möglicher Fugenöffnungen bei den segmentären Versuchskörpern erfolgte an den Fugen F2, F3 und F4 mittels Wegaufnehmern an der Vorder- und Rückseite der Balken entsprechend Bild 5-13 und Bild 5-17.



Bild 5-17: Messung möglicher Fugenöffnungen mittels Wegaufnehmer

Zur Bestimmung der Hauptdehnungen des Betons und deren Neigungen zur Längsachse wurden auf den Seitenflächen der Versuchskörper Dehnungsmessstreifen (DMS) vom Typ 3-Element-Rosette appliziert. Die Messstrecke wurde in Übereinstimmung mit der verwendeten Feinkornmischung zu 30 mm gewählt, um dem bei den Versuchen zur Erfassung der Zugstrebentragfähigkeit zu erwartenden, geringen Rissabstand Rechnung zu tragen und somit zumindest aus ein paar Beton-DMS-Rosetten aussagekräftige Ergebnisse bis nahe an das Torsionsbruchmoment zu erhalten. Die Gleichungen zur Auswertung der Rosetten sind in Anhang A-5 aufgeführt.

Die Erfassung der Dehnungen der Längs- und Bügelbewehrung erfolgte über seitlich an der Bewehrung angebrachte Linear-DMS. Die Messung der Beton- und der Bewehrungsdehnungen erfolgte jeweils in den Messquerschnitten II, III, V und VI gemäß Bild 5-13, wobei bei den Segmentbalken V8 und V10 im zweiten Betonierabschnitt (Messquerschnitt II und V) aus herstellungstechnischen Gründen keine Linear-DMS auf die dortige Längsbewehrung (ME) appliziert wurden (die Längsbewehrung wurde erst nach dem ersten Betonierabschnitt eingeflochten).

Die Torsionsbeanspruchung bzw. die zusätzliche Biege- und Querkraftbeanspruchung wurde kraftgesteuert in Belastungsstufen bis zum Erreichen der Traglast erhöht. Tabelle 5-4 enthält eine Zusammenstellung der Belastungsstufen der einzelnen Versuche.

Bezeichnung		T <sub>Step</sub>	V <sub>Step</sub>	M <sub>Step</sub>	P <sub>Step</sub>
		[kNm]	[kN]	[kNm]	[kN]
	V0	12,5	-	-	-
eit P	V1	24,0	-	-	-
rebei higk	V2	12,5	-	-	-
ugstı agfäl	V3	12,5	-	-	-
Zı tra	V4	12,5	-	-	-
	V5	12,5	-	-	-
kstreben- ähigkeit	V6	50,0	-	-	konstant
	V7	50,0	-	-	konstant
	V8	50,0	-	-	konstant
Druc	V9	40,0	20,0	30,0	konstant
	V10	40,0	20,0	30,0	konstant

Tabelle 5-4: Belastungsstufen der einzelnen Versuche

Die Rissentwicklung sowie die Rissbreiten ausgewählter Risse wurden laststufenweise erfasst. Zur Erleichterung der Rissdokumentation auf dem dunklen UHPFRC wurden alle Balken vorab weiß angestrichen und ein rechtwinkliges Raster mit einer Größe von 12,5/12,5 cm aufgezeichnet.

# 5.3 Versuchsbeobachtungen und -auswertungen

# 5.3.1 Faserbewehrte Beton- und Stahlbetonbalken

## 5.3.1.1 Trag- und Versagensverhalten

Bei den Versuchskörpern V0 – V5 traten die ersten sichtbaren Risse willkürlich über die Querschnittsflächen verteilt auf. Diese Beobachtungen decken sich mit der Elastizitätstheorie, wonach bei Hohlquerschnitten über die gesamte Wandung eine konstante Schubspannungsverteilung auftritt (vgl. Bild 3-6 und Bild 3-7).

Bei den faserbewehrten Betonbalken V1 und V2 ohne konventionelle Bewehrung bildeten sich nach Erstrissbildung nur noch vereinzelt ein paar weitere Risse und die Balken versagten unter Ausbildung eines Hauptrisses. Bei den faserbewehrten Stahlbetonbalken V0, V3 und V5 trat demgegenüber ein duktiles Versagen mit Mehrfachrissbildung auf. Der faserlose Stahlbetonbalken V4 hingegen versagte nach Ausbildung mehrerer Risse spröde. Bild 5-18 bis Bild 5-20 zeigen Bruchbilder der einzelnen Versuche.



Bild 5-18: Bruchbilder der Versuchskörper V1 (links) und V2 (rechts)



Bild 5-19: Bruchbilder der Versuchskörper V3 (links) und V4 (rechts)



Bild 5-20: Bruchbilder der Versuchskörper V0 (links) und V5 (rechts)

Die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Versuche V0, V1 und V2 sind in Bild 5-21 und die der Versuche V3, V4 und V5 in Bild 5-22 dargestellt.

Die faserbewehrten Betonbalken V1 und V2 zeigen einen linear-elastischen Verlauf und versagen unmittelbar nach Erreichen der Risslast, wobei der Versuch V1 im Vergleich zu V2 ein leicht höheres Torsionsriss- bzw. Torsionsbruchmoment aufweist. Dieses kann auf den höheren Fasergehalt von V1 zurückgeführt werden. Entsprechend der versuchsbegleitenden Biegebalkenprüfungen (vgl. Bild 5-9 bzw. Anhang A-2) lag bei beiden Versuchskörpern jeweils ein überkritischer Fasergehalt vor. Aufgrund des dünnwandigen Hohlkastens und der damit fehlenden Umlagerungsmöglichkeit konnte sich im Versuch aber kein überkritisches Tragverhalten einstellen. Das Versagen ist vergleichbar zu reinen Betonbalken (vgl. Abschn. 3.4.1) und faserbewehrten Betonbalken (vgl. Abschn. 4.1.2) unter reiner Torsion und entspricht der (unerwünschten) Versagensart "schlagartiges Torsionsversagen" (vgl. Abschn. 3.4.4.1). Auch beim faserbewehrten Stahlbetonbalken V0 mit minimaler Längs- und Bügelbewehrung war eine Steigerung der Beanspruchung über die Torsionsrisslast hinaus nicht möglich, allerdings konnte unter Ausbildung weiterer Risse eine Zunahme der Verdrillung bei in etwa konstanter Torsionsbeanspruchung verzeichnet werden. Im Gegensatz zu den ausschließlich mit Stahlfasern bewehrten Betonbalken V1 und V2, trat bei V0 damit ein duktiles Bauteilversagen auf. Wie unter Abschnitt 5.2.1 beschrieben, war die Längs- und Bügelbewehrung bei Versuch V0 so ausgelegt, dass nur ungefähr 30 % der Torsionstresnbruch (vgl. Abschn. 3.4.4.1) einstellen müssen. Durch die Stahlfasern konnte diese (unerwünschte) Versagensart unterbunden werden.



Bild 5-21: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Versuche V0, V1 und V2



Bild 5-22: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Versuche V3, V4 und V5

104

Bei den Versuchen V3, V4 und V5 war eine Steigerung der Belastung nach Erstrissbildung möglich.

Der Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verlauf des ausschließlich mit Längs- und Bügelbewehrung bewehrten faserlosen Versuchskörpers V4 weist die drei charakteristischen Phasen auf: ungerissener Zustand I, gerissener Zustand II und Fließen der Bewehrung. Das Tragverhalten ist damit vergleichbar mit dem eines konventionell bewehrten Stahlbetonbalkens mit Hohlkastenquerschnitt aus Normalbeton (vgl. Bild 3-14). Versuch V4 war für ein Versagen der Bügelbewehrung bemessen und diese begann in der letzten Laststufe auch zu fließen. Bevor die Bewehrung jedoch ihre Zugfestigkeit erreichte, versagte der faserlose Beton schlagartig (vgl. Bild 5-19 rechts). Damit trat ein sekundäres Betonversagen ein (vgl. Abschn. 3.4.4.6).

Einen ganz anderen Verlauf zeigt die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Kurve des Versuchskörpers V3, der mit dem gleichen Längs- und Bügelbewehrungsgrad wie V4, jedoch mit 1,25 Vol.-% Stahlfasern bewehrt wurde. Zum einen hat V3 eine höhere Torsionsrisslast und zum anderen erfolgt der Übergangsbereich von Zustand I in Zustand II nicht ganz so abrupt bzw. ohne schlagartigen Anstieg der Verdrillung. Das Tragverhalten entspricht damit eher dem eines konventionell, mit hohem Längs- und Bügelbewehrungsgrad bewehrten Stahlbetonbalkens mit Vollquerschnitt aus Normalbeton (vgl. Bild 3-15). Gegenüber Versuch V4 war bei V3 zusätzlich eine Steigerung des Torsionsmoments um mehr als 75 % möglich. Hieraus kann geschlussfolgert werden, dass durch die Stahlfasern das Torsionsriss- und das Torsionsbruchmoment bei UHPFRC-Balken analog zu faserbewehrten Stahlbetonbalken aus Normalbeton (z. B. Bild 4-3) gesteigert werden kann.

Versuch V5 zeigt denselben Kurvenverlauf wie V3 mit höherem Torsionsbruchmoment, da ein höherer Längs- und Bügelbewehrungsgrad bei gleichbleibendem Stahlfasergehalt eingebaut wurden. Bei V3 und V5 trat jeweils ein Zugstrebenversagen (vgl. Abschn. 3.4.4.5) ein.

Eine Zusammenstellung der kennzeichnenden Versuchsergebnisse wie

- Torsionsrissmoment  $T_{cr.exp}$  und
- zugehörige Verdrillung  $\vartheta_{cr,exp}$ ,
- maximales Torsionsmoment T<sub>u,exp</sub> und
- zugehörige Verdrillung  $\vartheta_{u,exp}$

ist in Tabelle 5-5 aufgeführt.

Die Bestimmung des Torsionsrissmoments  $T_{cr,exp}$  erfolgte hierbei durch das Absuchen der Balkenoberfläche nach ersten sichtbaren Rissen und die Auswertung der Verformungsmessungen (vgl. hierzu auch Abschn. 3.3.2).

Bezeichnung		T <sub>cr,exp</sub>	θ <sub>cr,exp</sub>	T <sub>u,exp</sub>	θ <sub>u,exp</sub>
		[kNm]	[°/m]	[kNm]	[°/m]
	V0	62,5	0,03	97,3	0,66
Zugstreben- tragfähigkeit	V1	96,0	0,08	100,9	0,11
	V2	87,5	0,06	91,4	0,08
	V3	75,0	0,05	216,0	1,63
	V4	37,5	0,02	122,5	2,37
	V5	50,0	0,03	254,1	2,25

Tabelle 5-5: Kennzeichnende Ergebnisse der Versuche V0 bis V5

## 5.3.1.2 Rissbildung

In Bild 5-23 sind die Rissbilder im Bruchzustand der Versuche V0 bis V5 abgebildet, wobei jeweils die Querschnittsseite mit dem maßgebenden Hauptriss dargestellt ist. Die Bruchrissbilder aller Querschnittsseiten je Versuchskörper können Anhang A-4 entnommen werden. Allgemein sind die Rissbilder der Versuche V0 bis V5 ähnlich zu denen von Betonbalken bzw. Stahlbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung.

Aus den Bruchrissbildern der faserbewehrten Betonbalken V1 und V2 wird deutlich, dass lediglich vereinzelte Risse und keine Mehrfachrissbildung auftrat. Der etwas geschwunge untere Verlauf des Hauptrisses bei Versuchskörper V1 stellte sich erst im Nachbruchbereich ein und resultierte daraus, dass der geneigte Hauptriss sehr nah am Lasteinleitungsbereich auftrat und sich mit zunehmender Verdrillung an der Balkenoberseite, ungefähr rechtwinklig zur Bauteillängsachse, entlang des mit Stabstahl verstärkten Einleitungsbereichs weiter ausbildete (vgl. Bild 5-18 links). Hierdurch verdrehte sich der Versuchskörper asymmetrisch im Nachbruchbereich, wodurch sich der geschwungene Verlauf des Hauptrisses einstellte. Unter anderem aus diesem Grund wurden bei allen anderen Versuchskörpern die Lasteinleitungsbereiche mit einer dickeren Wandstärke ausgeführt (vgl. Abschn. 5.2.1).

Vergleicht man die Rissbilder der Versuche V1 und V2 mit dem des faserbewehrten Stahlbetonbalkens V0 zeigt sich, dass bereits durch eine minimale Längs- und Bügelbewehrung eine Mehrfachrissbildung auftritt.

Die Auswertung der Rissbilder in Bezug auf Erstrisswinkel  $\theta_{cr,1}$  und Risswinkel  $\theta_{cr,exp}$  sowie Rissabstand  $s_r$  nach Versuchsende kann Tabelle 5-6 entnommen werden. Des Weiteren ist die gemessene Rissbreite  $w_r$  aufgeführt.



Bild 5-23: Bruchrissbilder (Hauptriss) der Versuchskörper V0 bis V5

Bezüglich des Erstrisswinkels  $\theta_{cr,1}$  fällt auf, dass die reinen Faserbetonbalken V1 und V2 einen Erstrisswinkel von größer 50° und die Versuchskörper mit Stabstahlbewehrung (V0, V3, V4, und V5) hingegen einen für reine Torsion typischen Winkel von etwa 45° aufweisen. Ähnliche Werte bzw. Differenzen treten auch beim abgeschlossenen Rissbild (Risswinkel  $\theta_{cr,exp}$ ) auf. Die Auswertung der Beton-DMS-Rosetten ergab bei den Versuchen V1 und V2 eine nahezu konstante Neigung der Druckspannungen von ungefähr 45° zur Bauteillängsachse über die gesamte Belastungdauer (s. Anhang A-5). Bei V0, V3, V4 und V5 lieferten die Beton-DMS-Rosetten aufgrund des geringen Rissabstandes keine brauchbaren Ergebnisse.

Bezeichnung	Erstrisswinkel	Rissw	Risswinkel $\theta_{cr,exp}$ [°]		Rissa	Rissabstand s <sub>r</sub> [cm]			Rissbreite w <sub>r</sub> [mm]		
	$\theta_{\rm cr,1}$ [°]	min.	Mittel	max.	min.	Mittel	max.	min.	Mittel	max.	
V0	48	42	48	53	0,8	5,9	13,7	0,10	0,19	0,30	
V1	55	41	53	62	-	-	-	-	-	-	
V2	52	45	50	59	-	-	-	-	-	-	
V3	46	42	46	51	0,5	2,5	10,1	0,15	0,36	0,60	
V4	46	41	48	55	1,0	4,9	10,3	0,10	0,44	0,80	
V5	43	38	44	55	0,9	3,3	6,8	0,15	0,30	0,70	

Tabelle 5-6: Risswinkel, Rissabstand und Rissbreite der Versuchskörper V1 bis V5

In Bezug auf den Rissabstand  $s_r$  hat der Versuchskörper V0 aufgrund des geringsten Stabstahlbewehrungsgrades die größten und V5 aufgrund des höchsten Stabstahlbewehrungsgrades die kleinsten Abstände (Tabelle 5-6). Bei Versuch V3 treten im Vergleich zu V4 nur ungefähr halb so große Rissabstände bei höherer Traglast auf. Folglich wird durch die Stahlfasertragwirkung der Rissabstand merklich verringert.

Während der Versuchsdurchführung konnte beobachtet werden, dass beim faserlosen Stahlbetonbalken V4 die meisten Risse im Übergangsbereich zum Zustand II (s. Bild 5-22; Plateau im Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verlauf) auftraten, sich dagegen bei den faserbewehrten Stahlbetonbalken V0, V3 und V5 über die gesamte Belastungsgeschichte kontinuierlich neue Risse bildeten. Mit Erreichen der jeweiligen Traglast öffnete sich bei V0, V3 und V5 ein Riss deutlich stärker als die anderen. In diesem Hauptriss wurden die Stahlfasern allmählich aus der UHPC-Matrix gezogen (vgl. Bild 2-5) und die Bewehrung versagte (Bild 5-24).



Bild 5-24: Faserauszug und Zugversagen der Bewehrung beim Versuchskörper V3 (links) und V0 (rechts)

Die Entwicklung der mittleren Rissbreite über die Belastungsgeschichte ist in Bild 5-25 dargestellt. Bei der Mittelwertbildung wurden die gemessenen Rissbreiten der Hohlkastenwandung "oben", "hinten" und "vorne" (s. Bild 5-13) berücksichtigt. Eine Messung der Rissbreiten an der Balkenunterseite war aufgrund der dort angebrachten Wegaufnehmer (Messung der Balkenverformungen; s. Bild 5-13) nicht möglich.



Bild 5-25: Mittlere Rissbreite über die Belastungsgeschichte der Versuche V0, V3, V4 und V5

Erwartungsgemäß hat der faserlose Versuchsbalken V4 die größten Rissbreiten. Im Bruchzustand treten bei V4 auf gleicher Höhe der Traglast fast dreifach größere Rissbreiten auf als beim faserbewehrten Versuch V3. Bei V3 wird somit das Risswachstum durch die rissüberbrückende Wirkung der Stahlfasern bei steigender Beanspruchung gehemmt. Dasselbe gilt für die Versuche V0 und V5. Die Unterschiede zwischen V0, V3 und V5 resultieren aus den unterschiedlichen Stabstahlbewehrungsgehalten, da die Versuchskörper mit einem einheitlichen Stahlfasergehalt von 1,25 Vol.% ausgeführt wurden. Aus den mittleren und maximalen Rissbreiten der Versuche V0, V3 und V5 (Bild 5-25 und Tabelle 5-6) wird des Weiteren deutlich, dass die Länge der Stahlfaser ( $l_f = 13,0$  mm) ein Vielfaches der gemessenen Rissbreiten beträgt. Somit kann davon ausgegangen werden, dass bis zum Erreichen des Torsionsbruchmoments ein Großteil der Stahlfasern – in Abhängigkeit der Orientierung – am Torsionslastabtrag beteiligt war.

### 5.3.1.3 Faserorientierung und -verteilung

Zur Ermittlung der Orientierung der Stahlfasern wurden den Versuchskörpern nach Beendigung der Versuche V1 und V2 je Wandung drei Kernbohrungen Ø15,0 cm in den Messquerschnitten II, IV und VI entnommen (Bild 5-26) und hieran die Stahlfaserorientierung mit dem elektromagnetischen Induktionsverfahren bzw. mithilfe des Stahlfasermessgerätes BSM 100 bestimmt (vgl. Abschn. 2.1).

### 5 Experimentelle Torsionsuntersuchungen



Bild 5-26: Lage der Bohrkernentnahme zur Messung der Faserorientierung

Anschließend wurden aus den gemessenen Stahlfaserorientierungen die Faserorientierungsbeiwerte  $\kappa_f$  nach Gl. 2-4 ermittelt. In Bild 5-27 und Bild 5-28 sind die Faserorientierungsbeiwerte der Hohlkastenwandungen (oben, hinten, unten und vorne) der Versuchskörper V1 und V2 für die drei Raumrichtungen

- "rechtwinklig zum Riss",
- "parallel zum Riss" und
- "in Wanddicke"

bzw.

- "in Bauteillängsachse",
- "in Bauteilquerachse" und
- "in Wanddicke"

dargestellt. Die Bezeichnungen "parallel zum Riss" und "rechtwinklig zum Riss" beziehen sich auf eine angenommene Rissneigung von 45° gemessen zur Bauteillängsachse (vgl. Bild 5-26).

Der Faserorientierungsbeiwert in Wandicke ist bei beiden Versuchen und über deren Hohlkastenwandungen in etwa konstant, sodass geschlussfolgert werden kann, dass sich die Fasern während der Betonage an der Außen- und Innenschalung ausgerichtet haben (vgl. Bild 2-4 und Bild 5-5). Dagegen lässt sich aus den Orientierungsbeiwerten "rechtwinklig zum Riss" und "parallel zum Riss" sowie "in Bauteillängsachse" und "in Bauteilquerrichtung" keine aus der Herstellung bedingte Faserorientierung erkennen. In beiden Versuchen treten ähnliche Streuungen auf. Die Maximal- und Minimalwerte sowie der Mittelwert des Faserorientierungsbeiwerts für die drei Raumrichtungen der Versuchskörper V1 und V2 können Tabelle 5-7 und Tabelle 5-8 entnommen werden.



Bild 5-27:Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V1 (links) und<br/>V2 (rechts) nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Riss)



Bild 5-28: Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V1 (links) und V2 (rechts) nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Bauteil)

Tabelle 5-7:Faserorientierungsbeiwerte  $\kappa_f$  der Versuchskörper V1 und V2<br/>(Ausrichtung Riss)

Bezeichnung	rechtwinklig zum Riss $\kappa_{\rm f,r}$ [-]			paralle	parallel zum Riss $\kappa_{f,p}$ [-]			in Wanddicke κ <sub>f,t</sub> [-]		
	max.	Mittel	min.	max.	Mittel	min.	max.	Mittel	min.	
V1	0,76	0,68	0,57	0,75	0,67	0,57	0,31	0,20	0,12	
V2	0,79	0,66	0,55	0,82	0,70	0,56	0,21	0,17	0,13	

Tabelle 5-8:Faserorientierungsbeiwerte  $\kappa_f$  der Versuchskörper V1 und V2<br/>(Ausrichtung Bauteil)

Bezeichnung	in Bauteillängsachse κ <sub>f,l</sub> [-]			ung in Bauteillängsachse $\kappa_{f,l}$ [-] in Bauteilquerachse $\kappa_{f,w}$ [-]			in Wanddicke $\kappa_{\rm f,t}$ [-]		
	max.	Mittel	min.	max.	Mittel	min.	max.	Mittel	min.
V1	0,76	0,59	0,46	0,86	0,76	0,55	0,31	0,20	0,12
V2	0,77	0,63	0,53	0,84	0,73	0,58	0,21	0,17	0,13

Da mit dem elektromagnetischen Induktionsverfahren keine Aussage über die exakte Verteilung der Stahlfasern in der Probe bzw. im Bauteil erfolgen kann, wurden bei Versuch V1 die Kernbohrungen des Messquerschnitts VI und bei V2 die Kernbohrungen des Messquerschnitts IV zusätzlich mit der Computertomographie untersucht. Aufgrund der Maschinenkapazität mussten hierzu vorab aus den Kernbohrungen Ø15,0 cm kleinere Kernbohrungen Ø7,5 cm gezogen werden. Diese wurden mit einem Computertomographen (CT) durchleuchtet und dreidimensionale Bilder erzeugt (Bild 5-29 links). Durch diese Bilder wurden anschließend je sechs Schnitte (a – f) gelegt. Als Schnittebenen wurden der geschalte Rand der Vorder- und Innenseite der Hohlkastenwandung bzw. der Kernbohrung und ein Abstand von  $l_f/2$  sowie  $l_f$  von den geschalten Rändern gewählt (Bild 5-29 rechts).



Bild 5-29: Dreidimensionales Modell der Stahlfasern der Kernbohrung K-VI-3 des Versuchskörpers V1 (links) und Darstellung der Schnittebenen (rechts)

Bild 5-30 zeigt exemplarisch die einzelnen Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-3 (K = Kernbohrung, VI = Messquerschnitt VI, 3 = Hohlkastenwandung hinten) des Versuchskörpers V1. Aus den Schnittbildern wird ersichtlich, dass sich die Stahlfasern an den geschalten Rändern in etwa zweidimensional ausrichten und bereits ab einem Abstand von einer halben Faserlänge ( $l_f/2 = 13,0 \text{ mm}/2 = 6,5 \text{ mm}$ ) eine dreidimensionale Faserverteilung vorliegt. Die Schnittbilder der anderen Kernbohrungen zeigen eine ähnliche Ausrichtung der Stahlfasern (s. Anhang A-7).

Diese Beobachtungen decken sich mit der französischen UHPFRC-Richtlinie [AFGC-2013] (vgl. Bild 2-4), womit sich nach [AFGC-2013] ein allgemeiner Faserorientierungsbeiwert in Wandebene entsprechend Gl. 2-3 zu

$$\kappa_{\rm f,UHPC} = \frac{(\kappa_{\rm f,3D} \cdot (t-l_{\rm f}) + \kappa_{\rm f,2D} \cdot l_{\rm f})}{t} = \frac{(0.410 \cdot (5.0 \text{ cm} - 1.3 \text{ cm}) + 0.637 \cdot 1.3 \text{ cm})}{5.0 \text{ cm}} = 0.47 \qquad \text{Gl. 5-1}$$

ergibt. Dieser allgemeine Faserorientierungsbeiwert ist, mit Ausnahme des minimalen mittleren Faserorientierungsbeiwerts in Bauteillängsachse des Versuchskörpers V1 (Tabelle 5-8), immer geringer als die nach dem elektromagnetischen Induktionsverfahren ermittelten Faserorientierungsbeiwerte.



lf vom Rand Innenseite (d)

Bild 5-30:

CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-3 des Versuchskörpers V1

Bei den Versuchskörpern V0, V3, V4 und V5 wurde auf eine Untersuchung der Faserorientierung mit dem induktiven Messverfahren und der 3D-Computertomographie verzichtet, da zum einen bei den Versuchskörpern ein feines bis sehr feines Rissbild auftrat (vgl. Bild 5-23), zum anderem das Bewehrungsnetz aus Längsund Bügelbewehrung eine Entnahme von Kernbohrungen Ø15 cm nicht erlaubte.

#### 5.3.1.4 Bewehrungsspannungen

Für die beiden Versuchkörper V3 und V4 sind in Bild 5-31 die gemittelten Spannungen der Längs- und Bügelbewehrung im Messquerschnitt III (= Lage des Hauptrisses; s. Bild 5-23) über das aufgebrachte Torsionsmoment dargestellt. Ferner sind die rechnerischen Bewehrungsspannungen nach Fachwerktheorie entsprechend Abschnitt 3.4.3.2 unter Annahme eines Druckstrebenneigungswinkels von 45° aufgetragen.

Bild 5-31 ist zu entnehmen, dass sowohl die Längs- als auch die Bügelbewehrung im ungerissenen Zustand I nicht bzw. nur sehr gering beansprucht werden. Mit Einsetzen der Rissbildung steigen beim faserlosen V4 die Spannungen  $\sigma_{sl}$  bzw.  $\sigma_{sw}$  schlagartig an und die auftretenden Zugspannungen werden ausschließlich von der Längs- und Bügelbewehrung aufgenommen. Bis zum Erreichen der Torsionstraglast liegt somit eine reine Fachwerktragwirkung vor. Die Verläufe der Bewehrungsspannungen sind damit vergleichbar mit denen von konventionell bewehrten Torsionsbalken mit Hohlkastenquerschnitt aus Normalbeton (vgl. Bild 3-22; Versuch T1). Die vor Erreichen des Torsionsbruchmoments geringe Abweichung der Längsbewehrungsspannung von der rechnerischen Linie nach Fachwerktheorie deutet auf einen durch zunehmende Rissbildung und Verdrillung gestörten Verbund und damit auf ein Gleiten der Längsbewehrung im UHPC hin.



Bild 5-31: Verlauf der mittleren Spannungen der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) im Messquerschnitt III der Versuchskörper V3 und V4

Im Gegensatz zu V4 steigen die Bewehrungsspannungen beim faserbewehrten V3 mit Erreichen der Torsionsrisslast nur allmählich an und verlaufen mit zunehmendem Torsionsmoment in etwa parallel zur rechnerischen Linie. Auch im Bruchzustand, mit Erreichen der Streckgrenze der Längsbewehrung  $f_{y,sl}$  bzw. Bügelbewehrung  $f_{y,sw}$ , haben die beiden Linien einen nennenswerten gegenseitigen Abstand. Durch die Mitwirkung der Stahlfasern wird im Vergleich zu einem faserlosen Balken sowohl die Spannung der Längsbewehrung, als auch die Spannung der Bügelbewehrung bei gleicher Beanspruchung reduziert. Folglich beteiligen sich die Stahlfasern bis zum Torsionsbruchmoment sowohl in Längs-, als auch in Bügelbewehrungsrichtung beachtlich am Torsionslastabtrag.

Bei beiden Versuchskörpern V3 und V4 wurde die Bügelbewehrung so gewählt, dass diese geringfügig schwächer als die eingelegte Längsbewehrung war. Aus Bild 5-31 wird ersichtlich, dass neben der Bügel- auch die Längsbewehrung ihre Streckgrenze erreicht und – analog zu konventionell bewehrten Stahlbetonbalken – damit eine Kraftumlagerung von der schwächeren zur stärkeren Bewehrungsrichtung stattfindet (vgl. Abschn. 3.4.3.5).

In Bild 5-32 sind für den Versuchkörper V0, der mit minimaler Stabstahlbewehrung ausgeführt wurde, die Längs- und Bügelbewehrungsspannungen im Messquerschnitt II oben (= Lage des Hauptrisses; s. Bild 5-23) über die Belastungsgeschichte sowie die rechnerischen Bewehrungsspannungen nach Fachwerktheorie, unter Ansatz eines Druckstrebenneigungswinkel von 45° dargestellt.



Bild 5-32: Verlauf der Spannungen der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) im Messquerschnitt II oben des Versuchskörpers V0

Auch hier beteiligt sich die Stabstahlbewehrung im Zustand I nahezu nicht am Lastabtrag. Bei Rissbildung steigt die Bügelbewehrungsspannung  $\sigma_{sw}$  zunächst sehr steil an, verläuft dann jedoch infolge der Stahlfasertragwirkung analog zu V3 ungefähr parallel zur rechnerischen Linie nach Fachwerktheorie. Die Spannung der Längsbewehrung  $\sigma_{sl}$  steigt bei Erstrissbildung anfangs nur sehr langsam an, verzeichnet danach jedoch auch einen sehr steilen Anstieg. Da die Bügelbewehrung geringfügig schwächer als die Längsbewehrung ausgeführt wurde, versagt die Bügelbewehrung mit Erreichen ihrer Streckgrenze  $f_{y,sw}$ . Aufgrund der minimalen Stabstahlbewehrung kann bei V0, im Vergleich zu V3 und V4, damit keine Kraftumlagerung von der schwächeren zur stärkeren Bewehrungsrichtung beobachtet werden.

## 5.3.2 Faserbewehrte Spannbetonbalken

### 5.3.2.1 Trag- und Versagensverhalten

Bei den Versuchen V6 – V10 stellte sich immer ein Betondruckbruch innerhalb des Prüfbereichs ein. Das Versagen trat ungeachtet des hohen Fasergehaltes stets ohne Vorankündigung, explosionsartig und unter Ausbildung nur weniger sichtbarer Risse auf (s. hierzu auch [Emp-2014]). Bild 5-33 zeigt exemplarisch anhand des Versuchs V9 die Versagenszone kurz vor, während und nach dem Betondruckbruch.



Bild 5-33: Explosionsartiges Versagen des Versuchskörpers V9

Eine Prüfung im Nachbruchbereich war bei keinem Versuch möglich, da der Betonquerschnitt in der Versagenszone immer völlig zerstört wurde. Eine Nachbruchtragfähigkeit, wie in den Begleitkörperprüfungen an Druckzylindern beobachtet (vgl. Bild 5-8), konnte somit nicht verzeichnet werden. Das beobachtete Versagen ist damit ähnlich zu Versuchen an konventionell bewehrten Spannbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitt aus Normalbeton nach [Teu-1982], [Kor-1984] und [Ful-1997].

Die Versagenszonen der einzelnen Versuche V6 – V10 werden in Bild 5-34 bis Bild 5-36 deutlich. Die einzelnen Versuche weisen ähnliche und lediglich Versuch V9 (Bild 5-36 links) eine geringfügig größere Bruchprozesszone auf.



Bild 5-34: Bruchbilder der Versuchskörper V6 (links) und V7 (rechts)



Bild 5-35: Bruchbilder des Versuchskörpers V8



Bild 5-36: Bruchbilder der Versuchskörper V9 (links) und V10 (rechts)

In Bild 5-37 sind die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der vorgespannten Versuche V6, V7 und V8 unter Torsionsbeanspruchung und in Bild 5-38 die der vorgespannten Versuche V9 und V10 unter kombinierter Beanspruchung dargestellt. Der bei V9 und V10 auftretende stufenartige Verlauf rührt daher, dass je Laststufe zuerst die Querkraft und das Biegemoment (Einzellast) und anschließend erst das Torsionsmoment gesteigert wurden.



Bild 5-37: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Versuche V6, V7 und V8



Bild 5-38: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der Versuche V9 und V10

Das Tragverhalten ähnelt demjenigen von normalfesten Spannbetonbalken mit konventioneller Bewehrung und Hohlkastenquerschnitt unter Torsion bzw. kombinierter Torsions-, Querkraft- und Biegemomentenbeanspruchung (vgl. [Teu-1982], [Kor-1984] und [Ful-1997]).

Vergleicht man die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der monolithischen Versuchsbalken mit denen der segmentären Versuchsbalken, zeigen sich bei den Versuchen V6 und V8, mit Ausnahme der erreichten Torsionstraglast kaum Unterschiede. Indessen verhält sich V9 im Vergleich zu V10 weicher und versagt bei einem deutlich geringeren Torsionsmoment. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bei den Querkraft-Durchbiegungs-Verläufen (Bild 5-39 links) und den Biegemomenten-Durchbiegungs-Verläufen (Bild 5-39 rechts). V9 weist im Gegensatz zu V10 ein geringfügig weicheres Tragverhalten und eine deutlich geringere Querkraft- und Biegemomententraglast auf.



Bild 5-39: Querkraft-Durchbiegungs-Verläufe (links) und Biegemomenten-Durchbiegungs-Verläufe (rechts) der Versuche V9 und V10

Eine Zusammenstellung der kennzeichnenden Versuchsergebnisse wie

- maximales Torsionsmoment  $T_{u.exp}$  und
- maximale Verdrillung  $\vartheta_{u,exp}$

sowie die zum maximalen Torsionsmoment Tuexp zugehörige

- Querkraft V<sub>exp</sub>,
- Biegemoment M<sub>exp</sub> und
- Durchbiegung u<sub>exp</sub>

gibt Tabelle 5-9.

 Tabelle 5-9:
 Kennzeichnende Ergebnisse der Versuche V6 bis V10

Bezeichnung		T <sub>u,exp</sub>	θ <sub>u,exp</sub>	V <sub>exp</sub>	M <sub>exp</sub>	u <sub>exp</sub>
		[kNm]	[°/m]	[kN]	[kNm]	[mm]
	V6	636,7	1,02	-	-	-
)ruckstreben tragfähigkeit	V7	500,7	0,39	-	-	-
	V8	551,4	0,55	-	-	-
	V9	441,1	0,37	207,3	310,9	3,80
ц -	V10	681,4	0,83	306,8	460,1	7,97

### 5.3.2.2 Rissbildung

Die Rissbilder der einzelnen Versuche V6 bis V10 nach Versuchsende (Vorderseite) sind in Bild 5-40 dargestellt. Weitere Bruchrissbilder können Anhang A-4 entnommen werden. Vergleicht man die Bruchrissbilder der Versuche V9 und V10 miteinander, zeigt sich bei V9 die bereits in Bild 5-36 (links) beobachtete größere Bruchzone (geschwärzter Bereich). Bei V9 traten des Weiteren während der Versuchsdurchführung an der Stelle, von der später der Bruch ausging, frühzeitig erste Risse auf (vgl. Bild 5-33). Eine Untersuchung der Bruchzone nach Versuchsende ergab, dass der Beton in diesem Bereich nahezu keine Stahlfasern enthielt. Durch die fehlenden Stahlfasern wurden vermutlich die aus Erhärtungsprozessen und autogenem Schwinden resultierenden Mikrorisse nicht überbrückt [Wie-1998], weshalb in diesem ungünstigen Beanspruchungsbereich (Umlenkung der Druckstreben) eine Schwachstelle vorlag. Dieses würde auch das in Bild 5-38 und Bild 5-39 beobachtete weichere Tragverhalten von V9 gegenüber V10 erklären. Die Bruchflächen der anderen Versuche zeigten diesbezüglich keine erkennbaren Auffälligkeiten.



Bild 5-40: Bruchrissbilder (Vorderseite) der Versuchskörper V6 bis V10

In den Rissbildern ist außerdem erkennbar, dass bei den segmentären Versuchskörpern V8 und V10 die Bruchzone stets außerhalb der Segmentfugen lag und ein paar Risse die Segmentfugen sogar kreuzten (vgl. hierzu auch die Rissbilder im Anhang A-4). Dementsprechend gering waren auch die gemessenen Öffnungen der Segmentfugen, welche kurz vor dem Versagen bei V8 weniger als 0,03 mm und bei V10 weniger als 0,10 mm betrugen (Bild 5-41) und damit den üblichen Rissbreiten bei Rissbildung entsprachen.

Hieraus kann geschlussfolgert werden, dass das Last-Verformungs-Verhalten von vorgespannten Segmentbalken unter Torsion bzw. kombinierter Torsions-, Querkraftund Biegebeanspruchung durch die feinprofilierten, trockenen Segmentfugen nicht gestört wird, wenn diese (wie in den Versuchen) bis zum Versagen fast vollständig überdrückt bleiben.



Bild 5-41: Öffnung der Segmentfugen F2, F3 und F4 an der Balkenunterkante (Hohlkastenwandung hinten) der Versuche V8 (links) und V10 (rechts)

Nach Versuchsende wurden die Segmentbalken V8 und V10 in ihre einzelnen Segmente zerlegt und die Trockenfugen untersucht. Es zeigte sich, dass die Feinprofilierungen noch intakt und an keiner Stelle abgeschert waren (Bild 5-35 rechts). Diese Beobachtung deckt sich mit kleinformatigen Schub-Druck-Versuchen nach OETTEL/EMPELMANN [0et-2013-1], [Emp-2014], wonach ein Abscherversagen der verwendeten Trockenfugenausbildung erst ab einem Neigungswinkel der Druckstreben neigungswinkel von  $242,7^{\circ}$  auftritt. Bei den Versuchen V8 und V10 wurden Druckstreben-neigungswinkel von  $22,7^{\circ}$  bzw.  $27,7^{\circ}$  gemessen (s. nachfolgender Abschnitt 5.3.2.3), die damit unterhalb des kritischen Grenzwinkels lagen, weshalb ein Betondruckversagen auftrat.

## 5.3.2.3 Beton- und Bewehrungsdehnungen

Aufgrund der geringen Rissenwicklung konnte bei den vorgespannten Versuchskörpern V6 bis V10 ein Großteil der Beton-DMS-Rosetten ausgewertet werden. In Bild 5-42 sind für den Versuch V6, V7 und V8 die aus den Beton-DMS-Rosetten im

Messquerschnitt II (= Lage der Bruchzone; s. Bild 5-40) ermittelte mittlere Betonhauptdehnung (links) und die Neigung der Betonhauptdruckdehnung zur Bauteillängsachse (rechts) dargestellt.



Bild 5-42: Verlauf der mittleren Betonhauptdehnungen (links) und deren Neigung zur Bauteillängsachse (rechts) im Messquerschnitt II der Versuche V6 bis V8

Im Bruchzustand treten bei V6, V7 und V8 Hauptdruckdehnungen  $\varepsilon_c$  von < 2,5 ‰ auf, die damit geringer als die in den Begleitkörperprüfungen an Druckzylindern ermittelte Bruchstauchung von ungefähr 3,0 ‰ sind (vgl. Bild 5-8; V3). Dieses kann auf die in Abschnitt 3.4.3.4 aufgeführten Einflüsse wie

- Rissbildungen aus Hauptzugspannungen,
- Querzugspannungen durch eine die Druckstreben kreuzende Bewehrung,
- Umlenkung der Druckstreben an den Querschnittsecken und
- Biegebeanspruchung der Seitenwände infolge der Verwölbung

zurückgeführt werden, wodurch die bei Torsionsbeanspruchung effektiv nutzbare Betondruckfestigkeit erheblich von der einaxialen Betondruckfestigkeit abweicht.

In Übereinstimmung mit der Elastizitätstheorie liegt bei Belastungsbeginn, infolge der alleinigen Wirkung der Normalspannung aus der Vorspannkraft, eine Neigung der Betonhauptdruckspannungen von  $\theta = 0^{\circ}$  vor (Bild 5-42 rechts). Mit steigendem Torsionsmoment steigt auch der Neigungswinkel an, da sich die aus dem Torsionsmoment resultierenden Schubspannungen mit den Normalspannungen aus der Vorspannung überlagern.

Eine Zusammenstellung der zum maximalem Torsionsmoment  $T_{u,exp}$  zugehörigen Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse  $\theta_{exp}$  kann Tabelle 5-10 entnommen werden. Hierbei wurden bei den Versuchen V6, V7 und V8 die Werte aller auswertbaren Beton-DMS-Rosetten gemittelt, da diese Versuchskörper nur mit Torsion beansprucht und zentrisch vorgespannt wurden. Bei den Versuchen V9 und V10 unter kombinierter Beanspruchung wurden nur die Werte vom Messquerschnitt II vorne (= Bruchbereich; s. Bild 5-40) und Messquerschnitt VI hinten gemittelt (Überlagerung der maximalen Schubspannungen aus Torsion und Querkraft).

Bild 5-43 zeigt die im Messquerschnitt II gemessenen mittleren Dehnungen der Längsund Bügelbewehrung der Versuche V6, V7 und V8, wobei abweichend hierzu beim Segmentbalken V8 die mittlere Längsbewehrungsdehnung des Messquerschnitts III dargestellt ist. Wie bereits unter Abschnitt 5.2.3 erläutert, konnten beim Segmentbalken V8 aus herstellungstechnischen Gründen keine Linear-DMS auf die Längsbewehrung im Messquerschnitt II appliziert werden.



Bild 5-43:Mittlere Dehnung der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) im<br/>Messquerschnitt II bzw. III der Versuche V6 bis V8

Sowohl die Dehnungen der Längs-, als auch der Bügelbewehrung sind vergleichbar mit den Betonhauptdehnungen und erreichen in keinem Fall die jeweilige Streckgrenze. Demnach trat bei den Balken ein primäres Betonversagen auf (vgl. Abschn. 3.4.4.6).

Bezeichnung		$\theta_{exp}$	P <sub>in</sub>	P <sub>exp</sub>
		[°]	[kN]	[kN]
L	V6	29,1	5.028,6	5.249,1
eben gkeit	V7	15,8	6.017,2	5.943,7
kstr Tähig	V8	22,6	5.031,9	5.039,9
Druc	V9	22,7	4.067,7	4.028,7
ц -	V10	27,7	3.988,2	4.115,0

 
 Tabelle 5-10:
 Neigung der Betonhauptdruckdehnung und Vorspannkraft der Versuche V6 bis V10

Die gemessene Vorspannkraft (Mittelwert beider DMS-Vollbrücken) der Versuche V6 bis V10 in Abhängigkeit zum aufgebrachten Torsionsmoment zeigt Bild 5-44. Lediglich bei V6 und V10 ist vor dem Versagen ein Anstieg der Vorspannkraft zu erkennen. Bei allen anderen Versuchen bleibt die Vorspannkraft über die Belastungsgeschichte in etwa konstant. Damit ist der Verlauf der Vorspannkraft vergleichbar mit dem Verlauf der Beanspruchung der Längsbewehrung (Bild 5-43 links). Die vorhandene Vorspannkraft zum Belastungsbeginn  $P_{in}$  und im Bruchzustand  $P_{exp}$  ist in Tabelle 5-10 aufgeführt.



Bild 5-44: Vorspannkraft über die Belastungsgeschichte der Versuche V6 bis V10

Wie in Abschnitt 5.3.2.1 und 5.3.2.2 lassen die in Bild 5-42 bis Bild 5-44 dargestellten Messergebnisse der Versuchskörper V6 und V8 keine entscheidenden Unterschiede zwischen dem Trag- und Verformungsverhalten von monolithischen und segmentären Balken erkennen, die mit dem gleichen Stabstahl- und Stahlfasergehalt sowie Vorspannkraft ausgeführt wurden und bis zum Versagen nahezu vollständig überdrückt blieben.

## 5.3.3 Torsionssteifigkeit

Die rechnerische Torsionssteifigkeit  $K_{cal}$  der untersuchten Balken im Zustand I kann gemäß Gl. 3-30 mit dem werkstoffabhängigen Schubmodul *G* (Gl. 3-31) und dem querschnittsabhängigen Torsionsträgheitsmoment  $I_{T}$  (Tabelle 3-1) ermittelt werden:

$$K_{\rm cal} = G \cdot I_{\rm T} \tag{G1. 5-2}$$

Für die Auswertung wurde der Schubmodul G mit einem Elastizitätsmodul  $E_c$  von 50.000 MN/m<sup>2</sup> (Bild 5-8) und einer Querdehnzahl  $\mu$  von 0,2 gemäß [Sch-2008] berechnet.

Die Bestimmung der experimentellen Torsionssteifigkeit  $K_{exp}$  kann über das aufgebrachte Torsionsmoment T und die hieraus resultierende Verdrillung  $\vartheta$  ensprechend Gl. 3-29 erfolgen:

$$K_{\exp} = T \cdot \vartheta$$
 Gl. 5-3

Der Verlauf der Torsionssteifigkeit über die Belastungsgeschichte ist in Bild 5-45 für die Versuche V3, V4 und V5 und in Bild 5-46 für die Versuche V6, V7 und V8 dargestellt. Hierbei wurde die Torsionssteifigkeit bis kurz vor Erstrissbildung vereinfacht als konstant (=  $K_{cal}$ ) angenommen, da zum Belastungsbeginn die

Schwankungen der experimentellen Torsionssteifigkeit  $K_{exp}$  zum Teil sehr groß waren (Messungenauigkeiten; s. hierzu auch [Sch-2011]) und dieser Bereich für die hier durchgeführten Betrachtungen nicht von Interesse ist.



Bild 5-45:Verlauf der Torsionssteifigkeit in Abhängigkeit zum aufgebrachten<br/>Torsionsmoment der Versuche V3, V4 und V5



Bild 5-46: Verlauf der Torsionssteifigkeit in Abhängigkeit zum aufgebrachten Torsionsmoment der Versuche V6, V7 und V8

Aus Bild 5-45 wird ersichtlich, dass beim faserlosen Stahlbetonbalken V4 direkt nach Rissbildung ein drastischer Abfall der Torsionssteifigkeit auf ungefähr 10 % der rechnerischen Torsionssteifigkeit auftritt. Im Bruchzustand liegen nur noch 3 % der Steifigkeit von Zustand I vor. Das Verhalten ist damit analog zu konventionell bewehrten Stahlbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitt aus Normalbeton (vgl. Bild 3-36).

Auch beim faserbewehrten Stahlbetonbalken V3 (mit gleicher Längs- und Bügelbewehrung wie V4, jedoch mit 1,25 Vol.-% Stahlfasern) tritt nach Rissbildung

eine starke Reduktion der Torsionssteifigkeit auf, allerdings fällt diese nur auf ungefähr 40 % der rechnerischen Torsionssteifigkeit ab. Mit zunehmendem Torsionsmoment ist eine weitere, verzögerte Reduktion zu verzeichnen. Mit Erreichen der Bruchlast beträgt die Steifigkeit nur noch etwa 10 % der Steifigkeit von Zustand I. Demnach wird durch die Stahlfasern der starke Abfall der Torsionssteifigkeit bei Rissbildung nicht verhindert, jedoch gehemmt und im Bruchzustand liegt infolge der Stahlfasertragwirkung eine geringfügig höhere Torsionssteifigkeit vor. Ein ähnliches Verhalten zeigt Versuch V5.

Bei den Versuchen V6 und V8, die sich lediglich in ihrer Bauart – monolithisch und segmentär – unterscheiden, tritt bei einsetzender Rissbildung infolge der Vorspannung kein starker Steifigkeitsabfall auf (Bild 5-46). Beim Auftreten des Betondruckbruches beträgt die Torsionssteifigkeit bei V6 noch ungefähr 40 % und bei V8 noch ungefähr 60 % der rechnerischen Torsionssteifigkeit im Zustand I. Da die Kurven von V6 und V8 über die Belastungsgeschichte in etwa übereinander liegen, kann geschlussfolgert werden, dass trockene, feinprofilierte Segmentfugen keinen Einfluss auf die Torsionssteifigkeit ausüben, solange diese überdrückt bleiben.

Versuch V7 verhält sich ähnlich wie V6 und V8 und hat im Bruchzustand infolge der höheren Vorspannung noch etwa 75 % der Steifigkeit von Zustand I.

# 5.4 Versuchsanalysen

## 5.4.1 Faserbewehrte Betonbalken

Das Versagen der Versuchskörper V1 und V2 trat unmittelbar nach Erreichen der Torsionsrisslast auf (vgl. Bild 5-21). In diesem Beanspruchungszustand kann vereinfacht vom Zustand I ausgegangen werden, weshalb das Torsionsbruchmoment  $T_{u,f}$  in etwa dem Torsionsrissmoment  $T_{cr}$  entspricht. Entsprechend Gl. 3-24 und dem Ansatz nach [Nor-1979] (vgl. Abschn. 4.2.2.1) gilt damit:

$$T_{\rm u,f} \approx T_{\rm cr} = W_{\rm T} \cdot f_{\rm ct,f}$$
 Gl. 5-4

Nach Abschnitt 3.2.5 kann bei dem hier untersuchten Querschnitt ein dünnwandiger Hohlkastenquerschnitt (t/b = 5,0 cm/50,0 cm = 0,1) angenommen werden, womit in diesem Fall auch die BREDT'sche Torsionstheorie Gültigkeit besitzt. Da im Zustand I bei reiner Torsion die Torsionsschubspannungen  $\tau$  den Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  und diese bei Rissbildung wiederum der effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$ entsprechen (vgl. Abschn. 3.3.2), ergibt sich unter Verwendung der 1. BREDT'schen Formel (Gl. 3-18) das Torsionsriss- bzw. das Torsionsbruchmoment zu:

$$T_{\rm u,f} \approx T_{\rm cr} = f_{\rm ct,ef} \cdot t \cdot 2 \cdot A_{\rm k}$$
 Gl. 5-5

Gl. 5-5 liegt der Annahme eines Neigungswinkels der Hauptdruckspannungen von 45° zur Bauteillängsachse zugrunde. Zur Berücksichtigung hiervon abweichender Neigungswinkel folgt analog zu Abschnitt 3.3.2 aus der Betrachtung des MOHR'schen Spannungskreises

$$T_{\rm u,f} = f_{\rm ct,ef} \cdot t \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm x}}{f_{\rm ct}}}$$
Gl. 5-6

bzw.

$$T_{\rm u,f} = f_{\rm ct,ef} \cdot t \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta_{\rm cr} \,. \tag{G1. 5-7}$$

Die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$  ist bei Faserbeton von deren Leistungsfähigkeit abhängig. Bei einem Faserbeton mit einem unterkritischen oder kritischen Fasergehalt kann der Balken lediglich bis zur zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  beansprucht werden (vgl. Bild 2-3). Liegt ein Faserbeton mit einem überkritischen Fasergehalt vor, kann die Belastung nach Erreichen der Betonzugfestigkeit anschließend bis auf die maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{ctm,f,0,5}$  gesteigert werden (vgl. Bild 5-9 rechts). Zur Übertragung der in den Biegebalkenprüfungen ermittelten Fasertragwirkung auf die Versuchskörper bzw. auf die hiervon abweichende Belastungssituation ist die maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{ctm,f,0,5}$  mit einem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_f$  abzumindern (vgl. Abschn. 2.1). In Gl. 5-5 bzw. Gl. 5-7 ist demzufolge als effektive Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$  entweder die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  oder die mit dem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_f$  abgeminderte maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $r_{f}$  abgeminderte maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $r_{f}$  abgeminderte maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{ctm}$ , due die mit dem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_f$  abgeminderte maximale zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{ctm}$ , due die größere Wert der beiden maßgebend ist. Allgemein gilt:

$$f_{\rm ct,ef} = \max \begin{cases} f_{\rm ctm} \\ \kappa_{\rm f} \cdot f_{\rm ctm,f,0,5} \end{cases}$$
Gl. 5-8

Nach der Elastizitätstheorie treten die Zugspannungen rechtwinklig zu den Druckspannungen und damit rechtwinklig zum Riss auf (vgl. Bild 3-11), weshalb der Faserorientierungsbeiwert rechtwinklig zum Riss  $\kappa_{f,r}$  entsprechend Tabelle 5-7 ansetzt werden muss. Alternativ hierzu könnte auch der allgemeine Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,UHPC}$  nach [AF6C-2013] (Gl. 5-1) verwendet werden.

Ein Vergleich von experimentellem Torsionsmoment  $T_{u,exp}$  und rechnerischem Torsionsmoment  $T_{u,cal}$  (Gl. 5-7) unter Variation des Faserorientierungsbeiwertes kann Bild 5-47 entnommen werden. Hierbei wurden zum einen der minimale Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,r}$  nach Tabelle 5-7 (V1:  $\kappa_{f,r} = 0.57$ ; V2:  $\kappa_{f,r} = 0.55$ ) (Bild 5-47 links), zum anderen der allgemeine Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,UHPC} = 0.47$  nach Gl. 5-1 (Bild 5-47 rechts) eingesetzt. Bei der Ermittlung des rechnerischen Torsionsmoments  $T_{u,cal}$  wurden außerdem die in den Begleitkörperprüfungen

ermittelten Betonzugfestigkeiten nach Tabelle 5-3, der Erstrisswinkel  $\theta_{cr,1}$  nach Tabelle 5-5 und die nach Versuchsende gemessene Wanddicke im Versagensbereich (V1: t = 4,3 cm (vgl. Abschn. 5.2.2); V2: t = 4,8 cm) angesetzt.



 Bild 5-47:
 Vergleich der experimentellen und rechnerischen Torsionsmomente der Versuche V1 und V2 mit  $\kappa_{f,r}$  (links) und  $\kappa_{f,UHPC}$  (rechts)

Aus den Vergleichen wird ersichtlich, dass Versuch V2 rechnerisch gut nachvollzogen werden kann und kein Unterschied in Abhängigkeit des verwendeten Faserorientierungsbeiwertes auftritt. Dieses liegt daran, dass in beiden Fällen jeweils die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  maßgebend wird (vgl. Gl. 5-8). Bei V1 ist dagegen jeweils die abgeminderte Nachrisszugfestigkeit maßgebend, weshalb ein Einfluss des Faserorientierungsbeiwertes zu erkennen ist. Mit dem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{fUHPC}$  kann eine gute Übereinstimmung zwischen rechnerischem und experimentellem Torsionsmoment erzielt werden (Bild 5-47 rechts), wohingegen mit dem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,r}$  eine zu große Differenz auftritt (Bild 5-47 links).

### 5.4.2 Faserbewehrte Stahlbetonbalken

Aus den Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufen (Bild 5-22), den Rissbildern (Bild 5-23) sowie den Spannungsverläufen der Längs- und Bügelbewehrung über die Belastungsgeschichte (Bild 5-31 und Bild 5-32) der Versuche V0, V3, V4 und V5 wird deutlich, dass das Tragverhalten von UHPC-Stahlbetonbalken und faserbewehrten UHPC-Stahlbetonbalken mit dem räumlichen Fachwerkmodell beschrieben werden kann. Zur Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung muss das räumlichen Fachwerkmodell jedoch erweitert werden. Die Stahlfasern "vernähen" die Risse zwischen den geneigten Betondruckstreben, sodass die Fasertragwirkung in einen horizontalen und einen vertikalen Anteil aufgeteilt werden kann. Fasst man deren Tragwirkung als zusätzliche horizontale und vertikale Zugstreben auf, ergibt sich das in Bild 5-48 dargestellte Schubwandmodell (vgl. Bild 3-21) eines faserbewehrten Stahlbetonbalkens. Aus Gleichgewichtsbetrachtungen an einem Fachwerkknoten können die zusätzlichen Strebenkräfte  $F_{\rm fl}$  und  $F_{\rm fw}$  bestimmt werden.



Bild 5-48: Abwicklung (links), ebenes Schubwandmodell (Mitte) und Krafteck für den Knoten I (rechts) eines faserbewehrten Stahlbetonbalkens

Wie in Gl. 3-34 gilt auch hier für die aus reiner Torsion resultierende Schubkraft

$$V_{\rm T} = \upsilon \cdot u_{\rm k} = \frac{T \cdot u_{\rm k}}{2 \cdot A_{\rm k}}.$$
 Gl. 5-9

Die einwirkende Schubkraft wird in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung jeweils anteilig von der Stabstahlbewehrung und den Stahlfasern aufgenommen (vgl. Bild 5-31). Für die Stahlfaserzugstreben in Längsbewehrungsrichtung gilt damit

$$F_{\rm fl} = V_{\rm T} \cdot \cot\theta = \frac{T \cdot u_{\rm k} \cdot \cot\theta}{2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 5-10

und für die Stahlfaserzugstreben in Bügelbewehrungsrichtung

$$F_{\rm fw} = V_{\rm T} = \frac{T \cdot u_{\rm k}}{2 \cdot A_{\rm k}}.$$
 Gl. 5-11

Bezieht man die Strebenkräfte auf die zugehörigen Flächen, wobei für die Fläche in Längsbewehrungsrichtung

$$A_{\rm fl} = u_{\rm k} \cdot t_{\rm ef} \tag{G1. 5-12}$$

und für die Fläche in Bügelbewehrungsrichtung

$$A_{\rm fw} = u_{\rm k} \cdot \cot\theta \cdot t_{\rm ef} \tag{G1. 5-13}$$

gilt, lässt sich die Spannung in Längsbewehrungsrichtung zu

$$\sigma_{\rm fl} = \frac{F_{\rm fl}}{A_{\rm fl}} = \frac{T \cdot \cot\theta}{t_{\rm eff} \cdot 2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 5-14

und die Spannung in Bügelbewehrungsrichtung zu

$$\sigma_{\rm fw} = \frac{F_{\rm fw}}{A_{\rm fw}} = \frac{T}{\cot\theta \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k}}$$
Gl. 5-15

ermitteln. Stellt man Gl. 5-14 und Gl. 5-15 nach *T* um und ersetzt die Spannungen durch die jeweilige zentrische Nachrisszugfestigkeit des Stahlfaserbetons ( $\sigma_{\rm fl} = f_{\rm ct,fl}$  und  $\sigma_{\rm fw} = f_{\rm ct,fw}$ ), können die Torsionstragfähigkeiten der einzelnen Streben im
Bruchzustand ermittelt werden. Für die Torsionstragfähigkeit der Stahlfasern in Längsbewehrungsrichtung ergibt sich

und für die Torsionstragfähigkeit der Stahlfasern in Bügelbewehrungsrichtung

$$T_{\rm fw} = f_{\rm ct,fw} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta \,. \tag{G1. 5-17}$$

Das aufnehmbare Torsionsmoment je Bewehrungsrichtung setzt sich additiv aus der Torsionstragfähigkeit der Stabstahlbewehrung (Gl. 3-42 bzw. Gl. 3-43) und den Stahlfasern (Gl. 5-16 bzw. Gl. 5-17) zusammen. Für die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung gilt somit

$$T_{\rm sfl} = T_{\rm sl} + T_{\rm fl} \qquad \qquad \text{Gl. 5-18}$$

bzw.

$$T_{\rm sfl} = \frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y,sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta + f_{\rm ct,fl} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta \qquad \qquad \text{Gl. 5-19}$$

und für die Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung

$$T_{\rm sfw} = T_{\rm sw} + T_{\rm fw}$$
Gl. 5-20

bzw.

$$T_{\rm sfw} = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm y, sw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta + f_{\rm ct, fw} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta \ . \tag{G1. 5-21}$$

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment der Zugstreben eines faserbewehrten Stahlbetonbalkens  $T_{\max,zug}$  ergibt sich aus dem Minimum der Zugstrebentragfähigkeiten nach Gl. 5-18 und Gl. 5-20:

$$T_{\max,zug} = \min \begin{cases} T_{sfl} \\ T_{sfw} \end{cases}$$
Gl. 5-22

Die aus den Verläufen der Bewehrungsspannungen der Versuchskörper V3 und V4 (Bild 5-31) beobachtete Kraftumlagerung von der schwächeren zur stärkeren Bewehrung entspricht nach der erweiterten Fachwerktheorie einer Rotation des Druckstrebenneigungswinkels (vgl. plastischer Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,s}$  nach Gl. 3-66 für konventionell bewehrte Stahlbetonbalken). Demnach kann der sich im Bruchzustand einstellende Druckstrebenneigungswinkel von dem im Versuch gemessenen Risswinkel abweichen (vgl. Abschn. 3.4.3.5).

Unter der Annahme, dass im Bruchzustand in den beiden Bewehrungsrichtungen die Streckgrenze  $f_y$  und Nachrisszugfestigkeit  $f_{ct,f}$  erreicht werden, kann durch Gleichsetzen der Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{sfl}$  (Gl. 5-18) und der Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  (Gl. 5-20) zu

$$T_{\rm sfl} = T_{\rm sfw} \qquad \qquad \text{Gl. 5-23}$$

129

bzw.

$$\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y,sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta + t_{\rm ef} \cdot f_{\rm ct,fl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta \dots$$
$$\dots = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm y,sw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta + t_{\rm ef} \cdot f_{\rm ct,fw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta$$
Gl. 5-24

der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  für faserbewehrte Stahlbetonbalken zu

$$\cot\theta_{\text{pl,sf}} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\text{sl}}}{u_{\text{k}}}f_{\text{y,sh}} + t_{\text{ef}}f_{\text{ct,fl}}}{\frac{A_{\text{sw}}}{M_{\text{sw}}}f_{\text{y,sw}} + t_{\text{ef}}f_{\text{ct,fw}}}} \qquad \text{Gl. 5-25}$$

ermittelt werden.

In den oben aufgeführten Gleichungen sind noch die zentrischen Nachrisszugfestigkeiten des Stahlfaserbetons  $f_{ct,fl}$  und  $f_{ct,fw}$  zu definieren.

Untersuchungen nach JUNGWIRTH [Jun-2006] und LEUTBECHER [Leu-2007] zeigen, dass bei mit Stabstahl bewehrten UHPFRC-Zuggliedern die Stabstahlbewehrung B500 bis zu einer maximalen Dehnung von etwa 3,5 ‰ – und nicht wie bei Normalbeton bis  $\geq 25,0$  ‰ – beansprucht werden kann.

In den Versuchen V0, V3 und V5 konnte die Längs- und Bügelbewehrung bis zu ihrer Streckgrenze von  $\leq 3,5$  ‰ beansprucht (vgl. Anhang A-6) werden und versagte anschließend. Da die Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung des UHPFRC bis zu einem Bereich von 3,5 ‰ ein Plateau aufweist (vgl. Bild 5-9 rechts bzw. Anhang A-2) und außerdem ein dünnwandiger Hohlkasten vorliegt ( $t_{ef} = t_{vorh}$ ; vgl. Abschn. 5.4.1), kann über die Wanddicke ein konstanter Zugspannungsblock mit einer zentrischen Nachrisszugfestigkeit von

angenommen werden. Die Berücksichtigung des Faserorientierungsbeiwerts  $\kappa_f$  erfolgt analog zu Abschnitt 5.4.1 zur Übertragung der in Begleitkörperprüfungen ermittelten Fasertragwirkung auf den Versuchskörper. Liegen in den beiden Bewehrungsrichtungen unterschiedliche Faserorientierungsbeiwerte  $\kappa_{f,l}$  und  $\kappa_{f,w}$  vor, ermittelt sich die effektiv nutzbare Nachrisszugfestigkeit in Längsbewehrungsrichtung zu

$$f_{\rm ct,fl} = \kappa_{\rm f,l} \cdot f_{\rm ctm,f,0,5}$$
 Gl. 5-27

und die effektiv nutzbare Nachrisszugfestigkeit in Bügelbewehrungsrichtung zu

$$f_{\rm ct,fw} = \kappa_{\rm f,w} \cdot f_{\rm ctm,f,0,5}$$
. Gl. 5-28

Da faserbewehrte Stahlbetonbauteile an der schwächsten Stelle versagen, ist in Gl. 5-27 und Gl. 5-28 ein minimaler Faserorientierungsbeiwert zu verwenden.

Bild 5-49 zeigt einen Vergleich von experimentellem Torsionsmoment  $T_{\rm u,exp}$  (Tabelle 5-5) mit rechnerischem Torsionsmoment  $T_{\rm u,cal}$  (Gl. 5-22). Auf der linken Seite wurden die minimalen Faserorientierungsbeiwerte  $\kappa_{\rm f,l} = 0,50$  und  $\kappa_{\rm f,w} = 0,57$  nach Tabelle 5-8 (Mittelwerte aus V1 und V2) und auf der rechten Seite der allgemeine Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{\rm f,UHPC} = 0,47$  nach Gl. 5-1 angesetzt. Zusätzlich wurde jeweils der Druckstrebenneigungswinkel variiert. Einerseits wurde der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{\rm pl,sf}$  für faserbewehrte Stahlbetonbalken nach Gl. 5-25, andererseits der plastische Druckstrebenneigungswinkel für Stahlbetonbalken  $\theta_{\rm pl,s}$  nach Gl. 3-66 verwendet. Die Bestimmung des rechnerischen Torsionsmoments  $T_{\rm u,cal}$  erfolgte ferner unter Ansatz der Materialfestigkeiten entsprechend Tabelle 5-3 und einer Wanddicke von  $t_{\rm ef} = t = 5,0$  cm.



Bild 5-49:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Torsionsmomente der<br/>Versuche V0, V3, V4 und V5 mit  $\kappa_{f,l}$  bzw.  $\kappa_{f,w}$  (links) und  $\kappa_{f,UHPC}$  (rechts)<br/>sowie unterschiedlichen plastischen Druckstrebenneigungswinkeln  $\theta_{pl}$ 

Der Vergleich von experimentellem Torsionsmoment  $T_{u,exp}$  mit rechnerischem Torsionsmoment  $T_{u,cal}$  zeigt, dass bei den Versuchen V0, V3 und V5 mit Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,UHPC}$ , im Gegensatz zu den Faserorientierungsbeiwerten  $\kappa_{f,l}$  und  $\kappa_{f,w}$ , eine bessere Übereinstimmung erzielt wird. Weiterhin zeigt sich bei V0, V3 und V5, dass der plastische Druckstrebenneigungswinkel für Stahlbetonbalken  $\theta_{pl,s}$ geringfügig bessere Ergebnisse als der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  für faserbewehrte Stahlbetonbalken liefert. Beim Versuch V4 treten unabhängig vom Faserorientierungsbeiwert und plastischen Druckstrebenneigungswinkel keine Unterschiede auf, da dieser ohne Stahlfasern ausgeführt wurde. Die geringen Abweichungen zwischen experimentellem und rechnerischem Torsionsmoment bei V4 resultieren aus dem vorzeitigen spröden Betonversagen, das kurz vor dem Versagen der Stabstahlbewehrung auftrat (vgl. Bild 5-19 rechts). Zusammengefasst werden mit dem Faserorientierungsbeiwert  $\kappa_{f,UHPC}$  und dem plastischen Druckstrebenneigungswinkel für Stahlbetonbalken  $\theta_{pl,s}$  rechnerisch die besten Ergebnisse erzielt. Die aus dieser Berechnung resultierenden Traganteile der Stahlfasern und der Stabstahlbewehrung sind für die einzelnen Versuche V0, V3, V4 und V5, getrennt nach Längs- und Bügelbewehrungsrichtung, in Bild 5-50 dargestellt. Bei V0 beträgt der Traganteil der Stahlfasern mehr als 60 %, bei V3 und V5 liegt dieser hingegen im Bereich zwischen ungefähr 20 % und 40 %. Demnach ist eine Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung bei der Torsionsbemessung von UHPFRC-Bauteilen sinnvoll.



Bild 5-50: Traganteile des rechnerischen Torsionsmomentes in Längs- (links) und in Bügelbewehrungsrichtung (rechts) der Versuche V0, V3, V4 und V5

Die Traganteile des Versuchskörpers V0 verdeutlichen, dass die konventionelle Stabstahlbewehrung zu einem sehr großen Anteil durch die Stahlfasertragwirkung ersetzt werden kann. Die Versuche an den reinen Faserbetonbalken V1 und V2 zeigen jedoch, dass die Stahlfasern die konventionelle Stabstahlbewehrung nicht vollständig ersetzen können, da in diesem Fall ein schlagartiges Torsionsversagen auftritt (vgl. Bild 5-21). Um ein schlagartiges Versagen bei Bauteilen unter Torsionsbeanspruchung zu vermeiden, ist eine ausreichend dimensionierte Mindestbewehrung, bestehend aus einem rechtwinkligen Bewehrungsnetz aus Längs- und Bügelbewehrung, erforderlich (vgl. Abschn. 3.4.4.1). Diese Mindestbewehrung muss mindestens die Risszugkraft aufnehmen können und ein ausreichend duktiles Bauteilverhalten durch ausgeprägte Rissbildung und deutlich sichtbare Verformungen sicherstellen. Bei V0 trat trotz der geringen Stabstahlbewehrung ein solch duktiles Versagen auf (vgl. Bild 5-21), da die Stahlfasertragwirkung die fehlende Stabstahlbewehrung kompensierte. Folglich kann die konventionelle Mindesttorsionsbewehrung um diesen Stahlfasertraganteil reduziert werden.

Aus dem Gleichsetzen des Torsionsrissmoments  $T_{cr}$  (Gl. 5-5) mit der Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{sfl}$  (Gl. 5-19) zu

$$T_{\rm cr} = T_{\rm sfl}$$
Gl. 5-29

bzw.

$$f_{\rm ctm} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} = \frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y, sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta + f_{\rm ct, fl} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta \qquad \text{Gl. 5-30}$$

und unter Annahme von  $\theta = 45^{\circ}$  sowie Definition eines Längsbewehrungsgrades

folgt der Mindestlängsbewehrungsgrad zu:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{T,sl,min}} &= \frac{(f_{\text{ctm}} - f_{\text{ct,fl}})}{f_{\text{y,sl}}} & \text{Gl. 5-32} \\
 mit & \\
 f_{\text{ctm}} & \text{zentrische Betonzugfestigkeit} \\
 f_{\text{ct,fl}} & \text{zentrische Nachrisszugfestigkeit in Längsbewehrungsrichtung (s. Gl. 5-27)} \\
 f_{\text{y,sl}} & \text{Streckgrenze der Längsbewehrung}
 \end{aligned}$$

Parallel folgt aus dem Gleichsetzen des Torsionsrissmoments  $T_{cr}$  (Gl. 5-5) mit der Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  (Gl. 5-21) zu

$$T_{\rm cr} = T_{\rm sfw}$$
Gl. 5-33

bzw.

$$f_{\rm ctm} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} = \frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} \cdot f_{\rm y, sw} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta + f_{\rm ct, fw} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta \qquad \text{Gl. 5-34}$$

und unter Annahme von  $\theta = 45^{\circ}$  sowie Definition eines Bügelbewehrungsgrades

der Mindestbügelbewehrungsgrad:

$$\begin{array}{ll} \rho_{\mathrm{T,sw,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} - f_{\mathrm{ct,fw}})}{f_{\mathrm{y,sw}}} & \mathrm{Gl. \ 5-36} \\ \mathrm{mit} & & \\ f_{\mathrm{ctm}} & & \mathrm{zentrische \ Betonzugfestigkeit} \\ f_{\mathrm{ct,fw}} & & \mathrm{zentrische \ Nachrisszugfestigkeit \ in \ Bügelbewehrungsrichtung \ (s. \ Gl. \ 5-28)} \\ f_{\mathrm{y,sw}} & & \mathrm{Streckgrenze \ der \ Bügelbewehrung} \end{array}$$

Versuch V0 zeigt, dass für ein duktiles Bauteilversagen mindestens 30 % der Mindesttorsionsbewehrung durch eine konventionelle Bewehrung aus Bügel- und Längsbewehrung abzudecken sind (Bild 5-50). Mit diesem Traganteil an konventioneller Stabstahlbewehrung konnte eine Verdübelung der auftretenden Risse gewährleistet werden, sodass die Rissbreiten beschränkt und die Tragwirkung der Stahlfasern sichergestellt wurden. Hieraus folgt für den Mindestlängsbewehrungsgrad nach Gl. 5-32

$$\rho_{\text{T,sl,min}} = \frac{(f_{\text{ctm}} - f_{\text{ct,fl}})}{f_{\text{y,sl}}} \ge 0.3 \cdot \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{\text{y,sl}}} \qquad \text{Gl. 5-37}$$

und für den Mindestbügelbewehrungsgrad nach Gl. 5-36

$$\rho_{\mathrm{T,sw,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} - f_{\mathrm{ct,fw}})}{f_{\mathrm{y,sw}}} \ge 0.3 \cdot \frac{f_{\mathrm{ctm}}}{f_{\mathrm{y,sw}}}.$$
 Gl. 5-38

Mithilfe der effektiven Wanddicke  $t_{ef}$  lässt sich die erforderliche Mindestlängsbewehrung zu

$$A_{\rm sl,min} = \rho_{\rm T,sl,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot u_{\rm k}$$
Gl. 5-39

und die erforderliche Mindestbügelbewehrung zu

$$A_{\rm sw,min} = \rho_{\rm T,sw,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot s_{\rm w}$$
Gl. 5-40

ermitteln.

Wie unter Abschnitt 5.2.1 erläutert, erfolgt die konstruktive Durchbildung der Versuchskörper V0, V3, V4 und V5 dahingehend, dass die konstruktiven Regelungen für konventionell bewehrte Stahlbetonbalken eingehalten wurden und somit keine unerwünschte Versagensart auftreten konnte. In den Versuchen V0, V3 und V5 trat immer ein Zugstrebenversagen auf. Demzufolge können die konstruktiven Regelungen wie

- maximaler Bügelbewehrungsabstand von  $u_k/8$  nach Gl. 3-68,
- Bügelschlösser mit 90°-Winkelhaken entsprechend Bild 3-33 b) und einer Hakenlänge von 10 · φ<sub>sw</sub> sowie
- maximaler Abstand der Längsbewehrung untereinander von  $s_1 \le 350$  mm nach Gl. 3-74

auch für UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitten unter Torsionsbeanspruchung angewendet werden. Die Bügelschlösser sollten jedoch über die Bauteillängsachse, umlaufend versetzt, angeordnet werden, auch wenn in den Versuchen keine durch die Häufung der Bügelschlosser an der Oberseite hervorgerufene Trennschicht beobachtet werden konnte. Da in den Versuchen das vermeintlich schwächste Bügelschloss gemäß Bild 3-33 eingesetzt wurde und kein Verankerungsversagen der Bügelbewehrung beobachtet werden konnte, könnten auch die anderen Bügelschlösser entsprechend Bild 3-33 verwendet werden.

Die Bedingung  $\phi_{sl,Eck} \ge s_w/16$  nach Gl. 3-75 zur Vermeidung der Versagensart "Ausbrechen von Kanten" wurde zum Teil nicht eingehalten (V0 und V3), sodass diese ggf. unterschritten werden kann.

Da beim faserlosen Versuch V4 trotz der konstruktiven Durchbildung nicht das prognostizierte Zugstrebenversagen, sondern kurz vorher ein Versagen des Betons auftrat, sollten Torsionsbalken aus reinem UHPC nicht ausgeführt werden.

### 5.4.3 Faserbewehrte Spannbetonbalken

Legt man dem Tragverhalten der Versuchskörper V6 – V8 das erweiterte räumliche Fachwerkmodell zugrunde, wurde die Tragfähigkeit der Versuchskörper durch die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstreben (Gl. 3-41) begrenzt. Dasselbe gilt auch für den Versuchskörper V4, bei welchem kurz vor dem Versagen der Bewehrung der faserlose UHPC spröde versagte (vgl. Bild 5-19 rechts). Die entsprechende Bestimmungsgleichung der Betondruckstrebentragfähigkeit wird an dieser Stelle nochmals wiedergegeben:

$$T_{\rm cc} = \frac{v_{\rm T} \cdot f_{\rm c} \cdot t_{\rm eff} \cdot 2 \cdot A_{\rm k}}{\cot\theta + \tan\theta}$$
Gl. 5-41

Wie in Abschnitt 3.4.3 aufgeführt, unterscheiden sich die verschiedenen Normwerke wie MC 90, MC 2010, EC2 und NA-D beim Nachweis der Betondruckstrebe einerseits in der Größe der effektiven Wanddicke  $t_{\rm ef}$  und der hieraus resultierenden Größe der Kernquerschnittsfläche  $A_{\rm k}$ , andererseits in Bezug auf die Größe der effektiv nutzbaren Betondruckstrebenfestigkeit  $v_{\rm T} \cdot f_{\rm c}$ .

Bei der Dimensionierung der Versuchskörperabmessungen wurde die Wanddicke unter anderem so gewählt, dass die effektive Wanddicke  $t_{\rm ef}$  nach den Bestimmungsgleichungen der oben genannten Normwerke immer der tatsächlichen Wanddicke  $t_{\rm vorh}$ entsprach (vgl. Abschn. 3.4.3.3). Somit verbleibt nur noch der Abminderungsbeiwert  $\nu_{\rm T}$ als variable Kenngröße in Gl. 5-41.

Stellt man Gl. 5-41 nach dem Abminderungsbeiwert  $v_{\rm T}$  um und setzt für  $T_{\rm cc}$  die experimentell ermittelte Torsionstraglast  $T_{\rm u,exp}$ , für  $f_{\rm c}$  die mittlere Betondruckfestigkeit  $f_{\rm cm}$  und für  $\theta$  den experimentellen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{\rm exp}$  an, erhält man

und kann somit den Abminderungsbeiwert  $v_{T,exp}$  für die Versuchskörper V4, V6, V7 und V8 bestimmen. Werden des Weiteren die Abminderungsbeiwerte für hochfesten Beton nach MC 90, MC 2010, EC2 und NA-D entsprechend Abschnitt 3.4.3.4 vereinfachend in den Druckfestigkeitsbereich des UHPFRC linear extrapoliert, ergibt sich der in Bild 5-51 dargestellte Vergleich der Abminderungsbeiwerte der Versuche V4, V6, V7 und V8 mit den hier betrachteten normativen Ansätzen.

Aus Bild 5-51 wird ersichtlich, dass die extrapolierten Normansätze nach MC 90, MC 2010 und EC2 erheblich von den experimentellen Werten der Versuchskörper V6, V7 und V8 abweichen. Die Versuchsergebnisse sind zum Teil doppelt so groß. Dagegen zeigt der Ansatz nach NA-D auch im Druckfestigkeitsbereich des UHPFRC eine gute Übereinstimmung; alle experimentell bestimmten Abminderungsbeiwerte liegen etwas oberhalb der NA-D-Linie. Der faserlose Versuchskörper V4 dagegen weist einen Abminderungsbeiwert von nicht einmal 0,1 auf und wird deshalb von den normativen Ansätzen nicht erfasst. Eine Ausführung von reinen UHPC-Balken unter Torsionsbeanspruchung sollte demnach vermieden werden.



Bild 5-51:Vergleich der normativen Ansätze für den Abminderungsbeiwert  $v_T$  mit<br/>den Ergebnissen der Versuche V4, V6, V7 und V8

Auf eine Untersuchung zum Abminderungsbeiwert der Versuche V9 und V10 wird an dieser Stelle verzichtet und auf [0et-2014-1] verwiesen, da die Versuchskörper einer kombinierten Beanspruchung aus Torsion, Querkraft und Biegung unterlagen und sich diese Arbeit mit reiner Torsion beschäftigt.

In der oben dargestellten Auswertung wurden für die Versuchskörper V6, V7 und V8 die in den einzelnen Versuchen ermittelten Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{exp}$  angesetzt. Nach Abschnitt 3.4.3.5 ergibt sich aus der Fachwerktheorie im Bruchzustand ein plastischer Druckstrebenneigungswinkel für konventionell bewehrte Spannbetonbalken von

$$\cot\theta_{\rm pl,sp} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} f_{\rm y,sl} + \frac{A_{\rm pl}}{u_{\rm k}} f_{\rm p,0,1}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} f_{\rm y,sw}}} Gl. 5-43$$

(vgl. Gl. 3-67). Unter Vernachlässigung der Montageeisen (ME) und unter Ansatz der Vorspannkraft  $P_{exp}$  nach Tabelle 5-10, kann der plastische Druckstrebenneigungswinkel der Versuche V6, V7 und V8 zu

$$\cot\theta_{\rm FW,sp} = \sqrt{\frac{\frac{P_{\rm exp}}{u_{\rm k}}}{\frac{A_{\rm SW}}{s_{\rm W}}f_{\rm y,sw}}} GI.5-44$$

ermittelt werden.

Unter der Annahme, dass – analog zu faserbewehrten Stahlbetonbalken (vgl. 5.4.2) – bei faserbewehrten Spannbetonbalken mit zentrischer Vorspannung die Faser-

tragwirkung in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung berücksichtigt werden kann, ergibt sich das in Bild 5-52 dargestellte Schubwandmodell eines zentrisch vorgespannten, faserbewehrten Spannbetonbalkens. Das Modell unterscheidet sich zum Schubwandmodell des faserbewehrten Stahlbetonbalkens (vgl. Bild 5-48) lediglich in der Vorspannkraft *P*.



#### Bild 5-52: Abwicklung (links), ebenes Schubwandmodell (Mitte) und Krafteck für den Knoten I (rechts) eines zentrisch vorgespannten faserbewehrten Spannbetonbalkens

Aus dem Krafteck in Bild 5-52 (rechts) wird die Zusammensetzung der Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung aus dem Traganteil der Stabstahlbewehrung, der Vorspannung und der Fasertragwirkung ersichtlich. Entsprechend Gl. 3-49 und Gl. 5-16 ergibt sich die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung damit zu

$$T_{\rm spfl} = T_{\rm spl} + T_{\rm fl}$$
Gl. 5-45

bzw.

$$T_{\text{spfl}} = \frac{A_{\text{sl}}}{u_{\text{k}}} \cdot f_{\text{y,sl}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta + \frac{A_{\text{pl}}}{u_{\text{k}}} \cdot f_{\text{p,0,1}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta \dots$$
  
$$\dots + f_{\text{ct,fl}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta.$$
Gl. 5-46

Für die Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung gilt hingegen Gl. 5-21 unverändert auch für faserbewehrte Spannbetonbalken.

Unter der Annahme, dass im Bruchzustand in beiden Bewehrungsrichtungen die Streckgrenze  $f_y$  bzw.  $f_p$  und die Nachrisszugfestigkeit  $f_{ct,f}$  erreicht werden, kann durch Gleichsetzen der Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{spfl}$  (Gl. 5-46) und der Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  (Gl. 5-21) zu

bzw.

$$\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y,sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta + \frac{A_{\rm pl}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm p,0,1} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta \dots$$
Gl. 5-48

... + 
$$f_{\text{ct,fl}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta = \frac{A_{\text{sw}}}{s_{\text{w}}} \cdot f_{\text{y,sw}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta \dots$$
 Gl. 5-49

der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  für faserbewehrte Spannbetonbalken ermittelt werden:

$$\cot\theta_{\text{pl,spf}} = \sqrt{\frac{\frac{A_{\text{sl}}}{u_{\text{k}}}f_{\text{y,sl}} + \frac{A_{\text{pl}}}{u_{\text{k}}}f_{\text{p,o,1}} + t_{\text{ef}}f_{\text{ct,fl}}}{\frac{A_{\text{sw}}}{s_{\text{w}}}f_{\text{y,sw}} + t_{\text{ef}}f_{\text{ct,fw}}}} \qquad \text{Gl. 5-51}$$

Für die Versuche V6, V7 und V8 kann, durch Vernachlässigen der Montageeisen (ME) und den direkten Ansatz der Vorspannkraft  $P_{exp}$  (Tabelle 5-10), die Gl. 5-51 vereinfacht werden:

$$\cot\theta_{\rm FW,spf} = \sqrt{\frac{\frac{P_{\rm exp}}{u_{\rm k}} + t_{\rm ef} f_{\rm ct,fl}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}} f_{\rm y,sw} + t_{\rm ef} f_{\rm ct,fw}}}$$
Gl. 5-52

Ein Vergleich von experimentellem Neigungswinkel  $\theta_{exp}$  (Tabelle 5-9) mit rechnerischem Neigungswinkel nach Gl. 5-44 ( $\theta_{FW,sp}$ ) kann Bild 5-53 (links) und nach Gl. 5-52 ( $\theta_{FW,spf}$ ) Bild 5-53 (rechts) entnommen werden.



Bild 5-53:Vergleich der experimentellen Neigungswinkel mit dem rechnerischen<br/>Neigungswinkel nach Fachwerktheorie  $\theta_{FW,sp}$  (links) und  $\theta_{FW,spf}$  (rechts)<br/>der Versuche V6, V7 und V8

Die plastischen Druckstrebenneigungswinkel nach Fachwerktheorie  $\theta_{FW,sp}$  und  $\theta_{FW,spf}$ zeigen lediglich für den Versuch V6 eine relativ gute Übereinstimmung, wobei der Neigungswinkel  $\theta_{FW,sp}$  geringfügig bessere Ergebnisse liefert. Dieses kann damit erklärt werden, dass nur bei V6 die Bügelbewehrung ungefähr bis zur Streckgrenze beansprucht wurde (vgl. Bild 5-43) und sich folglich der plastische Druckstrebenneigungswinkel einstellen konnte. Die Versuche V7 und V8 befanden sich im Bruchzustand hingegen im Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II (vgl. Abschn. 5.3.2). Demzufolge kann für den Bruchzustand bei V7 und V8 vereinfacht auch der Zustand I (Elastizitätstheorie) angenommen und der Druckstrebenneigungswinkel aus der Betrachtung des MOHR'schen Spannungskreises entsprechend Gl. 3-23 ermittelt werden:

 $f_{\rm ct}$  zentrische Betonzugfestigkeit

Bild 5-54 zeigt einen Vergleich zwischen experimentellem und rechnerischem Neigungswinkel, wobei für die Betonzugfestigkeit in Bild 5-54 (links) die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  und in Bild 5-54 (links) die zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{\rm ct,f}$  entsprechend Gl. 5-26 (mit  $\kappa_{\rm f,UHPC} = 0,47$ ; vgl. Gl. 5-1) angesetzt wurden.



Bild 5-54:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Neigungswinkel unter<br/>Verwendung von  $f_{ctm}$  (links) und  $f_{ct,f}$  (rechts) der Versuche V6, V7 und<br/>V8

Unter Verwendung der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  können sowohl für V7 als auch für V8 gute Ergebnisse erzielt werden. Der Versuch V6 zeigt dagegen zu große Abweichungen. Dieses kann – wie bereits oben erläutert – darauf zurückgeführt werden, dass V7 und V8 im Übergangsbereich von Zustand I zu Zustand II versagten, der Versuch V6 dagegen im Zustand II.

Aus den unterschiedlichen Betrachtungen lässt sich schlussfolgern, dass wenn bei vorgespannten UHPFRC-Balken im Bruchzustand die Stabstahlbewehrung fließt, der plastische Druckstrebenneigungswinkel nach Fachwerktheorie  $\theta_{cal,FW}$  verwendet werden kann. Befinden sich die vorgespannten UHPFRC-Balken bis zum Bruch im Zustand I bzw. im Übergangsbereich zu Zustand II, liefert die Elastizitätstheorie (Gl. 5-53) unter Verwendung der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  ausreichend genaue Ergebnisse.

### 5.5 Zusammenfassung

Zur Analyse des Torsionstragverhaltens von UHPFRC-Balken wurden eigene, innerhalb eines DFG-Forschungsvorhabens durchgeführte Torsionsversuche an faserbewehrten ultrahochfesten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit dünnwandigem Hohlkastenquerschnitt dargestellt und ausgewertet. Das Versuchsprogramm umfasst insgesamt 11 Versuche, die in die drei Versuchsserien "Zugstrebentragfähigkeit unter reiner Torsion" (V0 bis V5), "Druckstrebentragfähigkeit unter reiner Torsion" (V6 bis V8) und "Druckstrebentragfähigkeit unter kombinierter Beanspruchung (V9 und V10)" unterteilt wurden. Die Herstellung der dünnwandigen Versuchskörper erfolgte mit einem speziellen Schalungs- und Betonagekonzept. Desweiteren wurde ein spezieller Versuchsstand entwickelt und eingesetzt, da infolge der hohen Festigkeiten des UHPFRC hohe Belastungen aufgebracht werden mussten.

Die Versuchsdurchführung zeigte, dass das Torsionsmoment bei den faserbewehrten Betonbalken (V1 und V2) mit Erreichen der Torsionsrisslast nicht weiter gesteigert werden konnte und die Balken infolge Stahlfaserauszug versagten. Demgegenüber war bei den faserbewehrten Stahlbetonbalken (VO, V3 und V5) nach Erstrissbildung eine weitere Steigerung des Torsionsmoments möglich und das Versagen der Balken war durch eine Kombination aus Stahlfaserauszug und Reißen der Stabstahlbewehrung gekennzeichnet. Infolge der Stahlfasern konnte ein höheres Torsionsrissmoment, eine feinere Rissbildung, eine höhere Torsionssteifigkeit nach Rissbildung sowie ein wesentlich höheres Torsionsbruchmoment im Vergleich faserlosen zum Stahlbetonbalken V4 verzeichnet werden. Der Versuchskörper V4 versagte durch eine Kombination aus Fließen der Stabstahlbewehrung und sprödem Betonversagen. Bei den faserbewehrten Spannbetonbalken (V6 bis V10) trat stets ein schlagartiges Betondruckversagen auf und eine Prüfung im Nachbruchbereich war nicht möglich.

Die Versuchsanalyse ergab, dass die Traglast der Versuche V1 und V2 mit der BREDT'schen Torsionstheorie unter Verwendung des Rissneigungswinkels rechnerisch gut nachvollzogen werden konnte. Für die Stahlbeton- und Spannbetonbalken wurde das von RAUSCH [Rou-1929] vorgeschlagene und unter anderem von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lum-1968] erweiterte räumliche Fachwerkmodell weiterentwickelt, indem diese um zusätzliche Faserbetonzugstreben in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung ergänzt wurden. Zur Erfassung der Betondruckstrebentragfähigkeit wurde aus den Versuchsergebnissen der Spannbetonbalken ein Abminderungsbeiwert für die einaxiale Betondruckfestigkeit abgeleitet. Desweiteren wurde ein plastischer Druckstrebenneigungswinkel und ein Mindesttorsionsbewehrungsgrad unter Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung hergeleitet. Das entwickelte, modifizierte räumliche Fachwerkmodell zeigte eine gute bis sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Torsionstraglasten der faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken.

# 6 Datenbank zu Torsionsversuchen

# 6.1 Allgemeines

Wie in Kapitel 4 dargestellt, enthält die internationale Fachliteratur eine Vielzahl von Versuchen an faserbewehrten Torsionsbalken. Da die Versuchsergebnisse durch vielzählige Randbedingungen, wie z. B. Stahlfaserart, Stahlfasergehalt, Betonzusammensetzung, Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung, beeinflusst wurden, kann nur durch Vergleichen der unterschiedlichen Ergebnisse eine zuverlässige Beurteilung des Torsionstragverhaltens von faserbewehrten Balken sowie eine Ableitung eines allgemeingültigen Bemessungsmodells und dazugehörige konstruktive Regelungen erfolgen.

Damit die experimentell gewonnenen Versuchsergebnisse miteinander vergleichbar sind, wurden die Ergebnisse im Zuge dieser Arbeit systematisch in einer Datenbank zusammengefasst. Diese kann Anhang B entnommen werden. Der Datenumfang, die Auswahlkriterien, die Auswertungen sowie die begleitenden theoretischen Untersuchungen werden nachfolgend aufgeführt.

## 6.2 Datenumfang und Auswahlkriterien

Zunächst wurden die in der internationalen Fachliteratur vorhandenen Versuche an faserbewehrten Torsionsbalken zusammengetragen und gesichtet. Bei der Sichtung der Quellen zeigte sich, dass diese nicht alle denselben Standard aufweisen. Beispielsweise seien hier die ersten an Stahlfaserbeton durchgeführten Torsionsversuche nach [Huf-1976] und [Nur-1979] genannt. [Huf-1976] enthält keine Angaben zu den Betonfestigkeiten und [Nur-1979] keine Angaben zum maximal aufgebrachten Torsionsmoment. Es wird lediglich die im Versuch aufgebrachte Last, jedoch keine Länge des Hebelarms angegeben. Solche Versuchsreihen konnten folglich nicht in die Datenbank aufgenommen werden.

Desweiteren wurden bei der Erstellung der Datenbank diejenigen Versuche der Fachliteratur ausgeschlossen, die mindestens eines der folgenden Kriterien erfüllen:

- Balken mit Wölbeinspannung (z. B. sprunghafte Querschnittsveränderung im Lasteinleitungsbereich und kurze Prüflänge)
- kreisförmige Querschnitte
- nur Längs- oder nur Bügelbewehrung
- glatte Betonstabstahlbewehrung
- ungleichmäßig verteilte Längsbewehrung
- außerhalb der Bügelecken angeordnete Längsbewehrung
- exzentrische Vorspannung

Viele Versuchsreihen enthalten auch sogenannte Referenzversuche. Hierbei handelt es sich um Balken, die ohne Stahlfasern ausgeführt wurden, sonst jedoch baugleich zu den faserbewehrten Balken sind. Da der Traganteil der Stahlfasern aus einem Vergleich direkt ersichtlich wird, wurden diese Referenzversuche ebenfalls mit aufgenommen.

Um eine Vergleichbarkeit innerhalb der Datenbank herzustellen, wurden die erfassten Versuchsergebnisse auf einheitliche Kenngrößen und SI-Einheiten umgerechnet. Die Ansätze zur Umrechnung der einzelnen Kenngrößen sowie Hinweise zur Umrechnung der einzelnen Maßeinheiten können Anhang B-1 entnommen werden.

Die Datenbank enthält insgesamt 269 Versuche, deren Umfang getrennt nach Balkenart und Querschnittsform Tabelle 6-1 entnommen werden kann.

Tabelle 6-1: Umfang der Datenbank

Bezeichnung	faserbewerte Versuche		Referenzversuche	
	Vollquerschnitt	Hohlquerschnitt	Vollquerschnitt	Hohlquerschnitt
Betonbalken	109	2	18	0
Stahlbetonbalken	65	11	17	1
Spannbetonbalken	25	9	12	0

In Bild 6-1 ist der Datenumfang hinsichtlich der verwendeten Faserart dargestellt. Die meisten Versuche wurden mit geraden oder gekröpften Stahlfasern (vgl. Bild 2-2) durchgeführt.



Bild 6-1: Datenumfang nach Faserart

Bild 6-2 zeigt die Versuche nach Fasergehalt und Betondruckfestigkeit (links) sowie nach Fasergehalt und Faserschlankheit (rechts). Wie zu erkennen ist, erfolgten die Untersuchungen hauptsächlich an Normalbeton mit einem Fasergehalt von 0,30 Vol.-% bis 2,00 Vol.-%. Versuche an hochfestem Beton (63,0 N/mm<sup>2</sup>  $\ge f_{cm} \le 108$  N/mm<sup>2</sup>) fehlen gänzlich. Dafür liegen einige in den letzten Jahren veröffentlichte Versuche an ultrahochfestem Beton vor. Die Schlankheit der Faser variiert in etwa gleichmäßig zwischen 40 und 100.



Bild 6-2: Datenumfang nach Fasergehalt und Betondruckfestigkeit (links) sowie Fasergehalt und Faserschlankheit (rechts)

Damit sich bei Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung überhaupt ein räumliches Fachwerkmodell einstellen kann, ist eine gewisse Mindestquerschnittsgröße erforderlich. ZEDLER [Zed-2011] definiert bei seinen Untersuchungen die Mindestquerschnittsgröße über eine mittlere Kantenlänge von

$$b_{\rm m} = \sqrt{h \cdot b} \ge 0.21 \,\mathrm{m}$$
 Gl. 6-1

und über die Relation aus minimalem bzw. maximalem Bewehrungsstabdurchmesser und minimaler Querschnittsgröße zu:

$$\frac{\max(\phi_{\mathrm{sl}}, \phi_{\mathrm{sw}})}{b} \le 0.14 \tag{Gl. 6-2}$$

$$\frac{\min(\phi_{sl};\phi_{sw})}{b} \ge 0,01$$
 Gl. 6-3

In Bild 6-3 ist der Datenumfang nach mittlerer Kantenlänge  $b_{\rm m}$  dargestellt. Der größte Teil der Untersuchungen wurde an Querschnitten mit einer mittleren Kantenlänge von 0,10 m bis 0,20 m durchgeführt.

Aus den Untersuchungen in Kapitel 5 wird deutlich, dass die Stabstahlbewehrung bis zu einem gewissen Prozentsatz durch die Stahlfasern ersetzt werden kann. Demnach scheint die Definition der Mindestquerschnittsgröße über die Relation aus Stabdurchmesser und Querschnittsgröße bei faserbewehrten Torsionsbalken nicht zielführend. In diesem Fall ist eine Definition anhand der Relation von Faserlänge  $l_f$ und minimaler Querschnittsabmessung *b* sinnvoller. Können sich die Stahlfasern aufgrund ihrer Länge über die gesamte Querschnittsbreite und/oder -höhe erstrecken, muss eine Extrapolation der im Versuch gewonnenen Ergebnisse auf größere Querschnitte hinterfragt werden.



### Bild 6-3: Datenumfang nach mittlerer Kantenlänge

Entsprechend den oben dargestellten Überlegungen wurde für die Auswertung der Datenbank die Mindestquerschnittsgröße wie folgt festgelegt:

$$b_{\rm m} = \sqrt{h \cdot b} > 0.14 \,\mathrm{m}$$
 Gl. 6-4  
 $\frac{l_f}{b} \le 0.41$  Gl. 6-5

Zur Ausbildung der räumlichen Fachwerktragwirkung ist neben der Mindestquerschnittsgröße auch die konstruktive Durchbildung der Torsionsbewehrung von wesentlicher Bedeutung. Hiermit wird sichergestellt, dass die maximale Torsionstragfähigkeit unter Ausnutzung der Torsionsbewehrung bzw. des Betons erreicht wird und kein vorzeitiges Versagen bzw. eine unerwünschte Versagensart wie

- schlagartiges Torsionsversagen,
- Torsionstrennbruch,
- Ausbrechen von Kanten und
- Verankerungsversagen der Bewehrung

auftritt (vgl. Abschn. 3.4.4). Die konstruktiven Regelungen für konventionell bewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken können jedoch ggf. aufgrund der Stahlfasertragwirkung angepasst werden. Aus diesem Grund werden nachfolgend vertretbare, modifizierte konstruktive Regelungen und somit weitere Auswahlkriterien formuliert.

Ein schlagartiges Torsionsversagen kann durch eine ausreichend dimensionierte Mindestlängs- und Mindestbügelbewehrung unterbunden werden (vgl. Abschn. 3.4.4.1). Unter Abschnitt 5.4.2 wurde für UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt eine erforderliche Mindestbewehrung unter Berücksichtigung der Fasertragwirkung entwickelt. Dieser Ansatz soll mit Hilfe der Datenbank überprüft werden, weshalb hierzu kein Auswahlkriterium definiert wird.

Zur Vermeidung eines Torsionstrennbruchs ist der Längsabstand der Torsionsbügel  $s_w$  entsprechend Gl. 3-68 auf  $u_k/8$  zu begrenzen. Dieser Wert stellt jedoch einen unteren Grenzwert dar. Bei rechteckförmigen Querschnitten treten entsprechend dem Schubspannungsverlauf nach Elastizitätstheorie die ersten Risse an der längeren Querschnittsseite (*h*) auf. Diese Risse haben bei Stahlbetonbalken eine Neigung von ungefähr 45° und bei Spannbetonbalken von < 45° (vgl. Bild 3-6). Damit mindestens ein Bügelschenkel den Torsionsriss in etwa mittig kreuzt, wird der Längsabstand der Torsionsbügel  $s_w$  bei Stahlbetonbalken auf

$$S_{w,s} \le \frac{h}{2}$$
 Gl. 6-6

und bei Spannbetonbalken auf

$$s_{w,sp} \le h$$
 Gl. 6-7

begrenzt (Bild 6-3). Gl. 6-6 und Gl. 6-7 gelten sowohl für rechteckförmige, als auch für quadratische Querschnitte. Des Weiteren muss je Bügelecke mindestens ein Längsbewehrungsstab angeordnet sein.



### Bild 6-4: Minimaler Bügelabstand zur Vermeidung eines Torsionstrennbruchs

Die Versagensart "Ausbrechen von Kanten" kann durch die Einhaltung eines Mindestdurchmessers der Ecklängsbewehrung zu  $\phi_{sl,Eck} \ge s_w/16$  unterbunden werden (vgl. Gl. 3-75). Da in den eigenen Versuchen der Mindestdurchmesser zum Teil unterschritten wurde und die Versuchsergebnisse diesbezüglich keine Auffälligkeiten zeigen (vgl. Abschn. 5.4.2), die meisten Normwerke keine Regelung zur Begrenzung des Mindestdurchmessers der Ecklängsbewehrung enthalten und die Grenze von [Mit-1971] pauschal festgelegt wurde (vgl. Abschn. 3.4.4.3), wird hierzu kein Auswahlkriterium formuliert.

Außerdem kann kein Auswahlkriterium in Bezug auf eine unzureichende Verankerung der Stabstahlbewehrung festgelegt werden, da nahezu alle Quellen keine Angaben z. B. zur Ausführung der Bügelschlösser enthalten.

Unter Beachtung der oben dargestellten Auswahlkriterien (Gl. 6-4 bis Gl. 6-7) verbleiben insgesamt noch 90 Versuche. Der reduzierte Datenumfang kann Tabelle 6-2 entnommen werden. Die faserbewehrten Versuche wurden hierbei entweder mit geraden oder gekröpften Stahlfasern ausgeführt.

Bezeichnung	faserbewerte Versuche		Referenzversuche	
	Vollquerschnitt	Hohlquerschnitt	Vollquerschnitt	Hohlquerschnitt
Betonbalken	30	2	6	0
Stahlbetonbalken	31	5	6	1
Spannbetonbalken	0	9	0	0

Tabelle 6-2: Reduzierter Umfang der Datenbank

In Bild 6-5 ist der reduzierte Datenumfang analog zu Bild 6-2 nach Fasergehalt und Betondruckfestigkeit sowie nach Fasergehalt und Faserschlankheit dargestellt. Mit dem reduzierten Datenumfang wird sowohl Normalbeton mit einer Druckfestigkeit von 13 N/mm<sup>2</sup> bis 55 N/mm<sup>2</sup>, als auch ultrahochfester Beton mit einer Druckfestigkeit zwischen 146 N/mm<sup>2</sup> und 209 N/mm<sup>2</sup> erfasst. Der Fasergehalt liegt im Bereich von 0,30 Vol.-% bis 3,00 Vol.-% und die Faserschlankheit variiert zwischen 37,5 und 113,3, womit übliche Bereiche abgedeckt werden.



Bild 6-5: Reduzierter Datenumfang nach Fasergehalt und Betondruckfestigkeit (links) sowie Fasergehalt und Faserschlankheit (rechts)

### 6.3 Auswertung der Datenbank

### 6.3.1 Allgemeines Vorgehen

Nachfolgend soll mithilfe der Datenbank die Übertragbarkeit der unter Abschnitt 5.4 für UHPFRC-Torsionsbalken mit Hohlkastenquerschnitt entwickelten Berechnungsansätze auf normal- und ultrahochfeste Torsionsbalken mit Hohl- und Vollquerschnitt überprüft und ggf. erweitert werden. Hierbei wird wiederum zwischen faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken unterschieden.

Da in den Quellen der Torsionsversuche an normalfestem Faserbeton lediglich Angaben zur Spaltzugfestigkeit des verwendeten Stahlfaserbetons zu finden sind, wird die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  mittels Gl. 2-5 aus der Spaltzugfestigkeit abgeleitet (Annahme) und die zentrische Nachrisszugfestigkeit  $f_{\rm ctm,f}$  mit dem Näherungsansatzes nach FALKNER / TEUTSCH / KLINKERT [Fol-1993-2], [Fol-1999] (vgl. Abschn. 2.3.3.3) bestimmt.

In den Quellen der Versuchsreihen an ultrahochfestem Faserbeton wird dagegen die zentrische Beton- und Nachrisszugfestigkeit entweder aus Zugproben (vgl. Abschn. 2.3.2) oder aus Biegezugversuchen (vgl. Abschn. 2.3.3) angegeben und diese nachfolgend angesetzt.

Der Faserorientierungsbeiwert ist hingegen in keiner der Quellen enthalten. Für Vollquerschnitte wird dieser in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] zu  $\kappa_{f,RiLi} = 0,50$  angenommen (vgl. Abschn. 2.1). Derselbe Wert wird auch von ROSENBUSCH [Ros-2003] und GRUNERT [Gru-2006] zur rechnerischen Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbeton- bzw. Spannbetonbalken aus normal- respektive hochfestem Faserbeton verwendet. Da sowohl das Querkrafttragverhalten, als auch das Torsionstragverhalten auf Schubspannungen zurückgeführt werden können, scheint die Verwendung eines pauschalen Faserorientierungsbeiwertes von 0,50 bei torsionsbeanspruchten Bauteilen möglich.

Für die Hohlquerschnitte wird, da es sich hierbei ausschließlich um UHPFRC-Balken handelt, der Faserorientierungsbeiwert mithilfe des Ansatzes der französischen UHPFRC-Richtlinie [AF6C-2013] berechnet. Für einen dünnwandigen UHPFRC-Hohlkastenquerschnitt mit einer Wandstärke von  $t_{\rm vorh} \leq t_{\rm ef}$  gilt entsprechend Gl. 2-3:

### 6.3.2 Faserbewehrte Betonbalken

Die unter Abschnitt 5.4.1 entwickelte Gleichung zur rechnerischen Ermittlung der Torsionstragfähigkeit von UHPFRC-Balken mit dünnwandigem Hohlkastenquerschnitt (Gl. 5-7) liegt der BREDT'schen Torsionstheorie (vgl. Abschn. 3.2.4) zugrunde und kann damit nicht ohne Weiteres auf Vollquerschnitte übertragen werden.

Nach der Elastizitätstheorie (vgl. Abschn. 3.2) sind bei Vollquerschnitten die Torsionsschubspannungen nichtlinear über die Querschnittsbreite und -höhe verteilt und haben ihren maximalen Wert am Querschnittsrand (Bild 6-6 links). Der maßgebliche Torsionslastabtrag erfolgt damit in den Querschnittsrandzonen. Überschreiten bei unbewehrten Betonbalken die aus den Schubspannungen resultierenden Hauptzugspannungen die zentrische Betonzugfestigkeit, reißt der Betonbalken von außen nach innen und versagt (vgl. Abschn. 3.4.1). Liegt ein Faserbetonbalken vor, kann in Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit der Stahlfasern der Rissfortschritt gehemmt und der maßgebliche Torsionslastabtrag in den Querschnittsrandzonen durch die Tragwirkung der dort befindlichen Stahlfasern übernommen werden. Aus diesen Überlegungen lässt sich schlussfolgern, dass faserbewehrte Vollquerschnitte auf einen fiktiven dünnwandigen Hohlkastenquerschnitt mit konstanter Wanddicke tef idealisiert werden können (Bild 6-6 rechts) und damit Gl. 5-7 auf Vollquerschnitte übertragen werden kann.



### Bild 6-6: Fiktiver Hohlkasten eines torsionsbeanspruchten faserbewehrten Vollquerschnitts

Die Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Betonbalken mit Voll- und Hohlkastenquerschnitt kann damit über

$$T_{\rm u,f} = f_{\rm ct,ef} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta_{\rm cr}$$
Gl. 6-9

ermittelt werden (vgl. hierzu auch Abschn. 4.2.2.1 bzw. [0et-2013-2]). Als effektiv nutzbare zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ct.ef}$  gilt analog zu Abschnitt 5.4.1

$$f_{\rm ct,ef} = \max \begin{cases} f_{\rm ctm} \\ \kappa_{\rm f} \cdot f_{\rm ctm,f} \end{cases}$$
Gl. 6-10

und als Neigungswinkel wird nachfolgend entweder der im Versuch gemessene Erstrisswinkel oder – falls hierzu in den Quellen keine Angaben vorliegen – vereinfacht ein Winkel von  $45^{\circ}$  angesetzt.

In Gl. 6-9 ist damit nur noch die effektive Wanddicke  $t_{\rm ef}$  zu definieren. Hierzu kann auf die Ansätze für konventionell bewehrte Balken entsprechend Abschnitt 3.4.3.3 zurückgegriffen werden. Da faserbewehrte Betonbalken keinen Bewehrungskorb aufweisen, kann die effektive Wanddicke  $t_{\rm ef}$  entweder aus dem Quotienten der Gesamtquerschnittsfläche A (inklusive Hohlräume) und dem äußeren Querschnittsumfang u zu

$$t_{\rm ef,1} = \frac{A}{\mu} \le t_{\rm vorh}$$
Gl. 6-11

(vgl. Gl. 3-54 bzw. Gl. 3-55) oder aus dem Durchmessers  $d_a$  des größtmöglichen einschreibbaren Kreises innerhalb des äußeren Betonquerschnitts (s. Bild 3-24) zu

$$t_{\rm ef,2} = \frac{d_{\rm a}}{6} \le t_{\rm vorh} \tag{Gl. 6-12}$$

(vgl. Gl. 3-52 bzw. Gl. 3-57) beziehungsweise aus dem Durchmessers  $d_i$  des kleinstmöglichen einschreibbaren Kreises innerhalb des äußeren Betonquerschnitts zu

$$t_{\rm ef,3} = \frac{d_{\rm i}}{8} \le t_{\rm vorh} \tag{GI. 6-13}$$

(vgl. Gl. 3-58) ermittelt werden.

Zur Überprüfung des Ansatzes wurden insgesamt drei Berechnungen mit den unterschiedlichen effektiven Wanddicken  $t_{ef,1}$ ,  $t_{ef,2}$  und  $t_{ef,3}$  durchgeführt, deren Ergebnisse Bild 6-7 bis Bild 6-9 entnommen werden können.

Aus Bild 6-7 wird ersichtlich, dass mit der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  eine gute bis sehr gute Übereinstimmung zwischen experimenteller und rechnerischer Traglast erzielt wird. Demgegenüber zeigen die rechnerischen Ergebnisse unter Verwendung von  $t_{ef,2}$ (Bild 6-8) und  $t_{ef,3}$  (Bild 6-9) eine weniger gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Torsionsbruchmoment. Dieses kann damit erklärt werden, dass die Herleitung der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  auf Grundlage von Versuchsergebnissen erfolgte und sich an der Schwerpunktlage des Schubflusses orientiert, die Wanddicken  $t_{ef,2}$  und  $t_{ef,3}$  hingegen pauschal festgelegt wurden (vgl. Abschn. 3.4.3.3).

Bei einem Vergleich der unterschiedlichen Berechnungen fällt auf, dass die beiden Versuche mit einer Traglast von ungefähr 100 kNm unabhängig von der verwendeten effektiven Wanddicke keine Unterschiede bezüglich des rechnerischen Torsionsmoments aufweisen. Bei diesen beiden Versuchen handelt es sich um die eigenen Versuche V1 und V2 und in diesem Fall ist die vorhandene Wanddicke  $t_{vorh}$  immer kleiner als die jeweilige rechnerische Wanddicke ( $t_{vorh}$  wird maßgebend).



Bild 6-7: Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast  $(t_{ef,1})$  aller Betonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 20$  kNm (rechts)



Bild 6-8: Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast  $(t_{ef,2})$  aller Betonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 20$  kNm (rechts)



Bild 6-9: Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast  $(t_{ef,3})$  aller Betonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 20$  kNm (rechts)

Alternativ zu dem oben dargestellten Ansatz soll nachfolgend noch der Berechnungsansatz für Vollquerschnitte von NARAYANAN / TOORANI-GOLOOSALAR [Nor-1979] überprüft werden (vgl. Abschn. 4.2.2.1). Die Bestimmungsgleichung wird der besseren Übersicht halber an dieser Stelle nochmals wiedergegeben:

Das Torsionswiderstandsmoment  $W_{T,el}$  wird entsprechend Tabelle 3-1 bestimmt. Abweichend zum Vorschlag nach [Nor-1979], wird als Faserbetonzugfestigkeit  $f_{ct,f}$  kein empirisch aus der Würfeldruckfestigkeit abgeleiteter Wert, sondern die effektive zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$  gemäß Gl. 6-10 verwendet.

Der Vergleich von experimenteller und rechnerischer Traglast in Bild 6-10 (links) zeigt, dass das Torsionsmoment rechnerisch stets unterschätzt wird. Im Versuch können demnach höhere Zugspannungen als die effektive zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$  aufgenommen werden. Dasselbe Phänomen tritt beim Torsionsrissmoment von konventionell bewehrten Torsionsbalken auf (vgl. Abschn. 3.3.2). Modifiziert man die zentrische Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  entsprechend dem Vorschlag nach ZEDLER ( $f_{ctm,T}$ ; s. Gl. 3-28), folgt hieraus

und die experimentellen Traglasten können rechnerisch besser nachvollzogen werden (Bild 6-10 rechts). Aus einem Vergleich der beiden Berechnungen wird auch deutlich, dass bei den hier betrachteten Versuchen die zentrische Betonzugfestigkeit in Gl. 6-10 bzw. Gl. 6-15 fast immer maßgebend wird (unterkritischer bzw. kritischer Fasergehalt, vgl. Abschn. 2.1).



**Bild 6-10:** Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast mit  $f_{ct,ef}$  (links) und  $f_{ct,ef*}$  (rechts)

Abschließend kann festgehalten werden, dass die besten Ergebnisse mittels Gl. 6-9 ( $T_{u,f}$ ) unter Ansatz der effektiven Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ef}$  nach Gl. 6-10 und der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  gemäß Gl. 6-11 erzielt werden. Folglich kann zur rechnerischen Bestimmung der Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Betonbalken mit Voll- und Hohlkastenquerschnitt die BREDT'sche Torsionstheorie herangezogen werden.

### 6.3.3 Faserbewehrte Stahlbetonbalken

Aus dem entwickelten, modifizierten räumlichen Fachwerkmodell für faserbewehrte Stahlbetonbalken (Bild 5-48) ergibt sich das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{max,sf}$  aus dem Minimum der einzelnen Strebentragfähigkeit:

$$T_{\max,\text{sf}} = \min \begin{cases} T_{\text{cc}} \\ T_{\text{sfl}} \\ T_{\text{sfw}} \end{cases}$$
Gl. 6-16

Für die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe  $T_{cc}$  gilt Gl. 5-41, für die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{sfl}$  gilt Gl. 5-19 und für die Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  gilt Gl. 5-21.

Bei der Versuchsanalyse der eigenen Versuche (vgl. Abschn. 5.4.2) konnte aufgrund der Hohlkastengeometrie von einem dünnwandigen Querschnitt mit  $t_{\rm ef} = t_{\rm vorh}$  ausgegangen werden. Des Weiteren liegt diesen Untersuchungen ein ultrahochfester Faserbeton zugrunde. Zur Übertragung des dort entwickelten Ansatzes auf Vollquerschnitte aus normal- und ultrahochfestem Faserbeton müssen

- die effektive Wanddicke t<sub>ef</sub>,
- der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  und
- die nutzbare Betondruckstrebenfestigkeit bzw. der Abminderungsbeiwert  $v_T$

definiert werden.

Entsprechend den Erfahrungen mit faserbewehrten Betonbalken (vgl. Abschn. 6.3.2) kann die effektive Wanddicke gemäß Gl. 6-11 zu

$$t_{\rm ef,1} = \frac{A}{u} \le t_{\rm vorh}$$
Gl. 6-17

oder alternativ, wie bei konventionell bewehrten Stahlbetonbalken, über die Abmessungen des Bewehrungskorbes (vgl. Gl. 3-51 oder Gl. 3-56) zu

$$t_{\rm ef,s} = 2 \cdot \left( c_{\rm nom,sw} + \phi_{\rm sw} + \frac{\phi_{\rm sl}}{2} \right)$$
Gl. 6-18

angenommen werden.

Als Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  kann

- der plastische Druckstrebenneigungswinkel θ<sub>pl,s</sub> f
  ür konventionell bewehrte Stahlbetonbalken gem
  ä
  ß Gl. 3-65 oder
- der plastische Druckstrebenneigungswinkel θ<sub>pl,sf</sub> f
  ür faserbewehrte Stahlbetonbalken gem
  ä
  ß Gl. 5-25

verwendet werden.

Da durch die Stahlfasern die Druckfestigkeit (nahezu) nicht erhöht wird (vgl. Abschn. 2.1), kann der Abminderungbeiwert  $v_T$  für konventionell bewehrte Stahlbetonbalken vereinfacht auf faserbewehrte Stahlbetonbalken übertragen werden. Auf Basis der Auswertung in Abschnitt 5.4.3 wird nachfolgend der Abminderungsbeiwert gemäß NA-D [EC2/NA-D-2013] (Gl. 3-62) verwendet, wobei für die UHPFRC-Balken der Abminderungsbeiwert für hochfesten Beton angesetzt bzw. linear in den Festigkeitsbereich des UHPFRC extrapoliert wird.

Insgesamt wurden vier Auswertungen unter Variation der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  und  $t_{ef,s}$  sowie des Druckstrebenneigungswinkels  $\theta_{pl,s}$  und  $\theta_{pl,sf}$  durchgeführt, deren Ergebnisse als Vergleich zwischen experimenteller und rechnerischer Traglast Bild 6-11 bis Bild 6-14 entnommen werden können.



Bild 6-11:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast ( $t_{ef,1} / \theta_{pl,s}$ )<br/>aller Stahlbetonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 50$  kNm (rechts)



Bild 6-12:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast  $(t_{ef,1} / \theta_{pl,sf})$ <br/>aller Stahlbetonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 50$  kNm (rechts)



Bild 6-13:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast ( $t_{ef,s} / \theta_{pl,s}$ )<br/>aller Stahlbetonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 50$  kNm (rechts)



Bild 6-14: Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast  $(t_{ef,s} / \theta_{pl,sf})$ aller Stahlbetonbalken (links) und Ausschnitt für  $T \le 50$  kNm (rechts)

Vergleicht man die unterschiedlichen Berechnungen miteinander, zeigt sich, dass bei der Verwendung von  $t_{ef,1}$  geringfügig bessere Übereinstimmungen auftreten. Dieses kann wiederum damit erklärt werden, dass sich die Bestimmung der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  an der Schwerpunktlage des Schubflusses orientiert (vgl. Abschn. 3.4.3.3).

Im Hinblick auf den Druckstrebenneigungswinkel können mit dem plastischen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  für faserbewehrte Stahlbetonbalken bessere Ergebnisse als mit dem plastischen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,s}$  für konventionell bewehrte Stahlbetonbalken erzielt werden. Die Stahlfasern scheinen demnach den sich im Bruchzustand einstellenden Winkel zu beeinflussen. In Bild 6-15 ist der rechnerische plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  der unterschiedlichen Auswertungen bzw. effektiven Wanddicken  $t_{ef,1}$  (Bild 6-12) und  $t_{ef,s}$  (Bild 6-14) dargestellt. Die Neigungswinkel liegen in einem Bereich zwischen 31,4° und 58,2° (cot $\theta = 1,64$  bis 0,62) bzw. 30,8° bis 55,8° (cot $\theta = 1,68$  bis 0,68).



Bild 6-15:Plastischer Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  aller Stahlbetonbalken<br/>unter Ansatz von  $t_{ef,1}$  (links) und  $t_{ef,s}$  (rechts)

In den oben aufgeführten Auswertungen tritt bei einem Versuch in Bild 6-11 und Bild 6-12 bzw. bei zwei Versuchen in Bild 6-13 und Bild 6-14 an einem normalfesten Faserbetonbalken rechnerisch ein Betondruckstrebenversagen auf ( $T_u \approx 40$  kN). Eine Überprüfung der Versagensart anhand der Literaturquelle ist jedoch nicht möglich, da diese weder fotographische Darstellungen der Balken im Bruchzustand, noch Aussagen über die Versagensursachen enthält. Allerdings tritt rechnerisch eine gute bzw. sehr gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Torsionsmoment auf (die Zugstreben können rechnerisch bis zu 36 % höhere Torsionsmomente abtragen), womit ansatzweise die Verwendung des Abminderungbeiwerts  $v_T$  gemäß NA-D für normalfesten Faserbeton bestätigt werden kann.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die besten Ergebnisse mit der effektiven Wanddicke  $t_{ef,1}$  und dem plastischen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  erzielt werden (Bild 6-12). Die bei dieser Auswertung auftretenden geringen Abweichungen können neben üblichen Materialstreuungen u. a. dem pauschal festgelegten Faserorientierungsbeiwert geschuldet sein. Bild 6-16 zeigt für diese Berechnungen bzw. für die Zugstreben die Traganteile der Stahlfasern und der Stabstahlbewehrung. Der Anteil der Fasern liegt in einem nennenswerten Bereich zwischen etwa 5 % und 70 %.



Bild 6-16: Traganteile des rechnerischen Torsionsmomentes in Längs- (links) und in Bügelbewehrungsrichtung (rechts) aller Stahlbetonbalken

Bei einigen Versuchen erfolgte der Torsionslastabtrag damit nur noch zu 30 % über die Stabstahlbewehrung. Nach Abschnitt 3.4.4.1 ist zur Vermeidung eines schlagartigen Torsionsversagens eine Mindesttorsionsbewehrung bestehend aus Längs- und Bügelbewehrung erforderlich. Auf Grundlage der eigenen Versuchsbeobachtungen und -auswertungen wurde in Abschnitt 5.4.2 für UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt eine Mindestlängs- und Mindestbügelbewehrung unter Berücksichtigung der Fasertragwirkung entwickelt und zur Gewährleistung der Fasertragwirkung eine Mindeststabstahlbewehrung festgelegt. Bei der Herleitung wurde, da es sich bei den eigenen Versuchen um dünnwandige Hohlkastenquerschnitte handelt, die BREDT'sche Torsionstheorie (vgl. Abschn. 3.2.4) verwendet. Bei den meisten in der Datenbank vorhandenen Versuchen handelt es sich jedoch um Vollquerschnitte. Nach Abschnitt 6.3.2 kann das Torsionsbruchmoment von faserbewehrten Betonbalken mit Vollquerschnitt und somit - unter Verwendung der zentrischen Betonzugfestigkeit auch das Torsionsrissmoment von faserbewehrten Stahlbetonbalken mit Vollquerschnitt mittels der BREDT'schen Torsionstheorie ermittelt werden. Demnach kann die erforderliche Mindestbewehrung zur Vermeidung eines schlagartigen Torsionsversagens, entsprechend dem Ansatz nach Abschnitt 5.4.2, auch für Vollquerschnitte verwendet werden. Bild 6-18 zeigt den Vergleich zwischen vorhandenem Längs- bzw. Bügelbewehrungsgrad (Gl. 5-31 bzw. Gl. 5-35) und Mindestlängsbzw. Mindestbügelbewehrungsgrad (Gl. 5-37 bzw. Gl. 5-38).



Bild 6-17: Vergleich von vorhandenem Bewehrungsgrad und Mindestbewehrungsgrad der Längs- (links) und Bügelbewehrung (rechts) aller Stahlbetonbalken

Bei zwei Balken wird der Mindestlängsbewehrungsgrad geringfügig unterschritten (Bild 6-18 links). In der entsprechenden Literaturquelle konnte z. B. anhand der Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe ein schlagartiges Torsionsversagen ausgeschlossen werden. Bei dem Balken mit einem zu geringen vorhandenen Bügelbewehrungsgrad (Bild 6-18 rechts) handelt es sich um den eigenen Versuch V0. Die bei diesen Versuchen auftretenden Abweichungen zum Mindestbewehrungsgrad resultieren aus dem bei der Herleitung des Mindestbewehrungsgrads pauschal angesetzten Druckstrebenneigungswinkel von  $\theta = 45^{\circ}$  (s. Abschn. 5.4.2). Die Mindestbewehrung liegt somit immer auf der sicheren Seite. Bei allen anderen Balken wird der hergeleitete Mindestbewehrungsgrad eingehalten, und in der jeweiligen Quelle ist kein Indiz für ein schlagartiges Torsionsversagen auffindbar. Demzufolge kann die in Abschnitt 5.4.2 entwickelte Mindestbewehrung auch auf normal- und ultrahochfeste Faserbetonbalken mit Hohl- und Vollquerschnitten übertragen werden.

#### 6.3.4 Faserbewehrte Spannbetonbalken

Das maximal aufnehmbare Torsionsmoment  $T_{\text{max,spf}}$  eines faserbewehrten Spannbetonbalkens ergibt sich aus dem Minimum der einzelnen Strebentragfähigkeit des modifizierten räumlichen Fachwerkmodells entsprechend Bild 5-52 zu:

$$T_{\max,\text{spf}} = \min \begin{cases} T_{\text{cc}} \\ T_{\text{spfl}} \\ T_{\text{sfw}} \end{cases}$$
Gl. 6-19

Die Torsionstragfähigkeit der Betondruckstrebe  $T_{cc}$  kann gemäß Gl. 5-41, die Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{spfl}$  gemäß Gl. 5-46 und die Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  gemäß Gl. 5-21 ermittelt werden.

Auch in diesem Fall stellen die effektive Wanddicke  $t_{ef}$ , der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  und der Abminderungbeiwert  $v_T$  der Betondruckfestigkeit die maßgebenden Einflussgrößen dar.

Bei den in der reduzierten Datenbank enthaltenen faserbewehrten Spannbetonversuchen handelt es sich um UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt nach KWAHK / JOH / LEE [Kw0-2015] und um die eigenen Versuche V6, V7 und V8, weshalb als effektive Wanddicke gemäß Gl. 6-17 ( $t_{\rm ef,1}$ ) und Gl. 6-18 ( $t_{\rm ef,s}$ ) immer die vorhandene Wanddicke  $t_{\rm vorh}$  maßgebend und deshalb nachfolgend angesetzt wird.

Entsprechend Abschnitt 5.4.3 sind zur Bestimmung des Druckstrebenneigungswinkels  $\theta$  folgende Möglichkeiten denkbar:

- plastischer Druckstrebenneigungswinkel θ<sub>pl,sp</sub> f
  ür konventionell bewehrte Spannbetonbalken gem
  ä
  ß Gl. 3-67 bzw. Gl. 5-43
- plastischer Druckstrebenneigungswinkel θ<sub>pl,spf</sub> für faserbewehrte Spannbetonbalken gemäß Gl. 5-51
- elastischer Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{el,c}$  gemäß Gl. 5-53 unter Ansatz der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$
- elastischer Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{el,f}$  gemäß Gl. 5-53 unter Ansatz der zentrischen Nachrisszugfestigkeit  $f_{ct,f}$

Der Abminderungbeiwert  $v_T$  wird, da es sich um UHPFRC-Balken handelt, über den extrapolierten Normansatz nach NA-D [EC2/NA-D-2013] bestimmt (vgl. Abschn. 5.4.3).

Die Auswertung der Datenbank unter Verwendung der unterschiedlichen rechnerischen Druckstrebenneigungswinkel kann Bild 6-18 und Bild 6-19 entnommen werden.



 Bild 6-18:
 Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast aller

 Spannbetonbalken unter Ansatz von  $\theta_{pl,sp}$  (links) und  $\theta_{pl,spf}$  (rechts)



Bild 6-19:Vergleich der experimentellen und rechnerischen Traglast aller<br/>Spannbetonbalken unter Ansatz von  $\theta_{el,c}$  (links) und  $\theta_{el,f}$  (rechts)

Für die Versuche nach [Kwa-2015] (T < 250 kNm) können mit dem plastischen Druckstrebenneigungswinkel für faserbewehrte Spannbetonbalken  $\theta_{pl,spf}$  gute und mit dem elastischen Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{el,c}$  sowie  $\theta_{el,f}$  ausreichend genaue Übereinstimmungen erreicht werden. Die Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe dieser Versuche zeigen nach anfänglich linearem Verhalten einen ausgeprägten nichtlinearen Verlauf. Demnach konnte sich im Versuch der plastische Neigungswinkel einstellen, womit die gute Übereinstimmungen mit  $\theta_{pl,spf}$  erklärt werden kann.

Bei den eigenen Versuchen (T > 500 kNm) liegen die Ergebnisse unter Verwendung des plastischen Druckstrebenneigungswinkels  $\theta_{pl,sp}$  und  $\theta_{pl,spf}$  zum Teil auf der unsicheren Seite und unter Verwendung des elastischen Neigungswinkels  $\theta_{el,c}$  bzw.  $\theta_{el,f}$  immer sehr stark auf der sicheren Seite. Dieses kann – wie unter Abschnitt 5.4.3 dargelegt – auf den Traglastzustand (Übergangsbereich Zustand I zu Zustand II bzw. Zustand II) während des Versagens zurückgeführt werden (vgl. hierzu auch Bild 5-53 und Bild 5-54).

In Bild 6-20 (links) ist der plastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{pl,spf}$  und in Bild 6-20 (rechts) der elastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{el,c}$  über die aus der Vorspannung in Bauteillängsrichtung resultierende Normalspannung  $\sigma_{cp}$  aufgetragen.



Bild 6-20:Plastischer Neigungswinkel  $\theta_{pl,sf}$  (links) und elastischer Neigungswinkel<br/> $\theta_{el,c}$  (rechts) in Abhängigkeit der Normalspannung  $\sigma_{cp}$ 

Bei den Versuchen nach [Kwa-2015], mit einer Normalspannung von  $\sigma_{cp} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ , treten geringe, bei den eigenen Versuchen mit  $\sigma_{cp} > 50 \text{ N/mm}^2$  hingegen sehr große Abweichungen zwischen plastischem und elastischem Neigungswinkel auf.

Da mit dem elastischen Neigungswinkel  $\theta_{el,c}$  die Ergebnisse für V6, V7 und V8 auf der sicheren Seite liegen und für die Versuche nach [Kwa-2015] der plastische Neigungswinkel  $\theta_{pl,spf}$  die besten Übereinstimmungen liefert, kann der Druckstrebenneigungswinkel in Abhängigkeit der aus der Vorspannung resultierenden Normalspannung  $\sigma_{cp}$  festgelegt und damit die unterschiedlichen Traglastzustände (Zustand II oder Übergangsbereich Zustand I zu Zustand II) berücksichtigt werden. Für  $\sigma_{cp} \leq 50$  N/mm<sup>2</sup> ist der plastische Druckstrebenneigungswinkel für faserbewehrte Spannbetonbalken  $\theta_{pl,spf}$  gemäß Gl. 5-51 und für  $\sigma_{cp} > 50$  N/mm<sup>2</sup> der elastische Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{el,c}$  gemäß Gl. 5-53 zu verwenden.

Vereinfacht kann auch der elastische Neigungswinkel  $\theta_{el,c}$  verwendet werden, da dieser für die Versuche nach [Kwa-2015] ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

Bild 6-21 zeigt für diese Auswertung ( $\theta_{el,c}$ ) die einzelnen Traganteile der Zugstreben – Stahlfasern, Stabstahlbewehrung und Vorspannung – getrennt nach Längs- (links) und Bügelbewehrungsrichtung (rechts). In Längsbewehrungsrichtung erfolgt der maßgebliche Lastabtrag über die Vorspannung, in Bügelbewehrungsrichtung dagegen über die Stahlfasern oder die Bügelbewehrung.



Bild 6-21: Traganteile des rechnerischen Torsionsmomentes in Längs- (links) und in Bügelbewehrungsrichtung (rechts) aller Spannbetonbalken

Da bei einigen Versuchen der maßgebliche Torsionslastabtrag in Bügelbewehrungsrichtung über die Stahlfasern erfolgt, scheint die Definition einer Mindestbewehrung auch bei Spannbetonbalken sinnvoll. Im Gegensatz zu der in Abschnitt 5.4.2 entwickelten Mindestbewehrung für faserbewehrte Stahlbetonbalken, ist bei faserbewehrten Spannbetonbalken die Vorspannung und der von 45° abweichende Neigungswinkel zu beachten.

Das Torsionsrissmoment kann entsprechend Gl. 5-7 unter Verwendung der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  wie folgt ermittelt werden:

Aus dem Gleichsetzen des Torsionsrissmoments  $T_{cr}$  (Gl. 6-20) mit der Torsionstragfähigkeit in Längsbewehrungsrichtung  $T_{spfl}$  (Gl. 5-46) folgt

$$T_{\rm cr} = T_{\rm spfl} \qquad \qquad \text{Gl. 6-21}$$

bzw.

$$f_{\text{ctm}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta = \frac{A_{\text{sl}}}{u_{\text{k}}} \cdot f_{\text{y,sl}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta \dots$$
  
$$\dots + \frac{A_{\text{pl}}}{u_{\text{k}}} \cdot f_{\text{p,0,1}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta + f_{\text{ct,fl}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta.$$
  
Gl. 6-22

Setzt man für  $A_{pl} \cdot f_{p,0,1}$  die Vorspannkraft *P* an und ersetzt diese wiederum durch eine äquivalente Stabstahllängsbewehrung zu

$$P = A_{\rm sl,p} \cdot f_{\rm y,sl} \tag{G1. 6-23}$$

folgt hieraus

$$\begin{aligned} f_{\rm ctm} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \cot\theta &= \frac{A_{\rm sl} + A_{\rm sl,p}}{u_{\rm k}} \cdot f_{\rm y,sl} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta \dots \\ \dots &+ f_{\rm ct,fl} \cdot t_{\rm ef} \cdot 2 \cdot A_{\rm k} \cdot \tan\theta . \end{aligned}$$
Gl. 6-24

Unter Verwendung des Neigungswinkels  $\theta$  gemäß Gl. 5-53 mit  $f_{ct} = f_{ctm}$  sowie unter Definition eines Längsbewehrungsgrades

$$\rho_{\rm T,spl} = \frac{(A_{\rm sl} + A_{\rm sl,p})/u_{\rm k}}{t_{\rm ef}}$$
Gl. 6-25

folgt der Mindestlängsbewehrungsgrad für faserbewehrte Spannbetonbalken zu:

$$\begin{split} \rho_{\text{T,spl,min}} &= \frac{(f_{\text{ctm}} + \sigma_{\text{cp}} - f_{\text{ct,fl}})}{f_{y,\text{sl}}} & \text{Gl. 6-26} \\ \text{mit} \\ f_{\text{ctm}} & \text{zentrische Betonzugfestigkeit} \\ \sigma_{\text{cp}} & \text{Betondrucknormalspannung infolge Vorspannung mit } \sigma_{\text{cp}} > 0 \ \text{für Druckbeanspruchung} \\ \sigma_{\text{cp}} = P/A_c & \text{mit zentrischer Vorspannkraft } P \ \text{und Betonquerschnittsfläche } A_c \\ f_{\text{ct,fl}} & \text{zentrische Nachrisszugfestigkeit in Längsbewehrungsrichtung} \\ f_{y,\text{sl}} & \text{Streckgrenze der Längsbewehrung} \end{split}$$

Aus dem Gleichsetzen des Torsionsrissmoments  $T_{cr}$  (Gl. 6-20) mit der Torsionstragfähigkeit in Bügelbewehrungsrichtung  $T_{sfw}$  (Gl. 5-21) zu

$$T_{\rm cr} = T_{\rm sfw} \qquad \qquad \text{Gl. 6-27}$$

bzw.

$$f_{\text{ctm}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta = \frac{A_{\text{sw}}}{s_{\text{w}}} \cdot f_{\text{y,sw}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta \dots$$
  
$$\dots + f_{\text{ct,fw}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta \qquad \text{Gl. 6-28}$$

und unter Verwendung des Neigungswinkels  $\theta$  gemäß Gl. 5-53 mit  $f_{ct} = f_{ctm}$  sowie unter Definition eines Bügelbewehrungsgrades

ergibt sich der Mindestbügelbewehrungsgrad für faserbewehrte Spannbetonbalken zu:

$$\rho_{\mathrm{T,sw,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} - f_{\mathrm{ct,fw}})}{f_{\mathrm{y,sw}}} \qquad \text{GI. 6-30}$$

mit

Eine Auswertung der Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe der hier betrachteten Versuche zeigt, dass keiner der Balken ausschließlich mit einer Mindestbewehrung ausgeführt wurde. Entsprechend den Traganteilen in Bild 6-21 wurden bei einigen Versuchen mindestens 25 % der Torsionstraglast durch eine Bügelbewehrung abgedeckt, wobei in diesem Fall noch kein schlagartiges Torsionsversagen auftrat. Setzt

man diese Grenze pauschal sowohl beim Längs- als auch beim Bügelbewehrungsgrad an, ergibt sich für den Mindestlängsbewehrungsgrad nach Gl. 6-26

$$\rho_{\mathrm{T,spl,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} + \sigma_{\mathrm{cp}} - f_{\mathrm{ct,fl}})}{f_{\mathrm{y,sl}}} \ge 0.25 \cdot \frac{f_{\mathrm{ctm}} + \sigma_{\mathrm{cp}}}{f_{\mathrm{y,sl}}}$$
Gl. 6-31

und für den Mindestbügelbewehrungsgrad nach Gl. 6-30

$$\rho_{\mathrm{T,sw,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} - f_{\mathrm{ct,fw}})}{f_{\mathrm{y,sw}}} \ge 0.25 \cdot \frac{f_{\mathrm{ctm}}}{f_{\mathrm{y,sw}}}.$$
 Gl. 6-32

In Bild 6-18 ist ein Vergleich zwischen vorhandenem Längs- bzw. Bügelbewehrungsgrad (Gl. 6-25 bzw. Gl. 6-29) und Mindestlängs- bzw. Mindestbügelbewehrungsgrad (Gl. 6-31 bzw. Gl. 6-32) dargestellt.



Bild 6-22: Vergleich von vorhandenem Bewehrungsgrad und Mindestbewehrungsgrad der Längsbewehrung inklusive Vorspannung (links) und der Bügelbewehrung (rechts) aller Spannbetonbalken

Beim Längsbewehrungsgrad, der die Stabstahllängsbewehrung und die Vorspannung beinhaltet, ist der vorhandene Bewehrungsgrad immer größer als der Mindestbewehrungsgrad (Bild 6-22 links). Dagegen unterschreitet der vorhandene Bügelbewehrungsgrad der Versuche nach [Kwo-2015] den hier hergeleiteten Mindestbügelbewehrungsgrad geringfügig (Bild 6-22 rechts). Dieses kann auf den bei der Herleitung des Mindestbewehrungsgrads angesetzten Neigungswinkel  $\theta$  zurückgeführt werden, womit die Mindestbewehrung auf der sicheren Seite liegt.

Demzufolge kann bei faserbewehrten Spannbetonbalken die erforderliche Mindestlängsbewehrung (Stabstahlbewehrung) über

$$A_{\rm sl,min} = \left(\rho_{\rm T,sl,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot u_{\rm k}\right) - \frac{P}{f_{\rm y,sl}}$$
Gl. 6-33

und die erforderliche Mindestbügelbewehrung über

$$A_{\rm sw,min} = \rho_{\rm T,sw,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot s_{\rm w}$$
Gl. 6-34

ermittelt werden.

### 6.3.5 Torsionssteifigkeit

Zur Analyse der Torsionssteifigkeit von faserbewehrten Stahlbetonund Spannbetonbalken wurden die in den Literaturquellen enthaltenen Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe digitalisiert und analog zu Abschnitt 5.3.3 in Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramme umgerechnet. Nachfolgend werden exemplarisch zwei Versuchsreihen aufgeführt, wobei diese als bezogene Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramme dargestellt werden. Hierzu wurde die experimentelle Torsionssteifigkeit  $K_{exp}$  (Gl. 5-3) auf die rechnerische Torsionssteifigkeit  $K_{cal}$  im Zustand I (Gl. 5-2) und das Torsionsmoment T auf das Torsionsbruchmoment  $T_u$  bezogen. Mit dieser Darstellung kann die Steifigkeit über die Lastgeschichte besser quantifiziert werden. Da für die rechnerische Torsionssteifigkeit K<sub>cal</sub> der Elastizitätsmodul bekannt sein muss, dieser aber in den Literaturquellen kaum aufgeführt wird und eine Abschätzung über die Betondruckfestigkeit zu großen Streuungen unterworfen wäre, wird für  $K_{cal}$  in guter Näherung die Anfangssteifigkeit der Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe verwendet (vgl. Bild 3-13). Des Weiteren wird sie, wie in Abschnitt 5.3.3, bis kurz vor Erstrissbildung vereinfacht als konstant angenommen.

Bild 6-23 zeigt das bezogene Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramm der von RAO / SESHU / WARNITCHAI [Ruo-2010] getesten normalfesten Stahlbetonbalken mit Rechteckvollquerschnitt (Versuchsserie T). Die Versuchskörper unterscheiden sich lediglich im Fasergehalt, der von 0,00 Vol.-% bis 1,20 Vol.-% in 0,30 Vol.-%-Schritten gesteigert wurde (s. Bezeichnung P, F1, F2, F3, F4).



Bild 6-23: Bezogenes Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramm der Stahlbetonbalken der Serie T nach [Ruo-2010]

Mit Erreichen der Risslast, welche mit zunehmendem Stahlfasergehalt geringfügig steigt, ist unabhängig vom Fasergehalt ein drastischer Abfall der Torsionssteifigkeit auf ungefähr 15 % der rechnerischen Torsionssteifigkeit zu verzeichnen. Im Bruchzustand beträgt die Steifigkeit nur noch etwa 5 % der Anfangssteifigkeit. Das Verhalten ist damit vergleichbar zu konventionell bewehrten Stahlbetonbalken (vgl. Bild 3-36). Die Auswirkungen der Stahlfasern auf die Torsionssteifigkeit ist bei dieser Versuchsreihe gering; lediglich durch das mit steigendem Fasergehalt zunehmende Torsionsrissmoment liegen die Kurven nicht übereinander, sondern verlaufen versetzt.

Bild 6-24 zeigt einen von KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] geprüften UHPFRC-Stahlbetonbalken mit quadratischem Hohlkastenquerschnitt und einem Fasergehalt von 1.50 Vol.-% (SH-P0-F1.5-L1-S2-1\_0,00 N/mm<sup>2</sup>). Nach Rissbildung fällt die Torsionssteifigkeit nicht ganz so drastisch ab und im Bruchzustand beträgt diese noch etwa 30 % der Anfangssteifigkeit. Im Vergleich zu der Versuchsreihe T nach [Ruo-2010] beim hier betrachteten UHPFRC-Stahlbetonbalken (Bild 6-23) wird die Torsionssteifigkeit durch die Stahlfasern deutlich beeinflusst. Dieses liegt an der mehr als sechfach höheren Nachrisszugfestigkeit des UHPFRC.



Bild 6-24: Bezogenes Steifigkeits-Torsionsmomenten-Diagramm der faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken nach [Kwg-2015]

In Bild 6-24 sind darüber hinaus noch drei bezogene Steifigkeits-Torsionsmomenten-Verläufe der von KWAHK / JOH / LEE [Kwa-2015] geprüften UHPFRC-Spannbetonbalken abgebildet. Diese wurden mit identischem Längs- und Bügelbewehrungsgrad und zum Teil unterschiedlichen Stahlfasergehalten (F1 = 1,00 Vol.-% und F1.5 = 1,50 Vol.-%) ausgeführt. Den eigentlichen Unterschied stellt die Höhe der Vorspannung dar: 12,5 N/mm<sup>2</sup>, 25,0 N/mm<sup>2</sup> und 50 N/mm<sup>2</sup> (s. Anhang an Versuchskörperbezeichnung). In Bezug auf Faserart und Querschnittsabmessungen sind die UHPFRC-Spannbetonbalken deckungsgleich mit den UHPFRC-Stahlbetonbalken.

Die Steifigkeits-Torsionsmomenten-Verläufe der UHPFRC-Spannbetonbalken sind ähnlich den Verläufen der eigenen Spannbetonversuche V6 – V8 (vgl. Bild 5-46), auch wenn bei ersteren ein Zugstrebenversagen auftrat. Infolge der Vorspannung bleibt eine wesentlich höhere Torsionssteifigkeit nach Überschreiten der Risslast erhalten und im
Bruchzustand beträgt diese noch ungefähr 50 % der rechnerischen Steifigkeit. Auffällig hierbei ist, dass mit höherer Vorspannung eine minimal geringere Torsionssteifigkeit im Bruchzustand erhalten bleibt. Bei den eigenen Versuchen konnte genau das Gegenteil beobachtet werden. Dieses kann ggf. auf die Versagensart und, im Vergleich zu den beiden anderen UHPFRC-Spannbetonbalken, auf den bei SH-P4-F1-L1-S1- $2_{50,0}$  N/mm<sup>2</sup> geringeren Stahlfasergehalt (F1 = 1,00 Vol.-%) und damit geringere Nachrisszugfestigkeit zurückgeführt werden.

Anhand der exemplarisch dargestellten Versuchsergebnisse wird deutlich, dass in Abhängigkeit der Nachrisszugfestigkeit und einer ggf. vorhandenen Vorspannung eine zum Teil deutlich höhere Torsionssteifigkeit nach Rissbildung erhalten bleibt.

In Bild 6-25 ist die bezogene Torsionssteifigkeit bei Rissbildung ( $T_{cr}$ ) in Abhängigkeit zur zentrischen Betonzugfestigkeit und in Bild 6-26 die bezogene Torsionssteifigkeit im Bruchzustand ( $T_u$ ) in Abhängigkeit zur Nachrisszugfestigkeit aller Versuche jeweils getrennt nach Stahlbeton- (links) und Spannbetonbalken (rechts) dargestellt.



Bild 6-25: Bezogene Torsionssteifigkeit bei Rissbildung in Abhängigkeit zur zentrischen Betonzugfestigkeit der Stahlbeton- (links) und Spannbetonbalken (rechts)



Bild 6-26: Bezogene Torsionssteifigkeit im Bruchzustand in Abhängigkeit zur zentrischen Nachrisszugfestigkeit der Stahlbeton- (links) und Spannbetonbalken (rechts)

Ähnlich wie bei konventionell bewehrten Stahl- und Spannbetonbalken fällt die Torsionssteifigkeit im Bereich des Torsionsrissmoments auf ungefähr 60 - 80 % der Steifigkeit nach Elastizitätstheorie ab (vgl. Abschn. 3.3.3).

Im Bruchzustand beträgt die Torsionssteifigkeit von faserbewehrten Stahlbetonbalken mit geringer Nachrisszugfestigkeit etwa 4 – 5 % der Anfangssteigssteifigkeit und ist damit vergleichbar zu konventionell bewehrten Stahlbetonbalken (vgl. Abschn. 3.4.5). Mit steigender Nachrisszugfestigkeit bleibt allerdings eine zunehmend höhere Torsionssteifigkeit erhalten. Diese kann näherungsweise durch eine lineare Trendlinie beschrieben werden (s. gestrichelte Linie in Bild 6-26 links). Die Spannbetonbalken weisen im Bruchzustand dagegen immer eine wesentlich höhere Steifigkeit als die Stahlbetonbalken auf.

Bei der in Bild 6-25 und Bild 6-26 aufgeführten Auswertung ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Torsionssteifigkeit neben der Nachrisszugfestigkeit und einer eventuell vorhandenen Vorspannung unter anderem noch von

- der Betondruckfestigkeitsklasse,
- dem Längsbewehrungsgrad und
- dem Bügelbewehrungsgrad

abhängt und damit schwer zu quantifizieren ist. Wie bereits unter Abschnitt 3.4.5 erwähnt, liegt für konventionell bewehrte Balken zurzeit kein einfach zu handhabendes Ingenieurmodell vor, mit dem die Torsionssteifigkeit und damit die Verformungen von Torsionsbalken bestimmt werden können. In der Fachliteratur wird deshalb für konventionell bewehrte Balken vorgeschlagen, die Torsionssteifigkeit *K* nach Elastizitätstheorie mit einem empirischen Faktor abzumindern und diese dann für die Berechnungen der Verformungen zu nutzen. Deshalb scheint es aus jetziger Sicht sinnvoll, die Torsionssteifigkeit von faserbewehrten Stahl- und Spannbetonbalken ebenfalls über einen empirischen Abminderungsfaktor  $k_i$  entsprechend Gl. 3-32 und Gl. 3-76 in Form von

$$K_{\rm i} = k_{\rm i} \cdot K = k_{\rm i} \cdot (G \cdot I_{\rm T}) \tag{G1. 6-35}$$

abzuschätzen.

Nach Bild 6-25 kann der Abminderungsbeiwert für die Torsionssteifigkeit  $K_{\rm I}$  im Zustand I zu

$$k_{\rm I} = 0,80$$
 Gl. 6-36

angenommen werden, womit dieser kongruent zum Abminderungsfaktor nach DAfStb-Heft 240 [Gra-1991] ist (vgl. Abschn. 3.3.3).

Für den Bruchzustand kann der Abminderungsbeiwert für faserbewehrte Stahlbetonbalken entsprechend der linearen Trendlinie in Bild 6-26 (links) aus der Nachrisszugfestigkeit ermittelt werden:

$$k_{\rm u,sf} = 0.04 \cdot f_{\rm ct,f} + 0.04$$
 Gl. 6-37

Für faserbewehrte UHPFRC-Spannbetonbalken kann dieser für den Bruchzustand entsprechend Bild 6-26 (rechts) zu

$$k_{\rm u,spf} = 0,40$$
 Gl. 6-38

angenommen werden.

Bei diesen empirisch ermittelten Abminderungsbeiwerten (Gl. 6-36 bis Gl. 6-38) handelt es sich um Anhaltswerte, die zur Abschätzung von Torsionsverformungen genutzt werden können.

# 7 Vorschlag eines Bemessungsmodells

# 7.1 Allgemeines

Auf Grundlage der in Kapitel 5 und Kapitel 6 aufgeführten Untersuchungen werden nachfolgend Bemessungsgleichungen und konstruktive Regelungen für faserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter reiner bzw. SAINT-VÈNANT'scher Torsion vorgeschlagen.

Eine Ausführung von faserbewehrten Betonbalken – auch mit überkritischem Fasergehalt – wird nicht empfohlen, da nach Rissbildung kaum eine Laststeigerung möglich ist. Außerdem tritt kein duktiles Bauteilversagen mit Vorankündigung durch deutliche Verformungszunahme und Mehrfachrissbildung auf. Zur Abschätzung des Torsionsrissmoments von faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken kann jedoch Gl. 5-6 unter Verwendung der zentrischen Betonzugfestigkeit  $f_{\rm ctm}$  und der effektiven Wanddicke  $t_{\rm ef}$  nach Gl. 6-11 verwendet werden.

Das entwickelte Ingenieur- bzw. Bemessungsmodell für faserbewehrte Stahl- und Spannbetonbalken baut auf dem von RAUSCH [Rau-1929] vorgeschlagenen und unter anderem von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] erweiterten räumlichen Fachwerkmodell auf, welches auch der DIN EN 1992-1-1 (EC2) [EC2-2011] zugrunde liegt. Zur Berücksichtigung der Fasertragwirkung wurde das Fachwerkmodell um zusätzliche Faserbetonzugstreben in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung ergänzt. Dieses modifizierte räumliche Fachwerkmodell gilt für faserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit folgenden Eigenschaften:

- rechtwinkliges Bewehrungsnetz bestehend aus Längs- und Bügelbewehrung
- quadratische oder rechteckförmige Voll- oder Hohlkastenquerschnitte
- zentrische Vorspannung

Die nachfolgend aufgeführten Grenzen (z. B. beim Druckstrebenneigungswinkel) und die Definition der Mindestwerte wurden entsprechend der untersuchten Torsionsbalken festgelegt. Zudem gelten die unten dargestellten Bemessungsgleichungen für faserbewehrte Spannbetonbalken ausschließlich für UHPFRC-Spannbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitt. Zurzeit liegen noch keine Versuchsergebnisse an vorgespannten UHPFRC-Balken mit Vollquerschnitt sowie an Spannbetonbalken mit Voll- und Hohlkastenquerschnitt aus normalfestem Faserbeton vor.

Die Bemessungswerte für die Betonstabstahl- und Vorspannbewehrung sowie für den normalfesten Faserbeton – Betondruckfestigkeit und zentrische Betonzugfestigkeit – können gemäß DIN EN 1992-1-1 (EC2) [EC2-2011] in Verbindung mit DIN EN 1992-1-1/NA (NA-D) [EC2/NA-D-2013] ermittelt werden.

Die Bestimmung des Bemessungswertes der Nachrisszugfestigkeit für normalfesten Faserbeton mit  $f_{ck} \le C50/60$  sollte nach DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012] erfolgen.

Für die Ermittlung der Bemessungswerte des UHPFRC – Betondruckfestigkeit, zentrische Betonzugfestigkeit und zentrische Nachrisszugfestigkeit – liegt in Deutschland zurzeit kein bauaufsichtlich eingeführtes Regelwerke vor, sodass diese in Anlehnung an den DAfStb-Sachstandsbericht "Ultrahochfester Beton" [Sch-2008] erfolgen kann.

#### 7.2 Bemessungsgleichungen

Für die Bemessung werden Voll- und dickwandige Hohlkastenquerschnitte auf einen fiktiven dünnwandigen Hohlkastenquerschnitt idealisiert (Bild 7-1).



#### Bild 7-1: Bezeichnungen und Definitionen

Die effektive Wanddicke  $t_{ef}$  ermittelt sich zu

$$\begin{array}{ll} t_{\rm ef} = \frac{A}{u} \leq t_{\rm vorh} & {\rm Gl. \ 7-1} \\ {\rm mit} & & \\ A & {\rm gesamte \ Querschnittsfläche \ inklusive \ Hohlräume} \\ u & {\rm äußerer \ Querschnittsmfang} \\ t_{\rm vorh} & {\rm vorhandene \ Wanddicke \ bei \ Hohlkastenquerschnitt} \end{array}$$

Die Kernquerschnittsfläche  $A_k$  ergibt sich aus den Mittellinien der effektiven Wanddicken  $t_{ef}$ , aus der Querschnittshöhe h und der Querschnittsbreite b zu

$$A_{\rm k} = (h - t_{\rm ef}) \cdot (b - t_{\rm ef})$$
Gl. 7-2

und der dazugehörige Umfang der Kernquerschnittsfläche  $u_k$  zu

$$u_{\rm k} = 2 \cdot (h - t_{\rm ef} + b - t_{\rm ef})$$
. Gl. 7-3

Beim Nachweis der Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken ist nachzuweisen, dass das einwirkende Torsionsmoment  $T_{Ed}$  kleiner oder gleich dem Torsionswiderstand  $T_{Rd}$  ist:

$$T_{\rm Ed} \le T_{\rm Rd}$$
 Gl. 7-4

Der Torsionswiderstand  $T_{\rm Rd}$  ergibt sich aus dem Minimum des aufnehmbaren Torsionsmoments der einzelnen Streben des modifizierten räumlichen Fachwerkmodells:

$$T_{\rm Rd} = \min \begin{cases} T_{\rm Rd,cc} \\ T_{\rm Rd,spfl} \\ T_{\rm Rd,sfw} \end{cases}$$
Gl. 7-5

Der Bemessungswert  $T_{\rm Rd,cc}$  des aufnehmbaren Torsionsmoments des Betons ermittelt sich zu

$$\begin{split} T_{\mathrm{Rd,cc}} &= \frac{\nu_{\mathrm{T}} f_{\mathrm{cd}} \cdot t_{\mathrm{eff}} \cdot 2 \cdot A_{\mathrm{k}}}{\cot \theta + \tan \theta} & \mathrm{Gl.~7-6} \\ \mathrm{mit} & \\ \nu_{\mathrm{T}} & & \mathrm{Abminderungsbeiwert} \\ & & \nu_{\mathrm{T}} = 0.525 & \mathrm{für} \ f_{\mathrm{ck}} \leq \mathrm{C50/60} \\ & & \nu_{\mathrm{T}} = 0.525 \cdot (1,1 - f_{\mathrm{ck}}/500) & \mathrm{für} \ \mathrm{C140} \leq f_{\mathrm{ck}} \leq \mathrm{C200} \\ f_{\mathrm{cd}} & \mathrm{Bemessungswert} \ \mathrm{der} \ \mathrm{Zylinderdruckfestigkeit} \\ \theta & & \mathrm{Druckstrebenneigungswinkel} \end{split}$$

Der Bemessungswert  $T_{\text{Rd,spfl}}$  des aufnehmbaren Torsionsmoments in Längsbewehrungsrichtung ermittelt sich additiv aus dem Anteil der Längsbewehrung  $T_{\text{Rd,sl}}$ , der Vorspannung  $T_{\text{Rd,pl}}$  und der Stahlfasern  $T_{\text{Rd,fl}}$  zu

$$T_{\rm Rd,spfl} = T_{\rm Rd,sl} + T_{\rm Rd,pl} + T_{\rm Rd,fl}$$
Gl. 7-7

bzw.

$$T_{\text{Rd,sfl}} = \frac{A_{\text{sl}}}{u_{\text{k}}} \cdot f_{\text{yd,sl}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta + \frac{P}{u_{\text{k}}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta \dots$$
  
$$\dots + f_{\text{ctd,f}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \tan\theta$$
Gl. 7-8

mit

$$A_{sl}$$
Summe der Querschnittsfläche der Längsbewehrung $f_{yd,sl}$ Bemessungswert der Streckgrenze der Längsbewehrung $P$ Bemessungswert der zentrischen Vorspannkraft (positiv einzusetzen) $f_{ctd,f}$ Bemessungswert der zentrischen Nachrisszugfestigkeit $\theta$ Druckstrebenneigungswinkel

Der Bemessungswert  $T_{\text{Rd,sfw}}$  des aufnehmbaren Torsionsmoments in Bügelbewehrungsrichtung ermittelt sich additiv aus dem Anteil der Bügelbewehrung  $T_{\text{Rd,sw}}$  und der Stahlfasern  $T_{\text{Rd,fw}}$  zu

$$T_{\rm Rd,sfw} = T_{\rm Rd,sw} + T_{\rm Rd,fw}$$
Gl. 7-9

bzw.

$$T_{\text{Rd,sfw}} = \frac{A_{\text{sw}}}{s_{\text{w}}} \cdot f_{\text{yd,sw}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta + f_{\text{ctd,f}} \cdot t_{\text{ef}} \cdot 2 \cdot A_{\text{k}} \cdot \cot\theta \qquad \text{Gl. 7-10}$$

mit

A <sub>sw</sub>	Querschnittsfläche eines Bügelschenkels
S <sub>w</sub>	Bügelbewehrungsabstand
f <sub>yd,sw</sub>	Bemessungswert der Streckgrenze der Bügelbewehrung
$f_{\rm ctd,f}$	Bemessungswert der zentrischen Nachrisszugfestigkeit
θ	Druckstrebenneigungswinkel

Der Bemessungswert der zentrischen Nachrisszugfestigkeit ermittelt sich zu:

$f_{\rm ctd,f} = \kappa_{\rm f}$	$f_{\rm ctd,f,C}$	Gl. 7-11
mit		
κ <sub>f</sub>	Faserorientierungsbeiwert $\kappa_{\rm f} = 0.50$ $\kappa_{\rm f} = (0.637 \cdot (t_{\rm vorh} - l_{\rm f}) + 0.410 \cdot l_{\rm f})/t_{\rm vorh}$	für Vollquerschnitt für Hohlkastenquerschnitt mit $t_{\text{vorh}} \le t_{\text{ef}}$ und C140 $\le f_{\text{ck}} \le$ C200
$f_{\rm ctd,f,C}$	Bemessungswert der zentrischen Nachrisszugfet $f_{\text{ctd,f,C}} = f_{\text{ctd,f,L2}}$ $f_{\text{ctd,f,C}} = f_{\text{ctd,f,L2}}$	stigkeit für $f_{\rm ck} \leq$ C50/60 für C140 $\leq$ $f_{\rm ck} \leq$ C200

Der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  ist wie folgt zu berechnen und zu begrenzen.

Für faserbewehrte Stahlbetonbalken gilt:

$$0,6 \le \cot\theta = \sqrt{\frac{\frac{A_{\rm sl}}{u_{\rm k}}f_{\rm yd,sl} + t_{\rm eff} f_{\rm ctd,f}}{\frac{A_{\rm sw}}{s_{\rm w}}f_{\rm yd,sw} + t_{\rm eff} f_{\rm ctd,f}}} \le 1,7$$
Gl. 7-12

Für faserbewehrte Spannbetonbalken gilt:

$$1,0 \le \cot\theta = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\rm cp}}{f_{\rm ctd}}} \le 3,5$$
 Gl. 7-13

mit

 $\sigma_{\rm cp} \qquad \qquad {\rm Betondrucknormalspannung infolge Vorspannung mit } \sigma_{\rm cp} < 0 \ {\rm für \ Druckbeanspruchung} \\ \sigma_{\rm cp} = P/A_{\rm c} \qquad {\rm mit \ zentrischer \ Vorspannkraft \ } P \ {\rm und \ Betonquerschnittsfläche \ } A_{\rm c}$ 

 $f_{\text{ctd}}$  Bemessungswert der Betonzugfestigkeit

## 7.3 Konstruktionsregeln

Faserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung sollten folgende Mindestquerschnittsgrößen einhalten:

$$\begin{array}{ll} b_{\rm m} = \sqrt{h \cdot b} > 0,14 \ {\rm m} & {\rm Gl.} \ 7\text{-}14 \\ \frac{l_{\rm f}}{b} \leq 0,41 & {\rm Gl.} \ 7\text{-}15 \\ {\rm mit} & \\ h & {\rm Querschnittshöhe} \\ b & {\rm Querschnittsbreite, wobei} \ b \leq h \\ l_{\rm f} & {\rm Länge} \ {\rm der \ Stahlfasern, bei \ unterschiedlichen \ Längen \ ist \ die \ längste \ Faser \ maßgebend \end{array}$$

Der normalfeste Faserbeton sollte mindestens eine Nachrisszugfestigkeit von

$$f_{\rm ctm, fL2} \ge 0.3 \,\rm N/mm^2$$
 Gl. 7-16

und der ultrahochfeste Faserbeton mindestens eine Nachrisszugfestigkeit von

$$f_{\rm ctm,f,0,5} \ge 5,0 \,\rm N/mm^2$$
 Gl. 7-17

aufweisen.

Zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilversagens ist eine konventionelle Mindestbewehrung aus Längs- und Bügelbewehrung erforderlich, die um den Fasertraganteil und die Vorspannkraft reduziert werden kann. Der Mindestwert des Torsionsbewehrungsgrades  $\rho_{T,min}$  beträgt in Längsbewehrungsrichtung

$$\rho_{\mathrm{T,spl,min}} = \frac{(f_{\mathrm{ctm}} + \sigma_{\mathrm{cp}} - f_{\mathrm{ctk,f}})}{f_{\mathrm{yk,sl}}} \ge 0.30 \cdot \frac{f_{\mathrm{ctm}} + \sigma_{\mathrm{cp}}}{f_{\mathrm{yk,sl}}}$$
Gl. 7-18

und in Bügelbewehrungsrichtung

$$\begin{split} \rho_{\mathrm{T,sw,min}} &= \frac{(f_{\mathrm{ctm}} - f_{\mathrm{ctk},f})}{f_{\mathrm{yk,sw}}} \geq 0,30 \cdot \frac{f_{\mathrm{ctm}}}{f_{\mathrm{yk,sw}}} & \mathrm{Gl.~7-19} \\ \mathrm{mit} \\ f_{\mathrm{ctm}} & \mathrm{Mittelwert~der~zentrischen~Betonzugfestigkeit} \\ \sigma_{\mathrm{cp}} & \mathrm{Betondrucknormalspannung~infolge~Vorspannung~mit~\sigma_{\mathrm{cp}} > 0~\mathrm{für~Druckbeanspruchung} \\ \sigma_{\mathrm{cp}} & = P/A_{\mathrm{c}} & \mathrm{mit~zentrischer~Vorspannkraft~} P~\mathrm{und~Betonquerschnittsfläche~} A_{\mathrm{c}} \\ f_{\mathrm{ctk,f}} & \mathrm{charakteristischer~Wert~der~zentrischen~Nachrisszugfestigkeit~(vgl.~Gl.~7-11)} \\ f_{\mathrm{yk,sl}} & \mathrm{charakteristischer~Wert~der~Streckgrenze~der~Längsbewehrung} \\ f_{\mathrm{yk,sw}} & \mathrm{charakteristischer~Wert~der~Streckgrenze~der~Bügelbewehrung} \end{split}$$

Die erforderliche Mindestlängsbewehrung (Stabstahlbewehrung) ergibt sich zu:

$$A_{\rm sl,min} = \left(\rho_{\rm T,sl,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot u_{\rm k}\right) - \frac{P}{f_{\rm y,sl}}$$
Gl. 7-20

Die erforderliche Mindestbügelbewehrung ergibt sich zu:

$$A_{\rm sw,min} = \rho_{\rm T,sw,min} \cdot t_{\rm ef} \cdot s_{\rm w}$$
Gl. 7-21

Die rechtwinklig zur Bauteilachse anzuordnende Bügelbewehrung ist geschlossen auszuführen und durch Übergreifung oder Haken zu verankern. Der Längsabstand der Bügelbewehrung  $s_w$  muss einen Wert von

$$s_{\rm w} \le \frac{h}{2}$$
 Gl. 7-22

aufweisen. In jeder Bügelecke ist ein Längsbewehrungsstab anzuordnen und ggf. weitere erforderliche Längsbewehrungsstäbe gleichmäßig innerhalb der Bügelbewehrung zu verteilen. Der Abstand der Längsbewehrungsstäbe  $s_1$  untereinander muss einen Wert von

$$s_1 \le 350 \text{ mm}$$
 G1. 7-23

haben.

#### 7.4 Torsionssteifigkeit

Die Torsionssteifigkeit im Zustand I kann wie folgt angenommen werden:

$$K_{\rm I} = k_{\rm I} \cdot (G \cdot I_{\rm T})$$
Gl. 7-24  
mit  
$$k_{\rm I} \qquad \text{Abminderungsfaktor für den Zustand I} \\ k_{\rm I} \approx 0,80$$
G Schubmodul  
$$I_{\rm T} \qquad \text{Torsionsträgheitsmoment}$$

Die Torsionssteifigkeit im Bruchzustand kann dagegen wie folgt abgeschätzt werden:

$K_{\rm u} = k$	$u \cdot (G \cdot I_{\mathrm{T}})$		Gl. 7-25
mit			
$k_{11}$	Abminderungsfaktor für den	Bruchzustand	
u	$k_{\rm u} \approx 0.04 \cdot f_{\rm ct,f} + 0.04$	für Stahlbetonbalken	
	$k_{\rm u} \approx 0.40$	für Spannbetonbalken	
G	Schubmodul		
$I_{\mathrm{T}}$	Torsionsträgheitsmoment		

(Diese Torsionssteifigkeit darf ausschließlich zur Abschätzung von Torsionsverformungen genutzt werden.)

# 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Zusammenfassung

Das Torsionstragverhalten von mit Stahlfasern bewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken ist bereits seit den 70er Jahren Gegenstand unterschiedlicher internationaler Forschungsvorhaben. Die Untersuchungen zeigen, dass Stahlfasern das Torsionsrissmoment, die Rissbildung, die Torsionssteifigkeit nach Rissbildung sowie das Torsionsbruchmoment positiv beeinflussen. Auf Basis der verschiedenen Versuchsergebnisse wurden teilweise auch Berechnungsgleichungen entwickelt.

Eine Zusammenfassung und systematische Auswertung der bislang bekannten, Versuchsergebnisse sowie die Ableitung eines allgemeingültigen Bemessungsmodells fehlen hingegen. Aus diesem Grund enthalten die aktuellen Regelwerke wie DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton" [DAfStb-2012], Model Code 2010 [MC-2010] oder DAfStb-Sachstandsbericht "Ultrahochfester Beton" [Sch-2008] keine Bemessungsmodelle bzw. Bemessungsgleichungen zur Berücksichtigung der Stahlfasertragwirkung beim Torsionsnachweis.

Ziel der Arbeit war deshalb die Erarbeitung eines allgemeingültigen Ingenieurmodells zur rechnerischen Bestimmung der Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Balken.

Zu diesem Zweck wurden die in der Fachliteratur vorhandenen Ansätze zur rechnerischen Bestimmung der Torsionstragfähigkeit von faserbewehrten Balken zusammengetragen und kritisch hinterfragt. Hierbei zeigte sich, dass die Berechnungsansätze auf unterschiedlichen Torsionstheorien aufbauen und zum Teil mechanisch nicht konsistent sind.

Zur weiteren Analyse des Torsionstragverhaltens von faserbewehrtem Beton wurden eigene, innerhalb eines DFG-Forschungsvorhabens durchgeführte Torsionsversuche an faserbewehrten ultrahochfesten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit Hohlkastenquerschnitt dargestellt und ausgewertet. Hierbei stellte sich heraus, dass die faserbewehrten Betonbalken mit Erreichen des Torsionsrissmoments keine weitere Last aufnehmen konnten und durch Faserauszug versagten. Bei den faserbewehrten Stahlbetonbalken war hingegen nach Erstrissbildung eine weitere Laststeigerung möglich und sie versagten infolge einer Kombination aus Faserauszug und Reißen der Stabstahlbewehrung. Des Weiteren traten infolge der Stahlfasertragwirkung ein höheres Torsionsrissmoment, eine feinere Rissbildung, eine höhere Torsionssteifigkeit nach Rissbildung sowie ein wesentlich höheres Torsionsbruchmoment im Vergleich zu einem faserlosen UHPC-Stahlbetonbalken auf. Die untersuchten faserbewehrten Nachbruchbereich war nicht möglich. Auf Grundlage der Versuchsergebnisse und -beobachtungen wurde das von RAUSCH [Rau-1929] vorgeschlagene und unter anderem von LAMPERT / THÜRLIMANN [Lam-1968] erweiterte räumliche Fachwerkmodell weiterentwickelt bzw. um zusätzliche Faserbetonzugstreben in Längs- und Bügelbewehrungsrichtung ergänzt. Dieses modifizierte räumliche Fachwerkmodell für faserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken zeigte eine gute bis sehr gute Übereinstimmung mit den in den Versuchen ermittelten Torsionstraglasten.

Zur Übertragung des entwickelten Ansatzes auf andere Faserbetone und Querschnittsformen sowie zur Ableitung eines allgemeingültigen Ingenieurmodells mit dazugehörigen konstruktiven Regelungen wurden die in der Fachliteratur vorhandenen Versuchsergebnisse an faserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken in einer Datenbank zusammengefasst und systematisch ausgewertet. Die Auswertungen zeigten, dass das modifizierte räumliche Fachwerkmodell auch auf faserbewehrte normal- und ultrahochfeste Torsionsbalken mit quadratischem und rechteckförmigem Vollquerschitt übertragen werden kann.

Abschließend wurde auf Basis der Untersuchungen ein allgemeingültiges Ingenieurmodell inklusive konstruktiver Regelungen vorgeschlagen. Mit diesem liegt erstmalig ein praxisgerechtes und konsistentes Bemessungsmodell zur Erfassung der Stahlfasertragwirkung beim Torsionsnachweis von stahlfaserbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus normal- und ultrahochfestem Beton vor, welches sich in seiner Form in aktuelle Regelwerke eingliedert.

## 8.2 Ausblick

Weiterführende Untersuchungen sollten sich mit der Interaktion aus Torsion und Querkraft sowie Torsion, Querkraft und Biegung einschließlich Vorspannung beschäftigen. Hierzu liegen allerdings weltweit nur sehr wenige Versuche an normalfestem Faserbeton und – die eigenen Versuche V9 und V10 ausgenommen – keine Versuche an UHPFRC vor.

durchgeführten Versuche erfolgten Die bisher unter monoton steigender Beanspruchung. Erkenntnisse hinsichtlich der Auswirkungen einer zyklischen Beanspruchung (z. B. bei Brücken und Masten) liegen gegenwärtig nicht vor. Bei faserbewehrten Bauteilen könnte eine zyklische Beanspruchung zu einem sukzessiven Faserauszug und somit zu einer verminderten Torsionstragfähigkeit infolge abnehmender Fasertragwirkung führen. Zudem treten in der Praxis häufig Torsionsmomente mit wechselnden Vorzeichen auf, weshalb diese wechselnde Beanspruchung ebenfalls untersucht werden müsste. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass dieses auch bei konventionell bewehrten Stahlund Spannbetonbalken bislang nur vereinzelt erfolgte (z. B. [Ven-1987], [Bel-2004]).

Bei den im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigte sich, dass bei UHPFRC mit einer hohen Nachrisszugfestigkeit eine zum Teil signifikant höhere Torsionssteifigkeit als bei konventionell bewehrten Balken im Bruchzustand erhalten bleibt. Diesem Umstand zufolge könnte eine Berücksichtigung ggf. vorhandener Wölbkrafttorsion vor allem bei dünnwandigen UHPFRC-Querschnitten an Bedeutung gewinnen (s. hierzu auch [Rei-2009]). Hierbei ist wiederum zu beachten, dass in Bezug auf die Torsionssteifigkeit auch bei konventionell bewehrten Balken weiterer Forschungsbedarf besteht (z. B. [Mou-2014]).

# Literaturverzeichnis

[AFGC-2013]	Association Française de Génie Civil (AFGC): Documents scientifiques et techniques - Bétons Fibres á Ultra-Hautes Performances — Recommendations, 2013.
[Al-T-2005]	Al-Ta'an, S. A.; Al-Feel, J. R.: Torsional Strength of Steel Fibrous Concrete. In: Proceedings of the International Conference (2005), Dundee, S.694-700.
[And-1937]	Andersen, P.: Rectangular Concrete Sections under Torsion. In: Journal of the American Concrete Institute 34 (1937), No. 9, S. 1-11.
[Bac-1912]	Bach, C.; Graf, O.: Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 16, Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 1912.
[Bel-2004]	Belarbi, A.; Greene, G.: Reinforced Concrete Box Girders under Cyclic Torsion. In: Proceedings of 13 <sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, 01.08-06.08.2004, Paper No. 998.
[Bre-1896-1]	Bredt, R.: Kritische Bemerkungen zur Drehungselastizität. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, Band 40, No. 28, 11. Juli 1896, S. 785-790.
[Bre-1896-2]	Bredt, R.: Kritische Bemerkungen zur Drehungselastizität. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, Band 40, No. 29, 18. Juli 1896, S. 813-817.
[Cer-2000]	Cerioni, R.; Ferretti, D., Iori, I.: Torsional Behaviour of Fibre-Reinforced Concrete Beams. In: Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (2000), Lyon, S.347-356.
[Cha-2009]	Chalioris, C. E.; Karayannis, C. G.: Effectiveness of the Use of Steel Fibres on the Torsional Behaviour of Flanged Concrete Beams. In: Cement & Concrete Composites 31 (2009), No. 5, S. 331—341.
[Cou-1787]	Coulomb, C. A.: Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal. In: Mémoires de l'Académie royale des sciences (1787), Band 87, S. 229-269.
[Cow-1950]	Cowan, H. T.: An Elastic Theory for the Torsional Strength of Rectangular Reinforced Concrete Beams. In: Magazine of Concrete Research 2 (1950), No. 4, S. 3-8.
[Cra-1984]	Craig, R. J.; et al.: Torsional Behavior of Reinforced Fibrous Concrete Beams. In: ACI Special Publication 81 (1984), S. 17-49
[Cra-1986]	Craig, R. J.; et al.: Fiber Reinforced Beams in Torsion. In: ACI Journal 83 (1986), No. 6, S. 934- 942.
[DAfStb-2012]	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb): DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton — Ergänzungen und Änderungen zu DIN EN 1992-1-1 in Verbindung mit DIN EN 1992-1-1/NA, DIN EN 206-1 in Verbindung mit DIN 1045-2 und DIN EN 13670 in Verbindung mit DIN 1045-3, Teil 1 bis 3. Berlin: Beuth Verlag, November 2012.
[Del-2011]	Delauzun, O.; et al.: Construction of the PS34 UHPFRC Bridge. In: Toutlemonde, F.; Resplendino, J. (Hrsg.): Designing and Building with UHPFRC — State-of-the-Art and Development, London: John Wiley & Sons, 2011, S. 137-147.
[DIN-2006]	DIN EN ISO 17660-1: Schweißen — Schweißen von Betonstahl — Teil 1: Tragende Schweißverbindungen, Dezember 2006.
[DIN-2009-1]	DIN EN 12390-3: Prüfung von Festbeton — Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern, Juli 2006.
[DIN-2009-2]	DIN 488: Betonstahl, Teil 1 bis 3, August 2009.
[DIN-2011]	DIN EN ISO 15630-1: Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton — Prüfverfahren — Teil 1: Bewehrungsstäbe, -walzdraht und -draht, Februar 2011.

[EC2-2011]	EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken — Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Januar 2011.
[EC2/NA-D-2013]	DIN EN 1992-1-1/NA: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken — Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, April 2013.
[EC2/NA-Ö-2011]	ÖNORM B 1992-1-1: Eurocode 2 — Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken — Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau — Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1992-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen, Dezember 2011.
[Elf-1972]	Elfgren, L.: Reinforced Concrete Beams Loaded in Combined Torsion, Bending and Shear., Chalmers University of Technology, Division of concrete structures, Publication 71:3, Göteborg, Schweden, 1972.
[EI-N-1993]	El-Niema, E. I.: Fiber Reinforced Concrete Beams under Torsion. In: ACI Structural Journal 90 (1993), No. 5, S. 489-495.
[Emp-2011]	Empelmann, M.; Teutsch, M.; Wichers, M.: Baukonstruktionen aus Faserbeton. Betonkalender 2011 Teil 2, Berlin: Ernst & Sohn, 2011, S. 89-139.
[Emp-2012-1]	Empelmann, M.; Oettel, V.: UHPFRC Box Girders under Torsion. In: Proceedings of Hipermat 2012 - 3rd International Symposium on UHPC and Nanotechnology for High Performance Construction Materials, Kassel, 07.03-09.03.2012, S. 517-524.
[Emp-2012-2]	Empelmann, M.; Oettel, V.: Ultrahochfester Beton unter Torsionsbeanspruchung - Ultra-High Performance Concrete under Torsion. iBMB Kurzbericht aus der Forschung, 2012.
[Emp-2014]	Empelmann, M.; Oettel, Y.: UHPFRC Beams With Hollow Box Cross-Section in a Monolithic and Segmental Construction Method — UHPFRC-Balken mit Hohlkastenquerschnitt in monolithischer und segmentärer Bauweise. In: BFT International Vol. 80 (2014), Heft 2, S. 115-117.
[Fal-1997]	Falkner, H.; Teutsch, M.; Huang, Z.: Segmentbalken mit Vorspannung ohne Verbund unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 472, Berlin: Beuth Verlag, 1997.
[Fal-1993-1]	Falkner, H.; Teutsch, M.: Vergleichende Untersuchung an unbewehrten und stahlfaserbewehrten Industrieböden. iBMB Heft 101, Braunschweig: Eigenverlag Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, 1993.
[Fal-1993-2]	Falkner, H.; Teutsch, M.: Untersuchung des Biegetragverhaltens von Stahlfaserbetonbalken unter Variation der Faserart. iBMB-Forschungsbericht, Braunschweig: Eigenverlag Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, 1993.
[Fal-1999]	Falkner, H.; Teutsch, M.; Klinkert, H.: Leistungsklassen von Stahlfaserbeton. iBMB Heft 143, Braunschweig: Eigenverlag Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, 1999.
[FHWA-2013]	Federal Highway Administration (FHWA): Ultra-High Performance Concrete: A State-of-the-Art Report for the Bridge Community. Publication No. FHWA-HRT-13-060, McLean, 2013.
[Fri-1993]	Friemann, H.: Schub und Torsion in geraden Stäben. 2. neubearbeitete und erweiterte Auflage, Düsseldorf: Werner-Verlag, 1993.
[Gir-1999]	Girmscheid, G.; Hartmann, A.: Fast Track Projects im Brückenbau — Anwendung und Bauprozeß der Segmentbauweise mit externer Vorspannung. Bauingenieur 74 (1999), Heft 7/8, S. 332- 344.
[Gos-2000]	Gossla, U.: Tragverhalten und Sicherheit betonstahlbewehrter Stahlfaserbetonbauteile. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 501, Berlin: Beuth Verlag, 2000.

[Gra-1991]	Grasser, E.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken — nach DIN 1045, Ausgabe Juli 1988. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 240, 3. überarbeitete Auflage, Berlin: Beuth Verlag, 1991.
[Gre-2006]	Greiner, S.: Zum Tragverhalten von dünnen Bauteilen aus ultrahochfestem Faserfeinkornbeton. Dissertation, Universität Stuttgart, 2006.
[Gru-2006]	Grunert, J. P.: Zum Tragverhalten von Spannbetonfertigteilbalken aus Stahlfaserbeton ohne Betonstahlbewehrung. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2006.
[Grü-2001]	Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S.: Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften: Handbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau. Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 2001.
[Gow-2000]	Gowripalan, N.; Gilbert, I. R.: Design Guidelines for Ductal Prestressed Concrete Beams. The University of New South Wales, Sydney, 2000.
[Göd-2010]	Gödde, L.; Strack, M.; Mark, P.: Bauteile aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton — Hilfsmittel für Bemessung und Verformungsabschätzung nach DAfStb-Richtlinie "Stahlfaserbeton". In: Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), Heft 2, S. 78-91.
[Göd-2012]	Gödde, L.: Numerische Simulation und Bemessung von Flächentragwerken aus Stahlfaserbeton sowie stahlfaserverstärktem Stahl- und Spannbeton. Dissertation, Ruhr Universität Bochum, 2012.
[Haf-1976]	Hafeez Khan, T. A.; Sanjeeva Reddy, T.; Sadananda Murthy, P.: An Experimental Study of Fibre- Reinforced Concrete Beams under Pure Torsion. In: Indian Concrete Journal 50 (1976), S. 314- 317.
[Hir-1998]	Hirt, M. A.; Bez, R.: Stahlbau — Grundbegriffe und Bemessungsverfahren. Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 1998.
[Hol-2011]	Holschemacher, K.; Dehn, K.; Klug, Y.: Grundlagen des Faserbetons. Betonkalender 2011 Teil 2, Berlin: Ernst & Sohn, 2011, S. 19-88.
[Hsu-1968-1]	Hsu, T. T. C.: Ultimate Torque of Reinforced Rectangular Beams. In: Journal of the Structural Division 94 (1968), No. 2, S. 485-510.
[Hsu-1968-2]	Hsu, T. T. C.: Torsion of Structural Concrete — A Summary on Pure Torsion. In: Proceedings of the SP-18: Torsion of Structural Concrete, ACI-Publication SP-18, Detroit, 1968, S. 165-178.
[Hsu-1968-3]	Hsu, T. T. C.: Torsion of Structural Concrete — Plain Concrete Rectangular Sections. In: Proceedings of the SP-18: Torsion of Structural Concrete, ACI-Publication SP-18, Detroit, 1968, S. 203-238.
[Hsu-1985]	Hsu, T. T. C.; Mo, Y. L.: Softening of Concrete in Torsional Members — Theory and Tests. In: ACI Journal 82 (1985), No. 3, S. 290-303.
[Ism-2012]	Ismail, M.; Fehling, E.: Analytical Model for Steel Fiber Reinforced UHPC Beams Subjected to Torsion. In: Tagungsband zum 53. DAfStb-Forschungskolloquium, Kassel, 09.10-10.10.2012, S. 31-37.
[lsm-2015]	Ismail, M.: Behavior of UHPC Structural Members subjected to Pure Torsion. Dissertation, Universität Kassel, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 24, 2015.
[Joh-2012]	Joh, C.; et al.: Torsional Test of Ultra High Performance Fiber-Reinforced Concrete Square Members. In: Proceedings of Hipermat 2012. 3rd International Symposium on UHPC and Nanotechnology for High Performance Construction Materials, Kassel, 07.03-09.03.2012, S. 509-516.
[Ju-2013]	Ju, H.; et al.: Torsional Behavior Model of Steel-Fiber-Reinforced Concrete Members modifying fixed-angle softened-truss Model. In: Composites Part B: Engineering 45 (2013), No. 1, S. 215-231.
[Jun-2006]	Jungwirth, J.: Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs- Faserbeton. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Lausanne, 2006.

[JSCE-2006]	Japan Society of Civil Engineers (JSCE): Recommendations for Design and Construction of Ultra High Strength Fiber Reinforced Concrete Structures (Draft). JSCE Guidelines for Concrete No. 9, Tokyo, 2006.
[Kar-1971]	Karlsson, I.: Torsional Stiffness of Reinforced Concrete Structures in Pure Torsion. Chalmers University of Technology Göteborg, Division of Concrete Structures, Report 71:1, 1971.
[Kar-1995]	Karayannis, C. G.: A Numerical Approach to Steel Fibre Reinforced Concrete under Torsion. In: Journal Structural Engineering Review 7 (1995), No. 2, S. 83-91.
[Kar-2000]	Karayannis, C. G.: Nonlinear Analysis and Tests of Steel-Fiber Concrete Beams in Torsion. In: Structural Engineering and Mechanics 9 (2000), No. 4, S. 323-338.
[Kni-2014]	Knitl, J.: Hybridtürme für Windkraftanlagen in Fertigteilbauweise — Effiziente Stromgewinnung. In: BFT International Vol. 80 (2014), Heft 2, S. 54-55.
[Kor-1983]	Kordina, K.; Teutsch, M.: Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung infolge Biegung, Querkraft und Torsion. In: Beton- und Stahlbetonbau 78 (1983), Heft 1, S. 1-6.
[Kor-1984]	Kordina, K.; Teutsch, M.; Weber, V.: Spannbetonbauteile in Segmentbauart unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 350, Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 1984.
[Kuy-1968]	Kuyt, B.: The Ultimate Torsional Resistance of Rectangular Reinforded Concrete Beams. In: Concrete 2 (1968), No. 12, S. 522-527.
[Kwa-2015]	Kwahk, I.; Joh, C.; Lee, J. W.: Torsional Behavior Design of UHPC Box Beams Based on Thin- Walled Tube Theory. In: Engineering 7 (2015), S. 101-114.
[Lam-1 <b>967</b> ]	Lampert, P.; Thürlimann, B.: Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft. Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 12, 1967.
[Lam-1968]	Lampert, P.; Thürlimann, B.: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 6506-2, 1968.
[Lam-1970-1]	Lampert, P.: Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung. Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 26, 1970.
[Lam-1970-2]	Lampert, P.: Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken. In: Schweizerische Bauzeitung 88 (1970), Heft 5, S. 85- 95.
[Lam-1971-1]	Lampert, P.; Lüchinger, P.; Thürlimann, B.: Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken. Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 6506-4, 1971.
[Lam-1971-2]	Lampert, P.: Postcracking Stiffness of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending. In: Proceedings of the SP-35: Analysis of Structural Systems for Torsion, ACI Publication SP-35, Denver, 07.0312.03.1971, S. 385-433.
[Läp-2011]	Läpple, V.: Einführung in die Festigkeitslehre. 3. verbesserte und erweiterte Auflage, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
[Leo-1967]	Leonhardt, F.: Zur Frage der Übereinstimmung von Berechnung und Wirklichkeit bei Tragwerken aus Stahlbeton und Spannbeton. In: Konstruktiver Ingenieurbau — Hirschfeld- Festschrift, S. 158-168, Düsseldorf: Werner-Verlag, 1967.
[Leo-1974]	Leonhardt, F.; Schelling, G.: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 239, Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 1974.
[Les-1959]	Lessig, N. N.: Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии изгиба и кручения ("Ermittlung der Tragfähigkeit von Stahlbetonelementen mit rechteckigem Querschnitt unter gleichzeitiger Einwirkung von Biegung und Torsion"). In: Beton i Zhelezobeton (1959), Nr. 3, S. 109-113.

[Lev-2007]	Leutbecher, T.: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC). Dissertation, Universität Kassel, 2007.
[Man-1982-1]	Mansur, M. A.; Paramasivam, P.: Steel Fibre Reinforced Concrete Beams in Pure Torsion. In: The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete 4 (1982), No. 1, S. 39-45.
[Man-1982-2]	Mansur, M. A.: Bending-Tosion Interaction for Concrete Beams Reinforced with Steel Fibres. In: Magazine of Concrete Research 34 (1982), No. 121, S. 182-190.
[Man-1985]	Mansur, M. A.; Lim, T. Y.: Torsional Behaviour of Reinforced Fibre Concrete Beams. In: The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete 7 (1985), No. 4, S. 261- 267.
[Man-1989]	Mansur, M. A.; et al.: Torsional Response of Reinforced Fibrous Concrete Beams. In: ACI Structural Journal 86 (1989), No. 1, S. 36-44.
[Mav-2014]	Maurer, R.; et al.: Effektive Steifigkeiten, Anrechenbarkeit von Spanngliedern und heute unzulässige Bewehrungsformen beim Nachweis für Querkraft- und Torsion bei Bestandsbrücken. In: Bauingenieur 89 (2014), Heft 12, S. 511-520.
[May-2012]	Mayr, M.: Technische Mechanik — Statik — Kinematik — Kinetik — Schwingungen — Festigkeitslehre. 7. überarbeitete Auflage, München: Carl Hanser Verlag, 2012.
[MC-1978]	Comité Euro-International Du Beton. CEB-FIP Model Code 1978. CEB/FIP Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 3. Ausgabe, Deutsch, 1978.
[MC-1990]	Comité Euro-International Du Beton. CEB-FIP Model Code 1990. Design Code, Juni 1991.
[MC-2010]	Comité Euro-International Du Beton. CEB-FIP Model Code 2010. Design Code, September 2011.
[Mit-1971]	Mitchell, D.; Lampert, P.; Collins, M.: The Effect of Stirrup Spacing and Longitudinal Restraint on the Behavior of Reinforced Concrete Beams Subjected to Pure Torsion. Civil Engineering Publication No. 71-22, University of Toronto, 1971.
[Mit-1974-1]	Mitchell, D.; Collins, M.: The Behaviour of Structural Concrete Beams in Pure Torsion. University of Toronto, Department of Civil Engineering, Publication 74-06, 1974.
[Mit-1974-2]	Mitchell, D.: The Behaviour of Structural Concrete Beams in Pure Torsion — Appendix. University of Toronto, Department of Civil Engineering, Publication 74-06, 1974.
[Mit-1974-3]	Mitchell, D.; Collins, M.: Diagonal Compression Field Theory — A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion. In: ACI Journal 71 (1974), No. 8, S. 396-408.
[Mit-1976]	Mitchell, D.; Collins, M.: Detailing for Torsion. In: ACI Journal 73 (1976), No. 9, S. 506-511.
[Mül-2010]	Müller, HS.; Reinhardt, HW.: Beton. Betonkalender 2010 Teil 1, Berlin: Ernst & Sohn, 2010, S. 291-436.
[Nad-1923]	Nadai, A.: Der Beginn des Fließvorganges in einem tordierten Stab. In: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 3 (1923), Heft 6, S. 442-454.
[Nad-1950]	Nadai, A.: Theory of Flow and Fracture of Solids, Vol.1, McGraw-Hill Book Co., New York, 1950.
[Nar-1979]	Narayanan, R.; Toorani-Goloosalar, Z.: Fibre Reinforced Concrete in Pure Torsion and in Combined Bending and Torsion. In: Proceedings Institution of Civil Engineers Part 2 (1979), S. 987-1001.
[Nar-1981]	Narayanan, R.; Green, K. R.: Fibre Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion. In: Indian Concrete Journal 55 (1981), No. 8, S. 222-232.
[Nar-1983]	Narayanan, R.; Kareem-Palanjian, A. S.: Steel Fibre Reinforced Concrete Beams in Torsion. In: The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete 5 (1983), No. 4, S. 235-246.

[Nar-1984]	Narayanan, R.; Kareem-Palanjian, A. S.: Torsion in Prestressed Concrete Beams Containing Steel Fibres. In: The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete 6 (1984), No. 2, S. 81-91.
[Nar-1985]	Narayanan, R.; Kareem-Palanjian, A. S.: A Space Truss Model for Fibre-Concrete Beams in Torsion. In: The Structural Engineer 63 (1985), No. 1, S. 14-19.
[Nar-1986]	Narayanan, R.; Kareem-Palanjian, A. S.: Torsion in Beams Reinforced with Bars and Fibers. In: Journal of Structural Engineering 112 (1986), No. 1, S. 53-66.
[Nav-1833]	Navier, C. L. M. H.: Résumé Des Leçons Données A L'École Des Ponts Et Chaussées, Sur L'Application De La Mécanique A L'Établissement Des Constructions Et Des Machines, A Paris, Chez Carilian-Goeury, Libraire Des Corps Royaux Des Ponts Et Chaussées Et Des Mines, Quai Des Augustins, N° 41, 1833.
[Nev-2005]	Neves, R. D.; Fernandes de Almeida, J. C. O.: Compressive behaviour of steel fibre reinforced concrete. In: Structural Concrete - Journal of the fib 6 (2005), No. 1, S. 1-8.
[Nit-1998]	Nitschke, A.: Tragverhalten von Stahlfaserbeton für den Tunnelbau. Dissertation, Ruhr Universität Bochum, 1998.
[Niy-1985]	Niyogi, S. K.; Dwarakanathan, G. I.: Fiber Reinforced Beams under Moment and Shear. In: Journal of Structural Engineering 111 (1985), No. 3, S. 516-527.
[Oet-2011]	Oettel, V.; Empelmann, M.: Monolithische Balken und vorgespannte Segmentbauteile aus UHPC unter Torsions- und kombinierter Biege-, Querkraft- und Torsionsbeanspruchung. Vortrag: Zwischenkolloquium DFG-Schwerpunktprogramm 1182 "Nachhaltiges Bauen mit UHPC", Kassel: 12.04.2011.
[Oet-2013-1]	Oettel, V.; Empelmann, M.: Feinprofilierte UHPFRC-Trockenfugen für Segmentbauteile. In: Beton- und Stahlbetonbau 108 (2013), Heft 7, S. 487-495.
[Oet-2013-2]	Oettel, V.: Faserbeton unter Torsionsbeanspruchung. In: Tagungsband zur 1. DAfStb- Jahrestagung mit 54. DAfStb-Forschungskolloquium, Bochum, 07.11-08.11.2013, S. 315-320.
[Oet-2014-1]	Oettel, V.; Empelmann, M.: Druckstrebentragfähigkeit von vorgespannten UHPFRC-Hohlkästen unter Torsion und kombinierter Beanspruchung. In: Beton- und Stahlbetonbau 109 (2014), Heft 3, S. 182-192.
[Oet-2014-2]	Oettel, V.; Empelmann, M.: Monolithische Balken und vorgespannte Segmentbauteile aus UHPC unter Torsions- und kombinierter Biege-, Querkraft- und Torsionsbeanspruchung — Monolithic Box Girders and Prestressed Segmental Components Made of UHPC under Torsion and Combined Bending, Shear and Torsion. In: Nachhaltiges Bauen mit ultra-hochfestem Beton — Sustainable Building with Ultra-High Performance Concrete. Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 22, Kassel, 2014, S. 515-530.
[Oet-2014-3]	Oettel, V.; Rieke, A.; Empelmann, M.: Production and Testing of Thin-Walled UHPFRC Precast Elements — Herstellen und Prüfen von dünnwandigen UHPFRC-Fertigteilen. In: BFT International Vol. 80 (2014), Heft 11, S. 64-74.
[Oet-2015-1]	Oettel, V.; A. Rieke; Empelmann, М.: Производство и испытания тонкостенных сборных элементов из сверхвысокопрочного фибробетона ("Herstellen und Prüfen von dünnwandigen UHPFRC-Fertigteilen"). In: BFT International Russia (2015), Heft 1, S. 24-30.
[Oet-2015-2]	Oettel, V.; Empelmann, M.: Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung für UHPFRC in Anlehnung an DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton. In: Beton- und Stahlbetonbau 110 (2015), Heft 7, S. 468-478.
[Ojh-1973]	Ojha, S. K.; Kordina, K.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Stahlbetonrechteckbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment und Querkraft. Forschungsbericht, Institiut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, Technische Universität Braunschweig, 1973.

[0ka-2012]	Okay, F.; Engin, S.: Torsional Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams. In: Con- struction and Building Materials 28 (2011), No. 1, S. 269-275.
[ÖVBB-2008]	Österreichische Vereinigung für Beton- und Bautechnik (Hrsg.): ÖVBB-Richtlinie Faserbeton. Ausgabe Juli 2008.
[Pan-1970]	Pandit, G. S.: Ultimate Torque of Rectangular Reinforced Concrete Beams. In: Journal of the Structural Division 96 (1970), No. 9, S. 1987-1995.
[Pra-1903]	Prandtl, L.: Zur Torsion von prismatischen Stäben. In: Physikalische Zeitschrift 4 (1903), No. 26 b, S. 758-759.
[Pra-1904]	Prandtl, L.: Eine neue Darstellung der Torsionsspannungen bei prismatischen Stäben von beliebigem Querschnitt. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 13 (1904), S. 31-36.
[Rah-1970]	Rahlwes, K.: Zur Torsionssteifigkeit von Stahlbetonrechteckquerschnitten. In: Beton- und Stahlbetonbau 65 (1970) , Heft 9, S. 226-228.
[Rao-2003]	Rao, G. T. D.; Seshu, R. D.: Torsion of Steel Fiber Reinforced Concrete Members. In: Cement and Concrete Research 33 (2003), No. 11, S. 1783 — 1788.
[Rao-2005]	Rao, G. T. D.; Seshu, R. D.: Analytical Model for the Torsional Response of Steel Fiber Reinforced Concrete Members under Pure Torsion. In: Cement and Concrete Composites 27 (2005), No. 4, S. 493-501.
[Rao-2006]	Rao, G. T. D.; Seshu, R. D.: Torsional Response of Fibrous Reinforced Concrete Members: Effect of Single Type of Reinforcement. In: Construction and Building Materials 20 (2006), No. 3, S. 187-192
[Rao-2010]	Rao, G. T. D.; Seshu, R. D.; Warnitchai, P.: Effect of Steel Fibers on the Behaviour of Over- Reinforced Beams Subjected to Pure Torsion. In: Civil Engineering Dimension 12 (2010), No. 1, S. 44-51.
[Rav-1929]	Rausch, E.: Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung (Torsion) und Abscheren. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1929.
[Rav-1953]	Rausch, E.: Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau. 3. Auflage, Düsseldorf: Deutscher Ingenieur-Verlag, 1953.
[Rei-2009]	Reichel, M.: Stoffliche und konstruktionsbezogene Besonderheiten beim Einsatz von UHFB im Brückenbau am Beispiel von drei Pilotprojekten. In: Beton- und Stahlbetonbau 104 (2009), Heft 9, S. 589-598.
[Rei-2010]	Reichel, M. M.: Dünnwandige Segmentfertigteilbauweisen im Brückenbau aus gefasertem Ultrahochleistungsbeton (UHFB) — Tragverhalten, Bemessung und Konstruktion. Dissertation, Technische Universität Graz, 2010.
[Rei-2011]	Reichel, M.; Sparowitz, L.; Freytag, B.: Wildbrücke Völkermarkt — vorgespanntes Bogentrag- werk aus UHFB-Segmentfertigteilen — Teil 1: Entwurf und Bemessung. In: Beton- und Stahlbetonbau 106 (2011), Heft 11, S. 760-769.
[Rei-2012]	Reineck, KH.; Kuchma, D. A.; Fitik, B.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 597, Berlin: Beuth Verlag, 2012.
[Rom-2004]	Rombach, G.; Specker, A.: Segmentbrücken. Betonkalender 2004 Teil 1. Berlin: Ernst & Sohn, 2003, S. 177-211.
[Ros-2003]	Rosenbusch, J.: Zur Querkrafttragfähigkeit von Balken aus stahlfaserverstärktem Stahlbeton. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2003.

[Sai-1856]	Saint-Venant, B. de: Mémoire sur la Torsion des Prismes, avec de considérations sur leur flexion, ainsi que sur l'équilibre intérieur des solides élastiques en général, et des formules pratiques pour le calcul de leur réstistance á divers efforts s'exerçant simultané. In: Lu á l'Académie des Sciences, de l'Institut Impérial de France et imprimé par son ordre. Imprimerie Impériale, Paris (1856), Vol. 14, S. 233-260.
[Sch-2005]	Schießl, A.: Die Druckfestigkeit von gerissenen Scheiben aus Hochleistungsbeton und selbstverdichtendem Beton unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Rissneigung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 548, Berlin: Beuth Verlag, 2005.
[Sch-2009]	Schnell, J.; Schuler, F.; Sych, T.: Analyse der Faserorientierung in Betonen mit Hilfe der Computer-Tomographie. Bericht zum Forschungsvorhaben DBV 273, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion, Technische Universität Kaiserslautern, 2009.
[Sch-2008]	Schmidt, M.; et al.: Sachstandsbericht — Ultrahochfester Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 561, 1. Auflage, Berlin: Beuth Verlag, 2008.
[Sch-2011]	Schladitz, F.: Torsionstragverhalten von textilbetonverstärkten Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2011.
[Sch-2013]	Scheydt, J. C.: Mechanismen der Korrosion bei ultrahochfestem Beton. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2013.
[Sha-1989]	Sharma, A. K.: Design of Fibre-Reinforced Concrete Rectangular Members under Axial Compression, Bending and Torsion. In: Proceedings of International Conference on Recent Developments in Fibre Reinforced Cements and Concretes (1989), Cardiff, S. 676-686.
[Ste-2014]	Steven, G.: Trag- und Nachbruchverhalten von Stützen aus ultrahochfestem Beton mit hochfester Längsbewehrung. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2014.
[Str-2007]	Strack, M.: Modellbildung zum rissbreitenabhängigen Tragverhalten von Stahlfaserbeton unter Biegebeanspruchung. Dissertation, Ruhr Universität Bochum, 2007.
[Swa-1970]	Swann, R. A.: Experimental Basis for a Design Method for Rectangular Reinforced Concrete Beams in Torsion. Technical Report, Cement and Concrete Association, No. 42.452, 1970.
[Sza-2001]	Szabó, I.: Höhere Technische Mechanik. 6. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2001.
[Teu-1979]	Teutsch, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979.
[Teu-1982]	Teutsch, M.; Kordina, K.: Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 334, Berlin: Ernst und Sohn Verlag, 1982.
[Teu-2011]	Teutsch, M.; Wiens, U.; Alfes, C.: Erläuterung zur DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton. Betonkalender 2011 Teil 2, Berlin: Ernst & Sohn, 2011, S. 141-175.
[Tho-1882]	Thomson, W.; Tait, P. G.: Elements of Natural Philosophy — Part I. New Edition. Cambridge: C. J. Clay & Son — University Press, 1882.
[Tho-2005]	Thomée, B.: Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlfaserbetonkonstruktionen. Dissertation, Technische Universität München, 2005.
[Thü-1 <b>973</b> ]	Thürlimann, B.; Lüchinger, P.: Steifigkeit von gerissenen Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung. In: Beton- und Stahlbetonbau 68 (1973), Heft 6, S. 146-152.
[Thü-1979]	Thürlimann, B.: Torsional Strength of Reinforced and Prestressed Concrete BeamsCEB Approach. Institut für Baustatik ETH Zürich, Bericht Nr. 92, 1979.
[Tim-1951]	Timoshenko, S.; Goodier, J. N.: Theory of Elasticity. 2nd Edition, New York: McGraw-Hill Book Company, 1951.
[Vav-2005]	Vavel, A.: BFUP Béton d'exception pour innovations multiples. In: Construction Moderne — Annuel Overages d'Art 2005, Paris: CIM béton, 2005, S. 30-32.

[Ven-1987]	Venkappa, V.; Pandit, G. S.: Cyclic Torsion Tests on Reinforced Concrete Beams. In: Journal of Structural Engineering 113, 1987, No. 6, S. 1329-1340.
[Vic-1973]	Victor, D. J.; Muthukrishnan, R.: Effects of Stirrups on Ultimate Torque of Reinforced Concrete Beams. In: ACI Journal 70 (1973), No. 4, S. 300-306.
[Vis-1983]	Visalvanich, K.; Naaman, A. E.: Fracture Model for Fiber Reinforced Concrete. In: ACI Journal 80 (1983), No. 2, S. 128-138.
[Waf-1992]	Wafa, F. W.; Hasnat, A.; Tarabolsi, O. F.: Prestressed Fiber Reinforced Concrete Beams Subjected to Torsion. In: ACI Structural Journal 89 (1992), No. 3, S.272-283.
[Wes-1993]	Wesche, K.: Baustoffe für tragende Bauteile — Band 2: Beton, Mauerwerk (Nichtmetallisch- anorganische Stoffe). 3. völlig neubearbeitete und erweiterte Auflage, Wiesbaden: Bauverlag, 1993.
[Wic-2013-1]	Wichers, M.: Bemessung von bewehrten Betonbauteilen bei Teilflächenbelastung unter Berücksichtigung der Rissbildung. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2013.
[Wic-2013-2]	Wichmann, HJ.; Holst, A.; Budelmann, H.: Ein praxisgerechtes Messverfahren zur Bestimmung der Fasermenge und -orientierung im Stahlfaserbeton — Einsatz des Stahlfasermessgerätes "BSM100" für Frisch- und Festbetonuntersuchungen. In: Beton- und Stahlbetonbau 108 (2013), Heft 12, S. 822-834.
[Wie-1998]	Wiens, U.; et al.: Mikrorissbildung in Hochleistungsbeton — Vom Modell zu den Auswirkungen auf Betoneigenschaften. In: Tagungsband zum 36. DAfStb-Forschungskolloquium, Aachen, 08.10-09.10.1998, S. 234-247.
[Yan-2013]	Yang, I.; et al.: Torsional Behavior of Ultra-High Performance Concrete Squared Beams. In: Engineering Structures 56 (2013), S. 372-383.
[Yud-1962]	Yudin, V. К.: Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии кручения и изгиба ("Ermittlung der Tragfähigkeit von Stahlbetonelementen mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung"). In: Beton i Zhelezobeton (1962), Nr. 6, S. 265-268.
[Zed-2006]	Zedler, T.; Mark, P.: Druckstrebentragfähigkeit torsionsbeanspruchter Stahlbetonbalken mit üblicher Betondeckung. In: Beton- und Stahlbetonbau 101 (2006), Heft 9, S. 681-694.
[Zed-2011]	Zedler, T.: Zum Tragverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter Torsion. Dissertation, Ruhr Universität Bochum, 2011.
[Zil-2010]	Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau — Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). 2. neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Heidelberg: Springer Verlag, 2010.



## A-1 Schal- und Bewehrungspläne

Bild A-1: Schalplan Versuchskörper V1



Bild A-2: Schalplan Versuchskörper V0, V2, V3, V4; V5, V6, V7 und V9



Bild A-3: Schalplan Versuchskörper V8 und V10



#### Ansicht/Draufsicht

### Bild A-4: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V0



## Bild A-5: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V1



## Bild A-6: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V2



### Bild A-7: Bewehrungsplan der Versuchskörper V3 und V4



Ansicht/Draufsicht

#### Bild A-8: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V5



Bild A-9: Bewehrungsplan der Versuchskörper V6 und V7



Querschnitt A-A

Querschnitt B-B



Hinweise: Schweißdetail: - Stahl - DMS 48  $-c_{\text{nom,sw}} = 1,0 \text{ cm}$  (Betondeckung 10 12 12 10 4 auf Bügelbew.) Einseitige Flanken-Kehlnaht und Stumpfnaht nach HIIIB - Fugenbemaßung bis Schwerachse Fuge (siehe Schalplan V8, V10) 16 DIN EN ISO 17660-1:2006 32 16

#### Bild A-10: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V8



Bild A-11: Bewehrungsplan des Versuchskörpers V9





Einseitige Flanken-Kehlnaht und Stumpfnaht nach DIN EN ISO 17660-1:2006

16

L

Ł

32



16

## A-2 Materialeigenschaften

Die Frisch- und Festbetoneigenschaften sind in Tabelle A-1 bis Tabelle A-3 zusammengefasst. Bei den Versuchskörpern V8 und V10 (Segmentbalken) sind jeweils die Werte der ersten und zweiten Betonage (Kontaktverfahren) angegeben.

Bezeichnung		V0	<b>V1</b>	V2	<b>V</b> 3	V4	V5	V6	<b>V7</b>	V8		V9	V10	
Setzfließmaß	[cm]	63,0	72,0	58,0	58,0	74,0	63,0	71,5	66,5	66,5	67,0	68,0	68,0	67,5
Luftporengehalt	[Vol%]	3,3	3,1	2,8	2,8	2,4	3,3	3,1	3,0	3,0	2,8	2,4	2,4	2,6
Rohdichte	[kg/dm <sup>3</sup> ]	2,40	2,47	2,47	2,47	2,37	2,40	2,41	2,43	2,43	2,41	2,42	2,42	2,42
Betontemperatur	[°C]	29,0	26,0	28,4	28,4	26,5	29,0	27,5	28,5	28,5	27,1	29,0	29,0	29,5
Lufttemperatur	[°C]	20,5	15,5	20,2	20,2	22,1	20,5	21,0	21,0	21,0	21,0	20,0	20,0	20,5

Tabelle A-1: Frischbetoneigenschaften

Tabelle A-2:	Festbetoneigenschaften	Würfel 10/10/10 cm.	Wasserlagerung

Bezeichnung		V0	V1	V2	<b>V</b> 3	V4	V5	V6	V7	V8		V9	V10	
f <sub>cm,cube,7d</sub>	[N/mm <sup>2</sup> ]	137,7	136,8	-	-	127,9	137,7	125,9	135,6	135,6	140,4	138,6	138,6	135,4
$f_{\rm cm,cube,28d}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	158,6	163,5	-	-	151,6	158,6	154,7	155,2	155,2	151,0	162,6	162,6	168,6

Tabelle A-3:	Festbetoneigenschaften Zylinder Ø15/30 cm, Balken 15/15/70 cm,
	Luftlagerung

Bezeichnung		V0	V1	V2	<b>V</b> 3	V4	V5	V6	V7	V8		V9	V10	
Betonalter	[d]	27	70	27	49	57	85	28	64	29	28	56	87	86
$f_{\rm cm,cyl}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	163,7	167,6	149,3	146,3	158,8	163,7	156,4	169,4	157,9	160,9	172,3	178,3	182,9
$f_{\rm ctm}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	6,5	8,4	6,4	7,7	5,3	6,5	7,9	6,4	-	6,7	5,4	-	5,1
<i>f</i> <sub>ctm,f,0,5</sub>	[N/mm <sup>2</sup> ]	7,9	19,4	9,4	8,7	0,0	7,9	10,0	8,5	-	6,4	6,2	-	5,9
<i>f</i> <sub>ctm,f,3,5</sub>	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,8	6,3	3,4	2,2	0,0	2,8	5,0	2,5	-	2,4	2,2	-	1,8

Die Begleitkörper für V0 und V5 konnten nur noch aus Frischbeton mit Agglomeraten von Zement, Silikastaub oder Quarzmehl hergestellt werden (s. Abschn. 5.2.2). Da die Ergebnisse damit als nicht repräsentativ angesehen werden müssen, sind aus o. g. Grund bei V0 und V5 die gemittelten Mittelwerte aus V2, V3, V6, V7, V8, V9 und V10 angegeben, da sie denselben Fasergehalt aufweisen.

Die Last-Durchbiegungs-Beziehung und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung der Biegebalkenprüfungen sind in Bild A-13 bis Bild A-21 dargestellt.



Bild A-13: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V1



Bild A-14: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V2



Bild A-15:Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-<br/>Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V3


Bild A-16: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V4



Bild A-17: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V6



Bild A-18:Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-<br/>Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V7



Bild A-19: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V8



Bild A-20: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V9



Bild A-21: Last-Durchbiegungs-Beziehung (links) und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung (rechts) der Biegebalkenprüfung V10

Die Eigenschaften der verwendeten Längs- und Bügelbewehrung können Tabelle A-4 und Tabelle A-5 sowie Bild A-22 bis Bild A-30 entnommen werden.

Tabelle A-4: Eigenschaften Längsbewehrung B500

Bezeichnung		V0	V1	V2	<b>V</b> 3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
Duktilitätsklasse	[-]	А	-	-	В	В	А	(ME)	(ME)	(ME)	(ME)	(ME)
Durchmesser	[mm]	6	-	-	12	12	12	-	-	-	-	-
Streckgrenze $f_{ym,sl}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	578	-	-	521	521	586	-	-	-	-	-
Zugfestigkeit $f_{\rm tm,sl}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	640	-	-	621	621	617	-	-	-	-	-
E-Modul $E_{\rm sl} \cdot 10^{-3}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	170	-	-	196	196	218	-	-	-	-	-

Tabelle A-5: Eigenschaften Bügelbewehrung B500

Bezeichnung		V0	V1	V2	<b>V</b> 3	V4	V5	V6	<b>V7</b>	V8	V9	V10
Duktilitätsklasse	[-]	А	-	-	Α	Α	А	А	А	А	А	А
Durchmesser	[mm]	6	-	-	12	12	12	12	12	12	12	12
Streckgrenze $f_{ym,sw}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	578	-	-	590	590	586	590	592	593	564	562
Zugfestigkeit $f_{tm,sw}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	640	-	-	620	620	617	620	631	632	611	610
E-Modul $E_{\rm sw} \cdot 10^{-3}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	170	-	-	191	191	218	191	205	195	201	206

## Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_{S}$	F <sub>p 0.2</sub>	R <sub>p 0.2</sub>	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	V0	5,94	27,74	-1,87	16,2	584	17,7	637	4,4	145,4
2	2/21	V0	5,94	27,74	-1,87	15,8	570	17,8	641	4,2	127,4
3	2/21	V0	5,94	27,72	-1,97	15,9	572	17,7	639	4,7	162,7
4	2/21	V0	5,94	27,71	-1,99	16,3	590	17,9	645	5,1	84,0
5	2/21	V0	5,95	27,77	-1,78	15,6	562	17,7	639	4,6	128,3
6	2/21	V0	5,93	27,64	-2,25	16,3	588	17,6	638	5,5	372,9



Bild A-22: Auszug des Prüfprotokolls der Längs- und Bügelbewehrung V0

## Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	LG	ds	As	$\Delta A_{\rm S}$	F <sub>p 0.2</sub>	Rp 0.2	Fm	Rm	R <sub>m</sub> /R <sub>p0,2</sub>	A11,3	Ag	Agt	E
			mm	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>		%	%	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	ohne	480	11,96	112,29	-0,72	58,3	519	69,7	621	1,20	13,8	10,8	11,1	196,8
2	2/21	ohne	480	11,97	112,55	-0,48	58,8	522	69,8	621	1,19	14,3	9,3	9,6	190,9
3	2/21	ohne	480	11,97	112,58	-0,46	59,5	528	70,7	628	1,19	13,3	8,9	9,2	204,1
4	2/21	ohne	480	11,98	112,66	-0,39	59,0	524	70,1	622	1,19	14,3	9,9	10,3	195,7
5	2/21	ohne	479	11,97	112,50	-0,53	57,7	513	69,0	613	1,20	14,8	9,5	9,9	185,6
6	2/21	ohne	480	11.97	112.61	-0.43	58.6	520	70,1	623	1.20	15.3	10.8	11.1	201.3

#### Seriengrafik:





#### Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	LG	ds	As	$\Delta A_{\rm S}$	F <sub>p 0.2</sub>	R <sub>p 0.2</sub>	Fm	Rm	R <sub>m</sub> /R <sub>p0,2</sub>	A11,3	Ag	Agt	E
			mm	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>		%	%	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	ohne	480	12,04	113,83	0,65	67,2	590	70,6	620	1,05	10,0	5,5	5,8	200,2
2	2/21	ohne	480	12,03	113,61	0,46	66,1	582	69,5	612	1,05	10,6	5,5	5,9	169,5
3	2/21	ohne	480	12,03	113,75	0,57	66,7	586	70,3	618	1,05	11,5	5,7	6,1	186,1
4	2/21	ohne	480	12,04	113,91	0,72	67,3	591	70,6	620	1,05	11,2	5,8	6,1	206,0
5	2/21	ohne	481	12,02	113,56	0,41	68,0	598	71,2	627	1,05	10,6	5,1	5,4	193,5
6	2/21	ohne	481	12,03	113,64	0,48	67,5	594	70,8	623	1,05	10,9	7,2	7,5	191,0



Bild A-24: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V3 und V4

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_{S}$	F <sub>p 0.2</sub>	Rp 0.2	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	V5	11,81	109,58	-3,11	64,4	587	67,6	617	5,2	214,9
2	2/21	V5	11,81	109,58	-3,11	63,7	582	67,9	620	5,5	165,8
3	2/21	V5	11,80	109,41	-3,26	63,8	583	67,0	612	4,8	255,7
4	2/21	V5	11,80	109,44	-3,23	64,9	593	67,6	618	4,8	250,3
5	2/21	V5	11,82	109,66	-3,04	63,5	579	67,9	619	6,5	170,0
6	2/21	V5	11.83	109.87	-2.85	65.1	593	67.9	618	5.3	248.9

## Seriengrafik:

Ergebnisse:



Bild A-25: Auszug des Prüfprotokolls der Längs- und Bügelbewehrung V5

## Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	LG	ds	As	$\Delta A_{\rm S}$	Fp 0.2	Rp 0.2	Fm	Rm	Rm/Rp0,2	A11,3	Ag	Agt	E
			mm	mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>		%	%	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	ohne	480	12,04	113,83	0,65	67,2	590	70,6	620	1,05	10,0	5,5	5,8	200,2
2	2/21	ohne	480	12,03	113,61	0,46	66,1	582	69,5	612	1,05	10,6	5,5	5,9	169,5
3	2/21	ohne	480	12,03	113,75	0,57	66,7	586	70,3	618	1,05	11,5	5,7	6,1	186,1
4	2/21	ohne	480	12,04	113,91	0,72	67,3	591	70,6	620	1,05	11,2	5,8	6,1	206,0
5	2/21	ohne	481	12,02	113,56	0,41	68,0	598	71,2	627	1,05	10,6	5,1	5,4	193,5
6	2/21	ohne	481	12,03	113,64	0,48	67,5	594	70,8	623	1,05	10,9	7,2	7,5	191,0



Bild A-26: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V6

## Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_{S}$	Fp 0.2	Rp 0.2	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	82463	11,97	112,47	-0,55	66,5	591	70,9	631	5,9	195,1
2	2/21	82463	11,95	112,10	-0,88	66,7	595	70,4	628	5,0	219,9
3	2/21	82463	11,97	112,61	-0,43	66,9	594	71,4	634	4,9	204,6
4	2/21	82463	11,97	112,47	-0,55	67,2	597	71,4	635	5,7	200,7
5	2/21	82463	11,96	112,39	-0,62	66,3	590	70,8	630	5,9	215,6
6	2/21	82463	11.96	112.34	-0.67	65.8	586	70.4	627	5.4	194.7

## Seriengrafik:



Bild A-27: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V7

#### Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_S$	F <sub>p 0.2</sub>	R <sub>p 0.2</sub>	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	82463	11,97	112,50	-0,53	66,6	592	71,1	632	5,4	194,4
2	2/21	82463	11,96	112,31	-0,69	66,9	595	71,2	634	5,1	196,4
3	2/21	82463	11,96	112,37	-0,65	67,1	597	71,5	636	5,5	188,4
4	2/21	82463	11,95	112,18	-0,81	65,7	586	70,3	627	6,0	198,6
5	2/21	82463	11,97	112,55	-0,48	66,6	591	70,7	629	5,2	196,9
6	2/21	82463	11.97	112.58	-0.46	67.1	596	71.5	635	5.7	195.8



Bild A-28: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V8

_								
_	201	^	h	n	10	-	^	٠
-	ıu	e	IJ		13	э	e	
_		_				_	-	

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_{S}$	F <sub>p 0.2</sub>	R <sub>p 0.2</sub>	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	V9	11,96	112,35	-0,66	63,4	564	68,3	608	6,2	227,2
2	2/21	V9	11,94	112,06	-0,92	63,2	564	68,7	613	6,4	173,8
3	2/21	V9	11,95	112,22	-0,78	63,7	568	69,0	615	6,0	288,4
4	2/21	V9	11,95	112,17	-0,82	62,6	558	68,7	613	7,4	166,9
5	2/21	V9	11,96	112,27	-0,73	63,8	568	68,2	607	5,9	186,3
6	2/21	V9	11.95	112.09	-0.89	62.8	560	68.8	613	6.4	160.9



Bild A-29: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V9

Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	ds	As	$\Delta A_{S}$	Fp 0.2	Rp 0.2	Fm	Rm	Agt	E
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm <sup>2</sup>	kN	N/mm <sup>2</sup>	%	kN/mm <sup>2</sup>
1	2/21	V10	11,96	112,27	-0,73	63,0	562	68,2	607	7,0	184,1
2	2/21	V10	11,94	112,06	-0,92	64,1	572	68,2	609	6,5	299,8
3	2/21	V10	11,95	112,09	-0,89	62,8	560	68,8	613	6,4	160,9
4	2/21	V10	11,95	112,11	-0,87	62,7	559	68,3	609	7,6	181,4
5	2/21	V10	11,95	112,11	-0,87	63,7	568	68,3	609	5,3	245,3
6	2/21	V10	11,95	112,22	-0,77	61,6	549	68,6	611	7,0	162,4





Bild A-30: Auszug des Prüfprotokolls der Bügelbewehrung V10

# 

# A-3 Auswertung der Verdrehungen und Durchbiegungen

## Bild A-31: Bestimmung der Verdrehungen und der Durchbiegungen der Balken mithilfe der unterhalb der Versuchskörper angebrachten Wegaufnehmer

Die Berechnung der Verdrillungen und Durchbiegungen aus den Verformungsmessungen der unterhalb Versuchskörper angebrachten der Wegaufnehmer (vgl. Bild 5-13) erfolgt in Anlehnung an [Teu-1982]. Bild A-31 zeigt den unverformten (gestrichelte Linien) und den verformten Versuchskörper inklusive der Wegaufnehmer.

## Ermittlung der Verdrillung

Der Winkel  $\alpha$  kann mithilfe des Kosinussatzes über

$$L_2^{\prime 2} = L_1^{\prime 2} + a^2 - 2 \cdot L_1^{\prime} \cdot a \cdot \cos \alpha$$
 Gl. A-1

zu

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a}{2 \cdot L_1'} + \frac{L_1'}{2 \cdot a} - \frac{L_2'^2}{2 \cdot L_1' \cdot a}\right)$$
Gl. A-2

ermittelt werden.

Hieraus folgt der Winkel  $\alpha_1$  zu:

$$\alpha_1 = 90^\circ - \alpha \qquad \qquad \text{Gl. A-3}$$

Mithilfe des Kosinussatzes kann des Weiteren der Winkel  $\gamma$  über

$$L_1^{\prime 2} = a^2 + L_2^{\prime 2} - 2 \cdot a \cdot L_2^{\prime} \cdot \cos \gamma$$
 Gl. A-4

zu

$$\gamma = \arccos\left(\frac{L_2'}{2 \cdot a} - \frac{L_1'^2}{2 \cdot a \cdot L_2'} + \frac{a}{2 \cdot L_2'}\right)$$
Gl. A-5

und der Winkel  $\beta$  über

$$a^{2} = L_{2}^{\prime 2} + L_{3}^{\prime 2} - 2 \cdot L_{2}^{\prime} \cdot L_{3}^{\prime} \cdot \cos \beta$$
 Gl. A-6

zu

$$\beta = \arccos\left(\frac{L'_3}{2 \cdot L'_2} + \frac{L'_2}{2 \cdot L'_3} - \frac{a^2}{2 \cdot L'_2 \cdot L'_3}\right)$$
Gl. A-7

ermittelt werden.

Für den Winkels  $\alpha_2$  gilt:

$$\alpha_2 = \beta + \gamma - 90 \tag{G1. A-8}$$

Unter Verwendung der Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  kann die Torsionsverdrehung  $\varphi$  zu

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{L'_1 \cdot \cos \alpha_1 - L'_3 \cdot \cos \alpha_2}{a}\right)$$
Gl. A-9

berechnet werden.

Aus der Verdrehung  $\varphi$  zweier benachtbarter Messquerschnitte kann die Verdrillung  $\vartheta$  nach Gl. 3-2 bestimmt werden.

## Ermittlung der Durchbiegung

Die Vertikalverschiebung  $\delta_D$  des Punktes D kann wie folgt ermittelt werden:

$$\delta_{\rm D} = 0.5 \cdot (L_1 - L_1' \cdot \cos \alpha_1 + L_3 - L_3' \cdot \cos \alpha_2)$$
Gl. A-10

Für die Hilfslängen d, c und  $z_D$  gilt dagegen:

$$d = \frac{a/2 - L_1' \cdot \sin \alpha_1}{\cos \alpha}$$
Gl. A-11

$$c = \frac{a}{2} - d$$
 Gl. A-12

$$z_{\rm D} = c/\tan\varphi$$
 Gl. A-13

Über die Winkelbeziehungen des Einheitskreises kann die Durchbiegung  $\delta$  zu

$$\delta = \delta_{\rm D} + z_{\rm D} \cdot (1 - \cos \varphi) \qquad \qquad \text{Gl. A-14}$$

ermittelt werden.



Bild A-32: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V0



Bild A-33: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V1



Bild A-34: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V2



Bild A-35: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V3



Bild A-36: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V4



Bild A-37: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V5



Bild A-38: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V6



Bild A-39: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V7



Bild A-40: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V8



Bild A-41: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V9



Bild A-42: Torsionsmomenten-Verdrillungs-Verläufe V10



# A-4 Rissbilder im Bruchzustand





Bild A-44: Bruchrissbild V1

Anhang A: Dokumentation der experimentellen Torsionsversuche



Bild A-45: Bruchrissbild V2



Bild A-46: Bruchrissbild V3



Anhang A: Dokumentation der experimentellen Torsionsversuche

Bild A-47: Bruchrissbild V4



Bild A-48: Bruchrissbild V5





Bild A-49: Bruchrissbild V6



Bild A-50: Bruchrissbild V7







Bild A-52: Bruchrissbild V9

Anhang A: Dokumentation der experimentellen Torsionsversuche



Bild A-53: Bruchrissbild V10



# A-5 Auswertung der Beton-DMS-Rosetten

Bild A-54: Lage und Orientierung der Beton-DMS-Rosetten

Bestimmung der Hauptdehnungen und der Neigung (z. B. [Läp-2011])

Betonhauptdehnungen

$$\varepsilon_{1/2} = \frac{\varepsilon_{\rm L} + \varepsilon_{\rm Q}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_{\rm L} - \varepsilon_{\rm D})^2 + (\varepsilon_{\rm Q} - \varepsilon_{\rm D})^2} \qquad \text{Gl. A-15}$$

Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse

$$\theta_{\exp} = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{\varepsilon_{L} + \varepsilon_{Q} - 2 \cdot \varepsilon_{D}}{\varepsilon_{L} - \varepsilon_{Q}}\right)$$
Gl. A-16

## Erläuterung der Bezeichnungen der Beton-DMS-Rosetten

z. B. II-B4

- II = Messquerschnitt II
- B = Beton
- 4 = Hohlkastenwandung 4 (vorne)



Bild A-56: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V1



Bild A-58: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V2



Bild A-60: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V6



Bild A-62: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V7



Bild A-64: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V8



Bild A-66: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V9



Bild A-68: Neigung der Betonhauptdruckdehnungen zur Bauteillängsachse V10

# A-6 Auswertung der Stahl-DMS



## Bild A-69: Lage der Stahl-DMS auf Längs- und Bügelbewehrung (Beispiel Messquerschnitt II)

Erläuterung der Bezeichnungen der Stahl-DMS Längsbewehrung

- z. B. II-SL4
- II = Messquerschnitt II
- S = Stahl
- L = Längsbewehrung
- 4 = Hohlkastenwandung 4 (vorne)

# Erläuterung der Bezeichnungen der Stahl-DMS Bügelbewehrung

# z.B. II-SW4

- II = Messquerschnitt II
- S = Stahl
- W = Bügelbewehrung
- 4 = Hohlkastenwandung 4 (vorne)



0.0 0.0 0,0 1.0 2.0 3,0 4,0 5,0 6.0 0,0 1.0 Dehnung Bügelbewehrung  $\varepsilon_{sw}$  [‰] Dehnung Bügelbewehrung  $\varepsilon_{sw}$  [%]

Bild A-71: Dehnungen der Bügelbewehrung V0

2,0 3,0 4,0 5,0 6.0



Bild A-73: Dehnungen der Bügelbewehrung V3



Bild A-74: Dehnungen der Längsbewehrung V4



Bild A-75: Dehnungen der Bügelbewehrung V4



Bild A-77: Dehnungen der Bügelbewehrung V5



Bild A-78:



Dehnungen der Bügelbewehrung V6 Bild A-79:



Bild A-81: Dehnungen der Bügelbewehrung V7



Bild A-83: Dehnungen der Bügelbewehrung V8



Bild A-85: Dehnungen der Bügelbewehrung V9


Bild A-87: Dehnungen der Bügelbewehrung V10



# A-7 Auswertung der Faserorientierung

Bild A-88: Lage der Bohrkernentnahme

Erläuterung der Bezeichnungen der Bohrkerne

z. B. K-II-4

- K = Bohrkern
- II = Messquerschnitt II
- 4 = Hohlkastenwandung 4 (vorne)

Die mit dem elektromagnetischen Induktionsverfahren (BSM 100) ermittelten, mittleren Faserorientierungsbeiwerte je Bohrkernprobe Ø15,0 cm der Versuchskörper V1 und V2 können Bild A-89 bis Bild A-92 entnommen werden.

Die mittels der Computertomographie gewonnenen Schnittbilder (vgl. Bild 5-29 rechts) der kleineren Bohrkernproben Ø7,5 cm (Messquerschnitt VI bei Versuch V1 und Messquerschnitt IV bei Versuch V2) können Bild A-93 bis Bild A-100 entnommen werden. Die horizontale Achse der Schnittbilder entspricht der Bauteillängsachse (vgl. Bild A-88 rechts).



Bild A-89: Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V1 nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Riss)



Bild A-90: Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V2 nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Riss)





Bild A-91: Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V1 nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Bauteil)



Bild A-92: Faserorientierungsbeiwert je Wandung der Versuchskörper V2 nach dem Induktionsverfahren (Ausrichtung Bauteil)



geschalter Rand Vorderseite (a)



lf vom Rand Innenseite (d)



 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Vorderseite (b)



 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Innenseite (e)



 $l_{\rm f}$  vom Rand Vorderseite (c)



geschalter Rand Innenseite (f)

Bild A-93: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-1 des Versuchskörpers V1



geschalter Rand Vorderseite (a)





 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Vorderseite (b)





 $l_{\rm f}$  vom Rand Vorderseite (c)



geschalter Rand Innenseite (f)

 $l_{\rm f}$  vom Rand Innenseite (d)  $l_{\rm f}/2$  vom Rand Innenseite (e) CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-2 des Versuchskörpers V1 Bild A-94:



Bild A-95: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-3 des Versuchskörpers V1



 $l_{\rm f}$  vom Rand Innenseite (d)

 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Innenseite (e)

geschalter Rand Innenseite (f)

Bild A-96: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-VI-4 des Versuchskörpers V1



geschalter Rand Vorderseite (a)



 $l_{\rm f}$  vom Rand Innenseite (d)



 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Vorderseite (b)



 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Innenseite (e)



lf vom Rand Vorderseite (c)



geschalter Rand Innenseite (f)

Bild A-97: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-IV-1 des Versuchskörpers V2



geschalter Rand Vorderseite (a)





 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Vorderseite (b)





 $l_{\rm f}$  vom Rand Vorderseite (c)



geschalter Rand Innenseite (f)

Bild A-98: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-IV-2 des Versuchskörpers V2



Bild A-99: CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-IV-3 des Versuchskörpers V2



geschalter Rand Vorderseite (a)



 $l_{\rm f}$  vom Rand Innenseite (d)



 $l_{\rm f}/2$  vom Rand Vorderseite (b)







lf vom Rand Vorderseite (c)



geschalter Rand Innenseite (f)

CT-Schnittbilder der Kernbohrung K-IV-4 des Versuchskörpers V2 **Bild A-100:** 

# **B-1** Umrechnungen

# **Betondruckfestigkeit**

Bezugsgröße Betondruckfestigkeit (Zylinder Ø15/30 cm) $f_{c,cyl}$	$= f_{\rm c,cyl,150/300}$
Umrechnung der Betondruckfestigkeit (z. B. [Wes-1993], [Grü-2001], [Rei-201	2], [Wic-2013-1])
Würfel – Würfel (Kantenlängen in Indizes in [mm])	
$f_{\rm c,cube,150} = 0.947 \cdot f_{\rm c,cube,100}$	Gl. B-1
Würfel – Zylinder (Abmessungen in Indizes in [mm])	
$f_{\rm c,cyl,150/300} = 0.805 \cdot f_{\rm c,cube,150}$	Gl. B-2
Zylinder – Zylinder (Abmessungen in Indizes in [mm])	
$f_{\rm c,cyl,150/300} = 0.968 \cdot f_{\rm c,cyl,100/200}$	Gl. B-3

Umrechnung auf SI-Einheiten

1,0 kp/cm<sup>2</sup> = 0,0981 N/mm<sup>2</sup> 1,0 in = 25,4 mm 1,0 in<sup>2</sup> = 645,16 mm<sup>2</sup> 1,0 lbf = 1 pound = 4,4482 N 1,0 kip = 1000 pound = 4,4482 kN 1,0 psi = 1 lbf/in<sup>2</sup> = 6,8948  $\cdot$  10<sup>-3</sup> N/mm<sup>2</sup> 1,0 deg/in = 0,6871 rad/m 1,0 rad/m = 1,0  $\cdot$  180/ $\pi$  °/m 1,0 kip  $\cdot$  in = 0,1130 kNm 1,0 kgf  $\cdot$  m = 9,8067 Nm 1,0 kgf  $\cdot$  cm = 98,067 Nmm 1,0 kgf/cm<sup>2</sup> = 0,0981 N/mm<sup>2</sup> 1,0 lbf  $\cdot$  ft = 1,3558 Nm 1,0" = 2,54 cm

# **B-2** Datenbank

1	2	ŝ	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14	15	16
Nr.	öffentlichung	zzeichnung suchskörper		Abmessungen Versuchskörper				Beton					Fasern 1		
	Veri	B. Ver	[mm]	h[mm]	t [mm]	f <sub>ccy1,150/300</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	fctsp.150/300 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{\rm cim}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{\rm cm,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\operatorname{nom} f_{\operatorname{cm}, \mathrm{f}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Art 1	<i>l</i> <sub>f,1</sub> [mm]	$d_{i,1}$ [mm]	V <sub>f.1</sub> [Vol-%]	λ1 [-]
1		RP0	100,0	200,0	-	13,6	1,5	-	-	-	-	-	-	-	-
2		RP1 RP3	100,0	200,0	-	15,9	2,1	-	-	0,5	gekröpft	30,00	0,80	1,00	37,5
4	[Cha-2009]	RR0	100,0	200,0	-	16,2	1,5	-	-	-10	-	-	-	-	-
5		RR1	100,0	200,0	-	15,3	1,9	-	-	0,4	gekröpft	30,00	0,80	1,00	37,5
6		KR3 T1	100,0	200,0	-	13,6	2,6	-	-	0,8	gekropft	30,00	0,80	3,00	57,5
8		T3	152,4	304,8	-	32,2	5,6	<u> </u>	-	2,4	gekröpft	50,00	0,50	1,50	100,0
9	[Cra-1984]	T4	152,4	304,8	-	29,0	4,9	-	-	1,3	gekröpft	30,00	0,50	1,00	60,0
10		18 T0	152,4	304,8	-	33,8	6,7	-	-	2,5	gekröpft	50,00	0,50	2,00	100,0
12		P1	152,4	304,8	-	40,7	3,4	-	-	-	-	-	-	-	-
13		P2	152,4	304,8	-	40,0	4,6	-	-	1,3	gekröpft	30,00	0,50	0,70	60,0
14		P3	152,4	304,8	-	43,4	4,9	-	-	2,7	gekröpft	50,00	0,50	1,00	100,0
15	[Cra-1986]	P4 P5	152,4	304,8	-	29.0	4,0	-	-	2,1	gekröpft	30,00	0,50	2.00	60,0
17		P6	152,4	304,8	-	47,6	6,0	-	-	3,3	gekröpft	50,00	0,50	2,00	100,0
18		P7	152,4	304,8	-	40,0	4,2	-	-	3,5	gekröpft	30,00	0,50	0,75	60,0
19		P8 B4	152,4	304,8	-	45,5	4,8	-	-	4,7	gekröpft	30,00	0,50	1,00	60,0
20	[El-N-1993]	B4 B5	100,0	200,0	-	38.9	4,2 5.7	-	-	1.4	gekröpft	60.00	0.80	0.60	75.0
22		B6	100,0	200,0	-	35,7	7,7	-	-	2,1	gekröpft	60,00	0,80	1,20	75,0
23		UPF1(0,5)	180,0	180,0	-	198,4	-	5,6	5,6	-	gerade	17,00	0,15	0,50	113,3
24	[Ism-2015]	UPF2(0,5) UPF1(0.9)	180,0	180,0	-	201.3	-	6,8 7.1	4,/	-	gerade	17,00	0,15	0,50	113,3
26		UL(2,48)T(1,96)F1(0,5)	180,0	180,0	-	209,1	-	6,2	5,1	-	gerade	17,00	0,15	0,50	113,3
27	[Kar-2000]	RP1	100,0	200,0	-	19,8	2,1	-	-	0,6	gekröpft	30,00	0,80	1,00	37,5
28		RP3 SH-P0-F1 5-I 1-S1(D13)-1	100,0	200,0	-	19,3	2,3	8.2	- 11.5	1,3	gekröpft	30,00	0,80	3,00	37,5
30		SH-P0-F1.5-L1-S1(D13)-2	350,0	350,0	50,0	174,2	-	8,2	11,5	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
31		SH-P2-F1.5-L1-S1-1	350,0	350,0	50,0	174,2	-	7,8	11,3	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
32		SH-P2-F1.5-L1-S1-2	350,0	350,0	50,0	174,2	-	7,8	11,3	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
34		SH-P4-F1.5-L1-S1-2	350,0	350,0	50,0	174,2	-	8,3	11,4	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
35	[Kwa 2015]	SH-P0-F1-L1-S1-1	350,0	350,0	50,0	154,9	-	7,0	8,4	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
36	[1000 2015]	SH-P0-F1-L1-S1-2	350,0	350,0	50,0	154,9	-	7,0	8,4	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
37		SH-P4-F1-L1-S1-1 SH-P4-F1-L1-S1-2	350,0	350,0	50,0	154,9	-	5.9	7,1	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
39		SH-P0-F1.5-L1-S2-1	350,0	350,0	50,0	174,2	-	7,8	11,2	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
40		SH-P0-F1.5-L1-S2-2	350,0	350,0	50,0	174,2	-	7,8	11,2	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
41		SH-P0-F1.5-L1-S1(D10)-1 SH-P0-F1 5-J 1-S1(D10)-2	350,0	350,0	50,0	1/4,2	-	8,2	11,5	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
43		1	102,0	102,0	-	21,3	2,2	-		-	-		-	-	-
44		2	102,0	102,0	-	21,1	2,2	-	-	-	-	-	-	-	-
45		3	102,0	102,0	-	24,6	2,2	-	-	-	-	-	- 0.57	-	- 26.3
40		5	102,0	102,0	-	26.0	-	-	-	0,5	gerade	15,00	0.57	1,00	26,3
48		6	102,0	102,0	-	29,5	-	-	-	0,5	gerade	15,00	0,57	1,00	26,3
49		7	102,0	102,0	-	28,2	-	-	-	0,6	gerade	22,00	0,57	1,00	38,6
51		9	102,0	102,0	1	21,5	-	1	-	0,6	gerade	22,00	0.57	1,00	38.6
52		10	102,0	102,0	-	27,5	-	-	-	0,8	gerade	30,00	0,57	1,00	52,6
53	[Man-1982-1]	11	102,0	102,0	-	28,3	-	-	-	0,8	gerade	30,00	0,57	1,00	52,6
54		12	102,0	102,0	-	27,0	-	-	-	0,8	gerade	30,00	0.57	1,00	52,6
56		14	102,0	102,0	-	27,3	-	-	-	1,1	gerade	44,00	0,57	1,00	77,2
57		15	102,0	102,0	-	26,3	-	-	-	1,1	gerade	44,00	0,57	1,00	77,2
58		16	102,0	102,0	-	23,9	-	-	-	1,2	gerade	30,00	0,57	2,00	52,6
60		18	102,0	102,0	1	25,0	-	1	-	1,3	gerade	30,00	0,57	2,00	52,6
61		19	102,0	102,0	-	27,1	-	-	-	1,8	gerade	30,00	0,57	3,00	52,6
62		20	102,0	102,0	-	27,3	-	-	-	1,8	gerade	30,00	0,57	3,00	52,6
0.5		21	102,0	102,0	-	28,2	-		-	1.9	gerade	50,00	0,57	3,00	32,0

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
		Fasern 2			Betondeckung auf	Bügelbewehrung		Längsbewehrung			Bügelbewehrung			vorspannung	Torsionsrissmoment	Torsionsbruchmoment	Torsionsrisswinkel
Art 2	l <sub>f2</sub> [mm]	$d_{\mathrm{f},2}  [\mathrm{mm}]$	V <sub>f2</sub> [Vol-%]	λ2 [-]	Cnom.oben/unten [mm]	C <sub>nom,seitl</sub> . [mm]	n <sub>s1</sub> [Stk.]	$\phi_{\rm s1}[{ m mm}]$	$f_{y,sl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\phi_{\rm sw}$ [mm]	s <sub>w</sub> [mm]	$f_{y,sw}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{\rm cp} [{ m N/mm^2}]$	<i>P</i> [kN]	$T_{\rm cr}[{\rm kNm}]$	T <sub>u</sub> [kNm]	$[\circ]$
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,45	1,45	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,84	1,84	-
-	-	-	-	-	8.3	8.3	4	10.00	415.0	8,00	200.0	344.0	-	-	1,60	2,31	-
-	-	Ŀ	-	-	8,3	8,3	4	10,00	415,0	8,00	200,0	344,0	-	-	2,00	2,73	-
-	-	-	-	-	8,3	8,3	4	10,00	415,0	8,00	200,0	344,0	-	-	2,21	3,15	-
-	-	-	-	-	19,0	19,0	4	12,70	448,2	9,53	177,8	317,2	-	-	6,41	9,40	-
-	-	-	-	-	19,0	19,0	4	12,70	448,2	9,53	177,8	317,2	-	-	10,07	16,84	-
-	-	-	-	-	19,0	19,0	4	12,70	448,2	9,53	177,8	317,2	-	-	7,42	14,12	-
	-	-	-	-	19,0	19,0	4	12,70	440,2	9,53	88.9	317,2	-	-	9.46	16.50	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	8.77	8,77	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,45	9,45	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8,78	8,78	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8,61	8,61	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,42	7,42	-
- cekrönft	-	- 0.50	- 0.75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,90	11,75	-
gekrönft	50.00	0,50	1.00	100,0	-		-		-		-	-	-	-	10,40	11,14	-
-	-	-	-	-	22,5	22,5	4	10,00	250,0	6,00	160,0	250,0	-	-	1,30	1,71	45,0
-	-	-	-	-	22,5	22,5	4	10,00	250,0	6,00	160,0	250,0	-	-	1,41	2,29	45,0
-	-	-	-	-	22,5	22,5	4	10,00	250,0	6,00	160,0	250,0	-	-	1,52	2,84	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10,98	11,36	46,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10,20	8,62	-
	-	-	-	-	15.0	15.0	4	16.00	570.0	8.00	45.0	550.0	-	-	7.00	31.20	40,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	1,84	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,95	-
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	12,70	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	68,40	96,60	46,7
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	12,70	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	79,10	100,70	50,4
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	22,20	445,0	9,53	340,0	445,0	25,0	1580,0	147,60	190,60	19,8
gerade	19,50	0,20	1,00	97.5	20,0	20,0	4	22,20	445.0	9.53	340.0	445.0	12.5	790.0	148,50	145.80	30.9
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	22,20	445,0	9,53	340,0	445,0	25,0	1580,0	157,50	192,00	27,3
gerade	19,50	0,20	0,50	97,5	20,0	20,0	4	12,70	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	66,70	76,40	48,5
gerade	19,50	0,20	0,50	97,5	20,0	20,0	4	12,70	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	68,30	84,90	50,3
gerade	19,50	0,20	0,50	97,5	20,0	20,0	4	22,20	445,0	9,53	340,0	445,0	50,0	3160,0	165,60	167,50	14,0
gerade	19,50	0,20	1.00	97,5	20,0	20,0	4 4	9.53	445,0	9,55	170.0	445,0	50,0	3100,0	144,00 65.60	212,80	51.3
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	9,53	445,0	9,53	170,0	445,0	-	-	70,30	104,70	50,8
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	9,53	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	64,70	104,60	49,2
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	20,0	20,0	4	9,53	445,0	9,53	340,0	445,0	-	-	64,00	87,20	50,6
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,84	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,81	45,0
		-		-	-		-		-		-	-	-	-	-	0.90	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,90	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,89	45,0
<u> </u>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,92	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,92	45,0
<u> </u>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,92	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,92	45,0
-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,90	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,00	45,0
-	-	<u> </u>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,93	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,96	45,0
	-	<u> </u>	<u> </u>	-	-	<u> </u>	<u> </u>	-	-	-	-		-	-	-	0,98	45,0
<u> </u>	-	H÷-	1	-	H-	1	<u> </u>	<u> </u>	-	<u> </u>	-	-	-	-	-	0,98	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,05	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,04	45,0
-	-	-	· -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.05	45.0

			r					r					r	r	
-	7	3	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14	15	16
Nr.	öffentlichung	ezeichnung rsuchskörper		Abmessungen Versuchskörper				Beton					Fasern 1		
	Ver	Ae B	[mm] d	[mm]	<i>t</i> [mm]	f <sub>ccy1,1</sub> 50/300 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c_{1,8p,150,300}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ m cim}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ ext{cm,f}}$ $[N/\text{mm}^2]$	nom f <sub>cm,f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Art 1	l <sub>f.1</sub> [mm]	<i>d</i> <sub>f.1</sub> [mm]	V <sub>f1</sub> [Vol-%]	۲۹ [-]
64		A-1	100,0	100,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
65		A-2	100,0	100,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
66		A-3	100,0	100,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
67		B-1	100,0	150,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
68	[Man-1982-2]	B-2	100,0	150,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
69		B-3	100,0	150,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
70		C-1	100,0	200,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
71		C-2	100,0	200,0	-	27,5	-	-		1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
72		C-3	100,0	200,0	-	27,5	-	-	-	1,2	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
73		A1	100,0	155,0	-	16,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
74	[Map 1085]	B1	100,0	155,0	-	16,5	-	-	-	0,7	gekröpft	30,00	0,40	0,75	75,0
75	[wan-1905]	C1	100,0	155,0	-	17,2	-	-		1,0	gekröpft	30,00	0,40	1,25	75,0
76		D1	100,0	155,0	-	17,4	-	-	-	1,3	gekröpft	30,00	0,40	1,75	75,0
77		A-0.0	300,0	300,0	-	31,8	-	-	-	-	-	-	-	-	-
78		A-0.5	300,0	300,0	-	25,0	-	-	-	0,3	gerade	30,00	0,80	0,50	37,5
79	[Man_1989]	A-1.0	300,0	300,0	-	20,7	-	-	-	0,4	gerade	30,00	0,80	1,00	37,5
80	[	A-1.5	300,0	300,0	-	27,1	-	-	-	0,8	gerade	30,00	0,80	1,50	37,5
81		B-1.0	300,0	300,0	-	20,7	-	-	-	0,4	gerade	30,00	0,80	1,00	37,5
82		C-1.0	300,0	300,0	-	20,7	-	-	-	0,4	gerade	30,00	0,80	1,00	37,5
83		A0.5	100,0	50,0	-	42,8	4,5	-	-	0,9	gekröpft	20,30	0,41	0,50	50,0
84		A1.0	100,0	50,0	-	52,1	4,8	-	-	1,9	gekröpft	20,30	0,41	1,00	50,0
85		A1.5	100,0	50,0	-	42,1	4,6	-	-	2,2	gekröpft	20,30	0,41	1,50	50,0
86		A2.0	100,0	50,0	-	44,5	4,6	-	-	2,7	gekropft	20,30	0,41	2,00	50,0
8/		BU.5	100,0	50,0	-	29,2	2,9	-	-	0,0	gekropit	20,30	0,41	0,50	50,0
80	[Nar-1981]	B1.0 B1.5	100,0	50,0	-	10.1	3,5	-	-	1,2	gekröpft	20,30	0,41	1,00	50,0
00		D15	100,0	50,0	-	22.2	2,0	-	-	0.5	gekröpft	20,30	0.41	0.50	50.0
91		C1.0	100,0	50,0		35.7	3.5	-	-	1.4	gekröpft	20,30	0.41	1.00	50.0
92		C1.5	100.0	50.0	-	24.2	3.0	-	-	1.3	gekröpft	20.30	0.41	1.50	50.0
93		D0.5	100,0	50,0	-	14,8	1,9	-	-	0,3	gekröpft	20,30	0,41	0,50	50,0
94		D1.0	100,0	50,0	-	9,7	1,3	-	-	0,2	gekröpft	20,30	0,41	1,00	50,0
95		A-0	85,0	178,0	-	42,8	3,6	-				-	-	-	-
96		A-1-1	85,0	178,0	-	44,3	5,2	-	-	1,1	duoform	37,93	0,39	1,00	97,0
97		A-1-1.5	85,0	178,0	-	46,0	5,6	-	-	1,6	duoform	37,93	0,39	1,50	97,0
98		A-1-2	85,0	178,0	-	49,7	6,1	-	-	2,1	duoform	37,93	0,39	2,00	97,0
99	1	B-0	85,0	178,0	-	30,1	2,5	-	-	-	ductor	27.02	- 0.20	-	07.0
100	1	B-1-1 B 1 2	85.0	178.0	-	32,1	4,0	-	-	0,0	duoform	37,93	0,39	2.00	97,0
102	1	B-1-2	85.0	178.0	H-	41.6	57			2.4	duoform	37.93	0.39	3.00	97.0
102	1	B-2-2	85.0	178.0		31.3	3.8	-	-	1.4	duoform	19.16	0.39	2.00	49.0
104	1	B-2-4	85,0	178,0	-	35,4	4,2	-	-	2,5	duoform	19,16	0,39	4,00	49,0
105		B-2-6	85.0	178.0	-	41.2	5.5	-	-	3.0	duoform	19.16	0.39	6.00	49.0
106	1	B-3-1	85,0	178,0	-	33,6	4,2	-	-	0.8	duoform	19,85	0,25	1,00	81,0
107	1	B-4-1	85,0	178,0	-	34,5	4,5	-	-	0,9	duoform	25,48	0,25	1,00	104,0
108	D1 40000	B-5-1	85,0	178,0	-	36,0	5,1	-	-	0,9	duoform	38,22	0,25	1,00	156,0
109	[1vai-1983]	B-6-1	85,0	178,0	-	32,2	3,5	-	-	1,3	gerade	38,25	0,51	1,00	75,0
110		B-7-1	85,0	178,0	-	32,1	3,7	-	-	1,5	gerade	37,93	0,39	1,00	97,0
111		B-8-1	85,0	178,0	-	34,0	3,8	-	-	1,7	gerade	25,48	0,25	1,00	104,0
112	1	B-9-1	85,0	178,0	-	27,9	3,4	-	-	0,7	gewellt	31,98	0,41	1,00	78,0
113	1	B-10-1	85,0	1/8,0	-	28,1	3,1	-	-	0,7	gewellt	19,27	0,41	1,00	47,0
114	1	B-11-1	85,0	1/8,0	-	31,0	5.0	-	-	0,8	duoform	37,93	0,39	1,00	97,0
115	1	A-1-1 A	85,0	85,0	-	40,1	5,2	-	-	1,0	duoform	37,93	0,39	1,00	97,0
110	1	A-1-1 B	85,0	115,0	-	41,9	5.4	-	-	1,0	duoform	37,93	0,39	1,00	97,0
118	1	A-1-1 C	85.0	145,0	-	41,9	5.6	-	-	1,0	duoform	37,93	0,39	1,00	97,0
110	1	B-1-1 D	85.0	85.0	1	33.4	4.6	1	1	1,1	duoform	37.93	0.39	2.00	97.0
120	1	B-1-2 R B-1-2 R	85.0	115.0	H-	34.8	5.1			1,5	duoform	37.93	0.39	2,00	97.0
121	1	B-1-2 C	85.0	145.0	-	34.9	5.1	-	-	1.6	duoform	37.93	0.39	2.00	97.0
122	1	B-1-2 D	85,0	178,0	-	34,9	5,1	-	-	1,6	duoform	37,93	0,39	2,00	97,0
							- , -								

		~	_				_					-					-
17	18	16	20	21	52	23	24	25	26	27	28	25	30	31	32	33	34
		Fasern 2			Betondeckung auf	Bügelbewehrung		Längsbewehrung			Bügelbewehrung			v orspannung	Torsionsrissmoment	Torsionsbruchmoment	Torsionsrisswinkel
Art 2	<i>l</i> <sub>f,2</sub> [mm]	$d_{\mathrm{f},2}[\mathrm{mm}]$	V <sub>f2</sub> [Vol-%]	λ2 [-]	C nom oben'unten [mm]	c <sub>nom,seitl</sub> [mm]	n <sub>.4</sub> [Stk.]	$\phi_{\rm s1}$ [mm]	$f_{y,sl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\phi_{\mathrm{sw}}$ [mm]	s <sub>w</sub> [mm]	$f_{y,sw}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{\rm cp} [\rm N/mm^2]$	<i>P</i> [kN]	$T_{\rm cr}$ [kNm]	$T_{\rm u}$ [kNm]	[。] " <i>Θ</i>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,96	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,99	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,01	45,0
<u> </u>	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	1,65	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,62	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,11	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,05	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,09	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	1,01	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,15	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,24	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	8	10,00	380,1	10,00	120,0	380,1	-	-	18,72	28,06	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	8	10,00	380,1	10,00	120,0	380,1	-	-	16,65	27,34	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	8	10,00	380,1	10,00	120,0	380,1	-	-	17,24	29,01	-
-			-		15,0	15,0	12	10,00	380.1	10,00	80.0	380.1	-	-	17,33	36.46	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	16	10,00	380,1	10,00	60,0	380,1	-	-	17,28	40,86	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,32	0,32	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,45	0,45	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,45	0,45	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	0,49	0.39	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,34	0,34	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			-	-	-	0,29	0,29	47,5
	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	0,34	0,34	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,37	0,37	47,5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,34	0,34	47,5
-			-		-			-	-			-	-	-	0,25	0.15	47.5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.51	1.51	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,80	1,87	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,96	2,15	45,0
-	-	-	-	-		-	-	-	-	-		-	-	-	2,11	2,24	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,09	1,09	45,0
-	-		-	1		-			-			-		-	1,54	1,49	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,80	2,22	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	1,30	1,37	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,52	1,71	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,78	2,06	45,0
	-	-	-	-	-	-	-				-				1,58	1,62	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	1,40	1,74	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,25	1,34	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,28	1,38	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,35	1,51	45,0
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,20	1,29	45,0
	-	<u> </u>	-	-	1	-	<u> </u>		-	-	<u> </u>	-	-	-	1,18	1,25	45,0
	-		-												0.72	0.75	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	- 1	-	-	-	1,04	1,13	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,36	1,41	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,72	1,84	45,0
	-	-	-	-	-	-	-		-			-	-	-	0,71	0,83	45,0
<u> </u>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	1	-	1,02	1,12	45,0
-	-		-	-		-		-	-	-		-	-	-	1,60	1,86	45.0

-	2	Э	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14	15	16
Nr.	öffentlichung	szeichnung suchskörper		Abmessungen Versuchskörper				Beton					Fasern 1		
	Veri	Net B	[mm]	h[mm]	<i>t</i> [mm]	f <sub>c.cy1,150/300</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{\rm ct,sp,150/300}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{\rm cum}^{ m fcum}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ ext{ctm},f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	nom f <sub>cm.f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Art 1	l <sub>f.1</sub> [mm]	$d_{\mathrm{f,1}} [\mathrm{mm}]$	V <sub>f1</sub> [Vol-%]	γι [-]
123		C1B0	85,0	178,0	-	33,1	2,6	-	-	-	-	-	-	-	-
124		C1B1	85,0	178,0	-	36,7	4,5	-	-	0,9	duoform	38,00	0,39	1,00	97,4
125		C1B2 C1B3	85,0	178,0	-	39,3	5,2	-	-	1,7	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
120		C2B0	85.0	178,0	-	29.3	2.8	-	-		-	-	-	-	-
128		C2B1	85,0	178,0	-	35,1	4,3	-	-	0,9	duoform	38,00	0,39	1,00	97,4
129		C2B2	85,0	178,0	-	39,9	5,3	-	-	1,8	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
130		C2B3	85,0	178,0	-	41,9	5,9	-	-	2,4	duoform	38,00	0,39	3,00	97,4
132		C4B0 C4B2	85.0	178,0	-	34.5	4.9	-	-	1.5	- duoform	38.00	0.39	2.00	97.4
133		C6B2	85,0	178,0	-	36,8	5,1	-	-	1,6	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
134		C0	85,0	178,0	-	29,3	2,8	-	-	-	-	-	-	-	-
135		C2C1.34	85,0	178,0	-	36,6	4,8	-	-	1,2	duoform	38,00	0,39	1,34	97,4
130	[Nor 1084]	C4C1.34	85,0	178,0	-	37,5	4,9	-	-	1,2	duoform	38,00	0,39	1,34	97,4
137	[[4a-1564]	D0	85,0	178,0	-	43,2	4,1	-	-	-	-	-	-	-	-
139		D2	85,0	178,0	-	52,3	6,8	-	-	2,2	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
140		C2D0	85,0	178,0	-	42,0	4,2	-	-	-	-	-	-	-	-
141		C2D2	85,0	178,0	-	52,8	6,8	-	-	2,2	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
142		C4D0 C4D2	85,0	178,0	-	43,7	4,2	-	-	2.2	duoform	38.00	0.39	2.00	97.4
144		C6D2	85,0	178,0	-	52,4	7,0	-	-	2,2	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
145		E0	85,0	178,0	-	19,0	2,2	-	-	-	-	-	-	-	-
146		E2	85,0	178,0	-	22,7	3,8	-	-	1,0	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
147		C2E0 C2E2	85,0	178,0	-	23.2	3.9	-	-	- 11	duoform	38.00	0.39	2.00	97.4
149		C4E0	85,0	178,0	-	19,5	2,2	-	-	-	-	-	-	-	-
150		C4E2	85,0	178,0	-	23,2	3,9	-	-	1,1	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
151		C6E2	85,0	178,0	-	21,6	3,7	-	-	1,0	duoform	38,00	0,39	2,00	97,4
152		R1 R2	85,0	178,0	-	30,9	2,6	-	-	-	-	-	-	-	-
154		R2 R3	85,0	178,0	-	31,6	2,7	-	-	-	-	-	-	-	-
155		RF1	85,0	178,0	-	37,2	4,1	-	-	0,8	duoform	38,00	0,39	0,90	97,4
156		RF2	85,0	178,0	-	41,4	4,2	-	-	0,6	gewellt	30,00	0,30	0,59	100,0
157		RE4	85,0	1/8,0	-	39,9 30.9	4,2	-	-	0,8	gewellt	30,00	0,30	0,82	100,0
159	[Nar-1986]	RF5	85,0	178,0	-	40,9	4,5	-	-	1,0	gewellt	30,00	0,30	1,09	100,0
160		RF6	85,0	178,0	-	39,6	4,0	-	-	0,5	gewellt	30,00	0,30	0,52	100,0
161		RF7	85,0	178,0	-	39,8	4,7	-	-	1,1	gewellt	30,00	0,30	1,11	100,0
162		RF8	85,0	178,0	-	39,6	5,1	-	-	1,3	gewellt	30,00	0,30	1,42	100,0
164		R4	85,0	1/8,0	-	42,0	3.2	-	-	1,5	gewent	30,00	0,50	1,01	100,0
165		R5	85,0	145,0	-	35,6	3,2	-	-	-	-	-	-	-	-
166		25	100,0	150,0	-	33,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
167		26	100,0	150,0	-	36,3			-	1,0	gerade	50,00	1,00	1,00	50,0
168	[Niy-1985]	2/	100,0	150,0	1	38,9 17.2	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	2,4	gerade	50,00	1,00	3,00	50,0
170		29	100,0	150,0	-	19,2				0,5	gerade	50,00	1,00	1,00	50,0
171		30	100,0	150,0	-	20,1	-	-	-	1,3	gerade	50,00	1,00	3,00	50,0
172		V0	500,0	500,0	50,0	163,7	-	6,5	7,9	-	gerade	13,00	0,19	1,25	68,4
173		V1 V2	500,0 500,0	500,0 500,0	50,0	167,6	-	8,4	19,4	-	gerade	13,00	0,19	2,50	68,4
174		V2 V3	500,0	500,0	50.0	149,3	<u> </u>	77	8.7		gerade	13,00	0,19	1,25	68.4
176	Oettel	V4	500,0	500,0	50,0	158,3	-	5,3		-	-			-	-
177		V5	500,0	500,0	50,0	163,7	-	6,5	7,9	-	gerade	13,00	0,19	1,25	68,4
178		V6	500,0	500,0	50,0	156,4	-	7,9	10,0	-	gerade	13,00	0,19	1,25	68,4
179		V7 V°	500,0	500,0	50,0	169,4	-	6,4	8,5	-	gerade	13,00	0,19	1,25	68,4
100		vo	500,0	500,0	50,0	100,9	-	0,7	0,4	-	geraue	15,00	0,19	1,23	00,4

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
		Fasern 2			Betondeckung auf	Bügelbewehrung		Längsbewehrung			Bügelbewehrung			v orspannung	Torsionsrissmoment	Torsionsbruchmoment	Torsionsrisswinkel
Art 2	<i>l</i> <sub>f,2</sub> [mm]	$d_{\mathrm{f,2}}  \mathrm{[mm]}$	V <sub>f2</sub> [Vol-%]	λ2 [-]	Cnom.oben/unten [mm]	C <sub>nom,seitl</sub> [mm]	n <sub>sl</sub> [Stk.]	$\phi_{\rm sl}  [{ m mm}]$	$f_{y,sl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\phi_{\rm sw}[{ m mm}]$	sw [mm]	$f_{y,sw}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{\rm cp}[\rm N/mm^2]$	<i>P</i> [kN]	$T_{cr}$ [kNm]	$T_{\rm u}$ [kNm]	$\Theta_{\mathrm{u}}$ [°]
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,5	38,0	1,58	1,58	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,5	38,4	1,84	2,09	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,5	38,0	2,10	2,52	-
<u> </u>	1	H÷.	-	-	1	-	1		-		<u> </u>	-	4.8	73.2	2,39	2,97	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	2,00	2,31	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	76,0	2,50	2,97	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	76,0	2,69	3,31	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	2,56	2,56	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	14.9	225.1	3.42	3,39	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,24	1,24	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	2,22	2,52	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	2,78	2,99	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	2,58	2,58	-
-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	2.09	2.40	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	2,40	2,40	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	2,91	3,45	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	3,02	3,02	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	3,34	3,95	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	- 14,9		0.83	0.83	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,36	1,52	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	1,57	1,57	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,0	75,0	2,05	2,39	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9,9	150,1	1,69	1,69	-
-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	14.9	225.1	2,00	3.27	-
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	8,05	314,0	6,08	60,0	310,0	-	-	1,27	2,42	45,0
	-	-	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	6,08	60,0	310,0	-	-	1,20	2,09	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	3,50	60,0	368,0	-	-	1,20	1,66	45,0
-	-	1	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	3,50	105.0	308,0			1,71	2,80	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	6,08	150,0	310,0	-	-	1,75	2,56	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	3,50	105,0	368,0	-	-	1,72	2,60	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	6,08	310,0	3,50	150,0	368,0	-	-	1,77	2,76	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	3,50	368.0	6.08	105.0	310,0		-	1,08	2,18	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	3,50	368,0	3,50	60,0	368,0	-	-	1,76	2,67	45,0
-	-	-	-	-	14,0	12,5	4	3,50	368,0	3,50	105,0	368,0	-	-	1,71	2,63	45,0
-	-	-	-	-	12,5	12,5	4	6,08	310,0	3,50	30,0	368,0	-	-	0,62	0,78	45,0
		H÷.			17,5	12,5	4	6,08	310,0	6,08	55,0	310,0		<u> </u>	1,13	1,51	45,0
-	-	-	-	-		-	-	-	-	-		-	-	-	1.11	1.11	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,33	1,63	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	0,75	0,75	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,94	0,94	45,0
-	-	-	-	-	10.0	10.0	12	6.00	578.0	6.00	210.0	578.0	-	-	62.50	97.30	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	96,00	100,90	55,0
-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-		87,50	91,40	52,0
-	-	-	-	-	10,0	10,0	12	12,00	521,0	12,00	210,0	590,0	-	-	75,00	216,00	46,0
	-	-	-	-	10,0	10,0	12	12,00	521,0	12,00	210,0	590,0	-	-	37,50	122,50	48,0
-	-	-	-	-	10,0	10,0	10	4.00	580,0	2x12	110.0	580,0	56.3	5249.1	350.00	254,10	29.1
-	-	-	-	-	10,0	10,0	4	4,00	-	2x12	110,0	592,0	63,8	5943,7	400,00	500,70	15,8
-	-	-	-	-	10,0	10,0	4	4,00	-	2x12	110,0	593,0	54,1	5039,9	300,00	551,40	22,6

1	2	ŝ	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14	15	16
Nr.	öffentlichung	szeichnung suchskörper		Abmessungen Versuchskörper				Beton					Fasern 1		
	Ver	Aer A	[mm] q	[uuu] <i>ų</i>	[uuu] <i>1</i>	f <sub>c.cy</sub> 1,150/300 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c_{1,8p,150,300}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ m cm}^{ m fmm}^2]$	$f_{ ext{cm,f}}$ $[N/\text{mm}^2]$	nom f <sub>cm,f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Art 1	[mm] 1;1	<i>d</i> <sub>f.1</sub> [mm]	V <sub>f,1</sub> [Vol-%]	۲۹ [-]
181		L08F00V0	150,0	200,0		34,8	3,5	-		-	-		-	-	-
182		L08F40V3	150,0	200,0	-	33,4	3,6	-	-	0,4	gekröpft	30,00	0,75	0,30	40,0
185		L08F40V6 L08F55V3	150,0	200,0	-	31,5	3,4	-	-	0,6	gekröpft	30,00	0,75	0,60	40,0
185		L08F55V6	150,0	200,0	-	30,9	3,4	-	-	0,8	gekröpft	30,00	0,55	0,60	54,5
186	[Oka-2012]	L08F67V3	150,0	200,0	-	32,7	3,4	-	-	0,6	gekröpft	60,00	0,90	0,30	66,7
187	[044 2012]	L08F67V6	150,0	200,0	-	29,5	3,1	-	-	1,0	gekröpft	60,00	0,90	0,60	66,7
188		L08F80V3 L08F80V6	150,0	200,0	-	31,9	3,5	-	-	0,7	gekröpft	60,00	0,75	0,30	80,0
190		L12F00V0	150,0	200,0	-	34,8	3,5	-	-	-	-	-	-	-	-
191		L12F40V3	150,0	200,0	-	31,7	3,6	-		0,3	gekröpft	30,00	0,75	0,30	40,0
192		L12F80V3	150,0	200,0		31,6	3,6	-	-	0,6	gekröpft	60,00	0,75	0,30	80,0
193		P20-P	100,0	200,0	-	16,8	2,4	-	-	-	-	-	-	- 0.20	75.1
194		P20-F1 P20-F2	100,0	200,0	-	17,1	2,3	-	-	0,2	gerade	41,00	0,55	0,30	75.1
196		P20-F3	100,0	200,0	-	18,4	2,8	-	-	0,7	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
197		P20-F4	100,0	200,0		19,4	3,0	-	-	0,9	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
198		P30-P	100,0	200,0	-	24,3	2,7	-	-	-	-	-	-	-	-
200		P30-F1 P30-F2	100,0	200,0	-	24,7	3,1	-	-	0,3	gerade	41,00	0,55	0,30	75,1
200		P30-F3	100,0	200,0	-	26,1	3,5	-	-	0,9	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
202	[Page 2003]	P30-F4	100,0	200,0	-	26,7	3,9	-	-	1,2	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
203	[Ra0-2005]	P40-P	100,0	200,0	-	29,7	3,0	-	-	-	-	-	-	-	-
204		P40-F1 P40-F2	100,0	200,0	-	31,7	3,4	-	-	0,4	gerade	41,00	0,55	0,30	75,1
205		P40-F3	100,0	200,0	-	32,8	3,8	-	-	1,2	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
207		P40-F4	100,0	200,0	-	33,8	4,0	-	-	1,5	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
208		P50-P	100,0	200,0	-	39,1	3,1	-	-	-	-	-	-	-	-
209		P50-F1 P50 E2	100,0	200,0	-	39,9	3,5	-	-	0,5	gerade	41,00	0,55	0,30	75,1
210		P50-F3	100,0	200,0	-	41,7	4.0	-	-	1,0	gerade	41,00	0.55	0,00	75.1
212		P50-F4	100,0	200,0	-	42,0	4,3	-	-	1,8	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
213		R40C-P	100,0	200,0	-	39,7	2,8	-	-	-	-	-	-	-	-
214		R40C-F1 R40C F2	100,0	200,0	-	40,1	3,5	-	-	0,5	gerade	41,00	0,55	0,30	75,1
215		R40C-F3	100,0	200,0	-	42,0	3,8	-	-	1,0	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
217		R40C-F4	100,0	200,0	-	43,3	4,1	-	-	1,9	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
218		R40L-P	100,0	200,0	-	40,2	2,9	-	-	-	-	-	-	- 0.20	75.1
219	[Rao-2005]	R40L-F1 R40L-F2	100,0	200,0	-	41,5	3.3	-	-	1.0	gerade	41,00	0,55	0,30	75.1
221		R40L-F3	100,0	200,0	-	43,4	3,5	-	-	1,5	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
222		R40L-F4	100,0	200,0	-	44,1	4,1	-	-	1,9	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
223		R40T-P B40T E1	100,0	200,0	-	40,2	2,9	-	-	-	-	-	-	- 0.20	75.1
224		R401-F1 R40T-F2	100,0	200,0	-	42.8	3,5	-	-	1.0	gerade	41,00	0,55	0,50	75.1
226		R40T-F3	100,0	200,0	-	43,1	3,9	-	-	1,5	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
227		R40T-F4	100,0	200,0	-	43,9	4,1	-	-	1,9	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
228		R50C-P P50C E1	100,0	200,0	-	50,1	2,9	-	-	-	- carada	- 41.00	- 0.55	- 0.30	- 75.1
230		R50C-F2	100,0	200,0	-	51.8	3.4	-	-	1.2	gerade	41,00	0.55	0,50	75.1
231		R50C-F3	100,0	200,0	-	52,5	3,9	-	-	1,7	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
232		R50C-F4	100,0	200,0	-	53,9	4,4	-	-	2,2	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
233		R50L-P	100,0	200,0		50,2	2,9	-	-	- 0.4	-	-	-	- 0.20	- 75 1
235	[Rao-2010]	R50L-F1	100,0	200,0	-	52.1	3.5	-	-	1.2	gerade	41.00	0,55	0,50	75.1
236		R50L-F3	100,0	200,0	-	53,4	3,9	-	-	1,8	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
237		R50L-F4	100,0	200,0	-	54,1	4,4	-	-	2,2	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1
238		R50T-P	100,0	200,0	-	51,4	2,9	-	-	-	-	-	-	-	75.1
239		R501-F1 R50T-F2	100,0	200,0	-	53.2	3,5	-	-	1.2	gerade	41,00	0,55	0,50	75.1
241		R50T-F3	100,0	200,0	-	54,1	4,1	-	-	1,8	gerade	41,00	0,55	0,90	75,1
242		R50T-F4	100,0	200,0	-	55,5	4,5	-	-	2,3	gerade	41,00	0,55	1,20	75,1

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
		Fasern 2			Betondeckung auf	Bügelbewehrung		Längsbewehrung			Bügelbewehrung			v orspannung	Torsionsrissmoment	Torsionsbruchmoment	Torsionsrisswinkel
Art 2	l <sub>f,2</sub> [mm]	$d_{\mathrm{f},2} [\mathrm{mm}]$	V <sub>f2</sub> [Vol-%]	λ2 [-]	Cnom.oben/unten [mm]	C <sub>nom,seitl</sub> [mm]	$n_{\rm sl}$ [Stk.]	$\phi_{\rm sl}  [{ m mm}]$	$f_{y,s1}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	[uuu] <sup>ws</sup> <i>φ</i>	s <sub>w</sub> [mm]	$f_{y,sw}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{cp}[N/mm^2]$	<i>P</i> [kN]	$T_{cr}$ [kNm]	$T_u$ [kNm]	[。] <sup>n</sup>
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,93	4,93	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,58	4,58	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,62	5,68	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	5,10	5,87	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,85	4,92	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,91	5,88	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	8,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,80	4,85	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	12.00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,51	5,49	-
-	-	-	-	-	5,0	5,0	4	12,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-	-	4,61	6,01	-
-	-		-		5,0	5,0	4	12,00	460,0	8,00	200,0	460,0	-		4,47	6,25	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,75	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,88	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2.10	45.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,27	45,0
-	-	-	-	-	-	-			-			-	-	-	-	1,97	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,18	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,35	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,65	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-		-	-		-	-	-	-	2,27	45,0
-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	2,39	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,52	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,01	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,14	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,31	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,65	45,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,95	45,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	8,00	432,0	8,00	90,0	432,0	-	-	1,98	5,52	
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	8,00	432,0	8,00	90,0	432,0	-	-	2,39	5,56	-
-	-		-		15,0	15,0	4	8,00	432,0	8,00	90,0	432,0			2,49	5,69	
	-	-	-	-	15,0	15,0	4	8,00	432,0	8,00	90,0	432,0	-	-	2,63	5,73	-
-	-		-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	6,00	100,0	432,0	-	-	2,01	4,06	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	6,00	100,0	432,0	-	-	2,19	4,11	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	6,00	100,0	432,0	-	-	2,28	4,19	-
	-	1	-	1	15,0	15,0	4	10,00	432.0	6,00	100,0	432.0	-	1	2,45	4,23	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	100,0	432,0	-	-	2,02	3,76	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	100,0	432,0	-	-	2,40	3,85	-
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	100,0	432,0	-	-	2,50	3,93	-
		H÷.		<u> </u>	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	100,0	432,0		<u> </u>	2,65	3,98	
-	-	H÷-	-	-	15.0	15.0	4	10.00	432,0	8,00	80.0	432,0	-	-	2,01	4,02	49.0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	2,20	6,67	49,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	2,37	6,76	49,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	2,71	6,84	49,0
-	-	H÷-	-	-	15.0	15.0	4	10,00	432,0	8,00	150.0	432,0	-	-	2.05	5.13	49,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	150,0	432,0	-	-	2,15	5,22	42,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	150,0	432,0	-	-	2,47	5,30	42,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	150,0	432,0	-	-	2,71	5,39	42,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	10,00	432,0	8,00	150,0	432,0	-	-	3,02	5,47	42,0
	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6.00	432,0	8,00	80.0	432,0	-	-	2,07	5,69	50,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	2,60	5,82	50,0
-	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	2,83	5,90	50,0
- 1	-	-	-	-	15,0	15,0	4	6,00	432,0	8,00	80,0	432,0	-	-	3,09	5,99	50,0

-	5	ŝ	4	5	9	7	~	6	10	11	12	13	14	15	16
Nr.	óffentlichung	zzeichnung suchskörper		Abmessungen Versuchskörper				Beton					Fasern 1		
	Verè	Be Ver	$p \ [mm]$	[mm $]$	<i>t</i> [mm]	f <sub>ccy1,150/300</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	f <sub>ct.sp.150/300</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ m ctm}^{ m fcm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{\rm cm,f}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	nom f <sub>cm.f</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	Art 1	<i>l</i> <sub>t.1</sub> [mm]	$d_{i,1}$ [mm]	V <sub>f.1</sub> [Vol-%]	γι [-]
243		B0.0-0*	100,0	250,0	-	37,9	3,1	-	-	-	-	-	-	-	-
244		B0.5-0	100,0	250,0	1	35,1	4,1		-	1,1	gekröpft	60,00	0,80	0,50	75,0
245		B1.0-0*	100,0	250,0	-	39,1	5,1	-	-	2,0	gekröpft	60,00	0,80	1,00	75,0
246		B1.5-0	100,0	250,0	-	41,4	5,7	-	-	2,7	gekröpft	60,00	0,80	1,50	75,0
247		B2.0-0	100,0	250,0	-	41,0	6,4	-	-	3,0	gekröpft	60,00	0,80	2,00	75,0
248		B0.0-2a*	100,0	250,0	-	40,7	3,2	-	-	-	-	-	-	-	-
249		B0.0-2b	100,0	250,0	-	36,6	3,2	-	-	-	-	-	-	-	-
250		B0.5-2	100,0	250,0	-	34,2	3,9	-	-	1,0	gekröpft	60,00	0,80	0,50	75,0
251	[Waf-1992]	B1.0-2*	100,0	250,0	-	42,9	5,5	-	-	2,2	gekröpft	60,00	0,80	1,00	75,0
252		B1.5-2	100,0	250,0	-	40,0	0,1	-	-	2,7	gekropit	60,00	0,80	1,50	75,0
255		B2.0-28*	100,0	250,0	-	41,0	6,9	-	-	3,0	gekropit	60,00	0,80	2,00	75,0
2.54		B2.0-20 B0.0 4=8	100,0	250,0	-	40,8	0,8	-	-	3,0	geniopit	00,00	0,80	2,00	75,0
255		B0.0-46	100,0	250,0	-	37,1	2,3	-	-	-	-	-	-	-	-
257		B0.5-4	100,0	250.0	-	37.8	4.1	-	-	1.1	gekrönft	60.00	0.80	0.50	75.0
258		B1 0-4*	100.0	250.0	-	39.1	4.7	-	-	2.0	gekrönft	60.00	0.80	1.00	75.0
259		B1.5-4	100.0	250.0	-	41.5	5.8	-	-	2.7	gekröpft	60.00	0.80	1.50	75.0
260		B2.0-4*	100.0	250.0	-	40.8	6.2	-	-	3.0	gekröpft	60.00	0.80	2.00	75.0
261		SS-F2-L00-S00	300,0	300,0	-	185,9	-	-	18,8	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
262		SS-F1-L56-S35	300,0	300,0	-	168,4	-	-	9,8	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
263		SS-F1-L56-S70	300,0	300,0	-	168,4	-	-	9,8	-	gerade	16,50	0,20	0,50	82,5
264		SS-F2-L56-S35	300,0	300,0	-	185,9	-	-	18,8	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
265	[Yan-2013]	SS-F2-L56-S70	300,0	300,0	-	172,3	-	-	15,4	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
266		SS-F2-L88-S35	300,0	300,0	-	178,1	-	-	13,4	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
267		SS-F2-L88-S70	300,0	300,0	-	178,1	-	-	13,4	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
268		SS-F2-L127-S35	300,0	300,0	-	176,2	-	-	13,6	-	gerade	16,50	0,20	1,00	82,5
269		SS-F2-L127-S70	300,0	300,0	-	176,2	-	-	13,6		gerade	16,50	0,20	1,00	82,5

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
		Fasern 2			Betondeckung auf	Bügelbewehrung		Längsbewehrung			Bügelbewehrung			v orspannung	Torsionsrissmoment	Torsionsbruchmoment	Torsionsrisswinkel
Art 2	<i>l</i> <sub>i,2</sub> [mm]	$d_{i,2}$ [mm]	V <sub>f2</sub> [Vol-%]	λ2 [-]	Cnom.oben/unten [mm]	c <sub>nom,seitl</sub> [mm]	$n_{\rm sl}$ [Stk.]	$\phi_{\rm si}$ [mm]	$f_{y,sl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\phi_{\rm sw}  [{ m mm}]$	s <sub>w</sub> [mm]	$f_{y,sw}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{cp}[\rm N/mm^2]$	P [kN]	$T_{\rm cr}$ [kNm]	$T_{\rm u}$ [kNm]	$\Theta_{u}$ [°]
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,68	49,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				-	-	-	2,99	49,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,80	49,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3,56	49,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7.6	1077	-	3,32	49,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,3	187,7	-	4,44	-
		-	-	-	-	÷		-	-			-	7,3	185.0	-	4,87	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,3	183,6	-	5,09	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,3	181,5	-	6,19	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,3	183,6	-	5,91	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		7,4	188,1	-	6,35	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13,3	332,4	-	4,57	36,0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11,1	276,7	-	5,58	36,0
-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12,6	313,8	-	5,30	36,0
		1	1	<u> </u>	1	-		<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>		12.6	313.8	<u> </u>	6.25	36.0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13.2	328.8	-	6.43	36.0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	79,10	88,50	44,0
gerade	19,50	0,20	0,50	97,5	40,0	40,0	4	12,70	445,0	9,53	200,0	445,0	-	-	65,60	75,30	38,0
gerade	19,50	0,20	0,50	97,5	40,0	40,0	4	12,70	445,0	9,53	100,0	445,0	-	-	66,40	86,70	49,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	12,70	445,0	9,53	200,0	445,0	-	-	72,00	85,60	38,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	12,70	445,0	9,53	100,0	445,0	-	-	79,20	109,80	39,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	15,90	445,0	9,53	200,0	445,0	-	-	88,00	114,70	52,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	15,90	445,0	9,53	100,0	445,0	-	-	82,40	115,20	49,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	19,10	445,0	9,53	200,0	445,0			/3,00	109,00	40,0
gerade	19,50	0,20	1,00	97,5	40,0	40,0	4	19,10	445,0	9,53	100,0	445,0	-	-	04,00	119,30	52,0

# VERZEICHNIS DER BISHER IN DER SCHRIFTENREIHE DES IBMB ERSCHIENENEN HEFTE (ISSN 1439-3875)

In der Schriftenreihe "Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig - ISSN 0178-5796 (Heft 1 bis 16 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig", Heft 17 bis 39 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig") sind bisher die nachfolgend aufgeführten Hefte erschienen.

Sie können bezogen werden von:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig Bibliothek Beethovenstraße 52 38106 Braunschweig

Tel.(05 31) 3 91-54 54Fax(05 31) 3 91-5900E-Mailo.dienelt@tu-bs.de

oder über jede Buchhandlung.

#### Kosten:

Je nach Umfang zwischen  $\in$  7 und  $\in$  30 (zuzüglich Versandkosten)

Das aktuelle Verzeichnis unter: www.ibmb.tu-bs.de ( $\rightarrow$  Bibliothek)

Vergriffene Hefte können als Kopien gegen Erstattung der Kopierkosten bezogen werden. Heft 1:

Deters, R.: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öliger Holzschutzmittel. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1962; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1962

## Heft 2:

Kordina, K.: Das Verhalten von Stahlbetonund Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Sonderdruck aus: Beton 13(1962), S. 11-18, 81-84

## Heft 3:

Eibl, J.: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1963

#### Heft 4:

Kordina, K.; Eibl, J.: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung. Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1964; Sonderdruck aus: Beton- und Stahlbetonbau 58(1963), S. 265-268; 59(1964), S. 1-11

Heft 5:

Ertingshausen, H.: Über den Schalungsdruck von Frischbeton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1965; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Hannover, 1965

## Heft 6:

Waubke, N.V.: Transportphänomene in Betonporen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1966; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

# Heft 7:

Ehm, H.: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

# Heft 8:

Steinert, J.: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

# Heft 9:

Lämmke, A.: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

## Heft 10:

Rafla, K.: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Träger. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

# Heft 11:

Ivanyi, G.: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten: Brazier-Effekt. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

# Heft 12:

Meyer-Ottens, C.: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1969

# Heft 13:

Fuchs, G.: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

# Heft 14:

Meyer-Ottens, C.: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Sonderdruck aus: Mitteilungen der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung, H.56(1969)

# Heft 15:

Lewandowski, R.: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten anhand von Betongütewürfeln und -bohrproben. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1970

## Heft 16:

Neubauer, F.-J.: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1969

## Heft 17:

Meyer-Ottens, C.; Kordina, K.: Gutachten über das Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton: aufgestellt für den Fachverband Gasbetonindustrie. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1970

## Heft 17:

Meyer-Ottens, C.; Kordina, K.: Gutachten über das Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton. Erw. Neuaufl. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974

## Heft 18:

Bödeker, W.: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung: Grundlagen und Bemessungsvorschläge. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1971, ISBN 3-89288-057-3

## Heft 19:

Meyer-Ottens, C.: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften: Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Dekken. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971

## Heft 20:

Liermann, K.: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-056-5

## Heft 22:

Nürnberger, U.: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-054-9

# Heft 23:

Meyer-Ottens, C.: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Unversität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972

## Heft 24:

El-Arousy, T.H.: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-053-0

## Heft 25:

Rieche, G.: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-052-2

## Heft 26:

Tennstedt, E.: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-051-4

## Heft 27:

Schneider, U.: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973

## Heft 28:

Neisecke, J.: Ein dreiparametriges, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-050-6

# Heft 29:

Kordina, K.; Maack, P.; Hjorth, O.: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern. Schlußbericht (AIF-Nr. 956). Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-048-4

# Heft 30:

Eibl, J.; Ivanyi, G.: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken. Schlußbericht, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974

## Heft 31:

Kordina, K.; Janko, B.: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau. Schlußbericht (AIF-Nr. 1388), Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-049-2

# Heft 32:

Hjorth, O.: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1975

## Heft 33:

Klingsch, W.: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1976

# Heft 34:

Djamous, F.: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

# Heft 35:

Haksever, A.: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

## Heft 36:

Storkebaum, K.-H.: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-045-X

# Heft 37:

Bechtold, R.: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-046-8

### Heft 38:

Steinert, J.: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Unveränderter Nachdruck der Erstveröffentlichung Bad Honnef, Osang, 1977 (Zivilschutzforschung, Bd. 7)

# Heft 39:

Weiß, R.: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-047-6

## Heft 40:

Alda, W.: Zum Schwingkriechen von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-035-2

# Heft 41:

Teutsch, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-036-0

# Heft 42:

Schneider, U.: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979

# Heft 43:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1979. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-037-9

# Heft 44:

Kordina, K.; Fröning, H.: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde. Abschlußbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-038-7

# Heft 45:

Henke, V.: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1980

# Heft 46:

Schneider, U.; Haksever, A.: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil 1). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980

## Heft 47:

Walter, R.: Partiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken: Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-039-5

## Heft 48:

Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-040-9

## Heft 49:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1981. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-041-7

## Heft 50:

Ojha, S.K.: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-042-5

## Heft 51:

Henke, V.: Zusammenstellung und Anwendung Bayes'scher Verfahren bei der Stichprobenbeurteilung. Projekt D1 des SFB 148. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-043-3

## Heft 52:

Haksever, A.: Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitten bei natürlichen Bränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Habil.-Schr., Technische Universität Istanbul, 1982, ISBN 3-89288-044-1

## Heft 53:

Weber, V.: Untersuchung des Riß- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbetonbauteile. Braunschweig. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-017-4

## Heft 54:

Ranisch, E.-H.: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton: geklebte Bewehrung. Unveränderter Nachdruck der Ausgabe 1982. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-010-7

## Heft 55:

Wiedemann, G.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982

## Heft 56:

Timm, R.: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-018-2

### Heft 57:

Diederichs, U.: Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-019-0

## Heft 58:

Schneider, U.: Wärmebilanzrechnungen in Verbindung mit Versuchen in Brand-räumen (Teil 2). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-020-4

## Heft 59:

Dobbernack, R.: Wärmebilanzrechnungen in Brandräumen unter Berücksichtigung der Mehrzonenmodellbildung (Teil 3). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-021-2

### Heft 60:

Hillger, W.: Verbesserungen und Erweiterungen von Ultraschallprüfverfahren zur zerstörungsfreien Fehlstellen- und Qualitätskontrolle von Betonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-014-X

## Heft 61:

Blume, F.: Zur Wirklichkeitsnähe der Lastannahmen in Silovorschriften für Zellen aus Stahlbeton und Spannbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-013-1

## Heft 62:

Nölting, D.: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton : Tragverhalten, Berechnung, Bemessung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-012-3

## Heft 63:

Wesche, J.: Brandverhalten von Stahlbetonplatten im baupraktischen Einbauzustand. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-009-3

## Heft 64:

Droese, S.: Untersuchungen zur Technologie des Gleitschalungsbaus. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-000-X

## Heft 65:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1978 -1983. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-001-8

#### Heft 66:

Hegger, J.: Einfluß der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-002-6

## Heft 67:

Kepp, B.: Zum Tragverhalten von Verankerungen für hochfeste Stäbe aus Glasfaserverbundwerkstoff als Bewehrung im Spannbetonbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-003-4

## Heft 68:

Sager, H.: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-004-2

# Heft 69:

Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-005-0

## Heft 70:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: 17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, März 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-006-9

## Heft 71:

Ehm, C.: Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-007-7

## Heft 72:

Hartwich, K.: Zum Riß- und Verformungsverhalten von Stahlfaserverstärkten Stahlbetonstäben unter Längszug. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-008-5

# Heft 73:

Scheuermann, J.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-011-5

# Heft 74:

Hinrichsmeyer, K.: Strukturorientierte Analyse und Modellbeschreibung der thermischen Schädigung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-015-8

## Heft 75:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Fachseminar Neue Bemessungsregeln durch Änderung der Stahlbeton- und Spannbetonvorschriften DIN 1045, DIN 4227, Juni 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braun-schweig, 1986, ISBN 3-89288-022-0

## Heft 76:

Budelmann, H.: Zum Einfluß erhöhter Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton mit unterschiedlichen Feuchtegehalten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-016-6

## Heft 77:

Großmann, F.: Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normelbeton unter Zugbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-023-9

## Heft 78:

Rohling, A.: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-024-7

## Heft 79:

Henning, W.: Zwangrißbildung und Bewehrung von Stahlbetonwänden auf steifen Unterbauten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-025-5

## Heft 80:

Richter, E.: Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spann-betonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-026-3

## Heft 81:

Kiel, M.: Nichtlineare Berechnung ebener Stahlbetonflächentragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-027-1

## Heft 82:

Konietzko, A.: Polymerspezifische Auswirkungen auf das Tragverhalten modifizierter zementgebundener Betone (PCC). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-028-X

# Heft 83:

Grzeschkowitz, R.: Zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen unter besonderer Berücksichtigung der schiefen Biegung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-030-1

# Heft 84:

Wiese, J.: Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter partieller Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-031-X

## Heft 85:

Rudolph, K.: Traglastberechnung zweiachsig biegebeanspruchter Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-032-8

## Heft 86:

Kordina, K.; Meyer-Ottens, C.; Noack, I.: Einfluß der Eigenbrandlast auf das Brandverhalten von Bauteilen aus brennbaren Baustoffen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, in Vorbereitung, ISBN 3-89288-058-1

#### Heft 87:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1984 -1989. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-034-4

#### Heft 88:

Grossert, E.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Massivbrücken mit zweizelligem Kastenquerschnitt. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-059-X

## Heft 89:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Weiterbildungsseminar "Bauen in Europa", 15.-16. November 1990 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-063-8

## Heft 90:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.; Voß, K.-U.: Vorspannung im Hochbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-064-6

#### Heft 91:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachtagung Spannbeton im Hoch- und Industriebau, Kurzreferate, 1991, ISBN 3-89288-065-4

## Heft 92:

Heins, T.: Simulationsmodell zur sicherheitstechnischen Beurteilung der Rauchausbreitung in ausgedehnten Räumen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, ISBN 3-89288-066-2

## Heft 93:

Hagen, E.: Zur Prognose des Gefährdungspotentials von Raumbränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1992; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-072-7

## Heft 94:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Instandsetzung und Ertüchtigung von Massivbauten", 14.-15. November 1991 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-068-9

## Heft 95:

Qualitätssicherung im Bauwesen, VMPA-Tagung 1992, 25.-26.06.1992, Tagungsbericht, ISBN 3-89288-071-9

## Heft 96:

Weiterbildungsseminar "Brandschutz im Industriebau", 30.09.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-070-0

#### Heft 97:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Neue Technologien im Bauwesen", 12.-13.11.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-073-5

#### Heft 98:

Gunkler, E.: Verstärkung biegebeanspruchter Mauerwerkswände durch bewehrte Ergänzungsschichten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-074-3

### Heft 99:

Dorn, T.: Zur Berechnung des Tragverhaltens brandbeanspruchter Tragwerke in Verbundbauweise unter besonderer Berücksichtigung der Träger-Stützen-Anschlüsse. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-075-1

## Heft 100:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Stahlfaserbeton", 04.03.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-076-X

## Heft 101:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Vergleichende Untersuchungen an unbewehrten und stahlfaserbewehrten Industriefußböden. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-077-8

## Heft 102:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Comperative studies of plain and steel fiber reinforced concrete industrial ground slabs. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-078-6

## Heft 103:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1993: Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis. 06.-07.10.1993, Kurzreferate, ISBN 3-89288-079-4

## Heft 104:

Thienel, K.-C.: Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Beanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-080-8

## Heft 105:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Braunschweiger Bauseminar 1993 "Dauerhafte Bauwerke aus Faserbeton", 11.-12.11.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-081-6

# Heft 106:

Neuentwicklungen im baulichen Brandschutz. Dr. Meyer-Ottens 60 Jahre; Fachseminar 18.03.1994 in Braunschweig, ISBN 3-89288-085-9

# Heft 107:

Bunte, D.: Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994 Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-086-7

## Heft 108:

Holzenkämpfer, P.: Ingenieurmodell des Verbundes geklebter Bewehrung für Betonbauteile. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-087-5

# Heft 109:

Forschungsarbeiten 1990 - 1994. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-088-3

## Heft 110:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Rohde, S.: Untersuchung der Schubtragfähigkeit und der Wasserundurchlässigkeit von Arbeitsfugen unter Verwendung von Stremaform-Abschalelementen.

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.: Schubtragfähigkeit des Vergußbetons zwischen Köcher-, Block oder Hülsenfundamenten und Stützenfuß bei unterschiedlich profilierten Betonoberflächen.

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-089-1

### Heft 111:

Voß, K.-U.: Zum Trag- und Verformungsverhalten bei Schwellbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-090-5

#### Heft 112:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 05./06.10.1994 in Braunschweig; Kurzreferate, 1994, ISBN 3-89288-092-1

## Heft 113:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Aus der Forschung in die Praxis: 10./11.11.1994; Braunschweiger Bauseminar 1994, ISBN 3-89288-091-3

## Heft 114:

Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-094-8

## Heft 115:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1995: 6. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 04.-05.10.1995, Kurzreferate, ISBN 3-89288-093-X

## Heft 116:

Huang, Z.: Grenzbeanspruchung gebetteter Stahlfaserbetonplatten, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-095-6

#### Heft 117:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Huang, Z.: Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens von Industriefußböden aus Stahlfaserbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-096-4

#### Heft 118:

Kubat, B.: Durchstanzverhalten von vorgespannten, punktförmig gestützten Platten aus Stahlfaserbeton, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-097-2

#### Heft 119:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Dichte Bauwerke: 09./10.11.1995; Braunschweiger Bauseminar 1995, ISBN 3-89288-091-3

#### Heft 120:

Steinert, C.: Bestimmung der Wärmeübergangsbedingungen auf Bauteile im Brandfall, Abschlußbericht, 1995, ISBN 3-89288-099-9

#### Heft 121:

Schütte, J.; Teutsch, M.; Falkner, H.: Fugenlose Betonbodenplatten, Forschungsbericht, 1996, ISBN 3-89288-100-6

#### Heft 122:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 24./25.09.1996 in Braunschweig, Kurzreferate, 1996, ISBN 3-89288-101-4

#### Heft 123:

Droese, S.; Riese, A.: Belastungsversu-che an zwei Durchlauf-Plattenstreifen aus Elementplatten mit Aufbeton aus Stahlfaserbeton, 1996, ISBN 3-89288-102-4

#### Heft 124:

Hankers, C.: Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteile unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung, 1996 Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-103-0

#### Heft 125:

Schmidt-Döhl, F.: Ein Modell zur Berechnung von kombinierten chemischen Reaktions- und Transportprozessen und seine Anwendung auf die Korrosion mineralischer Baustoffe, 1996

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-104-9

### Heft 126:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Ingenieurbauwerke mit neuen Konzepten: 14./15.11.1996, Braunschweiger Bauseminar 1996, ISBN 3-89288-105-7

### Heft 127:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1990 - 1993, 1996, ISBN 3-89288-106-5

# Heft 128:

Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy: Baustoffe in Praxis, Lehre und Forschung, 1997, ISBN 3-89288-107-3

### Heft 129:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1994, 1997, ISBN 3-89288-108-1

#### Heft 130:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1995, 1997, ISBN 3-89288-109-X

#### Heft 131:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Klinkert H.: Tragund Verformungsverhalten dynamisch beanspruchter Fahrbahnen aus Beton- und Stahlfaserbeton, Forschungsbericht, 1997, ISBN 3-89288-110-3

#### Heft 132:

Schütte, J.: Einfluß der Lagerungsbedingungen auf Zwang in Betonbodenplatten, 1997

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-111-1

## Heft 133:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1997: 7. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 01.-02.10.1997, Kurzreferate, ISBN 3-89288-112-X Heft 134:

Ameler, J.: Betonverhalten bei hohen Temperaturen und triaxialer Beanspruchung -FE-Modell auf der Basis der Betonstruktur, 1997

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-113-8

#### Heft 135:

Tagung Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk: 06./07.11.1997 in Braunschweig, ISBN 3-89288-114-6

## Heft 136:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Innovatives Bauen: 13./14.11.1997, Braunschweiger Bauseminar 1997, ISBN 3-89288-115-4

#### Heft 137:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1996 - 1997. 1998. ISBN 3-89288-116-2

## Heft 138:

Scheibe, M.: Vorhersage des Zeitstandverhaltens unidirektionaler Aramidfaserverbundstäbe in alkalischer Umgebung. 1998. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1998.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1998. ISBN 3-89288-117-0

#### Heft 139:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 29./30.9.1998 in Braunschweig; Kurzreferate. 1998. ISBN 3-89288-118-9

#### Heft 140:

Gutsch, A.: Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle. 1998. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 3-89288-119-7

Heft 141: Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.] Beton auf neuen Wegen : 12.-13.11.1998 ; Braunschweiger Bauseminar 1998. ISBN 3-89288-120-0 Heft 142: Betonbau - Forschung, Entwicklung und Anwendung : Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing Horst Falkner am 20.4.1999. 1999. ISBN 3-89288-121-9

#### Heft 143:

Teutsch, M ; Klinkert, H. Leistungsklassen von Stahlfaserbeton. 1999. ISBN 3-89288-122-7

Heft 144: Forschungsarbeiten 1995 - 1999. 1999. ISBN 3-89288-123-5

### Heft 145:

Braunschweiger Brandschutztage 1999: 8. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis ; 4.-5. Oktober 1999 in Braunschweig., Kurzreferate. 1999. ISBN 3-89288-124-3

Heft 146:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauen im nächsten Jahrtausend : 11.11.-12.11.1999 ; Braunschweiger Bauseminar 1999. ISBN 3-89288-125-1

Heft 147:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 28./29.3.2000 in Braunschweig; Kurzreferate, 2000. ISBN 3-89288-126-X

## Heft 148:

Hariri, K.: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons - Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rißprozeßzone. 2000.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000. ISBN 3-89288-127-8

#### Heft 149:

Wigger, H.: Rissbildung in historischem Natursteinmauerwerk : Beobachtung, Versuche und Berechnungsmodelle. 2000. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000. ISBN 3-89288-128-6

#### Heft 150:

Neubauer, U.: Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser – Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen. 2000 Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000. ISBN 3-89288-129-4.

#### Heft 151:

Brandschutz in Chemikalienlagern. 2000. ISBN 3-89288-130-8

#### Heft 152:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Trends und Entwicklungen im Bauwesen : 9.-10.11.2000 ; Braunschweiger Bauseminar 2000. ISBN 3-89288-131-6

#### Heft 153:

Rostásy, F.S.; Budelmann, H. [Hrsg.] Rissbeherrschung massiger Betonbauteile : Bauwerk, Werkstoff, Simulation ; Braunschweig, 20.3.2001. ISBN 3-89288-132-4

#### Heft 154:

Krauß, M.; Hariri, K.; Rostásy, F.S. Hydratationsgrad, Ultraschall-Technik zur Beschreibung der Erhärtung, bruchmechanisches Verhalten jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001. ISBN 3-89288-135-9.

#### Heft 155:

Gutsch, A.; Rostásy, F.S.

Spannungs-Dehnungslinie, viskoelastisches Verhalten und autogenes Schwinden jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001.

ISBN 3-89288-136-7

## Heft 156:

Rostásy, F.S.; Krauß, M.; Gutsch, A. Spannungsberechnung und Risskriterien für jungen Beton - Methoden des iBMB : Bericht : Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS, 2001. ISBN 3-89288-137-5

#### Heft 157:

Rostásy, F.S.; Krauß, M.; Gutsch, A. Früher Zwang in massigen Sohlplatten : Bericht ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS, 2001, ISBN 4-89288-138-3

#### Heft 158:

Braunschweiger Brandschutztage 2001: 9. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis : 1.-2. Oktober 2001 in Braunschweig., Kurzreferate. 2001. ISBN 3-89288-139-1

#### Heft 159:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauen im Wandel der Zeit: 8.-9.11.2001: Braunschweiger Bauseminar 2001. 2001. ISBN 3-89288-140-5.

#### Heft 160:

Beiträge zum 40. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton : 11.-12.10.2001 in Braunschweig. 2001. ISBN 3-89288-141-3

## Heft 161:

Dora, B.: Hydraulisch erhärtende Baustoffe aus Betonbrechsand - Phasenveränderungen durch Temperaturbehandlung und Einsatzmöglichkeiten.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2001. ISBN 3-89288-142-1

## Heft 162:

RO 70: 50 Jahre Forschung und 25 Dissertationen ; Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Rostásy, zum 70 Geburtstag gewidmet. 2002 ISBN 3-89288-143-X.

Heft 163:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 1. und 2. Oktober 2002 in Braunschweig; Kurzreferate. 2002 ISBN 3-89288-144-8

#### Heft 164:

Stahlfaserbeton : Ein unberechenbares Material? ; 14.-15. November - Braunschweiger Bauseminar 2002. ISBN 3-89288-145-6

### Heft 165:

Niemann, P.

Gebrauchsverhalten von Bodenplatten aus Beton unter Einwirkungen infolge Last und Zwang. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2002. ISBN 3-89288-146-4

#### Heft 166:

Budelmann ; H. ; Falkner, H. [Hrsg.] Bauen im Bestand : 25. März 2003. ISBN 3-89288-147-2

#### H. 167:

Blume, G.W.: Ingenieurmodell zur brandschutztechnischen Bemessung von Bauteilen auf der Basis von experimentell ermittelten Verbrennungseffektivitäten. 2003. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2002. ISBN 3-89288-148-0

#### H. 168:

Braunschweiger Brandschutztage 2003: 10. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis ; 30.9. - 1.10.2003 in Braunschweig., Kurzreferate, 2003. ISBN 3-89288-149-9

#### H. 169:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauforschung und -praxis in schwierigen

Zeiten : 13. und 14. November ; Braunschweiger Bauseminar 2003. ISBN 3-89288-150-2

#### H 170:

Hemmy, O.: Zum Gebrauchs- und Tragverhalten von Tunnelschalen aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-151-0

### H. 171:

Dehne, M.: Probabilistisches Sicherheitskonzept für die brandschutztechnische Bemessung. 2003. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-153-7

#### H. 172:

Paliga, K.: Entstehung und Vermeidung von Betonabplatzungen bei Tunnelbränden. 2003.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-154-5

### Heft 173:

Festschrift zum 60 Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser : Brandschutz und mehr... 2003. ISBN 3-89288-152-9

#### Heft 174:

Timm, M.: Verbundwirkung des Betons im Bereich von STREMAFORM -Abschalelementen : Untersuchungsbericht ; Okt. 2000. 2004. ISBN 3-89288-156-1

### Heft 175:

Zehfuß, J.: Bemessung von Tragsystemen mehrgeschossiger Gebäude in Stahlbauweise für realistische Brandbeanspruchung. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-155-3

Heft 176: Nause, P.: Berechnungsgrundlagen für das Brandverhalten von Druckgliedern aus hochfestem Beton. 2004. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-157-X Nicht in der Schriftenreihe erschienen. Heft 177:

Budelmann ; H. ; Falkner, H. [Hrsg.] Bauen im Bestand : 23. März 2004. ISBN 3-89288-158-8

#### H. 178:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 29. – 30.9.2004 in Braunschweig ; Kurzreferate. 2004. ISBN 3-89288-159-6

#### H. 179:

Krauß, M.: Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen. 2004.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-160-X.

#### H. 180:

Weiske, R. Durchleitung hoher Stützlasten bei Stahlbetonflachdecken. 2004. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-161-8.

#### H. 181:

Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.] Qualität im Bauwesen : 11. und 12. Nov. ; Braunschweiger Bauseminar 2004. ISBN 3-89288-162-6

#### H. 182:

Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Klaus Peter Großkurth : Struktur und Anwendung der Baustoffe. 2005. ISBN 3-89288-163-4

H. 183: Budelmann, H. ; Laube, M. ; Hinrichs, W. [Hrsg.] Bauen im Bestand : 23. Februar 2005. ISBN 3-89288-164-2

#### H. 184:

#### Hinrichs, W.

Charakterisierung einer einheitlichen Messmethodik und Validierung ausgewählter Verfahren für die Bestimmung der Maschenweiten von Stahldrahtgeweben : Das Forschungsvorhaben wurde von der Stiftung Stahlanwendungsforschung im Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft e.V. gefördert (Az: A 182/S24/10036/02. 2005). ISBN 3-89288-166-9.

#### H. 185:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '05 : 11. Fachseminar Brandschutz – Forschung und Praxis, 28. und 29. Sept. 2005 in Braunschweig, Tagungsbericht. ISBN 3-89288-167-7.

## H. 186:

Will, J.: Entwicklung eines sauerstoffkalorimetrischen Verfahrens zur Bestimmung von Brandparametern bei unterschiedlich ventilierten Bränden. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005.

ISBN 3-89288-168-5.

# H. 187:

Rigo, E.M.: Ein probabilistisches Konzept zur Beurteilung der Korrosion zementgebundener Baustoffe durch lösenden und treibenden Angriff. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-169-3.

#### H. 188:

Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Bauen im Bestand : Beton in der Abwassertechnik ; 6. Sept. 2005. ISBN 3-89288-170-7.

#### H. 189:

Gerritzen, D.P.

Zur Frage der Nachnutzbarkeit verbundlos vorgespannter Stahlbetondecken nach Brandeinwirkung. 2005. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-171-5.

## H. 190: Falkner, H. ; Teutsch, M. [Hrsg.] Bewe(ä)rter Betonbau : 10. und 11. November ; Braunschweiger Bauseminar 2005. ISBN 3-89288-172-3

### H. 191:

Kurzberichte aus der Forschung 2005. 2006. ISBN 3-89288-173-1

## H. 192:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 26.-27. Sept. 2006 ; Kurzreferate. ISBN-10: 3-89288-174-X ISBN-13: 978-3-89288-174-2.

#### H. 193:

Sperling, D. Eine Methode zur automatisierten Überwachung von Spannbetonfahrwegträgern. 2006. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006. ISBN-10: 3-89288-175-8 ISBN-13: 978-3-89288-175-9.

## H. 194:

Grunert, J.P. Zum Tragverhalten von Spannbetonfertigteilbalken aus Stahlfaserbeton ohne Betonstahlbewehrung. 2006. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006. ISBN-10: 3-89288-176-6 ISBN-13: 978-3-89288-176-6.

#### H. 195:

Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.]
Bau Symposium Braunschweig (BSB 2007)
: Stand und Entwicklung des Trockenbaus ;
8. März. 2007.
ISBN 978-3-89288-177-3.

H. 196: Bruder, S. Adaptive Modellierung der Dauerhaftigkeit im Zuge der Überwachung von Betonbauwerken. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1996.

ISBN 978-3-89288-178-0.
# H. 197: Holst, A. Korrosionsmonitoring und Bruchortung vorgespannter Zugglieder in Bauwerken. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-179-7.

#### H. 198:

Forell, B.

A Methodology to assess Species Yields of Compartment Fires by means of an extended Global Equivalence Ratio Concept. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.

ISBN 978-3-89288-180-3.

#### H. 199:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '07 : 21. Fachseminar Brandschutz – Forschung und Praxis, 26. und 27. Sept. 2007 in Braunschweig, Tagungsband. ISBN 978-3-89288-181-0.

#### H. 200:

Nothnagel, R. Hydratations- und Strukturmodell für Zementstein. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-182-7

# H. 201:

Riese, O. Ein Brandausbreitungsmodell für Kabel. 2007. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-183-4

# H. 202:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '08 : 22. Fachtagung ; Brandschutz bei Sonderbauten , 30.9. – 1.10.2008 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-185-8

# H. 203: Klinzmann, C.

Methodik zur computergestützten, probabilistischen Bauwerksbewertung unter Einbeziehung von Bauwerksmonitoring. 2008. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.

#### ISBN 978-3-89288-186-5.

# H. 204:

Schnetgöke, R.

Zuverlässigkeitsorientierte Systembewertung von Massivbauwerken als Grundlage für die Bauwerksüberwachung. 2008. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-187-2.

## H. 205:

Budelmann, H. ; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Bau Symposium Braunschweig (BSB 2008): Konstruktiver Holzbau ; 4. November 2008. ISBN 978-3-89288-188-9.

## H. 206:

Kampmeier, B.

Risikogerechte Brandschutzlösungen für den mehrgeschossigen Holzbau. 2008. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2008. ISBN 978-3-89288-189-6.

#### H. 207:

Husemann, U. Erhöhung der Verbundtragfähigkeit von nachträglich aufgeklebten Lamellen durch Bügelumschließungen. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009. ISBN 978-3-89288-190-2

# H. 208:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '09 : 23. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis, 29.9.2008 – 30.9.2009 ; Tagungsband. ISBN 978-3-89288-191-9

# H. 209:

Sperbeck, S.T. Seismic Risk Assessment of Masonry Walls and Risk Reduction by Means of Prestressing. 2009. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009. ISBN 978-3-89288-192-6

#### H. 210:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2010 : : 24. Fachtagung ; Brandschutz bei Sonderbauten , 21. und 22.9.2010 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-194-0

#### H. 211:

#### Hohm, V.

Wärmetransportmodell für gekoppelte Prozesse in der Brandsimulation. 2010. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-195-7.

# H. 212:

Kruse, D.

Entwicklung von Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen zum Entzündungsschutz von Holz unter Vollbrandbedingungen. 2011.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010. ISBN 978-3-89288-196-4.

## H. 213:

Twelmeier, H.

Dauerhaftigkeitsprognose der Verfugung von gipshaltigem historischem Mauerwerk. 2011.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010. ISBN 978-3-89288-197-1.

#### H. 214:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2011 : : 25. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis, 27. und 28.9.2011 – Tagungsband.

ISBN 978-3-89288-198-8

# H. 215:

Hollmann, D.W.

Grundlagen und Ingenieurmodell für den Nachweis von Holzbauteilen mit Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen. 2011. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2011. ISBN 978-3-89288-199-5

# H. 216:

Rostásy, F.S. Assessment of Mechanical Properties of Structural Materials for Cryogenic Application (June 1988). 2011. ISBN 978-3-89288-200-8

# H. 217:

Albrecht, C. A risk-informed and performance-based life safety concept in case of fire. 2012. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2012. ISBN 978-3-89288-202-2.

#### H. 218:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2012 : : 26. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten, 19. und 20.9.2012 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-203-9.

# H. 219:

Wichers, M. Bemessung von bewehrten Betonbauteilen bei Teilflächenbelastung unter Berücksichtigung der Rissbildung. 2013. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013. ISBN 978-3-89288-204-6.

#### H. 220:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2013 : : 27. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis ; 25. und 26.9.2013 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-205-3

H. 221: Krakowski, W.. Rissverhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit schiefwinkliger Bewehrung. 2013. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013.

ISBN 978-3-89288-206-0

#### H. 222:

Krauss, H.-W. Zur Auswirkung hochfeiner inerter Zusatzstoffe auf die Hydratationskinetik und die Mikrostruktur von Zementstein. 2013. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013. ISBN 978-3-89288-207-7

#### H. 223:

Steven, G. Trag- und Nachbruchverhalten von Stützen aus ultrahochfestem Beton mit hochfester Längsbewehrung. 2014. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2014. ISBN 978-3-89288-208-4

#### H. 224:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2014 : : 28. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten ; 16. und 17.9.2014 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-209-1.

#### H. 225:

Heumann; G. Zuverlässigkeitsorientierte Bewertung bestehender Bauwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 2014. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2014. ISBN 978-3-89288-210-7

#### H. 226:

Leusmann, T. Das Verbundtragverhalten geklebter Kohlefaserkunststoffe auf Beton unter schwingender Beanspruchung. 2015. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2015. ISBN 978-3-89288-211-4

#### H. 227:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2015 : : 29. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis ; 15. und 16.9.2015 – Tagungsband.

ISBN 978-3-89288-212-1

#### H. 228:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2016 : 30. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten ; 21. und 22.9.2016 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-213-8

# H. 229:

Oettel, V.V. Torsionstragverhalten von stahlfaserbewehrten Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbalken. 2016. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2016. ISBN 978-3-89288-214-5