



# Rissverhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit schiefwinkliger Bewehrung

Waldemar Krakowski

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) Materialprüfanstalt für das Bauwesen (MPA) Braunschweig

**Heft 221** 

**Braunschweig** 

2013

ISBN 978-3-89288-206-0 ISSN 1439-3875 Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des Grades eines Doktoringenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

Eingereicht am 14. Dezember 2012 Disputation am 17. September 2013

Berichterstatter Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann

Prof.dr.ir. Joost Walraven

Diese Dissertation ist über die Internetseite der Universitätsbibliothek Braunschweig online zugänglich.

# Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abbrufbar.

#### Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

# Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek

La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la Deutsche Nationalbibliografie; les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur Internet à l'adresse http://dnb.d-nb.de.

Rissverhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit schiefwinkliger Bewehrung

Rissbreiten von Stahlbetontragwerken müssen begrenzt werden, um die Dauerhaftigkeit und die Gebrauchstauglichkeit sicher zu stellen. Daher sind die Grenzwerte und die Ansätze zur Berechnung der Rissbreiten in nationalen und internationalen Vorschriften geregelt.

Bisherige Ansätze basieren auf mechanischen Beziehungen, welche, für den Fall mit Bewehrung in Kraftrichtung, für Biegeträger und Zugstäbe entwickelt wurden. In Flächentragwerken wirken die Zugspannungen häufig nicht in Richtung der eingebauten Stäbe des Bewehrungsnetzes. Daher sind die vorhandenen Ansätze zu diskutieren bzw. entsprechend zu erweitern.

Die Rissbildung von Flächentragwerken wird, wie bei Zugstäben oder Biegeträgern, vom Verbundverhalten, dem Bewehrungsgrad, den Stabdurchmessern und weiteren Parametern beeinflusst. Zusätzlich müssen jedoch die Rissorientierung, die Schiefwinkligkeit der Bewehrung und die Schubkraftübertragung im Riss berücksichtigt werden.

Zum Riss- und Formänderungsverhalten von schiefwinklig bewehrten Bauteilen liegen bisher wenige Forschungsarbeiten auf experimenteller Grundlage vor. Daher ist es erforderlich, die vorhandenen Ergebnisse im Hinblick auf das Rissverhalten zusammenfassend zu untersuchen und zu werten.

Da zum Rissverhalten von schiefwinklig bewehrten Bauteilen unter zweiaxialer Zugbeanspruchung keine ausreichend dokumentierten Versuchsergebnisse vorliegen, muss ein Prüfstand entwickelt werden, welcher es erlaubt eine geeignete Datenbasis zu schaffen. Darin ist die Interaktion der Hauptzugkräfte, anhand von großmaßstäblichen Scheibenversuchen zu erfassen. In Versuchen nicht untersuchte Kenngrößen, welche Auswirkungen auf das Rissverhalten haben könnten, werden anhand von FE-Berechnungen bewertet.

Auf Grundlage der umfassenden theoretischen und experimentellen Untersuchungen, wird das Riss- und Formänderungsverhalten von Flächentragwerken mit schiefwinkliger Bewehrung mechanisch konsistent, modelltheoretisch beschrieben.

# Cracking Behaviour of Reinforced Concrete Shells with Skew Reinforcement

In reinforced concrete crack widths and deformations have to be limited in order to ensure a sufficient durability and serviceability. Therefore, the calculation and limitation of crack widths and deformations are an essential part of the design and specifications given in the national standards and guidelines.

For the standard case, existing crack width formulations are based on mechanical relations and engineering models, which have been obtained at tension or pure bending members. In reinforced shell structures the applied tension forces are not acting in the direction of the sited reinforcement only, but in any arbitrary angle to it. In case of cracking of those structures the reinforcement will not be stressed ideally and the crack orientation will not be perpendicular to the reinforcement direction. Though, the application of common crack width models has to be examined and modified in order to assure the serviceability.

The crack width of shell structures with arbitrary reinforcement direction is influenced by parameters, like bond behaviour, reinforcement ratio, bar diameter etc. For shell structures additionally, the angle between the direction of cracks and the principal tension forces has to be considered. Furthermore, the cracking process may be influenced by effects such as the aggregate interlock of concrete and the dowel action of reinforcement

Experimental research to structures with arbitrary reinforcement orientation under uniaxial and biaxial in-plane tension is rare. As knowledge about the cracking process for reinforced concrete members is essential for structural stability and safety, a comprehensive analysis of existing tests related to the problem of arbitrary reinforcement orientation has been performed.

In addition addressing the lack of data for the biaxial tension behaviour of reinforced concrete, a new testing facility for panels with arbitrary reinforcement orientation has been developed. Six full-scale specimens have been tested. The experimental research has been complemented by FEM-analysis. It has been asserted, that there is an interaction between the first and the second principal stress direction, which must be considered for safe design.

Based on own tests and those from literature a new approach for the prediction of crack widths and deformation behaviour of shell structures with arbitrary reinforcement orientation has been formulated. This new method allows variable application for the analysis of plates in bending, and panels in biaxial tension, tension-compression and combined tension-compression-shear actions. The approach has been checked against test data and other models known from literature.

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Massivbau des Institutes für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann danke ich für die Möglichkeit zur Promotion und die Übernahme der Berichterstattung sowie seine kritischen Anmerkungen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Herrn Prof.dr.ir. Joost Walraven gilt ebenfalls mein Dank für die Übernahme der Berichterstattung und seine wertvollen Hinweise. Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser gebührt mein Dank für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes. Herrn Prof. Dr. sc. techn. Klaus Thiele danke ich für die Teilnahme an der Prüfung.

Herrn Dr. Yukio Aoyagi danke ich für das zur Verfügung gestellte Material und die freundliche Diskussion. Meinen Kolleginnen und Kollegen gebührt Dank für die stets gute Zusammenarbeit und die hilfreichen Ratschläge, die ebenfalls zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Aus diesem Kreis möchte ich Frau Dipl.-Ing. Corinna Müller, Herrn Dr.-Ing. Siegfried Droese und Herrn Dipl.-Ing. Christoph Driburg hervorheben.

Bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft und dem Deutschen Institut für Bautechnik bedanke ich mich für die finanzielle Unterstützung im Rahmen der Projekte DFG EM 203/3-1 und DIBt ZP 7.292.

Ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Astrid sowie meinen Eltern, die mir stets verständnisvoll und motivierend in allen Phasen meiner Arbeit zur Seite standen.

Braunschweig, im Oktober 2013

Waldemar Krakowski

Iı	nhal	ltsverzeichnis	
В	ezeio	chnungen	1
1	Ein	führung	5
	1.1	Untersuchungsgegenstand	5
	1.2	Ziel und Inhalt der Arbeit	7
2	Sta	nd der Forschung und Technik	8
	2.1	Vorbemerkung	8
	2.2	Rissverhalten von Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung	8
		2.2.1 Phasen der Rissbildung	9
		2.2.2 Ansätze zur Berechnung der Rissbreite	10
	2.3	Rissverhalten von Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung	13
		2.3.1 Bauteiluntersuchungen	13
		2.3.2 Untersuchungen zur Kraftübertragung in Rissen	17
		2.3.3 Ansätze zur Berechnung der Rissbreite	26
	2.4	Schlussbemerkung	30
3	Ber	rechnungsansätze für das Materialverhalten	31
	3.1	Vorbemerkung	31
	3.2	Beton	31
		3.2.1 Druckbeanspruchung	31
		3.2.2 Zugbeanspruchung	32
	3.3	Betonstahl	35
	3.4	Verbund	35
		3.4.1 Verbundansätze	35
		3.4.2 Verbundfreie Vorlänge	38
		3.4.3 Integrale Verbundmodellierung (Tension Stiffening)	38
	3.5	Schubkraftübertragung im Riss	39
		3.5.1 Rissverzahnung (lokale Rauigkeit)	39
		3.5.2 Dübelwirkung	41
		3.5.3 Aufnehmbare Schubbeanspruchung in der Rissebene	41
	3.6	Schlusshemerkung	44

III

4	Ris	sverhalten von Flächentragwerken bei einaxialer Zugbeanspruchung	45
	4.1	Vorbemerkung	45
	4.2	Rissbildung	45
		4.2.1 Rissorientierung	45
		4.2.2 Charakteristischer Rissabstand für $\Theta = 0^{\circ}$	48
		4.2.3 Charakteristischer Rissabstand für $\Theta > 0^{\circ}$	50
		4.2.4 Verteilungstyp des Rissabstandes	52
		4.2.5 Rissbreiten	53
		4.3 Formänderungsverhalten	54
	4.4	Schlussbemerkung	59
5	Ris	sverhalten von Flächentragwerken bei zweiaxialer Zugbeanspruchung	60
	5.1	Vorbemerkung	60
	5.2	Versuchsaufbau	60
	5.3	Rissbildung	61
		5.3.1 Rissschnittgröße	61
		5.3.2 Rissfortschritt	62
		5.3.3 Rissorientierung	63
		5.3.4 Charakteristischer Rissabstand und Verteilungstyp	68
		5.3.5 Rissbreiten	69
	5.4	Formänderungsverhalten	72
	5.5	Schlussbemerkung	77
6	Nu	merische Untersuchungen mit der FEM an Scheiben	79
	6.1	Vorbemerkung	79
	6.2	Numerisches Modell	79
		6.2.1 Netzgenerierung	79
		6.2.2 Rissmodellierung	80
		6.2.3 Verbund- und Bewehrungsmodellierung	80
	6.3	Vergleich der DGL des verschieblichen Verbundes mit dem numerischen Modell	81
	6.4	Verifizierung an Versuchen	82

	6.5	Parameteruntersuchungen	93
		6.5.1 Unidirektionale Rissbildung	93
		6.5.2 Bidirektionale Rissbildung	96
		6.5.3 Einflussgrößen auf Stahlspannungen und Rissbreiten	100
	6.6	Schlussbemerkung	101
7	Ris	sbreitenansatz für Flächentragwerke mit schiefwinklig orientierter	
	Bev	vehrung	102
	7.1	Vorbemerkung	102
	7.2	Ingenieurmodell zur Bestimmung des Spannungszustandes im Riss	102
		7.2.1 Annahmen	102
		7.2.2 Herleitung	103
		7.2.3 Validierung an Versuchen	111
	7.3	Rissbreitenansatz unidirektionale Rissbildung	114
		7.3.1 Berechnung der Rissbreite	114
		7.3.2 Validierung an Versuchen	117
	7.4	Rissbreitenansatz bidirektionale Rissbildung	127
		7.4.1 Berechnung der Rissbreite	127
		7.4.2 Validierung an Versuchen	128
	7.5	Abgleich des numerischen Modells mit dem Ingenieurmodell (Stahlspannungen)	133
	7.6	Parameterstudie mit dem Rissbreitenansatz	136
	7.7	Schlussbemerkung	138
8	For	mänderungsansatz für Flächentragwerke mit beliebig orientierter	
	Bev	vehrung	141
	8.1	Vorbemerkung	141
	8.2	Berechnungsgrundlagen für den Versagenszustand	141
	8.3	Modifizierte Zugkennlinie für einaxiale Beanspruchung	142
		8.3.1 Mathematische Beziehung	142
		8.3.2 Verifizierung an Versuchen	144
		8.3.3 Parameteruntersuchungen	145
	8.4	Modifizierte M-κ-Beziehung für einaxiale Beanspruchung	147

# Inhaltsverzeichnis

		8.4.1 Mathematische Beziehung	147
		8.4.2 Verifizierung an Versuchen	148
	8.5	Modifizierte Zugkennlinie für zweiaxiale Beanspruchung	151
		8.5.1 Mathematische Beziehung	151
		8.5.2 Verifizierung an Versuchen	155
	8.6	Modifizierte M-κ-Beziehung für zweiaxiale Beanspruchung	157
	8.7	Modifizierte Kennlinien für kombinierte Beanspruchungen (Zug, Druck und Schub)	157
		8.7.1 Mathematische Beziehung	157
		8.7.2 Verifizierung an Versuchen	160
	8.8	Schlussbemerkung	161
)	Em	pfehlungen zur praktischen Nachweisführung bei Flächentragwerken m	it
	sch	iefwinkliger Bewehrung	163
	9.1	Abgrenzung zwischen in Beanspruchungsrichtung und schiefwinklig bewehrten Flächentragwerken	163
	9.2	Hinweise zum Konstruieren bei schiefwinkliger Bewehrung	164
	9.3	Rissbreitenberechnung bei Platten	165
	9.4	Rissbreiten- und Formänderungsberechnung bei nicht orthogonaler	
		Bewehrung	167
1	Zus	sammenfassung und Ausblick	168
1	1 Lite	eraturverzeichnis	170
4	nhai	ng A – Ansatz für Rissbreiten, Beispiele und Versuchsdatenbank	177
4	nhai	ng B – Eigene Versuche (Kleinversuche)	201
4	nhai	ng C – Eigene Versuche (Lasteinleitung und TS am Zugstab)	241
4	nhai	ng D – Eigene Versuche (Großversuche)	247
4	nhai	ng E – Versuche von PETER	276
4	nhai	ng F – Versuche von Iványi & Lardi	289
4	nhai	ng G – Versuche von Wästlund & Hallbjörn	295
4	nhai	ng H – Versuche von VECCHIO & COLLINS	297

# Bezeichnungen

Im Folgenden werden die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten geometrischen Größen und Formelzeichen aufgeführt. Nicht aufgeführte Symbole werden bei ihrem ersten Auftreten im Text erläutert.

# **Einheiten**

Länge [mm], [cm], [m]

Fläche [mm²] Kraft [kN]

Einwirkung [kN/m], [kN/m²]

Moment [kNm]
Spannung [N/mm²]
Festigkeit [N/mm²]
Wichte [kN/m³]

# Kurzformen

SLS Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (Serviceability Limit State)

ULS Grenzzustand der Tragfähigkeit (Ultimate Limit State)

TS Tension Stiffening, Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

FEM Finite-Elemente-Methode
DMS Dehnungsmessstreifen
SDM Setzungsdehnmesser

IWA Induktiver Wegaufnehmer

# Kleine lateinische Buchstaben

b Querschnittbreite

b<sub>0</sub> bettungsfreie Vorlänge

c Betondeckung

d statische Nutzhöhe

d<sub>s</sub> Durchmesser Betonstahl
 f Festigkeit, Durchbiegung

h Ouerschnitthöhe

k Beanspruchungsverhältnis  $\sigma_2/\sigma_1$ ,  $N_2/N_1$  oder  $M_2/M_1$ 

k<sub>s</sub> Abminderungsfaktor Schwinden

# Bezeichnungen

z

 $k_t$ Abminderungsfaktor für die zweiaxiale Betonzugfestigkeit 1 Länge Schlupf zwischen Beton und Betonstahl, empirische Standard-S abweichung. Stababstand Rissabstand  $S_r$ Querverschiebung der Rissufer, empirischer Variationskoeffizient v verbundfreie Vorlänge  $\mathbf{v}_0$ Rissbreite w Druckzonenhöhe X

# Große lateinische Buchstaben

A Querschnittfläche, Konstante

innerer Hebelarm

C Variable

E ElastizitätsmodulEA DehnsteifigkeitEI Biegesteifigkeit

F Kraft

G Schubmodul, Eigengewicht

Krümmung

 $\begin{array}{ll} I & Tr\"{a}gheitsmoment \\ M_1,\,M_2 & Hauptmoment \\ N_1,\,N_2 & Hauptnormalkraft \\ W & Widerstandsmoment \end{array}$ 

# Kleine griechische Buchstaben

Abweichung der Rissachse von der Normalen der Hauptzugrichα tung, Signifikanzniveau (Stochastik) bezogener Rissabstand β  $\beta_t$ Faktor für die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (Tension Stiffening) Dehnung ε Streuungsfaktor η Kriechzahl φ Teilsicherheitsbeiwert γ

κ

λ Verhältnis der Bewehrungsquerschnitte

 $\mu$  Querdehnzahl, Erwartungswert  $A_{s,x}/A_{s,y}$ 

ρ mechanischer Bewehrungsgrad
 effρ effektiver Bewehrungsgrad

σ Spannung, Standardabweichung

τ Verbundspannung, Schubspannung

# Große griechische Buchstaben

Θ Abweichung der Richtung der Bewehrung von der Hauptzugrich-

tung (Bild 0-1)

Σ Summe

# **Indizes**

1, 2 Hauptrichtung

1, 2, 3, ... fortlaufende Nummern

c Beton cr Riss

d Bemessungswert

e Einleitung
exp Versuchswert
E Einwirkung
i Laufvariable
k charakteristisch

m Mittelwert
max Maximalwert
min Minimalwert
R Widerstand

s Stahl t Zug u Bruch

x, y Koordinaten der Bewehrung

y Fließen

 $\xi, \eta \hspace{1cm} \text{Koordinaten der allgemeinen Beanspruchungsebene}$ 

# **Begriffsdefinition**

Im Rahmen dieser Arbeit wird folgende Terminologie vereinbart. Als Bewehrung in Beanspruchungsrichtung wird eine parallel dazu orientierte Bewehrung entsprechend Bild 0-1 (a) bezeichnet. Diese Bewehrung kreuzt Risse mit  $\Theta = 0^{\circ}$ . Als schiefwinklig wird eine mit einem Winkel  $\Theta > 0^{\circ}$  zur Beanspruchungsrichtung orientierte Bewehrung bezeichnet (Bild 0-1 (b)). Der allgemeine Fall wird als Bewehrung mit beliebiger Orientierung bezeichnet, welcher die beiden genannten Definitionen enthält.

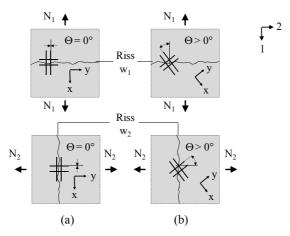


Bild 0-1: Definition der Bewehrungsorientierung: (a) in Beanspruchungsrichtung, (b) schiefwinklige Bewehrung

# 1 Einführung

# 1.1 Untersuchungsgegenstand

Die Rissbildung ist ein charakteristisches Phänomen der Stahlbetonbauweise. Risse im Beton lassen sich kaum vermeiden und sind zur Aktivierung der Tragwirkung des Betonstahls sogar notwendig [Zil-06]. Rissbreiten, die Grenzwerte überschreiten, können jedoch die Bewehrungskorrosion fördern und zu Leckagen, einem inakzeptablen Erscheinungsbild oder unerwünschten Verformungen führen [Kön-96]. Für eine optimale Bemessung von Stahlbetonbauteilen sind deshalb grundlegende Kenntnisse über den Rissbildungsprozess und die mechanischen Zusammenhänge im gerissenen Bauteil sowie eine zutreffende Formulierung zur Berechnung der Rissbreiten und Verformungen notwendig.

Zu den mechanischen Zusammenhängen des Rissverhaltens von Stahlbetonbauteilen, die in Beanspruchungs- bzw. Zugkraftrichtung bewehrt sind, werden in der Literatur zahlreiche Untersuchungen und Ansätze beschrieben. Eine Zusammenfassung von über 40 international bekannten Rissbreitenansätzen ist in [Bor-05] angegeben. Die aktuellen Normen DIN 1045-1 [DIN-08], MC 2010 [CEB-10] und EC 2 [EC2-11] geben Hinweise zur praktischen Berechnung der Rissbreiten bei Zug- und Biegeträgern unter einaxialer Beanspruchung mit Bewehrungsführung in Kraftrichtung (Bild 0-1 (a)).

In vielen Bauteilen des Hoch- und Ingenieurbaus, u. a. bei Torsionsstäben, punktgestützten Platten, Wandscheiben, Druckbehältern, Schalentragwerken etc., treten häufig Zugspannungen auf, die nicht in Richtung der Stäbe des eingebauten Bewehrungsnetzes wirken (Bild 1-1).

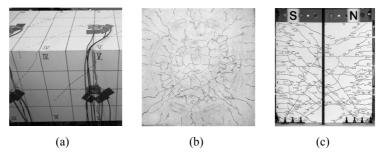


Bild 1-1: Rissbild: (a) Hohlkasten unter reiner Torsionsbeanspruchung, (b) Oberseite einer punktgestützten Deckenplatte unter Biegebeanspruchung im Bereich der Unterstützung [Tim-03], (c) Wandscheibe unter zyklischer Wechselbeanspruchung [Thi-00]

Im Fall der Rissbildung kreuzen die Bewehrungsstäbe die Risse daher nicht rechtwinklig, sondern schiefwinklig dazu. Bauteile mit schiefwinkliger Bewehrung weisen, bei sonst gleichen Stahlspannungen, wesentlich größere Rissbreiten und Verformungen auf als Bauteile mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung [Pet-64], [Iva-82]. Bei Faltwerken und Schalen, bei denen eine dem Kraftfluss angepasste Trajektorienbewehrung oft nicht möglich bzw. unwirtschaftlich ist (Bild 1-2), hat die Steifigkeit auch Einfluss auf die Verformungen und damit die Stabilität des Tragwerks [Zer-80], [Kol-88].

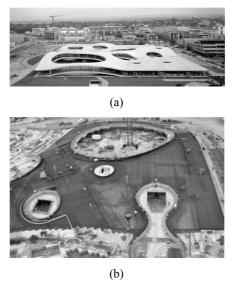


Bild 1-2: Schalentragwerk: (a) Rolex Learning Center, (b) Bauzustand der "großen Schale" mit orthogonaler Bewehrungsführung [Bol-10]

Zum Riss- und Formänderungsverhalten von schiefwinklig bewehrten Bauteilen wurden bisher wenige Forschungsarbeiten auf experimenteller Basis durchgeführt [Pet-64], [Iva-82], [Vec-82], [Aoy-83]. Der Fokus bisheriger Untersuchungen war meist auf das Bauteilverhalten im Traglastzustand gerichtet [Ebn-63], [Len-66], [Wäs-69], [Bau-72]. Die Entwicklung eines mechanisch fundierten Ansatzes zur Beschreibung des Rissverhaltens schiefwinklig bewehrter Flächentragwerke, unter Berücksichtigung der Auswertungen von experimentellen Daten hinsichtlich der maßgeblichen Einflussfaktoren, der Interaktion der Hauptspannungen sowie der in den Versuchen aufgetretenen Rissbreiten und Formänderungen, fehlt bislang.

#### 1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, auf Grundlage von theoretischen und experimentellen Untersuchungen, das Rissverhalten von Flächentragwerken mit beliebig orientierter Bewehrung mechanisch konsistent, modelltheoretisch zu beschreiben. Dabei wird der bei Flächentragwerken häufige Fall der schiefwinklig orthogonalen Bewehrung bevorzugt behandelt.

Zunächst erfolgt ein Überblick der bisherigen theoretischen und experimentellen Untersuchungen. Für die theoretischen Untersuchungen werden Berechnungsgrundlagen für das Materialverhalten der Baustoffe und das Zusammenwirken der einzelnen Komponenten zusammengestellt.

Im Weiteren soll das Rissverhalten anhand von eigenen Versuchsergebnissen und Versuchen aus der Literatur eingehend untersucht und die Unterschiede zwischen Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung sowie Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung aufgezeigt werden. Dies soll sowohl für einaxiale als auch für zweiaxiale Zugbeanspruchungen erfolgen.

Die Zusammenhänge zwischen Einwirkungen, Stahlspannungen, Rissbreiten und Formänderungen sollen für unidirektional und bidirektional gerissene Scheiben anhand eines FE-Modells mit diskreten Rissen unter Berücksichtigung der wesentlichen Materialparameter erfasst werden und die experimentellen Untersuchungen ergänzen.

Zur zielgenauen Berechnung von Rissbreiten bei beliebiger Orientierung der Bewehrung ist ein Ansatz für uni- und bidirektionale Rissbildung zu entwickeln, welcher die wesentlichen Einflussgrößen erfasst.

Für die Berechnung der Formänderungen ist ein allgemein formulierter Ansatz für Biegung und Zug, sowie für kombinierte Beanspruchungen (Schub, Zug und Druck) bei Flächentragwerken zu erstellen.

Die zu entwickelnden Berechnungsansätze müssen im Vergleich mit Versuchsergebnissen aufzeigen, dass eine realitätsnahe Abbildung von Rissbreiten und Formänderungen möglich ist.

Abschließend sollen auf Grundlage von Parameterstudien Hinweise zur Nachweisführung bei Flächentragwerken mit schiefwinkliger Bewehrung gegeben werden. Die Anwendung der zu entwickelnden Ansätze soll an praktischen Berechnungsbeispielen veranschaulicht werden

# 2 Stand der Forschung und Technik

# 2.1 Vorbemerkung

In diesem Abschnitt wird das Rissverhalten von Stahlbetonbauteilen beschrieben. Für in Beanspruchungsrichtung bewehrte Bauteile existieren zahlreiche Untersuchungen, z. B. [Kri-84], [Scho-84], [Emp-95], [Kön-96], [Eck-02], [Lin-07], [Cal-11]. Auf eine vollständige Wiedergabe wird verzichtet. Stattdessen werden die wesentlichen Zusammenhänge als Grundlage für weitere Untersuchungen der vorliegenden Arbeit dargestellt. Versuchsreihen an Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung, welche den bisherigen Erkenntnisstand wiedergeben und sich für einen Vergleich mit Berechnungsansätzen teilweise oder vollständig eignen, werden kurz erläutert. Hierbei werden die charakteristischen Unterschiede zwischen Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung und solchen mit schiefwinkliger Bewehrung aufgezeigt.

# 2.2 Rissverhalten von Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung

Stahlbeton weist nach Überschreiten der Zugfestigkeit eine ausgeprägte Nichtlinearität auf. Das Bauteilverhalten wird durch die mechanischen Eigenschaften der Baustoffe Beton und Betonstahl, sowie durch ihr Zusammenwirken in der Kontaktzone, das sogenannte Verbundverhalten, bestimmt. Das Riss- und Formänderungsverhalten von Stahlbeton lässt sich anschaulich anhand eines Zugstabes erläutern. Eine vereinfachte, typische Last-Dehnungsbeziehung für die Erstbeanspruchung eines Zugstabes ist in Bild 2-1 dargestellt.

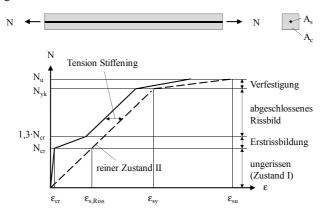


Bild 2-1: Idealisierte Last-Dehnungsbeziehung eines Stahlbetonzugstabes

Bei der Last-Dehnungsbeziehung wird zwischen vier Phasen unterschieden [Zil-06], [DAS-03]. In der ersten Phase ist das Bauteil ungerissen und verhält sich ideal elastisch, man spricht vom Zustand I. Die mechanischen Eigenschaften des Betons dominieren das Bauteilverhalten in dieser Phase.

Nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit (N<sub>cr</sub>) fällt die Steifigkeit stark ab und es kommt zur sukzessiven Rissbildung, die aufgrund der streuenden Zugfestigkeit des Betons zufällig erfolgt. Diese Phase wird als Phase der Erstrissbildung bezeichnet und ist bei etwa der 1,3-fachen Risslast weitgehend abgeschlossen.

In der dritten Phase bilden sich kaum neue Risse, im Wesentlichen werden die Rissbreiten größer. Das Rissbild bleibt bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls  $(N_{yk})$  weitgehend stabil, weshalb diese Phase als das abgeschlossene Rissbild bezeichnet wird. Sie ist durch einen in etwa parallelen Verlauf der Last-Dehnungskurve zum reinen Zustand II des Betonstahls charakterisiert.

Die letzte Phase wird mit dem Überschreiten der Streckgrenze des Betonstahls erreicht und schließt mit dem Versagen des Querschnittes  $(N_u)$  an der schwächsten Stelle des Betonstahls ab. Diese letzte Phase ist durch einen nochmaligen Abfall der Steifigkeit gekennzeichnet.

In allen Phasen ist die Steifigkeit des Bauteils stets größer als im reinen Zustand II, weil der Beton sich über die Verbundwirkung mit dem Betonstahl an der Zugkraftaufnahme beteiligt [Emp-95]. Dieser Effekt wird in den Phasen zwei bis vier als Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bzw. kurz als Tension Stiffening (TS) bezeichnet. Das TS wird von einer Reihe von Parametern beeinflusst, im Wesentlichen aber vom Spannungssprung im Betonstahl beim Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand. Je höher der Spannungssprung, desto größer ist das TS im Bauteil. Der TS-Effekt nimmt mit steigender Betonzugfestigkeit zu und mit wachsendem Bewehrungsgrad ab.

# 2.2.1 Phasen der Rissbildung

# Erstrissbildung

Die Rissschnittgröße  $N_{cr}$  unterliegt, aufgrund der Heterogenität des Betons, großen Schwankungen [Emp-95], [Zil-06]. Der erste Riss tritt an der Stelle auf, an der erstmalig die Zugspannung die örtliche Zugfestigkeit überschreitet [Bor-05]. Weitere Risse im Bauteil bilden sich in unregelmäßigen Abständen und bei unterschiedlichen Beanspruchungen bzw. Verformungen. Im unmittelbaren Bereich des ersten Risses tritt bei Laststeigerung kein weiterer Riss auf. Ein zweiter Riss entsteht erst dann, wenn die über Verbund eingeleitete Zugkraft die Zugfestigkeit des Betons wieder erreicht.

Kennzeichnend für das Stadium der Erstrissbildung ist, dass bereichsweise zwischen den Rissen Zustand I herrscht (Bild 2-2). Im Riss selbst überträgt der Stahl die gesamte

Kraft. Im rissnahen Bereich, d. h. innerhalb der Einleitungslänge l<sub>e</sub>, besteht eine Dehnungsdifferenz zwischen Beton und Betonstahl. Außerhalb der Einleitungslänge herrscht wieder Dehnungsgleichheit, der Beton und der Betonstahl beteiligen sich entsprechend dem Steifigkeitsverhältnis beider Materialen an der Lastaufnahme.

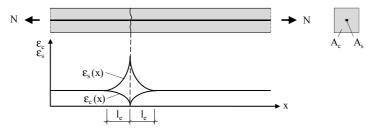


Bild 2-2: Dehnungen im Stahlbetonzugstab bei der Erstrissbildung

#### Abgeschlossenes Rissbild

Sobald die Anzahl der Risse sich nicht mehr signifikant ändert, ist das abgeschlossene Rissbild erreicht (Bild 2-3). Dies ist gleichbedeutend damit, dass die über den Verbund eingeleiteten Kräfte nicht ausreichen, um die Zugfestigkeit des Betons zu überschreiten. Entlang der betrachteten Bauteillänge liegt ein Dehnungsunterschied zwischen Beton und Betonstahl vor. Aufgrund der Streuung der Betonzugfestigkeit sind die Rissabstände und die Dehnungsdifferenz nicht gleichmäßig verteilt [Emp-95].

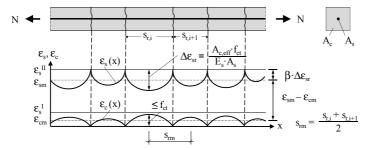


Bild 2-3: Dehnungen im Stahlbetonzugstab bei abgeschlossenem Rissbild

# 2.2.2 Ansätze zur Berechnung der Rissbreite

Die grundlegende Darstellung der modernen Rissbreitenberechnung wird in zahlreichen Veröffentlichungen behandelt, siehe z. B. KÖNIG & TUE [Kön-96], ECKFELDT [Eck-02], LINDORF & LEMNITZER [Lin-07], BARRE ET AL. [Bar-10]. Für die Berechnung der Rissbreite wird allgemein die Zugzone als Zugstab idealisiert. Bei Biegeträgern kann die einwirkende Normalkraft unter Berücksichtigung des inneren Hebelarms berechnet

werden. Ggf. ist dabei der Einfluss der Drucknormalkraft nach EMPELMANN [Emp-95] zu berücksichtigen.

Die Rissbreite ergibt sich nach Bild 2-3 aus einem funktionalen Zusammenhang von Rissabstand und Stahl- bzw. Betondehnung durch Integration zu:

$$w = \int_{0}^{s_{r,1}/2} \left( \varepsilon_{s}(x) - \varepsilon_{c}(x) \right) \cdot dx + \int_{0}^{s_{r,2}/2} \left( \varepsilon_{s}(x) - \varepsilon_{c}(x) \right) \cdot dx$$
 (2-1)

Die Berechnung der charakteristischen bzw. rechnerischen Rissbreite erfolgt praxisgerecht nach zwei verschiedenen Ansätzen:

- Ansatz mit mittleren Eingangsparametern [Reh-68], [Schi-89], [EC2-11]
- Ansatz mit charakteristischen Eingangsparametern [Kön-96], [DIN-08], [EC2A-11]

# Ansatz mit mittleren Eingangsparametern

Beim Ansatz mit mittleren Eingangsparametern wird die Rissbreite über den mittleren Rissabstand sowie die mittleren Stahl- und Betondehnungen bestimmt (Bild 2-4).

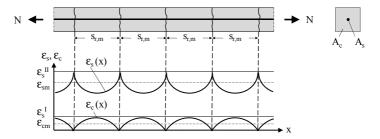


Bild 2-4: Mittlerer Rissabstand im Stahlbetonzugstab

Der mittlere Rissabstand berechnet sich auf Grundlage einer empirischen Regressionsanalyse von Versuchsergebnissen. Die mittleren Stahl- und Betondehnungen werden mit einem Ansatz zur Beschreibung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ermittelt (Bild 2-1, [DAS-03]). Die Bestimmung der charakteristischen Rissbreite  $w_k$  aus der mittleren Rissbreite erfolgt mit einem Streuungsfaktor  $\eta$  über die Beziehung

$$w_k = \eta \cdot w_m = \eta \cdot 2 \cdot \int_0^{s_{r,m}/2} \left( \epsilon_s(x) - \epsilon_c(x) \right) \cdot dx. \tag{2-2}$$

Die Festlegung des Streuungsfaktors  $\eta$  in Gl. (2-2) wurde erstmals auf Grundlage einer empirischen Auswertung von Versuchsergebnissen durch REHM & MARTIN [Reh-68]

vorgenommen. Ziel war es, Rissbreiten, die den rechnerischen Wert überschreiten, mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit auszuschließen. REHM & MARTIN legten den Streuungsfaktor mit  $\eta=2,1$  fest. In einer späteren Arbeit von SCHIEßL [Schi-89] wurde der Streuungsfaktor auf  $\eta=1,7$  reduziert. Das Modell mit mittleren Eingangsparametern deckt den Zustand Erstrissbildung und der abgeschlossenen Rissbildung ab.

# Ansatz mit charakteristischen Eingangsparametern

Beim Ansatz mit charakteristischen Eingangsparametern wird die rechnerische Rissbreite mit dem charakteristischen bzw. maximalen Rissabstand (Bild 2-5) und den mittleren Stahl- und Betondehnungen bestimmt.

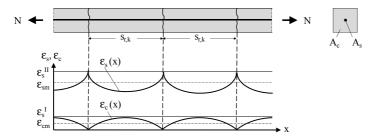


Bild 2-5: Charakteristischer Rissabstand im Stahlbetonzugstab

Die Berechnung des charakteristischen Rissabstandes erfolgt auf Grundlage eines starr-plastischen Verbundansatzes. Die Berechnung der Dehnungsdifferenz zwischen Beton und Stahl wird mit einem Ansatz zur Beschreibung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, z. B. nach Heft 525, DAfStb [DAS-03] vorgenommen. Die zugehörige Rissbreite wird mit

$$w_k = 2 \cdot \int_0^{s_{r,k}/2} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)) \cdot dx$$
 (2-3)

berechnet. Die Rissbreitenansätze entsprechend DIN 1045-1 [DIN-08] bzw. MC 2010 [CEB-10] basieren auf diesen Annahmen. Es wird unterschieden zwischen dem Zustand der Erstrissbildung und dem abgeschlossenen Rissbild.

Ebenfalls in diese Modellkategorie ist der Ansatz von KÖNIG & TUE [Kön-96] einzuordnen. Damit kann die Rissbreite, unter Berücksichtigung von an die Randbedingungen angepassten Verbundspannungen, berechnet werden. Dieses Verfahren erfasst die mechanischen Zusammenhänge der Rissbildung zwar besser als der in DIN 1045-1 oder MC 2010 angegebene Ansatz, erfordert jedoch ein iteratives Vorgehen.

# 2.3 Rissverhalten von Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung

Die vollständige Zusammenstellung von experimentellen Untersuchungen an Stahlbetonbauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung ist im Anhang A-4 angegeben. Im Folgenden werden die wichtigsten Versuchsreihen dargestellt.

# 2.3.1 Bauteiluntersuchungen

#### Versuche von RABICH

Die ersten experimentellen Untersuchungen an Stahlbetonscheiben unter einaxialer Zugbeanspruchung mit schiefwinkliger, orthogonaler Bewehrung wurden von RABICH [Rab-57] durchgeführt. RABICH stellte fest, dass die Verformungen einer mit  $\Theta=45^{\circ}$  schiefwinklig bewehrten Scheibe, gegenüber dem Referenzversuch ohne Richtungsabweichung der Bewehrung mit  $\Theta=0^{\circ}$ , bei gleicher Last um den Faktor 3,5 größer waren. In den Versuchen wurde glatter Betonstahl verwendet, weshalb diese Ergebnisse auf heutige Situationen zwar nicht übertragbar sind, jedoch grundsätzliche Erkenntnisse erstmalig experimentell abgesichert aufzeigen.

#### Versuche von PETER

PETER [Pet-64] führte an 9 Stahlbetonscheiben (Bild 2-6) Versuche mit geripptem Betonstahl und schiefwinkliger Bewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung durch. Ziel der Untersuchungen war die Entwicklung eines Bemessungsmodells für den Traglastzustand. Die Versuchsergebnisse sind bezüglich des Rissverhaltens besonders umfangreich dokumentiert.

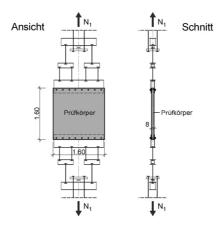


Bild 2-6: Versuchsaufbau für schiefwinklig bewehrte Scheiben von PETER [Pet-64]

Die charakteristischen Unterschiede zwischen in Beanspruchungsrichtung und schiefwinklig bewehrten Scheiben sind in Bild 2-7 dargestellt. Bei den dargestellten Versuchen wurde stets eine orthogonale Bewehrung mit  $\lambda = A_{s,x}/A_{s,y} = 1,0$  eingesetzt. Die letzten Ziffern in der Prüfköperbezeichnung geben die Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$  an, die bei diesen Untersuchungen die einzige Variable war. Die übrigen Parameter  $(A_s, d_s, h, \lambda, f_c$  etc.) wurden konstant gehalten. Deutlich zu erkennen ist, dass alle Versuchskörper mit schiefwinkliger Bewehrung ein, gegenüber dem Referenzkörper S 2r 0, wesentlich weicheres Verformungsverhalten aufzeigen. So ist die Verlängerung von S 2r 30 gegenüber S 2r 0 in der letzten Laststufe mit  $N_1 = 350$  kN um den Faktor 1,82 größer.

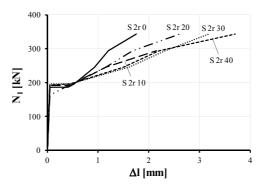


Bild 2-7: Last-Verformungsbeziehung der Scheibenversuche von PETER [Pet-64]

In Bild 2-8 (a) sind die mittleren und in Bild 2-8 (b) die maximalen Rissbreiten der einzelnen Versuchskörper in Abhängigkeit der Beanspruchung vergleichend dargestellt. Mit wachsendem  $\Theta$  ergeben sich tendenziell größere Rissbreiten. Beispielsweise beträgt die Rissbreite in der letzten Laststufe, bezogen auf den Referenzkörper S 2r 0, für S 2r 30 beim Mittelwert das 1,60-fache und beim Maximalwert das 1,72-fache.

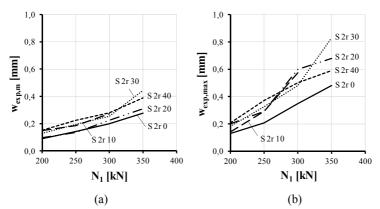


Bild 2-8: Rissbreiten-Lastbeziehung der Scheibenversuche von PETER [Pet-64]:

(a) mittlere Rissbreite und (b) maximale Rissbreite

Bis auf den Versuch S 2r 10 wurden bei den Versuchskörpern mit schiefwinkliger Bewehrung zur Verstärkung des Randes stets konstruktive Stäbe eingesetzt. Ohne diese konstruktiven Stäbe ergäben sich größere Unterschiede für Rissbreiten und Formänderungen zwischen dem Referenzversuch und den Versuchen mit schiefwinkliger Bewehrung.

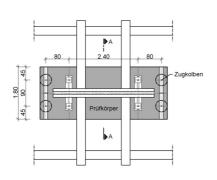
# Versuche von AOYAGI & YAMADA

AOYAGI & YAMADA [Aoy-79], [Aoy-83] führten insgesamt 25 Versuche an einaxial und zweiaxial beanspruchten Scheiben durch. Die Versuche hatten die Verifizierung eines Ansatzes für die Bestimmung der Tragfähigkeit bei schiefwinkliger Bewehrung zum Ziel. Die Abmessungen der Scheiben waren 1,5 m x 1,5 m mit einer Dicke von 10 cm. Die Beanspruchungsverhältnisse wurden von  $N_2/N_1 = -1$  bis +1 variiert. Die orthogonal angeordnete Bewehrung war, wie bei PETER [Pet-64], mit  $\lambda = 1$  jeweils konstant. Die Schiefwinkligkeit wurde zwischen  $\Theta = 0^\circ$  und 45° variiert.

Aus den Versuchen ist abzuleiten, dass die Erstrissspannung unter zweiaxialer Zugbeanspruchung gegenüber der einaxialen Zugbeanspruchung sinkt. Anhand der Dokumentation ist ein Vergleich mit Berechnungsansätzen bezüglich der Rissbreiten und Verformungen nicht möglich.

# Versuche von IVÁNYI & LARDI

Bei den Versuchen von Iványı & Lardı [Iva-82] wurden 15 einachsig gespannte Platten mit schiefwinkliger, orthogonaler Bewehrung untersucht. Ziel der Versuche war die Weiterentwicklung von Ansätzen zur Bestimmung der Tragfähigkeit und der Rissbreiten. Iványı & Lardı wählten einen Versuchsaufbau gemäß Bild 2-9. Außer der Schiefwinkligkeit wurden, im Gegensatz zu den Untersuchungen von Peter [Pet-64] und Aoyagı & Yamada [Aoy-79], auch die Stabdurchmesser  $d_{s,x}$  und  $d_{s,y}$  sowie das Bewehrungsverhältnis  $\lambda$  variiert.



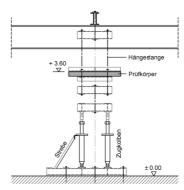


Bild 2-9: Versuchsaufbau für schiefwinklig bewehrte einaxial gespannte Platten von IvÁNYI & LARDI [Iva-82]

Die Versuche bestätigten das von Scheiben [Rab-57], [Pet-64] her bekannte weichere Verformungsverhalten und die Zunahme der Rissbreiten bei zunehmender Schiefwinkligkeit. In [Iva-82] werden Ergebnisse der Rissbreitenmessungen bei Gebrauchsspannungen (SLS) in Höhe von  $\sigma_{s,x} \approx 240 \ N/mm^2$  angegeben. In Bild 2-10 sind diese Ergebnisse auszugsweise dargestellt. Die hier aufgeführten Versuchskörper waren, bis auf die Schiefwinkligkeit  $\Theta,$  gleich konfiguriert und das Bewehrungsverhältnis konstant mit  $\lambda=5$ . Beim Versuchskörper P5 lagen die Stahlspannungen in der Rissbildungsphase schon nahe der Fließgrenze.

Die Rissbreiten sind trotz des – Versuch P5 ausgenommen – gleichen Spannungsniveaus mit zunehmender Schiefwinkligkeit größer. Die Unterschiede zwischen dem Referenzkörper P1 ohne Richtungsabweichung der Bewehrung und dem Versuchskörper P3 ( $\Theta=30^{\circ}$ ) ergeben für P3 um den Faktor 1,4 für  $w_m$  bzw. 2,3 für  $w_{max}$  größere Werte. Der Versuchskörper P5 weist um den Faktor 2,5 für  $w_m$  bzw. 3,5 für  $w_{max}$  größere Werte auf als die Referenzmessung.

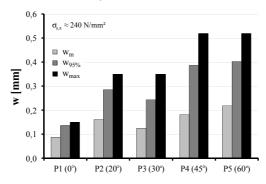


Bild 2-10: Rissbreiten im SLS in Abhängigkeit der Schiefwinkligkeit Θ, Versuche von IVÁNYI & LARDI [Iva-82]

# Versuche von VECCHIO & COLLINS

Von Vecchio & Collins wurden 30 Versuche an Scheiben unter überwiegend kombinierter Zug-Druck-Beanspruchung durchgeführt [Vec-82]. Vecchio & Collins haben auf Grundlage der theoretischen Untersuchungen von Baumann [Bau-72] die Druckfeldtheorie weiter entwickelt. Der Fokus war auf das Schubtragverhalten und die Abnahme der Druckfestigkeit bei Querzug gerichtet. Zur Verifizierung ihres Ansatzes und der Ableitung empirischer Faktoren für die Verformungsberechnung wurde ein Prüfrahmen, der sogenannte "Membrane-Element-Tester", konzipiert. Im Rahmen der Versuche wurden die Grenzfälle  $\Theta=0^\circ$  und 45° untersucht und glatte, geschweißte Bewehrungsnetze mit kleinen Durchmessern von  $d_s=3,3$  bis 6,4 mm verwendet sowie orthogonal angeordnet. Die Versuche unterschieden sich in der Druckfestigkeit  $f_c$ , dem Be-

wehrungsverhältnis  $\lambda$  und der Streckgrenze  $f_{yk}$  des Betonstahls. Spätere Versuche von BHIDE & COLLINS [Bhi-87] wurden mit gerippter Bewehrung und mit Durchmessern  $d_s=6,0\,$  mm durchgeführt. Rissbreiten werden weder in [Vec-82] noch in [Bhi-87] angegeben.

# Sonstige Versuche

EBNER [Ebn-63], WÄSTLUND & HALLBJÖRN [Wäs-69], CLARK [Cla-72], KISHEK [Kis-83] und Stolze [Sto-93] führten Versuche an einaxial beanspruchten Platten durch. Die Versuchskörper waren, bis auf [Sto-93], sehr dünn (h ≤ 10 cm). Die Versuchsdokumentation ist in allen Versuchsreihen beschränkt, so dass die Ergebnisse nicht für einen Vergleich mit Berechnungsansätzen für Rissbreiten herangezogen werden können. Lenschow & Sozen [Len-66] und Rüdiger [Rüd-09] führten Versuche an Platten unter zweiaxialer Beanspruchung durch. Es wurden jedoch weder Rissbreiten noch Rissabstände ausreichend dokumentiert. Von PANG & HSU [Pan-95] wurde ein ähnliches Versuchsprogramm wie in [Vec-82] und [Bhi-87] durchgeführt. Scanlon et al. [Sca-91] führten Versuche an kleinen Scheiben mit schiefwinkliger Bewehrung durch. Rissbreiten wurden in keiner der genannten Arbeiten gemessen.

# 2.3.2 Untersuchungen zur Kraftübertragung in Rissen

Bei der Kraftübertragung im Riss von schiefwinklig bewehrten Bauteilen sind gegenüber in Beanspruchungsrichtung bewehrten Bauteilen weitere Parameter zu berücksichtigen. Diese Parameter können Auswirkungen auf die Stahlspannungen und Rissbreiten haben. Die wesentlichen Effekte wurden zusammenfassend von EIBL & IVÁNYI [Eib-76] dargestellt. So sind außer den Stahl- und Verbundkräften auch die Rissverzahnung und die Dübelwirkung (Bild 2-11) zu berücksichtigen. Bei Platten wirkt die Druckzone außerdem als steife Scheibe [Ebn-63], [Fra-84], [Lar-85].

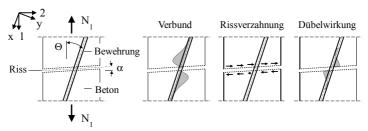


Bild 2-11: Kraftübertragung im Riss bei Scheiben mit schiefwinkliger Bewehrung

# Verbund

Untersuchungen zum Verbundverhalten von senkrecht und schiefwinklig zum Riss orientierter Bewehrung wurden von KLEIN ET AL. [Kle-75] auf Basis der Versuchsergebnisse von RÖDER [Röd-74] durchgeführt. Untersucht wurde das Verbundverhalten

von einzelnen Stäben mit langer Einbettungslänge (> 15 · d<sub>s</sub>). Dabei wurden über eine Rückrechnung der Stahldehnungen und einer Annahme für die Betondehnungen Spannungs-Schlupfbeziehungen (Bild 2-12 bis Bild 2-14) ermittelt. Die Einzelwerte der Dehnungsmessungen (hier nicht weiter dargestellt) unterlagen sehr großen Streuungen. Im rissnahen Bereich mit x  $\leq$  2,0 cm stellen KLEIN ET AL. [Kle-75] für Versuche mit  $\Theta$  > 0° fest, dass die Verbundsteifigkeit gegenüber Versuchen mit  $\Theta$  = 0° (Bild 2-12) abnimmt. In diesem Bereich lag allerdings nur ein Messpunkt beidseits der Rissufer, so dass der genaue Verlauf der Verbundspannungen nicht näher bekannt ist. Im Mittel ergibt sich ab einer Entfernung vom Riss mit x > 2,0 cm keine Ortsabhängigkeit der Spannungs-Schlupfbeziehung. Eine konkrete Abhängigkeit der Verbundspannungen von der Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$  kann für den repräsentativen Teil der Daten in einem Abstand x > 2,0 cm zum Riss nicht festgestellt werden.

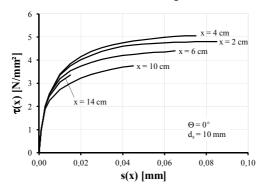


Bild 2-12: Spannungs-Schlupfbeziehung für Bewehrung in Beanspruchungsrichtung mit  $\Theta = 0^{\circ}$  und d<sub>s</sub> = 10 mm im Abstand x zum Riss, aus [Kle-75]

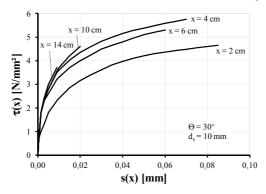


Bild 2-13: Spannungs-Schlupfbeziehung für eine Schiefwinkligkeit der Bewehrung von  $\Theta = 30^{\circ}$  und  $d_s = 10$  mm im Abstand x zum Riss, aus [Kle-75]

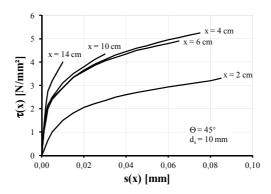


Bild 2-14: Spannungs-Schlupfbeziehung für eine Schiefwinkligkeit der Bewehrung von  $\Theta = 45^{\circ}$  und  $d_s = 10$  mm im Abstand x zum Riss, aus [Kle-75]

# Rissverzahnung

Bei der Rissverzahnung sind zwei Anteile wirksam, wobei die Begriffsbezeichnung in der Literatur nicht immer einheitlich ist. Im Rahmen dieser Arbeit wird, wie in [Eib-76], die Kornverzahnung der aus den Rissflächen herausragenden Zuschlagskörner als die lokale Rauigkeit, und der geometrische Verlauf bzw. die Form der Risse als die globale Rauigkeit bezeichnet (Bild 2-15).

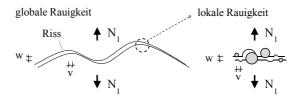


Bild 2-15: Definition der lokalen und globalen Rauigkeit

Zur Berücksichtigung der globalen Rauigkeit steht bislang noch kein entsprechender Ansatz zur Verfügung. Die globale Rauigkeit wird maßgeblich von der Verteilung der Betonzugfestigkeit und dem Spannungszustand im Bauteil bestimmt. Aufgrund der streuenden Verteilung der Betonzugfestigkeit, ist eine eingehende theoretische Analyse nur mit stochastisch-numerischen Verfahren möglich, wie z. B. in [Emp-95], [Ros-97] angegeben.

Untersuchungen zur lokalen Rauigkeit wurden u. a. von MATTOCK [Mat-74], PAULAY ET AL. [Pau-74] und WALRAVEN [Wal-80] durchgeführt und Materialansätze auf Grundlage experimenteller Ergebnisse angegeben. Ein typischer Versuchsaufbau ist in Bild 2-16 (a) dargestellt. Im Regelfall wurden die Versuchskörperhälften durch ex-

terne Gewindestangen gegeneinander verspannt und dabei das Verhältnis der Querverschiebung der Rissufer v zur Rissbreite w während des Versuchs konstant gehalten.

Besonders umfangreich sind die Untersuchungen von WALRAVEN [Wal-80]. Hierbei wurde eine Abhängigkeit der Schubspannungs-Verschiebungsbeziehung von der Betonfestigkeit  $f_c$ , dem Größtkorn  $D_{max}$ , der aufgebrachten Normalspannung  $\sigma_N$  und der Rissbreite w festgestellt. In [Wal-80] werden entsprechende Bestimmungsgleichungen für die Schub- und Normalspannungen auf Basis einer Regressionsanalyse angegeben (Bild 2-17). Die lokale Rauigkeit ist nach [Wal-80] nur bei kleinen Rissbreiten w bzw. großen Querverschiebungen v wirksam.

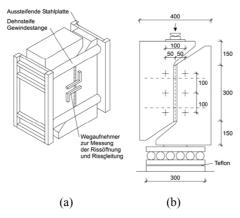


Bild 2-16: Versuchsaufbau von WALRAVEN [Wal-80]: (a) Isometrie und (b) Lagerung des Versuchskörpers

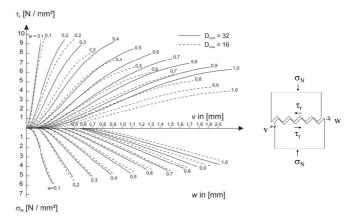


Bild 2-17: Theoretische Schubspannungs-Verschiebungsbeziehung nach WALRAVEN [Wal-80]

# Dübelwirkung

Als Dübelwirkung wird eine Beanspruchung der Bewehrungsstäbe bezeichnet, welche durch Relativverschiebungen der Rissufer quer zueinander aktiviert wird [Eib-76]. Die Bewehrung wirkt dabei wie ein querbelasteter Dübel und wird auf die folgenden Arten beansprucht (Bild 2-18) [Pau-74]:

- Biegung: Tritt im Gebrauchslastbereich (SLS) auf. Bei Plastifizierung bzw. Abplatzungen der Rissflanken infolge hoher Druckbeanspruchung oder Zerstörung des Verbundes im rissnahen Bereich (v<sub>0</sub>) ist dieser Effekt praktisch immer dominierend.
- Schub: Übernimmt einen Großteil des Traganteils bei dünnen Stäben unter der Voraussetzung, dass es nicht zu Abplatzungen der Betondeckung, Kantenausbruch oder Zerstörung des Verbundes kommt.
- Kinking (Plastifizierung der Biegeform): Bedeutet einen Versatz der Stabrichtung. Entgegen sehr frühen Überlegungen hat Kinking, aufgrund falscher Maßstabvorstellung, nur einen geringen Einfluss auf das Tragverhalten [Pet-64], [Len-66]. Bei sehr dünnen Stäben oder bei Drähten kann jedoch Kinking eine Traglaststeigerung bewirken.

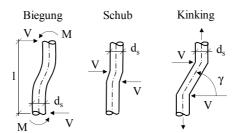


Bild 2-18: Mögliche Formen des Lastabtrags durch Dübelwirkung im Bereich der Rissufer [Eib-76]

DULÁCSKA [Dul-72] führte Versuche mit reiner Dübelbeanspruchung unter Ausschluss der Rissverzahnung durch. Sie stellt fest, dass die Tragfähigkeit bei schiefwinkliger Bewehrungsanordnung mit Druckbeanspruchung in den Stäben und wachsender Schiefwinkligkeit  $\Theta$  abnimmt.

ELEIOTT [Ele-74] stellt anhand experimenteller Untersuchungen unter Ausschluss der Rissverzahnung fest, dass senkrecht zum Riss angeordnete Bewehrungsstäbe – bei zusätzlicher Normalkraftbeanspruchung der Stabachse – bereits auf Gebrauchslastniveau ein deutlich weicheres Abscherverhalten gegenüber Dübelkräften aufweisen als Stäbe ohne Normalkraftbeanspruchung (Bild 2-19). Traglasten werden in [Ele-74] nicht angegeben.

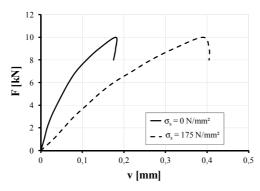


Bild 2-19: Dübelkraft-Verschiebungsbeziehung in Abhängigkeit der Normalspannung in der Bewehrung nach [Ele-74], aus [Wal-80]

DEI POLI ET AL. [Dei-92] geben auf Grundlage experimenteller Untersuchungen die Stelle der maximalen Biegebeanspruchung des Betonstahls mit einer Entfernung zum Riss im Bereich von 1,6 bis  $1,7 \cdot d_s$  an. In den Versuchen wurden der Stabdurchmesser und die Betonfestigkeit variiert. Die jeweils am Versuchsende gemessenen Tiefen der Ausbruchkanten werden im Bereich zwischen 0,4 und  $0,7 \cdot d_s$  angegeben (Bild 2-20).

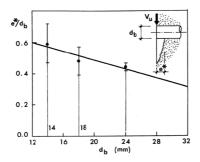


Bild 2-20: Ausbruchtiefe der Betonkante bei reiner Dübelbeanspruchung nach DEI POLI ET. AL [Dei-92]

# Kombiniertes Verhalten von Rissverzahnung und Dübelwirkung

Eine Superposition von Rissverzahnung und Dübelwirkung ist nur eingeschränkt möglich. Versuche zeigen, dass beide Effekte interagieren und sich insgesamt ein komplexer Mechanismus ergibt [Pau-74], [Eib-76]. Die Bewehrung, welche die Rissufer zugfest miteinander verbindet, hat daher einen erheblichen Einfluss auf den Abscher-Rissöffnungsvorgang (v/w-Beziehung).

Von MATTOCK [Mat-74], ELEIOTT [Ele-74] und WALRAVEN [Wal-80] wurden Versuche mit den Riss kreuzenden Bewehrungsstäben durchgeführt. Dabei wurde gegenüber

den Versuchskörpern ohne Bewehrung keine äußere Normalkraft über externe Gewindestangen aufgebracht (Bild 2-16), sondern die beiden Hälften wurden durch den Betonstahl zugfest miteinander verbunden (Bild 2-21). Ziel der Untersuchungen war es, die Effekte Rissverzahnung (lokale Rauigkeit) und Dübelwirkung in ihrer Gesamtheit zu erfassen, und anschließend, durch Vergleich mit den Ergebnissen unbewehrter Versuchskörper (Bild 2-16), den jeweiligen Anteil zu quantifizieren.

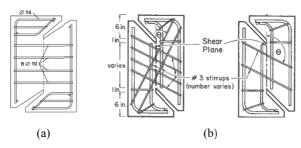


Bild 2-21: Versuchskörper nach: (a) WALRAVEN [Wal-80] und (b) MATTOCK [Mat-74]

WALRAVEN [Wal-80] stellt anhand von Versuchen mit einlagiger, senkrecht zum Riss orientierter (Bild 2-21 (a)) Bewehrung fest, dass die Traglast von der Betonfestigkeit und dem Bewehrungsgrad (Bild 2-22 (a)) abhängig ist. Zwischen der Querverschiebung v und der Rissbreite w ergibt sich nach Bild 2-22 (b) bei reiner Schubbeanspruchung ein abschnittsweise linearer Zusammenhang, ohne dass ein signifikanter Einfluss des Bewehrungsgrades oder des Durchmessers erkennbar ist.

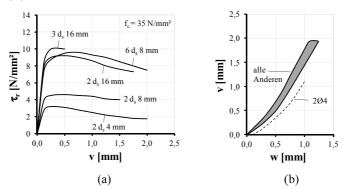


Bild 2-22: (a) Schubspannungs-Verschiebungsbeziehung und (b) Rissbreiten-Verschiebungsbeziehung nach [Wal-80] bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden mit Bewehrung senkrecht zum Riss ( $\Theta = 0^{\circ}$ )

Walraven stellt weiterhin fest, dass bei Bewehrungsgraden mit  $\rho \geq 0.5$  % die rechnerische Überlagerung aus Rissverzahnung und Dübelwirkung zu insgesamt wesentlich

kleineren aufnehmbaren Kräften führt als in den Versuchen mit Bewehrung tatsächlich festgestellt wurde. Die Versuchsauswertungen in [Wal-80] ergeben, dass neben dem an unbewehrten Versuchskörpern gewonnenem Zusammenhang zwischen Prüfkraft, Querverschiebung und Rissbreite – bezeichnet als "Aggregate Interlock I<sub>1</sub>" – ein weiterer Effekt – bezeichnet als "Aggregate Interlock I<sub>2</sub>" – beteiligt ist. Diesen zusätzlichen Effekt erklärt WALRAVEN damit, dass der in Rissnähe des Betonstahls entstandene Konus sich verkeilt und damit den Tragwiderstand erhöht (Bild 2-23). Nach Versuchsende wurden in unmittelbarer Umgebung der Stäbe stets Reste eines solchen Konus gefunden. Den Anteil der Dübelwirkung am Abscherwiderstand gibt WALRAVEN mit maximal 15 % an. Dies wird ebenfalls von Eleiott [Ele-74] auf Basis von Versuchen angegeben.

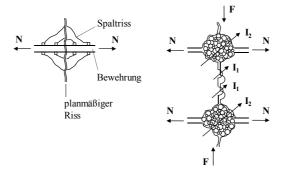


Bild 2-23: (a) Ausbruchkegel in unmittelbarer Rissnähe und (b) Modellvorstellung für Aggregate Interlock I<sub>1</sub> und I<sub>2</sub> nach [Wal-80]

Darüber hinaus wurden von WALRAVEN [Wal-80] Versuche mit einlagiger, schiefwinklig zum Riss orientierter Bewehrung durchgeführt. Während eine Bewehrungsneigung, bei der Zugspannungen im Stab wirken, gegenüber einem senkrecht zum Riss orientierten Stab traglaststeigernd ist, ergibt eine Bewehrungsanordnung mit Druckbeanspruchung geringere Traglasten.

MATTOCK führte in [Mat-74] Abscherversuche mit einlagiger und mit orthogonaler Bewehrungsanordnung unter Variation der Schiefwinkligkeit durch (Bild 2-21 (b)). Bei einlagiger Bewehrung wird bei Druckbeanspruchung gegenüber einer Zugbeanspruchung der Stäbe eine Reduktion der Tragfähigkeit festgestellt. Dies steht in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von DULÁCSKA [Dul-72] und WALRAVEN [Wal-80]. Zwischen orthogonal bewehrten Versuchskörpern mit schiefwinkliger Bewehrung ( $\lambda$  = 1,0) und Referenzkörpern mit rechtwinkliger Bewehrung im Riss ( $\Theta$  = 0°) ergeben sich nach MATTOCK keine signifikanten Steifigkeits- und Traglastunterschiede bei reinen Abscherbeanspruchungen.

MISHIMA ET AL. [Mis-95] untersuchten die Dübelwirkung anhand von Versuchen, bei denen die aufgerauten bzw. glatten Versuchskörperhälften gegeneinander betoniert wurden. Die Stäbe kreuzten den Riss rechtwinklig. Der Bewehrungsgrad wurde über die Anzahl der Stäbe im Riss variiert. Im Ergebnis ist festzustellen, dass die maximale Dehnung (Bild 2-24) bzw. Biegebeanspruchung (Bild 2-25) in der Bewehrung etwa  $1,0\cdot d_s$  vom Riss entfernt auftritt. Deutlich erkennbar ist dies erst für höhere Laststufen. Der Einfluss einer Biegebeanspruchung der Bewehrung ist auf etwa  $5\cdot d_s$  begrenzt. Dabei spielt die Oberflächenbeschaffenheit der Kontaktflächen (glatt oder aufgeraut) keine Rolle.

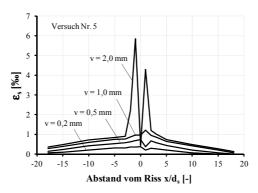


Bild 2-24: Dehnungen bei reiner Scherbeanspruchung in Abhängigkeit des bezogenen Abstandes zum Riss nach MISHIMA ET AL. [Mis-95]

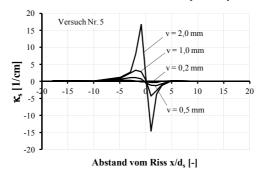


Bild 2-25: Krümmungen bei reiner Scherbeanspruchung in Abhängigkeit des bezogenen Abstandes zum Riss nach MISHIMA ET AL. [Mis-95]

MAEKAWA ET. AL. [Mae-96] führten experimentelle Untersuchungen an Balken mit künstlich erzeugten Rissen durch. Auf Grundlage von Messungen wird für die Stelle der maximalen Biegebeanspruchung eine Entfernung von etwa 1,2 bis 2,0  $\cdot$  ds vom Riss angegeben. Der Einfluss der Biegebeanspruchung ist wie in [Mis-95] auf etwa 5  $\cdot$  ds begrenzt.

## Schubkraftübertragung über die Druckzone

EBNER [Ebn-63], FRANZ [Fra-84] und LARDI [Lar-85] führen zusätzlich zur Rissverzahnung und Dübelwirkung bei Platten den Schubwiderstand über die Druckzone ein. Die Annahme der schubstarren Rissufer in ihren Berechnungsansätzen begründen sie damit, dass bei Platten eine Querverschiebung v aufgrund der ungerissenen Druckzone x nahezu ausgeschlossen ist, weil diese als sehr steife Scheibe wirkt. Die von BAUMANN [Bau-72] angeführte Kritik, die Druckzone entziehe sich dieser Beanspruchung durch Rissbildung, konnte bislang mit keinem der durchgeführten Versuche belegt werden (Abschnitt A-4). Vergleichsberechnungen von EBNER [Ebn-63] weisen eine vernachlässigbar geringe zusätzliche Beanspruchung der Druckzone infolge von Schubkräften der Rissebene auf.

## 2.3.3 Ansätze zur Berechnung der Rissbreite

Ein Überblick über die Leistungsfähigkeit einiger ausgewählter Rissbreitenansätze für schiefwinklig bewehrte Bauteile ist in [Kra-10a] enthalten. Im Nachfolgenden werden die wichtigsten Ansätze aus der Literatur und ihre Grundlagen dargestellt.

## Normen und Regelwerke

Sowohl in der DIN 1045-1 [DIN-08] als auch dem EC 2 [EC2-11] wurde die Formulierung aus dem MC 90 [CEB-90] übernommen und in MC 2010 [CEB-10] unverändert fortgeführt. Demnach wird der maximale Rissabstand bei orthogonal bewehrten Bauteilen bei einer Schiefwinkligkeit der Bewehrung von  $\Theta > 15^\circ$  mit

$$s_{r,\text{max}} = \frac{1}{\frac{\cos \Theta}{s_{r,\text{max,y}}} + \frac{\sin \Theta}{s_{r,\text{max,y}}}}$$
(2-4)

berechnet

Dabei ist

Θ Winkel zwischen der Bewehrung in x-Richtung und der Richtung der Hauptzugspannnung,

s<sub>r,max,x</sub>, s<sub>r,max,y</sub> maximaler Rissabstand in x- bzw. y-Richtung.

Da nach DIN-1045-1, EC 2 oder MC 90 kein Ansatz für die Dehnungsdifferenz bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen angegeben wird, ist eine Berechnung der Rissbreiten nicht ohne weiteres möglich. In MC 2010 wird zwar die Rissbreite als das Produkt aus Gl. (2-4) mit der Hauptdehnung  $\epsilon_1$  senkrecht zum Riss bestimmt, Hinweise zur Berechnung dieser Hauptdehnung fehlen jedoch. Eine bidirektionale Rissbildung bleibt in allen Normenwerken unberücksichtigt.

Eigene Untersuchungen in [Kra-10a] zeigen, dass Gl. (2-4) in Verbindung mit DIN 1045-1 im Vergleich mit Versuchsergebnissen zu erheblichen Abweichungen führt und meist sehr viel geringere Rissabstände als in den Versuchen gemessen ergibt. Eine Übereinstimmung ist nur in den Sonderfällen für  $\Theta=45^{\circ},\ \lambda=1,0$  und  $d_{s,x}/d_{s,y}=1,0$  bzw. bei Anwendung des Rissbreitenansatzes nach MC 2010 im abgeschlossenen Rissbild gegeben.

## Ansatz von GIORODANO & MANCINI

Der von GIORODANO & MANCINI [Gio-09] vorgeschlagene Ansatz orientiert sich an den Untersuchungen aus [Vec-82]. Die Annahmen werden jedoch so weit vereinfacht, dass die Rissbreite ohne iterative Vorgehensweise bestimmt werden kann. Der Zustand der Erstrissbildung wird bei diesem Ansatz vernachlässigt und es wird stets vom abgeschlossenen Rissbild ausgegangen. Die Berechnung der Rissbreite erfolgt im Fall, dass  $\rho_x \cdot \cos^2\Theta \neq \rho_v \cdot \sin^2\Theta$  gilt durch

$$D \cdot w^2 + F \cdot w + \frac{2,45 \cdot B \cdot s_{r,m}}{\cos \theta \cdot \sin \theta} = 0.$$
 (2-5)

Hierbei ergibt sich die gesuchte Rissbreite als positive Nullstelle der quadratischen Funktion. Die Variablen D, F und B hängen von der Hauptzugspannung  $\sigma_1$  und weiteren Faktoren ab.

Für den Sonderfall  $\rho_x \cdot \cos^2\Theta = \rho_y \cdot \sin^2\Theta$  gilt:

$$w = \frac{\sigma_1 - E_s \cdot (\rho_x \cdot \Delta \epsilon_{sx} \cdot \cos^2 \Theta + \rho_y \cdot \Delta \epsilon_{sy} \cdot \sin^2 \Theta)}{E_s \cdot (\rho_x \cdot \cos^4 \Theta + \rho_y \cdot \sin^4 \Theta)} \cdot s_{r,m}$$
 (2-6)

Dabei ist

 $\sigma_1$  Hauptzugspannung,

E<sub>s</sub> E-Modul des Betonstahls,

 $\rho_x$ ,  $\rho_y$  Bewehrungsgrad in der jeweiligen Richtung,

 $\Delta \epsilon_{sx}$ ,  $\Delta \epsilon_{xy}$  Differenz zwischen dem Mittelwert der Stahldehnung und der Stahldehnung im Riss,

: ... D: 1 . 1

 $s_{r,m}$  mittlerer Rissabstand.

Mit Gl. (2-5) und Gl. (2-6) wird eine mittlere Rissbreite bestimmt. Wenn für den Rissabstand jedoch anstatt  $s_{r,m}$  der maximale Rissabstand  $s_{r,max}$  nach Gl. (2-4) eingesetzt, so kann eine charakteristische Rissbreite angegeben werden.

### Ansatz von LEONHARDT

LEONHARD [Leo-77] schlägt eine pauschale Erhöhung der Rissbreiten um einen Faktor  $k_{\Theta}$  vor. Die Berechnung der Rissbreite erfolgt am Zugstab nach einem Ansatz aus Abschnitt 2.2.2. Diese ist anschließend mit  $k_{\Theta}$  in Abhängigkeit des Winkels zu multiplizieren:

$$\Theta \leq 15^{\circ} \qquad \qquad k_{\Theta} = 1,0$$
 
$$\Theta = 45^{\circ} \qquad \qquad k_{\Theta} = 2,0$$
 (2-7)

Zwischenwerte nach Gl. (2-7) werden linear interpoliert. IVÁNYI & LARDI zeigen in [Iva-82], dass dieses Vorgehen im Vergleich mit Versuchen meist deutlich zu kleine Rissbreiten ergibt und wesentliche Einflussgrößen unberücksichtigt bleiben.

## Ansatz von CLARK

Der theoretische Ansatz von CLARK [Cla-73] basiert auf experimentellen Untersuchungen an schiefen Platten aus [Cla-72]. Diese Platten wurden im Modellmaßstab hergestellt und auf Biegung beansprucht. In weiteren Versuchen wurden, ebenfalls im Modellmaßstab, Einfeldsysteme mit schiefwinkliger Bewehrung geprüft [Cla-73]. CLARK wendet bei seinem Ansatz die von Stäben her bekannte Gleichung von BEEBY [Bee-70] an, die für Bauteile mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung entwickelt wurde.

Um Stahlspannungen als Eingangsparameter für die Rissbreitenberechnung zu erhalten, greift CLARK auf eine Formulierung von LENSCHOW & SOZEN [Len-66] zurück, bei der auf Basis plastizitätstheoretischer Überlegungen eine wirksame Bewehrungsfläche  $A_{n,Clark}$  in Hauptzugrichtung und damit eine wirksame Stahlspannung ermittelt wird. Die wirksame Bewehrung wird nach CLARK mit

$$A_{n} = \sum_{i=1}^{j} A_{i} \cdot \cos^{4}\Theta_{i}$$
 (2-8)

berechnet.

Dabei ist

 $A_n$  wirksame Bewehrungsfläche in  $cm^2/m$ ,

A<sub>i</sub> Fläche der betrachteten Bewehrungsschar in cm²/m,

 $\Theta_{\rm i}$  Winkel der betrachteten Bewehrungsschar in Bezug auf die Rissnormale

Die wirksame Stahlspannung ergibt sich nach CLARK mit

$$\sigma_{\rm n} = \frac{N_1}{A_{\rm n}}.$$
 (2-9)

Dabei ist

σ<sub>n</sub> Stahlspannung der wirksamen Bewehrung in Hauptzugrichtung,

N<sub>1</sub> Hauptzugkraft.

Die Ermittlung und Kontrolle der Stahlspannungen in den jeweiligen Bewehrungsrichtungen ist mit Gl. (2-9) nicht möglich. Zudem lässt der Ansatz von CLARK unterschiedliche Stabdurchmesser je Richtung unberücksichtigt. LARDI [Lar-85] verbessert diesen Ansatz, indem er einen von den verwendeten Stabdurchmessern und der Schiefwinkligkeit abhängigen, gewichteten Ersatzstabdurchmesser einführt.

Bei Vergleichsuntersuchungen im Rahmen des vom DIBt geförderten Vorhabens ZP 7.292 [Kra-10a], wurde der von CLARK vorgeschlagene Ansatz mit dem Ersatzstabdurchmesser nach [Lar-85] und der Rissbreitenberechnung nach DIN 1045-1 angewendet. Es zeigte sich, dass die damit errechneten Rissbreiten gegenüber Versuchsergebnissen meist auf der sicheren Seite liegen. Ab einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta \ge 30^\circ$  ergeben sich allerdings sehr konservative Ergebnisse.

### Ansatz von WINDISCH

Bei dem Ansatz von WINDISCH [Win-93], [Win-00] handelt es sich im eigentlichen Sinne um keinen Rissbreitenansatz für schiefwinklig bewehrte Bauteile. WINDISCH gibt lediglich eine Formulierung zur Bestimmung der Wirksamkeit eines schiefwinklig zum Riss angeordneten Bewehrungsstabes an. Bei den theoretischen Untersuchungen in [Kra-10a] wurde die von WINDISCH angegebene Beziehung dazu verwendet, in Verbindung mit dem Rissbreitenansatz der DIN 1054-1 die Rissbreiten bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen zu berechnen. Das Vorgehen ist analog zum Ansatz von CLARK [Cla-73] aufgebaut.

WINDISCH gibt in [Win-93] den Wirkungsgrad auf Grundlage umfangreicher numerischer Untersuchungen für Einzelstäbe an. In [Win-00] werden die Randbedingungen für die Berechnung bei flächigen Bauteilen angegeben. Damit ergeben sich nahezu identische Ergebnisse wie bei der Formulierung nach CLARK [Cla-73] mit Gl. (2-8).

### Ansatz von NOH

Von NoH [Noh-01] wird ein Ansatz für schiefwinklig, orthogonale Bewehrung entwickelt, bei dem zunächst die Stahlspannungen aus einer Gleichgewichts- und Verformungsbetrachtung unter Vernachlässigung des Verbundes bestimmt werden. Für die Ermittlung des Rissabstandes berücksichtigt NOH nur die näher zur Hauptzugspannung liegende Bewehrungsrichtung und erfasst den Einfluss der zweiten Bewehrungsrichtung allein über die berechneten Stahlspannungen.

Der Verfasser hat im Rahmen des DIBt Forschungsvorhabens ZP 7.292 [Kra-10a] einen ähnlichen Ansatz geprüft. Dieses Vorgehen führt bei Schiefwinkligkeiten  $\Theta > 30^{\circ}$  zu größeren Abweichungen zwischen theoretischen und experimentellen Werten. Zudem werden die Verträglichkeitsbedingungen nur in Sonderfällen erfüllt.

## 2.4 Schlussbemerkung

Das Riss- und Verformungsverhalten von schiefwinklig bewehrten Bauteilen weist deutliche Unterschiede zu Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung auf. Hierbei sind vor allem

- das weichere Verformungsverhalten und
- die größeren Rissbreiten

bei gleichem Spannungsniveau zu nennen.

Bei schiefwinkliger Bewehrung sind weitergehende Einflussgrößen bei der Kraftübertragung in Rissnähe gegenüber Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung zu berücksichtigen. Dazu gehören u. a. Annahmen über

- die Rissorientierung,
- die Schubsteifigkeit des gerissenen Betons und
- die Dübelwirkung der Bewehrung.

Die bisherigen experimentellen Untersuchungen konzentrierten sich auf einaxiale Zugoder Biegebeanspruchungen mit unidirektionaler Rissbildung [Pet-64], [Iva-82]. Versuche unter zweiaxialer Zugbeanspruchung und bidirektionaler Rissbildung, wie sie beispielsweise in punktgestützten Platten, Wandscheiben oder Schalentragwerken auftreten, wurden unter Berücksichtigung der grundlegenden Anforderungen an Rissbreiten-, Rissabstands- und Verformungsmessungen bislang nicht durchgeführt.

Mit den verfügbaren Ansätzen ist eine ausreichend genaue Rissbreitenberechnung nicht möglich. Eine systematische Auswertung experimenteller Untersuchungen im Hinblick auf die Rissorientierung, die Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen, die als Grundlage für einen mechanisch begründeten Rissbreitenansatz dienen soll, ist bislang nicht geführt worden.

Daher ist es erforderlich, den Rissbildungsprozess bei schiefwinkliger Bewehrung sowohl bei unidirektionaler als auch bei bidirektionaler Rissbildung grundlegend experimentell und theoretisch zu untersuchen.

# 3 Berechnungsansätze für das Materialverhalten

### 3.1 Vorbemerkung

Bei der Verformungsberechnung von Tragwerken kann, bei Vernachlässigung der Schubverformungen, eine Schnittkraft-Verformungsbeziehung unter Zugrundelegung der Materialkennlinien auf der Zug- und Druckseite angeben werden (Bild 3-1). Dazu müssen die Materialkennlinien der Druck- und Zugzone möglichst allgemeingültig formuliert sein [Kre-90], [Emp-95], [Sip-03]. Dieses von den Stabtragwerken her bekannte Verfahren lässt sich gleichermaßen auf flächige Bauteile, wie Platten oder Scheiben, übertragen.

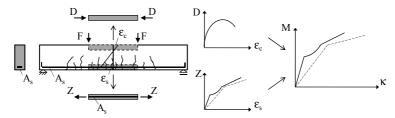


Bild 3-1: Zerlegung eines Biegeträgers in Druck- und Zuggurt [Emp-95]

Ziel dieses Abschnittes ist eine Zusammenstellung der Berechnungsannahmen für das Materialverhalten der einzelnen Komponenten, welche bei weiteren theoretischen Untersuchungen verwendet werden sollen. Der Schwerpunkt liegt auf dem Kurzzeitverhalten. Langzeiteinflüsse und zyklische Beanspruchungen weisen komplexe Zusammenhänge auf [Emp-95], [Zil-06]. Diese wurden bei bisherigen Untersuchungen mit schiefwinkliger Bewehrung nur teilweise experimentell erforscht [Lar-82], so dass bisher keine umfassende Datenbasis zur Verfügung steht. Aus diesem Grund werden rechnerische Untersuchungen hierzu auf die verfügbaren experimentellen Ergebnisse beschränkt.

### 3.2 Beton

# 3.2.1 Druckbeanspruchung

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton wird gemäß DIN 1045-1 [DIN-08] für nichtlineare Berechnungen angegeben zu:

$$\frac{\sigma_{c}}{f_{c}} = \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^{2}}{1 + (k - 2) \cdot \eta}\right) \tag{3-1}$$

Eine Berechnung der Betondehnung  $\epsilon_c$  ist bei Anwendung nichtlinearer Verfahren mit Gl. (3-1) nur möglich, wenn die Zielgröße aus einem Iterationsprozess bestimmt wird, da die Funktion zwei Nullstellen auf der Abszisse hat. Für einen geschlossenen Ansatz, bei dem der abfallende Ast der Druckarbeitslinie nicht abgebildet werden muss, ist die Anwendung der Parabelgleichung nach DIN 1045-1 einfacher in der Handhabung. In

$$\frac{\sigma_{\rm c}}{f_{\rm c}} = -\left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{\rm c}}{\varepsilon_{\rm c1}}\right)^2\right) \tag{3-2}$$

werden der Bemessungswert  $f_{cd}$  durch den Höchstwert  $f_c$  aus Gl. (3-1) und die maximale Betonstauchung  $\epsilon_{c2}$  durch  $\epsilon_{c1}$  aus DIN 1045-1 ersetzt. Diese Formulierung weist im Vergleich zur Gl. (3-1) im ansteigenden Ast für normalfeste Betone nur geringfügige Unterschiede auf (Bild 3-2). Sie kann daher für die Berechnung der Betonstauchungen bis zur maximalen Beanspruchbarkeit des Betons gleichwertig mit Gl. (3-1) eingesetzt werden.

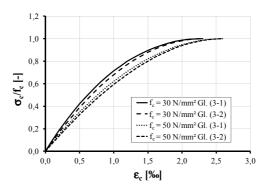


Bild 3-2: Bezogene Druckarbeitslinien für Normalbeton nach Gl. (3-1) und Gl. (3-2)

# 3.2.2 Zugbeanspruchung

### Einaxiale Zugfestigkeit

Wird ein Zugelement betrachtet (Bild 3-3), so kann die Verlängerung des Betons im elastischen Bereich über die Gesamtdehnung des Stabes bestimmt werden. Der erste Riss tritt an der schwächsten Stelle auf. Dieser nach außen hin sichtbare Riss entsteht durch das entfestigende Verhalten in der Rissprozesszone, in welcher sich mikroskopisch kleine Risse zu einem Makroriss vereinigen [Emp-95]. Nach Überschreiten der Zugfestigkeit wird die Arbeitslinie durch eine Spannungs-Rissbreitenbeziehung ausgedrückt. Die von der Zugarbeitslinie eingeschlossene Fläche wird als Bruchenergie bezeichnet. Bis zu einer Rissbreite von etwa w ≤ 0,15 mm kann Beton noch geringe Zugspannungen übertragen [CEB-10]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf eine

Abbildung des Nachbruchbereiches für die Betonzugfestigkeit verzichtet, da die nachfolgenden Untersuchungen vorrangig für Rissbreiten im Gebrauchslastbereich mit w > 0,10 mm durchgeführt werden sollen, bei denen die vom Beton übertragene Zugspannung vernachlässigbar klein ist.

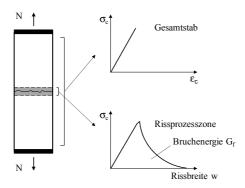


Bild 3-3: Verformung eines Betonstabes unter Zugbeanspruchung [Emp-95]

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit kann die Arbeitslinie durch einen konstanten Elastizitätsmodul beschrieben werden. Entsprechend DIN 1045-1 [DIN-08] wird der Elastizitätsmodul durch die Beziehung

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$$
 (3-3)

angegeben. Die mittlere Zugfestigkeit wird nach DIN 1045-1 mit

$$f_{\text{ctm}} = 0.3 \cdot f_{\text{ck}}^{(2/3)}$$
 (3-4)

bestimmt.

### Zweiaxiale Zugfestigkeit

Für zweiaxiale Zugbeanspruchungen wird nach MC 2010 [CEB-10] keine Abminderung der Betonzugfestigkeit vorgenommen. Dies steht im Widerspruch zu den bisherigen experimentellen Untersuchungen aus [Aoy-83], [Lem-11], [Pur-05] etc.

Untersuchungen auf Materialebene von KUPFER [Kup-73], LEE ET AL. [Lee-04] und SCHRÖDER [Schr-10] zeigen für Betone mit Festigkeitsklassen ab C 40/50 eine Reduktion der Betonzugfestigkeit bei zweiaxialer Zugbeanspruchung auf bis zu 70 % der einaxialen Zugfestigkeit, siehe [Schr-10]. In allen genannten Versuchsreihen werden die Streuungen bei zweiaxialer Zugbeanspruchung erheblich höher als bei einaxialer Zugbeanspruchung oder bei Druckbeanspruchung angegeben.

Von PURAINER [Pur-05] wird auf Grundlage experimenteller Untersuchung an Scheiben mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung festgestellt, dass die Erstrisslasten bei

vorhergehender Querrissbildung im Mittel auf 86 % reduziert werden. Auf Basis von Scheibenversuchen geben AOYAGI & YAMADA [Aoy-83] für eine proportionale Laststeigerung mit  $N_2/N_1 = 1,0$  im Mittel eine Verringerung der Rissschnittgröße auf 71 % gegenüber einaxialer Beanspruchung an, wobei im Einzelfall ein Absinken auf bis zu 64 % festgestellt wird.

Auf Basis durchzuführender Versuche und der Versuche aus der Literatur ist noch ein entsprechender Ansatz für die zweiaxiale Betonzugfestigkeit zu entwickeln.

## Schwinden und weitere Effekte

Die Lagerungsbedingungen der Begleitkörper für die Eignungsprüfung weichen von denen der Bauteile erheblich ab. Für die Begleitkörper ist nach DIN EN 12390-2 [DIN-09] eine Wasserlagerung vorgeschrieben, wohingegen Bauteile meist einem Innenraumklima ausgesetzt sind.

Die Schwindverkürzungen durch Austrocknung des Betons verursachen bei Bauteilen infolge der Dehnungsbehinderung der steifen Bewehrung einen Eigenspannungszustand und ggf. eine frühe Mikrorissbildung bzw. Schädigung des Betongefüges, u. a. [Zil-06]. Darüber hinaus kann das Abfließend der Hydratationswärme mit einer nichtlinearen Eigenspannungsverteilung über die Querschnittsdicke ebenfalls zur Mikrorissbildung beitragen. Der Unterschied zwischen der Zugfestigkeit aus der Begleitkörperprüfung und der Bauteilprüfung ergibt deshalb einen Abminderungsfaktor für die Betonzugfestigkeit im Bauteil, der, je nach Autor, in einem Bereich zwischen  $k_s = 0,66$  und 0,88 angegeben wird. Eine Zusammenfassung ist in [Lem-11] enthalten.

Die Auswertung von einaxial auf Zug beanspruchten Scheibenversuchen von AOYAGI & YAMADA [Aoy-83] und PETER [Pet-64] ergibt, dass zwischen der mittleren Zugfestigkeit und der Zugfestigkeit aus der Eignungsprüfung folgender Zusammenhang besteht:

■ AOYAGI & YAMADA 
$$f_{ct,Versuch} / f_{ct,Eignung} = 0.86$$
■ PETER  $f_{ct,Versuch} / f_{ct,Eignung} = 0.70$ 

Die Versuchskörper aus [Aoy-83] wurden bis zum Beginn der Prüfung unter feuchten Tüchern gelagert. Die Versuchskörper aus [Pet-64] wurden 7 Tage bei einer relativen Luftfeuchte von 90 % und anschließend in der Halle bei 60 % relativer Luftfeuchte gelagert. Eigene Untersuchungen an Dehnkörpern mit Lagerung unter Folie bis zum Prüfzeitpunkt ergaben eine Abminderung der mittleren Bauteilzugfestigkeit auf 72 % des Wertes der Eignungsprüfung (Anhang C-7).

Im Folgenden wird bei der Umrechnung von der Zugfestigkeit aus der Eignungsprüfung auf die mittlere Bauteilzugfestigkeit ein Faktor von  $k_s\!=\!0,\!7$  für das Schwinden und weitere Effekte berücksichtigt.

### 3.3 Betonstahl

Das Materialverhalten von Betonstahl wird bis zur Streckgrenze durch seine ideal elastische Eigenschaft mit einem E-Modul von 200.000 N/mm² bis 210.000 N/mm² bestimmt. Oberhalb der Streckgrenze weist warmverformter Betonstahl eine ausgeprägte Plastizität auf. Bei kaltverformten Stählen ist ein stetiger Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich festzustellen [Ruß-93].

Entsprechend den Normenwerken [DIN-08], [EC2-11], [CEB-10] wird für Betonstahl vereinfachend eine einheitliche ideal elastisch-plastische Arbeitslinie angesetzt (Bild 3-4). Bei Berücksichtigung der Verfestigung darf von einem bilinearen Materialverhalten ausgegangen werden. Die Bruchdehnung  $\varepsilon_{su}$  wird je nach Duktilitätsklasse auf 25 ‰ (Klasse A) bzw. auf 50 ‰ (Klasse B) begrenzt [DIN-08].

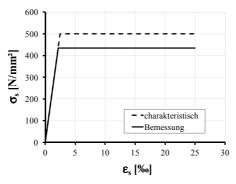


Bild 3-4: Vereinfachte rechnerische Arbeitslinie für Betonstahl, Duktilitätsklasse A ohne Verfestigung, nach DIN 1045-1 [DIN-08]

### 3.4 Verbund

## 3.4.1 Verbundansätze

Der Verbund zwischen Beton und Betonstahl wird, je nach Beschaffenheit der Oberfläche, in Haft- (glatte Stäbe) und Scherverbund (Rippenstahl) unterschieden (Bild 3-5) [Ruß-93]. Bei Rippenstählen wird nach Erreichen einer maximalen Verbundspannung entweder der Versuchskörper durch Längsrisse gespalten, oder die Betonkonsolen werden von den Stahlrippen abgeschert [Kre-90]. Neben der Oberflächengeometrie der Bewehrung beeinflussen zahlreiche weitere Parameter das Verbundverhalten. Dazu zählen die Betondruck- bzw. Betonzugfestigkeit, die bezogene Rippenfläche, die Betondeckung, der Stabdurchmesser und die Verbundbedingungen [Sip-03].

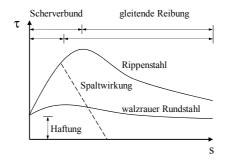


Bild 3-5: Qualitatives Verbundverhalten einbetonierter Bewehrungsstähle [Ruß-93]

Zum Verbundverhalten von in Beton eingebetteten Stäben mit glatter und gerippter Oberfläche existieren zahlreiche Untersuchungen und Ansätze. Die Ansätze lassen eine Unterteilung in zwei Gruppen zu. Die erste Gruppe ist die der ortsabhängigen Verbundansätze, die zweite Gruppe bilden die ortsunabhängigen Verbundansätze. Bekannter Stellvertreter der ersten Gruppe ist ein Ansatz von ELIGEHAUSEN ET AL. [Eli-83] und darauf aufbauend der Ansatz von KRELLER [Kre-90], welcher in ähnlicher Form in den MC 90 [CEB-90] eingeflossen ist. In die zweite Gruppe sind die Untersuchungen von z. B. NOAKOWSKI [Noa-78] und TUE [Tue-93] einzuordnen. Die Verbundansätze der ersten Gruppe werden bevorzugt bei Untersuchungen im ULS bei großen Formänderungen des Bauteils, die der zweiten Gruppe bei der Modellbildung im SLS eingesetzt. Erweiterungen auf den plastischen Bereich des Betonstahls werden von EIFLER [Eif-83] und SHIMA ET AL. [Shi-87] angegeben.

Wesentlich für die Berechnung der Rissbreite ist die zutreffende Bestimmung der Verbundsteifigkeit bei kleinem Schlupf. Ein abfallender Ast, wie er für großen Schlupf nach z. B. [Kre-90] oder MC 2010 [CEB-10] angesetzt wird, ist im SLS nicht erforderlich, sofern keine Spaltrisse zu berücksichtigen sind.

Nachfolgend wird geprüft in wieweit eine Übertragung der von NOAKOWSKI [Noa-78] aufgestellten Spannungs-Schlupfbeziehung, ermittelt für kurze Verbundlängen, auf die in [Kle-75] angegebenen Verbundspannungen bei langen Verbundlängen möglich ist. Dazu werden nur die Versuche aus [Röd-74] mit  $d_s = 10$  mm herangezogen, für welche in [Kle-75] die Spannungs-Schlupfbeziehungen angegeben werden, da die Versuche mit  $d_s = 16$  mm relativ früh Spalt- und Sekundärrisse aufwiesen (Bild 3-6).

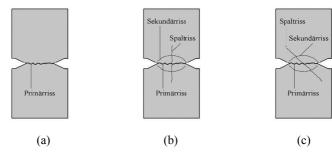


Bild 3-6: Rissbilder einaxial belasteter Scheiben mit unterschiedlichen Stabdurchmessern und unterschiedlichen Schiefwinkligkeiten der Bewehrung aus [Röd-74]: (a)  $d_s = 10$  mm, (b)  $d_s = 16$  mm und  $\Theta = 0^{\circ}$ , (c)  $d_s = 16$  mm und  $\Theta = 30^{\circ}$  bzw. 45°

Bei der rechnerischen Ermittlung der Spannungs-Schlupfbeziehung wird, abweichend zu NOAKOWSKI [Noa-78], anstatt der Würfel- die Zylinderdruckfestigkeit eingesetzt. Dies ergibt eine bessere Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen aus [Kle-75]. Der für die nachfolgenden Untersuchungen verwendete Verbundansatz lautet:

$$\tau(x) = A \cdot f_{c,cvl} \cdot s(x)^{\alpha}$$
 (3-5)

Dabei ist

A Konstante (guter Verbund A = 0.36, mäßiger Verbund A = 0.29),

f<sub>c,cvl</sub> Zylinderdruckfestigkeit nach DIN 1045-1,

 $\alpha$  Exponent (guter Verbund  $\alpha = 0.22$ , mäßiger Verbund  $\alpha = 0.30$ ).

Bild 3-7 zeigt die ausreichende Übereinstimmung zwischen den Mittelwerten der Spannungs-Schlupfbeziehung nach KLEIN ET AL. [Kle-75] aus Versuchen von [Röd-74] mit langen Verbundlängen und dem theoretischen Ansatz entsprechend Gl. (3-5). Da bei den eigenen experimentellen Untersuchungen (siehe Anhang B-1 und C-1) ähnliche Randbedingungen wie bei [Röd-74] hinsichtlich d<sub>s</sub>, f<sub>c</sub>, und c<sub>nom</sub> zugrunde lagen, ist von einer Übertragbarkeit der Spannungs-Schlupfbeziehung nach Gl. (3-5) auszugehen. Vergleichend ist in Bild 3-7 eine Spannungs-Schlupfbeziehung nach MC 2010 [CEB-10] dargestellt. Dieser Ansatz unterschätzt jedoch die Anfangssteifigkeit erheblich und ist deshalb für die vorliegenden Untersuchungen im Gebrauchslastbereich ungeeignet.

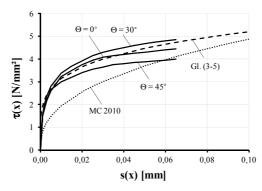


Bild 3-7: Spannungs-Schlupfbeziehung aus [Kle-75] auf Basis von Versuchen aus [Röd-74] und nach Gl. (3-5) bzw. MC 2010 [CEB-10]

# 3.4.2 Verbundfreie Vorlänge

Als verbundfreie Vorlänge ( $v_0$ ) wird ein Abschnitt entlang der Bewehrungsachse bezeichnet, bei dem der rissnahe Bereich durch innere Risse stark gestört ist. Eine Kraftübertragung vom Betonstahl auf den Beton ist ab einer gewissen Beanspruchungsgröße in diesem Abschnitt nicht mehr in voller Höhe möglich. Insbesondere die Modelle des MC 2010 [CEB-10] und von Kreller [Kre-90] bilden diesen Effekt ab. Werden ortsunabhängige Verbundgesetze verwendet, wie in Gl. (3-5), so muss die verbundfreie Vorlänge explizit vorgegeben werden. Angaben zur verbundfreien Vorlänge von Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung variieren im Gebrauchslastbereich zwischen 1,0 und 3,0  $\cdot$  d $_s$ . Eine Übersicht hierzu ist in [Emp-95] zusammengestellt.

Für die nachfolgenden Untersuchungen wird, wie von ROOS [Roo-94] vorgeschlagen, eine Annahme über die von der Schiefwinkligkeit  $\Theta$  unabhängige Länge des verbundfreien Bereiches getroffen. In Anlehnung an bisherige Untersuchungen [Emp-95], [Man-86] und Versuchsergebnisse aus [Kle-75] wird von einer im Gebrauchslastniveau konstanten verbundfreien Vorlänge von  $v_0 = 2,0 \cdot d_s$  ausgegangen.

# 3.4.3 Integrale Verbundmodellierung (Tension Stiffening)

Eine indirekte Berücksichtigung des Verbundverhaltens von Stahlbetonbauteilen kann über eine modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betonstahls nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] erfolgen (Bild 3-8). Dem gerissenen Abschnitt wird in Abhängigkeit des Spannungssprungs bei der Erstrissbildung eine geringere Dehnung als im reinen Zustand II zugewiesen. Diese Art der Modellierung des Tension Stiffening wird aufgrund der numerischen Stabilität und universellen Anwendung bevorzugt bei der Verformungsberechnung von Bauteilen unter Biege- und Zugbeanspruchungen verwendet [Leo-77], [CEB-90], [Emp-95], [Zil-06]. Eine weitere, hier nicht dargestellte Möglich-

keit besteht darin, die Betonkennlinie auf der Zugseite entsprechend zu modifizieren [Qua-80].

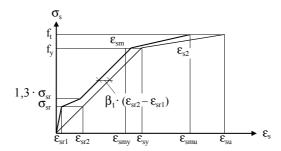


Bild 3-8: Modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl [DAS-03]

KOLLEGER [Kol-88] gibt die grundsätzliche Eignung des Tension Stiffening Modells über eine modifizierte Stahlkennlinie für schiefwinklige Bewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung an und verifiziert dies anhand von Versuchen aus [Röd-74]. In [Vec-82], [Pra-91], [Gro-92], [Win-04] werden Ansätze für eine modifizierte Betonkennlinie mit Hilfe von Transformationsbeziehungen angegeben. PURAINER [Pur-05] schlägt für zweiaxiale Zugbeanspruchungen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung eine Erweiterung der Beziehung aus Heft 525 DAfStb [DAS-03] vor. Die Formulierung ist allerdings nur anhand von Versuchen verifiziert, bei denen die Beanspruchungen  $N_1$  und  $N_2$  nacheinander aufgebracht wurden.

Eine eigene Versuchsreihe an Dehnkörpern unter Kurzzeitbeanspruchungen hat ausreichend übereinstimmende Ergebnisse zwischen dem Modell aus [DAS-03] (Bild 3-8) und den experimentellen Werten ergeben. Die Versuche sind im Anhang C-7 dokumentiert. Im Folgenden wird der Ansatz zur Berücksichtigung des Tension Stiffening nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] als Basisformulierung verwendet. Für die Übertragung der Gesetzmäßigkeiten auf schiefwinklig und orthogonal bewehrte Bauteile unter ein- und zweiaxialer Zugbeanspruchung soll eine Erweiterung der mathematischen Beziehungen erfolgen.

# 3.5 Schubkraftübertragung im Riss

# 3.5.1 Rissverzahnung (lokale Rauigkeit)

Von WALRAVEN [Wal-80] wird eine Formulierung für die Berechnung der Schubspannungen im Riss mit

$$\tau_{\rm r} = -\frac{f_{c,\rm cyl}}{30} + \left[1.8 \cdot {\rm w}^{-0.8} + (0.234 \cdot {\rm w}^{-0.707} - 0.2) \cdot f_{c,\rm cyl}\right] \cdot {\rm v} \tag{3-6}$$

vorgeschlagen. Dieser Ansatz enthält die wesentlichen Kenngrößen, basiert auf der Auswertung von Versuchen und ist in gleicher Form im MC 2010 [CEB-10] enthalten.

### Dabei ist

τ<sub>r</sub> Schubspannung in der Rissebene,

f<sub>c,cyl</sub> Zylinderdruckfestigkeit nach DIN 1045-1,

w Rissbreite,

v Querverschiebung der Rissufer.

Für eine Implementierung in ein FE-Programm kann, aufgrund des abschnittweise linearen Zusammenhangs zwischen der Rissbreite w und der Querverschiebung v (Bild 2-22 (b)) mit (v/w) = const,

$$\tau_{r} = -\frac{f_{c,cyl}}{30} + \left[1.8 \cdot \left(\frac{v}{v/w}\right)^{-0.8} + \left(0.234 \cdot \left(\frac{v}{v/w}\right)^{-0.707} - 0.2\right) \cdot f_{c,cyl}\right] \cdot v \quad (3-7)$$

angeschrieben werden. Der Vorteil von Gl. (3-7) gegenüber Gl. (3-6) besteht in einer einfacheren numerischen Umsetzung, da  $\tau_r$  nur noch von einer Variablen abhängt, wenn ein näherungsweise konstantes Verhältnis v/w vorausgesetzt wird.

Die mit Gl. (3-6) berechnete Schubspannungs-Querverschiebungsbeziehung ist in Bild 3-9 dargestellt. Vergleichend hierzu sind Funktionen für eine konstante Rissbreite eingetragen. Es ist zu erkennen, dass mit sinkendem Verhältnis der bezogenen Rissverformung v/w die Schubsteifigkeit und die Schubfestigkeit im Riss stark abnehmen. Bei v/w = 0,22 reduziert sich der rechnerische Einfluss der lokalen Rissverzahnung gemäß Gl. (3-6) für eine Betonfestigkeit  $f_{c,cvl}$  = 30 N/mm² zu Null.

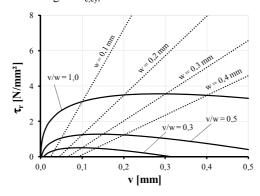


Bild 3-9: Schubspannungs-Querverschiebungsbeziehung,  $f_{c,cyl} = 30 \text{ N/mm}^2$  nach Gl. (3-6) für konstante Rissbreiten und konstante v/w-Verhältnisse

# 3.5.2 Dübelwirkung

Für eine numerische Umsetzung im Rahmen einer FE-Berechnung wird die direkte Kopplung des Stabelements an ein Scheiben- oder Schalenelement, welches die Elastizitätseigenschaften des Betons abbildet, gewählt [Kra-10b]. Bei diskreter Rissvorgabe und unter Verwendung des ortsunabhängigen Verbundansatzes nach Gl. (3-5) ist eine bettungsfreie Vorlänge  $b_0$  festzulegen. Da hierzu wenige experimentelle Untersuchungen vorliegen, werden die bettungsfreie und die verbundfreie Vorlänge auf Grundlage der Literaturstudie in Abschnitt 2.3.2 mit konstant  $b_0 = v_0 = 2,0 \cdot d_s$  gleichgesetzt.

## 3.5.3 Aufnehmbare Schubbeanspruchung in der Rissebene

Im Gegensatz zu Platten, bei denen die Schubkräfte der Rissebene ohne Weiteres von der ungerissenen Druckzone aufgenommen werden können (Abschnitt 2.3.2) [Ebn-63], ist bei Scheiben die Beanspruchbarkeit der Rissebene hierdurch begrenzt. Ein Schubbruch ist, wie mehrfach experimentelle Untersuchungen bestätigten [Vec-82], [Pan-95], bereits vor Erreichen der plastischen Stahldehnungen möglich. Die Formulierung eines geschlossenen Ansatzes der aufnehmbaren Schubspannungen im Riss ist mit den Bestimmungsgleichungen aus Abschnitt 3.5.1 nicht möglich und für schiefwinklige Bewehrung in der Literatur nicht angegeben. Daher wird ein eigener Ansatz erarbeitet.

Die Auswertung der Versuche von WALRAVEN [Wal-80] und MATTOCK [Mat-74] ergibt, dass als wesentliche Kenngrößen die Betondruckfestigkeit, der Bewehrungsgrad und die Schiefwinkligkeit zu berücksichtigen sind. Eine eigene Formulierung, welche die Versuchsergebnisse geeignet beschreibt, kann mit

$$\tau_{c,\text{max}} = \left(\frac{\rho_x}{0,006}\right)^{0.4} \cdot C \cdot \sqrt{f_{c,\text{cyl}}}$$
 (3-8)

angegeben werden. Hierbei handelt es sich um eine empirische Funktion.

Dabei ist

 $\tau_{c,max}$  Aufnehmbare Schubspannung in der Rissebene,

 $\rho_x$  Bewehrungsgrad der x-Richtung mit  $\rho_x = \frac{A_{s,x}}{A_c}$  und der Bewehrungsfläche  $A_{s,x}$  sowie dem Betonquerschnitt  $A_c$  je laufendem Meter,

C Beiwert mit  $C = \left(\cos^2(\Theta + 15^\circ) + \frac{1}{\lambda} \cdot \sin^2(\Theta)\right)$  und  $\lambda = \frac{A_{s,x}}{A_{s,y}}$ ,

 $f_{c,cyl}$  Zylinderdruckfestigkeit nach DIN 1045-1 in N/mm<sup>2</sup>.

Gl. (3-8) gilt für Beanspruchungen infolge einer Hauptzugkraft  $N_1$ . Bei Beanspruchungen infolge einer Hauptzugkraft  $N_2$  sind  $\rho_x$  durch  $\rho_y = A_{s,y}/A_c$  und  $\lambda$  durch  $1/\lambda$  zu ersetzen. Für Bewehrung senkrecht zum Riss ( $\Theta = 0^\circ$ ) ergibt sich in beiden Fällen C = 0.93.

Die ungünstige Ausrichtung der Bewehrung bezüglich der Schubbeanspruchung ( $\Theta$  positiv) wird im Beiwert C mittels einer Phasenverschiebung von 15° berücksichtigt. Eine ungünstige Beanspruchung der Rissebene liegt bei schiefwinkliger Bewehrung mit Normalkraftbeanspruchung senkrecht zum Riss vor, wenn entweder eine einlagige Bewehrung vorhanden ist, oder die rissparallelen Kraftkomponenten bei orthogonaler Bewehrung durch die Stäbe nicht vollständig ausgeglichen werden können (Bild 3-10).

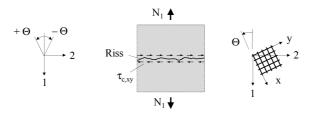


Bild 3-10: Beanspruchung im Riss  $\tau_{c,xy}$  für  $\Theta$  positiv, Situation bei schiefwinkliger und orthogonaler Bewehrung unter einaxialem Zug

Eine Gegenüberstellung von Gl. (3-8) mit Versuchsergebnissen von WALRAVEN (Bild 2-21 (a)) für Bewehrung senkrecht zum Riss ist in Bild 3-11 angegeben. Hierbei sind verschiedene Bewehrungsgrade und Betonfestigkeitsklassen berücksichtigt. Für die insgesamt 16 Versuchswerte beträgt die Übereinstimmung  $\tau_{c,max,exp}/\tau_{c,max,th}=1,07$ . Der Variationskoeffizient liegt bei 14 %.

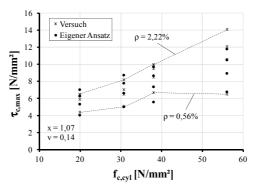


Bild 3-11: Vergleich der aufnehmbaren Schubspannungen in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades und der Betondruckfestigkeit zwischen Versuchen aus [Wal-80] und eigenem Ansatz nach Gl. (3-8), Θ = 0°

Ein weiterführender Vergleich für einlagige Bewehrung ( $A_{s,y} = 0$ ) – bei konstanter Betondruckfestigkeit und variierender Schiefwinkligkeit  $\Theta$  – von Versuchswerten aus [Wal-80] und [Mat-74] mit den Berechnungswerten nach Gl. (3-8), ist in Bild 3-12 und Bild 3-13 dargestellt. Für die Versuche von WALRAVEN ergeben sich ein Verhältnis der Versuchs- zu den Berechnungswerten von 1,01 und ein Variationskoeffizient von 9 %. Bei den Versuchen von MATTOCK ist ein Verhältnis von 1,01 mit einem Variationskoeffizienten von 15 % festzustellen.

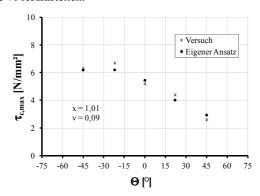


Bild 3-12: Vergleich der aufnehmbaren Schubspannungen in Abhängigkeit der Schiefwinkligkeit bei einlagiger Bewehrung zwischen Versuchen aus [Wal-80] und eigenem Ansatz nach Gl. (3-8)

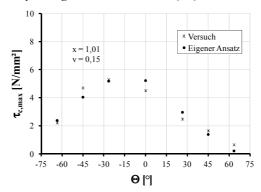


Bild 3-13: Vergleich der aufnehmbaren Schubspannungen in Abhängigkeit der Schiefwinkligkeit bei einlagiger Bewehrung zwischen Versuchen aus [Mat-74] und eigenem Ansatz nach Gl. (3-8)

Ein Vergleich der Ergebnisse des Ansatzes nach Gl. (3-8) mit Versuchsergebnissen von MATTOCK bei orthogonaler Bewehrung ( $\lambda$  = 1,0) und variierender Schiefwinkligkeit ist in Bild 3-14 dargestellt. Im Mittel beträgt der Quotient aus Versuchs- und Berech-

nungswerten x = 1,21 und der Variationskoeffizient 19%. Hierbei ergeben sich meist konservative rechnerische Werte.

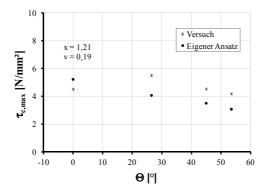


Bild 3-14: Vergleich der aufnehmbaren Schubspannungen in Abhängigkeit der Schiefwinkligkeit bei orthogonaler Bewehrung zwischen Versuchen aus [Mat-74] und eigenem Ansatz nach Gl. (3-8),  $\lambda$  = 1,0

# 3.6 Schlussbemerkung

Im Wesentlichen können für die vorliegende Aufgabenstellung die vorhandenen Materialmodelle für Stahlbeton weitgehend übernommen werden. Das Materialmodell für Beton wird mit geringer Modifikation, das Materialmodell für Betonstahl wird unverändert verwendet.

Für die nichtlineare Verbundmodellierung von Stahlbeton erwies sich ein modifizierter Ansatz von NOAKOWSKI [Noa-78] als geeignet, welcher im Rahmen von FE-Berechnungen genutzt werden soll. Das Modell für Tension Stiffening nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] soll für eine Erweiterung bei schiefwinkliger Bewehrung als Ausgangsformulierung dienen.

Für eine Modellierung der Rissverzahnung wird im Rahmen der FE-Berechnungen auf den bestehenden Ansatz von WALRAVEN [Wal-80] zurückgegriffen.

Zur Bestimmung der aufnehmbaren Schubbeanspruchung im Riss ist für Scheiben ein eigener Ansatz entwickelt worden. Dieser wurde anhand von Versuchsergebnissen aus [Wal-80] und [Mat-74] kalibriert und soll in einem Berechnungsansatz für Rissbreiten bzw. Verformungen berücksichtigt werden.

# 4 Rissverhalten von Flächentragwerken bei einaxialer Zugbeanspruchung

# 4.1 Vorbemerkung

Im Rahmen dieses Abschnittes werden experimentelle Untersuchungen an Bauteilen unter einaxialer Zugbeanspruchung ausgewertet. Diese sollen als Grundlage für weitere theoretische Untersuchungsschritte dienen.

### 4.2 Rissbildung

# 4.2.1 Rissorientierung

Die Rissorientierung ist ein für die Modellbildung zur Berechnung der Rissbreite wesentlicher Parameter. Annahmen über die Rissorientierung beeinflussen bei schiefwinkliger Bewehrung den rechnerischen Spannungszustand im Beton und im Betonstahl [Aoy-83]. Die Orientierung der Rissachsen stellt sich bei Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung senkrecht zur Zugbeanspruchung ein. Die Risse verändern ihre Ausrichtung in allen Phasen entsprechend Abschnitt 2.2.1 nicht, sofern die Beanspruchung richtungstreu bis zum Versagen des Querschnitts gesteigert wird. Bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen ist zu prüfen, ob Abweichungen der Rissachsen von der Normalen der Hauptzugrichtung auftreten und ggf. zu berücksichtigen sind.

In der Literatur wird für schiefwinklig bewehrte Bauteile übereinstimmend angegeben, dass die Richtung der ersten Risse vom vor der Rissbildung herrschenden Spannungszustand bestimmt wird [Len-66], [Pet-64], [Bau-74], [Iva-82]. Der Einfluss der Anisotropie der Bewehrung wird als nicht maßgebend eingestuft [Len-66], [Lar-85]. Bei sehr geringer Betondeckung ist durch die Bewehrung eine Schwachstelle im Beton vorgegeben, die zu Rissen entlang der Bewehrungsstäbe führen kann [Naw-70], [Vec-82], [Len-66]. Dies ist bei Bauteilversuchen mit praxisüblichen Betondeckungen bislang nicht beobachtet worden [Ebn-63], [Pet-64], [Iva-82].

In der Literatur werden für die Rissorientierung zwischen dem Erstrisszustand und dem Traglastzustand bei schiefwinkliger Bewehrung kontroverse Angaben gemacht [Ebn-63], [Pet-64], [Bau-74], [Iva-82], [Vec-82], [Aoy-83], [Fra-84], [Kau-98]. Zahlreiche Annahmen basieren auf rein theoretischen Ansätzen [Len-66], [Bau-74], [Vec-86], [Kau-98] etc. Wenige Untersuchungen beruhen auf der Beobachtung des Bauteilverhaltens im Versuch [Ebn-63], [Pet-64], [Aoy-83]. Mit der Vorgehensweise entsprechend [Naw-70] und [Iva-82] ist die rechnerische Überprüfung der Rissorientierung anhand messbarer Größen aus Versuchen möglich.

Vom Verfasser wird in [Kra-10b] für den Ansatz von NAWY & OHRENSTEIN [Naw-70] festgestellt, dass dieser nicht zu zuverlässigen Ergebnissen führt. Im Weiteren wird daher die stereometrische Methode von STROEVEN [Str-73] verwendet, die bereits von IVÁNYI & LARDI [Iva-82] bei der Bestimmung der Rissorientierung für schiefwinklig bewehrte Platten herangezogen wurde. Bei diesem Ansatz wird zunächst eine parallele Linienschar mit deutlich geringerem gegenseitigen Abstand als dem Rissabstand über das Rissbild gelegt (Bild 4-1 (a)). Anschließend wird die Neigung der Linienschar solange variiert, bis sich ein Minimum der Schnittpunkte zwischen der Linienschar und den vorhandenen Rissen ergibt (Bild 4-1 (b)). Der Winkel mit dem Minimum der Schnittpunkte ist die gesuchte mittlere Rissorientierung im Versuch. Bei ideal parallelen und glatten Rissen ergäbe sich ein Minimum mit n = 0. Dies ist jedoch aufgrund des gezackten Rissverlaufes, selbst bei Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung, nicht möglich.

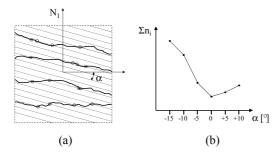


Bild 4-1: Bestimmung der Rissorientierung mit der stereometrischen Methode nach [Str-73] in Anlehnung an [Iva-82]: (a) Schnittpunkte zwischen Rissen und Linienschar, (b) Schnittpunkt-Rissorientierungsbeziehung

## Versuche von IVÁNYI & LARDI

Die von IVÁNYI & LARDI [Iva-82] mit der stereometrischen Methode ermittelte Rissorientierung ihrer eigenen Versuche geben die Autoren für schiefwinklig bewehrte und einaxial gespannte Platten (Bild 2-9) mit maximalen Werten im Bereich von  $\alpha = 5^{\circ}$  bis  $15^{\circ}$  für das abgeschlossene Rissbild im SLS an.

### Versuche von Peter

Eine eigene, mit der stereometrischen Methode durchgeführte Analyse der Scheibenversuche von PETER [Pet-64], ergibt in [Kra-10b] für die Rissorientierung  $\alpha$ -Werte zwischen 0° und 10° (Bild 4-2). Die in [Iva-82] genannten Angaben bestätigen im Wesentlichen diese Untersuchungsergebnisse. Abweichungen in der Größenordnung mit bis zu  $\alpha$  = 32°, wie sie rechnerisch von BAUMANN für die Versuche von PETER in [Bau-72] angegeben werden, sind unter Gebrauchslasten nicht zu erwarten.

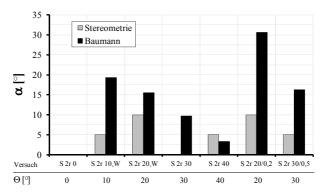


Bild 4-2: Rissorientierung ermittelt mit der stereometrischen Methode für Versuche von Peter [Pet-64] und Angaben nach BAUMANN [Bau-72], aus [Kra-10b]

### Versuche von VECCHIO & COLLINS

Die Versuche aus [Vec-82] wurden unter reiner Schubbeanspruchung durchgeführt. Wird eine Transformation vom reinen Schubspannungszustand in das Hauptachsensystem mit einer Drehung der Koordinatenachsen um 45° vorgenommen, dann ergibt sich ein Druck-Zug-Spannungszustand ohne Schubkräfte (Bild 4-3). Die Normalspannungen entsprechen im Betrag den Schubspannungen. Damit liegt ein zweiaxialer Beanspruchungszustand mit  $k = \sigma_2/\sigma_1 = -1$  vor. Für den Rissbildungsprozess ist die verhältnismäßig geringe Druckkraft vernachlässigbar, so dass bei der Untersuchung der Rissorientierung näherungsweise von einaxialer Zugbeanspruchung mit einer Schiefwinkligkeit der Bewehrung von  $\Theta = 45^\circ$  ausgegangen werden kann.

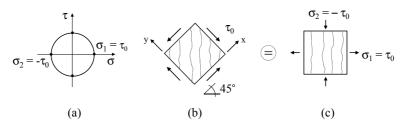


Bild 4-3: (a) Mohrscher Spannungskreis, (b) Rissbildung bei reinem Schub, (c)
Transformation in das Hauptachsensystem

Der in Bild 4-4 dargestellte Versuchskörper PV 12 wurde durch reinen Schub bis zum Versagen beansprucht. Der Versuchskörper war in beiden Richtungen randparallel mit  $\lambda=4,0$  bewehrt. Erwartungsgemäß stellten sich die Risse bei PV 12 im Gebrauchszustand mit  $\alpha=5^{\circ}$  nahezu senkrecht zur Hauptzugrichtung ein (Bild 4-4 (a)). Die Bildung davon abweichender Risse wurde bei PV 12 erst bei Überschreiten der Streckgrenze der

Bewehrung beobachtet (Bild 4-4 (b)). Dabei blieben die Rissbreiten der neu gebildeten Risse weit unter denen, die im elastischen Zustand des Betonstahls entstanden. Dies wird übereinstimmend durch Versuchsbeobachtungen in [Iva-82] bestätigt.

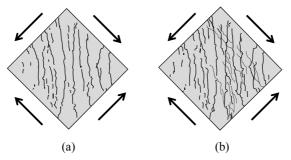


Bild 4-4: Rissbild des Versuchs PV 12 aus [Vec-82]: (a) reine Schubbeanspruchung in Laststufe 5 und (b) Laststufe 8

Eine stereometrische Auswertung der Rissbilder von insgesamt 21 Versuchskörpern aus [Vec-82] mit einer entsprechend Bild 4-3 durchgeführten Transformation in das Hauptachsensystem ergibt für die Rissorientierung, dass in 18 Fällen keine Abweichung zwischen den Rissachsen und der Normalen der Hauptzugrichtung 1 besteht ( $\alpha$  = 0°). In drei Fällen (PV 12, 19 und 20) wird die Rissorientierung zu  $\alpha$  = 5° und in einem Fall (PV 18) zu  $\alpha$  = 10° bestimmt. Für k = -1 entstehen Risse daher näherungsweise senkrecht zur Hauptzugrichtung. Dies entspricht den Untersuchungsergebnissen aus [Iva-82] und [Kra-10b].

### 4.2.2 Charakteristischer Rissabstand für $\Theta = 0^{\circ}$

Entsprechend den Normenwerken [DIN-08], [EC2-11], [CEB-10] wird angenommen, dass der maximal mögliche Rissabstand zur bemessungsrelevanten Rissbreite führt [Eck-02]. Der maximal mögliche Rissabstand entspricht nach DIN 1045-1 der zweifachen Einleitungslänge. Um die Güte eines Berechnungsverfahrens zu überprüfen oder Versuchsergebnisse untereinander zu vergleichen, bietet es sich an auch den 95 %-Quantilwert (charakteristischer Rissabstand) und die stochastische Verteilungsfunktion des bezogenen Rissabstandes  $s_{r,i}/s_{r,m}$  aus Messungen zu bestimmen.

Der charakteristische, der Bemessung zugrunde zu legende Rissabstand lässt sich als das Vielfache des mittleren Rissabstandes ausdrücken und ist nach [Emp-95] als  $\beta = s_{r,k} / s_{r,m}$  definiert. Der  $\beta$ -Wert ist beanspruchungsabhängig und strebt im abgeschlossenen Rissbild einem Endwert zu (Bild 4-5). Der Mittelwert  $s_{r,m}$  des abgeschlossenen Rissbildes entspricht dabei in etwa der Einleitungslänge  $l_e$  [Scho-84], [Emp-95].

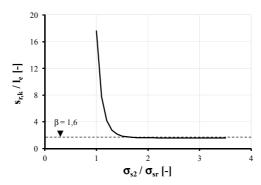


Bild 4-5: Bezogener charakteristischer Rissabstand in Abhängigkeit der bezogenen Beanspruchung bei Zugstäben

Für das abgeschlossene Rissbild werden für  $\beta$  bei stabförmigen Stahlbetonbauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung in der Literatur folgende Angaben gemacht:

EMPELMANN [Emp-95] β = 1,58
 KÖNIG & TUE [Kön-96] β = 1,39
 MC 1990 [CEB-90] β = 1,33

Untersuchungen von Purainer [Pur-05] für uni- und bidirektionale Rissbildung bei Scheiben mit orthogonaler Bewehrung in Beanspruchungsrichtung ( $\Theta=0^{\circ}$ ) haben ergeben, dass der mittlere Rissabstand durch den Bewehrungsabstand in Querrichtung beeinflusst werden kann. Die Versuche von Caldentey et al. [Cal-11] haben dies bestätigt, allerdings auch gezeigt, dass der charakteristische, der Bemessung zugrunde zu legende Rissabstand hiervon nicht beeinflusst wird.

In Bild 4-6 und Bild 4-7 sind Summenkurven der bezogenen Rissabstände aus den Versuchen von [Pet-64] und [Iva-82] für das abgeschlossene Rissbild dargestellt. Bild 4-6 enthält die Daten eines Einzelversuches mit einer Stichprobenanzahl von n = 51 Werten. Für die in Bild 4-7 dargestellte Summenkurve werden drei Versuche mit einer Stichprobenanzahl von n = 176 verwendet. Die 95 %-Quantilwerte von  $s_{r,i}/s_{r,m}$  bei Bauteilen ohne Richtungsabweichung der Bewehrung ergeben sich zu:

• Scheiben ( $\Theta = 0^{\circ}$ )  $\beta = 1,63$  mit s = 0,38• Platten ( $\Theta = 0^{\circ}$ )  $\beta = 1,60$  mit s = 0,37

Hierin ist s die aus der Stichprobe geschätzte Standardabweichung. Die stochastischen Untersuchungen wurden mit dem Programm STATREL in der Version 3.13 durchgeführt.

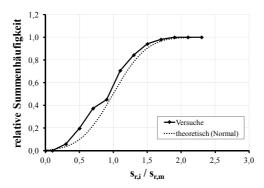


Bild 4-6: Relative Summenhäufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Scheibenversuche aus [Pet-64],  $\Theta = 0^{\circ}$ , 1 Versuch mit n = 51

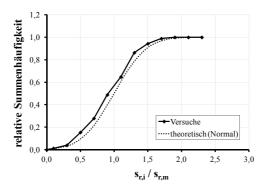


Bild 4-7: Relative Summenhäufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Plattenversuche aus [Iva-82],  $\Theta = 0^{\circ}$ , 3 Versuche mit n = 176

Die Angaben in [Emp-95] basieren auf der Auswertung des 95 %-Quantils von Versuchen. Wird dieser Wert mit den ermittelten Werten für Scheiben und Platten mit  $\Theta=0^{\circ}$  verglichen, so lässt sich eine Übereinstimmung feststellen. Daraus folgt, dass die Ergebnisse für Stabtragwerke mit denen flächiger Bauteile vergleichbar sind und im abgeschlossenen Rissbild näherungsweise  $\beta=1,6$  angenommen werden kann.

### 4.2.3 Charakteristischer Rissabstand für $\Theta > 0^{\circ}$

Der Ansatz der zweifachen Einleitungslänge bei der Erstrissbildung lässt sich auf Bauteile mit schiefwinkliger Bewehrung anwenden, da hier der grundsätzliche Mechanismus der Verbundkraftübertragung ebenso vorliegt (Bild 3-7).

Für die Bestimmung der 95 %-Quantile von s<sub>r,i</sub>/s<sub>rm</sub> bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen im abgeschlossenen Rissbild werden sechs Versuche an Scheiben mit einer Stich-

probenanzahl von n = 373 (Bild 4-8) und zwölf Versuche an Platten mit n = 782 zugrunde gelegt (Bild 4-9). Damit ergeben sich die 95 %-Quantile des bezogenen Rissabstandes zu:

• Scheiben ( $\Theta > 0^{\circ}$ )  $\beta = 1,73$  mit s = 0,45

• Platten ( $\Theta > 0^{\circ}$ )  $\beta = 1,74$  mit s = 0,45

Bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen tendiert  $\beta$  damit gegenüber Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung zu größeren Werten hin. Der Unterschied ist jedoch mit 6 % bzw. 9 % nicht besonders ausgeprägt. Die aus der Stichprobe gebildete Schätzung der Standardabweichung für schiefwinklig bewehrte Versuchskörper liegt ebenfalls über dem Niveau der in Beanspruchungsrichtung bewehrten Versuchskörper.

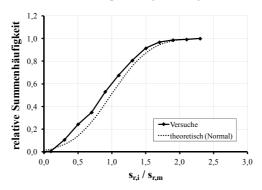


Bild 4-8: Relative Summenhäufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Scheibenversuche aus [Pet-64],  $\Theta > 0^{\circ}$ , 6 Versuche mit n = 373

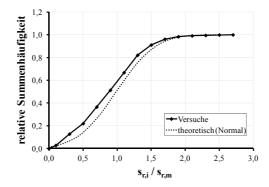


Bild 4-9: Relative Summenhäufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Plattenversuche aus [Iva-82],  $\Theta > 0^{\circ}$ , 12 Versuche mit n = 782

## 4.2.4 Verteilungstyp des Rissabstandes

Für alle in Abschnitt 4.2.2 und 4.2.3 verwendeten Daten wurden Anpassungstests auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha=0.05$  durchgeführt. Das Testergebnis zeigt, dass der Verteilungstyp des bezogenen Rissabstandes  $s_{r,i}/s_{r,m}$  sowohl für Bauteile ohne als auch mit Richtungsabweichung der Bewehrung als normalverteilt angenommen werden kann (Bild 4-10 bis Bild 4-13). Dabei ist die Verteilungsfunktion von  $s_{r,i}/s_{r,m}$  nur für Werte  $\geq 0$  definiert, da die bei der Normalverteilung auftretenden negativen Werte physikalisch nicht möglich sind. Aufgrund der leichten Rechtsschiefe der Dichtefunktion wurden die Stichproben auch auf andere Verteilungstypen (Lognormal, Weibull etc.) hin getestet. Es ergab sich jedoch bei der Prüfung auf dem Signifikanzniveau von  $\alpha=0.05$  eine signifikante Abweichung, so dass die Hypothesen der jeweiligen Verteilungsfunktion nicht aufrecht erhalten werden konnten

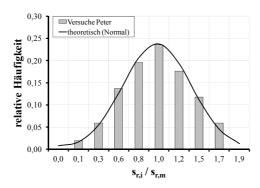


Bild 4-10: Relative Häufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Scheibenversuche von [Pet-64],  $\Theta = 0^{\circ}$ , 1 Versuch mit n = 51

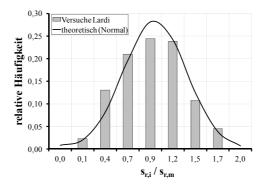


Bild 4-11: Relative Häufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Plattenversuche von [Iva-82],  $\Theta = 0^{\circ}$ , 3 Versuche mit n = 176

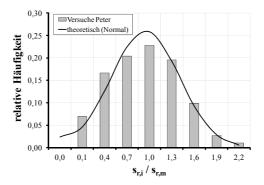


Bild 4-12: Relative Häufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Scheibenversuche von [Pet-64],  $\Theta > 0^{\circ}$ , 6 Versuche mit n = 373

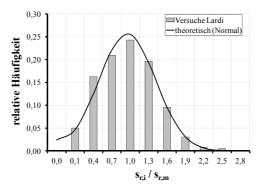


Bild 4-13: Relative Häufigkeit des bezogenen Rissabstandes der Plattenversuche von [Iva-82],  $\Theta > 0^{\circ}$ , 12 Versuche mit n = 782

### 4.2.5 Rissbreiten

Die Gegenüberstellung der mittleren Rissbreiten  $w_m$  mit den maximalen Rissbreiten  $w_{max,m}$  (Mittelwert aus 3 Messlinien) aus [Pet-64] ergibt, dass für den Nullversuch bzw. die Versuche mit schiefwinkliger Bewehrung folgende Beziehungen bestehen:

Anhand der Dokumentation aus [Pet-64] ist eine weitergehende Analyse der Rissbreiten nicht möglich. Es besteht aber die Tendenz, dass die bezogene Rissbreite  $w_{max,m}/w_m$  bei

schiefwinkliger Bewehrung größer ist als bei Bewehrung in Beanspruchungsrichtung.

Die Gegenüberstellung der mittleren Rissbreiten w<sub>m</sub> mit den 95 %-Quantilwerten w<sub>0,95</sub> der Rissbreiten aus [Iva-82] ergibt, dass für die Nullversuche bzw. die Versuche mit schiefwinkliger Bewehrung folgende Beziehungen bestehen:

■ Platten ( $\Theta = 0^{\circ}$ )  $\eta_{0.95} = w_{0.95} / w_{m} = 1,66$ ■ Platten ( $\Theta > 0^{\circ}$ )  $\eta_{0.95} = w_{0.95} / w_{m} = 1,82$ 

Für Platten zeigt sich, dass die bezogene Rissbreite  $\eta_{0,95}$  bei schiefwinkliger Bewehrung größer ist als bei Bewehrung in Beanspruchungsrichtung.

Damit ergibt sich sowohl bei Scheiben als auch bei Platten mit schiefwinkliger Bewehrung gegenüber Bewehrung in Beanspruchungsrichtung eine Erhöhung der bezogenen Maximal- und Quantilwerte der Rissbreiten (Bild 2-10). Die Unterschiede sind von gleicher Größe wie für die Rissabstände ermittelt (Abschnitt 4.2.3).

# 4.3 Formänderungsverhalten

Die rechnerisch anzusetzende Schubsteifigkeit der Rissufer wird in der Literatur kontrovers diskutiert [Pet-64], [Bau-74], [Fra-84] und hat Auswirkungen auf die rechnerischen Stahlspannungen. In [Bau-74] und [Aoy-79] wird die lokale Rauigkeit (Abschnitt 2.3.2) als die maßgebende Widerstandsgröße bei Scheiben aufgeführt. Zur nennenswerten Aktivierung der lokalen Rauigkeit ist jedoch eine Querverschiebung der Rissufer bei klein bleibender Rissbreite erforderlich (Abschnitt 3.5.1) [Wal-80]. Nachfolgend soll geprüft werden in wie weit Querverschiebungen der Rissufer bei Versuchen auftreten und welche Mechanismen hierbei eine bestimmende Rolle spielen.

# Eigene Versuche (Kleinversuche)

Am Fachgebiet Massivbau des iBMB der TU Braunschweig wurden im Rahmen des DFG Forschungsvorhabens EM 203/3-1 insgesamt 15 Versuche an Scheiben mit den Abmessungen 70 x 70 cm und orthogonaler Bewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung durchgeführt. Primäres Ziel der Versuche war die Untersuchung der Stahlspannungen im Riss. Hierbei wurden die Stabdurchmesser  $d_{s,x}$  und  $d_{s,y}$ , das Bewehrungsverhältnis  $\lambda$  und die Schiefwinkligkeit  $\Theta$  variiert. Das Prüfprogramm und der Versuchsaufbau sind im Anhang B angegeben. Die Versuchskörper wurden mit zwei Sägeschnitten versehen, um an vorgegebener Stelle einen natürlichen Riss zu erzwingen.

Bei den durchgeführten Versuchen wurden bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls keine messbaren Querverschiebungen der Rissufer beobachtet. Dies lässt sich anhand digitaler Rissbilder aufzeigen. In Bild 4-14 ist die Aufnahme eines Risses dargestellt. Trotz eines ungleichmäßigen Bewehrungsverhältnisses zwischen den beiden Bewehrungsrichtungen mit  $\lambda = 2,0$  und  $\Theta = 45^{\circ}$  ist in der Achslinie, welche der Beanspruchungsrichtung entsprach, selbst bei sehr großer Rissbreite kein nennenswerter

Versatz der Rissufer erkennbar. Die lokale Rissverzahnung hat nach Gl. (3-6) bei geringen Querverschiebungen v und den im Vergleich dazu großen Rissbreiten w unterhalb eines Verhältnisses von v/w < 0,22 bei der verwendeten Betondruckfestigkeit und ideal parallelen Rissen rechnerisch keinen Einfluss. Der Grund für die Schubsteifigkeit im Riss muss daher andere Ursachen haben.

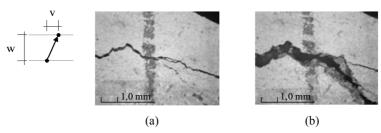


Bild 4-14: Versuch E13,  $\Theta = 45^{\circ}$ ,  $\lambda = 2.0$ : (a) w = 0.15 mm und (b) w = 0.87 mm

Beim Versuch E4 wurde ein längerer Abschnitt eines Risses mittels Risskamera digital aufgenommen. In Bild 4-15 ist zu erkennen, dass in Bereichen, in denen der Riss nicht in Kraftrichtung verläuft, die Rissufer teilweise Kontakt haben. Im Gegenteil zu künstlich erzeugten Rissen, z. B. wie in [Wal-80], bei denen der Rissverlauf geradlinig vorgegeben wird, weisen natürliche Risse stark gezackte sowie teilweise verzweigte Rissformen und damit sehr viele solcher Kontaktstellen auf [Kis-83], [Röd-74]. Die Behinderung der Querverschiebungen der Rissufer bei Scheiben mit natürlichen Rissen ist somit nicht vorrangig auf die lokale Rissverzahnung, sondern auf die geometrische Form des Rissverlaufes (globale Rissverzahnung) zurück zu führen. Dies wird ebenfalls von PETER [Pet-64] und FRANZ [Fra-84] festgestellt.

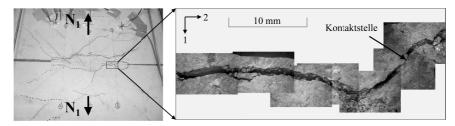


Bild 4-15: Ausschnitt Rissverlauf von ca. 40 mm für Versuch E4 ( $\Theta$  = 45°,  $\lambda$  = 1,0) bei  $N_1$  = 250 kN

### Versuche von Peter

Anhand der Versuchsergebnisse von PETER [Pet-64] wird überprüft, ob die Annahme schubstarrer Rissufer im Gebrauchslastbereich für Scheiben berechtigt ist. Eine Gegenüberstellung der Rissbilder von PETER zeigt in Bild 4-16, dass die Rissgeometrie

durch starke Verzweigungen gekennzeichnet ist. Einige Risse sind nicht von Rand zu Rand durchgehend.

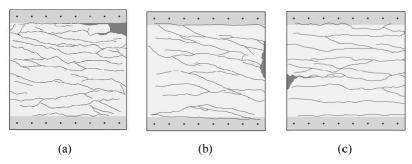


Bild 4-16: Rissbilder der Versuche aus [Pet-64]: (a) S 2r 10,W, (b) S 2r 20,W und (c) S 2r 30

Für eine rechnerische Gegenüberstellung werden die Messwerte der Betonstahldehnungen (DMS-Messungen) und der Verformungsmessungen mittels induktiver Wegaufnehmer (IWA-Messungen) verwendet. Dazu werden zunächst aus den Messungen der Stahldehnungen Mittelwerte gebildet. Die Einzelwerte sind in [Pet-64] angegeben. Anschließend wird eine Transformation von der Bewehrungsrichtung auf die Hauptzugrichtung über die Formänderungsbeziehung

$$\varepsilon_{1m} = \frac{\varepsilon_{xm}}{\cos^2 \Theta} \tag{4-1}$$

entsprechend dem Mohrschen Dehnungskreis durchgeführt.

Dabei ist

 $\varepsilon_{1m}$  mittlere Dehnung der Hauptrichtung 1,

 $\varepsilon_{xm}$  mittlere Dehnungen des Stahls in x-Richtung (aus Messungen),

Θ Schiefwinkligkeit der Bewehrung.

Diese Transformationsbeziehung setzt eine Rissorientierung mit  $\alpha$  = 0° voraus (Abschnitt 4.2.1). Für den Fall, dass die Querverschiebungen gegenüber den Rissbreiten vernachlässigbar klein bleiben, muss eine Übereinstimmung zwischen den Messwerten der IWA und den transformierten mittleren Messwerten der DMS nach Gl. (4-1) bestehen.

Für die Versuche aus [Pet-64] ergeben sich bei diesem Vorgehen im gerissenen Zustand übereinstimmende Ergebnisse. Diese sind auszugsweise in Bild 4-17 und Bild 4-18 dargestellt. Die Unterschiede zwischen den direkten Messungen der Formänderungen mittels IWA und den transformierten mittleren Messungen der DMS sind gering. Damit

ist die Annahme schubstarrer Rissufer für Scheiben mit schiefwinkliger Bewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung im Gebrauchszustand zur Bestimmung der Stahlspannungen berechtigt.

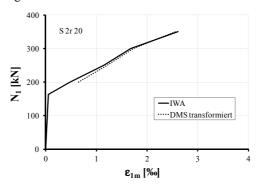


Bild 4-17: Vergleich zwischen der Messwerterfassung über IWA und den transformierten mittleren DMS-Messungen nach Gl. (4-1) für den Versuch S 2r 20 aus [Pet-64],  $\Theta$  = 20°

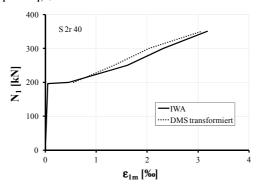


Bild 4-18: Vergleich zwischen der Messwerterfassung über IWA und den transformierten mittleren DMS-Messungen nach Gl. (4-1) für den Versuch S 2r 40 aus |Pet-64|,  $\Theta=40^{\circ}$ 

### Versuche von IVÁNYI & LARDI

Bei Annahme schubstarrer Rissufer aufgrund der hohen Steifigkeit der Druckzone ist für Platten eine Erweiterung der Transformationsbeziehung aus Gl. (4-1) möglich und auf biegebeanspruchte Bauteile übertragbar. Die mittlere Krümmung in Hauptrichtung wird analog mit

$$\kappa_{1m} = \frac{|\epsilon_{1cm}| + \frac{\epsilon_{xm}}{\cos^2 \Theta}}{d_x}$$
 (4-2)

ermittelt.

Dabei ist

 $\kappa_{1m}$  mittlere Krümmung der Hauptrichtung 1,

ε<sub>1cm</sub> mittlere Stauchung des Betons auf der Betonoberfläche transformiert auf

die Hauptrichtung (aus Messungen),

 $\varepsilon_{xm}$  mittlere Dehnungen des Stahls in x-Richtung (aus Messungen),

d<sub>x</sub> statische Nutzhöhe der Bewehrung in x-Richtung.

Im Folgenden werden die Plattenversuche P1 bis P5 aus [Iva-82] für vergleichende Untersuchungen herangezogen. Das Bewehrungsverhältnis war bei allen Versuchen konstant mit  $\lambda = 5$ . Die bis auf die Schiefwinkligkeit  $\Theta$  ansonsten gleiche Ausbildung der Versuchskörper erlaubt einen direkten Vergleich. Die Messwerte werden mit der Gl. (4-1) transformiert und die Krümmungen für jeden Versuch mit Gl. (4-2) bestimmt. Die Ergebnisse der Auswertung sind in Bild 4-19 für den gerissenen Zustand dargestellt.

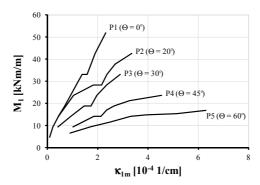


Bild 4-19: Berechnete Momenten-Krümmungsbeziehungen mit Gl. (4-2) für die Versuche P1 bis P5 aus [Iva-82]

Aufgrund des ungünstigen Bewehrungsverhältnisses mit  $\lambda=5$  ist ein starker Abfall der Steifigkeiten bei zunehmender Schiefwinkligkeit deutlich erkennbar. Die Plateaus kennzeichnen eine Beanspruchung im SLS, bei der  $10^4$  Lastwechsel mit einer Oberspannung von  $\sigma_{s,x}\approx 250~\text{N/mm}^2$  ausgeführt wurden. Die angegebenen maximalen Krümmungen stellen nicht den Bruchzustand dar. Nachdem die Fließgrenze des Betonstahls überschritten war, wurden die in Bild 4-19 dargestellten Versuche abgebrochen und auf ein Druckzonenversagen verzichtet.

### 4.4 Schlussbemerkung

Die Rissorientierung im Gebrauchszustand wurde durch Auswertung von Versuchsreihen an Scheiben und Platten [Iva-82], [Pet-64], [Vec-82] mit dem Verfahren nach [Str-73] quantifiziert. Es wurde festgestellt, dass die Neigung der Risse  $\alpha$  bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls bzw. dem Versagen der Rissebene durch Schubbeanspruchungen nur unwesentlich von der Normalen der Hauptzugrichtung abweicht und mit  $\alpha=0^\circ$  angenommen werden kann. Dies steht in Übereinstimmung zu den Vorschlägen aus [Ebn-63], [Pet-64], [Iva-82] und [Aoy-83].

Auf Basis stochastischer Analysen im abgeschlossenen Rissbild wurde gezeigt, dass die bezogenen Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung im Vergleich zu Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung zu etwas größeren Werten hin abweichen. Die Annahme eines konstanten β-Wertes für sowohl schiefwinklig bewehrte Bauteile als auch für Bauteile ohne Abweichung der Bewehrung von der Beanspruchungsrichtung ist im abgeschlossenen Rissbild in guter Näherung möglich.

Für Scheiben wurde festgestellt, dass die Horizontalverformungen gegenüber Längenänderungen vernachlässigbar klein sind. Dies wurde im Rahmen der untersuchten Versuchsreihen auf die globale Rauigkeit und die ungerissenen Bereiche als Widerstandsgrößen zurückgeführt. Die Annahme schubstarrer Rissufer im SLS für Scheiben, wie dies von [Pet-64] und [Fra-84] vorgeschlagen wird, konnte anhand von Messwerten über Transformationsbeziehungen rechnerisch belegt werden.

# 5 Rissverhalten von Flächentragwerken bei zweiaxialer Zugbeanspruchung

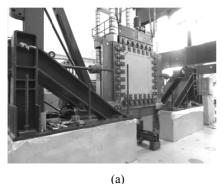
#### 5.1 Vorbemerkung

Zur bidirektionalen Rissbildung mit schiefwinkliger Bewehrung liegen weltweit bislang sehr wenige dokumentierte Versuchsergebnisse vor [Vec-82], [Aoy-83]. Messergebnisse zu Rissbreiten existieren nicht im erforderlichen Umfang, um einen Berechnungsansatz ausreichend zu verifizieren. Daher wurden eigene Versuche durchgeführt und für eine Analyse des Rissverhaltens herangezogen. Diese sollen, soweit möglich, mit bisherigen Versuchen aus der Literatur [Vec-82], [Aoy-83], [Lem-11] abgeglichen werden und für weitergehende theoretische Untersuchungen dienen.

#### 5.2 Versuchsaufbau

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Am Fachgebiet Massivbau des iBMB der TU Braunschweig wurden im Rahmen des DFG Forschungsvorhabens EM 203/3-1 [Emp-12] Versuche an 6 Scheiben mit den Abmessungen 150 x 150 cm und orthogonaler Bewehrung unter zweiaxialer Zugbeanspruchung durchgeführt (Bild 5-1). Ziel der Versuche waren Untersuchungen zu Rissabständen, Rissbreiten und Formänderungen bei uni- und bidirektionaler Rissbildung. Die Dokumentation der Versuchsvorbereitung, der Durchführung und der erzielten Ergebnisse ist in Anhang D angegeben.



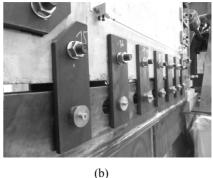


Bild 5-1: Versuchsreihe Z: (a) Versuchsstand und (b) Anschluss des Versuchskörpers an die Lasteinleitungskonstruktion

#### 5.3 Rissbildung

#### 5.3.1 Rissschnittgröße

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Bei der Erstbeanspruchung wurde das Beanspruchungsverhältnis im Rahmen der eigenen Versuche stets mit  $k=N_2/N_1=$  const im Bereich zwischen 0 und 1 festgelegt (Anhang D-6). Für einen Vergleich des Einflusses von k auf die Rissspannung  $\sigma_{1cr}$  im Bauteilversuch wird die in der Eignungsprüfung festgestellte mittlere Spaltzugfestigkeit  $f_{ct,sp}$  herangezogen. Die mittlere Bauteilzugfestigkeit berechnet sich aus der mittleren Spaltzugfestigkeit wie folgt:

• 
$$f_{ctm} = k_s \cdot 0.9 \cdot f_{ctsp}$$
 mit  $k_s = 0.7$  (Faktor für Schwinden, Abschnitt 3.2.2)

Der Bauteilversuch ergibt eine Rissspannung  $\sigma_{1cr}$ , welche nach [Emp-95] im Bereich des 5 %-Quantils der Betonzugfestigkeit liegt. Um die Rissspannung aus dem Bauteilversuch mit der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  vergleichen zu können, muss aus der mittleren Betonzugfestigkeit ein 5 %-Quantilwert abgeleitet werden. Nach DIN 1045-1 wird aus der mittleren Betonzugfestigkeit der 5 %-Quantilwert mit  $f_{ct:0.05} = 0.7 \cdot f_{ctm}$  berechnet.

Die im Bauteilversuch gemessene Erstrissspannung, bezogen auf den 5 %-Quantilwert aus der Eignungsprüfung, ist in Bild 5-2 dargestellt. Für die Versuche Z2 und Z4 mit k = 0 kann zwischen beiden Werten eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Hieraus folgt, dass die Umrechnung von der Spaltzugfestigkeit in eine Erstrissspannung des Bauteils mit den getroffenen Annahmen zu übereinstimmenden Ergebnissen führt.

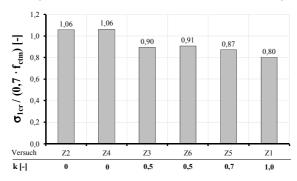


Bild 5-2: Rissspannung in den Versuchen bezogen auf die aus der Eignungsprüfung abgeleiteten Betonzugfestigkeiten der Versuche Z1 bis Z6

Für ein Beanspruchungsverhältnis von k > 0 wurde in den Versuchen stets eine geringere Erstrissspannung gemessen als aus der Eignungsprüfung abgeleitet. Zwischen k = 0 (Z2 und Z4) und k = 1,0 (Z1) ergibt sich in Bild 5-2 eine Differenz von 25%. Die Werte für k = 0,5 (Z3 und Z6) und für k = 0,7 (Z5) liegen dazwischen. Es ist festzustellen,

dass eine Abnahme der Erstrissspannung des Betons bei zweiaxialem Spannungszustand gegenüber einaxialer Beanspruchung im Rahmen der eigenen Versuche beobachtet werden kann. Die eigenen Untersuchungen werden durch Ergebnisse aus [Aoy-83] und [Lem-11] bestätigt.

#### 5.3.2 Rissfortschritt

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Der Rissfortschritt bei Erstbeanspruchung mit k = const erfolgte bei Z1 bis Z6 analog zu der Rissentwicklung bei Stabtragwerken. Damit lag bei der etwa 1,3-fachen Risslast das abgeschlossene Rissbild unabhängig von k vor. Bei  $0 < k \le 0,7$  (const) traten im Rahmen der durchgeführten Versuche keine Risse senkrecht zur geringer beanspruchten Zugrichtung auf.

Beispielsweise wurde beim Versuch Z4 zunächst mit  $k \approx 0$  bis auf  $N_1 = 400$  kN belastet. Die Risskraft lag bei  $N_{1cr} = 204$  kN. Die Entwicklung der Risse  $w_1$  bis zur Laststufe 5 (LS5) ist in Bild 5-3 (a) dargestellt. Eine Entlastung auf  $N_1 = 300$  kN und eine anschließende Belastung auf  $N_2 = 350$  kN führte zu ersten Rissen  $w_2$  senkrecht zu  $N_2$  (Bild 5-3 (b) und (c)). Die Rissschnittgröße in der Hauptrichtung 2 ist damit um das 1,5-fache höher als in der Hauptrichtung 1. Eine Steigerung der Belastung auf  $N_2 = 400$  kN ergab nur eine unwesentliche Zunahme der Rissbreiten  $w_2$ . Erst eine Reduktion der Beanspruchung  $N_1$  auf 50 kN führte zu weitergehender Rissbreite  $w_2$  ist gegenüber der mittleren Rissbreite  $w_1$  aus LS5 um 27 % kleiner.

Die in Bild 5-3 dargestellte Rissentwicklung konnte gleichfalls bei den Versuchen Z3 bis Z5 beobachtet werden. Bei den Versuchen Z2 bis Z6 ist für  $w_2$  nach erfolgter Belastungsumkehr –  $N_2$  größere und  $N_1$  kleinere Hauptzugkraft – eine um 24 bis 32 % verminderte Rissbreite gegenüber den Rissen  $w_1$ , bei ansonsten gleichen Stahlspannungen, festzustellen. Gleichfalls zeigen die neu gebildeten Risse  $w_2$  gegenüber Rissen  $w_1$  aus der Erstbeanspruchung zahlreiche Unterbrechungen auf (Anhang D-7).

Die Ursache für einen solchen Rissfortschritt ist auf irreversible Verbundverschiebungen bei der Schlupfumkehr und Querdruckspannungen zurückzuführen. Bei einaxialer Zugbeanspruchung wird die gerissene Scheibe durch eine von der Schiefwinkligkeit abhängige Querdruckkraft  $D_{1c}$  parallel zu den Rissen [Lei-25], [Kuy-64], [Bau-72] beansprucht (Bild 5-4). Demnach gehört zu jedem einaxialen Beanspruchungszustand mit schiefwinkliger Bewehrung ein Druckspannungszustand im Beton, der mit den schiefen Zugkräften des Betonstahls im Gleichgewicht steht. Wird der Verbund vollständig vernachlässigt, entspricht in einem Netzfachwerk für  $\lambda = 1,0$  und  $\Theta = 45^{\circ}$  die Beanspruchung  $N_1$  der Querdruckbeanspruchung  $D_{1c}$  des Betons. In den Versuchen verblieben, selbst nach vollständiger Entlastung, elastische Stahldehnungen im Bauteil,

welche in Hauptrichtung 2 als Vorspannung wirkten. Dies führte in der Hauptzugrichtung 2 sowohl für k=0 als auch für k>0 zu einer höheren Rissschnittgröße und geringeren Rissbreiten gegenüber der Hauptrichtung 1.

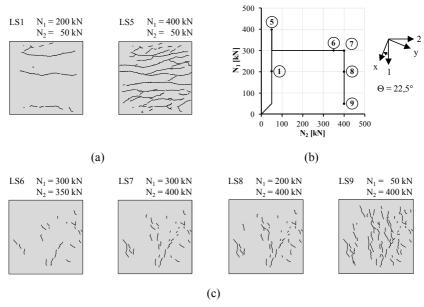


Bild 5-3: Versuch Z4: (a) Rissfortschritt  $w_1$  bis zur LS5 für k=0, (b) Belastungsregime und (c) Rissfortschritt  $w_2$  ab der LS6 für variable k bei unterschiedlichen Beanspruchungen

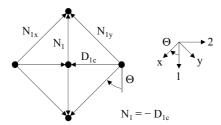


Bild 5-4: Gleichgewicht zwischen den Kräften der Bewehrung, der Hauptzugkraft  $N_1$  und der Druckkraft im Beton für  $\lambda = 1.0$  und  $\Theta = 45^\circ$ 

#### 5.3.3 Rissorientierung

Bauteile unter einaxialer Zugbeanspruchung mit k = 0 entsprechend Bild 5-5 (a) weisen im Gebrauchszustand Risse auf, die nahezu senkrecht zur Hauptzugrichtung orientiert und unabhängig von der Schiefwinkligkeit der Bewehrung sind (Abschnitt 4.2.1). Die

Rissbildung wird von der Streuung der Betonzugfestigkeit beeinflusst. Als Modellvorstellung dient ein eindimensionaler Zugstab, bei dem die Risse sukzessive an den schwächsten Stellen auftreten [Scho-84]. Dies trifft ebenfalls bei zweiaxialer Beanspruchung zu, sofern die Hauptzugkräfte mit k < 1,0 unterschiedlich groß sind (Bild 5-5 (b)). Die Risse entstehen zunächst senkrecht zur größeren Hauptzugspannung  $\sigma_1$ . Eine Rissbildung infolge der Hauptzugspannung  $\sigma_2$  erfolgt erst, wenn die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  und ggf. eine mittlere Druckspannung  $\sigma_{1cm}$  infolge  $\sigma_1$  überwunden werden.

Im Sonderfall des ebenen, hydrostatischen Spannungszustandes mit k=1,0 entartet der Mohrsche Spannungskreis zu einem Punkt und die Normalspannungen  $\sigma$  haben für alle Schnittrichtungen den gleichen Wert. Es existieren keine Schubspannungen  $\tau$ . Die Rissbildung erfolgt, aufgrund der mehrdimensional streuenden Betonzugfestigkeit, zufällig und ohne ausgeprägten Bezug zu einer Richtung in der Ebene (Bild 5-5 (c)). Dieses wird bereits von KUPFER [Kup-73] für unbewehrte Prismen festgestellt. Numerische Untersuchungen auf Basis eines probabilistischen Modells aus [Ros-97] bestätigen dies.

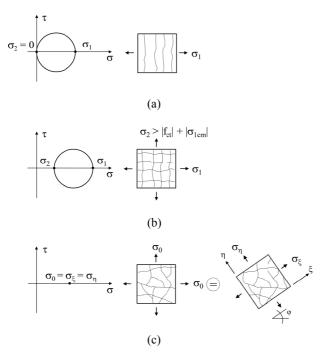


Bild 5-5: Mohrscher Spannungskreis: (a) einaxialer Zug, Hauptspannung und Rissbild, (b) zweiaxialer Zug, Hauptspannungen und Rissbild, (c) hydrostatischer Zustand, Spannungen und Rissbild

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Der Versuchskörper Z1 wurde einem ebenen, hydrostatischen Beanspruchungszustand mit k=1,0 ausgesetzt. Die Rissbildung von Z1 erfolgte zufällig und weist keine ausgeprägte Rissorientierung auf. In Bild 5-6 (a) ist zu erkennen, dass die Rissachsen meist in einem Winkel zwischen  $60^\circ$  und  $120^\circ$  aufeinander treffen. Spitze Winkel und durchgehende Rissachsen sind selten. Beim Versuch Z2 wurden die Beanspruchungen in jeder Richtung nacheinander bis zur rechnerischen Streckgrenze aufgebracht. Das Rissbild zeigt senkrecht zur jeweiligen Hauptzugrichtung orientierte Risse (Bild 5-6 (b)). Die Rissorientierung in beiden Richtungen beeinflusst sich nicht erkennbar.

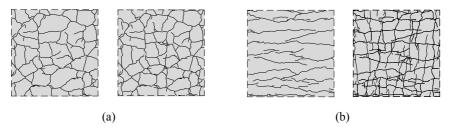


Bild 5-6: Rissbild im Messfeld: (a) Versuch Z1 mit k = 1,0 (Erstbeanspruchung) und bei Versuchsende, (b) Versuch Z2 mit k = 0,0 (Erstbeanspruchung) und bei Versuchsende

Bei den Versuchen Z3 und Z6 mit k=0,5 ist eine ausgeprägte Rissorientierung senkrecht zu den aufgebrachten Hauptzugkräften festzustellen (Anhang D-7). Beim Versuch Z5 mit k=0,7 sind auf der Vorderseite Risse mit einer Orientierung senkrecht zur größeren Hauptzugrichtung aufgetreten. Eine visuelle Prüfung der Rückseite während des Versuchs ergab, dass sich zwei parallele Risse in einem Winkel zur Beanspruchung  $N_1$  von ca.  $40^{\circ}$  gebildet hatten, die Vorderseite jedoch nicht vollständig erreichten. Daraus ist abzuleiten, dass für k>0,7, aufgrund des hohen Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit, eine ausgeprägte Rissorientierung nicht mehr zweifelsfrei feststellbar ist.

Ein Schließen von vorhandenen und das Entstehen neuer Risse mit abweichender Orientierung konnte bei proportionaler Laststeigerung mit k = const im Rahmen eigener Versuche entgegen den Vermutungen aus [Bau-72] oder [Vec-82] nicht beobachtet werden. Sobald das abgeschlossene Rissbild in mindestens einer Hauptzugrichtung vorliegt, haben weitergehende Variationen von k keinen wesentlichen Einfluss auf die Rissorientierung. Risse entstehen im Weiteren vorwiegend in einem orthogonalen Raster. Im hydrostatischen Beanspruchungszustand mit k = 1,0 entstehen Risse zwar zufällig und ungerichtet, aber auch diese bleiben bei Variation von k in der Ausrichtung stabil (Bild 5-6 (a)), wenn zuvor das abgeschlossene Rissbild erreicht wurde.

In Bild 5-7 ist die Rissorientierung getrennt nach den Hauptrichtungen aufgetragen. Für Z1 mit k=1,0 kann zwischen Beanspruchungsrichtung und Rissorientierung mit der stereometrischen Methode kein eindeutiger Zusammenhang gewonnen werden. Die Rissachsen stellen sich bei den übrigen Versuchen näherungsweise senkrecht zur Zugrichtung ein. Das von BAUMANN [Bau-72] vorgeschlagene Verfahren ergibt vor allem für k>0 Abweichungen zwischen theoretisch und experimentell ermittelten  $\alpha$ -Werten.

Für ein Beanspruchungsverhältnis  $k \le 0.7$  darf angenommen werden, dass die Rissachsen mit  $\alpha \approx 0$  näherungsweise senkrecht zu den Hauptzugkräften gebildet werden. Dies stimmt mit der im Abschnitt 4.2.1 festgestellten Rissorientierung bei einaxialer Zugbeanspruchung mit k = 0 für Platten und Scheiben gut überein.

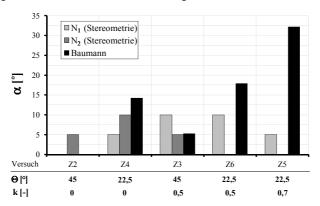


Bild 5-7: Rissorientierung  $\alpha$  der Versuche Z2 bis Z6 ermittelt mit der stereometrischen Methode und nach BAUMANN [Bau-72]

#### Versuche von VECCHIO & COLLINS

Beim Versuchskörper PV 26 [Vec-82] war die Bewehrung randparallel mit  $\lambda=1,8$  angeordnet. Hierbei wurde zunächst eine zweiaxiale Zugbeanspruchung senkrecht zu den Rändern aufgebracht bis 60 % der Streckgrenze des Betonstahls erreicht war. Infolge dieser Beanspruchung entstanden Risse teilweise am Bewehrungsnetz orientiert und teilweise ungerichtet (Bild 5-8 (a)). Anschließend wurde entlastet. Im Anschluss wurde der Versuch unter monoton steigender Schubbeanspruchung bis zum Versagen fortgesetzt. In Bild 5-8 (b) ist zu erkennen, dass dabei weitere Risse in einer Richtung unabhängig vom bereits vorhandenen Rissbild entstanden. Die in der zweiten Belastungsphase entstandenen Risse sind damit der Hauptzugspannung  $\sigma_1$  zuzuordnen, die senkrecht zu den Rissachsen wirkte (Abschnitt 4.2.1).

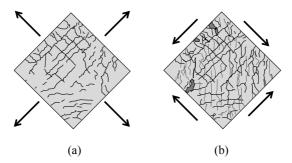


Bild 5-8: Rissbild des Versuchs PV 26 aus [Vec-82]: (a) zweiaxiale Zugbeanspruchung in Laststufe 1 und (b) reine Schubbeanspruchung bis Laststufe 10

Beim Versuch PV 30 wurde zunächst ebenfalls eine zweiaxiale Zugbeanspruchung senkrecht zu den Rändern aufgebracht bis 60 % der Streckgrenze des Betonstahls erreicht war. Das Bild 5-9 (a) zeigt eine am Bewehrungsnetz ausgerichtete Rissorientierung. Aufgrund des ungleichen Bewehrungsgehaltes in x- und y-Richtung mit  $\lambda = 1,8$  sind die Rissabstände unterschiedlich. Im Anschluss an die Entlastung wurden zyklische Schubbeanspruchungen, welche einer wechselnden Drehung des Hauptachsensystems um 90° entsprechen (10 Lastzyklen), durchgeführt. Dies ergab eine Rissorientierung in zwei weiteren Richtungen (Bild 5-9 (b)), welche mit den Rissen aus der Laststufe 1 einen Winkel von 45° einschließt.

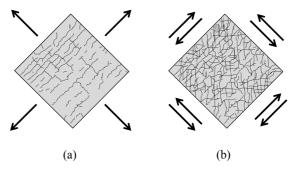


Bild 5-9: Rissbild des Versuchs PV 30 aus [Vec-82]: (a) zweiaxiale Zugbeanspruchung in Laststufe 1 und (b) reine zyklischen Schubbeanspruchung bis Laststufe 28

Die in Bild 5-8 (a) und Bild 5-9 (a) teilweise orthogonalen und normal zur Zugrichtung entstandenen Risse sind auf enge Stababstände der geschweißten, glatten Bewehrung mit s = 5,0 cm, die sehr geringe Betondeckung von c = 6 mm und die direkte Einleitung der Lasten über die Bewehrungsstäbe zurückzuführen. Eine Übertragung der Ergebnis-

se aus [Vec-82] auf übliche Betondeckungen und Stababstände im hydrostatischen Beanspruchungszustand ist daher nicht möglich.

Die stereometrische Auswertung der Rissbilder der beiden Versuchskörper PV 26 und PV 30 wurde aus diesem Grund nur für die Laststufen mit reiner Schubbeanspruchung durchgeführt (Bild 5-8 (b) und Bild 5-9 (b)). In beiden Fällen ergibt sich mit einer um  $\Theta=45^\circ$  zur Hauptzugrichtung geneigten Bewehrung keine Abweichung zwischen den Rissachsen und der Normalen der Hauptzugrichtung ( $\alpha=0^\circ$ ). Die Versuchsergebnisse zeigen, dass bei Änderungen der Hauptzugrichtung eine Rissbildung ungeachtet bereits vorhandener Risse möglich ist, wenn die Betonzugspannungen entsprechend abgebaut werden können.

#### 5.3.4 Charakteristischer Rissabstand und Verteilungstyp

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Die Rissabstände wurden entlang der Rissmesslinien (Anhang D-7) für jede Hauptrichtung ermittelt und auf ihren jeweiligen Mittelwert bezogen. Die nachfolgenden Darstellungen der Summenhäufigkeiten enthalten die Daten für die Versuche im abgeschlossenen Rissbild (Bild 5-10). Das 95 %-Quantil der bezogenen Rissabstände ergibt sich bei zweiaxialer Zugbeanspruchung zu:

• 
$$\beta = 1,74$$
 mit  $s = 0,45$ 

Im Vergleich zu den Versuchen mit k=0 aus [Pet-64] und [Iva-82] ergeben sich keine nennenswerten Abweichungen (Abschnitt 4.2.3). Damit sind die bei einaxialer Zugbeanspruchung und schiefwinkliger Bewehrung festgestellten Zusammenhänge zwischen Mittelwerten und Quantilwerten des bezogenen Rissabstandes mit denen unter zweiaxialer Zugbeanspruchung vergleichbar.

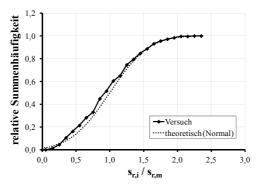


Bild 5-10: Relative Summenhäufigkeit des bezogenen Rissabstandes für Z1 bis Z6, 6 Versuche mit n = 248

Für die verwendeten Daten der Versuche Z1 bis Z6 ergibt der Anpassungstest bei einer Normalverteilung auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha=0,05$  keine signifikante Abweichung. Dagegen sind für andere Verteilungsfunktionen (Lognormal, Weibull etc.) signifikante Abweichungen festzustellen. Der Verteilungstyp der bezogenen Rissabstände  $s_{r,i}/s_{r,m}$  kann daher für alle untersuchten Scheiben (Bild 5-11) unter zweiaxialer Zugbeanspruchung als normalverteilt angenommen werden. Die Verteilungsfunktion von  $s_{r,i}/s_{r,m}$  ist bei einaxialer Zugbeanspruchung nur für Werte  $s_{r,i}/s_{r,m} \geq 0$  definiert (siehe Abschnitt 4.2.4).

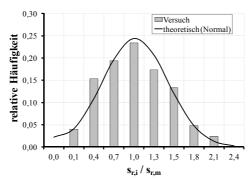


Bild 5-11: Relative Häufigkeit des bezogenen Rissabstandes für Z1 bis Z6, 6 Versuche mit n = 248

#### 5.3.5 Rissbreiten

## Eigene Versuche (Großversuche)

Bei der Berechnung der Rissbreite wird häufig der 95%-Quantilwert der Rissbreite zu Grunde gelegt [Eck-02]. Für die Ermittlung von Quantilen aus der Stichprobe ist es erforderlich, den Typ der Verteilungsfunktion zu kennen. Für die bezogene Rissbreite wurden daher, wie zuvor für den bezogenen Rissabstand, Anpassungstests durchgeführt. Der Anpassungstest bei einer angenommenen Normalverteilung ergab auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,05$  für die bezogene Rissbreite (Bild 5-12 und Bild 5-13) keine signifikante Abweichung.

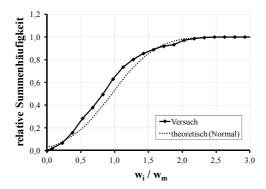


Bild 5-12: Relative Summenhäufigkeit der bezogenen Rissbreiten für Z1 bis Z6, 6 Versuche mit n = 206

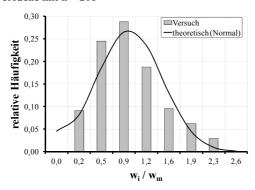


Bild 5-13: Relative Häufigkeit der bezogenen Rissbreiten für Z1 bis Z6, 6 Versuche mit n = 206

Das 95 %-Quantil der Rissbreiten wird bei Annahme einer Normalverteilung mit Hilfe der t-Verteilung für eine gegebene Anzahl an Freiheitsgraden m aus dem arithmetischen Mittelwert  $\overline{x} = w_m$  und der empirischen Varianz  $s^2$  mit

$$w_{0,95} = w_{\rm m} + t_{\rm M;0,95} \cdot s \tag{5-1}$$

bestimmt. Es gilt für die Varianz näherungsweise  $\sigma^2 \approx s^2$ .

Dabei ist

M = N - 1 Anzahl der Freiheitsgrade,

N Stichprobenumfang,

t<sub>M:0.95</sub> 95 %-Quantil der t-Verteilung,

s empirische Standardabweichung.

Die Versuche Z4 bis Z6 (Bild 5-2) unterschieden sich nur durch das Beanspruchungsverhältnis  $k=N_2/N_1$ . Die restlichen Parameter ( $d_s$ ,  $\Theta$ ) waren konstant. Diese Versuche können daher unmittelbar miteinander verglichen werden. Die mittlere Rissbreite liegt im Gebrauchslastbereich bei einer Beanspruchung  $N_1=300~kN$  zwischen  $w_1=0,21~mm$  und 0,24~mm. Auch für die 95%-Quantile und die maximalen Rissbreiten ergeben sich ähnlich große Werte für diese drei Versuche. Es darf daher angenommen werden, dass eine zweiaxiale Zugbeanspruchung bei  $k \leq 0,7$  auf die Rissbreiten  $w_1$  keinen signifikanten Einfluss hat.

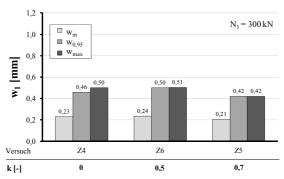


Bild 5-14: Rissbreiten der Versuche Z4 bis Z6 mit  $\Theta$  = 22,5° und  $\lambda$  = 1,0 im Gebrauchslastbereich für verschiedene k im abgeschlossenen Rissbild

In Bild 5-15 sind die Rissbreiten  $w_1$  der Versuche Z1 bis Z6 bei einer Stahlspannung in x-Richtung auf dem Gebrauchslastniveau von etwa  $\sigma_{1s,x} = 300 \text{ N/mm}^2$  dargestellt.

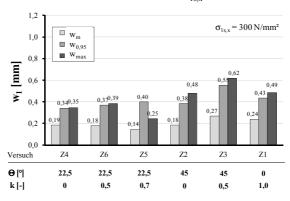


Bild 5-15: Rissbreiten der Versuche Z1 bis Z6 im Gebrauchslastbereich bei einer Stahlspannung von ca.  $\sigma_{1s,x} = 300 \text{ N/mm}^2$ 

Der Versuch Z5 befand sich in der betrachteten Laststufe gerade in der Erstrissbildungsphase, der berechnete Quantilwert ist aufgrund der wenigen Messwerte daher

höher als der Maximalwert. Der Versuch Z2 weist gegenüber Z3 kleinere Rissbreiten auf. Dies ist auf den geringeren Bewehrungsgrad in x-Richtung von Z3 zurückzuführen, bei dem anstatt Bewehrung mit  $d_{s,x}=10$  mm Stäbe mit  $d_{s,x}=8$  mm verwendet wurden. Für Z1 mit k=1,0 entsprechen die Rissbreiten im Betrag etwa denen von Z2 mit  $\Theta=45^\circ$  und k=0 bei ansonsten gleichen Randbedingungen ( $d_s,\lambda,f_c$ ). Dies ist damit zu erklären, dass die maximalen Rissbreiten beim Versuch Z1 stets an Stellen gemessen wurden, an denen die Rissachsen mit der Bewehrung einen Winkel von etwa 45° einschlossen.

Für die Rissbreiten ergeben sich für die Versuche Z1 bis Z6 folgende Quotienten im Gebrauchslastbereich bei abgeschlossenem Rissbild:

- $\eta_{\text{max}} = w_{\text{max}} / w_{\text{m}} = 2.16$
- $W_{\text{max}} / W_{0.95} = 1,10$

Die stochastische Analyse aller Messwerte der Rissbreiten für die Versuche Z1 bis Z6 ergibt einen 95 %-Quantilwert bezogen auf die mittlere Rissbreite von:

• 
$$\eta_{0.95} = w_{0.95} / w_m = 1.89$$

Das Verhältnis  $\eta_{0,95}$  des 95 %-Quantils  $w_{0,95}$  zur mittleren Rissbreite  $w_m$  ist für die eigenen Versuche um 9 % höher als bei den Versuchen von PETER [Pet-64] bzw. um 4 % höher als bei den Versuchen von IVÁNYI & LARDI [Iva-82]. Damit liegt zwischen ein- und zweiaxial zugbeanspruchten Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung für die bezogenen Rissbreiten kein signifikanter Unterschied vor.

#### 5.4 Formänderungsverhalten

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Alle Versuche wiesen ein vom Lastpfad abhängiges Formänderungsverhalten und eine Interaktion der Kräfte  $N_1$  und  $N_2$  auf. Dies wird nachfolgend beispielhaft erläutert.

Bei der Erstbeanspruchung des Versuchskörpers Z1 wurden die Kräfte in beiden Richtungen im Verhältnis k=1 (const) gesteigert und damit ein ebener, hydrostatischer Spannungszustand erzeugt. In Bild 5-16 (a) sind die Verformungen, gemessen mit induktiven Wegaufnehmern (IWA), in Abhängigkeit der jeweiligen Hauptrichtung dargestellt. Nachdem das abgeschlossene Rissbild vorlag, wurden die Lasten auf  $N_1 = N_2 = 50 \text{ kN}$  in beiden Richtungen reduziert (Bild 5-16 (b). Bei der anschließenden einaxialen Beanspruchung auf  $N_1 = 450 \text{ kN}$  bzw.  $N_2 = 450 \text{ kN}$  ist eine höhere Steifigkeit als bei der Beanspruchung mit  $k = N_2/N_1 = 1$  festzustellen. Die gemessenen mittleren Rissbreiten waren, ebenso wie die Längenänderungen, bei einaxialer Beanspruchung gegenüber k = 1 um ca. 26% kleiner. Die höhere Steifigkeit während der einaxialen Beanspruchung ist auf die Rissbildung bei der Erstbeanspruchung zurückzuführen.

Bereits vorhandene Risse können nach Vorliegen des abgeschlossenen Rissbildes bei der Änderung von k meist nicht mehr in Normalrichtung geöffnet werden (Bild 5-17, Laststufe 5). Bei einaxialer Beanspruchung ergibt sich daher ein zusätzlicher Widerstand infolge der Rauigkeit der Rissufer (Bild 5-17, Laststufe 6 und 7). Im Versuch entstanden zwar während der einaxialen Beanspruchung einige weitere, senkrecht zur Belastungsrichtung gerichtete Risse, diese zusätzliche Rissbildung erfolgte jedoch in geringem Maße und mit Rissbreiten w < 0,05 mm.

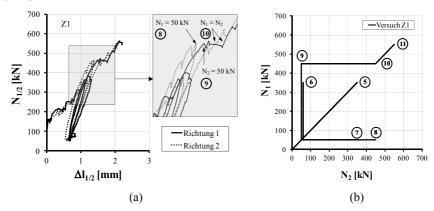


Bild 5-16: Versuch Z1: (a) Last-Verformungsbeziehung (IWA), (b) Belastungsdiagramm für N<sub>1</sub> und N<sub>2</sub>

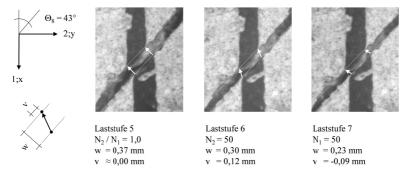


Bild 5-17: Rissuferverschiebungen Versuch Z1 mit Richtungsvektoren, Rissmessline V1, Marke Nr. 8

Beim Versuch Z2 wurde zunächst in jeder Richtung aufeinander folgend bis zur Streckgrenze des Betonstahls belastet. Die Längenänderungen und die transformierten mittleren Stahldehnungen nach Gl. (4-1), bezogen auf die Messlänge der IWA, sind in Bild 5-18 für die Hauptzugrichtung 1 dargestellt. Zwischen den Messwerten der IWA und den transformierten Werten der DMS besteht eine ausreichend gute Übereinstim-

mung. Bei der Entlastung in Hauptrichtung 1 verblieben irreversible Dehnungen in den Bewehrungsstäben. Die Größe dieser verbliebenen, auf die Hauptzugrichtung transformierten Dehnungen entspricht ab der Laststufe 5, bei der die Beanspruchung nur in Hauptrichtung 2 gesteigert wurde (Bild 5-19), der Differenz zu den Werten der IWA. Durch die irreversiblen Dehnungen entstand bei Z2 ein Eigenspannungszustand, welcher Zugnormalkräfte in den Bewehrungsstäben erzeugte und infolge der schräg gerichteten Verbundspannungen zu einem Querdruck im Beton parallel zu den vorhandenen Rissen bzw. in Hauptrichtung 2 führte (Bild 5-4). Bei der Beanspruchung in der Hauptrichtung 2 ist gegenüber der Hauptrichtung 1 deshalb eine höhere Steifigkeit bei der Verformungsmessung über die IWA in Bild 5-19 festzustellen.

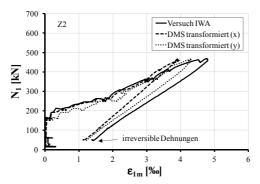


Bild 5-18: Vergleich der Messwerterfassung über IWA und der transformierten Werte der Stahl DMS für Versuch Z2 (Hauptrichtung 1,  $\Theta$  = 45°, Laststufe 1 bis 4)

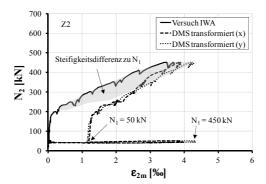


Bild 5-19: Vergleich der Messwerterfassung über IWA und der transformierten Werte der Stahl DMS für Versuch Z2 (Hauptrichtung 2,  $\Theta$  = 45°, Laststufe 1 bis 9)

Im Anschluss an die Beanspruchung mit k = const wurden bei den Versuchen Z1 bis Z6 verschiedene Lastregime angewendet, bei denen das Beanspruchungsverhältnis k variiert wurde (Anhang D-6). Es stellte sich heraus, dass bei der Änderung von k während der Be- oder Entlastung in einer Hauptrichtung ein plötzliches Umschlagen der Verformungen möglich ist. Hierbei werden in einer Hauptrichtung die Verformungen sprunghaft reduziert, während in der anderen Hauptrichtung die Verformungen gleichzeitig plötzlich zunehmen.

Beim Versuch Z2 wurde im Anschluss an die nacheinander aufgebrachte einaxiale Beanspruchung (Laststufen 1 bis 9) in der Laststufe 10 die Hauptrichtung 2 zunächst auf  $N_2$  = 300 kN entlastet und in der Hauptrichtung 1 mit einer Kraft von  $N_1$  = 150 kN belastet (Bild 5-20).

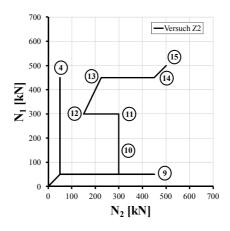


Bild 5-20: Belastungsdiagramm für N<sub>1</sub> und N<sub>2</sub> Versuch Z2

In Hauptrichtung 2 blieben die Verformungen  $\Delta l_2$  unverändert (Bild 5-22). Die Verformungen  $\Delta l_1$  waren kaum messbar, der Anstieg der Kraft erfolgte nahezu ohne Wegzunahme (Bild 5-21). Eine Laststeigerung auf  $N_1 = N_2 = 300$  kN (Laststufe 11) führte zu einem sehr geringen Anstieg der Verformungen  $\Delta l_1$ , jedoch gleichzeitig zu einer deutlichen Verformungsreduktion  $\Delta l_2$ . Im Weiteren wurde die Kraft in Hauptrichtung 2 auf  $N_2 = 150$  kN reduziert (Laststufe 12) und  $N_1 = 300$  kN gehalten. Hierbei erfolgte ein Umschlagen der Verformungen von der Hauptrichtung 2 zur nun höher beanspruchten Hauptrichtung 1. Dieses Umschlagen war mit einer plötzlichen Zunahme von  $\Delta l_1$  auf das Niveau des einaxialen Verformungsastes aus den vorhergehenden Laststufen 1 bis 4 verbunden (Bild 5-21). In der Hauptrichtung 2 wurden die Verformungen  $\Delta l_2$  auf eine Größenordnung wie zuvor in Hauptrichtung 1 reduziert (Bild 5-22). Eine in den Laststufen 14 und 15 mit dem Verhältnis  $k = N_2/N_1 = 1,0$  fortgeführte Belastung ergab in Hauptrichtung 1 Verformungen, die weiterhin der einaxialen Beanspruchung entspra-

chen. Die Verformungen  $\Delta l_2$  waren dagegen sehr viel kleiner. Die beschriebenen Beobachtungen der Formänderungen wirkten sich analog auf die Rissbreiten aus.

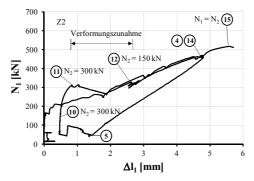


Bild 5-21: Last-Verformungsbeziehung IWA, Versuch Z2 (Hauptrichtung 1,  $\Theta = 45^{\circ}$ )

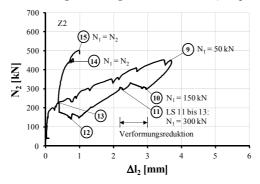


Bild 5-22: Last-Verformungsbeziehung IWA, Versuch Z2 (Hauptrichtung 2,  $\Theta = 45^{\circ}$ )

Die Messung der Diagonalverformungen erfolgte für alle Großversuche über IWA auf der Rückseite (Abschnitt 0). Ziel der Messung war es, die Querverschiebungen der Rissufer zu bestimmen. Die Messergebnisse waren jedoch unbrauchbar, da diese teilweise Biegeverformungen der Scheibenebene enthielten. Es konnte allerdings anhand der Rissaufnahmen mit der digitalen Kamera gezeigt werden, dass die Schubsteifigkeit des gerissenen Betons unter Gebrauchslasten im elastischen Bereich des Betons liegen muss, da die Risse – ähnlich wie schon bei den Kleinversuchen festgestellt (Bild 4-15) – zahlreiche Kontaktstellen aufwiesen (Bild 5-23 (a)). Darüber hinaus sind bei den Rissaufnahmen viele Verzweigungen und abschnittweise ungerissene Bereiche zu erkennen gewesen (Bild 5-23 (b)). Dies wird durch Versuchsbeobachtungen bei Platten ebenfalls in [Kis-83] bestätigt.

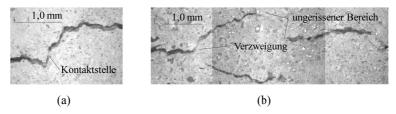


Bild 5-23: Ausschnitt aus dem Rissverlauf des Versuchs Z4,  $k=0,\,\sigma_{1s,x}=250\,$  N/mm²: (a) Kontaktstelle, (b) Verzweigung mit ungerissenem Bereich

Aus den Versuchen unter zweiaxialer Zugbeanspruchung ist folgendes abzuleiten:

- Das Formänderungsverhalten ist vom Lastpfad abhängig und mit einer ausgeprägten Verbundhysterese verbunden, welche zu bleibenden Differenzverschiebungen zwischen Beton und Betonstahl führt.
- Eine Erstbeanspruchung mit k = 1,0 führt zu einer Rissbildung, infolge der sich bei Wiederholungsbelastung mit k < 1,0 höhere Steifigkeiten ergeben.
- Beim Vorliegen eines weitgehend orthogonalen Rissbildes führen Beanspruchungen mit k = 1 zu einem Zustand, bei dem ein plötzliches Umschlagen der Verformungen in beiden Hauptzugrichtungen erfolgt.

#### 5.5 Schlussbemerkung

Bei zweiaxialer Zugbeanspruchung wurde gezeigt, dass die Normalverteilung sowohl für Rissabstände als auch für Rissbreiten als Verteilungsfunktion bei zweiaxialen Beanspruchungszuständen angewendet werden kann. Die bezogenen Rissabstände und Rissbreiten bei zweiaxialer Zugbeanspruchung entsprechen den Werten bei einaxialer Zugbeanspruchung.

Die Rissschnittgröße wird bei zweiaxialer Zugbeanspruchung, außer von der Betonzugfestigkeit, signifikant vom Beanspruchungszustand k beeinflusst und ergibt für  $k\!>\!0$  gegenüber k=0 kleinere Werte.

Für 0 < k < 0,7 sind im Vergleich zur einaxialen Zugbeanspruchung mit k=0 keine nennenswerten Unterschiede bezüglich der maximalen Rissbreiten festzustellen. Parallel zu den Rissen  $w_1$  wirken bei schiefwinkliger Beanspruchung günstige Druckspannungen, welche zu geringeren Rissbreiten  $w_2$  führen oder die Rissbildung sogar verhindern. Für k > 0,7 ergeben sich, aufgrund der zufälligen räumlichen Verteilung der Betonzugfestigkeit, die maximalen Rissbreiten an Stellen, an denen die Bewehrung mit den Rissachsen eine Neigung von  $30^{\circ} < \alpha < 45^{\circ}$  einschließt.

Das Formänderungsverhalten unter zweiaxialer Zugbeanspruchung weist eine Lastpfadabhängigkeit auf. Es besteht eine Interaktion zwischen den beiden Hauptzugkräften  $N_1$  und  $N_2$ , so dass rechnerisch eine Abhängigkeit von k berücksichtigt werden muss.

## 6 Numerische Untersuchungen mit der FEM an Scheiben

#### 6.1 Vorbemerkung

In diesem Abschnitt sollen zunächst das verwendete numerische Modell und die Berücksichtigung der Materialansätze aus Abschnitt 3 erläutert werden. Anhand der vorliegenden experimentellen Untersuchungen sollen eine Validierung des numerischen Modells erfolgen und auf dieser Grundlage weitergehende Parameterstudien durchgeführt werden. Ziel ist eine Quantifizierung einzelner Einflussgrößen auf die Stahlspannungen, Rissbreiten und Formänderungen bei schiefwinkliger Bewehrung. Auf Basis dieser Ergebnisse, ist eine Bewertung der Einflussgrößen für die Entwicklung eines Rissbreiten- und Formänderungsansatzes vorzunehmen.

#### 6.2 Numerisches Modell

#### 6.2.1 Netzgenerierung

Die FE-Untersuchungen wurden mit dem Programmsystem SOFiSTiK (Version 25) durchgeführt. Hierzu wurden 2D-Scheibenmodelle generiert, die auf einer Layertechnik basieren und je Bewehrungsrichtung ein eigenes Netz mit der halben Bauteildicke aufweisen (Bild 6-1). Mittels starrer Kopplungen an diskreten Punkten wurden beide Netze zusammengefügt. Diese Verknüpfungspunkte befanden sich an Stellen, an denen die Elementknoten beider Layer senkrecht zur Ebene genau übereinander lagen. Dies war je nach Netz an jedem zweiten bis fünften Knoten gegeben und führte zu einer beträchtlichen Reduktion der erforderlichen Rechenzeit gegenüber einem gemeinsamen Netz für beide Bewehrungsrichtungen bzw. ermöglichte solche Berechnungen erst.

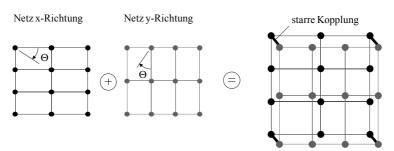


Bild 6-1: Netzgenerierung mittels Layertechnik für die jeweilige Bewehrungsrichtung bei orthogonaler Bewehrungsanordnung

79

#### 6.2.2 Rissmodellierung

Die Modellierung von Rissen kann bei der FEM auf zwei Arten erfolgen. Bei der ersten Methode werden durch das Lösen von Knotenbindungen Risse diskret vorgegeben. Dabei werden an den zu lösenden Stellen Doppelknoten mit einer Anfangsrissbreite von  $\Delta w = 0$  eingefügt (Bild 6-2). Dies wird als diskrete Rissmodellierung bezeichnet. Es sind der Rissabstand, die Rissorientierung und ein Verbundansatz zu definieren. Die Rissbreite kann damit explizit als Differenzverschiebung der beiden Rissufer bestimmt werden. Diese Methode eignet sich besonders für lokale Untersuchungen, wie z. B. die Analyse von Rissuferverformungen, Stahlspannungsverläufen und Verbundkräften.

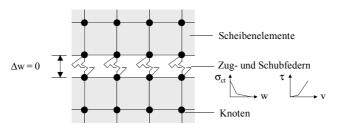


Bild 6-2: Modellierung der Risse mittels diskreter Abbildung

Bei der zweiten Methode wird nach Erreichen einer Rissdehnung  $\epsilon_{cr}$  die Steifigkeit des betreffenden Elements entsprechend einem vorzugebenden Materialmodell reduziert. Dies wird als verschmierte Rissbildung bezeichnet, da Risse nicht lokal vorgegeben, sondern integral über die Elementlänge berücksichtigt werden. Zur Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist eine entsprechende Modifikation der Materialarbeitslinie für den Beton oder den Betonstahl (z. B. nach Bild 3-8) erforderlich. Diese Methode ist aufgrund des geringeren Modellierungsaufwandes vor allem für Verformungsberechnungen auf Bauteilebene geeignet. Rissbreiten werden nicht explizit, sondern über eine Nachlaufrechnung, anhand der ermittelten Dehnungen, entsprechend einem vorgegebenen Ansatz, z. B. nach DIN 1045-1 [DIN-08], bestimmt.

Bei der vorliegenden Aufgabenstellung wurde auf die Methode der diskreten Risse zurückgegriffen. Dies erfolgte aufgrund der zu untersuchenden lokalen Parameter wie Stahlspannungen im Riss, Rissbreiten und Rissabstände.

## 6.2.3 Verbund- und Bewehrungsmodellierung

Zur Erfassung der Verbundwirkung wurden an jedem Knoten der jeweiligen Bewehrungsrichtung nichtlineare Verbundfedern zwischen den Stab- (Bewehrung) und Scheibenelementen (Beton) angeordnet (Bild 6-3). Die Federn hatten einen Wirkungsbereich, der dem Abstand zwischen zwei Knoten entsprach. Die seitliche Bettung erfolgte als

direkte Kopplung an die Scheibenelemente. Im Bereich von Rissen wurden auf einer Länge von  $b_0 = v_0 = 2,0 \cdot d_s$  die seitliche Bettung und der Verbund gelöst (siehe Abschnitt 3).

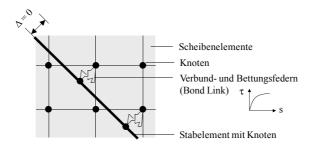


Bild 6-3: Modellierung des Verbundes und der seitlichen Bettung

## 6.3 Vergleich der DGL des verschieblichen Verbundes mit dem numerischen Modell

Zur Überprüfung der mathematischen Umsetzung der Materialansätze im numerischen Modell wurden zunächst Berechnungen ohne Richtungsabweichung der Bewehrung mit  $\Theta=0^\circ$  durchgeführt. Die Ergebnisse der Stahlspannungen und Rissbreiten des numerischen Modells wurden den Ergebnissen der Differentialgleichung (DGL) des verschieblichen Verbundes nach Empelmann [Emp-95] gegenübergestellt. Beide Modelle basieren auf der gleichen mathematischen Annahme für den Verbund [Noa-78] und können daher unmittelbar miteinander verglichen werden. Die Netzgenerierung beim FE-Modell erfolgte mit einem Layer. Es wurden vier Rissabstände untersucht und die Parameter wie folgt festgelegt:

- $d_s = 12 \text{ mm}$
- $\bullet$  s = 10 cm
- eff $\rho = 0.0113$
- $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$
- gute Verbundbedingungen

Die Berechnungsergebnisse sind in Bild 6-4 für einen Rissabstand von  $s_r$  = 15 cm vergleichend gegenübergestellt. Die Unterschiede zwischen der DGL und der FE-Berechnung sind gering. Die Abweichungen von maximal 7 % zwischen den Rissen resultieren u. a. aus der unterschiedlichen Modellierung des Verbundes. Während im Rahmen der FE-Berechnung der Verbund diskret über einzelne nichtlineare Federn berücksichtigt wird, kann der Schlupf mit der DGL nach [Emp-95] integral erfasst werden.

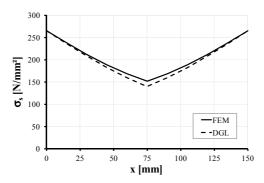


Bild 6-4: Vergleich der rechnerischen Stahlspannungen zwischen Ergebnissen der DGL nach [Emp-95] und der FEM

In Bild 6-5 ist ein Vergleich der Rissbreiten für verschiedene Rissabstände aufgeführt. Die Abweichungen werden mit zunehmendem Rissabstand größer, sind jedoch relativ gesehen mit maximal 5 % Unterschied gering.

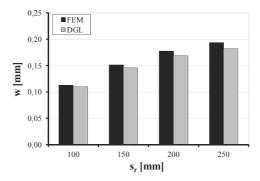


Bild 6-5: Vergleich der rechnerischen Rissbreite zwischen Ergebnissen der DGL nach [Emp-95] und der FEM für unterschiedliche Rissabstände

Insgesamt kann bestätigt werden, dass mit dem numerischen Modell die Simulation des Verbundes und der Stahlspannungen bei diskreter Rissmodellierung in Stahlbetonbauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung möglich ist und es sich für aufbauende Untersuchungen mit schiefwinkliger Bewehrung eignet.

## 6.4 Verifizierung an Versuchen

#### Versuche von WALRAVEN

Um die mathematische Umsetzbarkeit der in Gl. (3-7) getroffenen Annahmen bezüglich der lokalen Rauigkeit zu überprüfen, wurde ein numerisches Modell der Versuche von WALRAVEN [Wal-80] erstellt (Bild 6-6). Da von WALRAVEN für die Versuchskörper

lediglich ein Bereich der Betondruckfestigkeit von 29 bis 37 N/mm² angegeben wird, sind die Berechnungen mit der Ober- und der Untergrenze dieser Festigkeiten durchgeführt worden.

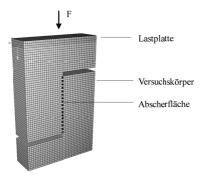


Bild 6-6: Numerisches Modell der Versuche von Walraven [Wal-80]

In Bild 6-7 und Bild 6-8 sind die Berechnungsergebnisse auszugsweise angegeben. Der Einfluss der Betondruckfestigkeit spielt bei den Berechnungen mit einer Anfangsrissbreite  $w_0 = 0$  mm (Bild 6-7) eine größere Rolle als bei  $w_0 > 0$  mm (Bild 6-8). Das Schubspannungs-Querverschiebungsverhalten wird jedoch vom Verhältnis zwischen Querverschiebung v und Rissbreite w dominiert. In Bild 6-8 ist zu erkennen, dass bei einer Anfangsrissbreite von  $w_0 = 0,4$  mm die Schubsteifigkeit gegenüber  $w_0 = 0$  mm (Bild 6-7) stark abnimmt. Das numerische Modell erfasst die lokale Rauigkeit entsprechend Gl. (3-7) ausreichend genau.

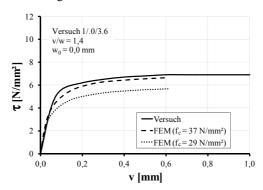


Bild 6-7: Nachrechnung Versuch 1/.0/3.6 aus [Wal-80]

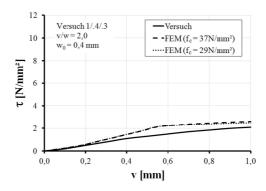


Bild 6-8: Nachrechnung Versuch 1/.4/.3 aus [Wal-80]

Weitergehende numerische Untersuchungen in [Hor-11] auf Grundlage des Rissverzahnungsansatzes für die lokale Rauigkeit nach WALRAVEN [Wal-80] haben ergeben, dass der rechnerische Anteil der Dübelwirkung am Gesamtwiderstand bei reinem Abscheren etwa 8 % beträgt. Die Ergebnisse dieser theoretischen Untersuchungen werden durch die Angaben aus der Literatur [Wal-80], [Eib-76] bestätigt.

#### Eigene Versuche (Kleinversuche)

Die am Fachgebiet Massivbau des iBMB der TU Braunschweig durchgeführten Versuche an einaxial zugbeanspruchten Scheiben wurden zur Überprüfung des zugrunde gelegten Verbundmodells und der Stahlspannungen im Riss herangezogen (Anhang B). Bei den FE-Berechnungen wurde ein diskreter Riss mit  $\alpha$ =0° simuliert. Die lokale Rauigkeit wurde hierbei nicht explizit, sondern für den Grenzfall mit G= $\infty$  erfasst, da in den Versuchen keine zur Aktivierung der lokalen Rauigkeit nach Abschnitt 3.5.1 notwendigen Horizontalverformungen im Riss gemessen werden konnten.

Das numerische Modell ist in Bild 6-9 dargestellt. Nach Überschreiten der Rissdehnung an der Sollrissstelle wurde die Betonzugfestigkeit zu Null gesetzt. Die Hauptzugkraft  $N_1$  ist die Resultierende einer konstanten Linienlast am Rand.

Bei den Versuchen traten, bevorzugt bei der Verwendung größerer Stabdurchmesser (Anhang B-6), teilweise Spaltrisse auf. Um diesen Effekt auf die Stahlspannungen rechnerisch zu erfassen, wurde im numerischen Modell eine Spaltrissbildung berücksichtigt. Im Rahmen der Berechnungen wurde das Verbundgesetz für ungestörten Verbund nach Gl. (3-5) mit dem Modell von TEPFERS [Tep-73] gekoppelt. Das gewählte Vorgehen ist im Anhang B-7 schrittweise erläutert.

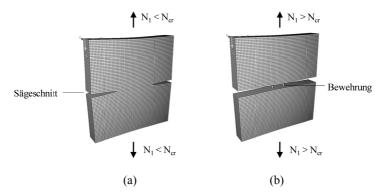


Bild 6-9: Numerisches Modell E1: (a) vor Rissbildung und (b) nach Rissbildung in überhöhter Darstellung

In Bild 6-10 und Bild 6-11 sind die Nachrechnungen des Versuchs E2 mit  $\Theta=0^\circ$  jeweils getrennt nach den verwendeten Stabdurchmessern  $d_s=12$  mm und 16 mm angegeben. Aufgrund der unterschiedlichen Verbundsteifigkeiten ergeben sich unterschiedliche Stahldehnungen bzw. Stahlspannungen im Riss bei x=0 cm. Dabei ist festzustellen, dass die Stahlspannungen mit dem Verbundgesetz nach Gl. (3-5) (FEM 1) richtig erfasst werden. Die rechnerische Berücksichtigung von Spaltrissen (FEM 2 und 3) hat keinen nennenswerten Einfluss auf die Stahlspannungen an der Sollrissstelle, Erläuterung siehe Anhang B-6.

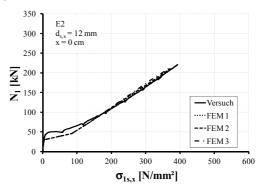


Bild 6-10: Nachrechnung Versuch E2, x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 12$  mm

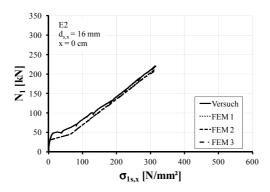


Bild 6-11: Nachrechnung Versuch E2, x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $d_{s,v} = 16$  mm

In Bild 6-12 und Bild 6-13 sind die Ergebnisse für E10 mit  $\Theta$  = 22,5° dargestellt. Die Stahlspannungen der x-Richtung werden ab einer Last von etwa 70 kN mit einer Abweichung von 8 % etwas kleiner bestimmt als im Versuch ermittelt. Für die y-Richtung ergeben sich bis  $N_1$  = 150 kN übereinstimmende Ergebnisse zu den Versuchswerten. Bei höherer Beanspruchung werden die Stahlspannungen etwas unterschätzt. Die Spaltrissbildung hat in diesem Fall ebenfalls keinen wesentlichen Einfluss auf das Berechnungsergebnis.

Die Nachrechnungen der Versuche (E1 bis E15) mit dem FE-Modell sind im Anhang B-7 angegeben. Insgesamt zeigen die Ergebnisse, dass mit dem numerischen Modell die Erfassung der Stahlspannungen im Riss auch unter Berücksichtigung von eventuell auftretenden Spaltrissen wirklichkeitsnah möglich ist.

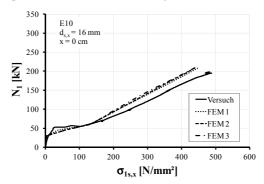


Bild 6-12: Nachrechnung Versuch E10, y = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 16$  mm

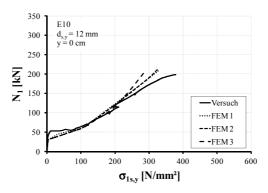


Bild 6-13: Nachrechnung Versuch E10, y = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 12$  mm

#### Versuche von PETER

Ziel der Nachrechnungen der Versuche von PETER [Pet-64] ist eine Validierung des numerischen Modells hinsichtlich der berechneten Stahlspannungen im Riss und der Rissbreiten bei einaxialem Zug. Dazu wurden die Versuchskörper über die vollständige Breite mit den vorhandenen Randstäben gemäß Abschnitt 3 und der Layertechnik nach Bild 6-1 abgebildet. Zur Verringerung der Berechnungszeiten wurden ein konstanter, aus den Versuchen ermittelter, mittlerer Rissabstand mit maximal fünf Rissufern modelliert und die Stahlspannungen sowie die Verformungen (Rissbreite w, Querverschiebung v) im mittleren Riss ausgewertet. Damit ergaben sich für den Versuch S 2r 30 etwa 13.400 Scheibenelemente, zuzüglich Kopplungen, Stabelemente und Verbundelemente (Bild 6-14). Die Rissorientierung wurde auf Basis von Abschnitt 4.2.1 stets mit  $\alpha=0^{\circ}$  vorgegeben.

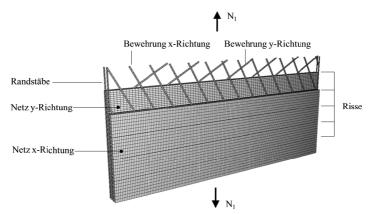


Bild 6-14: Numerisches Modell Versuch S 2r 30 [Pet-64] mit  $\Theta = 30^{\circ}$ 

In Bild 6-15 und Bild 6-16 sind die Ergebnisse der Nachrechnung des Nullversuchs S 2r 0 mit  $\Theta=0^{\circ}$  für die Stahlspannungen und Rissbreiten dargestellt. Die Werte der Nachrechnung und die des Versuchs aus Bild 6-15 müssten genau übereinstimmen. Da für die Spannungsermittlung jeweils die maximalen Dehnungen aus den Messungen verwendet wurden, ist davon auszugehen, dass die Messpunkte der DMS nicht direkt im Riss lagen.

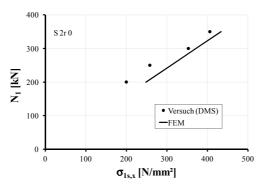


Bild 6-15: Nachrechnung der Stahlspannungen  $\sigma_{1s,x}$ , Versuch S 2r 0 [Pet-64],  $\Theta = 0^{\circ}$ 

Bei der Nachrechnung der mittleren Rissbreite (Bild 6-16) werden mit dem mittleren Rissabstand von  $s_r$  = 120 mm und dem Verbundgesetz nach Gl. (3-5) weitgehend übereinstimmende Ergebnisse erzielt.

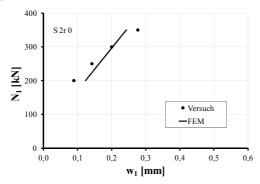


Bild 6-16: Nachrechnung der mittleren Rissbreite  $w_1$ , Versuch S 2r 0 [Pet-64],  $\Theta = 0^{\circ}$ 

In Bild 6-17 sind die Ergebnisse der Nachrechnung für die Stahlspannungen in x-Richtung von S 2r 30 mit einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta = 30^{\circ}$  dargestellt. Rechnerisch wurden die beiden Grenzfälle der schubweichen (SW mit G = 0) und der schubstarren (SS mit  $G = \infty$ ) Rissufer berücksichtigt. Darüber hinaus sind die Ergebnisse für konstante Verhältnisse von Rissbreite zu Querverschiebung (v/w) nach Gl. (3-7) dargestellt. Es handelt sich um einen unteren Grenzwert von v/w = 0,25, bei dem gerade noch

eine Rissverzahnung rechnerisch aktiviert wird, sowie einen oberen Grenzwert von v/w = 0.35, der für den Versuch in der Rissbildungsphase in [Pet-64] angegeben wird. Die Schubsteifigkeit der Rissufer wirkt sich kaum auf die rechnerischen Stahlspannungen in x-Richtung aus.

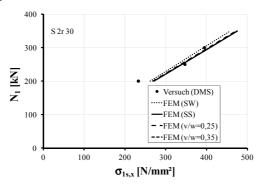


Bild 6-17: Nachrechnung Stahlspannung  $\sigma_{1s,x}$ , Versuch S 2r 30 [Pet-64],  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Bild 6-18 zeigt, dass die Schubsteifigkeit die Stahlspannungen der y-Richtung gegenüber der x-Richtung rechnerisch beeinflusst. Zunächst ist festzustellen, dass im Bereich der Gebrauchslast in Höhe von  $N_1$  = 250 kN die Berechnung mit schubstarren Rissufern die Messwerte besser annähert, als die Berechnung mit schubweichen Rissufern. Bei den Berechnungen mit Berücksichtigung der Rissverzahnung nach Gl. (3-7) ergeben sich im SLS mit v/w = 0,35 bessere Übereinstimmungen mit den Versuchswerten als mit v/w = 0,25. Da in den Versuchen von PETER [Pet-64] bei Beanspruchungen  $N_1$  > 200 kN keine Querverschiebungen der Rissufer in dieser Größenordnung auftraten, ist aus den Berechnungsergebnissen abzuleiten, dass der Anteil der lokalen Rissverzahnung nach Gl. (3-7) nicht ausreicht, um den erforderlichen Schubwiderstand in der Rissebene zu bilden.

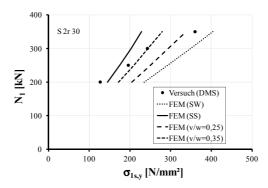


Bild 6-18: Nachrechnung Stahlspannung  $\sigma_{1s,y}$ , Versuch S 2r 30 [Pet-64],  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Wie bereits in Abschnitt 4.3 erläutert, ist der Schubwiderstand im Wesentlichen auf die globale Rauigkeit zurückzuführen. Dies wird mit den vorliegenden Berechnungen bestätigt. Im Bereich hoher Stahlspannungen in y-Richtung nähert die Berechnung mit schubweichen Rissufern die Versuchsergebnisse besser an als die Berechnung mit schubstarren Rissufern, da auch die globale Rauigkeit bei größer werdenden Rissbreiten durch zunehmende Gefügelockerung in den Rissflanken abfällt.

Die mittlere Rissbreite von S 2r 30 wird mit dem numerischen Modell bei Annahme schubstarrer Rissufer im Gebrauchslastbereich ausreichend genau erfasst (Bild 6-19). Bei Ansatz ohne Schubsteifigkeit oder unter Ansatz der lokalen Rissverzahnung nach Gl. (3-7) wird die Rissbreite im Gebrauchslastbereich rechnerisch etwas überschätzt.

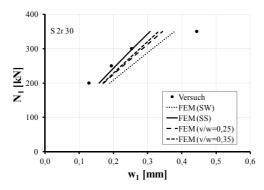


Bild 6-19: Nachrechnung mittlere Rissbreite  $w_1$ , Versuch S 2r 30 [Pet-64],  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Im Anhang E-1 sind weitere Nachrechnungen der Versuche aus [Pet-64] dokumentiert. Bei allen Nachrechnungen ist festzustellen, dass im Lastniveau des Gebrauchszustandes die Stahlspannungen und Rissbreiten mit dem Ansatz schubstarrer Rissufer die Versuchsergebnisse besser wiedergegeben werden als ohne Schubsteifigkeit oder unter Ansatz der lokalen Rissverzahnung nach Gl. (3-7).

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Die Nachrechnung der Großversuche dient der Validierung des bidirektional gerissenen FE-Modells. Das verwendete numerische Modell ist in Bild 6-20 dargestellt. Aus Gründen des Modellierungs- und Berechnungsaufwandes wurden je Richtung drei Risse vorgegeben und die Auswertung der Stahlspannungen und Rissbreiten im jeweils mittleren Riss vorgenommen. Der Rissabstand wurde wie bei der Nachrechnung der Versuche von Peter [Pet-64] als Mittelwert des abgeschlossenen Rissbildes bestimmt und im numerischen Modell berücksichtigt. Diese Modellierungstechnik erforderte bis zu 32.000 Scheibenelemente, zuzüglich Kopplungen, Stab-, Kontakt- und Verbundelemente. Die Rissufer wurden mit Kontaktelementen versehen, um ein Überschneiden der Betonelemente bei Druckbeanspruchungen, welches physikalisch nicht möglich ist, zu

verhindern. Auf Basis der Versuchsergebnisse aus Abschnitt 4.3 und den vorausgegangen Berechnungsergebnissen wurden die Rissufer schubstarr modelliert.

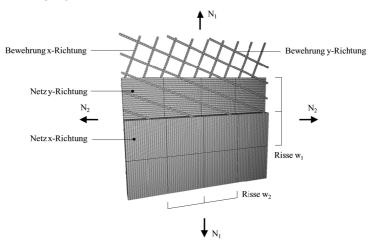


Bild 6-20: Numerisches Modell Großversuche,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

Die Abbildung des Versuchs Z1 ist mit dem numerischen Modell aus Bild 6-20 nicht möglich, da die Risse des Versuchs Z1 ungerichtet verlaufen (Bild 5-6 (a)). In Bild 6-21 ist die Nachrechnung des Versuchs Z2 dargestellt. Bei einaxialer Beanspruchung wird für die Hauptrichtung 1 eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und FEM erzielt. Für die Risse der Hauptrichtung 2 sind die Rissbreiten im Versuch kleiner, da das numerische Modell keine Verbundhysterese bzw. eingeprägte Verformungszustände erfasst (5.3.2).

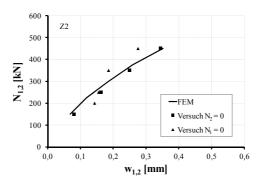


Bild 6-21: Nachrechnung der mittleren Rissbreiten  $w_1$  und  $w_2$ , Versuch Z2,  $\Theta$  = 45°, einaxiale Beanspruchung mit k = 0

Die für k = 1,0 gemessenen Rissbreiten von Z2 in Bild 6-22 stimmen nicht mit den Rissbreiten aus der FE-Berechnung überein. Im Versuch erfolgte ein Umschlagen der

Verformungen zur Hauptrichtung 1 ab einer Beanspruchung von  $N_1$  = 300 kN (Abschnitt 5.4). Dabei nahmen die Rissbreiten  $w_1$  mit wachsender Beanspruchung zu, während Rissbreiten  $w_2$  sogar abnahmen. Die FE-Berechnung ergibt dagegen aufgrund der absoluten Symmetrie von Beanspruchung und Bewehrungsquerschnitten in beiden Richtungen die gleiche Rissbreite.

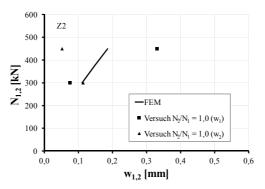


Bild 6-22: Nachrechnung der mittleren Rissbreite  $w_1$  und  $w_2$ , Versuch Z2,  $\Theta$  = 45°, hydrostatische Beanspruchung mit k = 1,0

Sensitivitätsanalysen mit dem numerischen Modell haben ergeben, dass bereits geringe Abweichungen zwischen  $N_1$  und  $N_2$  in Höhe von 10 % zum Umschlagen der Verformungen mit einer Differenz der Rissbreiten von 120 % führen. Die Summe der Rissbreiten aus beiden Richtungen ist in diesem Fall jedoch konstant. In Bild 6-23 ist daher die Summe der mittleren Rissbreiten  $w_1$  und  $w_2$  aus dem Versuch und der Berechnung angegeben, wobei eine Übereinstimmung erzielt wird.

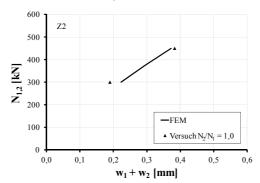


Bild 6-23: Summe der mittleren Rissbreiten  $w_1$  und  $w_2$  aus Nachrechnung und Versuch Z2,  $\Theta = 45^\circ$ , hydrostatische Beanspruchung mit k = 1,0

In Bild 6-24 sind die Ergebnisse der Nachrechnung des Versuchs Z3 mit  $N_2/N_1 = 0.5$  dargestellt. Der Vergleich zwischen Versuchswerten und FE-Berechnung zeigt überein-

stimmende Ergebnisse. Im Rahmen der rechnerischen Simulation war selbst bei Vernachlässigung der Zugfestigkeit für  $N_2/N_1=0.5$  kein Öffnen der Risse senkrecht zu  $N_2$  festzustellen. Ergebnisse einer Vergleichsberechnung mit  $N_2/N_1=0$  zeigen, dass die Unterschiede zu  $N_2/N_1=0.5$  gering sind.

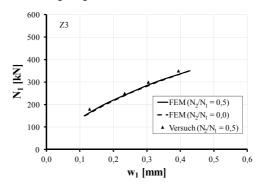


Bild 6-24: Nachrechnung der mittleren Rissbreite  $w_1$ , Versuch Z3,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

Die Nachrechnungen der eigenen Versuche zeigen, dass die Rissbreiten ausreichend genau erfasst werden und sich das FE-Modell für weitergehende Parameterstudien bei uni- und bidirektional gerissenen Scheiben eignet.

#### 6.5 Parameteruntersuchungen

## 6.5.1 Unidirektionale Rissbildung

Für Berechnungen an Scheiben mit unidirektionaler Rissbildung wurden die folgenden Parameter gewählt:

- $\Theta = 0^{\circ} \text{ bis } 40^{\circ}$
- $\lambda = 1.0$
- $d_{s,x} = d_{s,y} = 12 \text{ mm}$
- $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$
- $G = \infty$  (schubstarre Rissufer)
- $s_{rm} = 15 \text{ cm}$
- gute Verbundbedingungen

In Bild 6-25 sind die Ergebnisse von Berechnungen, die mit dem FE-Modell durchgeführt wurden, dargestellt. Der große Einfluss der Schiefwinkligkeit der Bewehrung auf die berechnete Rissbreite ist deutlich zu erkennen. So ergibt sich bei gleichem Spannungsniveau von  $\sigma_{1s,x} = 300 \text{ N/mm}^2$  für eine Schiefwinkligkeit von 40° eine um den Faktor 1,8 größere Rissbreite als für die Referenzberechnung mit  $\Theta = 0^\circ$ .

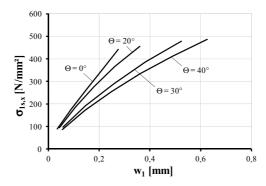


Bild 6-25: Stahlspannung-Rissbreitenbeziehung bei unterschiedlicher Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$ 

Der Einfluss des Rissabstandes auf die Rissbreite ist beispielhaft für eine Schiefwinkligkeit von  $\Theta=30^\circ$  in Bild 6-26 aufgeführt. Bei konstanter Stahlspannung  $\sigma_{1s,x}$  nimmt die Rissbreite mit wachsendem Rissabstand zu. Für  $\sigma_{1s,x}=300$  N/mm² ergibt eine Erhöhung des Rissabstandes  $s_r$  von 10 cm auf 15 cm eine Rissbreitenzunahme um etwa 50 %. Eine weitere Erhöhung des Rissabstandes auf 20 cm vergrößert die Rissbreite nur noch unterproportional. Zwischen Rissabständen von 20 cm und 25 cm ist kein Einfluss auf die Rissbreite mehr erkennbar, da die über den Verbund eingetragenen Kräfte vollständig in den Beton eingeleitet werden und sich damit die Einleitungslängen nicht übergreifen.

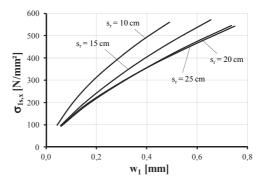


Bild 6-26: Stahlspannung-Rissbreitenbeziehung für  $\Theta=30^\circ$  bei unterschiedlichen Rissabständen

Untersuchungen der Zustände Erstrissbildung und abgeschlossenes Rissbild aus [Hor-11] zeigen, dass die Stahlspannungen der x-Richtung im Rissquerschnitt hiervon unabhängig sind (Bild 6-27). Lediglich die Stahlspannungen der y-Richtung weisen unter bestimmten Voraussetzungen eine Abhängigkeit vom Risszustand auf.

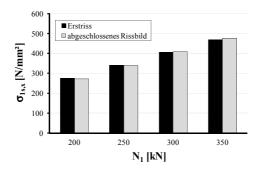


Bild 6-27: Stahlspannungen  $\sigma_{1s,x}$  im Riss bei Erstrissbildung und im abgeschlossenen Rissbild,  $\Theta=30^\circ$ 

Die Auswirkungen der Biegesteifigkeit der Bewehrungsstäbe wurden ebenfalls anhand von Grenzzuständen untersucht. Dabei sind in den Berechnungen die Stabelemente durch Fachwerkelemente ersetzt und damit die Biegesteifigkeit vollständig eliminiert worden. Die Rissbreite ist für das untersuchte Beispiel mit Fachwerkelementen um 3 % größer als mit Stabelementen (Bild 6-28). Die Stahlspannungen sind mit Fachwerkelementen gegenüber Stabelementen in der x-Richtung ebenfalls um bis zu 3 % größer. In y-Richtung ist der Unterschied geringer als 1 %. Im Ergebnis hat die Biegesteifigkeit der Bewehrung einen vernachlässigbaren Effekt auf die Normalspannungen und die Rissbreiten.

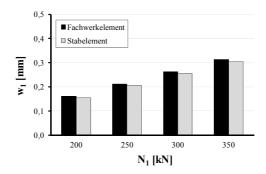


Bild 6-28: Rissbreite bei Bewehrung mit und ohne Biegesteifigkeit,  $\Theta = 30^{\circ}$ 

# 6.5.2 Bidirektionale Rissbildung

Die Berechnungen umfassen verschiedene Schiefwinkligkeiten von  $\Theta$  = 0° bis 45° [Dri-10], [Hor-11]. Den nachfolgend beschriebenen Berechnungen lagen folgende Parameter zugrunde:

- $\bullet$   $\Theta$  = 30°
- $\lambda = 1.0$
- $d_{s,x} = d_{s,y} = 12 \text{ mm}$
- $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$
- G =  $\infty$  (schubstarre Rissufer)
- $s_{rm} = 25 \text{ cm}$
- gute Verbundbedingungen

Bild 6-29 zeigt den Einfluss von  $N_2$  auf die Rissbreite  $w_1$  senkrecht zur Beanspruchungsrichtung von  $N_1$ . Demzufolge ist die Rissbreite  $w_1$  umso größer, je kleiner das Beanspruchungsverhältnis  $k = N_2/N_1$  ist. Für eine Zugbeanspruchung von beispielsweise  $N_1 = 300$  kN ergibt sich bei k = 0 eine Rissbreite von  $w_1 = 0,45$  mm. Wenn k = 1,0 ist, beträgt die Rissbreite  $w_1 = 0,36$  mm und ist damit um 25 % kleiner. Weiterhin ist festzustellen, dass k keinen proportionalen Einfluss auf die Rissbreite hat.

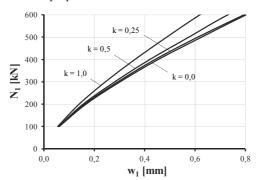


Bild 6-29: Rissbreite  $w_1$  in Abhängigkeit von k,  $\Theta = 30^{\circ}$ 

In Bild 6-30 ist die Rissbreite  $w_2$  in Abhängigkeit der Belastung  $N_1$  für verschiedene Beanspruchungsverhältnisse k dargestellt. Beim Vergleich mit der Rissbreite  $w_1$  in Bild 6-29 zeigt sich für  $w_2$  eine deutlich höhere Sensitivität bezüglich k. Für k=0,25 ist festzustellen, dass sich die Risse  $w_2$  zu Belastungsbeginn zwar geringfügig öffnen, jedoch bei einer Beanspruchung von  $N_1=300~kN$  bzw.  $N_2=75~kN$  wieder schließen. Erst ein Beanspruchungsverhältnis von k=0,5 führt zum dauerhaften Öffnen der Risse  $w_2$ .

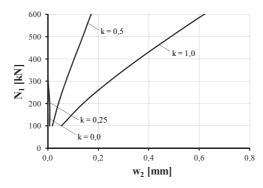


Bild 6-30: Rissbreite  $w_2$  in Abhängigkeit von k,  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Die Interaktion der Hauptzugkräfte ist auf über den Verbund eingeleitete Druckkräfte  $D_{1c}$  parallel zu den Rissen  $w_1$  und  $w_2$  zurückzuführen (Bild 5-4). In Bild 6-31 sind die Verläufe der Membrankräfte jeweils entlang von zwei Schnitten und senkrecht dazu für beide Layer mit k=0 angegeben. Entlang der Schnitte weisen die Druckkräfte in beiden Layern eine weitgehend gleichmäßige Verteilung parallel zu den sich öffnenden Rissen auf (Bild 6-31 (a)). Senkrecht dazu variiert die Verteilung der Druckkräfte und hängt von der Lage der Stäbe und dem Abstand zu den Rissen ab (Bild 6-31 (b)). Im Bereich der Risse steigen die Druckkräfte rasch an und fallen in der Mitte etwas ab. Zugkräfte treten nur punktuell auf und sind auf die konzentrierte Lasteinleitung durch die Bewehrung in Rissnähe zurückzuführen.

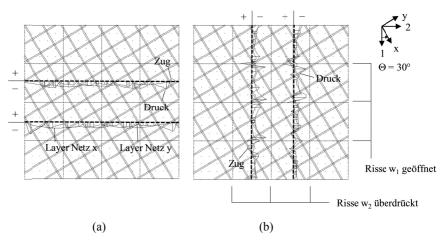


Bild 6-31: Verlauf der Membrankräfte für einen Scheibenausschnitt mit k = 0:

- (a) entlang der Schnittrichtungen und
- (b) senkrecht zu den Schnittrichtungen

Bild 6-32 zeigt, dass die Stahlspannungen  $\sigma_{1s,x}$  in Abhängigkeit der Belastung für alle k im Riss  $w_1$  nahezu identisch sind. Die Stahlspannungen  $\sigma_{1s,y}$  hingegen nehmen mit steigendem Verhältnis k stetig zu (Bild 6-33). Die trotz zunehmendem Anteil der Beanspruchung  $N_2$  nahezu konstante Stahlspannung der Bewehrung in x-Richtung, widerspricht den bisher bekannten theoretischen Formulierungen, bei denen von einer Superposition der Stahlspannungen aus beiden Hauptzugrichtungen [Lei-25], [Flü-30], [Ebn-63], [Pet-64], [Kuy-64], [Bau-72] ausgegangen wird.

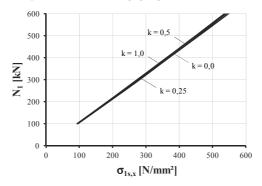


Bild 6-32: Stahlspannung  $\sigma_{1s,x}$  im Riss  $w_1$  in Abhängigkeit von  $k, \Theta = 30^{\circ}$ 

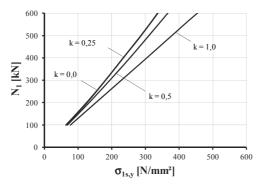


Bild 6-33: Stahlspannung  $\sigma_{1s,y}$  im Riss  $w_1$  in Abhängigkeit von k,  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Bild 6-34 zeigt, dass die Stabnormalkräfte in beiden Bewehrungsrichtungen für k=0 über die Länge von  $w_1$  im Mittel annähernd konstant verteilt sind. Die Stabnormalkräfte werden über den Verbund abgebaut und in den Beton eingeleitet. Für k=1 sind die in Bild 6-35 (oben) dargestellten Stabnormalkräfte der x-Richtung entweder etwas größer oder etwas kleiner. Die Stäbe, deren Normalkraft sich erhöht, kreuzen in unmittelbarer Rissnähe einen Riss  $w_2$ . Im Mittel ergibt sich für die Stabnormalkräfte der x-Richtung in  $w_1$  bei k=1,0 (Bild 6-35 (oben)) nur eine Erhöhung um ca. 2 % gegenüber k=0 (Bild 6-34 (oben)).

Die Stabnormalkräfte der y-Richtung weisen für k=1,0 (Bild 6-34 (unten)) im Riss  $w_1$  gegenüber k=0 (Bild 6-35 (unten)) eine Zunahme von ca. 31 % auf. Da die Stabnormalkräfte bei k=1,0 nicht mehr vollständig über den Verbund in den Beton eingeleitet werden können, überlagern sich die Beanspruchungen der Stabnormalkräfte der y-Richtung infolge  $N_1$  und  $N_2$  im Riss  $w_1$  teilweise.

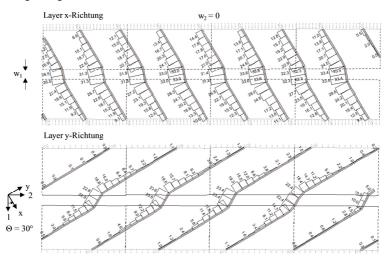


Bild 6-34: Stabnormalkräfte Bewehrung: (oben) x- und (unten ) y-Richtung im Riss für k = 0, Verformungen 100-fach überhöht dargestellt

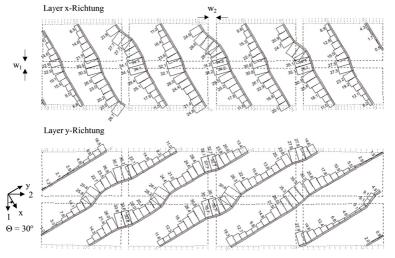


Bild 6-35: Stabnormalkräfte Bewehrung: (oben) x- und (unten) y-Richtung im Riss für k = 1,0, Verformungen 100-fach überhöht dargestellt

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Verbundwirkung ein wesentlicher Grund für eine nahezu gleichbleibende Beanspruchung der x-Bewehrung im Riss  $w_1$  bei allen Beanspruchungsverhältnissen k zwischen 0 und 1,0 ist. In der y-Richtung ist im Riss  $w_1$  bis k=0,5 eine Zunahme der Beanspruchungen festzustellen. Die Erhöhung der Beanspruchungen in der Bewehrung der y-Richtung im Riss  $w_1$  ergibt für k=1,0 aufgrund der günstig wirkenden Druckkraft  $D_{2c}$  infolge  $N_2$  jedoch keine größeren Rissbreiten als für k=0.

## 6.5.3 Einflussgrößen auf Stahlspannungen und Rissbreiten

Auf Basis der numerischen Untersuchungen mit insgesamt über 160 durchgeführten FE-Berechnungen an uni- und bidirektional gerissenen Scheibenmodellen können verschiedene Einflussparameter quantifiziert werden.

Aus den Ergebnissen lässt sich ableiten, dass die Schiefwinkligkeit sowohl auf die berechneten Stahlspannungen als auch auf die Rissbreiten einen wesentlichen Einfluss ausübt.

Ausgehend vom hydrostatischen Spannungszustand mit k=1,0 schon geringe Unterschiede von  $N_1$  und  $N_2$  zu einem plötzlichen Anstieg der Rissbreiten in der höher beanspruchten Richtung. Bei Beanspruchungen mit k=0,5 ergeben sich für  $w_1$  geringe Unterschiede zu k=0. Für die geringer beanspruchte Hauptrichtung und damit  $w_2$  ist der Einfluss stets sehr hoch. In jedem Fall sind die Rissbreiten  $w_1$  und  $w_2$  bei zweiaxialer Zugbeanspruchung mit bidirektionaler Rissbildung aufgrund günstig wirkender Druckkräfte kleiner als im einaxialen Fall bei konstantem Lastniveau von  $N_1$ .

Der Verbund zwischen Beton und Betonstahl hat sowohl auf die Stahlspannungen als auch auf die Rissbreiten einen erheblichen Einfluss. Eine Superposition der Stahlspannungen aus  $N_1$  und  $N_2$  ist auf Basis der durchgeführten Untersuchungen, wie in der Literatur angegeben [Lei-25], [Flü-30], [Ebn-63], [Pet-64], [Kuy-64], [Bau-72], nicht erforderlich. Die numerischen Ergebnisse werden bestätigt durch die Versuchsergebnisse von AOYAGI & YAMADA [Aoy-83]. Dabei waren die Beanspruchungen bei Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls unabhängig von k bei ansonsten gleicher konstruktiver Ausbildung ( $A_s$ ,  $\Theta$ ,  $f_c$ ) konstant. Daher ist eine separate Ermittlung der Stahlspannungen und Rissbreiten in Abhängigkeit der jeweiligen Hauptzugrichtung zu empfehlen.

Die lokale Rauigkeit nach Gl. (3-7) hat einen Einfluss auf die Stahlspannungen der y-Richtung der Bewehrung für  $N_1$  bzw. der x-Richtung für  $N_2$  bei Schiefwinkligkeiten  $\Theta \leq 30^{\circ}$ . Die Rissbreiten werden durch die lokale Rauigkeit rechnerisch wenig beeinflusst.

Die Dübelwirkung wirkt sich weder auf die Stahlspannungen noch auf die Rissbreiten signifikant aus, so dass ihr Einfluss im Zusammenhang mit der Berechnung von Stahlspannungen und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung vernachlässigt werden kann

Die Ergebnisse der numerischen FE-Berechnungen sind in Tabelle 6-1 zusammengefasst und geben die Einflussgrößen qualitativ an.

Tabelle 6-1: Einflussgrößen auf Stahlspannungen und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung

Parameter	Stahlspannungen	Rissbreiten
Schiefwinkligkeit	sehr hoch	sehr hoch
Beanspruchungsverhältnis	gering / sehr hoch*	gering / sehr hoch*
Rissabstand	sehr gering	sehr hoch
Verbundeigenschaften	gering	sehr hoch
lokale Rauigkeit	gering / hoch**	gering
Dübelwirkung	sehr gering	sehr gering

<sup>\*)</sup> gilt für die geringer beanspruchte Hauptzugrichtung 2

# 6.6 Schlussbemerkung

Mit dem vorliegenden numerischen Modell war es möglich, die Versuchsbeobachtungen wirklichkeitsnah wiederzugeben. Die Validierung des FE-Modells erfolgte anhand von Messdaten für einaxiale und zweiaxiale Zugbeanspruchungen.

Das numerische Modell erlaubte die Untersuchung der Rissbreiten und der Stahlspannungen in Abhängigkeit verschiedener Parameter. Es ermöglichte die Quantifizierung der Einflussgrößen bei schiefwinkliger Bewehrung und deren Bewertung für die Entwicklung verbesserter Ansätze. Mit den numerischen Berechnungen war die Untersuchung der mechanischen Zusammenhänge bei bidirektionaler Rissbildung ergänzend möglich, welche in Versuchen nicht ohne Weiteres gemessen oder beobachtet werden können

<sup>\*\*)</sup> für die Bewehrung mit der kleineren Neigung der Stab- zur Rissachse

# 7 Rissbreitenansatz für Flächentragwerke mit schiefwinklig orientierter Bewehrung

# 7.1 Vorbemerkung

Zur Berechnung von Rissbreiten ist die Kenntnis des Spannungszustandes und insbesondere der Stahlspannungen erforderlich. Im Weiteren soll deshalb ein Ingenieurmodell zur Berechnung der Spannungen für schiefwinklig bewehrte Flächentragwerke entwickelt werden. Anschließend ist ein mechanischer Rissbreitenansatz auf Basis der DIN-1045-1 anzugeben.

### 7.2 Ingenieurmodell zur Bestimmung des Spannungszustandes im Riss

Die Stahlspannungen von Flächentragwerken mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung können im Riss (Zustand II) bei reinem Zug direkt mit dem Hooke'schen Gesetz und bei Biegung mit Hilfe des inneren Hebelarms bestimmt werden. Dies ist bei Flächentragwerken mit schiefwinkliger Bewehrung nicht ohne Weiteres möglich. Grund dafür sind im Vorfeld unbekannte Größen, wie z. B. die Schubsteifigkeit und Schubfestigkeit der Rissufer sowie die steifigkeitsabhängige Verteilung der Kräfte infolge der Verbundwirkung der jeweiligen Bewehrungsrichtung. Für eine rechnerische Ermittlung der Stahlspannungen sind daher vereinfachende Annahmen erforderlich.

Zur Berechnung der Stahlspannungen stehen eine Reihe von Ansätzen zur Verfügung, z.B. FLÜGGE [Flü-30], LEITZ [Lei-25], EBNER [Ebn-63], PETER [Pet-64], KUYT [Kuy-64], BAUMANN [Bau-72], AOYAGI &YAMADA [Aoy-79], VECCHIO & COLLINS [Vec-86] etc. Die Unterschiede bestehen im Grundsatz darin wie die Rissorientierung und die Schubsteifigkeit im Riss berücksichtigt werden. Bei allen Ansätzen wird die Verbundwirkung vernachlässigt. Der allgemeine Fall wird von BAUMANN [Bau-72] angegeben. Dieser Ansatz erfordert jedoch, wie auch [Aoy-79] und [Vec-86], eine iterative Vorgehensweise zur Bestimmung der Stahlspannungen und eignet sich daher nur bedingt für eine praxisgerechte Lösung.

## 7.2.1 Annahmen

Bei dem hier gewählten Berechnungsweg werden auf Grundlage der in Abschnitt 4, 5 und 6 durchgeführten Untersuchungen folgende Annahmen getroffen:

- Einfluss des Verbundes im Zustand II wird vernachlässigt
- Rissufer verhalten sich starr-plastisch gegenüber Querverschiebungen
- Dübelwirkung wird vernachlässigt

- Risse entstehen für k < 0,7 senkrecht zur Hauptzugrichtung
- Separate Ermittlung der Stahlspannungen infolge  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$

Die Vernachlässigung der Verbundwirkung kann zu Abweichungen zwischen tatsächlichen und theoretischen Stahlspannungen führen. Es ist zu überprüfen, in wie weit dies Einfluss auf die Rissbreitenberechnung hat.

Die Annahme der schubstarren Rissufer basiert auf der Scheibenwirkung der ungerissenen Druckzone in Plattentragwerken [Ebn-64], [Fra-84], [Lar-85]. Dabei sind die Schubverzerrungen der Druckzone gegenüber den Stahldehnungen der Zugzone vernachlässigbar klein. In zentrisch auf Zug beanspruchten Scheiben ist durch die Rissverzahnung der lokalen Rauigkeit (Aggregate Interlock I<sub>1</sub> und I<sub>2</sub> [Wal-80]), der globalen Rauigkeit und der ungerissenen Bereiche ein erheblicher Widerstand gegenüber Querverschiebungen der Rissufer gegeben (Abschnitt 4.3). Damit ist die Annahme schubstarrer Rissufer bis zum Erreichen der Schubtragfähigkeit der Rissebene bzw. dem Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls näherungsweise erfüllt.

Die volle Dübelwirkung wird erst bei sehr großen gegenseitigen Verschiebungen der Rissufer aktiviert [Pau-74], [Wal80], so dass dieser Traganteil und die daraus resultierenden Biegenormalspannungen der Bewehrung im Gebrauchszustand vernachlässigt werden können (Abschnitt 6.5).

In Abschnitt 4.2.1 und 5.3.3 wurde gezeigt, dass sich die Risse für Beanspruchungen  $k \le 0,7$ , unabhängig von der Bewehrungsneigung oder -anisotropie, nahezu senkrecht zur Beanspruchungsrichtung bilden ( $\alpha = 0^{\circ}$ ). Diese Risse bleiben bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls richtungsstabil.

Die genannten Annahmen werden mit dem Ansatz von PETER [Pet-64] zur Berechnung der Stahlspannungen weitgehend erfüllt. Dieser Ansatz wird deshalb im Folgenden als Basisformulierung verwendet.

## 7.2.2 Herleitung

Aus den Verträglichkeitsbedingungen des Dehnungstensors für den ebenen Spannungszustand kann eine Beziehung mit

$$\tan^2 \Theta = \frac{\varepsilon_{1s,y}}{\varepsilon_{1s,x}} \tag{7-1}$$

zwischen den Stahldehnungen der x- und der y-Richtung aufgestellt werden [Ebn-63]. Die Verträglichkeitsbedingungen sind anschaulich in Bild 7-1 dargestellt. Es handelt sich um die Transformation des Dehnungstensors in das Hauptachsensystem. Dem Betonstahl werden die Zugkräfte zugewiesen und der Beton übernimmt die durch die Bewehrung nicht ausgeglichenen Schubkräfte der Rissebene und die Druckkräfte zwi-

schen den Rissen. Der Querdehnungseffekt des gerissenen Betons wird im Folgenden vereinfachend vernachlässigt.

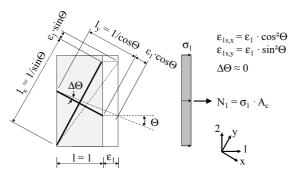


Bild 7-1: Verträglichkeitsbedingung für ein Scheibenelement mit k = 0, in Anlehnung an [Ebn-63]

Für die jeweilige Bewehrungsrichtung ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Hauptdehnung und Stahldehnung mit

$$\begin{split} \epsilon_{1s,x} &= \epsilon_1 \cdot \cos^2 \! \Theta \\ \epsilon_{1s,y} &= \epsilon_1 \cdot \sin^2 \! \Theta. \end{split} \tag{7-2}$$

Es gilt das Hooke'sche Gesetz:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{1S,X} \cdot E_S = \sigma_{1S,X} \\ & \varepsilon_{1S,V} \cdot E_S = \sigma_{1S,V} \end{aligned} \tag{7-3}$$

Einsetzen von Gl. (7-3) in (7-2) führt auf

$$\begin{split} &\sigma_{1s,x} = E_s \cdot \epsilon_1 \cdot \cos^2 \Theta \\ &\sigma_{1s,y} = E_s \cdot \epsilon_1 \cdot \sin^2 \Theta. \end{split} \tag{7-4}$$

Die Kräfte im Rissquerschnitt werden, bezogen auf die Einheitsbreite, mit

$$\begin{split} N_{1x} &= \sigma_{1s,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta \\ N_{1y} &= \sigma_{1s,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin \Theta \end{split} \tag{7-5}$$

berechnet. Die Gleichgewichtsbedingungen werden mit

$$N_1 = N_{1x} \cdot \cos \Theta + N_{1y} \cdot \sin \Theta \tag{7-6}$$

erfüllt.

Einsetzen von Gl. (7-4) und (7-5) in (7-6) ergibt:

$$\begin{split} N_{1} &= \sigma_{1s,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^{2}\Theta + \sigma_{1s,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin^{2}\Theta \\ &= E_{s} \cdot \varepsilon_{1} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^{4}\Theta + E_{s} \cdot \varepsilon_{1} \cdot A_{s,y} \cdot \sin^{4}\Theta \\ &= E_{s} \cdot \varepsilon_{1} \cdot \left( A_{s,x} \cdot \cos^{4}\Theta + A_{s,y} \cdot \sin^{4}\Theta \right) \end{split} \tag{7-7}$$

Auflösen von Gl. (7-7) nach der Hauptdehnung  $\epsilon_1$  und Einsetzen von Gl. (7-2) ergibt für die Stahldehnungen

$$\begin{split} \epsilon_{1s,x} &= \frac{N_1 \cdot \cos^2 \Theta}{E_s \cdot \left( A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta \right)} \\ \epsilon_{1s,y} &= \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{E_s \cdot \left( A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta \right)}. \end{split} \tag{7-8}$$

Die Stahlspannungen werden mit

$$\begin{split} \sigma_{1s,x} &= \frac{N_1 \cdot \cos^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \le f_{yk} \\ \sigma_{1s,y} &= \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \le f_{yk} \end{split} \tag{7-9}$$

bestimmt und sind auf die zulässigen Werte der Streckgrenze zu beschränken.

Für Scheiben gilt in der Hauptrichtung 1:

•  $N_1 = \sigma_1 \cdot A_c$  mit  $\sigma_1$  Hauptzugspannung 1  $A_c$  Querschnittfläche des Betons

Für Platten gilt in der Hauptrichtung 1:

•  $N_1 = M_1 / z_m$  mit  $M_1$  Hauptmoment 1  $z_m$  mittlerer innerer Hebelarm

Es gilt die Gleichgewichtsbedingung aus Gl. (7-6) analog für die Hauptrichtung 2:

$$N_2 = N_{2x} \cdot \sin \Theta + N_{2y} \cdot \cos \Theta \tag{7-10}$$

Einsetzen und Umformen ergibt die Stahlspannungen in der Hauptrichtung 2 zu:

$$\begin{split} \sigma_{2s,x} &= \frac{N_2 \cdot \sin^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta\right)} \le f_{yk} \\ \sigma_{2s,y} &= \frac{N_2 \cdot \cos^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta\right)} \le f_{yk} \end{split} \tag{7-11}$$

Für Scheiben gilt in der Hauptrichtung 2:

•  $N_2 = \sigma_2 \cdot A_c$  mit  $\sigma_2$  Hauptzugspannung 2

Für Platten gilt in der Hauptrichtung 2:

•  $N_2 = M_2 / z_m$  mit  $M_2$  Hauptmoment 2

Auf Grundlage der experimentellen und theoretischen Untersuchungen aus Abschnitt 5 und 6 werden die Stahlspannungen infolge der Beanspruchung aus zwei Hauptzugrichtungen nicht überlagert. Die Beeinflussung der Stahlspannungen in x- und y-Richtung ist in Bild 7-2 für eine bidirektionale Rissbildung qualitativ angegeben. Die Stahlspannung  $\sigma_{1s,x}$  im Riss  $w_1$  an der Stelle (b) wird durch die Stahlspannungen  $\sigma_{2s,x}$  im Riss  $w_2$  an der Stelle (a) wenig beeinflusst. Die an der Stelle (b) wirkende, geringe Beanspruchung der x-Bewehrung wird rasch über Verbund in den Beton eingeleitet. Der Zusammenhang gilt analog für die Bewehrung in y-Richtung.

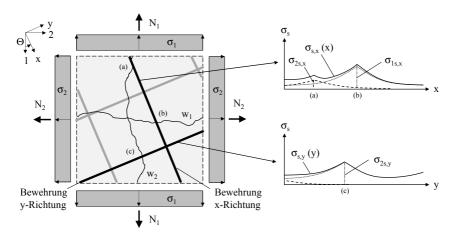


Bild 7-2: Qualitativer Verlauf der Stahlspannungen in x- und in y-Richtung bei bidirektionaler Rissbildung

Die Schubbeanspruchungen im Riss können aus dem Gleichgewicht parallel zur Rissebene und den Stahlspannungen aus Gl. (7-9) mit

$$\tau_{1c,xy} = \frac{\left(\sigma_{1s,x} \cdot A_{s,x} - \sigma_{1s,y} \cdot A_{s,y}\right)}{A_c} \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta \le \tau_{c,max} \tag{7-12}$$

berechnet werden und dürfen bei Scheiben den zulässigen Wert  $\tau_{e,max}$  nach Gl. (3-8) nicht überschreiten. Für Platten ist kein gesonderter Nachweis erforderlich [Ebn-63]. Es gilt  $\tau_{1e,xy} = H_1/A_e$ . Die Berechnung der Schubbeanspruchungen in der zweiten Hauptzugrichtung erfolgt mit den Stahlspannungen aus Gl. (7-11) und ergibt sich zu:

$$\tau_{2c,xy} = \frac{\left(\sigma_{2s,x} \cdot A_{s,x} - \sigma_{2s,y} \cdot A_{s,y}\right)}{A_c} \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \le \tau_{c,max} \tag{7-13}$$

Eine Auswertung der oben dargestellten Bestimmungsgleichungen ist in Bild 7-3 und Bild 7-4 aufgezeigt. Die Kräfte sind jeweils in bezogener Darstellung zur Hauptzugkraft  $N_1$  für unterschiedliche Bewehrungsverhältnisse  $\lambda$  angegeben. Für ein Bewehrungsverhältnis von  $\lambda=1$  ergibt sich in Bild 7-3 mit wachsender Schiefwinkligkeit  $\Theta$  ein spiegelsymmetrischer Verlauf der bezogenen Bewehrungskräfte in x- und y-Richtung. Für die bezogene Schubkraft entsteht für  $\lambda=1$  ein punktsymmetrischer Verlauf, bei dem die Kurve bei  $\Theta=0^\circ$ , 45° und 90° ihre Nullstellen hat (Bild 7-4). Wird das Bewehrungsverhältnis so gewählt, dass in y-Richtung mit  $\lambda=\infty$  keine Bewehrung vorhanden ist, so ergibt sich für die bezogene Kraft der x-Richtung bei 90° eine Singularität (Bild 7-3), wobei bereits ab etwa  $\Theta=40^\circ$  ein extremer Anstieg zu verzeichnen ist. Dies gilt gleichermaßen für die Schubkraft im Riss (Bild 7-4).

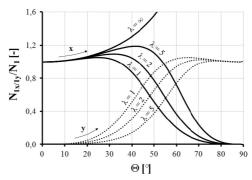


Bild 7-3: Bezogene Kräfte in den Bewehrungslagen der Hauptrichtung 1 in Abhängigkeit des Bewehrungsverhältnisses λ und der Schiefwinkligkeit Θ

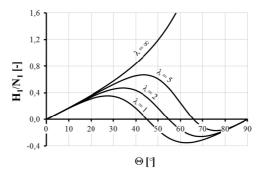


Bild 7-4: Bezogene Schubkraft im Riss der Hauptrichtung 1 in Abhängigkeit des Bewehrungsverhältnisses λ und der Schiefwinkligkeit Θ

Die Bestimmung der Betondruckkraft infolge  $N_1$  ist rechnerisch aus den Anteilen der Bewehrung in x- und y-Richtung über

$$D_{1c} = (\sigma_{1s,x} \cdot A_{s,x} + \sigma_{1s,y} \cdot A_{s,y}) \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta$$
 (7-14)

möglich. Mit  $D_{1c}$  /  $A_c$  ergibt sich die Betondruckspannung  $\sigma_{1c}$ . Die Betondruckspannung infolge  $N_2$  wird ermittelt zu:

$$D_{2c} = (\sigma_{2s,x} \cdot A_{s,x} + \sigma_{2s,y} \cdot A_{s,y}) \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta$$
 (7-15)

In Bild 7-5 ist die auf die Hauptzugkraft  $N_1$  bezogene Druckkraft  $D_{1c}$  unter Vernachlässigung des Verbundes in Abhängigkeit vom Verhältnis der Bewehrungsquerschnitte  $\lambda$  und der Schiefwinkligkeit  $\Theta$  angegeben.

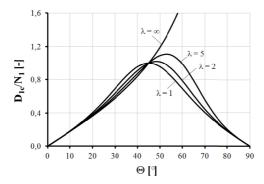


Bild 7-5: Betondruckkraft  $D_{1c}$  infolge der Hauptzugkraft  $N_1$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  und  $\Theta$ 

Die Hauptzugraft  $N_2$  muss in einem repräsentativen Scheibenelement zunächst die Druckkraft  $D_{1c}$  und anschließend die Rissspannung des Betons mit  $f_{ct} \cdot A_c$  übersteigen, damit eine Rissbildung in der Hauptrichtung 2 einsetzt. Aufgrund der Verbundwirkung ist eine Druckbeanspruchung des Betons in der Höhe wie in [Lei-25] und [Bau-72] angegeben nicht möglich. Nur die zwischen den Rissen vom Betonstahl über die Verbundwirkung in den Beton eingeleiteten Kräfte erzeugen eine Druckbeanspruchung (Bild 7-6) parallel zu den vorhandenen Rissen. Diese Kraft ist für eine kontinuierlich verteilte Bewehrung am Riss wegen der verbundfreien Vorlänge Null, steigt aber durch die Aktivierung des Verbundes infolge hoher Stahlspannungen rasch an und fällt zwischen den Rissen wieder etwas ab, da die Verbundkräfte dort geringer sind oder verschwinden (siehe auch Bild 6-31).

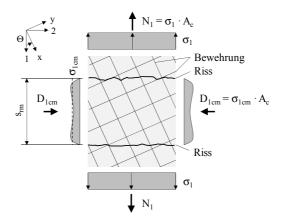


Bild 7-6: Idealisierter Verlauf der Betondruckspannung  $\sigma_{1cm}$  zwischen den Rissen infolge der Hauptzugkraft  $N_1$ 

Die mittlere Betondruckspannung ergibt sich allgemein durch Integration von

$$\sigma_{1cm} = \frac{D_{1cm}}{s_{rm} \cdot h} = \frac{1}{s_{rm} \cdot h} \int_{0}^{s_{rm}} \sigma_{1c}(1) \cdot d1.$$
 (7-16)

Eine Berechnung des Integrals unter Berücksichtigung des Verbundansatzes nach Gl. (3-5) ist analytisch nicht möglich. Die mittlere Betondruckkraft kann numerisch mit dem FE-Modell aus Abschnitt 6 berechnet werden. Sie hängt von der Qualität des Verbundes, der Beanspruchungshöhe, den Stabdurchmessern, den Bewehrungsgraden, dem Rissabstand und weiteren Parametern ab.

Da eine Festlegung in Abhängigkeit aller Einflussgrößen nicht praxisgerecht möglich ist, sollen lediglich die maßgebenden Größen berücksichtigt werden. Dazu zählen auf Basis der durchgeführten Berechnungen mit dem FE-Modell aus Abschnitt 6:

- Schiefwinkligkeit der Bewehrung Θ
- Höhe der Beanspruchung in Hauptzugrichtung 1 bzw. 2
- Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Für das abgeschlossene Rissbild kann die mittlere Druckkraft infolge der Hauptzugkraft  $N_1$  näherungsweise mit  $D_{1cm} = \beta_t \cdot D_{1c}$  angegeben werden. Eine Berechnung von  $D_{1cm}$  ist mit Gl. (7-14) möglich. Die Ermittlung von  $D_{1cm}$  bzw.  $D_{2cm}$  kann für  $\Theta \leq 45^\circ$  vereinfachend auch mit

$$D_{1cm} = \beta_t \cdot N_1 \cdot \frac{\Theta}{45^{\circ}} \quad \text{bzw.} \quad D_{2cm} = \beta_t \cdot N_2 \cdot \frac{\Theta}{45^{\circ}}$$
 (7-17)

erfolgen. Darin sind der Einfluss des Verbundes und die Dauer der Einwirkung über  $\beta_t$  entsprechend [DAS-03] berücksichtigt. Ein Vergleich der entsprechend Gl. (7-14) und Gl. (7-17) berechneten mittleren Betondruckkraft ist in Bild 7-7 in bezogener Darstellung angegeben. Es zeigt sich, dass die Unterschiede relativ gering sind. Der Vergleich zwischen den Berechnungen mit dem FE-Modell und nach Gl. (7-17) ergibt ausreichend übereinstimmende Ergebnisse für die mittlere Betondruckkraft.

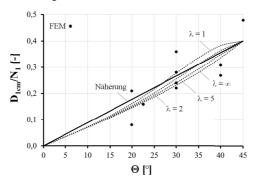


Bild 7-7: Mittlere Betondruckkraft  $D_{1cm}$  der Hauptzugkraft  $N_1$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  und  $\Theta$  für  $\beta_t$  = 0,40 nach Gl. (7-14) und Gl. (7-17) sowie mit FEM

In Bild 7-8 ist ein kritisches Verhältnis zwischen der größeren und der kleineren Hauptzugraft mit  $k_{crit} = N_2/N_1$  angegeben, das erforderlich ist, damit senkrecht zur geringer beanspruchten Richtung von  $N_2$  gerade keine Rissbildung erfolgt bzw. sich bestehende Risse nicht öffnen.

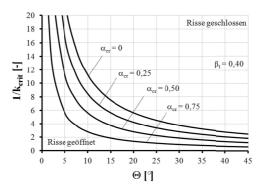


Bild 7-8: Kritisches Verhältnis  $1/k_{crit}$  zwischen  $N_1$  und  $N_2$  in Abhängigkeit von  $\Theta$  und  $\alpha_{cr}$ 

Dieses Verhältnis ist abhängig von der Größe der Rissschnittkraft des Querschnittes in der Hauptrichtung 2 mit  $N_{2ct}$  =  $f_{ct} \cdot A_c$ . Dies kann über  $\alpha_{cr}$  =  $N_{2ct}/N_1$  ausgedrückt werden.  $\alpha_{cr}$  = 0 ist gleichbedeutend mit einem bereits gerissenen Zustand in Richtung von

 $N_2.$  Bei  $\alpha_{cr}>0$  muss außer der Druckkraft  $D_{1cm}$  auch noch die Rissschnittgröße  $N_{2ct}$  überwunden werden, damit eine Rissbildung erfolgt. Beispielsweise setzt für  $\alpha_{cr}=0,50$  und  $\Theta=30^\circ$  mit  $N_1=1/k_{crit}\cdot N_2=1,88\cdot N_2$  gerade noch keine Rissbildung in der Hauptrichtung 2 ein. Dagegen ist bei einer Wiederbelastung für  $\Theta=30^\circ$  mit  $\alpha_{cr}=0$  eine Beanspruchung von  $N_1\geq 3,75\cdot N_2$  erforderlich, damit in der Hauptrichtung 2 die Risse infolge  $D_{1cm}$  überdrückt bleiben.

### 7.2.3 Validierung an Versuchen

## Eigene Versuche (Kleinversuche)

Die in dem Versuch E5 für eine Schiefwinkligkeit der Bewehrung von  $\Theta$  = 45° ermittelten und mit dem Ingenieurmodell berechneten Stahlspannungen sind in Bild 7-9 und Bild 7-10 dargestellt und ergeben eine gute Übereinstimmung.

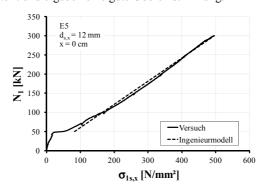


Bild 7-9: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  im Versuch E5 und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta = 45^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 12$  mm

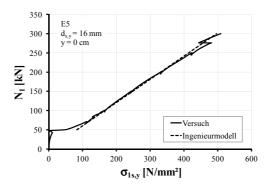


Bild 7-10: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  im Versuch E5 und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta = 45^{\circ}$ ,  $d_{s,y} = 16$  mm

Die Stahlspannungen des Versuchs E10 ergeben für die x-Richtung ebenfalls übereinstimmende Werte zwischen Versuch und Ingenieurmodell (Bild 7-11). Für die y-Richtung sind jedoch die Stahlspannungen erheblich kleiner als im Versuch gemessen (Bild 7-12). Dies ist teilweise in der Annahme vollkommen schubstarrer Rissufer begründet, vorwiegend jedoch auf die Vernachlässigung des Verbundes zurückzuführen. Im Ingenieurmodell werden die unterschiedlichen Verbundsteifigkeiten der x- und y-Richtung vernachlässigt. Der Einfluss des Verbundes ist umso größer, je kleiner  $\Theta$  ist. Dies ist bei dem Versuch E10 mit  $\Theta$  = 22,5° der Fall. Die y-Richtung wird weniger stark beansprucht, die Verbundsteifigkeit gegenüber der x-Richtung in Rissnähe ist jedoch sehr groß. Für den Nachweis der Rissbreiten ist diese Abweichung zwischen Versuch und Berechnung nicht von Bedeutung, da für kleine Schiefwinkligkeiten  $\Theta$  die y-Richtung nicht maßgebend wird (Abschnitt 6.5).

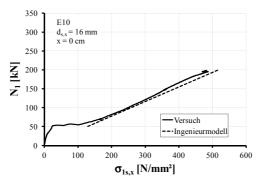


Bild 7-11: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  im Versuch E10 und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 16$  mm

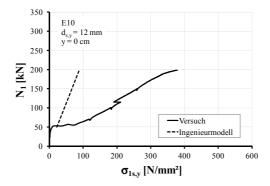


Bild 7-12: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  im Versuch E10 und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta=22,5^{\circ}$ ,  $d_{s,y}=12$  mm

Insgesamt können für die eigenen Versuche (E1 bis E15) die für einen Rissbreiten- oder Verformungsnachweis maßgebenden Stahlspannungen im Riss mit dem Ingenieurmodell mit ausreichender Übereinstimmung zu den Versuchsergebnissen berechnet werden. Die Nachrechnungen sind im Anhang B-7 vollständig dokumentiert.

## Versuche von PETER

Zwischen den rechnerischen Stahlspannungen und den Versuchswerten für den Nullversuch S 2r 0 ergeben sich Abweichungen. Vermutlich waren die DMS im Versuch nicht genau im Riss angeordnet und ergeben daher teilweise kleinere Stahlspannungen.

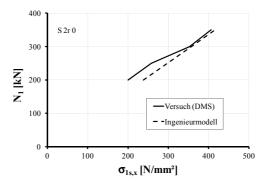


Bild 7-13: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  im Versuch S 2r 0 [Pet-64] und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

In Bild 7-14 und Bild 7-15 sind die Stahlspannungen für den Versuchskörper S 2r 40 mit einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta$  = 40° dargestellt. Für die x- und y-Richtung ergibt sich eine ausreichende Übereinstimmung zwischen den Versuchs- und Berechnungswerten.

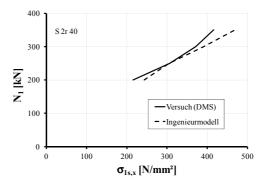


Bild 7-14: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  im Versuch S 2r 40 [Pet-64] und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta=40^\circ$ 

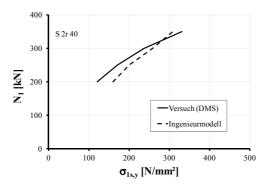


Bild 7-15: Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  im Versuch S 2r 40 [Pet-64] und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell,  $\Theta$  = 40°

Im Anhang sind weitere Versuchswerte aus [Pet-64] den rechnerischen Stahlspannungen gegenübergestellt. Dabei sind ausreichend übereinstimmende Ergebnisse für die Stahlspannungen in x-Richtung festzustellen. Die größten Abweichungen sind, aufgrund der Vernachlässigung der Verbundwirkung, jeweils für  $\Theta = 20^{\circ}$  und  $30^{\circ}$  in y-Richtung zu verzeichnen.

# 7.3 Rissbreitenansatz unidirektionale Rissbildung

# 7.3.1 Berechnung der Rissbreite

Im Rahmen des DIBt Forschungsvorhabens ZP 7.292 wurde in [Kra-10a] vom Verfasser ein Berechnungsansatz entwickelt, der die Ermittlung der Rissbreite in Abhängigkeit von unterschiedlichen Stabdurchmessern  $d_s$ , Bewehrungsgraden effp und Schiefwinkligkeiten  $\Theta$  für orthogonale Bewehrungsnetze erlaubt. Der Ansatz ist an die Vorgehensweise der DIN 1045-1 [DIN-08] zur Ermittlung der Rissbreite bei Bewehrungsführung in Beanspruchungsrichtung gekoppelt, so dass die bekannten Terme und Parameter der Rissbreitenberechnung erhalten bleiben. Für  $\Theta=0$  ergibt sich als Sonderfall der nachfolgenden Beziehungen der Rissbreitenansatz nach DIN 1045-1. Eine ausführliche Herleitung der nachfolgenden Bestimmungsgleichungen ist dem Anhang A-1 zu entnehmen. Der Ansatz basiert auf mechanisch konsistenten Grundlagen für einen starrplastischen Verbundansatz mit  $\tau_{sm}/f_{ct,eff}=1,8$  entsprechend DIN 1045-1.

Die Rissbreite in Hauptrichtung 1 wird für die einaxiale Zugbeanspruchung mit

$$w_{1k} = s_{1r,max} \cdot \Delta \epsilon_{1m} = \max \begin{cases} s_{1r,max,x} \cdot (\epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x}) / cos\Theta \\ s_{1r,max,y} \cdot (\epsilon_{1sm,y} - \epsilon_{1cm,y}) / sin\Theta \end{cases}$$
(7-18)

bestimmt.

#### Dabei ist

s<sub>1r,max,x</sub> und s<sub>1r,max,y</sub> maximaler Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild,

 $\epsilon_{1sm,x}$  und  $\epsilon_{1sm,y}$  mittlere Dehnung der Bewehrung unter der maßgebenden

Einwirkungskombination unter Berücksichtigung der Mitwirkung

des Betons auf Zug zwischen den Rissen,

 $\varepsilon_{lcm,x}$  und  $\varepsilon_{lcm,y}$  mittlere Dehnung des Betons zwischen den Rissen,

Θ Abweichung der Richtung der Bewehrung von der Hauptzugrich-

tung.

Bei Verwendung unterschiedlicher Stabdurchmesser je Richtung und damit verschiedener Einleitungslängen im Erstrisszustand, sowie der unterschiedlichen Neigungen der Stäbe bezüglich der Rissachse, ist eine maßgebende Bewehrungsrichtung für den Nachweis der Rissbreite zu bestimmen. Um die Berechnung der Rissbreite in Gl. (7-18) nicht für beide Richtungen durchführen zu müssen, wird mit der Abgrenzung

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta \quad \begin{cases} > 1 \quad y - ma \& gebend \\ < 1 \quad x - ma \& gebend \end{cases}$$
 (7-19)

vorab die maßgebende Bewehrungsrichtung ermittelt.

Dabei ist

d<sub>s,x</sub> Stabdurchmesser des Betonstahls in x-Richtung,

d<sub>s,y</sub> Stabdurchmesser des Betonstahls in y-Richtung.

Die Dehnungsdifferenz wird in Abhängigkeit von Gl. (7-19) bestimmt zu

$$\varepsilon_{1\text{sm,x}} - \varepsilon_{1\text{cm,x}} = \frac{\sigma_{1\text{s,x}}}{E_{\text{s}}} - \frac{0.4}{E_{\text{s}}} \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}} \cdot (1 + \alpha_{\text{e}} \cdot \text{eff} \rho_{1}^{*})}{\text{eff} \rho_{1}^{*}} \cdot \cos^{2}\Theta \ge 0.6 \cdot \frac{\sigma_{1\text{s,x}}}{E_{\text{s}}}, \quad (7-20)$$

$$\epsilon_{1sm,y} - \epsilon_{1cm,y} = \frac{\sigma_{1s,y}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{eff \rho_1^*} \cdot \sin^2 \Theta \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_{1s,y}}{E_s}. \tag{7-21}$$

Es gilt

 $\sigma_{1s,x}/E_s$ ,  $\sigma_{1s,y}/E_s$  Stahldehnung im Riss in der jeweiligen Bewehrungsrichtung. Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wird ermittelt mit:

$$\frac{0.4}{E_c} \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff} \rho_1^*)}{\text{eff} \rho_1^*}$$
 (7-22)

Dabei ist

 $\alpha_e$  Verhältnis der Elastizitätsmoduln  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$ ,

f<sub>ct,eff</sub> wirksame Betonzugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt,

effρ<sub>1</sub>\* effektiver Bewehrungsgrad mit

$$eff \rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}}.$$
 (7-23)

Dabei ist

A<sub>s,x</sub> Querschnittfläche der Betonstahlbewehrung in x-Richtung,

A<sub>s,y</sub> Querschnittfläche der Betonstahlbewehrung in y-Richtung,

A<sub>c,eff</sub> Wirkungsbereich der Bewehrung nach DIN 1045-1.

Die Ermittlung des maximalen Rissabstandes, bezogen auf die Stabachse der Bewehrung, erfolgt mit

$$s_{1r,max,x} = \frac{1}{3,6 \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{eff\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{eff\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{1s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos\theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff\rho_1^*)'}$$
(7-24)

$$s_{1r,\text{max},y} = \frac{1}{3,6 \cdot \sin\Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{1s,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin\Theta}{3,6 \cdot f_{\text{ct},\text{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_1^*)} \tag{7-25}$$

ebenfalls unter Berücksichtigung von Gl. (7-19).

Für den effektiven Bewehrungsgrad der jeweiligen Richtung gilt

$$eff \rho_{1x} = \frac{A_{s,x}}{A_{c,eff}} \cdot cos\Theta \; ; \; eff \rho_{1y} = \frac{A_{s,y}}{A_{c,eff}} \cdot sin\Theta. \tag{7-26}$$

Die zur Berechnung der Rissbreite benötigten Stahlspannungen werden entsprechend Abschnitt 7.2.2 bestimmt.

# 7.3.2 Validierung an Versuchen

## Versuche von PETER (einaxialer Zug)

In [Kra-10a] wurde vom Verfasser bei der Berechnung eine kontinuierliche Bewehrung mit  $d_s = 8$  mm und s = 10 cm angesetzt. Dies führt rechnerisch meist zu nicht ganzzahligen Bewehrungsstäben und damit teilweise zu Diskrepanzen mit den Messwerten. Im Versuch kreuzt eine endliche Anzahl von Bewehrungsstäben den Riss. Entgegen den Berechnungen aus [Kra-10a] wird daher nachfolgend die tatsächliche Stabanzahl über die Versuchskörperbreite im Riss zugrunde gelegt. Diese wurde anhand von Fotos und Bewehrungsplänen aus [Pet-64] bei jedem Versuch für den Rissquerschnitt einzeln ermittelt.

Der aus den Versuchsdaten nach [Pet-64] bestimmte mittlere Rissabstand  $s_{r,m}$  ist in Bild 7-16 dargestellt. Bis auf den Nullversuch S 2r 0 bildeten sich bei den anderen Versuchen auch in höheren Laststufen weitere Risse, so dass der mittlere Rissabstand mit zunehmender Beanspruchung geringer wird.

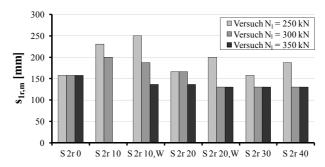


Bild 7-16: Mittlerer Rissabstand der Versuche aus [Pet-64]

In Bild 7-17 sind die auf Basis der stochastischen Auswertungen in Abschnitt 4.2 ermittelten 95 %-Quantilwerte der Rissabstände aufgeführt.

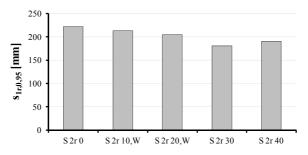


Bild 7-17: 95 %-Quantil des Rissabstandes der Versuche aus [Pet-64]

Mit wachsender Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$  bei ansonsten konstanten Randbedingungen ( $f_c$ ,  $A_s$ ,  $d_s$ ,  $\lambda$ ) nehmen die 95 %-Quantilwerte der Rissabstände in Bild 7-17 ab.

Die Berechnungsergebnisse für den maximalen Rissabstand sind in Bild 7-18 dargestellt. Zunächst ist festzustellen, dass sich, bis auf S 2r 40 bei  $N_1$  = 250 kN, alle Versuchskörper rechnerisch im abgeschlossenen Rissbild befinden. Darüber hinaus ist ein Einfluss von  $\Theta$  in Richtung kleinerer Rissabstände bei wachsender Schiefwinkligkeit zu erkennen.

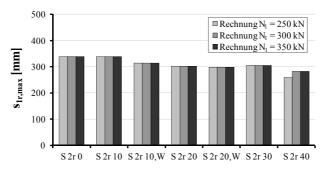


Bild 7-18: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) der Versuche aus [Pet-64]

In Bild 7-19 wird der rechnerisch maximale Rissabstand aus Bild 7-18 auf den mittleren Rissabstand aus Bild 7-16 bezogen. Der Verhältniswert  $s_{1r,max}/s_{1r,m}$  liegt dabei im Bereich von 1,3 bis 2,3. Mit den Annahmen eines mittleren Rissabstandes von  $s_{r,m}=l_{es}$  nach [Scho-84], [Emp-95] und  $s_{1r,max}=2\cdot l_{es}$  nach DIN 1045-1 liegen die Werte, unter Berücksichtigung der üblichen Streuungen, im zu erwartenden Bereich.

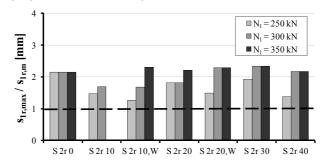


Bild 7-19: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bezogen auf den mittleren Rissabstand der Versuche aus [Pet-64]

In Bild 7-20 ist der rechnerisch maximale Rissabstand aus Bild 7-18 auf den 95 %-Quantilwert der Versuche aus Bild 7-17 bezogen worden. Der rechnerische Wert ist hierbei stets größer ist als das 95 %-Quantil.

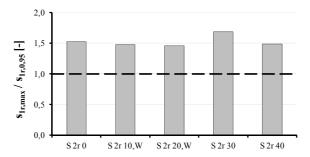


Bild 7-20: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche aus [Pet-64]

Soll ein direkter Vergleich des Rissabstandes mit Versuchsergebnissen erfolgen, um z. B. die Güte des Rechenverfahrens zu überprüfen, so bietet es sich an, den rechnerischen 95 %-Quantilwert nach Gl. (7-24) mit dem  $\beta$  Faktor gemäß Abschnitt 4.2 zu bestimmen. Das Ergebnis ist in Bild 7-21 dargestellt, dabei wurde  $\beta$  = 1,6 (const) gesetzt. Zwischen den rechnerischen Werten und denen aus den Versuchen ergibt sich ein mittleres Verhältnis von  $s_{1r,k}/s_{1r0,95}$  = 1,2. Insgesamt ist festzustellen, dass im Rahmen der Nachrechnungen der Versuche aus [Pet-64] der Rissabstand mit Gl. (7-24) wirklichkeitsnah und ausreichend genau ermittelt wird.

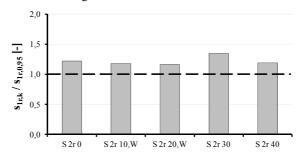


Bild 7-21: Rechnerischer 95 %-Quantilwert des Rissabstandes nach Gl. (7-24) mit  $\beta$  = 1,6 bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche aus [Pet-64]

In Bild 7-22 sind die aus dem Nullversuch S 2r 0 ermittelten mittleren Dehnungen der DMS-Messungen und der SDM-Messungen den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) gegenüber gestellt. Bei den DMS-Messungen werden nur die mittleren Stahldehnungen erfasst. Die Messungen mit SDM geben die Dehnungsdifferenz zwischen Beton und

Betonstahl an. Für den Nullversuch S 2r 0 ist eine ausreichende Übereinstimmung zwischen rechnerischen und gemessenen Werten in Bild 7-22 festzustellen. In höheren Laststufen nahe der Versagenslast ergeben sich rechnerisch geringere Werte.

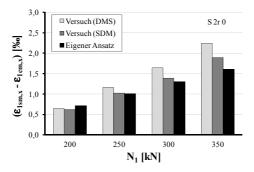


Bild 7-22: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnungen in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für den Versuch S 2r 0, Θ = 0° aus [Pet-64]

In Bild 7-23 und Bild 7-24 sind die Auswertungen der mittleren Dehnungen für den Versuch S 2r 40 mit einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta = 40^{\circ}$  dargestellt. Sowohl für die x-Richtung als auch für die y-Richtung der Bewehrung ergibt sich mit Gl. (7-20) und Gl. (7-21) eine zutreffende Beschreibung der mittleren Dehnungsdifferenz.

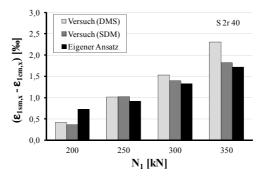


Bild 7-23: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnungen in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für den Versuch S 2r 40, Θ = 40° aus [Pet-64]

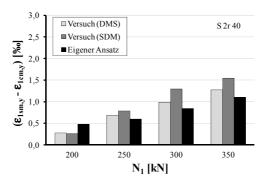


Bild 7-24: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnungen in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21) für den Versuch S 2r 40,  $\Theta$  = 40° aus [Pet-64]

Im Anhang E-4 sind weitere Berechnungsergebnisse den Versuchswerten der mittleren Dehnungsdifferenz gegenübergestellt. Insgesamt sind für die Versuche von PETER übereinstimmende Ergebnisse zwischen berechneten und gemessenen Werten festzustellen

Die nach Gl. (7-18) bestimmte charakteristische Rissbreite ist in Bild 7-25 den Versuchswerten gegenüber gestellt. Die in den Versuchen gemessene Rissbreite ist der absolute Maximalwert  $w_{exp,max}$  bzw. der Mittelwert der maximalen Rissbreite  $w_{exp,max,m}$ , gebildet aus den drei Messlinien über die Versuchskörperbreite [Pet-64], [Kra-10a]. Die Standardabweichung der Stichprobe beträgt s=0,40 bzw. 0,39 mm und der Variationskoeffizient v=0,25 bzw. 0,26.

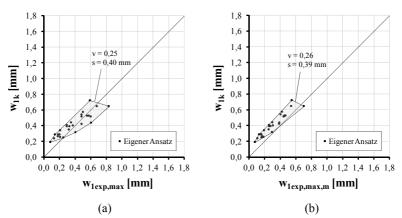


Bild 7-25: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) gemittelte Maximalwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Pet-64] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach Gl. (7-18)

In Bild 7-26 und Bild 7-27 sind die Versuchsergebnisse dem Ansatz von CLARK [Cla-73] in Verbindung mit der DIN 1045-1 und dem Ansatz von GIORDANO & MANCINI gegenübergestellt. Charakteristisches Ergebnis des Ansatzes von CLARK ist, dass mit wachsender Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$  der rechnerische Rissabstand zunehmend größer ermittelt wird und damit die rechnerischen Rissbreiten im Vergleich zu den Versuchen zu groß berechnet werden [Kra-10a]. Der Ansatz aus [Gio-09] ergibt im Vergleich zu CLARK eine bessere Übereinstimmung mit den Messwerten, unterschätzt jedoch die Rissbreiten vorrangig im Bereich  $10^{\circ} \le \Theta \le 30^{\circ}$ .

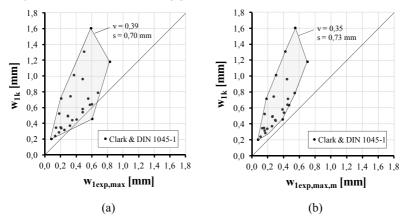


Bild 7-26: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) gemittelte Maximalwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Pet-64] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Cla-72]

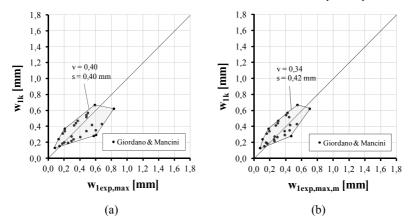


Bild 7-27: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) gemittelte Maximalwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Pet-64] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Gio-09]

## Versuche von IVÁNYI & LARDI (einaxiale Biegung)

In den nachfolgend dargestellten Berechnungen der Rissabstände und Rissbreiten wurden wie bei den Versuchen von PETER [Pet-64] auf die gleiche Weise die tatsächlich im Riss vorhandenen Bewehrungsstäbe je Richtung berücksichtigt.

In Bild 7-28 und Bild 7-29 sind die aus den Versuchen von [Iva-82] ermittelten mittleren Werte und die 95 %-Quantilwerte der Rissabstände angegeben. Bei den Versuchen P1 bis P5, P6 und P7 sowie P10 und P11 wurde die Schiefwinkligkeit der Bewehrung verändert, die übrigen Parameter waren jeweils konstant. Bei den restlichen Versuchen (P8, P9, P12, P13, P14 und P15) wurden unter Beibehaltung einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta = 30^\circ$  der Stabdurchmesser, der Bewehrungsgrad sowie das Bewehrungsverhältnis  $\lambda$  und die Höhe der Streckgrenze des Betonstahls variiert.

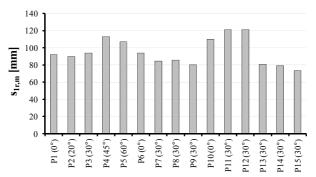


Bild 7-28: Mittlerer Rissabstand der Versuche aus [Iva-82]

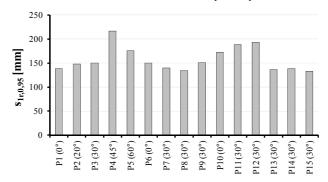


Bild 7-29: 95 %-Quantil des Rissabstandes der Versuche aus [Iva-82]

Die für die Berechnung der Rissabstände und der Rissbreiten nach Gl. (7-24) erforderlichen Stahlspannungen werden mit der Hauptzugraft  $N_1$  aus dem Hauptmoment  $M_1$  und einem mittleren inneren Hebelarm  $z_m$  bestimmt (Bild 3-1). Die Versuchsdokumentation enthält keine Angaben zu Risstiefen (h-x) oder Druckzonenhöhen x. Vereinfachend gilt

 $z_m$  = 0,9 · d<sub>m</sub>. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass die Bestimmung der Stahlspannungen mit Hilfe des geschätzten inneren Hebelarms eine Näherung darstellt.

Die Ergebnisse des rechnerisch maximalen Rissabstandes s<sub>r,max</sub> sind in Bild 7-30 dargestellt. Wird der rechnerisch maximale Rissabstand auf den Mittelwert aus den Versuchen bezogen, dann ergibt sich ein Quotient nach Bild 7-31. Dieser liegt in einem Bereich zwischen 1,91 (P6) und 3,04 (P13).

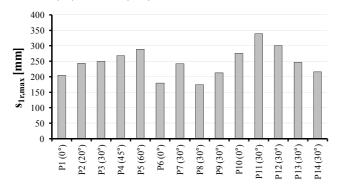


Bild 7-30: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) der Versuche aus [Iva-82]

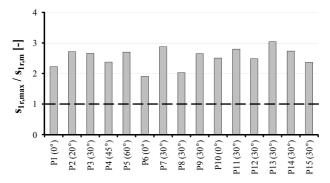


Bild 7-31: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bezogen auf den mittleren Rissabstand der Versuche aus [Iva-82]

Wird der rechnerisch maximale Rissabstand  $s_{1r,max}$  auf den 95 %-Quantilwert  $s_{1r,0,95}$  der Versuche bezogen (Bild 7-32), dann folgt für den Quotient ein Bereich zwischen 1,29 (P8) und 1,80 (P13). Soll wie bei den Versuchen von PETER [Pet-64] ein direkter Vergleich des Rissabstandes mit Versuchsergebnissen erfolgen, dann ergibt sich mit dem bezogenen Rissabstand von  $\beta$  = 1,6 der Quotient des rechnerischen 95 %-Quantil-

wertes zum 95 %-Quantil aus den Versuchen wie in Bild 7-33 dargestellt im Mittel zu  $s_{1r,k}/s_{1r,0.95} = 1,2$ .

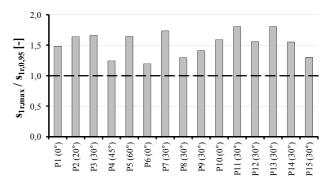


Bild 7-32: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24), bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche aus [Iva-82]

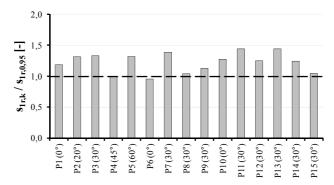


Bild 7-33: Rechnerischer 95 %-Quantilwert des Rissabstandes nach Gl. (7-24) mit  $\beta$  = 1,6, bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche aus [Iva-82]

Eine Schwierigkeit beim Vergleich rechnerischer Rissbreiten mit Messwerten von biegebeanspruchten Bauteilen besteht in der Rissaufweitung infolge der Momentenbeanspruchung. Besonders bei dünnen Platten mit relativer großer Betondeckung, wie bei den vorliegenden Versuchskörpern, stimmt die an der Oberfläche des Bauteils gemessene Rissbreite meist nicht mit der Rissbreite in Höhenlage der Bewehrung überein. Nach DIN 1045-1 werden die Rissbreiten im Schwerpunkt der Bewehrung ermittelt. Daher muss entweder eine Rückrechnung der Messwerte erfolgen oder die Rechenwerte sind auf die Bauteiloberfläche zu extrapolieren. Im vorliegenden Fall wurden die Messwerte mit  $(d_m-x)/(h-x)$  auf die mittlere Höhenlage der beiden Bewehrungsrichtungen bezogen.

Die Ergebnisse der Rissbreitenberechnung nach Gl. (7-18) sind in Bild 7-34 (a) dargestellt. Dabei sind außer den maximalen Rissbreiten w<sub>exp,max</sub> auch die 95 %-Quantilwerte w<sub>exp,0,95</sub> angegeben und den berechneten Rissbreiten in Bild 7-34 (b) gegenübergestellt. Die Berechnung der Rissbreite wurde ebenfalls mit dem Verfahren nach CLARK [Cla-73] in Verbindung mit der DIN 1045-1 (Bild 7-35) und nach GIORDANO & MANCINI [Gio-09] durchgeführt (Bild 7-36). Der eigene Ansatz ergibt gegenüber dem Verfahren nach CLARK eine geringere Streuung der Ergebnisse und eine bessere Übereinstimmung mit Versuchswerten. Der Ansatz aus [Gio-09] ergibt ähnliche Ergebnisse wie der eigene Ansatz.

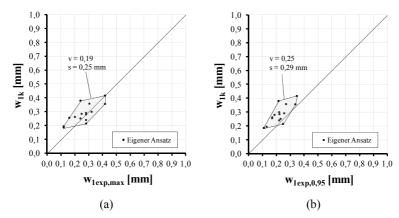


Bild 7-34: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Iva-82] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach Gl. (7-18)

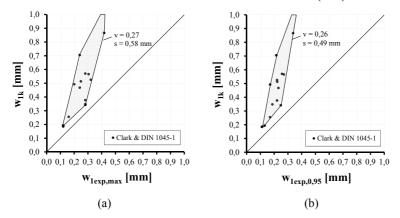


Bild 7-35: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Iva-82] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Cla-72]

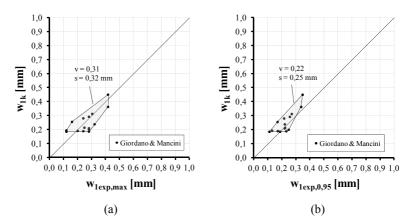


Bild 7-36: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen [Iva-82] mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Gio-09]

## 7.4 Rissbreitenansatz bidirektionale Rissbildung

## 7.4.1 Berechnung der Rissbreite

Bei zweiaxialer Zugbeanspruchung wird angenommen, dass Risse für  $k \leq 0,7$  ideal senkrecht zur Beanspruchungsrichtung entstehen. Aus der Versuchsbeobachtung und den Erkenntnissen der FE-Berechnungen ist festzustellen (Abschnitt 5.3.2 und 6.5.2), dass die Rissbreiten bei zweiaxialer Zugbeanspruchung in der geringer beanspruchten Richtung stets kleiner sind als bei einaxialer Zugbeanspruchung und für  $k \leq 0,7$  kein signifikanter Einfluss auf die Rissbreiten der ersten Hauptzugrichtung besteht. Die Beziehungen aus Abschnitt 7.3 können daher im Weiteren verwendet werden. Für die Hauptrichtung 2 werden im Anhang A-1 Beziehungen abgeleitet. Die Berechnung der Rissbreite erfolgt mit:

$$w_{2k} = s_{2r,max} \cdot \Delta \varepsilon_{2m}(\sigma_{1cm})$$
 (7-27)

Bei zweiaxialer Zugbeanspruchung kann der günstige Einfluss der mittleren Betondruckspannungen nach Gl. (7-17) in Gl. (7-27) berücksichtigt und überprüft werden, ob überhaupt eine Rissbildung in der Hauptrichtung 2 vorliegt.

Im Sonderfall des hydrostatischen Beanspruchungszustandes mit  $0,7 \le k \le 1,0$  ist die Bestimmung der Rissorientierung nicht ohne Weiteres möglich. Eine Vielzahl der Risse entsteht nicht senkrecht, sondern lokal begrenzt schiefwinklig zur Bewehrung (Bild 5-6 (a)). Für eine werkstoffgerechte Bemessung bei hydrostatischer Beanspruchung mit k = 1,0 ist es daher erforderlich, den Winkel  $\Theta$  zwischen Bewehrung und

Rissebene so zu variieren, dass sich für die Rissbreite  $w_{1k}$  ein Maximum ergibt. Dies schließt ein iteratives Vorgehen ein. Als Startwerte der Iteration sollten die Maxima der Stahlspannungen nach Gl. (7-9) und (7-11) verwendet werden. Hierbei ist  $\sigma_{1cm} = 0$ . Die gesuchte Rissbreite lässt sich auf diese Weise mit wenigen Iterationsschritten ermitteln.

# 7.4.2 Validierung an Versuchen

## Eigene Versuche (zweiaxialer Zug)

In Bild 7-37 ist der gemessene mittlere Rissabstand und in Bild 7-38 der 95 %-Quantilwert jeweils getrennt nach beiden Hauptrichtungen des abgeschlossenen Rissbildes dargestellt. Bei Z5 und Z6 sind die Unterschiede zwischen beiden Hauptrichtungen etwas größer als bei den anderen Versuchen.

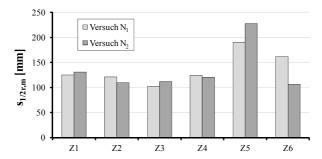


Bild 7-37: Mittlerer Rissabstand der Versuche Z1 bis Z6 Hauptrichtung 1 und 2

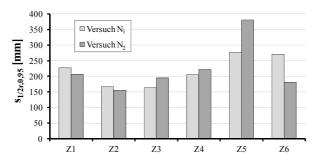


Bild 7-38: 95 %-Quantil des Rissabstandes der Versuche Z1 bis Z6 Hauptrichtung 1 und 2

Die entsprechend Gl. (7-24) bis Gl. (7-26) berechneten maximalen Rissabstände sind in Bild 7-39 angegeben. Für Z1 wurde die Rissbreite iterativ ermittelt. Die zur maßgebenden Rissbreite führende Schiefwinkligkeit beträgt  $\Theta = 32^{\circ}$ . Der zugehörige maximale Rissabstand ist in Bild 7-39 angegeben. Für die Versuche Z4 bis Z6 ergibt sich, auf-

grund der gleichen konstruktiven Ausbildung der Versuchskörper, rechnerisch der gleiche maximale Rissabstand.

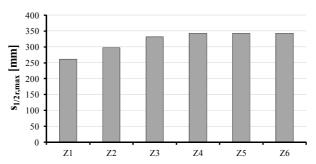


Bild 7-39: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) für die Versuche Z1 bis Z6

In Bild 7-40 ist der maximale Rissabstand  $s_{r,max}$  auf den im Versuch gemessenen mittleren Rissabstand  $s_{r,m}$  im abgeschlossenen Rissbild in der jeweiligen Hauptzugrichtung bezogen. Die Ergebnisse schwanken in einem Bereich zwischen 1,8 und 3,2 für die Hauptrichtung 1 und zwischen 1,5 und 3,2 für die Hauptrichtung 2. Im Mittel ergibt sich für die Hauptrichtung 1 ein Verhältnis von 2,4 und für die Hauptrichtung 2 ein Verhältnis von 2,5.

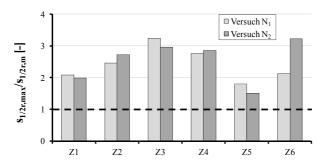


Bild 7-40: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bezogen auf den mittleren Rissabstand der Versuche Z1 bis Z6 in Hauptrichtung 1 und 2

Der maximale Rissabstand  $s_{r,max}$ , bezogen auf den 95 %-Quantilwert  $s_{1r,0,95}$ , ist in Bild 7-41 aufgeführt. Das Verhältnis liegt in einem Bereich von 1,1 bis 2,0 für die Hauptrichtung 1 und von 0,9 bis 1,9 für die Hauptrichtung 2.

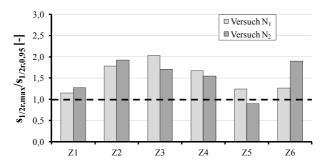


Bild 7-41: Rechnerisch maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche Z1 bis Z6 in Hauptrichtung 1 und 2

Zur Verifizierung des Berechnungsverfahrens ist in Bild 7-42 ein Vergleich zwischen dem mit  $\beta$  = 1,6 rechnerisch ermittelten charakteristischen Rissabstand und dem 95 %-Quantilwert aus den Versuchen angegeben. Der Quotient variiert zwischen 0,9 und 1,6 für die Hauptrichtung 1 und zwischen 0,7 und 1,5 für die Hauptrichtung 2. Im Mittel ergibt sich sowohl für die Hauptrichtung 1 als auch die Hauptrichtung 2 ein Verhältnis von 1,2. Dies entspricht den bei einaxialem Zug und einaxialer Biegung mit k = 0 berechneten Werten.

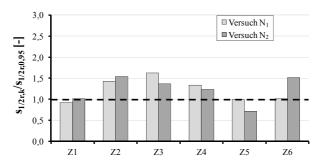


Bild 7-42: Rechnerischer 95 %-Quantilwert des Rissabstandes nach Gl. (7-24) mit  $\beta$  = 1,6 bezogen auf den 95 %-Quantilwert des Rissabstandes der Versuche Z1 bis Z6 in Hauptrichtung 1 und 2

In Bild 7-43 und Bild 7-44 sind die aus den Versuchen ermittelten mittleren Dehnungen der DMS-Messungen den rechnerischen Werten der Dehnungsdifferenz nach Gl. (7-20) bzw. Gl. (7-21) gegenüber gestellt. Für den Versuch Z1 liegen für die rechnerisch maßgebende Rissrichtung keine Messergebnisse vor, daher ist ein Vergleich mit den Rechenwerten nicht möglich. Für die x-Richtung der übrigen Versuche ergeben sich in Bild 7-43 ausreichende Übereinstimmungen zwischen den Mess- und den Berechnungswerten. Für Z5 und Z6 sind in Bild 7-44 etwas größere Abweichungen zwischen

Messung und Berechnung festzustellen. Diese sind vermutlich auf die teilweise schräg zur Normalen der Beanspruchungsrichtung orientierten Risse und die nicht gemessenen Betondehnungen zurückzuführen. Bis auf Z2 ist nach Gl. (7-9) jedoch die x-Richtung maßgebend, so dass die mittlere Dehnungsdifferenz, welche der Rissbreitenberechnung zugrunde liegt, richtig erfasst wird.

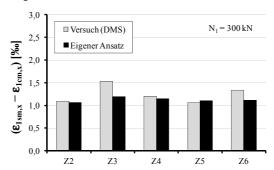


Bild 7-43: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnungen der Versuche Z2 bis Z6 in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20)

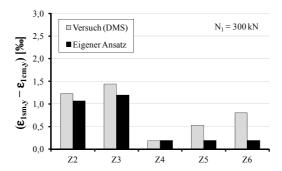


Bild 7-44: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnungen der Versuche Z2 bis Z6 in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21)

Die Gegenüberstellung der rechnerischen Rissbreite des eigenen Ansatzes mit der im Versuch maximal gemessenen Rissbreite bzw. dem 95 %-Quantilwert der Rissbreite ist in Bild 7-45 dargestellt. Bei den Messwerten handelt es sich ausschließlich um Rissbreiten bei Erstbeanspruchung. Rissbreiten mit k ≠ const oder aus Wiederholungsbelastungen wurden nicht berücksichtigt. Zum Vergleich sind die berechneten Rissbreiten nach CLARK [Cla-73] in Verbindung mit der DIN 1045-1 (Bild 7-46) und nach GI-ORDANO & MANCINI [Gio-09] (Bild 7-47) dargestellt. Beim Ansatz von CLARK ergibt sich die typische Überschätzung der Rissbreiten mit wachsender Schiefwinkligkeit. Die Datenpunkte unterhalb der Winkelhalbierenden in Bild 7-46 sind die Ergebnisse der Rissbreitenberechnung für Z1 mit k = 1,0. Mit dem Ansatz von GIORDANO & MANCINI

kann eine bessere Übereinstimmung mit den Messwerten erreicht werden als nach CLARK. Allerdings unterschätzt dieser Ansatz, ähnlich wie bei den Nachrechnung der Versuche von PETER, systematisch die gemessenen Rissbreiten insbesondere bei den Versuchen mit  $\Theta = 22.5^{\circ}$ .

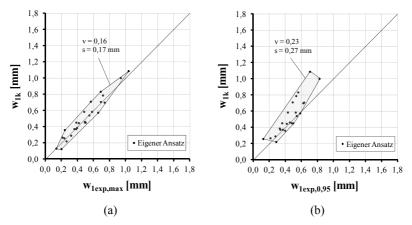


Bild 7-45: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus eigenen Versuchen mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach Gl. (7-18)

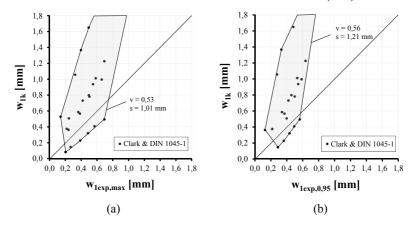


Bild 7-46: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus eigenen Versuchen mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Cla-72]

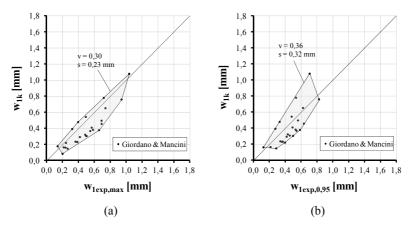


Bild 7-47: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus eigenen Versuchen mit dem charakteristischen Wert der Rissbreiten nach [Gio-09]

## 7.5 Abgleich des numerischen Modells mit dem Ingenieurmodell (Stahlspannungen)

Im Rahmen einer Parameterstudie zum Abgleich der Stahlspannungen zwischen dem numerischen Modell nach Abschnitt 6.2 und dem Ingenieurmodell nach Abschnitt 7.2 wurden verschiedene Einflussgrößen variiert (Tabelle 7-1). Diese wurden so festgelegt, dass sich beim Vergleich beider Modelle maximal mögliche Unterschiede einstellen können.

Tabelle 7-1: Parameterwahl FE-Modell für die Gegenüberstellung mit dem Ingenieurmodell (Stahlspannungen)

Nr.	[-]	1	2	3	4	5	6	7
Θ	[°]	20	30	30	30	30	40	40
$A_{s,x}$	[cm²/m]	11,3	11,3	11,3	15,4	15,4	11,3	11,3
$A_{s,y}$	[cm²/m]	11,3	11,3	11,3	5,0	5,0	11,3	11,3
λ	[-]	1	1	1	3	3	1	1
$d_{s,x}$	[mm]	12	12	12	14	14	12	12
$d_{s,y}$	[mm]	12	12	12	8	8	12	12
G	[N/mm <sup>2</sup> ]	∞	8	0	∞	0	$\infty$	0

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Bild 7-48 und Bild 7-49 dargestellt. Es ist festzustellen, dass die Stahlzugkräfte der Bewehrung in x-Richtung mit dem Inge-

nieurmodell stets größer und die der y-Richtung meist kleiner ermittelt werden als mit dem FE-Modell. Die Unterschiede in der x-Richtung betragen bis zu 26 %.

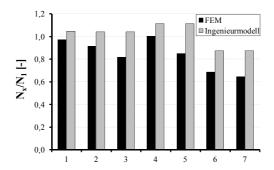


Bild 7-48: Bezogene Normalkraft der Bewehrung in x-Richtung mit der FEM und dem Ingenieurmodell

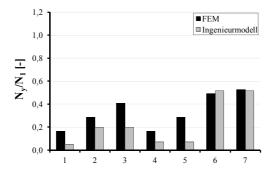


Bild 7-49: Bezogene Normalkraft der Bewehrung in y-Richtung mit der FEM und dem Ingenieurmodell

Die unterschiedlichen Ergebnisse sind auf drei Ursachen zurückzuführen:

- Die Stäbe bei der FEM werden diskret vorgegeben. Somit ist über die endliche betrachtete Breite eine ganzzahlige Menge an Bewehrungsstäben vorhanden. Im Ingenieurmodell wird die Bewehrung auf die Rissrichtung transformiert. Dabei ergeben sich üblicherweise keine ganzzahligen Mengen für die Bewehrungsstäbe.
- 2. Die Bewehrungsstäbe im FE-Modell können neben Normalkräften auch Biegemomente und Querkräfte übertragen (Bild 7-50). Dies bleibt beim Ingenieurmodell unberücksichtigt. Werden die Kraftanteile aus Biegung und Normalkraft auf die Beanspruchungsrichtung bezogen, so ergeben sich bessere Übereinstimmungen zwischen den beiden Modellen [Kra-10a].

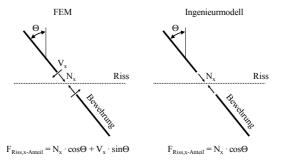


Bild 7-50: Kraftübertagung der Bewehrung im FE-Modell und im Ingenieurmodell

- 3. Mit der Berücksichtigung des nichtlinearen Verbundverhaltens im FE-Modell ergeben sich beanspruchungsabhängig Umlagerungen der Stahlspannungen im Rissquerschnitt. Damit wird die Bewehrung mit der größeren Abweichung von der Beanspruchungsrichtung, in diesem Fall die y-Richtung, im FE-Modell stärker aktiviert als im Ingenieurmodell. Dies ist auf die größere Verbundsteifigkeit der y-Richtung zurückzuführen. Um dies zu veranschaulichen, wurde weitergehend folgende Parameterkonstellation untersucht:
  - $\bullet$   $\Theta$  = 20°
  - $\lambda = 1.0$
  - $d_{s,x} = d_{s,y} = 16 \text{ mm}$
  - $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$
  - G =  $\infty$  (schubstarre Rissufer)
  - $s_{rm} = 15 \text{ cm}$
  - gute Verbundbedingungen

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Bild 7-51 dargestellt. Dazu wurden die Verbundspannungen und der Schlupf der jeweiligen Bewehrungsrichtung in gleichem Abstand vom Riss ermittelt und die Sekantensteifigkeit im Verbundansatz aus Gl. (3-8) eingetragen. Während die Verbundspannungen in der x-Richtung mit wachsendem Schlupf nur noch unterproportional zunehmen, sind die Verbundspannungen der y-Richtung weitgehend proportional zum Schlupf. Die Verbundsteifigkeit in y-Richtung ist in diesem Fall etwa doppelt so groß wie in x-Richtung. Dies erklärt die relativ hohen Stahlspannungen der y-Richtung in den Versuchen gegenüber dem Ingenieurmodell in Abschnitt 7.2.3. Die Diskrepanz ist in y-Richtung umso größer, je kleiner die Schiefwinkligkeit Θ ist. Im Rahmen des Rissbreitennachweises sind die Stahlspannungen der y-Richtung für kleine Θ jedoch nicht maßgebend und die möglichen Abweichungen mit Gl. (7-9) daher auf das Berechnungsergebnis vernachlässigbar.

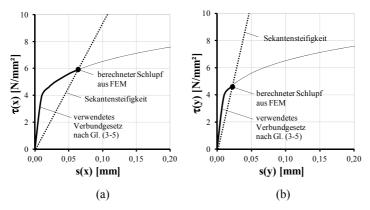


Bild 7-51: Verbundspannungs-Schlupfbeziehung:
(a) Bewehrung in x-Richtung und (b) Bewehrung in y-Richtung

#### 7.6 Parameterstudie mit dem Rissbreitenansatz

Auf Basis von Gl. (7-18) wurde eine Parameteruntersuchung vorgenommen. Hierbei wurden die Schiefwinkligkeit  $\Theta$  von  $0^{\circ}$  bis  $90^{\circ}$  und das Bewehrungsverhältnis  $\lambda$  variiert. Die Randbedingungen lauten wie folgt:

- $N_1 = 250 \text{ kN}$
- $d_{s,x} = d_{s,y} = 12 \text{ mm}$
- $A_{s.x} = 11.3 \text{ cm}^2/\text{m (const.)}$
- $\lambda$  = 1, 2 und 5
- $A_c = 1000 \text{ cm}^2$
- $f_{ctm} = 2.0 \text{ N/mm}^2$
- $E_c = 25.000 \text{ N/mm}^2$
- $\bullet$  E<sub>s</sub> = 200.000 N/mm<sup>2</sup>

Für den maximalen Rissabstand in Bild 7-52 ergibt sich mit steigendem Bewehrungsverhältnis  $\lambda$  eine Zunahme von  $s_{1r,max}$ . Für  $\lambda=1$  weist  $s_{1r,max}$  aufgrund der symmetrischen Bewehrung einen spiegelsymmetrischen Verlauf auf. Ab einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta=32^\circ$  ist eine Abnahme bis  $\Theta=45^\circ$  zu erkennen. Diese Abnahme ist auf den rechten Term in Gl. (7-24) zurückzuführen, wonach die Einleitungslänge für die Erstrissbildung maßgebend wird. Ein dazu affiner Verlauf ergibt sich für  $\lambda=2$  und 5. Bei  $\lambda=2$  weist der Rissabstand wegen der geringeren Bewehrung in y-Richtung keine Symmetrie auf, sondern zeigt für  $\Theta>45^\circ$  monoton steigende Werte. Für  $\lambda=5$  ist bei  $\Theta=48^\circ$  die Streckgrenze des Betonstahls mit  $f_{yk}=500$  N/mm² in y-Richtung erreicht. Die Berechnung wurde an dieser Stelle abgebrochen.

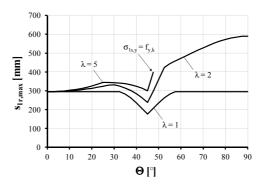


Bild 7-52: Maximaler Rissabstand nach Gl. (7-24) bzw. Gl. (7-25) in der Hauptrichtung 1 in Abhängigkeit von Gl. (7-19), der Schiefwinkligkeit Θ und dem Bewehrungsverhältnis λ

Wie von Stabtragwerken her bekannt, führt die in Bild 7-53 dargestellte Verringerung des Bewehrungsgrades effp\*, hier beeinflusst durch zunehmendes  $\lambda$  und  $\Theta$ , zur Zunahme der Dehnungsdifferenz. Wie beim maximalen Rissabstand ist der Verlauf der Dehnungsdifferenz für  $\lambda=1$  spiegelsymmetrisch. Für  $\lambda=2$  ist der Verlauf affin zu  $\lambda=1$  und weist ein Maximum bei  $\Theta=64^\circ$  auf. Bei weiterer Steigerung von  $\Theta$  nimmt effp\* in Gl. (7-21) zu und damit die Dehnungsdifferenz wieder etwas ab. Für  $\lambda=5$  ergibt sich eine monoton steigende Dehnungsdifferenz bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls.

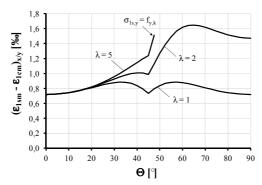


Bild 7-53: Dehnungsdifferenz nach Gl. (7-20) bzw. Gl. (7-21) in der x- bzw. y-Richtung in Abhängigkeit von Gl. (7-19), der Schiefwinkligkeit  $\Theta$  und dem Bewehrungsverhältnis  $\lambda$ 

Die in Bild 7-54 dargestellte charakteristische Rissbreite  $w_k$  weist bei steigendem  $\lambda$  und für  $\Theta > 0^\circ$  stets größere Werte auf als für  $\Theta = 0^\circ$ . Für ein Innenbauteil der Anforderungsklasse F nach DIN 1045-1 [DIN-08] darf eine Grenzrissbreite von  $w_{lim} = 0.4$  mm

nicht überschritten werden. Dies ist bei der vorliegenden Parameterkonstellation für eine beliebige Orientierung der Bewehrung nur mit  $\lambda=1$  sichergestellt. Für  $\Theta=45^\circ$  ergibt sich eine um 24 % größere charakteristische Rissbreite als für  $\Theta=0^\circ$ , wobei die rechnerisch wirksame Bewehrung je  $m^2$  für  $\Theta=45^\circ$  gegenüber  $\Theta=0^\circ$  um den Faktor 2 größer ist. Das Maximum von  $w_k$  mit  $\lambda=1$  liegt bei  $\Theta=35^\circ$  bzw. bei 55° und ist gegenüber der Berechnung ohne Richtungsabweichung um 75 % größer. Für  $\lambda=2$  wird die Grenzrissbreite bei  $\Theta=29^\circ$  bzw. für  $\lambda=5$  bei  $\Theta=27^\circ$  überschritten. Der Unterschied von  $w_k$  zwischen  $\lambda=1$  und  $\lambda=5$  beträgt für  $\Theta=45^\circ$  rund das Dreifache.

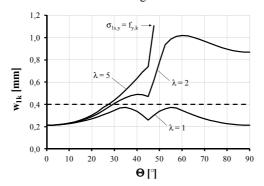


Bild 7-54: Charakteristische Rissbreite  $w_k$  nach Gl. (7-18) in Abhängigkeit von der Schiefwinkligkeit  $\Theta$  und dem Bewehrungsverhältnis  $\lambda$ 

## 7.7 Schlussbemerkung

Mit dem neuen Rissbreitenansatz steht eine Methode auf Basis konsistenter mechanischer Grundprinzipien zur Verfügung, die eine praxisgerechte Bestimmung der Stahlspannungen, Rissabstände, Dehnungsdifferenz und Rissbreiten von Flächentragewerken aus Stahlbeton mit beliebig orientierter Bewehrung sowohl unter einaxialer als auch unter zweiaxialer Beanspruchung ermöglicht. Dabei wurde ein normkonformer Berechnungsansatz als Basisformulierung gewählt.

In Bild 7-55 sind die Ergebnisse der Rissbreitenberechnungen für reinen Zug und Biegung zusammengefasst und den maximalen Rissbreiten bzw. den 95%-Quantilwerten aus den eigenen Versuche und den Versuchen aus [Iva-82], [Pet-64] gegenüber gestellt. Der eigene Ansatz ergibt im Vergleich mit Versuchswerten wirklichkeitsnahe Ergebnisse. Damit ist die Sicherstellung der Rissbreite bei beliebig orientierter Bewehrung unter Biege- und Zugbeanspruchungen möglich. Der Ansatz von CLARK [Cla-73] weist mehrheitlich konservative Berechnungsergebnisse auf (Bild 7-56). Mit dem Ansatz von GIORDANO & MANCINI [Gio-09] (Bild 7-57) wird meist eine bessere Übereinstimmung mit Versuchswerten erreicht als nach CLARK, jedoch, selbst bei Zugrundelegung des

95%-Quantils, die gemessene Rissbreite häufig unterschritten. Eine zielsichere Berechnung ist mit [Gio-09] für eine von bis zu  $\Theta \le 30^{\circ}$  von der Hauptzugrichtung abweichende Bewehrung nicht möglich. Den Berechnungsergebnissen in Bild 7-55 bis Bild 7-57 liegen folgende Versuchsdaten zugrunde:

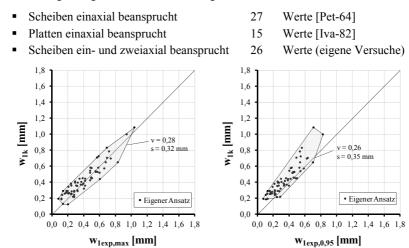


Bild 7-55: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen und nach Gl. (7-18) – eigene Versuche und Versuche aus [Iva-82] sowie [Pet-64]

(b)

(a)

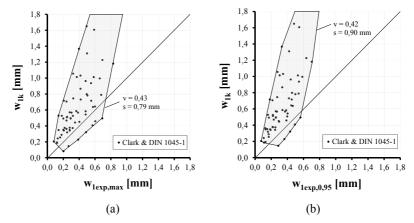


Bild 7-56: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen und nach [Cla-72] – eigene Versuche und Versuche aus [Iva-82] sowie [Pet-64]

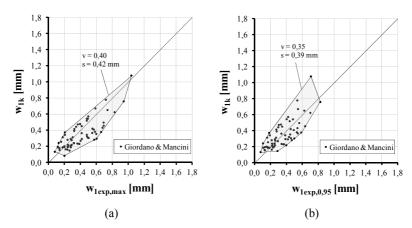


Bild 7-57: Vergleich der gemessenen und rechnerischen Rissbreite: (a) Maximalwerte und (b) 95 %-Quantilwerte der Rissbreiten aus Versuchen und nach [Gio-09] – eigene Versuche und Versuche aus [Iva-82] sowie [Pet-64]

# 8 Formänderungsansatz für Flächentragwerke mit beliebig orientierter Bewehrung

## 8.1 Vorbemerkung

Die rechnerische Bestimmung von Formänderungen bei Flächentragwerken aus Stahlbeton erfordert eine zutreffende mathematische Formulierung. Bisherige Ansätze für Flächentragwerke aus z. B. [Aoy-83], [Vec-86], [Pan-95], [Kau-98] lassen nur iterative Lösungen zu und berücksichtigen keine Interaktion der Hauptrichtungen bei zweiaxialer Zugbeanspruchung.

Ziel dieses Abschnittes ist die Erarbeitung eines konsistenten, geschlossenen Ansatzes für die Verformungsberechnung bei Flächentragwerken auf Basis mechanischer Grundprinzipien und unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton. Es sollen die Grundfälle reiner Zug, reine Biegung und Druck-Zug-Schub-Kombinationen beschrieben werden. Die nachfolgenden Untersuchungen bauen auf Berechnungsgrundlagen für Stahlbetonbauteile ohne Richtungsabweichung der Bewehrung auf. Für  $\Theta=0^\circ$  gehen die Erweiterungen stets in die Ausgangsformulierung über.

## 8.2 Berechnungsgrundlagen für den Versagenszustand

Im Traglastzustand können sich die Bruchlinien bei Flächentragwerken aus Stahlbeton anders einstellen als die Risse des Gebrauchszustandes nach Abschnitt 4.2.1 und 5.3.3 [Iva-82], [Vec-82]. Vergleichsberechnungen von AOYAGI & YAMADA [Aoy-83] haben für die Verfahren aus [Lei-25], [Pet-64] und [Bau-72] ergeben, dass die Wahl der Neigung der Bruchlinien keinen signifikanten Einfluss auf die Stahlspannungen bei Erreichen der Traglast hat. Daher wird das in Abschnitt 7.2.2 beschriebene Modell im Folgenden zur Bestimmung der Grenztragfähigkeit des Betonstahls herangezogen.

Bei Flächentragwerken sind zwei Versagensmodi möglich:

- Versagen einer oder beider Bewehrungsrichtungen durch Überschreiten der Fließgrenze des Betonstahls  $\varepsilon_{su}$  entsprechend Gl. (7-9) und Gl. (7-11),
- Versagen des Betons durch Erreichen der maximalen Grenzstauchung entsprechend Gl. (3-2) mit  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$ .

Bei Scheiben ist darüber hinaus folgender Versagensmodus zu berücksichtigen:

• Versagen der Rissebene infolge Schubbeanspruchung bei Erreichen der maximalen Beanspruchbarkeit entsprechend Gl. (3-8) mit  $|\tau_{c,xy}| = \tau_{c,max}$ .

## 8.3 Modifizierte Zugkennlinie für einaxiale Beanspruchung

## 8.3.1 Mathematische Beziehung

Die Grundlage eines erweiterten Ansatzes für das Formänderungsverhalten von Flächentragwerken bildet das Modell nach Heft 525 DAfStb [DAS-03], welches den Einfluss schiefwinkliger Bewehrung erfassen soll. Für die nachstehenden Definitionen und Bezeichnungen gilt Bild 8-1. Hierbei handelt es sich um eine modifizierte Stahlkennlinie analog zu Heft 525, welche jedoch allgemeiner formuliert, auf die Hauptzugrichtung bezogen und im Folgenden als Zugkennlinie bezeichnet wird. Es gilt die vereinfachende Annahme entsprechend [Aoy-83] und [Vec-86], dass die Richtung der Hauptspannung der Richtung der mittleren Hauptdehnung entspricht.

Da zum Tension Stiffening im plastischen Zustand bei beliebiger Orientierung der Bewehrung keine ausreichend dokumentierten Versuchsergebnisse vorliegen, wird mit Erreichen der Streckgrenze  $f_{yk}$  einer Bewehrungsrichtung ein ideal plastischer Verlauf für die Zugkennlinie angesetzt. In gleicher Weise wird bei Erreichen der maximalen Beanspruchbarkeit der Rissebene  $\tau_{c.max}$  vorgegangen.

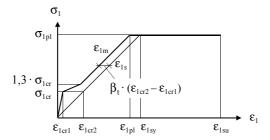


Bild 8-1: Modifizierte Zugkennlinie zur Berücksichtigung des Tension Stiffening

Im ungerissenen Bereich  $(0 \le \epsilon_{lm} \le \epsilon_{crl})$  besteht der Zusammenhang zwischen der mittleren Hauptdehnung  $\epsilon_{lm}$  und  $\epsilon_{lc}$  mit:

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_{1c}$$
 (8-1)

Für den Rissbildungsbereich ( $\varepsilon_{cr1} < \varepsilon_{1m} < 1,3 \cdot \varepsilon_{1cr1}$ ) gilt:

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_{1s} - \frac{\beta_t \cdot (\sigma_1 - \sigma_{1cr}) + (1.3 \cdot \sigma_{1cr} - \sigma_1)}{0.3 \cdot \sigma_{1cr}} \cdot (\varepsilon_{1cr2} - \varepsilon_{1cr1})$$
 (8-2)

Die mittlere Hauptdehnung berechnet sich im abgeschlossenen Rissbild bis zur Streckgrenze einer Bewehrungsrichtung  $(1,3 \cdot \epsilon_{lerl} < \epsilon_{lm} < \epsilon_{lpl})$  zu:

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_{1s} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{1cr2} - \varepsilon_{1cr1})$$
 (8-3)

#### Dabei ist

$\sigma_1$	Hauptspannung 1,
------------	------------------

 $\epsilon_{lm}$  mittlere Hauptdehnung 1,

 $\varepsilon_{1c}$  Betondehnung vor Rissbildung in Hauptrichtung 1,

 $\varepsilon_{ler1}$  Hauptdehnung 1 im ungerissenen Zustand bei der Rissspannung mit

 $\varepsilon_{1\text{cr}1} = \frac{f_{\text{ctm}}}{F_{\text{c}}}$ 

 $\sigma_{lcr}$  Rissspannung mit  $\sigma_{1cr} = f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*),$ 

 $\epsilon_{1cr2}$  Hauptdehnung 1 im Riss unter der Rissspannung mit

 $\epsilon_{1cr2} = \frac{f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{E_S \cdot eff \rho^*}$ 

 $\varepsilon_{1s}$  Hauptdehnung 1 im Riss mit  $\varepsilon_{1s} = \frac{\sigma_1}{E_0 \cdot effo^*}$ 

 $\epsilon_{lpl}$  Hauptdehnung bei Erreichen der Streckgrenze im Riss mit

 $\epsilon_{1pl} = \frac{f_{yk} \cdot A_c}{E_s \cdot (A_{s,x} \cdot cos^4\Theta + A_{s,y} \cdot sin^4\Theta)} \text{ und } A_c = h \cdot b,$ 

eff $\rho_1^*$  effektiver Bewehrungsgrad eff $\rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}}$ ,

βt Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Belastungsdauer oder einer wiederholten Belastung auf die mittlere Hauptdehnung.

Die Wirkungszone der Bewehrung  $A_{c,eff}$  nach DIN 1054-1 [DIN-08] ergibt sich aus Bild 8-2. Hier entspricht der Randabstand  $d_1$  näherungsweise dem mittleren Randabstand der Bewehrungslagen  $d_{1m}$  in x- und y-Richtung.

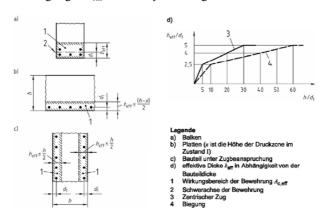


Bild 8-2: Wirkungsbereich A<sub>c.eff</sub> der Bewehrung nach DIN 1045-1 [DIN-08]

Hinsichtlich des Mitwirkungsfaktors  $\beta_t$  bestehen für langandauernde Einwirkungen keine ausreichend abgesicherten Erkenntnisse im Zusammenhang mit schiefwinkliger

Bewehrung. Bis zum Vorliegen weiterer experimenteller Untersuchungen wird vorgeschlagen, die Formulierung aus [DAS-03] zu übernehmen. Damit ergibt sich für:

kurzzeitige Beanspruchungen β<sub>t</sub> = 0,40
 langandauernde Beanspruchungen β<sub>t</sub> = 0.25

## 8.3.2 Verifizierung an Versuchen

#### Versuche von Peter

In Bild 8-3 und Bild 8-4 sind die Berechnungsergebnisse nach Gl. (8-1) bis (8-3) mit  $\beta_t$  = 0,4 (Kurzzeit) den Versuchsergebnissen aus [Pet-64] gegenübergestellt. Sowohl für den Referenzversuch S 2r 0 mit  $\Theta$  = 0° als auch für den Versuch S 2r 40 mit  $\Theta$  = 40° ist eine Übereinstimmung festzustellen. In den Versuchen trat das Versagen bei Erreichen der Streckgrenze der x-Richtung im Verankerungsbereich ausgehend vom Rand auf.

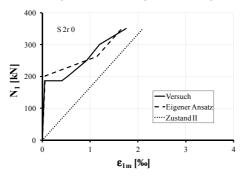


Bild 8-3: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 0 [Pet-64] mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

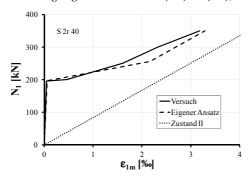


Bild 8-4: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 40 [Pet-64] mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 40^{\circ}$ 

Im Anhang D-9 sind Nachrechnungen weiterer Versuche aus [Pet-64] dargestellt, bei denen bis auf den Versuch S 2r 10, in welchem der Lasteinleitungsbereich deutlich vor Erreichen der Streckgrenze versagte, stets übereinstimmende Ergebnisse mit den Versuchswerten erzielt werden.

#### 8.3.3 Parameteruntersuchungen

Auf Basis der Gl. (8-1) bis (8-3) wurde eine Parameteruntersuchung durchgeführt und die Randbedingungen wie folgt festgelegt:

- $f_{ctm} = 2.5 \text{ N/mm}^2$
- $f_{c,cyl} = 25 \text{ N/mm}^2$
- $f_{vk} = 500 \text{ N/mm}^2$
- $E_c = 25.000 \text{ N/mm}^2$
- $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
- $\bullet \quad h = 10 \text{ cm}$
- b = 100 cm
- $eff \rho_x = 0.010$
- $\bullet$   $\Theta$  = 0° bis 45°
- $\lambda$  = 1 bzw. 5
- $\beta_t = 0.40$

Die Ergebnisse der Berechnungen bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls sind in Bild 8-5 dokumentiert. Mit wachsender Schiefwinkligkeit  $\Theta$  ist eine geringere Steifigkeit sowohl im Bereich der Erstrissbildung als auch im abgeschlossenen Rissbild festzustellen. Für  $\lambda=1$  ist damit bis  $\Theta=30^\circ$  eine Abnahme der aufnehmbaren Hauptzugkraft  $N_{1,Rd}$  verbunden, bei der die Streckgrenze  $f_{yk}$  erreicht wird. Für  $\Theta=45^\circ$  steigt der Wert wieder auf die Größe wie bei  $\Theta=0^\circ$ , allerdings bei genau dem zweifachen Wert der Formänderung von  $\Theta=0^\circ$ .

Wird die Bewehrung in y-Richtung mit nur 20 % der x-Richtung berücksichtigt ( $\lambda$  = 5), so ergeben sich mit wachsendem  $\Theta$  stets geringere Steifigkeiten und Beanspruchbarkeiten, bei denen die Streckgrenze  $f_{yk}$  des Stahls erreicht wird. Besonders deutlich wird dies für  $\Theta$  = 45°. Hierbei ist die Streckgrenze mit  $\lambda$  = 5 bereits in der Rissbildungsphase erreicht. Gleichzeitig liegt die Ausnutzung der zulässigen Schubspannung  $\tau_{c,max}$  im Riss in diesem Fall bei 93 %.

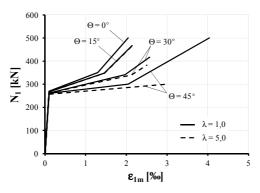


Bild 8-5: Berechnungsergebnisse für reinen Zug nach Gl. (8-1) bis (8-3) mit unterschiedlicher Schiefwinkligkeit der Bewehrung  $\Theta$ 

In Bild 8-6 ist der auf die x-Bewehrung bei  $\Theta=0^\circ$   $(A_{sx,0^\circ})$  bezogene gesamte Stahlgehalt je m² angegeben, der zur Sicherstellung der gleichen Steifigkeit in Abhängigkeit von  $\Theta$  und  $\lambda$  mit  $\Sigma A_{s,\Theta}$  erforderlich ist. In  $\Sigma A_{s,\Theta}$  ist für  $\Theta=0^\circ$  die Querbewehrung  $A_{sy,0^\circ}$  eingerechnet. Daher ergibt sich der Quotient für  $\Theta=0$  und  $\lambda=1$  zu 2,0.

Im Ergebnis ist für  $\Theta=45^\circ$  doppelt so viel Bewehrung erforderlich wie für  $\Theta=0^\circ$ , wenn beide Richtungen mit  $\lambda=1$  gleich bewehrt werden. Für  $\lambda>1$  sinkt der Gesamtbedarf der Bewehrung wenn  $\Theta<45^\circ$  ist, da die in y-Richtung weniger wirksame Bewehrung auf die x-Richtung umgelegt und effektiver genutzt werden kann. Für  $\Theta=45^\circ$  hat die Aufteilung der Bewehrungsmengen hinsichtlich der rechnerisch ermittelten Formänderungen keinen Einfluss. Die Gesamtmenge der Bewehrung bleibt stets gleich.

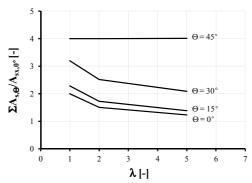


Bild 8-6: Auf die x-Richtung bei  $\Theta = 0^{\circ}$  bezogener Gesamtstahlbedarf zur Sicherstellung der gleichen Steifigkeit nach Gl. (8-1) bis (8-3)

Im Ergebnis ist es sinnvoll, für  $\Theta < 45^{\circ}$  die y-Richtung mit  $\lambda < 1,0$  auszuführen, da die Effektivität der x-Richtung in Bezug auf die Formänderung in diesem Fall überwiegt.

Für  $\Theta=45^\circ$  ist dies rechnerisch nicht von Bedeutung. Die Bewehrungsmengen und Durchmesser sollten dennoch möglichst symmetrisch mit  $\lambda=1,0$  bzw.  $A_{s,x}=A_{s,y}$  gewählt werden, um ein vorzeitiges Fließen einer Richtung infolge unterschiedlicher Verbundsteifigkeiten (Abschnitt 7.5) zu vermeiden und die Verformungsfähigkeit bei Scheiben mit  $\tau_{c,xy} < \tau_{c,max}$  sicher zu stellen.

#### 8.4 Modifizierte M-ĸ-Beziehung für einaxiale Beanspruchung

#### 8.4.1 Mathematische Beziehung

Die Beziehungen für biegebeanspruchte Bauteile im gerissenen Zustand nach [Zil-06] lassen sich auf schiefwinklige Bewehrung erweitern. Die Berechnung der mittleren Krümmung unter Berücksichtigung des Tension Stiffening erfolgt mit

$$\kappa_{1m} = \frac{\varepsilon_{1m}}{d_m - x_m}.$$
 (8-4)

Die mittlere Druckzonenhöhe ergibt sich zu:

$$x_{m} = d_{m} \cdot \left( -\alpha_{e,eff} \cdot \rho_{1}^{*} + \sqrt{\left( -\alpha_{e,eff} \cdot \rho_{1}^{*} \right)^{2} + 2 \cdot \alpha_{e,eff} \cdot \rho_{1}^{*}} \right) \tag{8-5}$$

Dabei ist

x<sub>m</sub> mittlere Druckzonenhöhe,

d<sub>m</sub> mittlere statische Nutzhöhe (x- und y-Richtung),

 $\alpha_{e,eff} = \frac{E_{s,eff}}{E}$  Verhältnis der E-Moduli,

 $E_{s,eff} = \frac{\varepsilon_{1s} \cdot E_{s}}{\varepsilon_{sm}}$  effektiver E-Modul, Dehnungen nach Abschnitt 8.3.1,

 $\rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{h \cdot d} \quad \text{mechanischer Bewehrungsgrad}.$ 

Der Berechnungsweg gliedert sich wie folgt:

- 1. Berechnen von  $\epsilon_{ls}$  nach Abschnitt 8.3 mit dem inneren Hebelarm  $z_m$  für den Zustand II analog zu Gl. (8-5), jedoch mit  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$ .
- 2. Ermitteln der mittleren Dehnung in Höhe der Bewehrung  $\epsilon_{lm}$  über die modifizierte Zugkennlinie nach Abschnitt 8.3.
- 3. Berechnung der Zuggurtsteifigkeit mit  $E_{s,eff}$  und  $\alpha_{e,eff}$ .
- 4. Ermitteln der mittleren Druckzonenhöhe nach Gl. (8-5).
- 5. Berechnung der mittleren Krümmung nach Gl. (8-4).

Der innere Hebelarm bestimmt sich, bei Annahme einer linearen Druckspannungsverteilung zu  $z_m = d_m - \frac{x_m}{3}$  und die Hauptnormalkraft des Zuggurtes mit  $N_1 = \frac{M_1}{z_m}$ . Eine Begrenzung der Schubspannungen im Riss ist bei reiner Biegung nicht erforderlich, da die Schubkräfte in der Ebene durch die Betondruckzone aufgenommen werden [Fra-84]. Dies ist bislang für Bewehrungsgrade  $\rho_{1,grenz}^* \leq 0.8$ % durch Versuche aus [Ebn-63], [Wäs-69] und [Iva-82] verifiziert. Für höhere Bewehrungsgrade kann die Beziehung  $\tau_{c,xy} < \tau_{c,max}$  zusätzlich herangezogen werden.

Aus den Krümmungen nach Gl. (8-4) kann bei bekanntem Momentenverlauf die Durchbiegung mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte berechnet werden [Dud-98]. Dabei ist analog zu Gl. (8-1) bis (8-3) zwischen gerissenen und ungerissenen Bereichen zu unterscheiden. Bei nicht konstantem Steifigkeitsverlauf entlang der Bauteilachse erfolgt die Durchbiegungsberechnung mittels numerischer Integration, z. B. mit der Simpsonregel [Bro-99], am jeweiligen Punkt.

Sofern Dauerlasten zu berücksichtigen sind, kann die Steifigkeit des Querschnittes im Zustand II vereinfachend nach [Zil-06] mit

$$\frac{\mathrm{EI}_{(\mathrm{t})}^{\mathrm{II}}}{\mathrm{EI}_{(\mathrm{t}0)}^{\mathrm{II}}} \approx \frac{2+\varphi}{2\cdot(1+\varphi)} \tag{8-6}$$

abgeschätzt werden. Die Ermittlung der Kriechzahl  $\phi$  erfolgt nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] bzw. nach MC 2010 [CEB-10]. Für Dauerschwingbeanspruchungen kann nach MC 2010 eine von der Lastspielzahl N abhängige Schwingkriechzahl ermittelt und in Gl. (8-6) eingesetzt werden. Bei der Berechnung der Kriechzahl  $\phi$  muss die Belastungsdauer (t - t<sub>0</sub>) mit N/(1440 · f) substituiert werden. Eine Auswertung in Abhängigkeit der Frequenz f ist in [Emp-95] angegeben.

## 8.4.2 Verifizierung an Versuchen

#### Versuche von IVÁNYI & LARDI

Die Versuchskörper aus [Iva-82] wurden einer zyklischen Beanspruchung mit  $10^4$  Lastwechseln im SLS ausgesetzt. Im Rahmen der Berechnungen wurde für die entsprechenden Laststufen eine Schwingkriechzahl nach MC 2010 [CEB-10] berechnet und in Gl. (8-6) in Ansatz gebracht. Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wurde unterhalb der zyklischen Beanspruchung mit  $\beta_t$  = 0,40 und oberhalb mit  $\beta_t$  = 0,25 berücksichtigt.

Aus der Versuchsdokumentation und Vergleichsberechnungen auf Querschnittebene folgt, dass die Betonstauchungen im Gebrauchslastbereich für die Versuche mit ca.  $\varepsilon_c = 1,0 \%$  zu berücksichtigen sind. Daraus ergibt sich mit den Kennwerten der Eig-

nungsprüfung und der Betonkennlinie nach Gl. (3-2) ein rechnerischer mittlerer Sekantenmodul von  $E_{sek\ cm} = 20.000\ N/mm^2$ .

In Bild 8-7 sind die Berechnungs- und die Versuchswerte für den Nullversuch P1 mit  $\Theta=0^\circ$  angegeben. Sowohl der Bereich der Kurzzeitbeanspruchung, als auch die Verformungszunahme infolge der zyklischen Beanspruchung und die mittleren Krümmungen bei anschließender Weiterbelastung werden mit Gl. (8-5) richtig erfasst. Der Versuch P1 wurde bei Erreichen der Streckgrenze des Stahls abgebrochen.

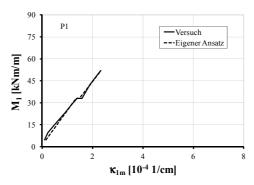


Bild 8-7: Vergleich der aus dem Versuch P1 ermittelten Momenten-Krümmungsbeziehung mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

Bei P8 mit  $\Theta$  = 30° (Bild 8-8) ergeben sich mit Gl. (8-5) ebenfalls Übereinstimmungen vor und nach der zyklischen Beanspruchung. Der Versuch wurde bei Erreichen der Streckgrenze des Stahls fortgesetzt. Der Beginn der plastischen Krümmungen und die Traglast werden rechnerisch mit ausreichender Genauigkeit erfasst.

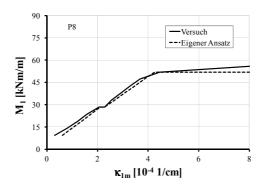


Bild 8-8: Vergleich der aus dem Versuch P8 ermittelten Momenten-Krümmungsbeziehung mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta$  = 30°

Bei sieben Versuchskörpern aus [Iva-82] ist ein Vergleich zwischen der rechnerischen und der tatsächlichen Grenztragfähigkeit möglich und führt zu übereinstimmenden Ergebnissen mit dem theoretischen Ansatz. Im Anhang F-1 sind Nachrechnungen der Versuche aus [Iva-82] angegeben.

## Versuche von WÄSTLUND & HALLBJÖRN

Bei den in [Wäs-69] dokumentierten Versuchen handelt es sich um vier einfeldrige Platten mit Kragarmen (vgl. Bild 2-9). Die Versuchskörper waren in y-Richtung parallel zum Hauptmomentvektor  $M_1$  bewehrt. Daraus folgt rechnerisch die Wirksamkeit dieser Bewehrung zu Null. Die Schiefwinkligkeit wurde von  $\Theta=0^\circ$  bis 30° in 10° Schritten variiert. Die Sollplattendicke ist mit h=10 cm, der Stabdurchmesser mit  $d_s=6$  mm und der Stababstand mit s=4,5 cm angegeben.

Auf Basis der Gl. (8-1) bis (8-3) und (8-4) lassen sich bei konstantem Moment und damit konstanter Biegesteifigkeit über die Feldlänge die Verformungen in Feldmitte allein mit Gl. (8-4) und dem Prinzip der virtuellen Kräfte bestimmen [Dud-98].

In Bild 8-9 und Bild 8-10 sind die Ergebnisse der Berechnungen den Messwerten gegenüber gestellt. Hierbei wurde der Mitwirkungsfaktor mit  $\beta_t$  = 0,4 berücksichtigt, da es sich ausschließlich um Kurzzeitversuche handelte. Sowohl für den Nullversuch als auch für die Schiefwinkligkeit der Bewehrung mit  $\Theta$  = 30° können hinsichtlich der Mittenverformung f und der Traglasten übereinstimmende Werte erzielt werden.

Für die Nachrechnungen mit  $\Theta=10^\circ$  und  $20^\circ$  ergeben sich ebenfalls übereinstimmende Ergebnisse (Anhang G-1). Zusammenfassend ist festzustellen, dass mit dem eigenen Ansatz die realitätsnahe Bestimmung der Durchbiegungen bei schiefwinklig bewehrten Platten unter einaxialer Biegebeanspruchung bis in den Traglastbereich möglich ist.

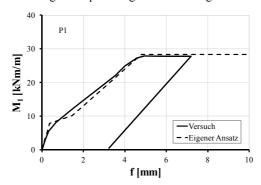


Bild 8-9: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P1 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

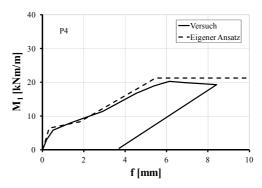


Bild 8-10: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P4 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

## 8.5 Modifizierte Zugkennlinie für zweiaxiale Beanspruchung

#### 8.5.1 Mathematische Beziehung

Anhand der Versuchsergebnisse aus Abschnitt 5.4 und den FE-Berechnungen aus Abschnitt 6.5.2 ist festzustellen, dass bei zweiaxialer Beanspruchung stets das Verhältnis der Beanspruchungen  $k = \sigma_2/\sigma_1$  in das Formänderungsverhalten einzubeziehen ist. Zwischen beiden Hauptzugrichtungen besteht eine Interaktion, welche im Folgenden mathematisch erfasst werden soll.

## Erstrissspannung des Betons bei zweiaxialer Zugbeanspruchung

Im Fall einer zweiaxialen Zugbeanspruchung wird die zum Erstriss führende Zugfestigkeit des Betons verringert (Abschnitt 3.2.2 und 5.3.1). Eine Abminderung ist in Abhängigkeit des Verhältnisses der Hauptnormalspannungen mit

$$k_t = 1 - 0.30 \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \le 1.0$$
 (8-7)

möglich. Hierin ist  $\sigma_1$  stets die größere Hauptnormalspannung. Wenn die Hauptnormalspannungen mit k=1,0 gleich groß sind, wird die Rissschnittgröße in beiden Richtungen gleichzeitig erreicht und es ergibt sich eine Abminderung der Betonzugfestigkeit, die zur Rissschnittgröße führt, mit  $k_t=0,70$ . Die Bestimmungsgleichung für  $k_t$  ist auf Basis der eigenen Großversuche, der Versuchsergebnisse von [Aoy-83] und der Versuchsergebnisse auf Materialebene aus [Lee-04] und [Lem-11] ermittelt worden.

#### Hauptrichtung 1

Im ungerissenen Bereich ( $0 < \epsilon_{lm} \le k_t \cdot \epsilon_{crl}$ ) besteht für die Hauptrichtung 1 ein Zusammenhang zwischen der mittleren Hauptdehnung  $\varepsilon_{lm}$  und  $\varepsilon_{lc}$  mit:

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_{1c}$$
 (8-8)

Für den Bereich der Rissbildung ( $k_t \cdot \epsilon_{1cr1} < \epsilon_{1m} < k_t \cdot 1, 3 \cdot \epsilon_{1cr1}$ ) gilt:

$$\epsilon_{1m} = \epsilon_{1s} - \frac{\beta_t \cdot (\sigma_1 - k_t \cdot \sigma_{1cr}) + k_t \cdot (k_t \cdot 1, 3 \cdot \sigma_{1cr} - \sigma_1)}{k_t \cdot 0, 3 \cdot \sigma_{1cr}} \cdot (\epsilon_{1cr2} - \epsilon_{1cr1}) \quad \text{(8-9)}$$

Die mittlere Hauptdehnung berechnet sich im abgeschlossenen Rissbild bis zum Erreichen der Streckgrenze einer Bewehrungsrichtung ( $k_t \cdot 1, 3 \cdot \epsilon_{lcrl} < \epsilon_{lm} < \epsilon_{lpl}$ ) zu:

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_{1s} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{1cr2} - \varepsilon_{1cr1}) \tag{8-10}$$

Dabei ist

Hauptspannung 1,  $\sigma_1$ 

mittlere Hauptdehnung 1,  $\epsilon_{1m}$ 

Betondehnung vor Rissbildung in Hauptrichtung 1,  $\epsilon_{1c}$ 

Hauptdehnung 1 im ungerissenen Zustand bei der Rissspannung mit  $\epsilon_{lcr1}$ 

 $\varepsilon_{1 \text{cr} 1} = \frac{f_{\text{ctm}}}{E_c}$ 

Rissspannung mit  $\sigma_{1cr} = f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)$ ,  $\sigma_{1cr}$ 

Hauptdehnung 1 im Riss unter der Rissspannung mit  $\epsilon_{1cr2}$ 

 $\epsilon_{1cr2} = \frac{f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{E_e \cdot eff \rho_1^*},$ 

Hauptdehnung 1 im Riss mit  $\varepsilon_{1s} = \frac{\sigma_1 - \sigma_{2cm}}{F_{c} \cdot effo^*} \ge 0$ ,  $\epsilon_{1s}$ 

mittlere Betondruckspannung mit  $\sigma_{2cm} = \beta_t \cdot \sigma_2 \cdot \frac{\theta}{4 \pi^2}$  für  $\sigma_{2cm}$ 

 $\sigma_2 \ge k_t \cdot 1.3 \cdot \sigma_{2cr}$ , sonst  $\sigma_{2cm} = 0$ ,

 $\begin{aligned} & \text{Hauptdehnung bei Erreichen der Streckgrenze im Riss mit} \\ & \epsilon_{1pl} = \frac{f_{yk} \cdot A_c}{E_{s} \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4\theta + A_{s,y} \cdot \sin^4\theta)} \text{ und } A_c = h \cdot b, \end{aligned}$  $\epsilon_{lpl}$ 

effektiver Bewehrungsgrad eff $\rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}$ , effρ<sub>1</sub>\*

Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Belastungsdauer  $\beta_t$ 

oder einer wiederholten Belastung auf die mittlere Hauptdehnung,

Beiwert zur Berücksichtigung einer gleichzeitig wirkenden  $k_t$ 

Hauptspannung  $\sigma_2$  nach Gl. (8-7).

#### Hauptrichtung 2

Im ungerissenen Bereich ( $0 < \varepsilon_{2m} \le \varepsilon_{2crl}$ ) besteht für die Hauptrichtung 2 ein Zusammenhang zwischen der mittleren Hauptdehnung  $\varepsilon_{2m}$  und  $\varepsilon_{2c}$  mit:

$$\varepsilon_{2m} = \varepsilon_{2c}$$
 (8-11)

Für den Bereich der Rissbildung ( $\varepsilon_{2cr1} < \varepsilon_{2m} < 1,3 \cdot \varepsilon_{2cr1}$ ) gilt:

$$\epsilon_{2m} = \epsilon_{2s} - \frac{\beta_t \cdot (\sigma_2 - k_t \cdot \sigma_{2cr}) + k_t \cdot (k_t \cdot 1, 3 \cdot \sigma_{2cr} - \sigma_2)}{k_t \cdot 0, 3 \cdot \sigma_{2cr}} \cdot (\epsilon_{2cr2} - \epsilon_{2cr1}) \quad \text{(8-12)}$$

Die mittlere Hauptdehnung berechnet sich im abgeschlossenen Rissbild bis zum Erreichen der Streckgrenze einer Bewehrungsrichtung ( $k_t \cdot 1, 3 \cdot \epsilon_{2cr1} < \epsilon_{2m} < \epsilon_{2pl}$ ) zu:

$$\varepsilon_{2m} = \varepsilon_{2s} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{2cr2} - \varepsilon_{2cr1})$$
 (8-13)

Dabei ist

Hauptspannung 2,  $\sigma_2$ 

mittlere Hauptdehnung 2,  $\epsilon_{2m}$ 

Betondehnung vor Rissbildung in Hauptrichtung 2,  $\epsilon_{2c}$ 

Hauptdehnung 2 im ungerissenen Zustand bei der Rissspannung mit  $\epsilon_{2cr1}$ 

 $\varepsilon_{2cr1} = \frac{f_{ctm} - \sigma_{1cm}}{E_c}$ 

mittlere Betondruckspannung mit  $\sigma_{1cm} = \beta_t \cdot \sigma_1 \cdot \frac{\theta}{4\Gamma^2}$  für  $\sigma_{1cm}$ 

 $\sigma_1 \ge k_t \cdot 1.3 \cdot \sigma_{1cr}$ , sonst  $\sigma_{1cm} = 0$ ,

Rissspannung mit  $\sigma_{2cr} = f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*) + \sigma_{1cm}$  $\sigma_{2cr}$ 

Hauptdehnung 2 im Riss unter der Rissspannung mit  $\varepsilon_{2cr2}$ 

 $\epsilon_{2cr2} = \frac{f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*) - \sigma_{1cm}}{E_s \cdot eff \rho_2^*} \ge 0,$ 

Hauptdehnung 2 im Riss mit  $\varepsilon_{2s} = \frac{\sigma_2 - \sigma_{1cm}}{\epsilon_{1} \cdot \epsilon_{1} + \epsilon_{2} \cdot \epsilon_{1}} \ge 0$ ,  $\epsilon_{2s}$ 

 $\epsilon_{2pl}$ 

 $\begin{aligned} & \text{Hauptdehnung bei Erreichen der Streckgrenze im Riss mit} \\ & \epsilon_{2pl} = \frac{f_{yk} \cdot A_c}{E_{s} \cdot (A_{s,x} \cdot \sin^4\theta + A_{s,y} \cdot \cos^4\theta)} \text{ und } A_c = h \cdot b, \end{aligned}$ 

effektiver Bewehrungsgrad eff $\rho_2^* = \frac{A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta}{A_{c,off}}$  , effp<sub>2</sub>\*

Beiwert zur Berücksichtigung einer gleichzeitig wirkenden  $k_t$ Hauptspannung  $\sigma_1$ .

Für k > 0,7 ist der Beiwert k<sub>t</sub> entsprechend Gl. (8-7) zu ermitteln. Bei einer Hauptzugspannung  $\sigma_1$  mit  $k \le 0.7$  erfolgt zunächst eine Rissbildung in der Hauptrichtung 1. Die mittlere Zugbeanspruchung des Betons in der Hauptrichtung 1 ist im abgeschlossenen Rissbild stets wesentlich kleiner als die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{\text{ctm}}$ . Daher liegt eine geringe zweiaxiale Zugbeanspruchung des Betons vor und in den oben angegebenen Bestimmungsgleichungen wird vereinfachend  $k_t = 1,0$  in der Hauptrichtung 2 angesetzt, da eine gleichzeitige Rissbildung in beiden Richtungen nun nicht mehr erfolgen kann.

Die Berechnung der Rissspannung  $\sigma_{2cr}$  kann mit

$$\sigma_{2cr} = f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*) + \beta_t \cdot \sigma_1 \cdot \frac{\theta}{45^\circ}$$
 (8-14)

durchgeführt werden. Bei proportionaler Laststeigerung mit k = const und dem Verhältnis der Stahlspannungen  $k = \sigma_2/\sigma_1$  ergibt sich bei Erreichen der Rissspannung  $\sigma_1 = \sigma_{2cr}/k$ . Einsetzen in Gl. (8-14) und Auflösen nach  $\sigma_{2cr}$  führt auf

$$\sigma_{2cr} = \frac{f_{ctm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*)}{1 - \beta_t \cdot k \cdot \frac{\Theta}{45^{\circ}}}$$
(8-15)

und damit zur gesuchten Rissspannung in Hauptrichtung 2 unter Berücksichtigung einer Druckbeanspruchung  $\sigma_{1cm}$ . Wenn sich für  $\sigma_{2cr}$  nach Gl. (8-15) ein negativer Wert ergibt, so erfolgt in der Hauptrichtung 2 keine Rissbildung, da auf den Querschnitt Druckspannungen wirken die größer sind als die Beanspruchung infolge  $\sigma_2$ .

In Bild 8-11 ist ein Ablaufdiagramm dargestellt, welches die Anwendung der oben genannten Bestimmungsgleichungen bei zweiaxialer Zugbeanspruchung erleichtern soll.

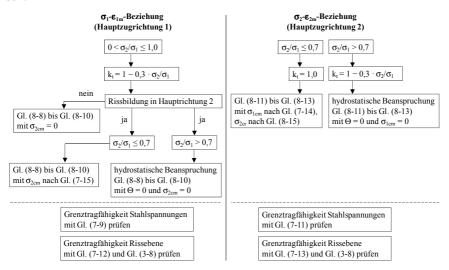


Bild 8-11: Ablaufdiagramm zur Berechnung der Kennlinien bei zweiaxialem Zug

## 8.5.2 Verifizierung an Versuchen

#### Eigene Versuche (Großversuche)

Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die Zuordnung von  $N_1$  und  $N_2$  im Rahmen der Versuchsverifizierung ortsfest (Abschnitt 5.4). In Bild 8-12 ist ein Vergleich zwischen den Berechnungsergebnissen und dem Versuch Z1 ohne Richtungsabweichung der Bewehrung ( $\Theta=0^\circ$ ) dargestellt. Die rechnerische Beziehung nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] führt auf eine Rissschnittgröße, die im Versuch mit  $k=N_2/N_1=1,0$  nicht erreicht wurde. Der eigene Ansatz führt dagegen zu besserer Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Im abgeschlossenen Rissbild wird die Steifigkeit durch k nicht beeinflusst und rechnerisch richtig erfasst.

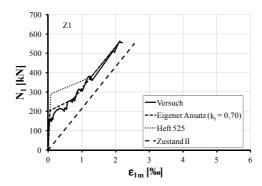


Bild 8-12: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z1 (ohne Zwischenentlastungen) mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10) bzw. Heft 525, DAfStb [DAS-05], k = 1,0 und  $\Theta = 0^{\circ}$ 

Bei Z3 wurde ein festes Verhältnis von k=0,5 bei der Erstbeanspruchung gewählt. Es zeigte sich, dass die Rissschnittgröße zwar verringert, die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im abgeschlossenen Rissbild jedoch nicht beeinflusst wurde (Bild 8-13). Mit  $k_t=0,85$  ergibt sich für die rechnerische Beziehung eine ausreichende Übereinstimmung mit dem Versuch. Zu Vergleichszwecken ist eine Berechnung mit  $k_t=1,0,$  d. h. ohne Abminderung der Rissschnittgröße, dargestellt.

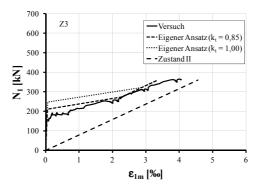


Bild 8-13: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z3 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10), k = 0.5 und  $\Theta = 45^{\circ}$ 

Im Anschluss an die Belastung mit  $k = N_2/N_1 = 0.5$  (Bild 8-13) wurde die Beanspruchung beim Versuch Z3 umgekehrt, so dass  $N_2$  die größere Hauptzugkraft darstellt. Eine Rissbildung wurde im Versuch bei etwa  $N_{2cr} = 300 \, kN$  festgestellt. Dies liegt deutlich über dem Wert von rund 250 kN bei Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit allein (Bild 8-14). Die in Gl. (8-15) berücksichtigte Druckbeanspruchung  $\sigma_{1cm}$  infolge  $N_1$  führt zur Erhöhung der Rissschnittgröße in der Hauptzugrichtung 2. Dies stimmt mit der Versuchsbeobachtung in Bild 8-14 gut überein. Wird der Einfluss der Querdruckkraft rechnerisch nicht berücksichtig ( $\sigma_{1cm} = 0$ ), so ergeben sich eine frühere Rissbildung und erheblich größere Verformungen.

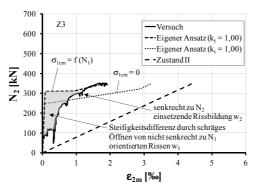


Bild 8-14: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z3 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 45°

Die Differenz im Bereich zwischen  $N_2$  = 100 kN bis 300 kN zwischen den Dehnungsverläufen aus dem Versuch und den rechnerischen Werten ist auf teilweise schräg gerichtete Risse  $w_1$  zurückzuführen, die durch die Erstbelastung infolge  $N_1$  entstanden sind und im Anschluss durch die Beanspruchung  $N_2$  quer geöffnet wurden (Ab-

schnitt 5.4, Bild 5-17). Da solche Risse selbst bei Bewehrung mit  $\Theta = 0^{\circ}$  und einaxialer Zugbeanspruchung praktisch immer entstehen [Pet-64], ist eine Anfangsverschiebung des bereits vorgeschädigten Bauteils unter zweiaxialer Zugbeanspruchung stets zu erwarten. Im Anhang D-9 sind weitere Ergebnisse der Nachrechnungen der Großversuche dokumentiert

## 8.6 Modifizierte M-ĸ-Beziehung für zweiaxiale Beanspruchung

Die Übertragung der Beziehungen aus Abschnitt 8.4 ist auf zweiaxiale Biegezugbeanspruchungen möglich. Je Hauptrichtung ist die Zuggurtsteifigkeit nach Abschnitt 8.5 einzusetzen und die Druckzonenhöhe nach Abschnitt 8.4 zu bestimmen. Allerdings kommen, aufgrund des Rechenaufwandes, für die Ermittlung der Durchbiegungen nur noch numerische Lösungsmethoden (z. B. FEM) in Frage, auf die im Weiteren nicht eingegangen werden kann.

## 8.7 Modifizierte Kennlinien für kombinierte Beanspruchungen (Zug, Druck und Schub)

## 8.7.1 Mathematische Beziehung

Mathematische Formulierungen für das Formänderungsverhalten bei kombinierter Beanspruchung werden u. a. von VECCHIO & COLLINS [Vec-82], AOYAGI & YAMADA [Aoy-83] oder PANG & HSU [Pan-95] angegeben. Diese erfassen sowohl die Verformungen des SLS als auch des ULS mit ausreichender Genauigkeit. Die Berechnung nach diesen Ansätzen erfordert ein mehrfach iteratives Vorgehen.

Um den Verformungszustand unter kombinierter Beanspruchung im Rahmen eines geschlossenen Ansatzes ohne iterative Schritte beschreiben zu können, werden auf Basis von Abschnitt 8.3 weitergehende Formulierungen erarbeitet, um den Druckbereich ergänzt und mit den Grundprinzipien der Festigkeitslehre verknüpft. Bei den nachfolgenden Ableitungen werden die in Bild 8-15 dargestellten Koordinatensysteme zugrunde gelegt.

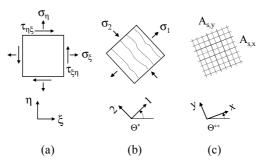


Bild 8-15: Definition der Koordinatensysteme: (a) allgemeiner Beanspruchungszustand, (b) Hauptspannungen mit Rissbildung und (c) Bewehrungsrichtungen

Zwischen der Ebene der Beanspruchungen und der Ebene der Hauptspannungen gilt die Beziehung:

$$tan2\Theta^* = \frac{2 \cdot \tau_{\xi\eta}}{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta}}$$
 (8-16)

Dabei ist

 $\Theta^*$  Winkel zwischen  $\xi\eta$ -Ebene und Hauptachsenebene,

 $\tau_{\xi\eta},\,\sigma_{\xi},\,\sigma_{\eta}$  angreifende Spannungen (Beanspruchungen).

Die Hauptspannungen lassen sich auf Grundlage des Mohrschen Spannungskreises mit

$$\sigma_{1,2} = \frac{\left(\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta}\right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta}}{2}\right)^{2} + \tau_{\xi\eta}^{2}}$$
 (8-17)

ermitteln. Die Stahlspannungen ergeben sich aus Abschnitt 7.2 mit auf den Betonquerschnitt bezogenen Hauptspannungen nach Gl. (7-9) und (7-11). Die mittlere Hauptdehnung  $\epsilon_{lm}$  wird bei Zugbeanspruchungen mit Gl. (8-1) bis (8-3) bestimmt. Bei zweiaxialer Zugbeanspruchung, wenn  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  positive Vorzeichen haben und damit k=+1 gilt, sind die in Abschnitt 8.5.1 angegebenen Beziehungen anzuwenden. Bei Druckbeanspruchungen können die Betonhauptdehnungen nach Umformen der Betonkennlinie aus Gl. (3-2) direkt mit

$$\varepsilon_{2m} = \varepsilon_{c1} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_2}{f_c^* + 1}} \right) \le \varepsilon_{c1}$$
(8-18)

ermittelt werden.

Dabei ist

 $\varepsilon_{2m}$  Hauptdehnung 2,

 $\epsilon_{c1}$  Betondehnung unter Höchstbeanspruchung, Druck negativ

 $(\varepsilon_{c1}$  für Normalbeton ca. 2,0 ‰ [DIN-08]),

 $f_c^*$  aufgrund der Querzugdehnung verminderte Betondruckfestigkeit nach Gl. (8-19).

Bei Druckbeanspruchungen mit Querzug ist nach [Vec-82] eine Abminderung der Druckfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Hauptdehnung  $\epsilon_{lm}$  zu berücksichtigen. Im Folgenden wird der Vorschlag aus [Vec-86] zugrunde gelegt. Es gilt:

$$\frac{f_{c}}{f_{c}^{*}} = \frac{1}{0.8 + 0.34 \cdot \frac{\varepsilon_{1m}}{\varepsilon_{r_{1}}}}$$
(8-19)

Dabei ist

f<sub>c</sub> einaxiale Betondruckfestigkeit,

 $\varepsilon_{lm}$  mittlere Dehnung nach Gl. (8-1) bis (8-3).

Die Schubbeanspruchungen im Riss werden nach Gl. (7-12) bestimmt. Hierbei ist für  $\Theta$  der Winkel zwischen dem xy-System und dem Hauptachsensystem nach Bild 8-15 mit  $\Theta = \Theta^* - \Theta^{**}$  zu berechnen.

Der Bruchzustand liegt vor, wenn entweder die Stahldehnungen den Wert der Streckgrenze in Gl. (7-9) überschreiten, die Schubspannung  $\tau_{c,max}$  im Riss nach Gl. (3-8) oder die maximale Betondehnung nach Gl. (8-18) erreicht wird.

Die Verzerrungen des  $\xi\eta$ -Systems ergeben sich durch eine Rücktransformation von der Hauptspannungs- in die Beanspruchungsebene zu:

$$\begin{split} \epsilon_{\xi m} &= \epsilon_{1m} \cdot \text{cos}^2 \Theta^* + \epsilon_{2m} \cdot \text{sin}^2 \Theta^* \\ \epsilon_{\eta m} &= \epsilon_{1m} \cdot \text{sin}^2 \Theta^* + \epsilon_{2m} \cdot \text{cos}^2 \Theta^* \\ \gamma_{\xi_{nm}} &= 2 \cdot (\epsilon_{1m} - \epsilon_{2m}) \cdot \text{sin} \Theta^* \cdot \text{cos} \Theta^* \end{split} \tag{8-20}$$

Der Vorteil der oben beschriebenen Gleichungen ist, dass alle Formänderungen über Transformationsbeziehungen und entsprechende Kennlinien für Druck- und Zugbeanspruchungen allein aus dem Hauptspannungszustand und in einem Schritt für eine beliebig orientierte Bewehrung ermittelt werden können. Bei der numerischen Umsetzung sind keine Iterationen zur Berechnung der Materialkennwerte und zum Auffinden einer Rissrichtung erforderlich.

## 8.7.2 Verifizierung an Versuchen

Die nachfolgend verwendeten Messergebnisse und die Berechnungsergebnisse der Modified-Compression-Field-Theory (MCFT) nach VECCHIO & COLLINS [Vec-82] wurden dem Bericht [Vec-82] entnommen. Die meisten Versuchskörper waren einem reinen Schubspannungszustand ausgesetzt ( $\Theta=45^{\circ}$ ). In einigen Fällen wurde eine zusätzliche Druck- oder Zugnormalkraft aufgebracht.

Versuchskörper, die bis zum regulären Bruch durch Überschreiten der Bruchdehnung des Betonstahls oder das Erreichen der Schubfestigkeit der Rissebene belastet wurden, können für einen Vergleich des Versagensmodus mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-16) bis (8-20) herangezogen werden. Aus den Versuchsergebnissen lässt sich ableiten, dass bis  $\lambda \leq 2,0$  und  $\Theta = 45^\circ$  ein Versagen infolge Überschreitung der zulässigen Stahldehnungen vorlag. Für höhere Werte von  $\lambda$  erfolgte ein Versagen der Rissebene durch Überschreiten der Schubfestigkeit.

In Bild 8-16 und Bild 8-17 sind ausgewählte Berechnungen dargestellt. Es handelt sich um die mittleren Schubgleitungen des  $\xi\eta$ -Systems (Bild 8-15 (a)) in Abhängigkeit der Schubbeanspruchung für die Versuche PV3 und PV18. Der Versuchskörper PV3 wurde symmetrisch bewehrt und unter reiner Schubbeanspruchung bis zum Bruch infolge Stahlversagen belastet (Bild 8-16). Bei der Nachrechnung mit dem eigenen Ansatz lag ebenfalls ein Stahlversagen vor.

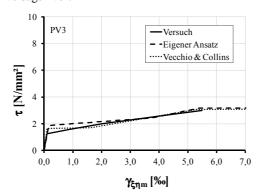


Bild 8-16: Vergleich der  $\tau$ - $\gamma_{\xi\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV3 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-20), reiner Schub,  $\lambda=1,0$  und  $\Theta=45^\circ$ 

Der Versuchskörper PV18 wurde mit  $\lambda$  = 5,7 stark unsymmetrisch bewehrt und unter reiner Schubbeanspruchung bis zum Bruch belastet (Bild 8-17). Das Versagen war sowohl im Versuch als auch bei der Nachrechnung mit dem eigenen Ansatz ein Schubversagen entlang der Rissufer. Dabei war die Bewehrung zum Bruchzeitpunkt rechnerisch zu 74 % ausgenutzt.

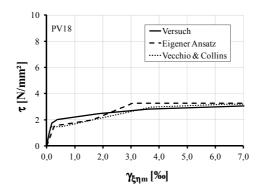


Bild 8-17: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV18 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-20), reiner Schub,  $\lambda = 5,7$  und  $\Theta = 45^{\circ}$ 

Die Unterschiede zwischen den rechnerischen Ansätzen nach Gl. (8-16) bis (8-20) und der MCFT nach [Vec-82] sind charakteristisch für alle durchgeführten Nachrechnungen. Während der Ansatz nach [Vec-82] die Steifigkeit bis zur Streckgrenze des Stahls gegenüber den Messwerten meist etwas unterschätzt, ergibt der eigene Ansatz bei Beanspruchungen nahe der Streckgrenze des Stahls oft etwas höhere Steifigkeiten als im Versuch gemessen.

Im Anhang H-1 sind weitere Nachrechnungen dokumentiert. Die mit dem eigenen Ansatz berechneten Traglasten und der Versagensmodus – Stahlfließen oder Versagen der Rissebene durch Überschreiten der Schubbeanspruchung  $\tau_{c,max}$  im Riss nach Gl. (3-8) – entsprechen stets dem Versuchsergebnis. Damit ist die Eignung der in Abschnitt 3.5.3 angegebenen Beziehung der aufnehmbaren Schubbeanspruchungen in der Rissebene auch an Bauteilen nachgewiesen.

## 8.8 Schlussbemerkung

Aufgrund des unterschiedlichen Verhaltens zwischen Flächentragwerken mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung und solchen mit schiefwinkliger Bewehrung wurden die bestehenden Ansätze zur Berechnung der Formänderungen aus [DAS-03] und [Zil-06] erweitert. Dabei sind die wesentlichen Einflussparameter für schiefwinklige Bewehrung berücksichtigt worden. Die Verifizierung erfolgte umfassend anhand von Versuchsergebnissen für

- Längenänderungen,
- Krümmungen,
- Durchbiegungen,
- Schubgleitungen,
- Traglasten

und ergab Übereinstimmungen zwischen Versuchen und dem eigenen rechnerischen Ansatz.

Für zweiaxiale Zugbeanspruchungen wurde erstmalig eine Interaktion beider Hauptrichtungen explizit in einen Berechnungsansatz, unter Berücksichtigung der Verbundwirkung, integriert.

Aufgrund der weitgehend allgemeingültig aufgestellten integralen Formänderungsbeziehung liegt ein auch für numerische Anwendungen geeignetes Modell vor, welches gegenüber anderen Ansätzen aus [Vec-82], [Aoy-83] oder [Pan-95] einfacher umzusetzen ist und dennoch die Charakteristik von flächigen Stahlbetonbauteilen wie Platten und Scheiben gleichwertig erfasst. Vorteilhaft ist dabei, dass eine geschlossene Lösung möglich ist.

# 9 Empfehlungen zur praktischen Nachweisführung bei Flächentragwerken mit schiefwinkliger Bewehrung

## 9.1 Abgrenzung zwischen in Beanspruchungsrichtung und schiefwinklig bewehrten Flächentragwerken

Die Abgrenzung zwischen in Beanspruchungsrichtung und schiefwinklig bewehrten Flächentragwerken wird in der Literatur unterschiedlich behandelt und meist über einen Grenzwert für die Schiefwinkligkeit definiert. Dabei ist die Schiefwinkligkeit rechnerisch zu berücksichtigen, wenn  $\Theta$  den folgenden Grenzwert überschreitet:

•	EBENER	$\Theta \ge 25^{\circ}$
•	PETER	$\Theta \ge 25^{\circ}$
•	LEONHARDT	$\Theta > 15^{\circ}$
•	Lardi	$\Theta > 15^{\circ}$
•	DIN, EC, MC	$\Theta \ge 15^{\circ}$

EBNER [Ebn-63] folgert auf Grundlage eigener experimenteller Untersuchungen, dass örtliche Abweichungen in der Bewehrungsführung bis zu  $\Theta=25^\circ$  akzeptabel seien. Diese These wurde kurze Zeit später von PETER [Pet-64] bekräftigt, obwohl seine eigenen Untersuchungen zeigen, dass die Rissbreiten und Verformungen bei  $\Theta=20^\circ$  um ca. 30 % größer sind als für  $\Theta=0^\circ$ . Die Angaben von LEONHARD [Leo-77] und aus [DIN-08], [EC2-11], [CEB-10] beziehen sich allein auf den Nachweis der Rissbreitenbegrenzung. Der Vorschlag von LARDI [Lar-85] schließt eine Bemessung für Rissbreiten und Traglasten ein.

Rechnerisch ist bereits mit  $\Theta = 15^{\circ}$  eine merkliche Zunahme der Rissbreiten und der Verformungen zu verzeichnen (Abschnitt 7 und 8). Für eine sichere und gebrauchsfähige Auslegung von Bauteilen ist ab diesem Wert eine Schiefwinkligkeit der Bewehrung unbedingt zu berücksichtigen.

Aufgrund der Vielzahl möglicher Parameterkonstellationen  $(\Theta, \lambda, d_{s,y}/d_{s,y})$  wird vom Verfasser vorgeschlagen, keine Abgrenzung über einen pauschalen Grenzwert für die Schiefwinkligkeit  $\Theta$  vorzunehmen. Vielmehr wurden die in den Abschnitten 7 und 8 erarbeiteten Ansätze für den Rissbreitennachweis und die Verformungsberechnung auf Basis der bestehenden Nachweis- und Berechnungsmethoden generalisiert. Dies erlaubt eine allgemeingültige Beschreibung des Gebrauchsverhaltens von Flächentragwerken aus Stahlbeton und die Sicherstellung der Gebrauchstauglichkeit. Im Rahmen dieser generalisierten Ansätze ist der Sonderfall  $\Theta=0^\circ$  automatisch enthalten.

163

## 9.2 Hinweise zum Konstruieren bei schiefwinkliger Bewehrung

Zur Sicherstellung einer ausreichenden Robustheit bzw. Duktilität beim Übergang in den Zustand II ist eine ausreichend dimensionierte Bewehrung bei Flächentragwerken aus Stahlbeton vorzusehen. Diese kann allgemein mit Gl. (7-9) und (7-11) durch das Auflösen nach der zulässigen Stahlspannung ermittelt werden [Pet-64]. Allerdings ergibt sich bei schiefwinkliger Bewehrung die Schwierigkeit, ein geeignetes Verhältnis  $\lambda = A_{s,x}/A_{s,y}$  im Voraus festzulegen. Da bereits ab  $\Theta > 15^\circ$  bei ungeschickter Wahl von  $\lambda$  ein erheblicher Verformungszuwachs resultieren kann, ist eine möglichst optimale Wahl der Anteile der Bewehrung in x- und y-Richtung erforderlich.

Einen ersten Anhaltspunkt beim Konstruieren mit Scheiben und Platten bieten die DIN 1045-1 bzw. der EC 2. Es gilt, dass bei Platten mindestens 20 % der Längsbewehrung in Querrichtung einzulegen sind. Somit kann als untere Grenze  $\lambda_{min}=0,2$  bzw.  $A_{s,y}=0,2\cdot A_{s,y}$  gesetzt werden. Darüber hinaus ist bei einer Schiefwinkligkeit von  $\Theta=45^\circ$  eine Bewehrung mit  $\lambda=1,0$  rechnerisch am wirksamsten (Bild 8-5). Bis zu einer Abweichung von  $\Theta<30^\circ$  hat die Bewehrung in y-Richtung zwar kaum Einfluss auf den Tragwiderstand, übt bei Scheiben jedoch, neben der lokalen und globalen Rauigkeit, eine stabilisierende Wirkung im Rissquerschnitt aus und verhindert ggf. ein sprödes Versagen der Rissebene infolge Schub. Die Wahl von  $\lambda=1,0$  bei  $\Theta<30^\circ$  führt allerdings nicht zur Ausnutzung des Betonstahls in der y-Richtung.

Bei dem nachfolgenden Vorschlag in Bild 9-1 wird in Anlehnung an DIN 1045-1 bis zu einem Winkel von  $\Theta \leq 15^\circ$  ein Mindestquerbewehrungsgehalt von  $A_{s,y} = 0,2 \cdot A_{s,x}$  gewählt. Für eine maximale Schiefwinkligkeit von  $\Theta = 45^\circ$  wird das Verhältnis der Bewehrungsflächen mit  $\lambda = 1,0$  festgelegt. Für die Zwischenwerte  $15^\circ \leq \Theta < 45^\circ$  wird ein linearer Verlauf angesetzt.

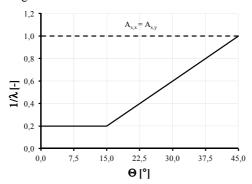


Bild 9-1: Erforderliche, auf die x-Richtung bezogene Mindestbewehrung der y-Richtung in Abhängigkeit von der Schiefwinkligkeit ⊖

Mit der Beziehung in Bild 9-1 wird sichergestellt, dass keine wesentlich größeren Verformungen als bei der Wahl von  $\lambda=1,0$  bei allen Schiefwinkligkeiten bis  $\Theta=45^\circ$  auftreten. Gleichzeitig wird die Streckgrenze des Betonstahls auf einem ähnlich hohen Lastniveau erreicht. Hinsichtlich des Gesamtstahlbedarfs lassen sich hiermit weitgehend optimale Ergebnisse erzielen. Bei Scheiben ist darüber hinaus ein rechnersiches Schubversagen der Rissebene mit Bild 9-1 ausgeschlossen. Im Sonderfall der hydrostatischen Beanspruchung ist davon unabhängig stets  $\lambda=1,0$  zu wählen, da Risse im ungünstigen Fall die Bewehrung mit  $\Theta=30^\circ$  bis  $45^\circ$  kreuzen.

Für die in Abschnitt 8.3.3 durchgeführte Parameterstudie bei einaxialer Beanspruchung wird die Beziehung aus Bild 9-1 angewendet. Die erzielten Ergebnisse sind in Bild 9-2 dargestellt. Die Zunahme der Verformungen  $\Delta\epsilon_{1m}$  ist auf eine rechnerische Verformung für  $\lambda=1,0$  bezogen, wobei gilt  $A_{s,x}=$  const. Die Abnahme der Beanspruchbarkeit  $\Delta\sigma_{1,Rd}$  wird ebenfalls auf die Hauptspannung  $\sigma_{1,Rd}$  für  $\lambda=1,0$  bezogen. Bei Berücksichtigung der Beziehung aus Bild 9-1 erfolgt gegenüber  $\lambda=1,0$  im ungünstigen Fall eine Dehnungszunahme  $\Delta\epsilon_{1m}$  von 8 % bzw. eine Verminderung der Beanspruchbarkeit durch  $\Delta\sigma_{1,Rd}$  um -5 %. Dieses Defizit muss im Rahmen eines Nachweises selbstverständlich ausgeglichen werden, ist jedoch unproblematisch, da die statisch erforderliche Bewehrung erst im Anschluss an eine Bemessung festgelegt wird.

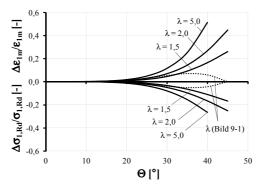


Bild 9-2: Bezogene Verformungszunahme und bezogene maximale Abnahme der Beanspruchbarkeit in Abhängigkeit von λ und Θ

## 9.3 Rissbreitenberechnung bei Platten

Für Platten können die Beziehungen analog zu dem für Scheiben entwickelten Verfahren angewendet werden. Dazu wird die Hauptzugkraft  $N_1$  in der Zugzone aus der einwirkenden Beanspruchung mit dem Hauptmoment  $M_1$  und dem inneren mittleren He-

9 Empfehlungen zur praktischen Nachweisführung bei Flächentragwerken mit schiefwinkliger Bewehrung

belarm berechnet. Die Druckzonenhöhe des gerissenen Querschnittes ergibt sich im Gebrauchszustand in Anlehnung an [Zil-06] zu:

$$x = d_m \cdot \left( -\alpha_e \cdot \rho_1^* + \sqrt{(-\alpha_e \cdot \rho_1^*)^2 + 2 \cdot \alpha_e \cdot \rho_1^*} \right) \tag{9-1}$$

Dabei ist

d<sub>m</sub> mittlere statische Nutzhöhe (x- und y-Richtung),

 $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \qquad \qquad \text{Verhältnis der E-Moduli,}$ 

 $\rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot cos^4 \theta + A_{s,y} \cdot sin^4 \theta}{b \cdot d} \quad \text{mechanischer Bewehrungsgrad}.$ 

Aus Gl. (9-1) folgt mit  $z_m = d_m - \frac{x}{3}$  und

$$N_1 = \frac{M_1}{z_m}$$
 (9-2)

die Hauptzugkraft des Zuggurtes. Die weitere Vorgehensweise für die Bestimmung der Stahlspannungen und Rissbreiten entspricht den Nachweisverfahren an einer Scheibe nach Abschnitt 7.2 und 7.3.

Die Ermittlung der Rissbreite erfolgt nach DIN 1045-1 [DIN-08] in Höhe der Bewehrungslage. Bei reiner Zugbeanspruchung hat dies für das Berechnungsergebnis nach Gl. (7-18) keine Bedeutung. Bei Biegung in dünnen Platten oder Platten mit großer Betondeckung können jedoch erhebliche Abweichungen zwischen der an der Oberfläche sichtbaren und der in Höhe der Bewehrungslagen befindlichen Rissbreite entstehen [DAS-03], [Kra-10a], [Cal-11] (Abschnitt 7.3.2). Die Berechnung der Rissbreite an der Oberfläche kann bei Biegebeanspruchung näherungsweise über eine Extrapolation mit

$$w_{k,surf} = w_k \cdot \frac{(h - x)}{(d_m - x)}$$
(9-3)

erfolgen.

Dabei ist

 $w_{k,surf}$  auf die Oberfläche des Bauteils extrapolierte charakteristische Riss-

breite,

w<sub>k</sub> charakteristische Rissbreite nach Gl. (7-18) in Höhe von d<sub>m</sub>,

h Bauteilhöhe,

x Druckzonenhöhe nach Gl. (9-1).

Der mittlere innere Hebelarm im Zustand II kann vereinfachend mit  $z_m = 0.9 \cdot d_m$  abgeschätzt werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass ein Kriechen der Druckzone unter Dauerbeanspruchung und Dauerschwinglasten zu einer Zunahme der Rissbreiten bei Biegebeanspruchungen führen [Leo-77]. Mit der genannten vereinfachenden Annahme für den inneren Hebelarm kann eine Rissbreitenzunahme infolge Druckkriechen oder zyklischer Beanspruchungen nicht ohne Weiteres berechnet werden. Eine rechnerische Erfassung dieser Effekte wird nur in Gl. (9-1) mit Gl. (8-6) berücksichtigt.

# 9.4 Rissbreiten- und Formänderungsberechnung bei nicht orthogonaler Bewehrung

Die Berechnung der Rissbreiten oder Formänderungen bei einbahniger oder bei nicht orthogonal angeordneter zweibahniger Bewehrung bereitet keine besonderen Schwierigkeiten. Im Fall der einbahnigen Bewehrung ist  $A_{s,y}$  Null. Bei Anwendung des Rissbreitenansatzes ergibt sich als maßgebende Richtung automatisch die x-Richtung.

Bei zweibahniger Bewehrung müssen lediglich die Winkelfunktionen entsprechend berücksichtigt werden (Bild 9-3). Damit ist  $\Theta$  durch  $\Theta_x$  bzw.  $\Theta_y$  zu ersetzen und die Ausdrücke der Kreisfunktion für die Bewehrung in y-Richtung anzupassen. In Gl. (7-18) bis (7-26) ist stets sin  $\Theta$  durch  $\cos \Theta_y$  zu substituieren. Für die x-Richtung gilt weiterhin  $\Theta = \Theta_x$ . Gleiches gilt für die Ermittlung der Stahlspannungen in Gl. (7-9) bis (7-11). Analog wird bei der Verformungsberechnung nach Abschnitt 8 vorgegangen.

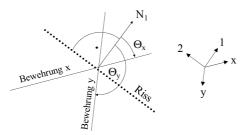


Bild 9-3: Koordinatendefinition bei beliebiger Orientierung der Bewehrung in x- und y-Richtung

# 10 Zusammenfassung und Ausblick

Der Rissbildungsprozess von schiefwinklig bewehrten Bauteilen weist im Vergleich zur Bewehrungsführung in Beanspruchungsrichtung komplexere Zusammenhänge auf und wird von weiteren Faktoren beeinflusst.

In Abschnitt 2 wurde dargestellt, dass die experimentellen Forschungsbemühungen der vergangenen 50 Jahre bei schiefwinkliger Bewehrung in verschiedenen theoretischen Ansätzen mündeten, die jedoch hauptsächlich auf die Bemessung im Traglastbereich ausgelegt wurden. Trotz der Erkenntnis, dass die Rissbreiten und Verformungen bei schiefwinkliger Bewehrung gegenüber Bewehrung in Beanspruchungsrichtung auf gleichem Spannungsniveau zu nicht vernachlässigbaren Zuwächsen führen, sind die bisherigen Ansätze hierzu unscharf oder liegen auf der unsicheren Seite.

Für die Entwicklung eines numerischen Modells und eigener Berechnungsansätze dienten die im Abschnitt 3 zusammengestellten Materialansätze aus der Literatur als Grundlagen. Diese wurden überprüft und ggf. an die Aufgabenstellung angepasst, erweitert oder neu formuliert.

In den Abschnitten 4 und 5 wurden aus den Versuchsbeobachtungen Erkenntnisse zum Riss- und Verformungsverhalten unter ein- und zweiaxialer Zugbeanspruchung gewonnen. Für zweiaxiale Beanspruchung wurde erstmalig eine Interaktion der Hauptzugrichtungen bei schiefwinkliger Bewehrung experimentell festgestellt. Aus den Versuchsergebnissen wurden die Grundlagen für die Berechnungsannahmen hinsichtlich des Rissverhaltens (Rissorientierung, Rissbildung, Rissbreiten, Formänderungen etc.) bei den darauf folgenden theoretischen Untersuchungen erarbeitet.

Das in Abschnitt 6 entwickelte numerische Modell erlaubte die umfassende Untersuchung der grundlegenden Zusammenhänge zwischen Stahlspannungen, Rissbreiten und die hierauf Einfluss nehmenden Parameter. Der Abgleich zwischen Versuchen und dem numerischen Modell ergab übereinstimmende Ergebnisse. Die anschließenden Parameterstudien für uni- und bidirektionale Rissbildung führten zur Quantifizierung der maßgebenden Größen für die Entwicklung weiterer Berechnungsansätze.

Im Abschnitt 7 wurde ein eigener, auf mechanischen Prinzipien basierender Rissbreitenansatz auf Grundlage der DIN 1045-1 bzw. des EC2/NA vorgestellt. Dieser Rissbreitenansatz erlaubt eine Anwendung für Scheiben und Platten unter Berücksichtigung der wesentlichen Parameter. Anhand von Versuchsdaten konnte die Eignung des Rissbreitenansatzes zur Bestimmung von Rissabstand, Dehnungsdifferenz und Rissbreite verifiziert werden. Damit liegt ein praxisgerechter und konsistenter Berechnungsweg für Flächentragwerke mit beliebig orientierter Bewehrung unter ein- und zweiaxialer Zugbeanspruchung vor, der sich in die bestehende Normensituation eingliedert.

In Abschnitt 8 wurde das Formänderungsverhalten für zentrisch, auf Biegung und kombiniert beanspruchte Flächentragwerke unter Zugrundelegung wesentlicher Eingangsparameter mit einem eigenen Ansatz beschrieben. Der Vergleich mit Versuchsergebnissen erbrachte in Bezug auf Längenänderungen, Krümmungen, Durchbiegungen und Schubgleitungen gute Übereinstimmungen. Darüber hinaus wurde die Interaktion bei zweiaxialer Zugbeanspruchung geeignet erfasst. Die Berechnung erfolgte vorteilhaft in geschlossener Form ohne aufwändige Iterationsverfahren.

Im Abschnitt 9 wurden abschließend weitergehende Empfehlungen zur praktischen Nachweisführung bei Flächentragwerken mit beliebig orientierter Bewehrung gegeben.

Bei Flächentragwerken sind aufgrund der hohen statischen Unbestimmtheit Kraftumlagerungen möglich. Die Formänderungen schiefwinklig bewehrter Flächentragwerke weisen eine erhebliche Abhängigkeit vom Lastpfad auf. Diese Effekte sollten anhand weiterer Bauteilversuche ausreichend quantifiziert werden.

Viele lokale Effekte, wie z. B. die Schubsteifigkeit der Rissufer, die verbundfreie Vorlänge und die Druckzonenhöhe wurden entweder über Grenzwertbetrachtungen bestimmt oder in Anlehnung an die Erkenntnisse Bauteilen mit Bewehrung in Beanspruchungsrichtung übernommen, da im Zusammenhang mit schiefwinkliger Bewehrung wenige Versuche vorlagen. Ziel folgender Untersuchungen sollte es sein, diesbezüglich eine geeignete Datenbasis zu schaffen und diese durch weitergehende numerische Untersuchungen zu ergänzen.

Die bisherigen experimentellen Untersuchungen wurden in der Regel unter Kurzzeitbelastung durchgeführt. Auswirkungen von Dauerbeanspruchungen oder zyklischer Beanspruchungen im Gebrauchslastbereich auf schiefwinklig bewehrte Flächentragewerke sind bislang wenig erforscht.

#### 11 Literaturverzeichnis

- [Aoy-79] AOYAGI, Y.; YAMADA, K. (1979): An experimental approach to the design of network reinforcement against in-plane shear in reinforced concrete containments (5th SMiRT Conference J4/7).
- [Aoy-83] AOYAGI, Y.; YAMADA, K. (1983): Strength and deformational characteristics of reinforced concrete shell elements subjected to in-plane forces. Translation from Transactions of JSCE No. 331, 38–67.
- [Bar-10] BARRÉ, F.; BISCH, P.; CHAUVEL, D.; CORTADE, J. (2010): Cracking and shrinkage in special works - A review of different calculation methods. Washington (3rd fib International Congress).
- [Bau-72] BAUMANN, T. (1972): Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton. Berlin: Beuth (DAf-Stb, Heft 217).
- [Bee-70] BEEBY, A. W. (1970): An investigation of cracking in slabs spanning one way. Cement and Concrete Association. London. (Technical Report TRA 433).
- [Bhi-87] BHIDE, S.; COLLINS, M. (1987): Reinforced concrete elements in shear and tension. Publication No. 87-02. University of Toronto.
- [Bol-10] BOLLINGER, K. ET AL. (2010): Das ROLEX Learning Center der EPFL in Lausanne. Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 105, H. 4, 248–259.
- [Bor-05] BOROSNYÓI, Q.; BALÁZ, G. (2005): Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. Journal of Structural Concrete, Vol. 6, 52–62.
- [Bro-99] BRONSTEIN, I.; SEMEDJAJEW, K.; MUSIOL, G.; MÜHLIG, H. (1999): Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch.
- [Cal-11] CALDENTEY, A.; CORRES PEIRETTI, H.; IRIBARREN, J. (2011): Cracking revisited: Results of an experimental program in view of the new model code proposal, including the effect of stirrups on crack spacing. Fib Symposium Prague 2011, Vol. 1, 199–202.
- [Cla-72] CLARK, L. (1972): Tests on slab elements and skew slab bridges designed in accordance with the factored elastic moment field. Cement and Concrete Association. London. (Technical Report 42.474).
- [Cla-73] CLARK, L. (1973): Flexural cracking in slab bridges. Cement and Concrete Association. London. (Technical Report 42.479).
- [CEB-90] CEB-FIP Model Code 90, 1991: Bulletin d' Information. Lausanne.
- [CEB-10] CEB-FIB Model Code 2010: First complete draft. Vol. 1 & Vol. 2. Lausanne.
- [DAS-03] DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (2003): Erläuterungen zu DIN 1045-1. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 525).

- [Dei-92] DEI POLI, S.; DI PRISCO, M.; GAMBAROVA, P. (1992): Shear response, deformations, and subgrade stiffness of dowel bar embedded in concrete. ACI Structural Journal, 665–675.
- [DIN-08] DIN 1045-1, August 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
- [Dud-98] DUDDECK, H.; AHRENS, H. (1998): Statik der Stabtragwerke. Sonderdruck aus dem Beton-Kalender. Berlin: Ernst & Sohn.
- [Dri-10] DRIBURG, C. (2010): Numerische Untersuchungen zum Riss- und Verbundverhalten schiefwinklig bewehrter Stahlbetonscheiben. Diplomarbeit. iBMB der TU Braunschweig.
- [Dul-72] DULÁCSKA, H. (1972): Dowel action of reinforcement crossing cracks in concrete. ACI Journal, 754–757.
- [Ebn-63] EBNER, F. (1963): Über den Einfluss der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Hauptspannrichtung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten. Dissertation. TH Karlsruhe.
- [EC2-11] DIN EN 1992-1-1, Januar 2011: Eurocode 2 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [EC2A-11] DIN EN 1992-1-1/NA, Januar 2011: Nationaler Anhang National festge-legte Parameter Eurocode 2 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragewerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [Eck-02] ECKFELDT, L. (2002): Der Fraktilwert von Rissbreitenberechnungsmodellen (und andere Mysterien). Institut für Massivbau. TU Dresden. (Schriftenreihe Konstruktiver Ingenieurbau, Heft 2).
- [Eck-09] ECKFELDT, L.; SCHRÖDER, S.; LINDORF, A.; LEMNITZER, L.; HAMDAM, A.; CURBACH, M. (2009): Verbesserung der Vorhersage von sehr kleinen Rissbreiten. Schlussbericht: Frauenhofer IRB (T 3219).
- [Eib-76] EIBL, J.; IVÁNYI, G. (1976): Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 260).
- [Eif-83] EIFLER, H. (1983): Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluss auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken. Dissertation. TU Berlin.
- [Ele-74] ELEIOTT, A. (1974): An experimental investigation of shear transfer across cracks in reinforced concrete. M.Sc.-Thesis. Cornell University.
- [Eli-83] ELIGEHAUSEN, R.; POPOV, E.; BERTERO, V. (1983): Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations. Report No. UCB/EERC-83/23. Berkeley (California).
- [Emp-95] EMPELMANN, M. (1995): Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen. Dissertation. RWTH Aachen.

- [Emp-11] EMPELMANN, M.; KRAKOWSKI W. (2011): Crack width control of construction elements with skew reinforcement. Fib Symposium Prague, Vol. 1 (Long Version).
- [Emp-12] EMPELMANN, M.; KRAKOWSKI W. (2012): DFG Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben EM 203/3-1: Rissverhalten schiefwinklig bewehrter Stahlbetonbauteile. iBMB, TU Braunschweig.
- [Flü-30] FLÜGGE, W. (1930): Die Spannungsermittlung in Scheiben und Schalen aus Eisenbeton. Ingenieur-Archiv, H. 5, 481–490.
- [Fra-84] FRANZ, G. (1984): Nochmals: Schiefe Bewehrung. Bauingenieur, Jg. 59, 49–52.
- [Gio-09] GIORDANO, L.; MANCINI, G. (2009): Crack width evaluation of reinforced concrete membrane elements. Structural Engineering International, Vol. 3, 256–261.
- [Gro-92] GROTE, K. (1992): Theorie und Anwendung geometrisch und physikalisch nichtliniearer Algorithmen auf Flächentragwerke aus Stahlbeton. Universität Kaiserslautern, Fachgebiet Baustatik. Bericht 1.
- [Hor-11] HORNBOSTEL, S. (2011): Numerische Untersuchungen zum Einfluss der Rissverzahnung bei einaxialer Zugbeanspruchung in schiefwinklig bewehrten Stahlbetonscheiben. Diplomarbeit. iBMB der TU Braunschweig.
- [Iva-82] IVÁNYI, G.; LARDI, R. (1982): Trag- und Verformungsverhalten von netzbewehrten Stahlbetonplatten. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen (Heft 19). Universität Essen Gesamthochschule.
- [Kau-98] KAUFMANN, W. (1998): Strength and deformation of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces. Dissertation. ETH Zürich.
- [Kis-83] KISHEK, M. (1983): Tension stiffening and crack widths in reinforced concrete beam and slab elements. Dissertation. University of Cambridge.
- [Kle-75] KLEIN, D.; KRISTJANSSON, R.; LINK, J.; MEHLHORN, G.; SCHÄFER, H. (1975): Zur Berechnung von dünnen Stahlbetonplatten bei Berücksichtigung eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens. Forschungsbericht Nr. 25. TH Darmstadt, Institut für Massivbau.
- [Kol-88] KOLLEGGER, J. (1988): Ein Materialmodell für die Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken. Dissertation. Gesamthochschule Kassel.
- [Kön-96] KÖNIG, G.; TUE, N. (1996): Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 466).
- [Kra-10a] KRAKOWSKI, W.; HENKE, V.; EMPELMANN, M. (2010): Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung. Schlussbericht: Fraunhofer IRB Verlag (T 3237).
- [Kra-10b] KRAKOWSKI, W. (2010): Rissverhalten schiefwinklig bewehrter Stahlbetonbauteile: Doktorandensymposium DAfStb Kaiserlautern 2010, 275–287.

- [Kre-90] KRELLER, H. (1990): Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 409).
- [Kri-84] Krips, M. (1984): Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Dissertation. TH Darmstadt.
- [Kup-73] KUPFER, H. (1973): Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 229).
- [Kuy-64] KUYT, B. (1964): Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken. Beton- und Stahlbetonbau, H. 7, 158–163.
- [Lar-85] LARDI, R. (1985): Zur Bemessung von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit Netzbewehrung beliebiger Orientierung. Dissertation. Universität Essen Gesamthochschule, Fachbereich Bauwesen.
- [Lee-04] LEE, S.; SONG, Y.; HAN, S. (2004): Biaxial behavior of plain concrete of nuclear containment building. Nuclear Engineering and Design, Nr. 227, 143–153.
- [Lei-25] LEITZ, H. (1925): Zum Stand der Berechnung kreuzweise bewehrter Platten. Bautechnik, H. 32, 920–924.
- [Lem-11] LEMNITZER, L.; SCHRÖDER, S.; CURBACH, M. (2011): Der Einfluss von Querzug auf die Rissbildung und den Verbund zwischen Beton und Bewehrung in Stahl- und Spannbetoncontainments. Abschlussbericht TU Dresden. Reaktorsicherheitsforschung-Vorhaben-Nr. 1501336.
- [Len-66] LENSCHOW, R.; SOZEN, M. (1966): A yield criterion for reinforced concrete under biaxial moments and forces. Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 311. University of Illinois.
- [Leo-77] LEONHARDT, F. (1977): Vorlesungen über Massivbau. Teil 4, Nachweis der Gebrauchsfähigkeit. Berlin: Springer.
- [Lin-07] LINDORF, A.; LEMNITZER, L. (2007): Rissbreiten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Berlin: Beuth (DAfStb - Beiträge zum 48. Forschungskolloquium).
- [Mae-96] MAEKAWA, K.; QURESHI, J. (1996): Embedded bar behavior in concrete under combined axial pullout and transverse displacement. J. Materials, Conc. Struct., Pavements No. 532/V-30, 183–195.
- [Mat-74] MATTOCK, A. (1974): Shear transfer in concrete having reinforcement at an angle to the shear plane. ACI SP 42-2, 17–42.
- [Mis-95] MISHIMA, T.; SUZUKI, A.; SHINODA, Y.; MAEKAWA, K. (1995): Nonelastic behavior of axial reinforcement subjected to axial slip and deformation at the crack surface. ACI Structural Journal, 380–385.
- [Naw-70] NAWY, E.; ORENSTEIN, G. (1970): Crack width control in reinforced concrete two-way slabs. ASCE Journal of the Structural Division, Jg. 96, H. 3, 701–721.

- [Noa-78] NOAKOWSKI, P. (1978): Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 296).
- [Noh-01] NOH, S. Y. (2001): Beitrag zur numerischen Analyse der Schädigungsmechanismen von Naturzugkühltürmen. Dissertation. RWTH Aachen.
- [Pan-95] PANG, X.; HSU, T (1995): Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear. ACI Structural Journal, Jg. 92, H. 6, 665–677.
- [Pau-74] PAULAY, T.; PARK, R.; PHILLIPS, M. (1974): Horizontal construction joints in cast in place reinforced concrete. ACI SP 42 27, 599-616.
- [Pet-64] PETER, J. (1964): Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung. Dissertation. TH Stuttgart.
- [Pol-94] POLAK, M.; VECCHIO, F. (1994): Reinforced concrete shell elements subjected to bending and membrane loads. ACI Structural Journal, 261–268.
- [Pra-91] PRAKHYA, G.; MORLEY, C. (1991): Tension stiffening and moment-curvature relations of reinforced concrete elements. ACI Structural Journal, 597–605.
- [Pur-05] PURAINER, R. (2005): Last- und Verformungsverhalten von Stahlbetonflächentragwerken unter zweiaxialer Zugbeanspruchung. Dissertation. Universität der Bundeswehr München
- [Qua-80] QUAST, U., (1980): Rechensätze in Form einer Spannungsdehnungsbeziehung für das Mitwirken des Betons in der gerissenen Zugzone von Stahlbetonquerschnitten – Bericht der Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig.
- [Rab-57] RABICH, R. (1957): Die Schnittkräfte in kreiszylindrischen Schalenträgern aus Stahlbeton. Teknisk Ukeblad. Oslo (Proceedings of the Symposium on Concrete Shell Roof Construction).
- [Reh-68] REHM, G.; MARTIN, H. (1968): Zur Frage der Rissbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 63, H. 8, 175–182.
- [Röd-74] RÖDER, F. (1974): Versuchsergebnisse zum Kraftverlauf in schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstäben. (Forschungsbericht Nr. 23). TH Darmstadt.
- [Roh-89] ROHLING, A. (1989): Zum Einfluss des Verbundkriechens auf die Rissbreitenentwicklung sowie die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen. Fortschrittberichte VDI Verlag, Reihe 4: Bauingenieurwesen, Nr. 93.
- [Roo-94] Roos, W. (1994): Zur Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons in scheibenförmigen Bauteilen bei gleichzeitig wirkender Querzugbeanspruchung. Dissertation. TU München.
- [Ros-97] ROSSI, P.; ULM, F. (1997): Size effect in the tensile-compressive behaviour of concrete: physical mechanisms and modeling. Material and Structures, Vol. 30, 210–216.

- [Rüd-09] RÜDIGER, L. (2009): Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten unter Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung im gerissenen Zustand. Dissertation. Universität der Bundeswehr München.
- [Ruß-93] RUßWURM, D.; MARTIN, H. (1993): Betonstähle für den Stahlbetonbau Eigenschaften und Verwendung.
   Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GmbH.
- [Sab-09] SABRAH, T.; MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. (2009): Development of a new test facility to examine reinforced concrete panels under uniaxial and biaxial direct tension. Journal of Testing and Evaluation, Vol. 37, No. 6, 582–595.
- [Sca-91] SCANLON, A.; GREEN, D.; PHILLIPS, D. (1991): Skew reinforced concrete panels. ASCE Journal of Structural Engineering, 1477–1491.
- [Schi-89] SCHIEßL, P. (1989): Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 400).
- [Scho-84] Schober, H. (1984): Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation. Universität Stuttgart.
- [Shi-87] SHIMA, H.; CHOU L.-L.; OKAMURA, H. (1987): Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete. Journal of the Faculty of Engineering, Vol. XXXIX, No. 2. University of Tokyo.
- [Sip-03] SIPPEL, T. (2003): Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 540).
- [Sto-93] Stolze, R. (1993): Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten mit von der Bruchlinien abweichender Bewehrungsrichtung. Massivbau und Baustofftechnologie Karlsruhe, Heft 21.
- [Str-73] STROEVEN, P. (1973): Some aspects of the micromechanics of concrete. Dissertation. TU Delft.
- [Tam-09] TAMMO, K.; THELANDERSSON, S. (2009): Crack widths near reinforcement bars for beams in bending. Structural Concrete, Jg. 10, H. 1, 27–34.
- [Tep-73] TEPFERS, R. (1973): A theory of bond applied to overlapped tensile reinforcement splices for deformed bars. Dissertation. Chalmers University of Technology. Göteborg.
- [Thi-00] THIELE, K.; WENK, T.; BACHMANN, H. (2000): Versuche an Stahlbeton-wänden unter pseudodynamischer Einwirkung. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich.
- [Tim-03] TIMM, M. (2003): Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung. Dissertation. TU Braunschweig.
- [Tue-93] TUE, N. (1993): Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 435).

- [Vec-82] VECCHIO, F.; COLLINS, M. (1982): The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses. Publication No. 82-03. University of Toronto.
- [Vec-86] VECCHIO, F.; COLLINS, M. (1986): The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI Journal, 219–231.
- [Wal-80] WALRAVEN, J. (1980): Aggregate Interlock; A theoretical and experimental analysis. Dissertation. Delft University.
- [Wäs-69] WÄSTLUND, G.; HALLBJÖRN, L. (1969): Beitrag zum Studium der Durchbiegungen und des Bruchmomentes von Stahlbetonplatten mit schiefer Bewehrung. Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus. Berlin: W. Ernst & Sohn, 135–138.
- [Win-93] WINDISCH, A. (1993): Der Wirkungsgrad eines schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstabes. Bauingenieur, Jg. 68, 175–181.
- [Win-00] WINDISCH, A. (2000): On the design of two-way reinforcements in R/C. Scuola di specializzazione in Costruzioni in C.A. Fratelli Pesenti. Politecnico di Milano, Italia. (Studi e ricerche, Vol. 21).
- [Win-04] WINKLER, B.; HOFSTETTER, G.; LEHAR, H. (2004): Application of a constitutive model for concrete to the analysis of a precast segmental tunnel lining. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Jg. 28, 797–819.
- [Zer-80] ZERNA, W.; MUNGAN, I.; STEFFEN, W. (1980): Bestimmung der Beulsicherheit von Schalen aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der physikalisch nichtlinearen Materialeigenschaften. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 315).
- [Zil-06] ZILCH, K.; ZEHETMAIER, G. (2006): Bemessung im konstruktiven Betonbau Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1. Berlin-Heidelberg: Springer.

# Anhang A – Ansatz für Rissbreiten, Beispiele und Versuchsdatenbank

# A-1 Herleitung Rissbreitenansatz

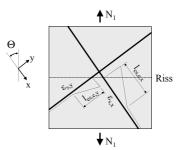
Die nachfolgend aufgeführten Beziehungen wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit zunächst für unidirektionale Rissbildung mit  $N_1 > N_{1cr}$  und  $N_2 \le N_{2cr}$  hergeleitet und auf den Fußzeiger verzichtet. Darauf aufbauend sind unter Punkt F) Beziehungen für die bidirektionale Rissbildung mit  $N_1 > N_{1cr}$  und  $N_2 > N_{2cr}$  angegeben.

# A) Rissabstand bei Erstrissbildung

Voraussetzung ist, dass am Ende der Einleitungslänge Dehnungsgleichheit zwischen Beton und Stahl vorliegt (Bild A-1) und

$$\frac{\varepsilon_{\text{Sr1,x}}}{\cos^2 \Theta} = \frac{\varepsilon_{\text{sr1,y}}}{\sin^2 \Theta} = \varepsilon_{\text{cr}} \tag{A-1}$$

gilt.



### Bild A-1: Einleitungslängen bei Erstrissbildung

Die Summe der Kräfte am Ende der Einleitungslänge ergibt sich zu

$$N_{ges} = N_{cr} + N_{sr1,x} \cdot \cos \Theta + N_{sr1,y} \cdot \sin \Theta.$$
 (A-2)

Am Ende der Einleitungslänge herrscht zwischen Beton und Betonstahl Dehnungsgleichheit, es gilt

$$\frac{\sigma_{sr1,x}}{\cos^2\Theta\cdot E_s} = \frac{\sigma_{sr1,y}}{\sin^2\Theta\cdot E_s}.$$
 (A-3)

Auflösen nach den Stahlspannungen ergibt:

$$\begin{split} &\sigma_{sr1,x} = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \cos^2 \Theta \ = f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \cos^2 \Theta \\ &\sigma_{sr1,y} = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \sin^2 \Theta = f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \sin^2 \Theta \end{split} \tag{A-4}$$

Die Beziehung zwischen Kraft und Stahlspannung der jeweiligen Bewehrungsrichtung wird mit

$$\begin{split} N_{sr1,x} &= \sigma_{sr1,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta = A_{s,x} \cdot f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \cos^3 \Theta = A_{s,x} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \cos^3 \Theta \\ N_{sr1,y} &= \sigma_{sr1,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin \Theta = A_{s,y} \cdot f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \sin^3 \Theta = A_{s,y} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \sin^3 \Theta \end{split} \tag{A-5}$$

hergestellt. Das Einsetzen von Gl. (A-5) in Gl. (A-2) ergibt:

$$\begin{split} N_{ges} &= f_{ct} \cdot A_{ct} + A_{s,x} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_{e} \cdot \cos^{4} \Theta + A_{s,y} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_{e} \cdot \sin^{4} \Theta \\ &= f_{ct} \cdot A_{ct} \cdot \left( 1 + \alpha_{e} \cdot \frac{A_{s,x} \cdot \cos^{4} \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^{4} \Theta}{A_{ct}} \right) \end{split} \tag{A-6}$$

Die Zugkräfte im Riss müssen mit den Zugkräften am Ende der Einleitungslänge im Gleichgewicht stehen. Es gilt

$$\begin{split} \frac{\epsilon_{\text{Sr1,x}}}{\cos^2 \Theta} &= \frac{N_{\text{ges}}}{E_c \cdot A_{\text{c,eff}} + E_s \cdot \left(A_{\text{s,x}} \cdot \cos^4 \Theta + A_{\text{s,y}} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \\ &= \frac{N_{\text{s2,x}} \cdot \cos \Theta + N_{\text{s2,y}} \cdot \sin \Theta}{E_c \cdot A_{\text{c,eff}} + E_s \cdot \left(A_{\text{s,x}} \cdot \cos^4 \Theta + A_{\text{s,y}} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \\ &= \frac{\sigma_{\text{s2,x}} \cdot A_{\text{s,x}} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{\text{s2,y}} \cdot A_{\text{s,y}} \cdot \sin^2 \Theta}{E_c \cdot A_{\text{c,eff}} + E_s \cdot \left(A_{\text{s,x}} \cdot \cos^4 \Theta + A_{\text{s,y}} \cdot \sin^4 \Theta\right)}. \end{split} \tag{A-7}$$

Die Stahlspannung in x-Richtung wird mit

$$\sigma_{\text{Sr1,x}} = \frac{E_{\text{s}} \cdot \left(\sigma_{\text{S2,x}} \cdot A_{\text{s,x}} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{\text{s2,y}} \cdot A_{\text{s,y}} \cdot \sin^2 \Theta\theta\right)}{E_{\text{c}} \cdot A_{\text{c,eff}} + E_{\text{s}} \cdot \left(A_{\text{s,x}} \cdot \cos^4 \Theta + A_{\text{s,y}} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \cdot \cos^2 \Theta$$
(A-8)

berechnet. Die einzuleitende Spannungsdifferenz beträgt dann:

$$\sigma_{\text{s2,x}} - \sigma_{\text{sr1,x}} = \sigma_{\text{s2,x}} - \frac{E_{\text{s}} \cdot \left(\sigma_{\text{s2,x}} \cdot A_{\text{s,x}} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{\text{s2,y}} \cdot A_{\text{s,y}} \cdot \sin^2 \Theta\right)}{E_{\text{c}} \cdot A_{\text{c,eff}} + E_{\text{s}} \cdot \left(A_{\text{s,x}} \cdot \cos^4 \Theta + A_{\text{s,y}} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \cdot \cos^2 \Theta$$
(A-9)

Mit der Beziehung aus Gl. (7-1) ergibt sich

$$\sigma_{s2,v} = \sigma_{s2,x} \cdot \tan^2 \Theta. \tag{A-10}$$

Einsetzen von Gl. (A-10) in Gl. (A-9) führt auf:

$$\begin{split} &\sigma_{s2,x} - \sigma_{sr1,x} = \\ &= \sigma_{s2,x} - \frac{E_s \cdot \left(\sigma_{s2,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{s2,x} \cdot A_{s,y} \cdot \tan^2 \Theta \cdot \sin^2 \Theta\right)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot \left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \cdot \cos^2 \Theta \\ &= \sigma_{s2,x} - \sigma_{s2,x} \cdot \frac{E_s \cdot \left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot \left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \\ &= \sigma_{s2,x} \left(1 - \frac{\alpha_e \cdot \left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right) \cdot \frac{1}{A_{c,eff}}}{1 + \alpha_e \cdot \left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right) \cdot \frac{1}{A_{c,eff}}}\right) \\ &= \frac{\sigma_{s2,x}}{1 + \alpha_e \cdot effo^*} \end{split}$$

Es gilt die Abkürzung mit

$$eff \rho^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}}.$$
 (A-12)

Das Gleichgewicht zwischen der Zugkraft der Bewehrung und der über Verbund einzuleitenden Kraft wird für ein starr-plastisches Verbundgesetz mit

$$\frac{\sigma_{s_{2,X}}}{1 + \alpha_e \cdot eff \rho^*} \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta = \tau_{sm} \cdot u_{s,x} \cdot l_{es,e,x}$$
 (A-13)

erfüllt. Mit  $A_{s,x}/u_{s,x} = d_{s,x}/4$  ermittelt sich die Einleitungslänge der x-Richtung zu:

$$l_{es,e,x} = \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff\rho^*)}$$
 (A-14)

Analog kann die Einleitungslänge der y-Richtung mit

$$l_{\text{es,e,y}} = \frac{\sigma_{\text{s2,y}} \cdot d_{\text{s,y}} \cdot \sin \Theta}{4 \cdot \tau_{\text{sm}} \cdot (1 + \alpha_{\text{e}} \cdot \text{eff} \rho^*)}$$
 (A-15)

bestimmt werden.

Im Zustand der Erstrissbildung können die Einleitungslängen bezogen auf die Hauptrichtung unterschiedliche Werte annehmen. Dies muss bei der Bemessung berücksich-

tigt werden. Die für den Rissbreitennachweis zugrunde zu legende Einleitungslänge lässt sich mittels einer Abgrenzung durch

$$\frac{l_{\text{es,e,y}} \cdot \sin \Theta}{l_{\text{es,e,x}} \cdot \cos \Theta} = \frac{d_{\text{s,y}}}{d_{\text{s,x}}} \cdot \tan^4 \Theta \begin{cases} > 1 & y - ma \& gebend \\ < 1 & x - ma \& gebend \end{cases}$$
 (A-16)

bestimmen.

Mit der Annahme  $1.8 \cdot f_{ct,eff} = \tau_{sm}$  und  $2 \cdot l_{es} = s_{r,max}$  gilt in Abhängigkeit von Gl. (A-16) für den maximalen Rissabstand:

$$\begin{split} s_{r,max} &= s_{r,max,x} \cdot \cos \Theta = \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta}{3.6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho^*)} \\ bzw. & \text{(A-17)} \\ s_{r,max} &= s_{r,max,y} \cdot \sin \Theta = \frac{\sigma_{s2,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta}{3.6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho^*)} \end{split}$$

#### B) Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung

Bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit tritt ein Riss auf und es gilt

$$N_{cr} = f_{ct} \cdot A_{c,eff} = \tau_{sm} \cdot (l_{es,a,x} \cdot u_{s,x} \cdot \cos \Theta + l_{es,a,y} \cdot u_{s,y} \cdot \sin \Theta). \tag{A-18}$$

Zwischen den beiden Einleitungslängen besteht nach Bild A-2 folgende geometrische Beziehung:

$$l_{es,a} = l_{es,a,x} \cdot \cos \Theta = l_{es,a,y} \cdot \sin \Theta$$
 (A-19)

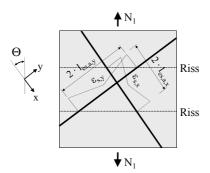


Bild A-2: Einleitungslänge im abgeschlossenen Rissbild

Diese Einleitungslänge lässt sich durch Einsetzen von Gl. (A-19) in Gl. (A-18) mit

$$\begin{split} l_{es,a} &= \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{sm} \cdot \left( u_{s,x} \cdot \cos \Theta + u_{s,y} \cdot \sin \Theta \right)} \\ &= \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{sm} \cdot \left( A_{s,x} \cdot \cos \Theta + A_{s,y} \cdot \sin \Theta \right)} \end{split} \tag{A-20}$$

ermitteln.

Mit den Annahmen 1,8 ·  $f_{ct,eff} = \tau_{sm}$  und 2 ·  $l_{es} = s_{r,max}$  der DIN 1045-1, sowie der Abkürzung  $A_{s,x} \cdot \cos\Theta / A_{c,eff} = eff \rho_x$  bzw.  $A_{s,x} \cdot \sin\Theta / A_{c,eff} = eff \rho_y$  wird der maximale Rissabstand im abgeschlossenen Rissbild berechnet zu:

$$s_{r,\text{max}} = s_{r,\text{max},x} \cdot \cos \Theta = s_{r,\text{max},y} \cdot \sin \Theta = \frac{1}{3.6 \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}}\right)}$$
(A-21)

# C) Dehnungsdifferenz bei Erstrissbildung

Die Beziehungen nach DIN 1045-1 bleiben erhalten, wobei eine Transformation der Betondehnungen erfolgen muss, es gilt

$$\begin{split} \epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm,x} &= \epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm} \cdot \cos^2 \Theta = 0.6 \cdot \frac{\sigma_{s2,x}}{E_s} \\ bzw. & \\ \epsilon_{sm,y} - \epsilon_{cm,y} &= \epsilon_{sm,y} - \epsilon_{cm} \cdot \sin^2 \Theta = 0.6 \cdot \frac{\sigma_{s2,y}}{E_s}. \end{split}$$

# D) Dehnungsdifferenz bei abgeschlossener Rissbildung

Auch hier bleiben die Beziehungen der DIN 1045-1 grundsätzlich erhalten, es gilt

$$\begin{split} \epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm,x} &= \epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm} \cdot cos^2 \, \Theta \\ &= \epsilon_{s,x} - 0.4 \cdot \frac{N_{ges}}{E_s \cdot eff\rho^*} \cdot cos^2 \, \Theta \\ &= \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff\rho^*)}{eff\rho^*} \cdot cos^2 \, \Theta \\ &= \frac{\sigma_{s,y}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff\rho^*)}{eff\rho^*} \cdot sin^2 \, \Theta. \end{split} \tag{A-23}$$

### E) Rissbreite bei einaxialer Zugbeanspruchung

Die Rissbreite bei schiefwinkliger Bewehrung, nachfolgend ergänzt um den Index 1 im Fußzeiger, errechnet sich analog zu DIN 1045-1 bzw. EC 2 und mit dem Abgrenzungskriterium aus Gl. (A-16) zu

$$w_{1k} = s_{1r,max} \cdot \Delta \epsilon_{1m} = \max \begin{cases} s_{1r,max,x} \cdot (\epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x}) / \cos \Theta \\ s_{1r,max,y} \cdot (\epsilon_{1sm,y} - \epsilon_{1cm,y}) / \sin \Theta \end{cases}$$
 (A-24)

Es gelten für die Dehnungsdifferenz die Bedingungen mit

$$\begin{split} \epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x} &= \frac{\sigma_{1s,x}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{eff \rho_1^*} \cdot \cos^2 \Theta \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_{1s,x}}{E_s} \\ & bzw. \\ \epsilon_{1sm,y} - \epsilon_{1cm,y} &= \frac{\sigma_{1s,y}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{eff \rho_1^*} \cdot \sin^2 \theta \geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_{1s,y}}{E_s}. \end{split}$$

Für den Rissabstand gilt

$$s_{1r,\max,x} = \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{1s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_1^*)}$$

$$bzw.$$

$$s_{1r,\max,x} = \frac{1}{3,6 \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{1s,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_1^*)}.$$
(A-26)

#### F) Rissbreite bei zweiaxialer Zugbeanspruchung

Für eine zweiaxiale Zugbeanspruchung lassen sich die vorgenannten Gleichungen entsprechend erweitern. Die in A) bis E) formulierten Beziehungen behalten ihre Gültigkeit. Der Nachweis der Rissbreiten ist damit für zwei Hauptrichtungen getrennt zu führen. Für die Hauptrichtung 1 gelten die in A) bis E) genannten Beziehungen. Für den Nachweis der Rissbreiten in der Hauptrichtung 2 ist von den nachfolgenden Gleichungen auszugehen. Für die Rissbreite senkrecht zur Hauptrichtung 2 gilt

$$w_{2k} = s_{2r,max} \cdot \Delta \varepsilon_{2m} = \max \begin{cases} s_{2r,max,x} \cdot (\varepsilon_{2sm,x} - \varepsilon_{2cm,x}) / \sin \Theta \\ s_{2r,max,y} \cdot (\varepsilon_{2sm,y} - \varepsilon_{2cm,y}) / \cos \Theta \end{cases}$$
 (A-27)

Die maßgebende Bewehrungsrichtung für den Nachweis der Rissbreite in Hauptrichtung 2 wird mit

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \cot^4 \Theta \begin{cases} > 1 & y - ma \& gebend \\ < 1 & x - ma \& gebend \end{cases}$$
 (A-28)

ermittelt. Die Dehnungsdifferenz wird in Abhängigkeit von Gl. (A-28) mit

$$\begin{split} \epsilon_{2sm,x} - \epsilon_{2cm,x} &= \frac{\sigma_{2s,x}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*)}{eff \rho_2^*} \cdot sin^2 \, \Theta \\ & oder \\ \epsilon_{2sm,y} - \epsilon_{2cm,y} &= \frac{\sigma_{2s,y}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_2^*)}{eff \rho_2^*} \cdot cos^2 \, \Theta \end{split}$$

bestimmt. Es gilt die Abkürzung

$$eff \rho_2^* = \frac{A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta}{A_{c,eff}}.$$
 (A-30)

Die Ermittlung des maximalen Rissabstandes bezogen auf die Stabachse erfolgt ebenfalls in Abhängigkeit von Gl. (A-28) mit

$$s_{2r,\text{max},x} = \frac{1}{3,6 \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{2x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{2y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{2s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \sin \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_2^*)}$$

$$bzw. \qquad (A-31)$$

$$s_{2r,\text{max},y} = \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{2x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{2y}}{d_{s,y}}\right)} \le \frac{\sigma_{2s,y} \cdot d_{s,y} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_2^*)}.$$

Für den effektiven Bewehrungsgrad der jeweiligen Richtung gilt

$$\begin{split} \text{eff} \rho_{2x} &= \frac{A_{s,x}}{A_{c,eff}} \cdot \sin \Theta \\ & \text{bzw.} \end{split} \tag{A-32} \\ \text{eff} \rho_{2y} &= \frac{A_{s,y}}{A_{c,eff}} \cdot \cos \Theta. \end{split}$$

Hinweis:

Die günstige Wirkung einer mittleren Druckkraft  $D_{1cm}$  darf entsprechend Gl. (7-17) berücksichtigt und von der Einwirkung  $N_2$  abgezogen werden, wenn  $N_1 > 1,3 \cdot N_{1cr}$  gilt.

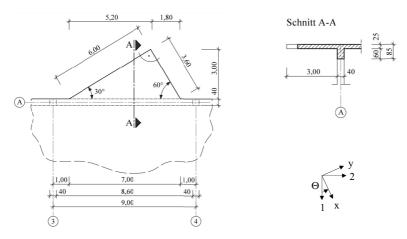
# A-2 Berechnungsbeispiel Kragplatte (Rissbreitenansatz)

# Aufgabenstellung

Bei dem Bauteil handelt es sich um eine Stahlbetonkragplatte im Innern eines öffentlichen Gebäudes als Teil eines Deckensystems in Ortbeton. Nachfolgend wird nur die Kragplatte exemplarisch bemessen. Der Schwerpunkt der nachfolgenden Berechnung liegt auf dem Nachweis der Rissbreite. Querkraftnachweise, konstruktive Durchbildung etc. sind nicht Gegenstand des Beispiels.

#### System, Bauteilmaße, Betondeckung

Kragarm mit einer maximalen Kraglänge von 3,0 m und einer Plattendicke von 25 cm. Die Biegebewehrung wird parallel zu den Außenkanten der Kragplatte geführt (siehe Koordinatensystem in der Skizze).



Mindestfestigkeitsklasse, Betondeckung

Expositionsklasse für Bewehrungskorrosion infolge Karbonatisierung

Trocken, Bauteil in Innenräumen

mit normaler Luftfeuchte XC1

Mindestfestigkeitsklasse Beton C 16/20

keine Expositionsklasse für Betonangriff

gewählt C 25/30 XC1

# Betondeckung für Expositionsklasse XC1

Mindestbetondeckung  $c_{min} = 10 \text{ mm}$ Vorhaltemaß  $\Delta c = 10 \text{ mm}$ 

Nennmaß der

Betondeckung  $c_{nom} = 20 \text{ mm}$ 

Entspricht Verlegemaß c<sub>v</sub> für die äußerste Bewehrungslage.

#### Sicherstellung des Verbundes

 $c_{min}$  darf nicht geringer sein als der Stabdurchmesser  $d_s$ , dies ist bei der Bewehrungswahl zu beachten.

Bestimmung der Plattendicke aus der Begrenzung der Biegeschlankheit

Normale Anforderungen  $l_i / d \le 35$ 

$$\begin{split} l_i &= \alpha_i \cdot l \\ &= 2.4 \cdot 300 \quad (Kragarm) \\ &= 720 \text{ cm} \\ \\ erf \ d &\geq l_i \, / \, 35 \\ &= 720 \, / \, 35 = 20.6 \text{ cm} \\ \\ erf \ h &\geq erf \ d + d_s \cdot 1.5 + c_{nom} \\ &= 20.6 + 1.0 \cdot 1.5 + 2.0 \\ &= 24.1 \text{ cm} \end{split}$$

gewählt h = 25,0 cm

Schiefwinklig bewehrte
Bauteile weisen im gerissenen
Zustand ein weicheres Verformungsverhalten auf, als
Bauteile mit Bewehrung in
Kraftrichtung. Von daher wäre
im vorliegenden Fall für den
GZG ein entsprechender
Nachweis z. B. entsprechend
Abschnitt 8.4 zu führen.
Vereinfachend wird an dieser
Stelle auf das Schlankheitskriterium der DIN 1045-1
zurückgegriffen.

# Einwirkungen

# Charakteristische Werte

Ständig (Eigenlasten)

 $\begin{array}{lll} Stahlbetonplatte & 0.25 \cdot 25 & = 6.3 \text{ kN/m}^2 \\ Ausbaulast (Estrich etc.) & = 1.5 \text{ kN/m}^2 \\ Summe & g_k & = 7.8 \text{ kN/m}^2 \\ \end{array}$ 

Veränderlich

 $\begin{array}{lll} \text{Nutzlast} \ (Z) & q_k & = 4.0 \ k\text{N/m}^2 \\ \text{Summe} & q_k & = 4.0 \ k\text{N/m}^2 \\ \end{array}$ 

Das Eigengewicht des Geländers ist in der Ausbaulast enthalten.

Balkone, DIN 1055-3, Kategorie Z

Horizontallasten (z. B. Menschengedränge) werden vereinfachend im Rahmen dieser Berechnung nicht berücksichtigt.

# Bemessungswerte in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit

#### Teilsicherheitsbeiwerte

# Ständige Einwirkungen

Günstig  $\gamma_G = 1,0$ Ungünstig  $\gamma_G = 1,35$ 

## Veränderliche Einwirkungen

$$\begin{array}{lll} \mbox{G\"{u}} \mbox{mstig} & \gamma_Q & = 0 \\ \mbox{Ung\'{u}} \mbox{nstig} & \gamma_Q & = 1,35 \\ \mbox{$g_d$} & = \gamma_G \cdot g_k = 1,35 \cdot 7,8 & = 10,5 \ kN/m^2 \\ \mbox{$q_d$} & = \gamma_G \cdot g_k = 1,5 \cdot 4,0 & = 6,0 \ kN/m^2 \\ \mbox{$g_d$} + \mbox{$q_d$} & = 10,5 + 6,0 & = 16,5 \ kN/m^2 \end{array}$$

# Repräsentative Werte in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit

# Kombinationsbeiwerte für veränderliche Einwirkungen

 $\begin{array}{lll} \text{selten} & & \psi_{0,1} & = 0,7 \\ \text{h\"{a}ufig} & & \psi_{1,1} & = 0,7 \\ \text{quasi-st\"{a}ndig} & & \psi_{2,1} & = 0,6 \end{array}$ 

### a) seltene Einwirkungskombination

$$\begin{array}{ll} g_k & = 7.8 \ kN/m^2 \\ q_{k,l} & = 0.7 \cdot 4.0 \ = 2.8 \ kN/m^2 \end{array}$$

### b) häufige Einwirkungskombination

$$\begin{array}{ll} g_k & = 7.8 \; kN/m^2 \\ \psi_{1,1} \cdot q_{k,1} & = 0.7 \cdot 4.0 \; = 2.8 \; kN/m^2 \end{array}$$

c) quasi-ständige Einwirkungskombination

$$g_k = 7.8 \text{ kN/m}^2$$
  
 $\psi_{2.1} \cdot q_{k.1} = 0.6 \cdot 4.0 = 2.4 \text{ kN/m}^2$ 

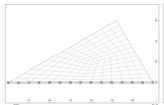
Schnittgrößen

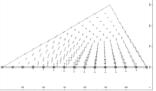
## Einheitsschnittgrößen

Die Ermittlung der Einheitsschnittgrößen erfolgte mit einem FE-Programm. Als maßgebender Schnitt wurde der Anschnitt zum Steg des Unterzuges definiert. Konservativ wurde angenommen, dass der Unterzug eine unnachgiebige Lagerung ist.

Hinsichtlich der Einwirkungskombination nach DIN 1055-100 sind die Einwirkungen der Nutzungskategorie des jeweiligen Gebäudes zuzuordnen. Hier Kategorie C3.

Programm SOFiSTiK, Version 25





Vernetztes System (links) und Hauptmomente (rechts)

Der maßgebende Punkt ergibt sich am Anschnitt mit  $M_1 = 2.4~kNm/m$ . Das maximale Hauptmoment verläuft senkrecht zum eingespannten Rand und damit um 30° geneigt zur Bewehrung in x-Richtung.

# Grenzzustand der Tragfähigkeit

$$M_{Ed.1} = 2.4 \cdot 16.5$$

= 39.8 kNm/m

# Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

a) seltene Einwirkungskombination

$$M_{Ed.1.rare} = 2.4 \cdot (7.8 + 2.8) = 25.4 \text{ kNm/m}$$

b) häufige Einwirkungskombination

$$M_{Ed,1,freq} = 2.4 \cdot (7.8 + 2.8) = 25.4 \text{ kNm/m}$$

c) quasi-ständige Einwirkungskombination

$$M_{Ed,1,perm} = 2.4 \cdot (7.8 + 2.4) = 24.5 \text{ kNm/m}$$

Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (Biegung)

# Bemessungswerte der Baustoffe

Teilsicherheitsbeiwerte in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit

- Beton 
$$< C 55/67 \gamma_c = 1,50$$

- Stahl 
$$\gamma_s = 1,15$$

Beton C 25/30

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.50 = 14.2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

#### Betonstahlmatten und Betonstahl

BSt 500 M (A) BSt 500 S (A)

$$\begin{array}{ll} f_{yk} & = 500 \text{ N/mm}^2 \\ f_{yd} & = 500 \text{ / 1,15} \\ & = 435 \text{ N/mm}^2 \end{array}$$

# Bemessung für Biegung

# Bemessungsquerschnitt

$$b / h / d_x / d_y = 100 / 25 / 22,5 / 21,5 cm$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{Ed},x} = \ \mathbf{M}_1 \cdot \mathrm{cos}^2 \Theta + \mathbf{M}_2 \cdot \mathrm{sin}^2 \Theta + \frac{1}{k} (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \cdot \mathrm{sin} \Theta \cdot \mathrm{cos} \Theta$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{Ed,y}} = \ \mathbf{M}_1 \cdot \sin^2\Theta + \mathbf{M}_2 \cdot \cos^2\Theta + \frac{1}{k}(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta$$

mit k = 1 und  $M_2 = 0$  ergibt sich für die jeweilige Richtung

$$M_{Ed,x} = M_1 \cdot \cos^2 \Theta + M_1 \cdot \sin \Theta \cdot \cos \Theta$$
$$= 39.8 \cdot \cos^2 30 + 39.8 \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 = 47.0 \text{ kNm/m}$$

$$k_d = \sqrt{\frac{d_x}{M_{Ed,x}}} = \sqrt{\frac{22.5}{47.0}} = 3.25 \rightarrow k_s = 2.40$$

$$A_{\text{sx,erf}} = 2,40 \cdot \frac{47,0}{22,5} = 5,01 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Ed,y}} &= M_1 \cdot \sin^2 \Theta + M_1 \cdot \sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ &= 39.8 \cdot \sin^2 30 + 39.8 \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 = 27.2 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

$$k_{\rm d} = \sqrt{\frac{d_{\rm y}}{M_{\rm Ed,y}}} = \sqrt{\frac{21.5}{27.2}} = 4.12 \rightarrow k_{\rm s} = 2.36$$

$$A_{\text{sy,erf}} = 2.36 \cdot \frac{27.2}{21.5} = 2.99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählte Bewehrung

$$\begin{array}{ll} \text{längs} \;\; d_s \; 10-15 &= 5,24 \; \text{cm}^2/\text{m} \\ &> 5,01 \; \text{cm}^2/\text{m} = A_{\text{sx,erf}} \\ \text{quer} \;\; d_s \; 8-15 &= 3,35 \; \text{cm}^2/\text{m} \\ &> 2,99 \; \text{cm}^2/\text{m} = A_{\text{sv,erf}} \end{array}$$

Für die Bestimmung der erforderlichen Bewehrung im GZT stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Im Rahmen des Beispiels wurde das Transformationsverfahren von KUYT [Kuy-64] verwendet Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (Rissbildung)

Bei der vorliegenden Expositionsklasse XC1 ergibt sich ein zulässiger Rechenwert der Rissbreiten von  $w_k = 0.4$  mm.

Anforderungsklasse F

# Bestimmung der maßgebenden Richtung

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta \quad \begin{cases} > 1 & y-ma \& gebend \\ < 1 & x-ma \& gebend \end{cases}$$

$$\frac{8}{10} \cdot \tan^4 30 = 0.01 \quad \text{die } x - \text{Richtung ist maßgebend}$$

# Bestimmung der Rissbreite

$$w_{1k} = s_{1r.max.x} \cdot (\varepsilon_{1sm.x} - \varepsilon_{1cm.x})/\cos\Theta$$

### Bestimmung der Dehnungsdifferenz

$$\begin{split} \epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x} &= \frac{\sigma_{1s,x}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho^*)}{eff \rho^*} \cdot \cos^2 \Theta \\ &\geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_{1s,x}}{E_c} \end{split}$$

mit

Stahlspannung in x-Richtung

$$\sigma_{1s,x,perm} = \frac{N_{Ed,1,perm} \cdot \cos^2 \Theta}{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}$$

$$N_{Ed,1,perm} = \frac{M_{Ed,1,perm}}{z_m} = \frac{24,5}{0,198} = 125,3 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_{1s,x,perm} = \frac{125,3 \cdot cos^2 30}{5,24 \cdot cos^4 30 + 3,25 \cdot sin^4 30} = 298,3 \text{ N/mm}^2$$

Effektive Betonzugfestigkeit

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

Bewehrungsgrade

$$\begin{split} eff & \rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}} \\ & = \frac{5,24 \cdot \cos^4 30 + 3,25 \cdot \sin^4 30}{7,25 \cdot 100} = 0,00435 \end{split}$$

Mittlerer Hebelarm (vereinfachend):  $z_m = 0.9 \cdot d_m$  $= 0.9 \cdot 22.1$ 

= 19.8 cm

$$A_{c,eff} = 2.5 \cdot d_{1m}$$
  
= 2.5 \cdot 2.9  
= 7.25 cm/n

$$\begin{split} & \text{eff} \rho_{1x} = \frac{A_{s,x}}{A_{c,eff}} \cdot \cos\Theta = \frac{6,24}{7,25 \cdot 100} \cdot \cos30 = 0,00745 \\ & \text{eff} \rho_{1y} = \frac{A_{s,y}}{A_{c,eff}} \cdot \sin\Theta = \frac{3,25}{7,25 \cdot 100} \cdot \sin30 = 0,00224 \\ & \epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x} = \\ & = \frac{298,3}{200.000} - \frac{0,4}{200.000} \cdot \frac{2,6 \cdot (1,032)}{0,00435} \cdot \cos^2 30 = 0,0005657 \\ & < 0,6 \cdot \frac{298,3}{200.000} = 0,0008949 \text{ maßgebend} \end{split}$$

# Bestimmung des Rissabstandes

$$\begin{split} s_{1r,\text{max,x}} &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \\ &\leq \frac{\sigma_{1s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos\theta}{3,6 \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho_1^*)} \\ &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos 30 \cdot \left(\frac{0,00745}{10} + \frac{0,00224}{8}\right)} = 312,9 \text{ mm} \\ &> \frac{298,3 \cdot 10 \cdot \cos 30}{3,6 \cdot 2,6 \cdot (1 + 7,5 \cdot 0,00435)} = 267,0 \text{ mm maßgebend} \end{split}$$

Die rechnerische Rissbreite ergibt sich zu

$$w_{1k} = 267,0 \cdot 0,0008949/\cos 30$$
  
= 0,28 mm < 0,40 mm =  $w_{k,zul}$ 

$$w_{1k,surf} = w_{1k} \cdot \frac{(h-x)}{(d_m - x)} = 0.25 \cdot \frac{(25-4.8)}{(19.8-4.8)} = 0.38 \text{ mm}$$

Zu Vergleichszwecken wurde eine hier nicht dargestellte Berechnung der Rissbreite für den Zeitpunkt t=0 und  $t=\infty$  durchgeführt. Mit einer Endkriechzahl von  $\phi=2,64$  nach Heft 525 DAfStb [DAS-03] und Gl. (8-6) und (9-1) ergeben sich die Rissbreiten zu:

$$w_{1k,t=0} = 0.24 \text{ mm} < 0.40 \text{ mm} = w_{k,zul}$$
  
 $w_{1k,t=\infty} = 0.25 \text{ mm} < 0.40 \text{ mm} = w_{k,zul}$ 

Im vorliegenden Fall hat das Kriechen der Betondruckzone rechnerisch nur einen geringen Einfluss auf die Rissbreiten.

Rissbreite in Höhe der Bewehrungslagen ist eingehalten.

w<sub>k, surf</sub> nach Gl. (9-1) und (9-3)

Zement normalerhärtend, Innenraumklima und Belastungsbeginn nach 28 Tagen. Zu Vergleichszwecken wird der Rissbreitennachweis mit den Ansätzen entsprechend DIN 1045-1, CLARK und GIORDA-NO & MANCINI bestimmt (Abschnitt 2.3.3).

[DIN-08], [Cla-73], [Gio-09]

#### Ansatz DIN 1045-1

Der Rissabstand kann nur für das abgeschlossene Rissbild berechnet werden, da zur Bestimmung der Einleitungslängen bei der Erstrissbildung keine Angaben über die Berechnung der Stahlspannungen vorliegen.

$$s_{r,max} = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{s_{r,max,x}} + \frac{\sin \theta}{s_{r,max,y}}}$$

mit

$$\begin{split} s_{r,max,x} &= \frac{d_{s,x}}{3,6 \cdot \text{eff} \rho_x} = \frac{10}{3,6 \cdot (5,24/(7,25 \cdot 100))} = 384 \text{ mm} \\ s_{r,max,y} &= \frac{d_{s,y}}{3,6 \cdot \text{eff} \rho_y} = \frac{8}{3,6 \cdot (3,25/(7,25 \cdot 100))} = 496 \text{ mm} \\ s_{r,max} &= \frac{1}{\frac{\cos 30}{384} + \frac{\sin 30}{496}} = 306 \text{ mm} \end{split}$$

Eine Berechnung der Rissbreite ist nicht möglich, da in der DIN 1054-1 keine weitergehenden Informationen zur Bestimmung der mittleren Dehnungsdifferenz enthalten sind.

# Ansatz GIORDANO & MANCINI

Prüfen welcher Fall vorliegt:

eff
$$\rho_x \cdot \cos^2 \Theta = 5.24/(7.25 \cdot 100) \cdot \cos^2 30 = 0.0054$$
  
eff $\rho_y \cdot \sin^2 \Theta = 3.25/(7.25 \cdot 100) \cdot \sin^2 30 = 0.0012$   
eff $\rho_x \cdot \cos^2 \Theta \neq \text{eff} \rho_y \cdot \sin^2 \Theta$ 

Die gesuchte Rissbreite ist als Nullstelle der folgenden quadratischen Funktion zu bestimmen:

$$D \cdot w^2 + F \cdot w + \frac{2,45 \cdot B \cdot s_{r,max}}{\cos\theta \cdot \sin\theta} = 0$$

DIN 1045-1, Abschnitt 11.2.4 (5) mit

$$\begin{split} A &= \frac{eff \rho_x \cdot \cos^4 \theta + eff \rho_y \cdot \sin^4 \theta}{\cos \theta \cdot \sin \theta \cdot \left(eff \rho_x \cdot \cos^2 \theta - eff \rho_y \cdot \sin^2 \theta\right)} \\ &= \frac{0,0072 \cdot \cos^4 30 + 0,0046 \cdot \sin^4 30}{\cos 30 \cdot \sin 30 \cdot (0,0072 \cdot \cos^2 30 - 0,0046 \cdot \sin^2 30)} \\ &= 2,357 \\ B &= \frac{\sigma_1 - E_s \cdot \left(eff \rho_x \cdot \Delta \epsilon_{sx} \cdot \cos^2 \theta - eff \rho_y \cdot \Delta \epsilon_{sy} \cdot \sin^2 \theta\right)}{E_s \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot \left(eff \rho_x \cdot \cos^2 \theta - eff \rho_y \cdot \sin^2 \theta\right)} \cdot s_{r,max} \end{split}$$

Dabei sind

$$\begin{split} \Delta \epsilon_{sx} &= \beta_t \cdot f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{eff \rho_x \cdot E_s} - \frac{1}{E_c}\right) \\ &= 0.25 \cdot 2.6 \cdot \left(\frac{1}{0.0072 \cdot 200.000} - \frac{1}{26.700}\right) = 0.00043 \\ \Delta \epsilon_{sy} &= \beta_t \cdot f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{eff \rho_y \cdot E_s} - \frac{1}{E_c}\right) \\ &= 0.25 \cdot 2.6 \cdot \left(\frac{1}{0.0046 \cdot 200.000} - \frac{1}{26.700}\right) = 0.00068 \end{split}$$

 $s_{r,max} = 306 \text{ mm}$ 

quasi-ständige Einwirkung

siehe Berechnung nach DIN 1045-1

$$F = 200.000 \cdot 0,585 \cdot \cos 30 \cdot \sin 30 \cdot (0,0072 + 0,0046)$$

$$+200.000 \cdot 306 \cdot (0,0072 \cdot 0,00043 - 0,0046 \cdot 0,00068)$$

$$-\frac{2,45 \cdot 2,357 \cdot 306}{\cos 30 \cdot \sin 30}$$

$$= -1236$$

Normalform der quadratischen Rissbreitenfunktion:

$$w^{2} + \frac{F \cdot w}{D} + \frac{2,45 \cdot B \cdot s_{r,max}}{D \cdot \cos \Theta \cdot \sin \Theta} = 0$$

Nullstellen der quadratischen Rissbreitenfunktion:

$$\begin{split} w_{1,2} &= -\frac{F}{2 \cdot D} \pm \sqrt{\left(\frac{F}{2 \cdot D}\right)^2 - \frac{2,45 \cdot B \cdot s_{r,max}}{D \cdot \cos\Theta \cdot \sin\Theta}} \\ &= -\frac{1236}{2 \cdot 1566} \pm \sqrt{\left(\frac{1236}{2 \cdot 1566}\right)^2 - \frac{2,45 \cdot 0,585 \cdot 306}{-1566 \cdot \cos 30 \cdot \sin 30}} \\ &= -0,39 \pm 0,69 \end{split}$$

$$w_1 = 0.30 \text{ mm}, w_2 = -1.09 \text{ mm}$$

Allein die positive Nullstelle ist von Interesse, damit gilt:

$$w_k = 0.30 \text{ mm} < 0.40 \text{ mm} = w_{k,zul}$$

Der Nachweis der Rissbreite kann erbracht werden.

### Ansatz CLARK mit DIN 1045-1

Bestimmen der Ersatzbewehrungsfläche:

$$\begin{split} A_n &= \sum_{i=1}^j A_i \cdot \cos^4 \! \Theta_i \\ A_n &= 5.24 \cdot \cos^4 \! 30 + 3.25 \cdot \cos^4 \! 120 = 3.15 \text{ cm}^2 \\ \sigma_n &= \frac{N_1}{A_n} \\ \sigma_n &= \frac{0.125}{3.15 \cdot 10^{-4}} = 396.8 \text{ N/mm}^2 \\ w_k &= s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \\ \text{mit} \\ s_{r,max} &= \frac{d_{s,eq}}{3.6 \cdot effo} \leq \frac{\sigma_n \cdot d_{s,eq}}{3.6 \cdot f_{s,eq}} \end{split}$$

$$\begin{split} d_{s,eq} &= \frac{d_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta_x + d_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta_y}{\cos^4 \Theta_x + \cos^4 \Theta_y} \\ &= \frac{10 \cdot \cos^4 30 + 8 \cdot \cos^4 120}{\cos^4 30 + \cos^4 120} = 9,8 \text{ mm} \\ eff &\rho = \frac{A_n}{A_{c,eff}} = \frac{3,15}{7,25 \cdot 100} = 0,0043 \\ s_{r,max} &= \frac{9,8}{3,6 \cdot 0,0043} = 627 \text{ mm} > \frac{396,8 \cdot 9,8}{3,6 \cdot 2,6} = 415 \text{ mm} \\ \epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} &= \frac{\sigma_n - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho)}{E_s} \leq 0,6 \cdot \frac{\sigma_n}{E_s} \\ &= \frac{396,8 - 0,4 \cdot \frac{2,6}{0,0043} (1 + 7,5 \cdot 0,0043)}{200,000} \end{split}$$

 $w_k = 415 \cdot 0.00119 = 0.49 \text{ mm} > 0.40 \text{ mm} = w_{k,zul}$ 

Der Nachweis der Rissbreite kann nicht erbracht werden.

 $= 0.00074 > 0.6 \cdot \frac{396.8}{200.000} = 0.00119$ 

Vergleichsdurchmesser nach LARDI [Lar-82]

Der Zustand der Erstrissbildung ist maßgebend

Der Zustand der Erstrissbildung ist maßgebend

# A-3 Berechnungsbeispiel Rundbehälter (Verformungsansatz)

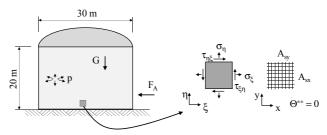
## Aufgabenstellung

In diesem Beispiel soll das schrittweise Vorgehen des in Abschnitt 8.7 beschriebenen Ansatzes für Verformungsberechnungen aufgezeigt werden.

Bei dem Bauteil handelt es sich um einen bestehenden Rundbehälter. Die vertikalen Beanspruchungen G resultieren aus Dachlasten und dem Eigengewicht des Behälters. Die horizontalen Beanspruchungen ergeben sich aus dem Druck p im Innern an der Behälterwandung. Der Behälter wird zusätzlich durch eine außergewöhnliche Einwirkung  $F_A$  beansprucht.

Es soll zunächst geprüft werden, ob die Stahlspannungen an der maßgebenden Stelle des Behälters bei der gegebenen Einwirkungskombination im zulässigen Bereich liegen. Anschließend sind die Verzerrungen des  $\xi\eta$ -Systems zu ermitteln.

# System, Bauteilmaße



# Material und Geometrie

Beton  $f_c = 30 \text{ N/mm}^2$ 

Stahl  $f_{vk} = 500 \text{ N/mm}^2$ 

Querschnitte t = 20 cm

 $A_{s,x} = 30 \text{ cm}^2/\text{m}, A_{s,y} = 15 \text{ cm}^2/\text{m}$ 

Druckfestigkeit gemäß Eignungsprüfung.

Vorhandene zweilagige Bewehrung (innen u. außen) mit  $d_{s,x} = 12$  mm und  $d_{s,y} = 10$  mm.

# Beanspruchungen

 $\sigma_{\eta} = -1.5 \text{ N/mm}^2$ 

 $\sigma_{\xi} = 5.0 \text{ N/mm}^2$ 

 $\tau_{E_n} = 3.0 \text{ N/mm}^2$ 

Beanspruchungen aus einer vorausgegangenen Spannungsermittlung am Fußpunkt für die Einwirkungen infolge G, p und F<sub>A</sub>.

# Bestimmung der Hauptspannungen & Hauptverzerrungen

# Winkel zwischen ξη-System und Hauptachsensystem

$$tan2\Theta^* = \frac{2 \cdot \tau_{\xi\eta}}{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta}} = \frac{2 \cdot 3.0}{5 - 1.5} = 0.92 \ \rightarrow \ \Theta^* = \Theta = 21.4^{\circ}$$

# Hauptdruck- und Hauptzugspannungen

$$\sigma_{1,2} = \frac{\left(\sigma_{\xi} + \sigma_{\eta}\right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\xi} - \sigma_{\eta}}{2}\right)^{2} + \tau_{\xi\eta}^{2}}$$

$$= \frac{\left(5,0 + (-1,5)\right)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5,0 - (-1,5)}{2}\right)^{2} + 3,0^{2}}$$

$$\sigma_{1,2} = 6.17 \frac{N}{2} (7 \text{ug})$$

$$\sigma_1 = 6.17 \frac{N}{mm^2} \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_2 = -2.67 \frac{N}{mm^2} (Druck)$$

$$\begin{split} & \text{eff} \rho_1^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}} \\ & = \frac{30 \cdot \cos^4 21, 4 + 15 \cdot \sin^4 21, 4}{100 \cdot 20} = 0,0114 \end{split}$$

$$\epsilon_{1m} = \epsilon_{1s} - \beta_t \cdot (\epsilon_{cr2} - \epsilon_{cr1})$$

mit

$$\beta_{\rm t} = 0.40$$

$$\varepsilon_{cr1} = \frac{f_{ct}}{E_c} = \frac{2,03}{26.000} = 0,00011$$

$$\epsilon_{cr2} = \frac{f_{ct}}{E_s \cdot eff \rho_1^*} = \frac{2,03}{200.000 \cdot 0,0114} = 0,00128$$

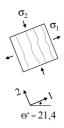
$$\epsilon_{1s} = \frac{\sigma_1}{E_s \cdot eff \rho_1^*} = \frac{6,17}{200.000 \cdot 0,0114} = 0,00270$$

$$\epsilon_{1m} = 0.00270 - 0.4 \cdot (0.00128 - 0.00011) = 0.00224$$

$$\epsilon_{2m} = \epsilon_{c1} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_2}{f_c^*} + 1}\right)$$

$$\varepsilon_{c1} = -0.002$$

Koordinatensystem ξη- und xv-Ebene mit  $\Theta^{**} = 0^{\circ}$ (siehe Systembild).



Es handelt sich um kurzzeitige Einwirkungen. Zugfestigkeit abgeleitet aus einer Eignungsprüfung im Labor.

Die Querdruckbeanspruchungen infolge der schiefwinkligen Bewehrung nach Gl. (7-14) sind, verglichen mit den Einwirkungen, sehr gering und werden daher vernachlässigt.

Abminderung der Druckfestigkeit infolge Querzugbeanspruchung.

$$\begin{split} f_c^* &= f_c \cdot \left(0.8 + 0.34 \cdot \frac{\epsilon_{1m}}{\epsilon_{c1}}\right) \\ &= 30 \cdot \left(0.8 + 0.34 \cdot \frac{0.0224}{-0.002}\right) = 25.4 \frac{N}{mm^2} \\ \epsilon_{2m} &= -0.002 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2.67}{25.4} + 1}\right) = -0.00011 \end{split}$$

 $|\sigma_2| \ll |f_c^*|$ 

Stahl- und Schubspannungen im Riss

$$\begin{split} &\sigma_{1s,x} = \frac{\sigma_1 \cdot A_c \cdot \cos^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \\ &= \frac{6.17 \cdot 100 \cdot 20 \cdot \cos^2 21.4}{(30 \cdot \cos^4 21.4 + 15 \cdot \sin^4 21.4)} \\ &= 469.0 \frac{N}{mm^2} < 500 \frac{N}{mm^2} \\ &\sigma_{1s,y} = \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta\right)} \\ &= \frac{6.17 \cdot 100 \cdot 20 \cdot \sin^2 21.4}{(30 \cdot \cos^4 21.4 + 15 \cdot \sin^4 21.4)} \\ &= 71.7 \frac{N}{mm^2} < 500 \frac{N}{mm^2} \\ &\tau_{c,xy} = \frac{\left(\sigma_{s,x} \cdot A_{s,x} - \sigma_{s,y} \cdot A_{s,y}\right)}{A_c} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \Theta \\ &= \frac{(469.0 \cdot 30 - 71.7 \cdot 15)}{100 \cdot 20} \cdot \sin 21.4 \cdot \cos 21.4 \\ &= 2.2 \frac{N}{mm^2} \\ &\tau_{c,max} = \left(\frac{\rho_x}{0.006}\right)^{0.4} \cdot C \cdot \sqrt{f_{c,cyl}} \\ &= mit \\ &\rho_x = \frac{A_{s,x}}{A_c} = \frac{30}{20 \cdot 100} = 0.015 \\ &C = \left(\cos^2 (21.4 + 15) + \frac{1}{2} \cdot \sin^2 (21.4)\right) = 0.72 \end{split}$$

 $Spannungszustand \ im$   $Betonstahl \ ist \ zul{\ddot{a}ssig}, \ da$   $\sigma_{s,x} \leq f_{yk}.$ 

Spannungszustand im Betonstahl ist zulässig, da  $\sigma_{s,y} \leq f_{yk}.$ 

$$\tau_{c,max} = \left(\frac{0.015}{0.006}\right)^{0.4} \cdot 0.72 \cdot \sqrt{30} = 5.7 \frac{N}{mm^2}$$

$$N \qquad N$$

 $\tau_{c,xy} = 2.2 \frac{N}{mm^2} < 5.7 \frac{N}{mm^2} = \tau_{c,max}$ 

Schubspannung im Riss ist zulässig.

Bestimmung der mittleren Verzerrungen des  $\xi\eta$ -Systems

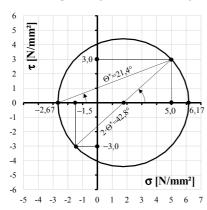
# Normalverzerrungen

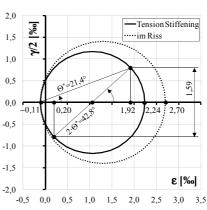
$$\begin{split} \epsilon_{\xi m} &= \epsilon_{1m} \cdot \cos^2 \Theta + \epsilon_{2m} \cdot \sin^2 \Theta \\ &= 0,00224 \cdot \cos^2 21,4 + (-0,00011) \cdot \sin^2 21,4 \\ &= 0,00192 \\ \epsilon_{\eta m} &= \epsilon_{1m} \cdot \sin^2 \Theta + \epsilon_{2m} \cdot \cos^2 \Theta \\ &= 0,00224 \cdot \sin^2 21,4 + (-0,00011) \cdot \cos^2 21,4 \\ &= 0.00020 \end{split}$$

### Schubverzerrungen

$$\begin{split} \gamma_{\xi\eta m} &= 2\cdot(\epsilon_{1m} - \epsilon_{2m})\cdot sin\Theta\cdot cos\Theta \\ &= 2\cdot(0.0224 - 0.00011)\cdot sin21.4\cdot cos21.4 \\ &= 0.00159 \end{split}$$

Mohrscher Spannungs- und Verzerrungskreis





# Bestimmung der Rissbreiten

### Bestimmung der maßgebenden Richtung

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta \quad \begin{cases} > 1 & y-ma \& gebend \\ < 1 & x-ma \& gebend \end{cases}$$

$$\frac{10}{12}$$
 tan<sup>4</sup>21,4 = 0,02 x – Richtung ist maßgebend

# Bestimmung der Dehnungsdifferenz

$$\begin{split} \epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x} &= \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0.4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot eff \rho_1^*)}{eff \rho_1^*} \cdot cos^2 \Theta \\ &\geq 0.6 \cdot \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} \end{split}$$

$$\begin{split} \epsilon_{1\text{sm,x}} - \epsilon_{1\text{cm,x}} &= \\ &= \frac{469,0}{200.000} - \frac{0,4}{200.000} \cdot \frac{2,03 \cdot (1+0,0114)}{0,0114} \cdot \cos^2 21,4 \\ &= 0,00201 \text{ maßgebend} > 0,6 \cdot \frac{469,0}{200.000} = 0,00141 \end{split}$$

### Bestimmung des Rissabstandes

$$\begin{split} s_{1r,\text{max,x}} &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_{1x}}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_{1y}}{d_{s,y}}\right)} \\ &\leq \frac{\sigma_{1s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos\theta}{3,6 \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot (1 + \alpha_{\text{e}} \cdot \text{eff}\rho_{1}^{*})} \\ &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos21,4 \cdot \left(\frac{0,0140}{12} + \frac{0,0027}{10}\right)} \\ &= 207,7 \text{ mm} \quad \text{maßgebend} \\ &< \frac{469,0 \cdot 12 \cdot \cos21,4}{3,6 \cdot 2.03 \cdot (1 + 8 \cdot 0.0114)} = 657,0 \text{ mm} \end{split}$$

### Berechnung der Rissbreite

$$w_{1k} = s_{1r,max,x} \cdot (\epsilon_{1sm,x} - \epsilon_{1cm,x})/\cos\Theta$$
  
 $w_{1k} = 207.7 \cdot 0.00201/\cos21.4 = 0.45 \text{ mm}$ 

Die Berechnung erfolgt rein informativ, da für die Rissbreite im außergewöhnlichen Lastfall kein Grenzwert gefordert wurde. Das Beispiel soll die Handhabung des Rissbreitenansatzes in Verbindung mit einer Verformungsberechnung veranschaulichen.

Auf die Darstellung eines detaillierten Berechnungsweges wird verzichtet, dieser ergibt sich analog zum ersten Berechnungsbeispiel.

# Versuchsdatenbank

	Autor	Jahr	Jahr Anz. Prüfkörper	Belastung	Bewehrung	Verwertbarkeit	Verwertung hinsichtlich	Anmerkung
Scheiben	n Rabich	1957	4	einaxial	flachig, orthogonal	nein		glatte Bewehrung
	Peter	1964	6	einaxial	flächig, orthogonal	lov	Rissbild, Rissbreite, Verformungen	Rissbild, Rissbreite, Verformungen erste Versuche dieser Art, umfangreiche Dokumentation
	Röder	1974	36	einaxial	Einzelstab, einbahnig	zum Teil	Rissbild, Verbundgesetz	erste Versuche dieser Art, zum Teil Spaltrissbildung
	Aoyagi & Yamada	1983	24	zweiaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissschnittgrößen	keine Angaben zu Rissbreiten und Rissabständen
	Vecchio & Collins	1982	30	zweiaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild, Verformungen	Fokus auf Schubtragverhalten, keine Dok. der Rissbreiten, glatte Bewehrung
	Bhide & Collins	1987	30	zweiaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	Fokus auf Schubtragverhalten, keine Dok. der Rissbreiten
	Kolleger & Mehlhorn	1988	12	zweiaxial	flächig, orthogonal	nein		Fokus auf Tragfähigkeit unter Querdruck, keine Dok. der Rissbreiten etc.
	Pang & Hsu	1995	13	zweiaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild, Verformungen	Fokus auf Schubtragverhalten
	Krakowski	2012	15	einaxial	Einzelstab, orthogonal	lov	Stahlspannungen, Verbundgesetz	Stahlspannungen, Verbundgesetz Verteilung der Stahlspannungen bei schiefwinkliger Bewehrung im Riss
	Krakowski	2012	9	zweiaxial	flächig, orthogonal	llov	Rissbild, Rissbreite, Verformungen	Rissbild, Rissbreite, Verformungen Verifikation des Rissbreiten- und Verformungsmodells
	Summe		169					
Platten	Ebener	1963	22	einaxial/zweiaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	größtenteils glatter Stahl, keine ausreichende Dokumentation der Rissbreite
	Lenschow & Sozen	1966	22	einaxial / radial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	keine Dokumentation der Rissbreite etc.
	Wästlund & Hallbjörn	1969	4	einaxial	flächig, einbahning	zum Teil	Rissbild, Verformungen	keine Dokumentation der Rissbreite etc., Rechteckplatten
	Clark	1972	13	einaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	Versuche im Modellmaßstab, schiefwinklige Platten und Rechteckplatten
	Ivanyi & Lardi	1982	15	einaxial	flächig, orthogonal	lov	Rissbild, Rissbreite, Verformungen	Rissbild, Rissbreite, Verformungen ausreichend dokumentiert, Versuche mit Schwellbeanspruchung

Versuche zum lokalen Tragverhalten

Summe Bauteile läger & Marti

Fokus auf Querkrafttragfähigkeit, kein Dokumentation der Rissbreite etc. Fokus auf Rotationsfähigkeit, keine Dokumentation der Rissbreite keine Dokumentation der Rissbreiten

Versuche im Modellmaßstab, Rechteckplatten

Rissbild, Verformungen Rissbild Rissbild

zum Teil zum Teil zum Teil lov

flächig, variierend

einaxial einaxial einaxial zweiaxial einaxial

1982 1983 2009

Rüdiger Kishek Stolze

flächig, orthogonal flächig, orthogonal flächig, orthogonal

Autor	Jahr	Jahr Anz. Prüfkörper	Belastung	Bewehrung	Schiefwinklig	Verwertung hinsichtlich	Anmerkung
Dulacska	1972	16	Schub	parallel	ja	Dübelwirkung	erste Untersuchungen dieser Art, Metallfolie zur Trennung der Rissufer
Mattock	1974	23	Schub	orthogonal, parallel	.ef	Dübelwirkung, Rissverzahnung	reines Abscheren ohne Normalkraft
Paulay et al.	1974	36	Schub	parallel	nein	Dübelwirkung, Rissverzahnung	übelwirkung, Rissverzahnung versuchstechnische Trennung von Dübelwirkung und Rissverzahnung
Sleiot	1974	20	Schub, normal	parallel	nein	Dübelwirkung, Rissverzahnung	übelwirkung, Rissverzahnung Versuchsdurchführung mit Normalkraftbeanspruchung in Bewehrung
Wahaven	1980	32	Schub	keine, parallel	.ed	Dübelwirkung, Rissverzahnung	übelwirkung, Rissverzahnung reines Abscheren ohne Normalkraft
Nissen	1987	84	Schub, normal	keine	nein	Rissverzahnung	variierende Neigung der Resultierenden
Dei Poli et al.	1992	27	Schub	Einzelstab	nein	Dübelwirkung	Ausbruchtiefe der Betonkante, Ort der und maximale Beanspruchung
Mishima et al.	1995	9	Schub	parallel	nein	Dübelwirkung, Rissverzahnung	Dehnungs- und Krümmungsbeziehungen für Bewehrung
Maekawa & Qureshi 1996	1996	=	Schub	parallel	nein	Dübelwirkung	Abscherbeanspruchung an Balkenquerschnitten
Summe		910					

Sonstige Versuche

Puramer & Keuser	2006	18	zweiaxial	flächig, orthogonal	Scheiben	Rissbild, Rissbreite	Bewehrung in Beanspruchungsrichtung, verchiedene Belastungsregime
Sabrah et al.	2009	4	zweiaxial	flächig, orthogonal	Scheiben	Rissbild, Rissschnittgröße	Bewehrung in Beanspruchungsrichtung, GFK und Betonstahl
Lennitzer et al.	2011	12	zweiaxial	flächig, orthogonal	Scheiben	Rissbild, Rissbreite	Bewehrung in Beanspruchungsrichtung, verchiedene Belastungsregime
Summe		34					
Summe alle Versuche		527					

Versuche an Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung

# **Anhang B – Eigene Versuche (Kleinversuche)**

# **B-1** Versuchsprogramm

Das Versuchsprogramm beinhaltete 15 Versuche (Tabelle B-1). Für die Krafteinleitung wurden Muffenstäbe  $d_s$  = 12 mm der Fa. Pfeifer mit Querstäben  $d_s$  = 6 mm punktuell verschweißt (Bild B-9). Im Rahmen des Versuchsprogramms wurden die Schiefwinkligkeit  $\Theta,$  die Durchmesser  $d_{s,x}$  bzw.  $d_{s,y},$  die Bewehrungsquerschnitte  $A_{s,x}$  bzw.  $A_{s,y}$  und das Verhältnis der Bewehrungsquerschnitte  $\lambda$  variiert. Die Lasten wurden weggeregelt aufgebracht. Die Baustoffe (Betonrezeptur, Betonstahlsorte) waren bei allen Versuchen gleich.

Tabelle B-1: Experimentelles Programm Kleinversuche

Bez.	Θ	ds,x	ds,y	nx	ny	As,x	As,y	λ
[-]	[°]	[mm]	[mm]	[-]	[-]	[cm²]	[cm <sup>2</sup> ]	[-]
E1	0	16	-	2	-	4,02	-	-
E2	0	12+16	-	2+2	-	6,28	-	-
E3	45	12	12	2	2	2,26	2,26	1,0
E4	45	16	16	2	2	4,02	4,02	1,0
E5	45	12	16	4	2	4,52	4,02	1,1
E6	45	12	16	2	2	2,26	4,02	0,6
E7	22,5	12	12	4	2	4,52	2,26	2,0
E8	22,5	16	16	2	2	4,02	4,02	1,0
E9	22,5	12	16	4	2	4,52	4,02	1,1
E10	22,5	16	12	2	2	4,02	2,26	1,8
E11	45	10	10	2	2	1,57	1,57	1,0
E12	45	8	10	4	2	2,01	1,57	1,3
E13	45	10	10	4	2	3,14	1,57	2,0
E14	22,5	10	10	4	2	3,14	1,57	2,0
E15	22,5	8	10	4	2	2,01	1,57	1,3

# B-2 Versuchsaufbau

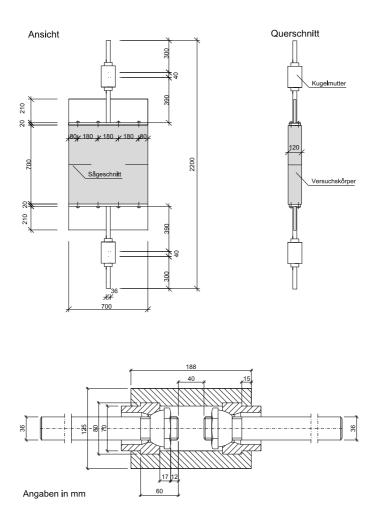


Bild B-1: Versuchsaufbau: (oben) Ansicht und Querschnitt, (unten) Detail Kugelmutter mit Aufnahme und Muffe

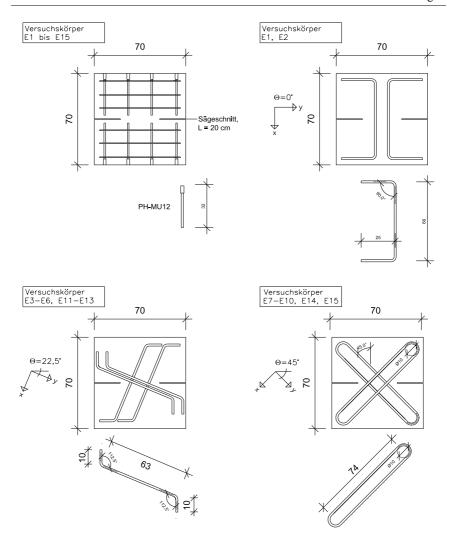


Bild B-2: Bewehrung Kleinversuche: (oben links) Lasteinleitung, (oben rechts) Lage der tragenden Bewehrung  $\Theta=0^\circ$ , (unten links)  $\Theta=22.5^\circ$  und (unten rechts)  $\Theta=45^\circ$ 

## **B-3** Messprogramm

Für die Dehnungsmessungen des Betonstahls sind DMS der Fa. TML verwendet worden. Im Vorfeld wurden kleine Versuchsserien an Dehnkörpern und reinen Betonstählen mit verschiedenen Schutzmaßnahmen und DMS-Typen durchgeführt. Neben der Variation der Größe der DMS wurden die Messpunkte wahlweise mit Klebeband abgedeckt, DMS mit gummiertem Mantel verwendet oder ohne weitere Schutzmaßnahme belassen. Das Ergebnis zeigte, dass die kleinsten erhältlichen DMS ohne zusätzliche Schutzmaßnahmen am besten für die vorliegende Messaufgabe geeignet waren. Bedingung für einen Einsatz sind jedoch eine sorgfältige Vorbereitung und Betonage. Da die Kabel bei mechanischer Beanspruchung sehr leicht abreißen, ist ein besonders vorsichtiges Einfüllen des Betons von Hand erforderlich. Um den Verbund möglichst nicht zu stören, wurden die kleinsten DMS vom Typ FLA 1-11 verwendet und entlang der Längsrippe appliziert (Bild B-10). Die Lage der DMS mit der genauen Bezeichnung jeder einzelnen Messstelle ist in Bild B-3 bis Bild B-7 dargestellt. Die DMS wurden nicht zusätzlich durch Klebeband oder Ähnliches abgedeckt. Die Bezeichnung "obere Lage" bezieht sich auf die betoniernahe Seite und "untere Lage" auf die schalungsnahe Seite.

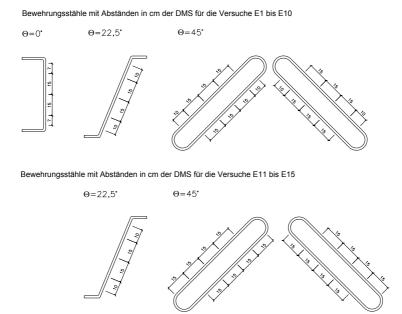


Bild B-3: Lage der DMS auf der Stabachse bei E1 bis E15

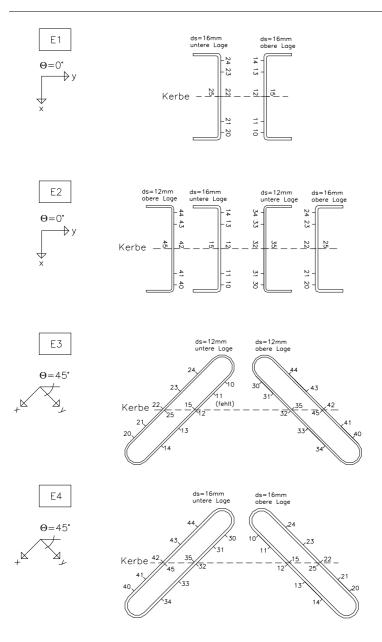


Bild B-4: Bezeichnung der DMS auf der Stabachse bei E1 bis E4

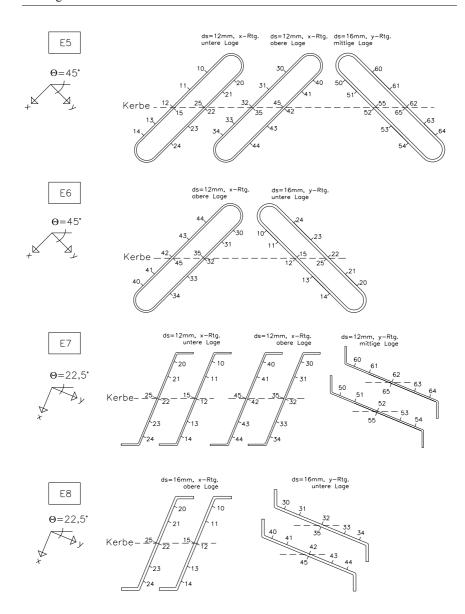


Bild B-5: Bezeichnung der DMS auf der Stabachse bei E5 bis E8

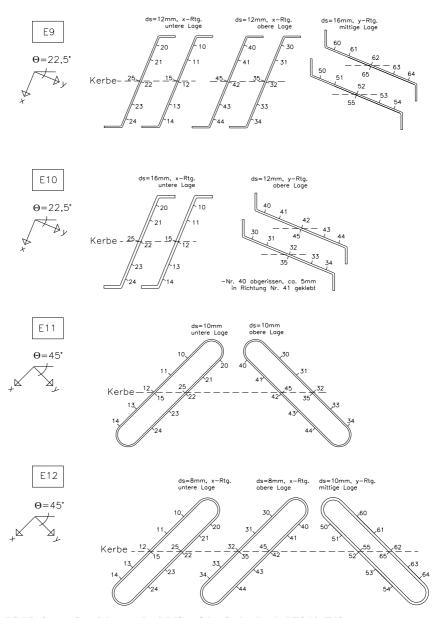


Bild B-6: Bezeichnung der DMS auf der Stabachse bei E9 bis E12

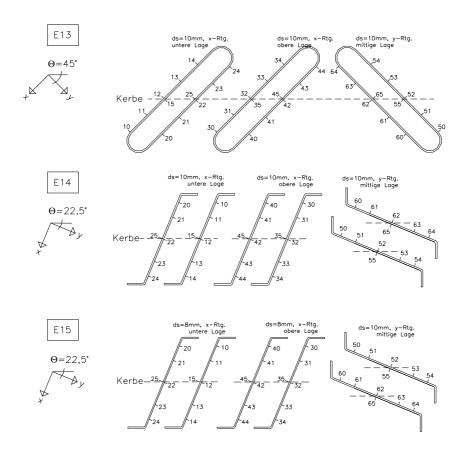


Bild B-7: Bezeichnung der DMS auf der Stabachse bei E13 bis E15

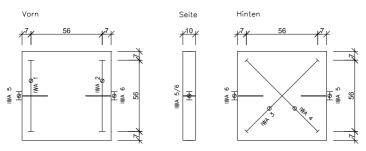


Bild B-8: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer (IWA) bei E1 bis E15

### **B-4** Herstellung

Alle Schlaufen wurden stumpf geschweißt. Die Herstellung erfolgte in einer glatten Holzschalung. Der Beton wurde stets von Hand eingebracht. E1 bis E4, E6 wurden auf dem Rütteltisch und E5, E7 bis E15 mit der Rüttelflasche verdichtet. Die Versuchskörper wurden anschließend bis zur Prüfung unter Folie gelagert. Die Sollrisstelle wurde mittels Sägeschnitt hergestellt (Bild B-2).

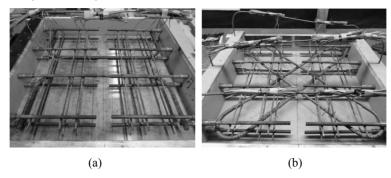


Bild B-9: Schalung und Bewehrung: (a) E1 und (b) E6

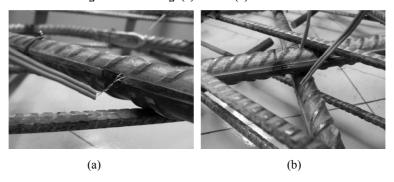


Bild B-10: DMS auf Betonstahl: (a) E6 bei x = 30 cm und (b) bei c = 0 cm

## B-5 Baustoffe (Eignungsprüfung)

#### **Beton**

Die Zielfestigkeit wurde mit  $f_{c,cyl} = 30 \text{ N/mm}^2$  festgelegt. Dies sollte durch folgende Zusammensetzung erreicht werden:

- w/z = 0.55
- CEM I / 42,5 N
- Sieblinie A/B
- Größtkorn 16 mm

Es wurde in insgesamt 3 Chargen, zeitlich versetzt zu je fünf Versuchskörpern, betoniert. Die Eignungsprüfung erfolgte an mindestens drei Zylindern ( $\emptyset$  = 150 mm, Wasserlagerung bis zur Prüfung). Dabei ergaben sich nachfolgende Mittelwerte:

1. Charge (E1 bis E4, E6)
 2. Charge (E5, E7 bis E10)
 3. Charge (E11 bis E15)
 4 c<sub>c,cyl</sub> = 27,8 N/mm² (29 d)
 5 c<sub>c,cyl</sub> = 23,8 N/mm² (28 d)
 6 c<sub>c,cyl</sub> = 31,2 N/mm² (28 d)

Die Zunahme der Druckfestigkeit bis zur Prüfung war, bis auf die Charge 2, gering. Es ergaben sich folgende Mittelwerte:

1. Charge (E1 bis E4, E6)
 2. Charge (E5, E7 bis E10)
 3. Charge (E11 bis E15)
 47 d)
 6c,cyl = 29,7 N/mm² (47 d)
 7c,cyl = 30,2 N/mm² (101 d)
 7c,cyl = 36,8 N/mm² (60 d)

Die Spaltzugfestigkeit wurde ebenfalls an Zylindern ( $\emptyset$  = 150 mm, Wasserlagerung bis zur Prüfung) versuchsbegleitend bestimmt:

1. Charge (E1 bis E4, E6)
 2. Charge (E5, E7 bis E10)
 3. Charge (E11 bis E15)
 f<sub>ct,sp</sub> = 2,9 N/mm² (101 d)
 f<sub>ct,sp</sub> = 3,1 N/mm² (60 d)

### Betonstahl

#### Ergebnisse:

Probe	WZ	Charge	ds	ΔAs	F <sub>p 0.2</sub>	R <sub>p 0.2</sub>	Fm	Rm	R <sub>m</sub> /R <sub>p0,2</sub>	A <sub>11,3</sub>	Ag	Agt
			mm	%	kN	N/mm²	kN	N/mm²		%	%	%
1	ohne	ohne	9,95	-0,96	43,7	562	50,3	647	1,15	13,9	11,9	12,2
2	ohne	ohne	9,94	-1,24	44,5	573	50,4	650	1,13	17,1	11,4	11,7
3	ohne	ohne	12,08	1,40	64,2	560	75,0	654	1,17	16,8	14,0	14,3
4	ohne	ohne	12,20	3,38	65,4	559	78,9	674	1,21	18,5	15,8	16,2
- 5	ohne	ohne	15.87	-1.65	110.9	561	131.4	665	1.18	14.1	11.4	11.7

#### Seriengrafik:

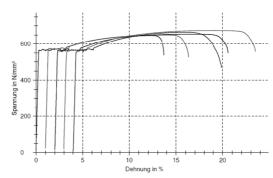


Bild B-11: Auszug aus dem Prüfprotokoll für Betonstahl der Chargen 1 und 2

#### Ergebnisse:

Probe	Charge	WZ	d₃	A <sub>s</sub>	Δ As	FeH	R <sub>eH</sub>	F <sub>m</sub>	R <sub>m</sub>	A <sub>11,3</sub>	A <sub>g</sub>	Agt
			mm	mm <sup>2</sup>	%	kN	N/mm²	kN	N/mm²	%	%	%
_1	ohne	ohne	7,92	49,30	-1,92	29,2	591	33,5	680	18,1	11,1	11,4
2	ohne	ohne	7,94	49,55	-1,43	28,2	569	33,1	667	14,1	9,6	9,9
3	ohne	ohne	7,94	49,53	-1,47	27,9	564	32,9	665	15,0	9,9	10,2
4	ohne	ohne	9,94	77,59	-1,21	40,9	527	45,9	592	18,7	12,2	12,5
5	ohne	ohne	9,92	77,34	-1,52	40,9	529	45,9	594	18,6	11,3	11,5
6	ohne	ohne	9.94	77.54	-1.27	40.7	525	46.0	593	16.9	11.5	11.8

#### Seriengrafik:

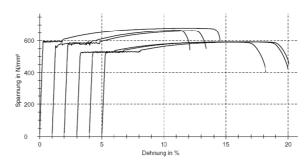


Bild B-12: Auszug aus dem Prüfprotokoll für Betonstahl der Charge 3

## B-6 Rissbilder und zugehörige Stahlspannungen

Üblicherweise bildete sich, zwischen den Enden der Sägeschnitte rechts und links, ein durchgehender Riss aus. Dieser Hauptriss wies stets die größte Rissbreite auf. Weitere Risse, die bei höheren Laststufen auftraten, waren meist sehr fein (w < 0,1 mm). In Tabelle B-2 bis Tabelle B-16 sind die Rissbilder der Vorderansicht aller Versuchskörper unter Gebrauchsspannungen im Sollrissquerschnitt ( $\sigma_s \approx 200$  bis 350 N/mm²) angegeben. Zusätzlich ist jeweils das Rissbild in der zuletzt aufgezeichneten Laststufe dargestellt. Die dazugehörigen Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt sind, falls Messwerte vorlagen, ebenfalls aufgeführt.

Tabelle B-2: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E1

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	100	267	_
	198	515	-

Tabelle B-3: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E2

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	130	12 mm / 16 mm 243 / 184	_
	250	12 mm / 16 mm 441 / 353	_

Tabelle B-4: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E3

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	100	275	308
	170	434	619

Tabelle B-5: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E4

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	160	296	316
	280	593	kein Messwert

Tabelle B-6: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E5

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,y} \\ [N/mm^2]$
	150	261	244
	250	414	428

Tabelle B-7: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E6

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	150	208	120
	210	kein Messwert	kein Messwert

Tabelle B-8: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E7

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x} \\ \left[ N/mm^2 \right]$	$\sigma_{s,y} \\ [N/mm^2]$
	150	276	181
	200	385	272

Tabelle B-9: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E8

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	70	172	116
	100	290	142

Tabelle B-10: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E9

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,y} \\ [N/mm^2]$
	100	248	130
	250	533	481

Tabelle B-11: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E10

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	100	252	182
	150	364	262

Tabelle B-12: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E11

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
,	70	335	93
	110	kein Messwert	67

Tabelle B-13: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E12

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\begin{matrix} \sigma_{s,v} \\ [N/mm^2] \end{matrix}$
	100	305	277
	136	510	kein Messwert

Tabelle B-14: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E13

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	100	213	393
	149	kein Messwert	kein Messwert

Tabelle B-15: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E14

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x} = [N/mm^2]$	$\sigma_{s,v}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	70	277	3
	145	590	80

Tabelle B-16: Rissbildung und Stahlspannungen im Sollrissquerschnitt bei E15

Rissbild [-]	Prüfkraft [kN]	$\sigma_{s,x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{s,y}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
	100	408	170
	125	566	329

### B-7 FE-Berechnungen (Stahlspannungen)

### Vorgehensweise zur Erfassung der Spaltrissbildung

Spaltrisse entstehen nach der Modellvorstellung von TEPFERS [Tep-73] durch das Überschreiten der Festigkeit des Betonzugrings der Kegelschale (Bild B-13). Nach dem Auftreten erster interner Risse in der Kontaktzone des Betons mit der Bewehrung werden die Verbundspannungen über die Verzahnung des Betons nach außen in die ungerissenen Bereiche übertragen, wodurch auch die Rissbildung mit wachsender Beanspruchung weiter nach außen fortschreitet und im plastischen Zustand an der Oberfläche ein Längsriss sichtbar wird.

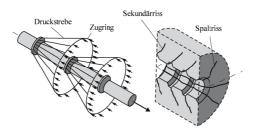


Bild B-13: Ausbreitung der durch Verbund eingeleiteten Druckspannungen und Spaltrissbildung in der Betonschale bis zur Oberfläche des Betons, aus [Zil-06]

TEPFERS [Tep-73] gibt für die maximal aufnehmbare plastische Spannung des Zugrings

$$(\sigma_{t})_{max} = \frac{1,664 \cdot d_{s} \cdot \tau \cdot tan(\alpha)}{\left(c + \frac{d_{s}}{2}\right)}$$
(B-1)

an. Setzt man den Ausbreitungswinkel der Druckspannungen zu  $\alpha=45^\circ$  und wie in den Versuchen eine Betondeckung von  $c=30\,\text{mm}$  sowie einen Stabdurchmesser  $d_s=16\,\text{mm}$  ein, dann lässt sich die Verbundspannung  $\tau_{split}$  ermitteln, bei der der Betongespalten wird. Hierbei entspricht die Betonzugspannung an der Oberfläche der Betonzugfestigkeit  $(\sigma_t)_{max}=f_{ct}$ . Daraus folgt durch Einsetzen und Umstellen ein Wert für die Verbundspannung, bei der ein Längsriss an der Betonoberfläche sichtbar wird:

• 
$$\tau_{split} = 4.3 \text{ N/mm}^2$$
 mit  $\tau_{split} = f(c, d_s, \alpha, f_{ct})$ 

Wird diese Verbundspannung mit dem Verbundgesetz nach Gl. (3-5) gekoppelt, so ergibt sich bei einem Schlupf von s=0,015 mm rechnerisch ein Spalten der Betondeckung bis zur Oberfläche. Von NOAKOWSKI [Noa-78] wird für den Fall eines Spaltversagens keine Angabe gemacht. Daher werden zum bereits vorhandenen Verbundansatz zwei weitere für  $d_s=16$  mm in Bild B-14 gültige Kurvenverläufe zur Berücksichtigung

des Spaltens der Betondeckung verwendet. Bei FEM 1 handelt es sich um das Verbundgesetz nach Gl. (3-5) ohne Aufspalten des Betons. Bei FEM 2 wird bis zu einer Verbundspannung  $\tau_{split}$  das Verbundgesetz aus Gl. (3-5) verwendet. Anschließend wird ab einem Schlupf von s = 0,015 mm ein ideal plastischer Verlauf angesetzt. Beim Verbundgesetz FEM 3 wird nach Erreichen des Schlupfes von s = 0,015 mm ein linearer Abfall auf 50 % der maximalen Verbundspannung bei einem Schlupf von s = 0,150 mm angesetzt. Anschließend verlaufen die Verbundspannungen ideal plastisch.

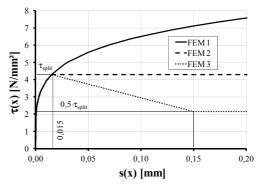


Bild B-14: Verbundgesetze für Nachrechnungen der Kleinversuche mit  $d_s = 16$  mm

Im Vorfeld der numerischen Berechnungen wurde ein hier nicht näher dargestellter Vergleich zwischen den aufgestellten Beziehungen für Spaltrissbildung und Gl. (3-5) mit den Verbunduntersuchungen aus [Kle-75] durchgeführt. Diesen Untersuchungen lagen sehr ähnliche Randbedingungen (Oberflächenbewehrung,  $\Theta$ ,  $A_c$ ,  $f_c$ , c,  $d_s$ ) zugrunde. Zwischen den Verbundspannungen aus [Kle-75] für Versuche, bei denen Spaltrisse auftraten, und dem Verbundgesetz FEM 2 (Bild B-14) wurde eine ausreichende Übereinstimmung festgestellt.

Für die Versuchsköper E1 bis E4 ist ein Vergleich zwischen in den Versuchen gemessenen Längen der Spaltrisse und den Verbundansätzen FEM 2 und FEM 3 nach Bild B-14 in Tabelle B-17 dargestellt. Die gemessenen Werte liegen meist im Bereich der rechnerischen Werte.

Tabelle B-17: Länge der	gemessenen Spaltrisse bei E1 bis E4 und numerisch ermittelte
Werte	

Versuchskörper [-]	N <sub>1</sub> [kN]	Länge Versuch [cm]	Länge FEM 2 [cm]	Länge FEM 3 [cm]
E1	100	17,5	10,2	19,9
	198	28,0	24,2	29,1
E2	130	11,7	7,5	11,7
	220	25,7	23,9	21,5
E3	115	19,9	17,4	20,2
	170	26,1	29,7	28,0
E4	130	16,7	12,3	16,8
	250	23,0	35,8	33,6

Zu Vergleichszwecken wurden die drei Verbundgesetze aus Bild B-14 auf alle in den Versuchen E1 bis E15 verwendeten Stabdurchmesser übertragen und damit die Sensitivität auf die berechneten Stahlspannungen überprüft.

In Bild B-15 bis Bild B-17 sind die Stahlspannungen des Referenzversuchs E1 mit  $\Theta=0^\circ$  im Riss und in einer Entfernung von x=15 cm bzw. x=22 cm zum Riss dargestellt. Es handelt sich um Mittelwerte von vier DMS mit jeweils gleichem Abstand zur Sollrissstelle (siehe Anhang B-3). Der Verbundansatz hat auf die Stahlspannungen in der Sollrissstelle erwartungsgemäß keinen Einfluss (Bild B-15). Die rechnerischen Stahlspannungen (Bild B-16 und Bild B-17) in einer Entfernung zur Sollrissstelle zeigen dagegen eine ausgeprägte Abhängigkeit vom Verbundansatz. Die Versuchsergebnisse liegen zwischen den Werten für ungestörten Verbund (FEM 1) und Verbund mit entfestigendem Verhalten (FEM 3).

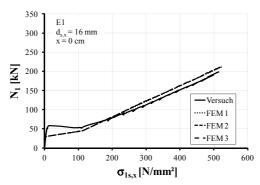


Bild B-15: Nachrechnung Versuch E1, x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 16$  mm

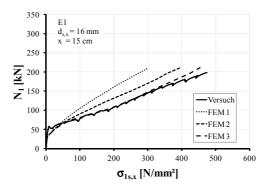


Bild B-16: Nachrechnung Versuch E1, x = 15 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $d_{s,x} = 16$  mm

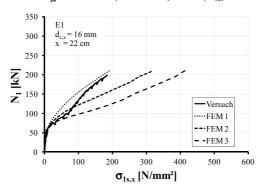


Bild B-17: Nachrechnung Versuch E1, x = 22 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $d_{s,x}=16$  mm Berechnungsergebnisse Stahlspannungen im Riss (x = 0)

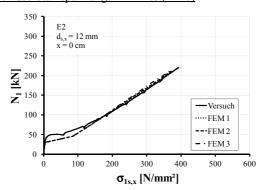


Bild B-18: Last-Spannungsdiagramm E2 ( $d_s = 12 \text{ mm}$ ), x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

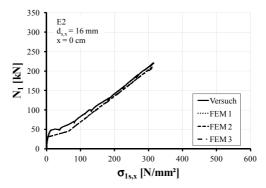


Bild B-19: Last-Spannungsdiagramm E2 ( $d_s = 16 \text{ mm}$ ), x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

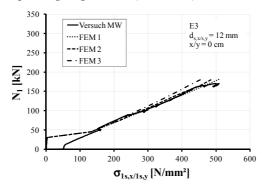


Bild B-20: Last-Spannungsdiagramm E3, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

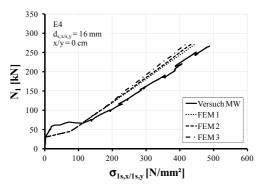


Bild B-21: Last-Spannungsdiagramm E4, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

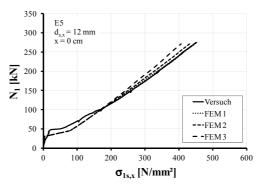


Bild B-22: Last-Spannungsdiagramm E5, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

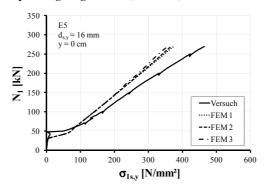


Bild B-23: Last-Spannungsdiagramm E5, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

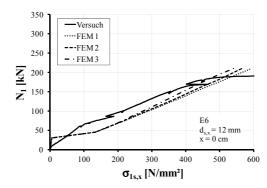


Bild B-24: Last-Spannungsdiagramm E6, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

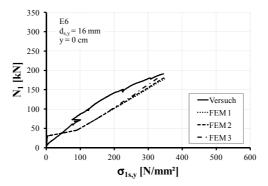


Bild B-25: Last-Spannungsdiagramm E6, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

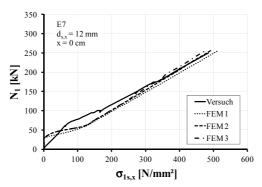


Bild B-26: Last-Spannungsdiagramm E7, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

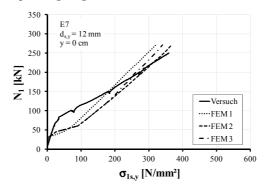


Bild B-27: Last-Spannungsdiagramm E7, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

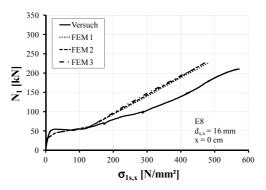


Bild B-28: Last-Spannungsdiagramm E8, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

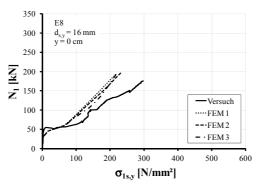


Bild B-29: Last-Spannungsdiagramm E8, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

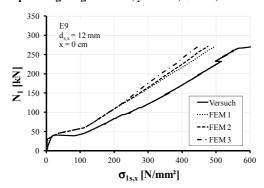


Bild B-30: Last-Spannungsdiagramm E9, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

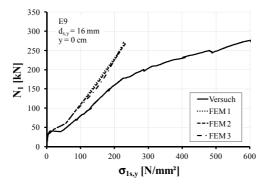


Bild B-31: Last-Spannungsdiagramm E9, y = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

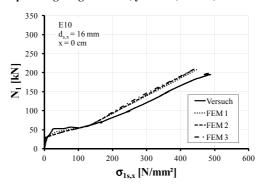


Bild B-32: Last-Spannungsdiagramm E10, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

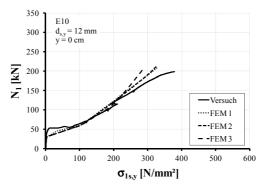


Bild B-33: Last-Spannungsdiagramm E10, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

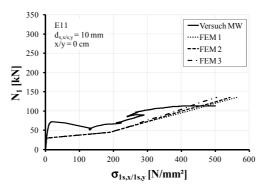


Bild B-34: Last-Spannungsdiagramm E11, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

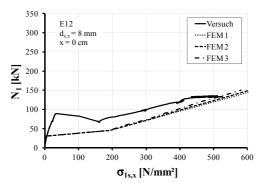


Bild B-35: Last-Spannungsdiagramm E12, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

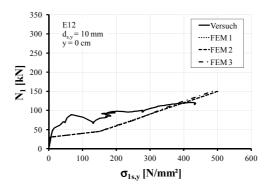


Bild B-36: Last-Spannungsdiagramm E12, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

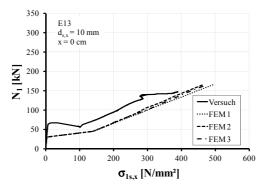


Bild B-37: Last-Spannungsdiagramm E13, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

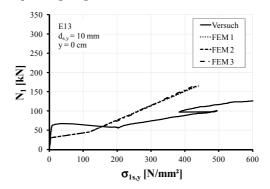


Bild B-38: Last-Spannungsdiagramm E13, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

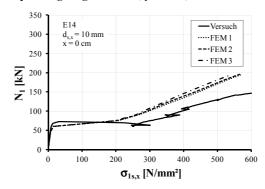


Bild B-39: Last-Spannungsdiagramm E14, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

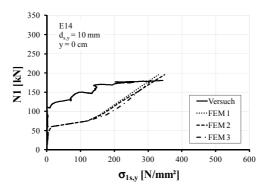


Bild B-40: Last-Spannungsdiagramm E14, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

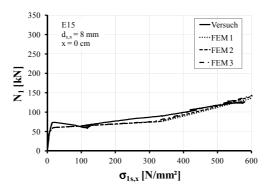


Bild B-41: Last-Spannungsdiagramm E15, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

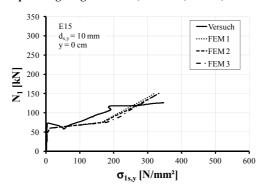


Bild B-42: Last-Spannungsdiagramm E15, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

# B-8 Berechnungen mit dem Ingenieurmodell (Stahlspannungen)

Im Sollrissquerschnitt wurden die Stahlspannungen nach Gl. (7-9) bestimmt. Es ist zu beachten, dass für die korrekte Übertragung eine Anpassung für Einzelstäbe ( $A_s$  in cm²) vorgenommen wurde, da Gl. (7-9) für Flächenbewehrung ( $A_s$  in cm²/m) gilt.

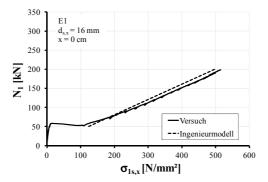


Bild B-43: Last-Spannungsdiagramm E1, x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

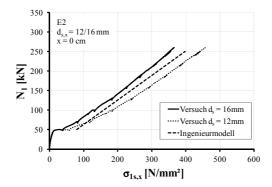


Bild B-44: Last-Spannungsdiagramm E2, x = 0 cm,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

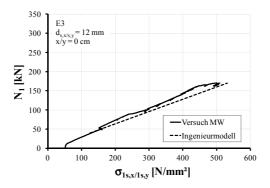


Bild B-45: Last-Spannungsdiagramm E3, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

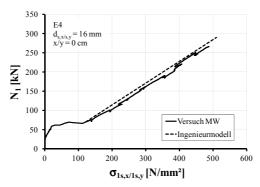


Bild B-46: Last-Spannungsdiagramm E4, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

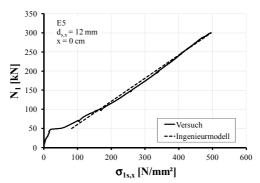


Bild B-47: Last-Spannungsdiagramm E5, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

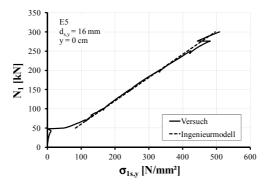


Bild B-48: Last-Spannungsdiagramm E5, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

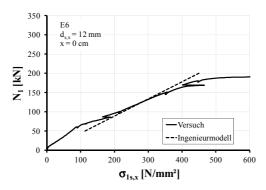


Bild B-49: Last-Spannungsdiagramm E6, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

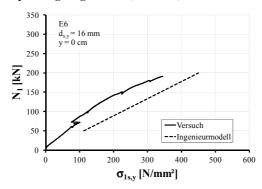


Bild B-50: Last-Spannungsdiagramm E6, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

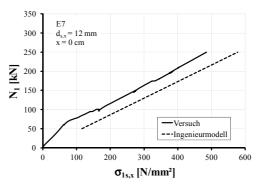


Bild B-51: Last-Spannungsdiagramm E7, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

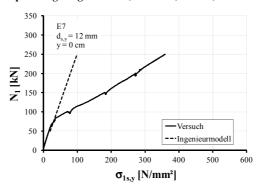


Bild B-52: Last-Spannungsdiagramm E7, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

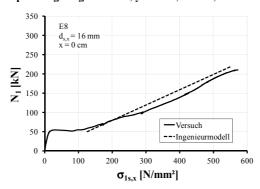


Bild B-53: Last-Spannungsdiagramm E8, x = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

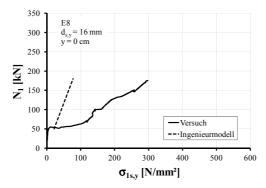


Bild B-54: Last-Spannungsdiagramm E8, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

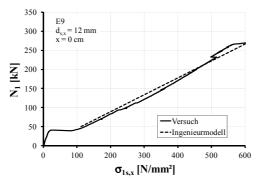


Bild B-55: Last-Spannungsdiagramm E9, x = 0 cm,  $\Theta=22,5^{\circ}$ 

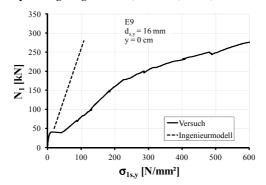


Bild B-56: Last-Spannungsdiagramm E9, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

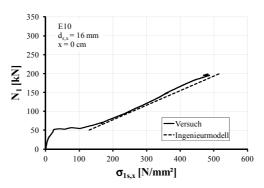


Bild B-57: Last-Spannungsdiagramm E10, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

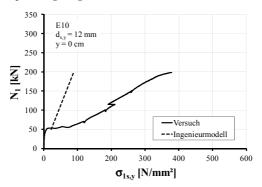


Bild B-58: Last-Spannungsdiagramm E10, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

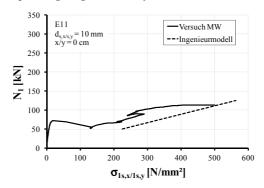


Bild B-59: Last-Spannungsdiagramm E11, x/y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

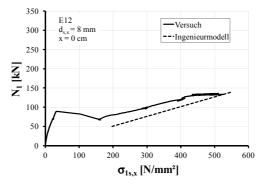


Bild B-60: Last-Spannungsdiagramm E12, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

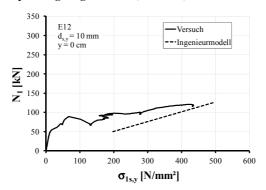


Bild B-61: Last-Spannungsdiagramm E12, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

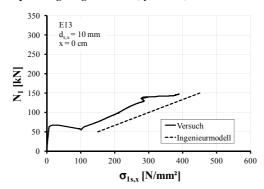


Bild B-62: Last-Spannungsdiagramm E13, x = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

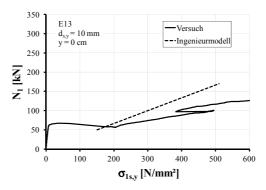


Bild B-63: Last-Spannungsdiagramm E13, y = 0 cm,  $\Theta = 45^{\circ}$ 

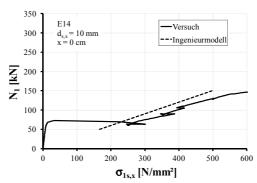


Bild B-64: Last-Spannungsdiagramm E14, x = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

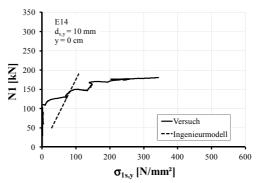


Bild B-65: Last-Spannungsdiagramm E14, y = 0 cm,  $\Theta = 22,5^{\circ}$ 

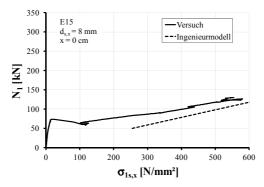


Bild B-66: Last-Spannungsdiagramm E15, x = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

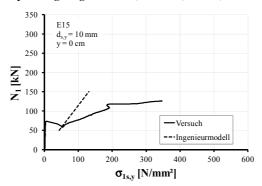


Bild B-67: Last-Spannungsdiagramm E15, y = 0 cm,  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

## Anhang C – Eigene Versuche (Lasteinleitung und TS am Zugstab)

## C-1 Versuchsprogramm

Das Versuchsprogramm mit 5 Versuchskörpern hatte primär zum Ziel, experimentell zu überprüfen, ob im Lasteinleitungsbereich mit Schlaufenbewehrung die erforderliche Prüfkraft bei den Großversuchen sicher vom Beton aufgenommen werden kann. Im Rahmen des Versuchsprogramms (Tabelle C-1) wurden die Durchmesser d<sub>s</sub> der Bewehrung, der Bewehrungsgrad effp und die Art der Verbindung (SLP bzw. SLVP) variiert. Der Anschluss zwischen Beton und Stahlkonstruktion wurde als Passverbindung mittels einbetonierter Stahlhülsen ohne Vorspannung (T1) und mit Vorspannung der Schrauben (T2 bis T5) ausgebildet.

Bez. ds Schlaufen eff o Verbindung Ausgleichsschicht  $A_s$  $A_c$  $M_{\nu}$ [-] [mm] [cm<sup>2</sup>] [cm<sup>2</sup>] [Nm] 0,0105 Pleximon 10 1.57 150 SLP T1 T2. 10 1 1,57 150 0,0105 SLVP 400 Pappe T3 12 1 2,26 400 150 0,0151 SLVP Pappe T4 8 1.00 0,0067 SLVP 400 Pappe 1 150 T5 10 2 0,0209 400 Pappe 3,14 150 SLVP

Tabelle C-1: Experimentelles Programm Lasteinleitung

#### C-2 Versuchsaufbau

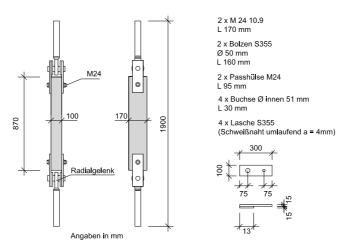


Bild C-1: Versuchsaufbau Tastversuche Lasteinleitung

## C-3 Messprogramm

Während der Versuchsdurchführung wurden die Prüfkraft und die Dehnungen des Betonstahls erfasst. Bis auf T3 waren alle Versuchskörper mit DMS ausgerüstet. Der Typ und die Anordnung der DMS, sowie die Ausführung der Bewehrung entsprachen denen der Kleinversuche (Bild B-3).

## C-4 Herstellung

Alle Stabenden wurden stumpf geschweißt (Bild C-2 (a)). Die Herstellung erfolgte in einer glatten Holzschalung (Bild C-2 (b)). Verdichtet wurde auf dem Rütteltisch. Die Versuchskörper wurden anschließend bis zur Prüfung mit Folie abgedeckt.

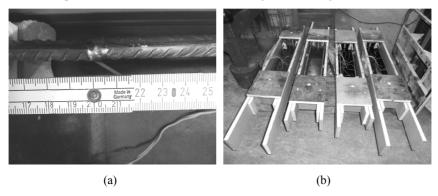


Bild C-2: Versuchskörper Tastversuche vor der Betonage: (a) Schweißstumpfstoß Bewehrung und (b) Schalung mit Bewehrung

## C-5 Baustoffe (Eignungsprüfung)

#### **Beton**

Die Zielfestigkeit wurde mit  $f_{c,cyl} = 30 \text{ N/mm}^2$  festgelegt. Die Betonzusammensetzung entsprach den Kleinversuchen. Die Eignungsprüfung erfolgte an insgesamt sechs Zylindern ( $\emptyset = 150 \text{ mm}$ , Wasserlagerung bis zur Prüfung). Dabei ergab sich nachfolgender Mittelwert:

• T1 bis T5 
$$f_{c,cyl} = 31,2 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$$

Die Spaltzugfestigkeit wurde an insgesamt fünf Zylindern ( $\emptyset$  = 150 mm, Wasserlagerung bis zur Prüfung) bestimmt:

• T1 bis T5 
$$f_{c,sp} = 2.7 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$$

#### **Betonstahl**

Der verwendete Betonstahl wurde der gleichen Charge entnommen wie bei den Kleinversuchen (Bild B-11 und Bild B-12).

### C-6 Ergebnisse – Traglasten

Das Versagen bei T1 erfolgte durch Spaltbruch in der Lasteinleitungszone. Da dies im Rahmen der Großversuche unbedingt auszuschließen war, wurden die Schrauben bei allen nachfolgenden Versuchen mittels Drehmomentschlüssel auf 400 Nm vorgespannt (Tabelle C-1). Die Versuchskörper T2, T3 und T5 versagten durch Bruch des Betonstahls an der Schweißstelle (Bild C-3 (b)). Es wurde festgestellt, dass die Schweißnähte bei  $d_s$  10 und 12 mm zu dünn ausgeführt waren. Beim Versuchskörper T4 mit  $d_s$  = 8 mm erreichte der Betonstahl die Fließgrenze. Der Versuch wurde bei sehr großen plastischen Verformungen abgebrochen. Für die Großversuche ergab sich daraus die Notwendigkeit, alle Schrauben vorzuspannen und die Schweißverbindungen sorgfältig und ausreichend tragfähig auszubilden.

Tabelle C-2: Ergebnisse der Prüfung für die Lasteinleitung

Bez.	Ncr	Maximallast	Bruchursache	bezogene Beanspr.*
[-]	[kN]	[kN]	[-]	[-]
T1	29	65	Spaltversagen	0,83
T2	27	75	Schweißnaht	0,96
T3	33	109	Schweißnaht	0,96
T4	27	64	Stahldehnung	1,28
T5	34	141	Schweißnaht	0,90

<sup>\*)</sup>  $F_{\text{max},Prü}/F_{y,k}$  mit  $F_{y,k} = A_s \cdot \sigma_{y,k}$  und  $\sigma_{y,k} = 500 \text{ N/mm}^2$ 

Die Rissschnittgröße lag im Mittel bei  $N_{cr} = 30,0$  kN. Unter Vernachlässigung der Stahldehnung wurden im Versuch lediglich 70 % dieses Wertes erreicht. Der Unterschied ist auf die behinderte Schwinddehnung durch die Bewehrung und die daraus resultierende Entfestigung durch Mikrorissbildung sowie die abweichenden Lagerungsbedingungen (unter Folie bzw. Wasserlagerung) zurückzuführen, siehe auch [Emp-95], [Lem-11] (Abschnitt 3.2.2).

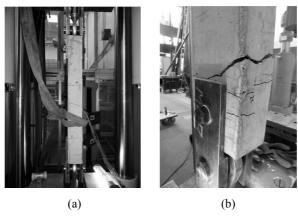


Bild C-3: Versuchskörper Tastversuche: (a) T1 in der Prüfmaschine und (b) Bruch bei T 3



Bild C-4: Versuchskörper T1 bis T5 nach der Prüfung

## C-7 Nachrechnungen Formänderungen gemäß Heft 525 DAfStb

Für jeden mit DMS ausgerüsteten Versuchskörper wurden aus insgesamt 12 Messstellen Mittelwerte für die Stahldehnungen gebildet und anschließend dem rechnerischen TS-Ansatz aus Heft 525 DAfStb [DAS-03] gegenübergestellt. Die Bewehrungsgrade entsprechen mit rund 0,7 %, 1,1 % und 2,1 % den in der Praxis üblichen Werten. Die Ergebnisse sind in Bild C-5 bis Bild C-8 dargestellt.

Die Steifigkeit im ansteigenden Ast (Zustand I) wird mit dem TS-Ansatz nach Heft 525 insgesamt gut abgebildet, wobei in den Versuchskurven ein eindeutiger Knickpunkt beim Übergang in den gerissenen Zustand meist fehlt. Die gemessene Steifigkeit im Bereich der Erstrissbildung streut relativ stark, wird vom rechnerischen Ansatz jedoch ebenfalls ausreichend genau erfasst. Im Bereich des abgeschlossenen Rissbildes ist für die untersuchte Kurzzeitbeanspruchung durchweg eine ausreichende Übereinstimmung erkennbar.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass im Rahmen der üblichen Streuungen und der erzielbaren Genauigkeit bei Betonbauteilen eine ausreichende Übereinstimmung zwischen dem TS-Ansatz aus [DAS-03] und den Messwerten besteht. Die durchgeführten Untersuchungen bestätigen die Eignung des TS-Ansatzes nach Heft 525 für theoretische Untersuchungen unter Kurzzeitbeanspruchung.

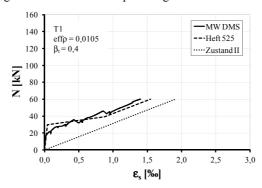


Bild C-5: Vergleich Kraft-Dehnungsbeziehung Versuch T1 Messwerte (Mittelwerte DMS) und Berechnung nach Heft 525, DAfStb

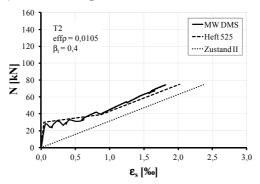


Bild C-6: Vergleich Kraft-Dehnungsbeziehung Versuch T2 Messwerte (Mittelwerte DMS) und Berechnung nach Heft 525, DAfStb

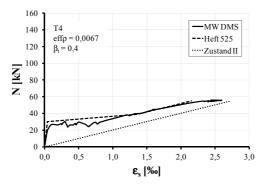


Bild C-7: Vergleich Kraft-Dehnungsbeziehung Versuch T4 Messwerte (Mittelwerte DMS) und Berechnung nach Heft 525, DAfStb

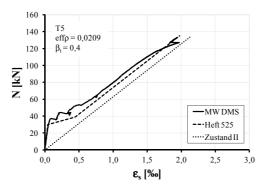


Bild C-8: Vergleich Kraft-Dehnungsbeziehung Versuch T5 Messwerte (Mittelwerte DMS) und Berechnung nach Heft 525, DAfStb

## Anhang D – Eigene Versuche (Großversuche)

### **D-1** Versuchsprogramm

Auf Grundlage der Erfahrungen bei den Kleinversuchen und den Tastversuchen zur Lasteinleitung wurde das experimentelle Programm für die Großversuche optimiert. Insgesamt wurden sechs Versuchskörper mit der in Tabelle D-1 aufgeführten Konfiguration hergestellt. Es wurden drei Schiefwinkligkeiten  $\Theta$  untersucht. Die Betonstähle mit Durchmessern  $d_{s,x}$  bzw.  $d_{s,y}$  wurden möglichst im Abstand s=10 cm verlegt. Aufgrund der endlichen Breite des Versuchskörpers ergab sich stets eine ganzzahlige Menge  $n_{x,1}$  und  $n_{y,2}$  an Bewehrungsstäben im Riss senkrecht zur Hauptzugrichtung  $N_1$  bzw.  $N_2$ . Dies führte bei  $\Theta=22,5^\circ$  und  $45^\circ$  zu Abweichungen zwischen tastsächlich eingelegter und theoretisch vorhandener Bewehrung eines unendlich langen Tragwerkausschnittes. So ergeben sich beispielsweise für  $\Theta=45^\circ$  im Riss theoretisch  $15 \cdot \cos 45^\circ = 10,6$  Stäbe. Tatsächlich lagen nur 8 Stäbe im Rissquerschnitt. Dies wurde rechnerisch im Abschnitt 7 und 8 stets entsprechend berücksichtigt. Die Baustoffe (Betonrezeptur, Betonstahlsorte) wurden bei allen Versuchen weitgehend gleich gewählt.

Tabelle D-1: Experimentelles Programm Großversuche

Bez.	Θ	$d_{s,x}$	$d_{s,y}$	n <sub>x,1</sub>	n <sub>y,1</sub>	n <sub>x,2</sub>	n <sub>y,2</sub>	λ
[-]	[°]	[mm]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
Z1	0	10	10	14	-	-	14	1,0
Z2	45	10	10	8	8	8	8	1,0
Z3	45	8	10	8	8	8	8	0,6
Z4	22,5	10	10	11	4	4	11	1,0
Z5	22,5	10	10	11	4	4	11	1,0
Z6	22,5	10	10	11	4	4	11	1,0

#### D-2 Versuchsaufbau

Im Unterschied zu den Versuchen aus [Lem-11], [Vec-82] und [Pur-05] bei zweiaxialer Beanspruchung wurden die Zugkräfte nicht über die Bewehrung, sondern direkt am Betonquerschnitt aufgebracht. Damit ist sichergestellt worden, dass eine gleichmäßige Zugbeanspruchung im gesamten Querschnitt bei beliebiger Schiefwinkligkeit der Bewehrung vorlag (Bild D-1).

Um eine zwangsfreie Lagerung der Versuchskörper zu erreichen, wurde ein Versuchsstand entwickelt, bei dem sich die infolge Querrissbildung auftretenden Verformungen unbehindert einstellen konnten (Bild D-2). Dazu wurden einzelne gebohrte Laschen mittels vorgespannter M 24 Schrauben (Vorspannmoment 400 Nm) am Betonquerschnitt befestigt. Zwischen Versuchskörper und Stahllasche war ein weicher Holzfaserstreifen angeordnet, um eventuelle Ungenauigkeiten auszugleichen.



Bild D-1: Versuchsaufbau Großversuche: (a) Ansicht und (b) Fußpunkt mit Kugelmutter

Die Laschen wurden mit einer zweiten Bohrung versehen, in welche Dollen mit 40 mm Durchmesser eingesetzt wurden. Die anschließenden Stahlarme hatten Langlöcher, in denen sich die Dollen auf einer glatten und gefetteten Präzisionsfolie bewegen konnten. Um das Anliegen jedes Dollen am Stahlarm zu ermöglichen, wurde vor jedem Versuch der Abstand zwischen Dollen und Stahlarm mittels Fühlerlehre vermessen und ggf. mit weiteren Lagen Präzisionsfolie unterfüttert.

An jedem Stahlarm wurden, wie schon bei den Kleinversuchen, Kugelmuttern verwendet, um den Eintrag von Biegemomenten in den Versuchskörper weitgehend zu verhindern (Bild D-2 (b)). Die Normalkräfte wurden über hydraulische Hohlkolbenzylinder aufgebracht. Es war erforderlich in jeder Richtungen eine Vorlast von ca. 30 bis 40 kN aufzubringen, um die Stahlkonstruktion während des Versuchs in der Ausrichtung zu stabilisieren. Die Kräfte wurden mit Kraftmessdosen erfasst.

Jeder Stahlarm hatte einen Festpunkt, um die Konstruktion montieren zu können. Die Anordnung der Festpunkte wurde so gewählt, dass ein statisch bestimmtes System in der Ebene vorlag und sich Formänderungen bei Be- und Entlastung frei einstellen konnten. Um die Verformungen des Prüfstandes zu minimieren, wurden die horizontalen Widerlager über vorgespannte Ankerstangen am Aufspannfeld befestigt.

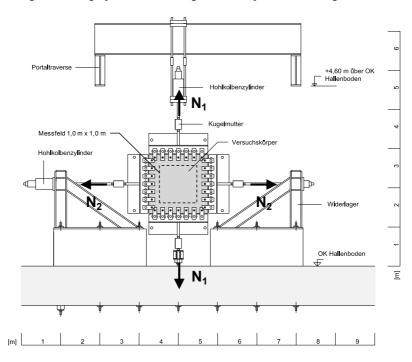


Bild D-2: Versuchsaufbau in der Ansicht

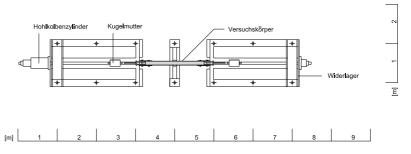


Bild D-3: Versuchsaufbau in der Draufsicht (obere Traversen nicht dargestellt)

# D-3 Messprogramm

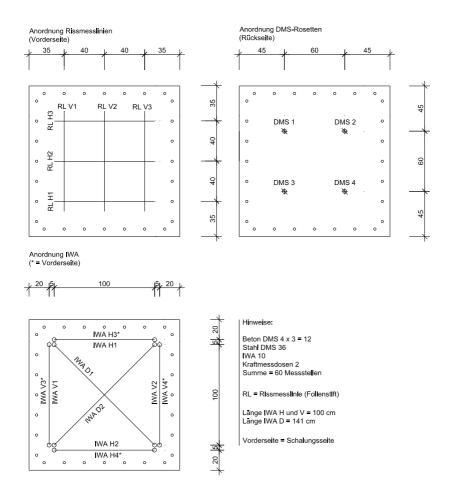


Bild D-4: Anordnung der Messpunkte auf dem Versuchskörper

Die Stahl-DMS wurden in der Symmetrieachse und davon ausgehend in einem Abstand von 30 cm appliziert (Bild D-5 bis Bild D-7). Je Bewehrungsrichtung wurden 18 DMS angebracht.

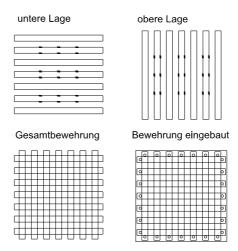


Bild D-5: Bewehrung Versuchskörper Z1 und Anordnung der DMS

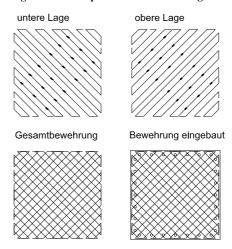


Bild D-6: Bewehrung Versuchskörper Z2, Z3 und Anordnung der DMS

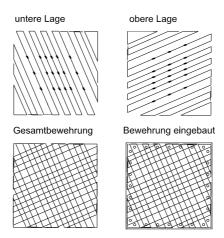


Bild D-7: Bewehrung Versuchskörper Z4 bis Z6 und Anordnung der DMS

## **D-4** Herstellung

Alle Stabenden wurden stumpf (Bild D-8 (a)) geschweißt. Die Herstellung erfolgte in einer glatten Holzschalung (Bild D-8 (b)). Der Beton wurde von Hand eingebracht, um die Stahl-DMS nicht zu beschädigen. Jeder Versuchskörper wurde einzeln betoniert. Die Verdichtung erfolgte mit der Rüttelflasche. Die Versuchskörper wurden anschließend bis zu 14 Tage unter Folie gelagert. Die Betonierseite wurde bei allen Versuchskörpern mittels Diamantschleifer glatt geschliffen.

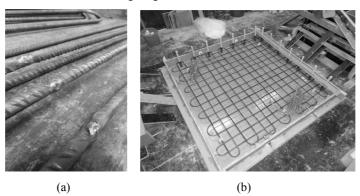


Bild D-8: Bewehrung Großversuche vor dem Betonieren: (a) Schweiß-Stumpfstoß der Bewehrung und (b) Bewehrung Z1 mit  $\Theta$  =  $0^{\circ}$ 

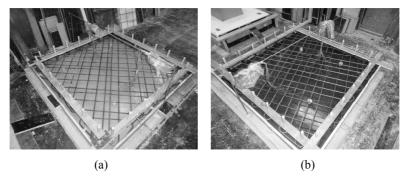


Bild D-9: Bewehrung Großversuche vor dem Betonieren: (a) Bewehrung Z2 mit  $\Theta = 45^{\circ}$  und (b) Bewehrung Z4 mit  $\Theta = 22.5^{\circ}$ 

## D-5 Baustoffe (Eignungsprüfung)

#### **Beton**

Die Zielfestigkeit wurde, wie bei den vorhergehenden Versuchsreihen, mit  $f_{c,cvl} = 30 \text{ N/mm}^2$  festgelegt. Die Betonzusammensetzung wurde beibehalten.

Die Eignungsprüfung erfolgte an mindestens drei Zylindern (Ø = 150 mm, Wasserlagerung bis zur Prüfung) je Versuchskörper. Bei Z3 erfolgte die Eignungsprüfung erst am Tag der Versuchsdurchführung. Es ergaben sich nach 28 Tagen folgende Mittelwerte:

- Z1  $f_{c,cyl} = 27,1 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z2  $f_{c,cyl} = 25,2 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z4  $f_{c,cyl} = 33,3 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z5  $f_{c.cvl} = 38.8 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z6  $f_{c,cyl} = 30.8 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$

Die Versuchsbegleitenden Eignungsuntersuchungen der Zylinderdruckfestigkeit zum jeweiligen Prüfzeitpunkt ergaben:

- Z1  $f_{c,cyl} = 31,0 \text{ N/mm}^2 (88 \text{ d})$
- Z2  $f_{c,cvl} = 25,2 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z3  $f_{c,cyl} = 30,4 \text{ N/mm}^2 (41 \text{ d})$
- Z4  $f_{c,cyl} = 37.3 \text{ N/mm}^2 (74 \text{ d})$
- Z5  $f_{c,cyl} = 38.8 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z6  $f_{c,cyl} = 30.8 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$

Die Spaltzugfestigkeit wurde ebenfalls an Zylindern ( $\emptyset$  = 150 mm, Wasserlagerung bis zur Prüfung) versuchsbegleitend bestimmt.

- Z1  $f_{ct,sp} = 2.9 \text{ N/mm}^2 (88 \text{ d})$
- Z2  $f_{ct sp} = 2.3 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z3  $f_{ct,sp} = 2.7 \text{ N/mm}^2 (41 \text{ d})$
- Z4  $f_{ct.sp} = 2.9 \text{ N/mm}^2 (74 \text{ d})$
- Z5  $f_{ct,sp} = 3.4 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$
- Z6  $f_{ct.sp} = 3.0 \text{ N/mm}^2 (28 \text{ d})$

Bei Z5 und Z6 wurde ein Zement eines anderen Herstellers eingesetzt. Dadurch ergab sich, trotz gleicher Zusammensetzung des Betons, eine höhere Spaltzugfestigkeit für Z5. Für Z6 wurde der w/z-Wert daher von 0,55 auf 0,60 korrigiert und damit die Zielfestigkeit erreicht.

#### **Betonstahl**

#### Ergebnisse

Probe	Charge	d ist	A ist	A nenn	Δ A ist	FeH	ReHist	Fm	Rmist	A11,3	A <sub>gt</sub>
		mm	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	%	kN	MPa	kN	MPa	%	%
1	2						593				
2	2	10,00	78,55	78,54	0,02	46,6	593	54,8	698	16,4	14,5
3	2	9,98	78,18	78,54	-0,46	45,4	581	54,6	698	18,4	14,4

#### Seriengrafik:

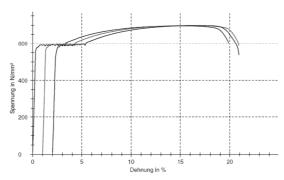


Bild D-10: Auszug aus dem Prüfprotokoll für Betonstahl der Versuchskörper Z1 bis Z6

# D-6 Belastungsregime und Verformungen

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
5	350	350
6	350	- *
7	-	350
8	-	450
9	450	-
10	450	450
11	550	550

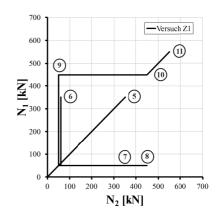


Bild D-11: Belastungsregime für Z1

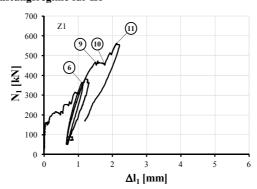


Bild D-12: Last-Verformungsbeziehung Z1, Hauptrichtung 1

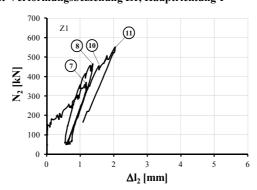


Bild D-13: Last-Verformungsbeziehung Z1, Hauptrichtung 2

<sup>\*)</sup> Vorlast von ca. 30 bis 40 kN

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
4	450	-
9	-	450
10	150	300
11	300	300
12	300	150
13	450	225
14	450	450
15	500	500

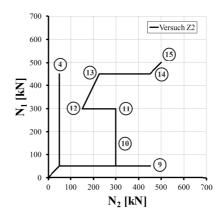


Bild D-14: Belastungsregime für Z2

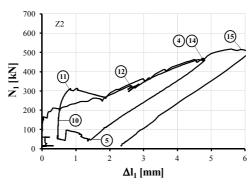


Bild D-15: Last-Verformungsbeziehung Z2, Hauptrichtung 1

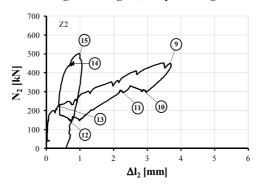


Bild D-16: Last-Verformungsbeziehung Z2, Hauptrichtung 2

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
6	350	175
9	175	350
13	-	350
17	350	-
18	200	400
19	400	200

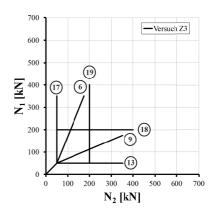


Bild D-17: Belastungsregime für Z3

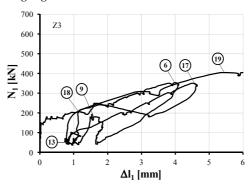


Bild D-18: Last-Verformungsbeziehung Z3, Hauptrichtung 1

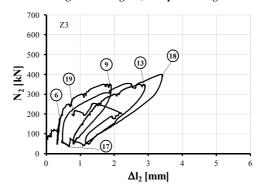
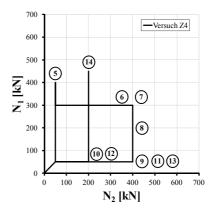


Bild D-19: Last-Verformungsbeziehung Z3, Hauptrichtung 2

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
4	350	-
5	400	-
6	300	350
7	300	400
8	200	400
9	-	400
13	-	400
14	400	200



Zwischen Laststufe 9 und 13 wurden vier Lastzyklen mit  $N_2$  = 50 bis 400 kN und  $N_1$  = 50 kN (const) durchgeführt.

Bild D-20: Belastungsregime für Z4

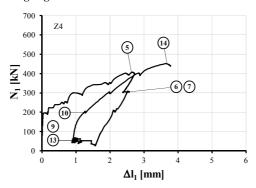


Bild D-21: Last-Verformungsbeziehung Z4, Hauptrichtung 1

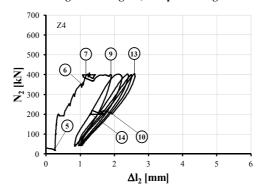


Bild D-22: Last-Verformungsbeziehung Z4, Hauptrichtung 2

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
3	350	240
5	240	350
7	-	350
10	400	-
13	-	400
14	250	250
15	400	400

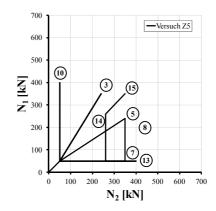


Bild D-23: Belastungsregime für Z5

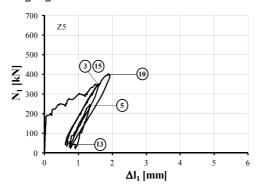


Bild D-24: Last-Verformungsbeziehung Z5, Hauptrichtung 1

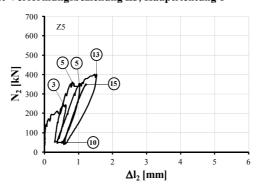


Bild D-25: Last-Verformungsbeziehung Z5, Hauptrichtung 2

Laststufe [-]	N <sub>1</sub> [kN]	N <sub>2</sub> [kN]
4	350	175
8	350	350
11	175	350

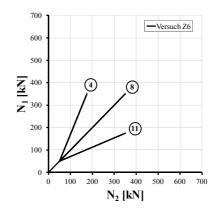


Bild D-26: Belastungsregime für Z6

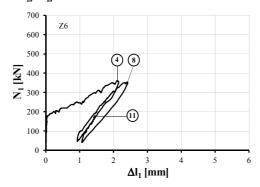


Bild D-27: Last-Verformungsbeziehung Z6, Hauptrichtung 1

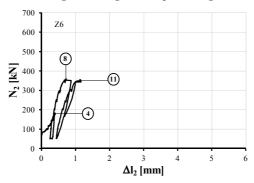


Bild D-28: Last-Verformungsbeziehung Z6, Hauptrichtung 2

# D-7 Rissbilder

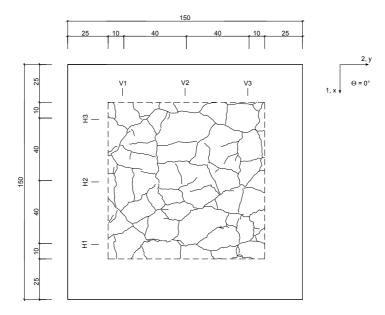


Bild D-29: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z1, k = 1,0 (Erstbelastung)

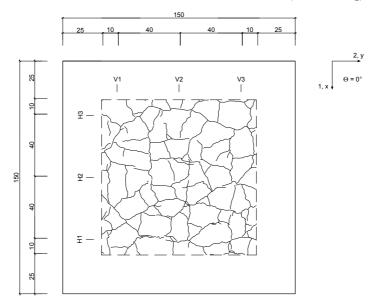


Bild D-30: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z1, Versuchsende

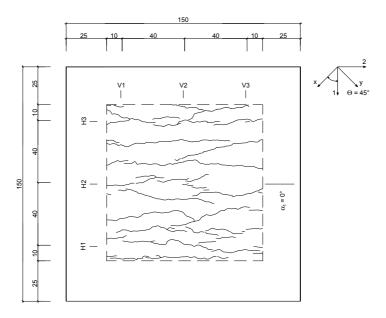


Bild D-31: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z2, k = 0,0 (Erstbelastung)

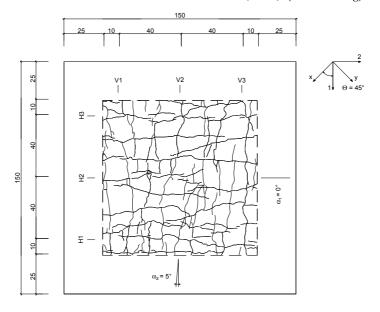


Bild D-32: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z2, Versuchsende

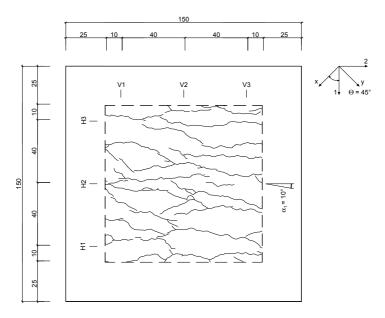


Bild D-33: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z3, k = 0,5 (Erstbelastung)

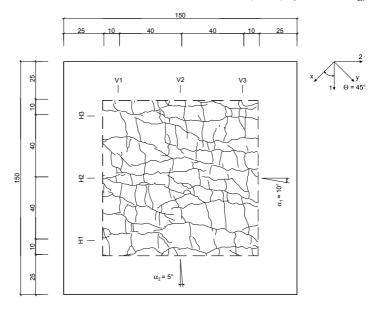


Bild D-34: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z3, Versuchsende

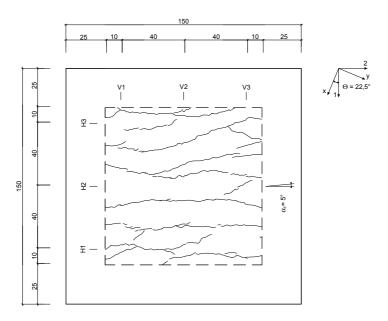


Bild D-35: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z4, k = 0,0 (Erstbelastung)

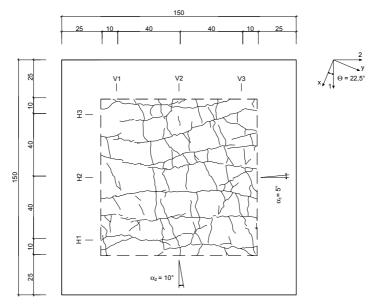


Bild D-36: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z4, Versuchsende

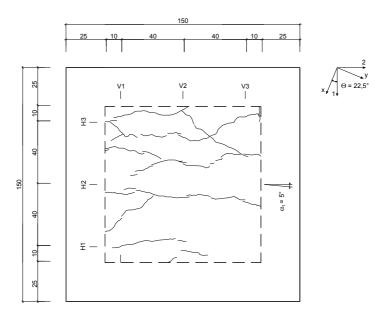


Bild D-37: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z5, k = 0,7 (Erstbelastung)

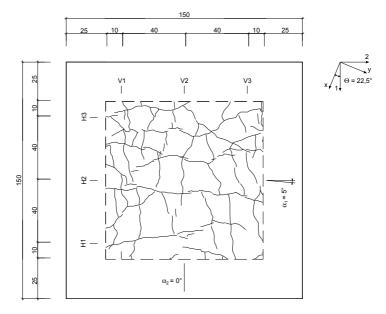


Bild D-38: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z5, Versuchsende

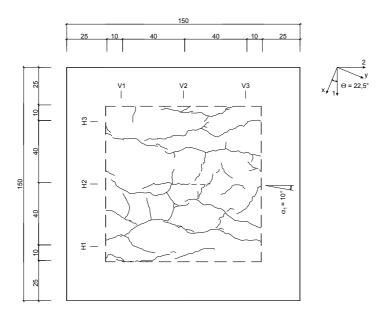


Bild D-39: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z6, k = 0,5 (Erstbelastung)

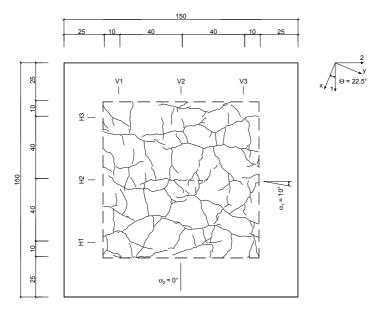


Bild D-40: Rissbild Vorderseite im Messbereich von Z6, Versuchsende

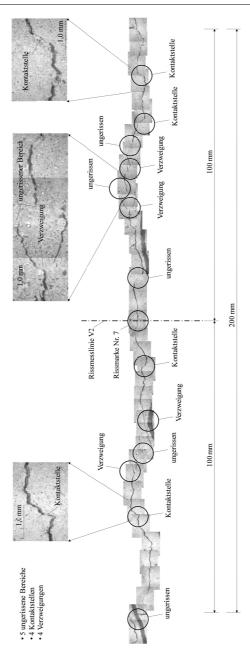


Bild D-41: Ausschnitt Rissverlauf von ca. 200 mm für Versuch Z2 mit  $\Theta$  = 22,5°,  $N_1 = 250 \text{ kN}, \text{ k} = 0, \sigma_{1s,x} = 250 \text{ N/mm}^2, \text{ w} = 0,30 \text{ mm (Rissmarke 7), LS 2}$ 

# D-8 Rissbreiten

Tabelle D-2: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z1

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	3	0,18	0,23	1,27	0,07	2,920	0,40	2,15	0,59	150	150
2	14	0,19	0,32	1,68	0,08	1,771	0,32	1,71	0,98	200	200
3	17	0,25	0,39	1,57	0,09	1,746	0,41	1,65	0,95	250	250
4	21	0,26	0,49	1,86	0,13	1,725	0,48	1,86	1,00	300	300
5	20	0,30	0,53	1,75	0,14	1,725	0,54	1,80	0,97	350	350
6	21	0,23	0,47	2,03	0,12	1,725	0,44	1,88	1,08	350	-
7	21	0,18	0,33	1,85	0,10	1,725	0,35	1,95	0,95	-	350
8	21	0,18	0,38	2,05	0,12	1,725	0,38	2,08	0,99	-	450
9	21	0,28	0,54	1,95	0,14	1,725	0,51	1,86	1,05	450	-
10	21	0,33	0,62	1,91	0,16	1,725	0,60	1,84	1,03	450	450

Tabelle D-3: Rissbreiten w<sub>2</sub>, Versuch Z1

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	W <sub>max</sub> /W <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	3	0,15	0,20	1,32	0,05	2,920	0,29	1,95	0,68	150	150
2	9	0,20	0,33	1,67	0,08	1,860	0,34	1,72	0,97	200	200
3	21	0,18	0,44	2,45	0,10	1,725	0,35	1,95	1,26	250	250
4	21	0,22	0,46	2,09	0,10	1,725	0,39	1,77	1,18	300	300
5	24	0,22	0,47	2,16	0,12	1,725	0,43	1,98	1,09	350	350
6	24	0,15	0,30	2,00	0,07	1,725	0,28	1,84	1,09	350	-
7	25	0,20	0,48	2,44	0,12	1,725	0,41	2,09	1,16	-	350
8	28	0,22	0,59	2,73	0,15	1,708	0,46	2,16	1,27	-	450
9	27	0,15	0,36	2,39	0,09	1,708	0,31	2,04	1,17	450	-
10	27	0,27	0,62	2,33	0,15	1,708	0,53	1,98	1,18	450	450

Tabelle D-4: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z2

LS	Anzahl	W <sub>m</sub>	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	S	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	$W_{0,95}/W_{m}$	$W_{max}/W_{0,95}$	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	3	0,08	0,14	1,73	0,05	2,920	0,23	2,89	0,60	150	-
2	24	0,16	0,40	2,46	0,10	1,725	0,33	2,05	1,20	250	-
3	31	0,25	0,72	2,89	0,17	1,697	0,54	2,16	1,34	350	-
4	32	0,34	1,04	3,02	0,21	1,697	0,71	2,06	1,47	450	-
10	29	0,02	0,08	3,41	0,02	1,708	0,06	2,36	1,45	150	300
11	33	0,08	0,27	3,51	0,08	1,679	0,21	2,73	1,29	300	300
12	32	0,21	0,66	3,08	0,16	1,679	0,49	2,29	1,35	300	150
13	33	0,34	1,05	3,06	0,23	1,679	0,74	2,15	1,43	450	225
14	33	0,33	1,08	3,25	0,24	1,679	0,73	2,22	1,46	450	450

Tabelle D-5: Rissbreiten w2, Versuch Z2

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	$w_{0,95}/w_{m}$	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
6	1	0,14	0,14	1,00		6,314		0,00		-	200
7	11	0,16	0,29	1,86	0,07	1,753	0,28	1,80	1,03	-	250
8	20	0,19	0,46	2,44	0,12	1,708	0,39	2,06	1,19	-	350
9	27	0,28	0,66	2,36	0,14	1,697	0,52	1,87	1,26	-	450
10	27	0,20	0,46	2,28	0,11	1,679	0,39	1,96	1,16	150	300
11	27	0,14	0,38	2,71	0,10	1,679	0,31	2,18	1,24	300	300
12	27	0,04	0,13	3,45	0,03	1,679	0,09	2,41	1,43	300	150
13	27	0,04	0,17	4,94	0,04	1,679	0,10	2,77	1,78	450	225
14	27	0,06	0,31	4,87	0,07	1,679	0,19	2,96	1,65	450	450

Tabelle D-6: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z3

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
3	13	0,13	0,32	2,51	0,08	1,782	0,28	2,15	1,17	180	90
4	25	0,23	0,49	2,12	0,14	1,725	0,48	2,07	1,03	250	125
5	27	0,30	0,74	2,43	0,19	1,708	0,63	2,06	1,18	300	150
6	28	0,39	0,94	2,39	0,25	1,708	0,83	2,10	1,14	350	175
7	25	0,20	0,48	2,41	0,14	1,725	0,44	2,21	1,09	125	250
8	24	0,19	0,43	2,22	0,11	1,725	0,39	2,03	1,09	150	300
9	24	0,18	0,41	2,29	0,11	1,725	0,37	2,08	1,10	175	350
10	23	0,12	0,28	2,27	0,07	1,725	0,25	2,04	1,11	-	200
11	21	0,12	0,24	1,95	0,06	1,725	0,23	1,91	1,05	-	250
12	20	0,11	0,24	1,99	0,06	1,725	0,22	1,94	1,09	-	300
13	20	0,10	0,22	7,05	0,06	1,725	0,20	1,96	1,12	-	350
14	26	0,28	0,71	2,84	0,18	1,725	0,60	2,10	1,19	200	-
15	27	0,33	0,81	2,81	0,20	1,725	0,67	2,06	1,19	250	-
16	27	0,38	0,92	2,74	0,24	1,725	0,79	2,08	1,17	300	-
17	27	0,44	1,04	0,00	0,27	1,725	0,90	2,05	1,15	350	-

Tabelle D-7: Rissbreiten w<sub>2</sub>, Versuch Z3

LS	Anzahl	w <sub>m</sub>	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	$W_{0,95}/W_{m}$	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
7	3	0,19	0,35	1,84	0,15	2,920	0,62	3,27	0,56	125	250
8	8	0,21	0,55	2,56	0,14	1,895	0,48	2,27	1,13	150	300
9	15	0,24	0,76	3,13	0,18	1,761	0,55	2,27	1,38	175	350
10	15	0,16	0,59	3,75	0,14	1,761	0,40	2,56	1,47	-	200
11	14	0,20	0,68	3,87	0,17	1,771	0,50	2,46	1,37	-	250
12	14	0,22	0,78	4,37	0,18	1,771	0,54	2,49	1,46	-	300
13	14	0,25	0,94	0,83	0,21	1,771	0,62	2,47	1,52	-	350
14	14	0,06	0,21	3,17	0,06	1,771	0,17	2,65	1,25	200	-
15	14	0,06	0,20	2,93	0,06	1,771	0,17	2,64	1,17	250	-
16	14	0,06	0,19	2,25	0,06	1,771	0,16	2,63	1,16	300	-
17	14	0,06	0,14	0,00	0,04	1,771	0,13	2,32	1,07	350	-

Tabelle D-8: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z4

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	S	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	4	0,13	0,17	1,30	0,04	2,353	0,22	1,65	0,79	200	-
2	13	0,19	0,35	1,86	0,09	1,782	0,34	1,83	1,02	250	-
3	17	0,23	0,50	2,17	0,13	1,746	0,46	1,98	1,09	300	-
4	24	0,28	0,63	2,27	0,15	1,725	0,53	1,93	1,18	350	-
5	25	0,34	0,76	2,23	0,17	1,725	0,64	1,88	1,19	400	-
6	25	0,32	0,72	2,28	0,18	1,725	0,62	1,96	1,16	300	350
7	24	0,32	0,68	2,12	0,16	1,725	0,59	1,85	1,15	300	400
8	24	0,25	0,53	2,09	0,12	1,725	0,47	1,85	1,13	200	400
9	22	0,15	0,38	1,97	0,09	1,725	0,30	2,04	1,25	-	400
10	20	0,13	0,29	2,13	0,07	1,729	0,25	1,97	1,17	-	200
11	19	0,12	0,27	1,71	0,06	1,734	0,24	1,92	1,15	-	400
12	18	0,12	0,21	1,73	0,05	1,740	0,20	1,77	1,03	-	200
13	18	0,11	0,20	9,87	0,05	1,740	0,19	1,75	1,07	-	400
14	25	0,38	1,05	0,00	0,23	1,725	0,77	2,03	1,38	400	200

Tabelle D-9: Rissbreiten w2, Versuch Z4

LS	Anzahl	w <sub>m</sub>	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	S	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	W <sub>max</sub> /W <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
6	2	0,16	0,16	1,04						300	350
7	3	0,19	0,27	1,40	0,11	2,920	0,50	2,60	0,54	300	400
8	3	0,25	0,35	1,40	0,08	2,910	0,48	1,91	0,73	200	400
9	10	0,25	0,39	1,56	0,06	1,833	0,36	1,46	1,06	-	400
10	10	0,12	0,19	3,14	0,03	1,833	0,18	1,54	1,05	-	200
11	15	0,23	0,37	1,23	0,10	1,761	0,41	1,77	0,90	-	400
12	14	0,14	0,29	3,25	0,08	1,771	0,29	1,99	1,00	-	200
13	15	0,28	0,47	0,37	0,12	1,761	0,50	1,78	0,93	-	400
14	5	0,06	0,11	0,00	0,04	2,013	0,14	2,31	0,73	400	200

Tabelle D-10: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z5

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	S	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	3	0,14	0,25	1,70	0,09	2,920	0,40	2,76	0,61	250	140
2	11	0,21	0,42	2,05	0,12	1,812	0,42	2,05	1,00	300	200
3	14	0,27	0,55	2,02	0,15	1,771	0,54	2,00	1,01	350	240
4	12	0,17	0,31	1,81	0,09	1,796	0,34	1,97	0,92	170	250
5	12	0,18	0,41	2,20	0,14	1,796	0,43	2,32	0,95	240	350
6	10	0,16	0,34	2,11	0,09	1,833	0,34	2,06	1,02	110	350
7	11	0,13	0,32	2,46	0,08	1,812	0,28	2,13	1,15	-	350
8	14	0,14	0,29	2,08	0,08	1,771	0,28	2,00	1,04	200	-
9	13	0,21	0,40	1,88	0,11	1,782	0,40	1,91	0,98	300	-
10	13	0,32	0,52	1,61	0,17	1,782	0,63	1,96	0,83	400	-
14	13	0,20	0,48	2,36	0,13	1,782	0,43	2,16	1,10	260	260
15	13	0,27	0,61	2,25	0,18	1,782	0,58	2,17	1,04	350	350

Tabelle D-11: Rissbreiten w2, Versuch Z5

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	W <sub>max</sub> /W <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
5	2	0,08	0,09	1,13						240	350
6	9	0,09	0,14	1,52	0,04	1,860	0,17	1,83	0,83	110	350
7	10	0,10	0,17	1,62	0,05	1,833	0,20	1,91	0,85	-	350
12	10	0,12	0,23	1,97	0,07	1,833	0,24	2,05	0,96	200	-
13	15	0,16	0,32	2,02	0,09	1,761	0,31	1,97	1,02	300	-
14	13	0,07	0,17	2,49	0,04	1,782	0,14	2,08	1,20	400	260
15	13	0,09	0,20	2,13	0,05	1,782	0,17	1,90	1,12	-	350

Tabelle D-12: Rissbreiten w<sub>1</sub>, Versuch Z6

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>0,95</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>1</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
1	5	0,13	0,24	1,89	0,07	2,132	0,27	2,16	0,87	100	200
2	14	0,18	0,39	2,15	0,11	1,771	0,37	2,07	1,04	125	250
3	15	0,24	0,51	2,14	0,15	1,761	0,50	2,12	1,01	150	300
4	16	0,28	0,66	2,39	0,18	1,753	0,59	2,12	1,13	175	350
5	16	0,18	0,48	2,70	0,13	1,753	0,41	2,32	1,16	200	200
6	16	0,22	0,55	2,53	0,14	1,753	0,47	2,17	1,17	250	250
7	16	0,25	0,57	2,27	0,15	1,753	0,52	2,08	1,09	300	300
8	16	0,29	0,60	2,05	0,16	1,753	0,57	1,95	1,05	350	350
10	13	0,15	0,32	2,06	0,09	1,782	0,32	2,10	0,98	300	150
11	12	0,17	0,36	2,12	0,10	1,796	0,35	2,10	1,01	350	175
12	9	0,12	0,19	1,51	0,04	1,860	0,20	1,65	0.92	-	-

Tabelle D-13: Rissbreiten w2, Versuch Z6

LS	Anzahl	Wm	W <sub>max</sub>	w <sub>max</sub> /w <sub>m</sub>	s	t <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub>	W <sub>0,95</sub> /W <sub>m</sub>	W <sub>max</sub> /W <sub>0,95</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>1</sub>
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[kN]	[kN]
7	2	0,20	0,31	1,57						300	300
8	6	0,24	0,56	2,32	0,17	2,015	0,59	2,44	0,95	350	350
9	1	0,35	0,35	1,00						200	100
10	5	0,22	0,48	2,20	0,16	2,132	0,56	2,55	0,86	300	150
14	12	0,21	0,53	2,52	0,15	1,796	0,48	2,27	1,11	350	175

# D-9 Berechnungen der Längenänderungen unter Berücksichtigung des Tension Stiffening mit eigenem Formänderungsansatz

Laststufen, bei denen im Versuch eine vollständige Entlastung durchgeführt wurde, sind aus Gründen der Übersichtlichkeit im Folgenden nicht dargestellt.

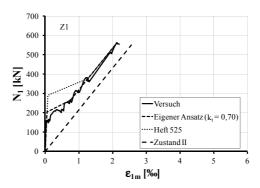


Bild D-42: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z1 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10) bzw. Heft 525, DAfStb [DAS-05], Hauptrichtung 1, Θ = 0°

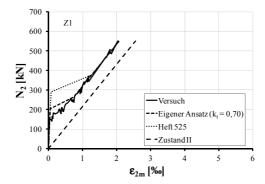


Bild D-43: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z1 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10) bzw. Heft 525, DAfStb [DAS-05], Hauptrichtung 2,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

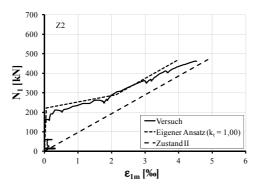


Bild D-44: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z2 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10),  $\Theta=45^{\circ}$ 

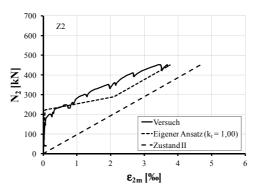


Bild D-45: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z2 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 45°

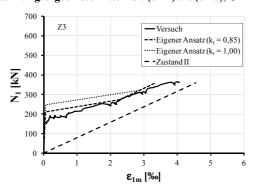


Bild D-46: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z3 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10),  $\Theta$  = 45°

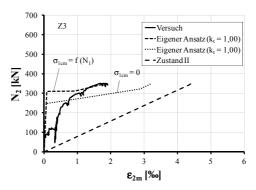


Bild D-47: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z3 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 45°

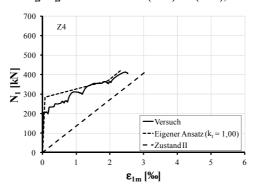


Bild D-48: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z4 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10),  $\Theta=22,5^\circ$ 

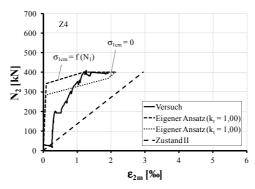


Bild D-49: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z4 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 22,5°

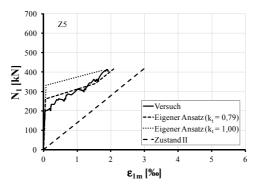


Bild D-50: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z5 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10),  $\Theta=22,5^\circ$ 

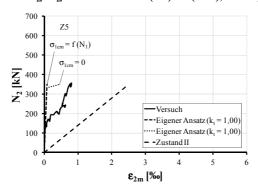


Bild D-51: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z5 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 22,5°

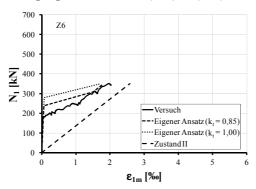


Bild D-52: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z6 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-8) bis (8-10),  $\Theta$  = 22,5°

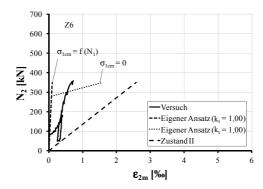


Bild D-53: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs Z6 mit den Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-11) bis (8-15),  $\Theta$  = 22,5°

## Anhang E - Versuche von PETER

## E-1 FE-Berechnungen (Stahlspannungen)

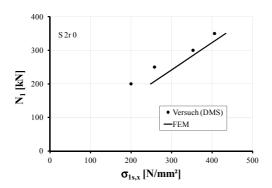


Bild E-1: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 0 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=0^\circ$ 

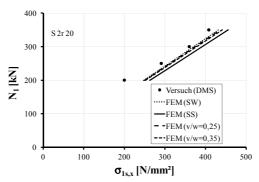


Bild E-2: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 20 mit FEM-Berechnung,  $\Theta = 20^{\circ}$ 

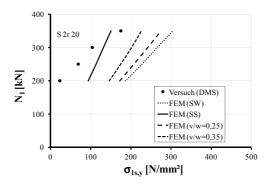


Bild E-3: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 20 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=20^\circ$ 

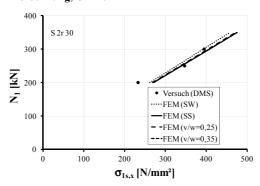


Bild E-4: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 30 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=30^\circ$ 

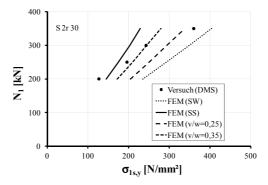


Bild E-5: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 30 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=30^\circ$ 

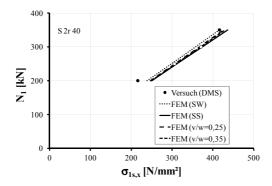


Bild E-6: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 40 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=40^\circ$ 

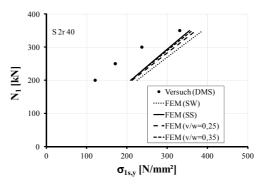


Bild E-7: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 40 mit FEM-Berechnung,  $\Theta=40^\circ$ 

## E-2 FEM-Berechnungen (mittlere Rissbreiten)

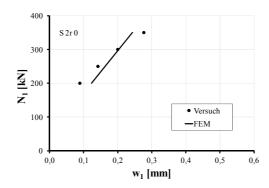


Bild E-8: Vergleich der Last-Rissbreitenbeziehung des Versuchs S 2r 0 mit FEM-Berechnung mit der FEM,  $\Theta = 0^{\circ}$ 

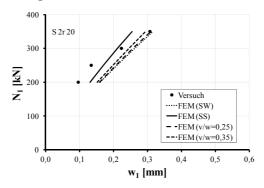


Bild E-9: Vergleich der Last-Rissbreitenbeziehung des Versuchs S 2r 20 mit FEMBerechnung,  $\Theta$  = 20°

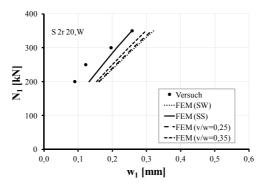


Bild E-10: Vergleich der Last- Rissbreitenbeziehung des Versuchs S 2r 20,W mit FEM-Berechnung,  $\Theta = 20^{\circ}$ 

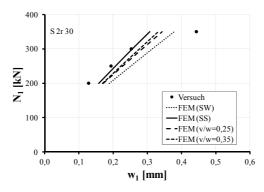


Bild E-11: Vergleich der Last- Rissbreitenbeziehung des Versuchs S 2r 30 mit FEMBerechnung,  $\Theta$  = 30°

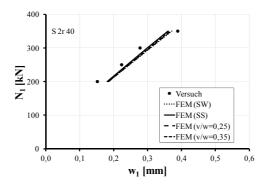


Bild E-12: Vergleich der Last- Rissbreitenbeziehung des Versuchs S 2r 40 mit FEM-Berechnung,  $\Theta = 40^{\circ}$ 

### E-3 Berechnungen mit dem Ingenieurmodell (Stahlspannungen)

Bei den Berechnungen wurden die randparallelen Bewehrungsstäbe stets berücksichtigt.

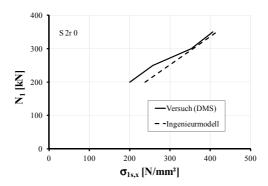


Bild E-13: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 0 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=0^\circ$ 

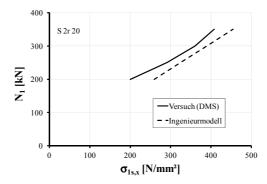


Bild E-14: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 20 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=20^\circ$ 

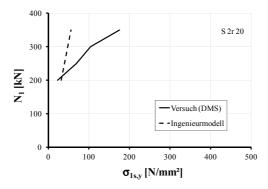


Bild E-15: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 20 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=20^\circ$ 

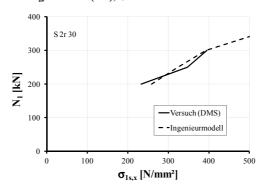


Bild E-16: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 30 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=30^{\circ}$ 

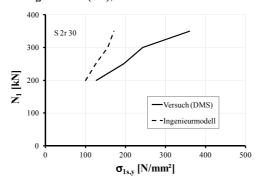


Bild E-17: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 30 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=30^{\circ}$ 

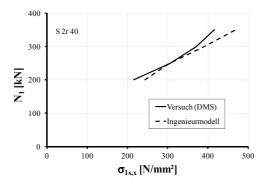


Bild E-18: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,x}$  des Versuchs S 2r 40 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=40^\circ$ 

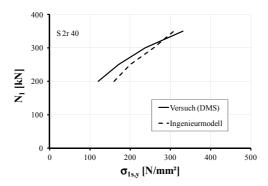


Bild E-19: Vergleich der Last-Spannungsbeziehung  $\sigma_{1s,y}$  des Versuchs S 2r 40 mit der Berechnung nach Gl. (7-9),  $\Theta=40^\circ$ 

#### E-4 Berechnungen mit dem eigenen Rissbreitenansatz (Dehnungsdifferenz)

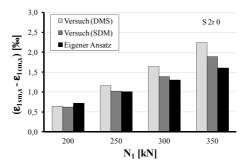


Bild E-20: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für S 2r 0,  $\Theta=0^{\circ}$ 

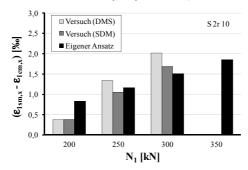


Bild E-21: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für S 2r 10,  $\Theta$  = 10°

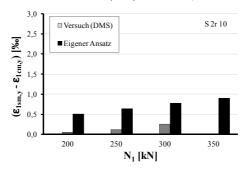


Bild E-22: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21) für S 2r 10,  $\Theta = 10^{\circ}$ 

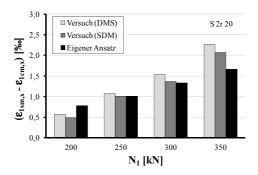


Bild E-23: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für S 2r 20,  $\Theta = 20^{\circ}$ 

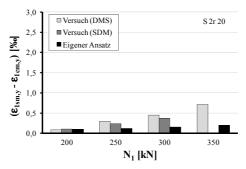


Bild E-24: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21) für S 2r 20,  $\Theta = 20^{\circ}$ 

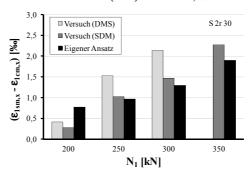


Bild E-25: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für S 2r 30,  $\Theta$  =  $30^{\circ}$ 

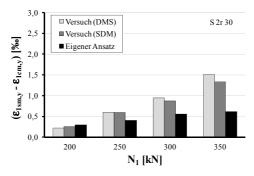


Bild E-26: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21) für S 2r 30,  $\Theta$  = 30°

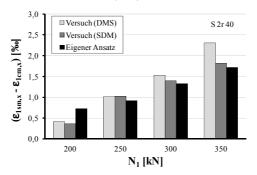


Bild E-27: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in x-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-20) für S 2r 40,  $\Theta$  = 40°

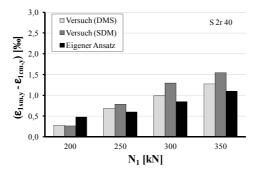


Bild E-28: Vergleich der gemessenen mittleren Dehnung in y-Richtung mit den rechnerischen Werten nach Gl. (7-21) für S 2r 40,  $\Theta$  = 40°

# E-5 Berechnungen der Längenänderungen von Scheiben mit dem eigenen Formänderungsansatz

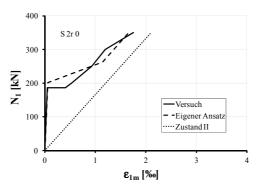


Bild E-29: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 0 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

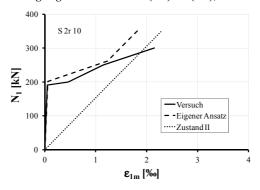


Bild E-30: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 10 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 10^{\circ}$ 

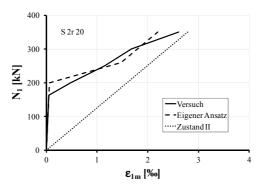


Bild E-31: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 20 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 20^{\circ}$ 

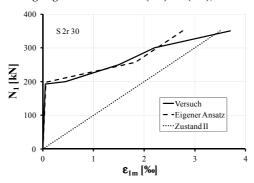


Bild E-32: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 30 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

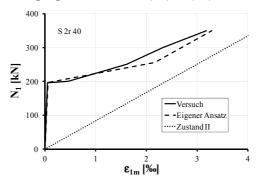


Bild E-33: Vergleich der Last-Hauptdehnungsbeziehung des Versuchs S 2r 40 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-1) bis (8-3),  $\Theta = 40^{\circ}$ 

### Anhang F – Versuche von IVÁNYI & LARDI

# F-1 Berechnungen der mittleren M-K-Beziehungen von Platten mit dem eigenen Formänderungsansatz

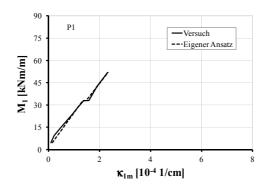


Bild F-1: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P1 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

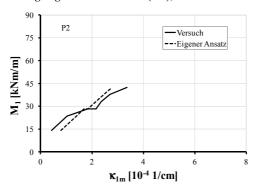


Bild F-2: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P2 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 20^{\circ}$ 

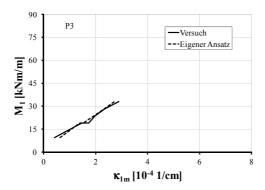


Bild F-3: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P3 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

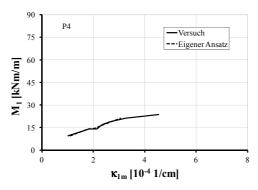


Bild F-4: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P4 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 45^{\circ}$ 

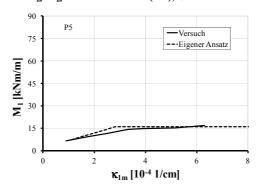


Bild F-5: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P5 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 60^{\circ}$ 

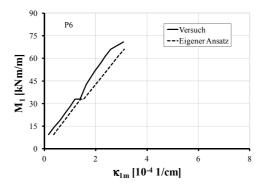


Bild F-6: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P6 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

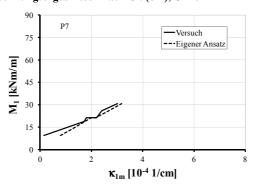


Bild F-7: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P7 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta$  = 30°

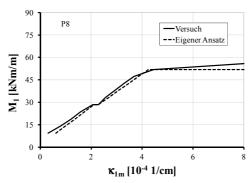


Bild F-8: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P8 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

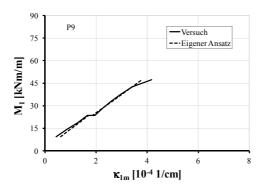


Bild F-9: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P9 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

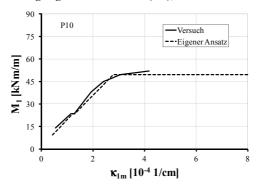


Bild F-10: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P10 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta=0^\circ$ 

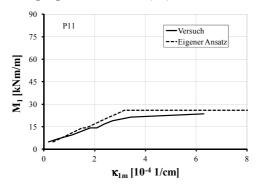


Bild F-11: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P11 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

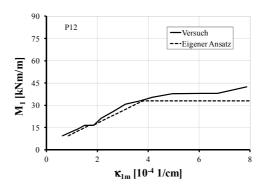


Bild F-12: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P12 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

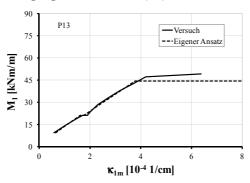


Bild F-13: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P13 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

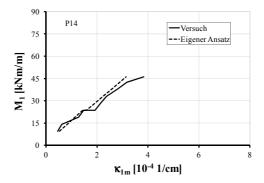


Bild F-14: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P14 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

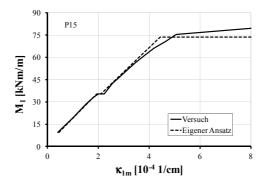


Bild F-15: Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehung des Versuchs P15 mit Berechnungsergebnissen nach Gl. (8-4),  $\Theta=30^\circ$ 

Tabelle F-1: Gegenüberstellung der aufnehmbaren Momente aus Versuchen mit den rechnerischen Werten

Nr.	Θ	f <sub>sy,x</sub>	f <sub>sy,y</sub>	f <sub>c,prism</sub>	f <sub>ct,sp</sub>	M <sub>1Rd,test</sub>	M <sub>1Rd,cal</sub>	M <sub>1Rd,test</sub> / M <sub>1Rd,cal</sub>
[-]	[°]	[N/mm²]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kNm/m]	[kNm/m]	[-]
P5	60	429	501	20,8	2,2	16,9	16,1	1,05
P8	30	550	486	22,2	2,5	56,7	51,9	1,09
P10	0	525	495	29,0	2,2	51,9	49,6	1,05
P11	30	535	495	27,6	2,7	23,6	26,0	0,91
P12	30	540	538	31,5	2,5	42,5	33,1	1,28
P13	30	489	449	27,4	2,5	49,1	44,4	1,11
P15	30	469	469	27,0	2,3	80,3	73,7	1,09

MW 1,08 s 0,11 v 0,10

### Anhang G - Versuche von WÄSTLUND & HALLBJÖRN

# G-1 Berechnungen der Mittendurchbiegung von Platten mit dem eigenen Formänderungsansatz

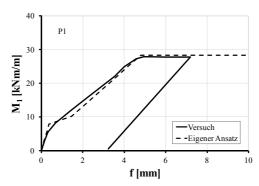


Bild G-1: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P1 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 0^{\circ}$ 

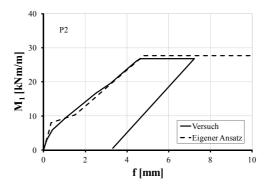


Bild G-2: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P2 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 10^{\circ}$ 

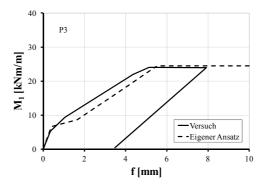


Bild G-3: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P3 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 20^{\circ}$ 

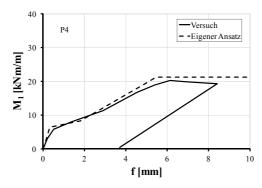


Bild G-4: Vergleich der Momenten-Durchbiegungsbeziehung des Versuchs P4 mit Berechnungsergebnissen (Integration von Gl. (8-4) mit dem PvK),  $\Theta = 30^{\circ}$ 

Tabelle G- 1: Gegenüberstellung der aufnehmbaren Momente aus Versuchen mit den rechnerischen Werten

Nr.	Θ	f <sub>sy,x</sub>	f <sub>c,cube</sub>	f <sub>ct</sub>	M <sub>1Rd,test</sub>	M <sub>1Rd,cal</sub>	M <sub>1Rd,test</sub> / M <sub>1Rd,cal</sub>
[-]	[°]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kNm/m]	[kNm/m]	[-]
P1	0	555	52,4	4,5	27,7	28,3	0,98
P2	10	555	52,4	4,5	26,8	27,7	0,97
P3	20	555	40,1	4,0	24	24,5	0,98
P4	30	555	40,1	3,5	20,3	21,3	0,95

 $\mathbf{f}_{\mathrm{ct}}$ aus Rissschnittgröße ermittelt

MW 0,97 s 0,01 v 0,01

#### Anhang H – Versuche von VECCHIO & COLLINS

# H-1 Berechnungen der mittleren Verzerrungen von Scheiben bei kombinierter Beanspruchung mit eigenem Formänderungsansatz

Die Achsen des xy-Systems der Bewehrung fallen mit den Achsen des  $\xi\eta$ -Systems der Beanspruchungen zusammen (Bild H-1).

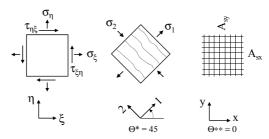


Bild H-1: Beanspruchungszustand und Konfiguration der Versuche von VECCHIO & COLLINS [Vec-82]

Die Versuche PV15 und 17 werden hier nicht dargestellt, es handelte sich um reine Druckbeanspruchungen. Der Versuch PV29 wurde einem Richtungswechsel im Belastungsregime ausgesetzt und wird daher ebenfalls nicht berücksichtigt.

Die Versuche PV1, PV5, PV7, PV8, PV14 und PV30 versagten vorzeitig in der Lasteinleitungszone durch Herausziehen der Bewehrung. Die Versuche PV9, PV22, PV23, PV24, PV25, PV27 und PV28 versagten vorzeitig durch Bruch in der Verbundzone im Bereich zwischen höherfestem Beton und normalfestem Beton am Rand des eigentlichen Versuchskörpers. Beim Versuch PV30 wurde eine zyklische Wechselbeanspruchung aufgebracht. Die Einhüllende der Versuchswerte wurde übernommen und rechnerisch  $\beta_t = 0,25$  angesetzt.

Die Berechnungen nach Gl. (8-16) bis (8-20) wurden abgebrochen, wenn entweder die zulässigen Stahldehnungen nach Gl. (7-9) überschritten wurden oder ein Versagen nach Gl. (7-12) mit Gl. (3-8) infolge Schubbeanspruchung im Riss vorlag. Die Berechnungsergebnisse nach VECCHIO & COLLINS wurden [Vec-82] entnommen.

Rechnerisch lag bei PV13 mit  $A_{s,y}=0$  und PV18 mit  $\lambda=5,7$  ein Schubversagen der Rissebene vor. Bei PV12 mit  $\lambda=4,0$  und PV19 mit  $\lambda=2,5$  waren die plastischen Stahldehnungen und die Beanspruchbarkeit der Rissebene auf Schub etwa gleichzeitig erreicht. Die restlichen Versuchskörper versagten rechnerisch durch Stahlfließen (Tabelle H-1).

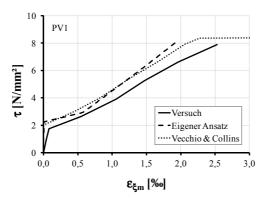


Bild H-2: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV1 mit Gl. (8-20)

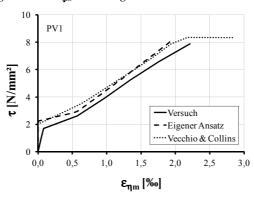


Bild H-3: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV1 mit Gl. (8-20)

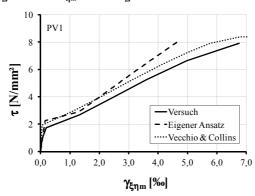


Bild H-4: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV1 mit Gl. (8-20)

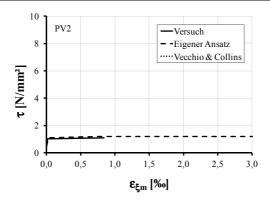


Bild H-5: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV2 mit Gl. (8-20)

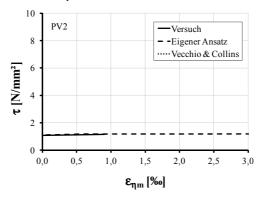


Bild H-6: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV2 mit Gl. (8-20)

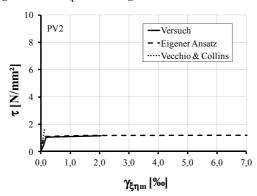


Bild H-7: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV2 mit Gl. (8-20)

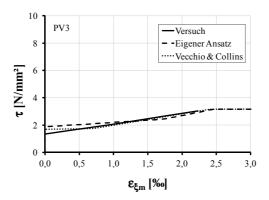


Bild H-8: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV3 mit Gl. (8-20)

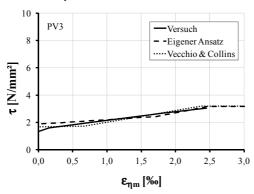


Bild H-9: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{nm}$ -Beziehung des Versuchs PV3 mit Gl. (8-20)

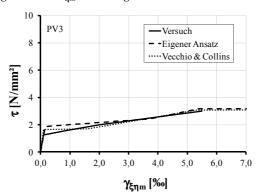


Bild H-10: Vergleich der  $\tau$ - $\gamma_{\xi\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV3 mit Gl. (8-20)

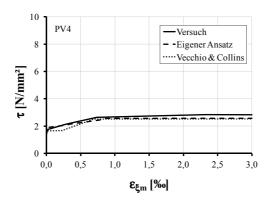


Bild H-11: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV4 mit Gl. (8-20)

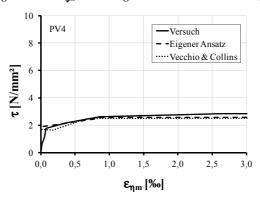


Bild H-12: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV4 mit Gl. (8-20)

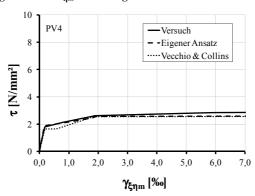


Bild H-13: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV4 mit Gl. (8-20)

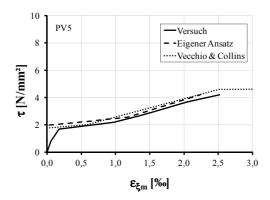


Bild H-14: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV5 mit Gl. (8-20)

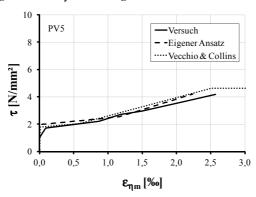


Bild H-15: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV5 mit Gl. (8-20)

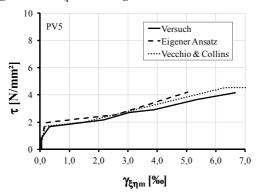


Bild H-16: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV5 mit Gl. (8-20)

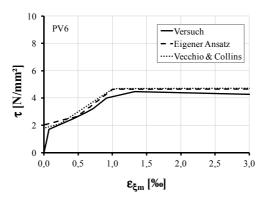


Bild H-17: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV6 mit Gl. (8-20)

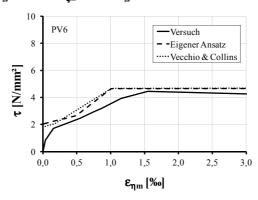


Bild H-18: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV6 mit Gl. (8-20)

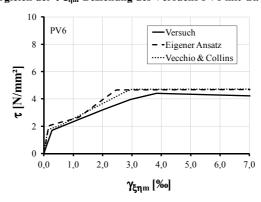


Bild H-19: Vergleich der τ-γ<sub>5nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV6 mit Gl. (8-20)

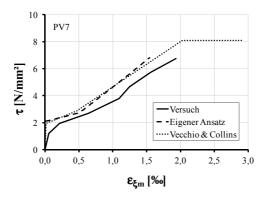


Bild H-20: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV7 mit Gl. (8-20)

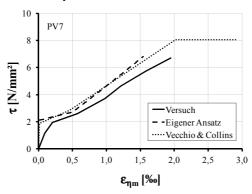


Bild H-21: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV7 mit Gl. (8-20)

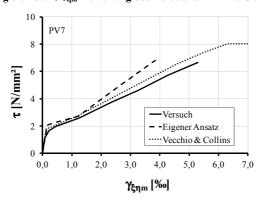


Bild H-22: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV7 mit Gl. (8-20)

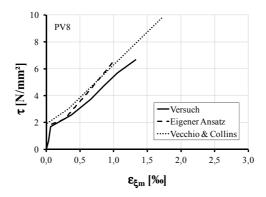


Bild H-23: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV8 mit Gl. (8-20)

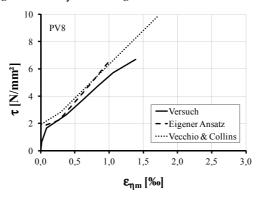


Bild H-24: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV8 mit Gl. (8-20)

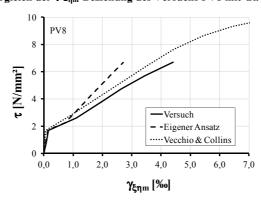


Bild H-25: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV8 mit Gl. (8-20)

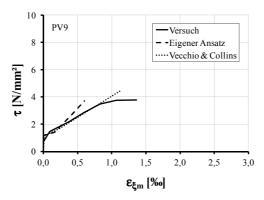


Bild H-26: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV9 mit Gl. (8-20)

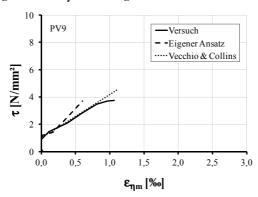


Bild H-27: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV9 mit Gl. (8-20)

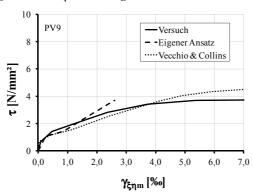


Bild H-28: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV9 mit Gl. (8-20)

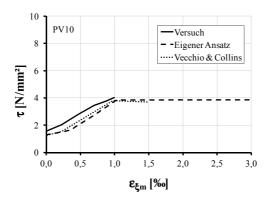


Bild H-29: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV10 mit Gl. (8-20)

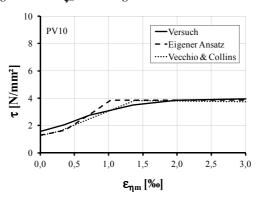


Bild H-30: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV10 mit Gl. (8-20)

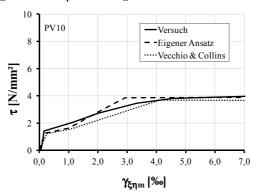


Bild H-31: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV10 mit Gl. (8-20)

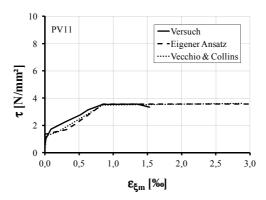


Bild H-32: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV11 mit Gl. (8-20)

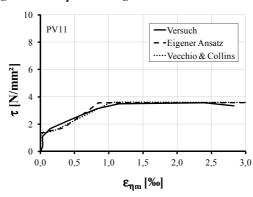


Bild H-33: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV11 mit Gl. (8-20)

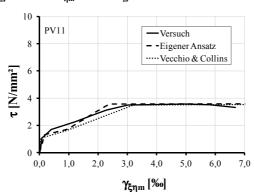


Bild H-34: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV11 mit Gl. (8-20)

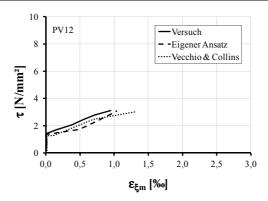


Bild H-35: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV12 mit Gl. (8-20)

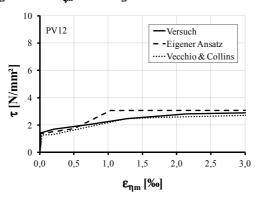


Bild H-36: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV12 mit Gl. (8-20)

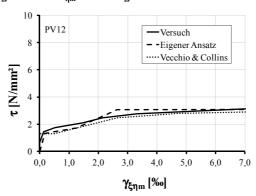


Bild H-37: Vergleich der τ-γ<sub>ξημη</sub>-Beziehung des Versuchs PV12 mit Gl. (8-20)

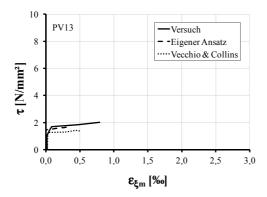


Bild H-38: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV13 mit Gl. (8-20)

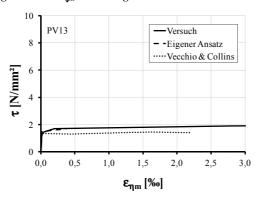


Bild H-39: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV13 mit Gl. (8-20)

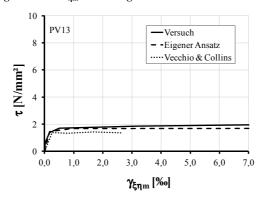


Bild H-40: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV13 mit Gl. (8-20)

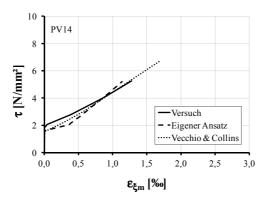


Bild H-41: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV14 mit Gl. (8-20)

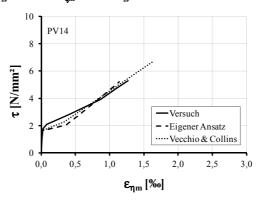


Bild H-42: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV14 mit Gl. (8-20)

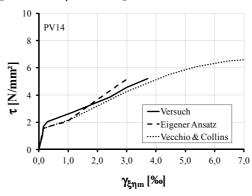


Bild H-43: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV14 mit Gl. (8-20)

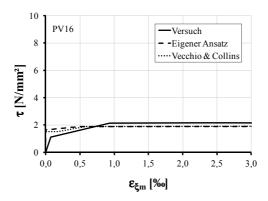


Bild H-44: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV16 mit Gl. (8-20)

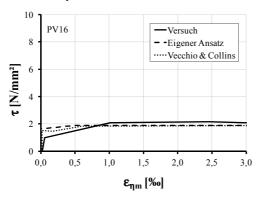


Bild H-45: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV16 mit Gl. (8-20)

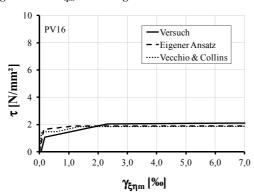


Bild H-46: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV16 mit Gl. (8-20)

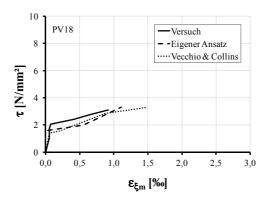


Bild H-47: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV18 mit Gl. (8-20)

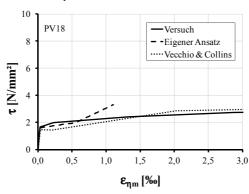


Bild H-48: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV18 mit Gl. (8-20)

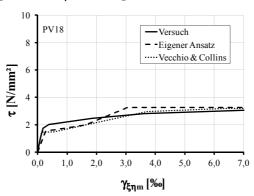


Bild H-49: Vergleich der  $\tau$ - $\gamma_{\xi\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV18 mit Gl. (8-20)

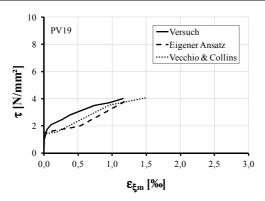


Bild H-50: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV19 mit Gl. (8-20)

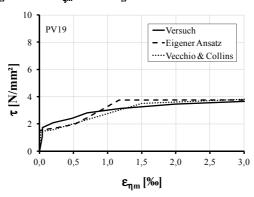


Bild H-51: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV19 mit Gl. (8-20)

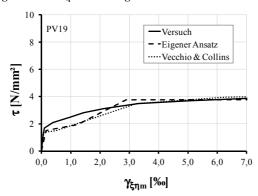


Bild H-52: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV19 mit Gl. (8-20)

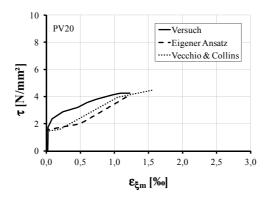


Bild H-53: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV20 mit Gl. (8-20)

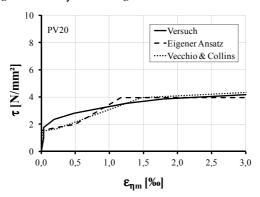


Bild H-54: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV20 mit Gl. (8-20)

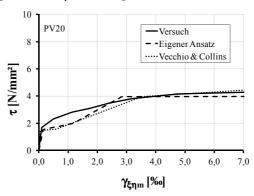


Bild H-55: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV20 mit Gl. (8-20)

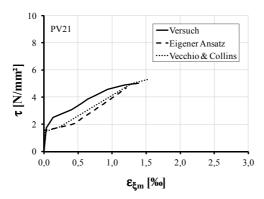


Bild H-56: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV21 mit Gl. (8-20)

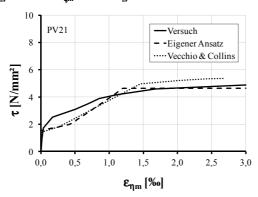


Bild H-57: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV21 mit Gl. (8-20)

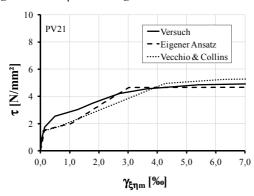


Bild H-58: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV21 mit Gl. (8-20)

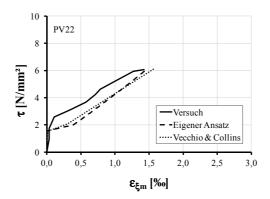


Bild H-59: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV22 mit Gl. (8-20)

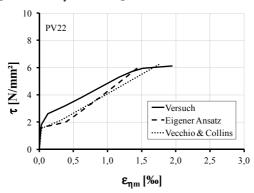


Bild H-60: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV22 mit Gl. (8-20)

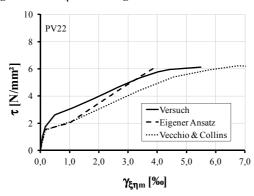


Bild H-61: Vergleich der τ-γ<sub>ξημ</sub>-Beziehung des Versuchs PV22 mit Gl. (8-20)

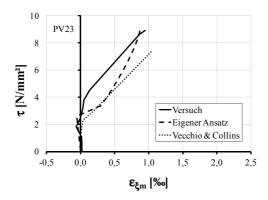


Bild H-62: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV23 mit Gl. (8-20)

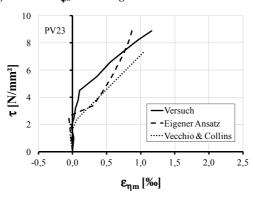


Bild H-63: Vergleich der τ-ε<sub>ηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV23 mit Gl. (8-20)

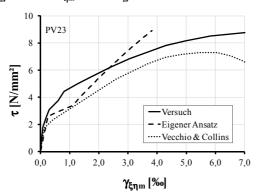


Bild H-64: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV23 mit Gl. (8-20)

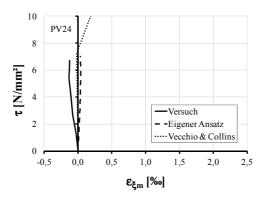


Bild H-65: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV24 mit Gl. (8-20)

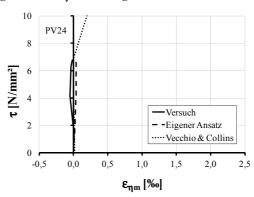


Bild H-66: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV24 mit Gl. (8-20)

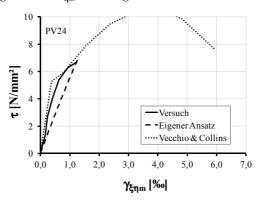


Bild H-67: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV24 mit Gl. (8-20)

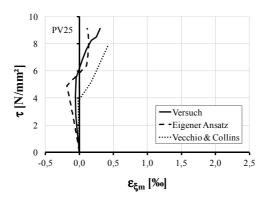


Bild H-68: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV25 mit Gl. (8-20)

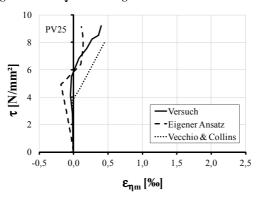


Bild H-69: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV25 mit Gl. (8-20)

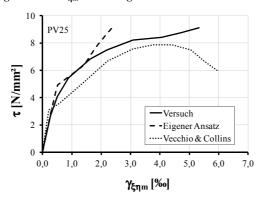


Bild H-70: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV25 mit Gl. (8-20)

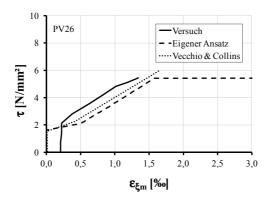


Bild H-71: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV26 mit Gl. (8-20)

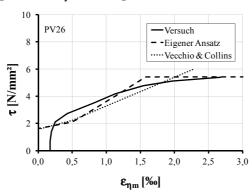


Bild H-72: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV26 mit Gl. (8-20)

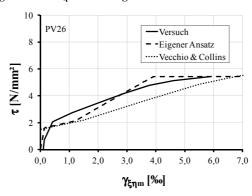


Bild H-73: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV26 mit Gl. (8-20)

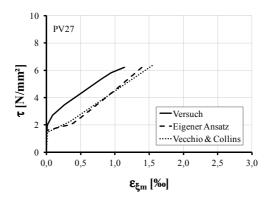


Bild H-74: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV27 mit Gl. (8-20)

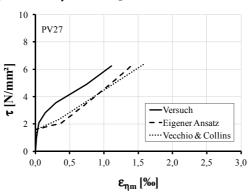


Bild H-75: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV27 mit Gl. (8-20)

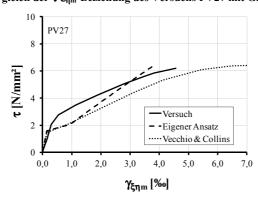


Bild H-76: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV27 mit Gl. (8-20)

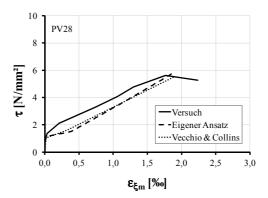


Bild H-77: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV28 mit Gl. (8-20)

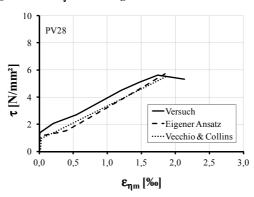


Bild H-78: Vergleich der τ-ε<sub>nm</sub>-Beziehung des Versuchs PV28 mit Gl. (8-20)

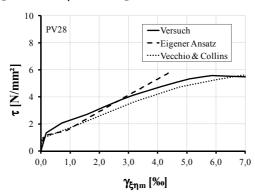


Bild H-79: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV28 mit Gl. (8-20)

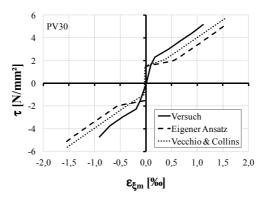


Bild H-80: Vergleich der τ-ε<sub>ξm</sub>-Beziehung des Versuchs PV30 mit Gl. (8-20)

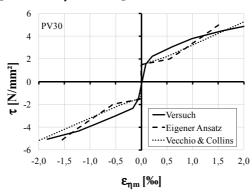


Bild H-81: Vergleich der  $\tau$ - $\epsilon_{\eta m}$ -Beziehung des Versuchs PV30 mit Gl. (8-20)

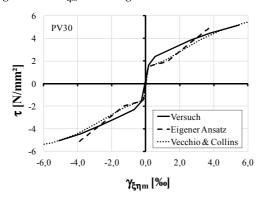


Bild H-82: Vergleich der τ-γ<sub>ξηm</sub>-Beziehung des Versuchs PV30 mit Gl. (8-20)

Tabelle H- 1: Gegenüberstellung der aufnehmbaren Schubspannungen aus Versuchen mit den rechnerischen Werten

									Eigener Ansatz		Vecch	Vecchio & Collins
ž	Θ	f <sub>sy,x</sub>	f <sub>sy,y</sub>	γ	fc,cy1	fot	TRd, test	TRd, cal	TRd, test / TRd, cal	Versagen	TRd,cal	TRd, test / TRd, cal
Ξ	□	[N/mm²]	[N/mm²]	Ξ	[N/mm²]	[N/mm²]	[Nmm²]	[N/mm²]	Ξ	Ξ	[N/mm²]	Ξ
PV2	45	428	428	1,0	23,5	1,7	1,16	1,20	0,97	S	1,61	0,72
PV3	45	662	662	1,0	26,6	1,9	3,07	3,19	96'0	S	3,20	96'0
PV4	45	242	242	1,0	26,6	1,9	2,89	2,57	1,12	S	2,59	1,12
PV6	45	226	226	1,0	29,8	2,0	4,55	4,65	0,98	S	4,76	96'0
PV10	45	276	276	1,8	14,5	1,2	3,97	3,86	1,03	S	3,68	1,08
PV11	45	235	235	4,1	15,6	1,3	3,56	3,56	1,00	S	3,59	66'0
PV12	45	469	269	4,0	16,0	1,3	3,13	3,07	1,02	S + S	2,94	1,06
PV13	42	248	,	8	18,2	1,5	2,01	1,68	1,20	œ	1,42	1,42
PV16	42	255	255	1,0	21,7	1,6	2,14	1,88	1,14	S	1,90	1,13
PV18	45	431	412	2,7	19,5	1,5	3,04	3,27	0,93	œ	3,22	0,94
PV19	45	458	299	2,5	19,0	1,5	3,95	3,76	1,05	S + S	4,05	0,98
PV20	45	460	297	2,0	19,6	1,5	4,26	3,96	1,08	S	4,46	96'0
PV21	45	458	302	4,1	19,5	1,5	5,03	4,65	1,08	S	5,30	0,95
PV26	45	456	463	1,8	21,3	1,6	5,41	5,48	0,99	S	5,99	0,90
f. aus Zvlinder	rdruckfes	$r_{\rm c} = 0.7$	2.0=					MM	1.04		MM	1.01
S = Stahlversagen	ıgen	5						ø	0,08		ø	0,15
R = Versagen der Rissebene	der Risse	spene						>	0,07		>	0,15

# VERZEICHNIS DER BISHER IN DER SCHRIFTENREIHE DES IBMB ERSCHIENENEN HEFTE (ISSN 1439-3875)

In der Schriftenreihe "Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig - ISSN 0178-5796 (Heft 1 bis 16 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig", Heft 17 bis 39 als "Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig") sind bisher die nachfolgend aufgeführten Hefte erschienen.

Sie können bezogen werden von:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig Bibliothek Beethovenstraße 52 38106 Braunschweig

Tel. (05 31) 3 91-54 54 Fax (05 31) 3 91-5900 E-Mail o.dienelt@tu-bs.de

oder über jede Buchhandlung.

## Kosten:

Je nach Umfang zwischen € 7 und € 30 (zuzüglich Versandkosten)

Das aktuelle Verzeichnis unter: www.ibmb.tu-bs.de (→ Bibliothek)

Vergriffene Hefte können als Kopien gegen Erstattung der Kopierkosten bezogen werden.

#### Heft 1:

Deters, R.: Über das Verdunstungsverhalten und den Nachweis öliger Holzschutzmittel. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1962; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1962

## Heft 2:

Kordina, K.: Das Verhalten von Stahlbetonund Spannbetonbauteilen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Sonderdruck aus: Beton 13(1962), S. 11-18, 81-84

# Heft 3:

Eibl, J.: Zur Stabilitätsfrage des Zweigelenkbogens mit biegeweichem Zugband und schlaffen Hängestangen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1963; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1963

## Heft 4:

Kordina, K.; Eibl, J.: Ein Verfahren zur Bestimmung des Vorspannverlustes infolge Schlupf in der Verankerung. Zur Frage der Temperaturbeanspruchung von kreiszylindrischen Stahlbetonsilos. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1964; Sonderdruck aus: Beton- und Stahlbetonbau 58(1963), S. 265-268; 59(1964), S. 1-11

#### Heft 5:

Ertingshausen, H.: Über den Schalungsdruck von Frischbeton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1965; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Hannover, 1965

## Heft 6:

Waubke, N.V.: Transportphänomene in Betonporen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1966; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

#### Heft 7:

Ehm, H.: Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

## Heft 8:

Steinert, J.: Möglichkeiten der Bestimmung der kritischen Last von Stab- und Flächentragwerken mit Hilfe ihrer Eigenfrequenz. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

## Heft 9:

Lämmke, A.: Untersuchungen an dämmschichtbildenden Feuerschutzmitteln. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1967; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1967

## Heft 10:

Rafla, K.: Beitrag zur Frage der Kippstabilität aufgehängter Träger. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

## Heft 11:

Ivanyi, G.: Die Traglast von offenen, kreisförmigen Stahlbetonquerschnitten: Brazier-Effekt. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

## Heft 12:

Meyer-Ottens, C.: Brandverhalten verschiedener Bauplatten aus Baustoffen der Klassen A und B. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1969

# Heft 13:

Fuchs, G.: Zum Tragverhalten von kreisförmigen Doppelsilos unter Berücksichtigung der Eigensteifigkeit des Füllgutes. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1968; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1968

## Heft 14:

Meyer-Ottens, C.: Wände aus Holz und Holzwerkstoffen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Sonderdruck aus: Mitteilungen der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung, H.56(1969)

## Heft 15:

Lewandowski, R.: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten anhand von Betongütewürfeln und -bohrproben. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1970

## Heft 16:

Neubauer, F.-J.: Untersuchungen zur Frage der Rissesicherung von leichten Trennwänden aus Gips-Wandbauplatten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig, 1970; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1969

## Heft 17:

Meyer-Ottens, C.; Kordina, K.: Gutachten über das Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton: aufgestellt für den Fachverband Gasbetonindustrie. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1970

#### Heft 17:

Meyer-Ottens, C.; Kordina, K.: Gutachten über das Brandverhalten von Bauteilen aus dampfgehärtetem Gasbeton. Erw. Neuaufl. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974

#### Heft 18:

Bödeker, W.: Die Stahlblech-Holz-Nagelverbindung und ihre Anwendung: Grundlagen und Bemessungsvorschläge. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971; Zugl.: Dissertation, Technische Hochschule Braunschweig, 1971. ISBN 3-89288-057-3

## Heft 19:

Meyer-Ottens, C.: Bauaufsichtliche Brandschutzvorschriften: Beispiele für ihre Erfüllung bei Wänden, Brandwänden und Decken. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1971

## Heft 20:

Liermann, K.: Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbrückenpfeilern mit Rollenlagern. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-056-5

## Heft 22:

Nürnberger, U.: Zur Frage des Spannungsrißkorrosionsverhaltens kohlenstoffarmer Betonstähle in Nitratlösungen unter Berücksichtigung praxisnaher Verhältnisse. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972, ISBN 3-89288-054-9

## Heft 23:

Meyer-Ottens, C.: Zur Frage der Abplatzungen an Betonbauteilen aus Normalbeton bei Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Unversität Braunschweig, 1972; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1972

## Heft 24:

El-Arousy, T.H.: Über die Steinkohlenflugasche und ihre Wirkung auf die Eigenschaften von Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge im frischen und festen Zustand. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-053-0

## Heft 25:

Rieche, G.: Mechanismen der Spannungskorrosion von Spannstählen im Hinblick auf ihr Verhalten in Spannbetonkonstruktionen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973, ISBN 3-89288-052-2

# Heft 26:

Tennstedt, E.: Beitrag zur rechnerischen Ermittlung von Zwangschnittgrößen unter Berücksichtigung des wirklichen Verformungsverhaltens des Stahlbetons. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-051-4

## Heft 27:

Schneider, U.: Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1973; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1973

## Heft 28:

Neisecke, J.: Ein dreiparametriges, komplexes Ultraschall-Prüfverfahren für die zerstörungsfreie Materialprüfung im Bauwesen. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-050-6

#### Heft 29:

Kordina, K.; Maack, P.; Hjorth, O.: Traglastermittlung an Stahlbeton-Druckgliedern. Schlußbericht (AIF-Nr. 956). Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-048-4

## Heft 30:

Eibl, J.; Ivanyi, G.: Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit von Randbalken bei Stahlbetondecken. Schlußbericht, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974

## Heft 31:

Kordina, K.; Janko, B.: Stabilitätsnachweise von Rahmensystemen im Stahlbetonbau. Schlußbericht (AIF-Nr. 1388), Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1974, ISBN 3-89288-049-2

## Heft 32:

Hjorth, O.: Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1975

## Heft 33:

Klingsch, W.: Traglastberechnung instationär thermisch belasteter schlanker Stahlbetondruckglieder mittels zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1976; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1976

#### Heft 34:

Djamous, F.: Thermische Zerstörung natürlicher Zuschlagstoffe im Beton. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

## Heft 35:

Haksever, A.: Zur Frage des Trag- und Verformungsverhaltens ebener Stahlbetonrahmen im Brandfall. Braunschweig. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977

# Heft 36:

Storkebaum, K.-H.: Ein Beitrag zur Traglastermittlung von vierseitig gelagerten Stahlbetonwänden. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-045-X

## Heft 37:

Bechtold, R.: Zur thermischen Beanspruchung von Außenstützen im Brandfall. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1977, ISBN 3-89288-046-8

## Heft 38:

Steinert, J.: Bestimmung der Wasserdurchlässigkeit von Kiesbeton aus dem Wassereindringverhalten. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1977; Unveränderter Nachdruck der Erstveröffentlichung Bad Honnef, Osang, 1977 (Zivilschutzforschung, Bd. 7)

#### Heft 39:

Weiß, R.: Ein haufwerkstheoretisches Modell der Restfestigkeit geschädigter Betone. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-047-6

## Heft 40:

Alda, W.: Zum Schwingkriechen von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1978; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1978, ISBN 3-89288-035-2

## Heft 41:

Teutsch, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-036-0

## Heft 42:

Schneider, U.: Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1979

## Heft 43:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1979. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-037-9

## Heft 44:

Kordina, K.; Fröning, H.: Druckmessungen in Silozellen mit einer neu entwickelten Sonde. Abschlußbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1979, ISBN 3-89288-038-7

#### Heft 45:

Henke, V.: Ein Beitrag zur Zuverlässigkeit frei gelagerter Stahlbetonstützen unter genormter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1980

## Heft 46:

Schneider, U.; Haksever, A.: Wärmebilanzrechnungen für Brandräume mit unterschiedlichen Randbedingungen (Teil 1). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1980

# Heft 47:

Walter, R.: Partiell brandbeanspruchte Stahlbetondecken: Berechnung des inneren Zwanges mit einem Scheibenmodell. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-039-5

## Heft 48:

Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-040-9

#### Heft 49:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Veröffentlichungen 1967 bis 1981. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1981, ISBN 3-89288-041-7

## Heft 50:

Ojha, S.K.: Die Steifigkeit und das Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegemoment, Querkraft und Axialkraft. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-042-5

#### Heft 51:

Henke, V.: Zusammenstellung und Anwendung Bayes'scher Verfahren bei der Stichprobenbeurteilung. Projekt D1 des SFB 148. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-043-3

## Heft 52:

Haksever, A.: Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitten bei natürlichen Bränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Habil.-Schr., Technische Universität Istanbul, 1982, ISBN 3-89288-044-1

# Heft 53:

Weber, V.: Untersuchung des Riß- und Verformungsverhaltens segmentärer Spannbe-tonbauteile. Braunschweig. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-017-4

#### Heft 54:

Ranisch, E.-H.: Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton: geklebte Bewehrung. Unveränderter Nachdruck der Ausgabe 1982. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-010-7

#### Heft 55:

Wiedemann, G.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982

#### Heft 56:

Timm, R.: Ein geometrisch und physikalisch nichtlineares Rechenmodell zur optimalen Biegebemessung ebener Stahlbetonrahmen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1982; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1982, ISBN 3-89288-018-2

## Heft 57:

Diederichs, U.: Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton bei hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-019-0

## Heft 58:

Schneider, U.: Wärmebilanzrechnungen in Verbindung mit Versuchen in Brand-räumen (Teil 2). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-020-4

## Heft 59:

Dobbernack, R.: Wärmebilanzrechnungen in Brandräumen unter Berücksichtigung der Mehrzonenmodellbildung (Teil 3). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-021-2

## Heft 60:

Hillger, W.: Verbesserungen und Erweiterungen von Ultraschallprüfverfahren zur zerstörungsfreien Fehlstellen- und Qualitätskontrolle von Betonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1983; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983, ISBN 3-89288-014-X

## Heft 61:

Blume, F.: Zur Wirklichkeitsnähe der Lastannahmen in Silovorschriften für Zellen aus Stahlbeton und Spannbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-013-1

## Heft 62:

Nölting, D.: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton: Tragverhalten, Berechnung, Bemessung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-012-3

## Heft 63:

Wesche, J.: Brandverhalten von Stahlbetonplatten im baupraktischen Einbauzustand. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-009-3

## Heft 64:

Droese, S.: Untersuchungen zur Technologie des Gleitschalungsbaus. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-000-X

## Heft 65:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1978 -1983. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1984, ISBN 3-89288-001-8

## Heft 66:

Hegger, J.: Einfluß der Verbundart auf die Grenztragfähigkeit von Spannbetonbalken. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-002-6

#### Heft 67:

Kepp, B.: Zum Tragverhalten von Verankerungen für hochfeste Stäbe aus Glasfaserverbundwerkstoff als Bewehrung im Spannbetonbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985. ISBN 3-89288-003-4

#### Heft 68:

Sager, H.: Zum Einfluß hoher Temperaturen auf das Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1985; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985, ISBN 3-89288-004-2

#### Heft 69:

Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-005-0

#### Heft 70:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: 17. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, März 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-006-9

## Heft 71:

Ehm, C.: Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung und hohen Temperaturen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-007-7

# Heft 72:

Hartwich, K.: Zum Riß- und Verformungsverhalten von Stahlfaserverstärkten Stahlbetonstäben unter Längszug. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1986; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1986, ISBN 3-89288-008-5

#### Heft 73:

Scheuermann, J.: Zum Einfluß tiefer Temperaturen auf Verbund und Rißbildung von Stahlbetonbauteilen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-011-5

#### Heft 74:

Hinrichsmeyer, K.: Strukturorientierte Analyse und Modellbeschreibung der thermischen Schädigung von Beton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-015-8

#### Heft 75:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Fachseminar Neue Bemessungsregeln durch Änderung der Stahlbeton- und Spannbetonvorschriften DIN 1045, DIN 4227, Juni 1986, Kurzfassungen der Beiträge. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braun-schweig, 1986, ISBN 3-89288-022-0

## Heft 76:

Budelmann, H.: Zum Einfluß erhöhter Temperaturen auf Festigkeit und Verformung von Beton mit unterschiedlichen Feuchtegehalten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-016-6

#### Heft 77:

Großmann, F.: Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normelbeton unter Zugbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-023-9

## Heft 78:

Rohling, A.: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-024-7

## Heft 79:

Henning, W.: Zwangrißbildung und Bewehrung von Stahlbetonwänden auf steifen Unterbauten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-025-5

## Heft 80:

Richter, E.: Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spann-betonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-026-3

## Heft 81:

Kiel, M.: Nichtlineare Berechnung ebener Stahlbetonflächentragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1987; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1987, ISBN 3-89288-027-1

## Heft 82:

Konietzko, A.: Polymerspezifische Auswirkungen auf das Tragverhalten modifizierter zementgebundener Betone (PCC). Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-028-X

#### Heft 83:

Grzeschkowitz, R.: Zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen unter besonderer Berücksichtigung der schiefen Biegung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-030-1

#### Heft 84:

Wiese, J.: Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter partieller Brandbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-031-X

#### Heft 85:

Rudolph, K.: Traglastberechnung zwei-achsig biegebeanspruchter Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1988; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988, ISBN 3-89288-032-8

## Heft 86:

Kordina, K.; Meyer-Ottens, C.; Noack, I.: Einfluß der Eigenbrandlast auf das Brandverhalten von Bauteilen aus brennbaren Baustoffen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, in Vorbereitung, ISBN 3-89288-058-1

## Heft 87:

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz: Forschungsarbeiten 1984 -1989. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-034-4

# Heft 88:

Grossert, E.: Untersuchungen zum Tragverhalten von Massivbrücken mit zweizelligem Kastenquerschnitt. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1989; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1989, ISBN 3-89288-059-X

## Heft 89:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Weiterbildungsseminar "Bauen in Europa", 15.-16. November 1990 in Braunschweig, Kurzreferate. ISBN 3-89288-063-8

#### Heft 90:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.; Voß, K.-U.: Vorspannung im Hochbau. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-064-6

## Heft 91:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachtagung Spannbeton im Hoch- und Industriebau, Kurzreferate, 1991, ISBN 3-89288-065-4

#### Heft 92:

Heins, T.: Simulationsmodell zur sicherheitstechnischen Beurteilung der Rauchausbreitung in ausgedehnten Räumen. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1991; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, ISBN 3-89288-066-

## Heft 93:

Hagen, E.: Zur Prognose des Gefährdungspotentials von Raumbränden. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1992; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1991, ISBN 3-89288-072-7

## Heft 94:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Instandsetzung und Ertüchtigung von Massivbauten", 14.-15. November 1991 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-068-9

## Heft 95:

Qualitätssicherung im Bauwesen, VMPA-Tagung 1992, 25.-26.06.1992, Tagungsbericht, ISBN 3-89288-071-9

#### Heft 96:

Weiterbildungsseminar "Brandschutz im Industriebau", 30.09.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-070-0

#### Heft 97:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Neue Technologien im Bauwesen", 12.-13.11.1992 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-073-5

# Heft 98:

Gunkler, E.: Verstärkung biegebeanspruchter Mauerwerkswände durch bewehrte Ergänzungsschichten. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-074-3

## Heft 99:

Dorn, T.: Zur Berechnung des Tragverhaltens brandbeanspruchter Tragwerke in Verbundbauweise unter besonderer Berücksichtigung der Träger-Stützen-Anschlüsse. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993; Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1992, ISBN 3-89288-075-1

#### Heft 100:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Fachseminar "Stahlfaserbeton", 04.03.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-076-X

## Heft 101:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Vergleichende Untersuchungen an unbewehrten und stahlfaserbewehrten Industriefußböden. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-077-8

# Heft 102:

Falkner, H.; Teutsch, M.: Comperative studies of plain and steel fiber reinforced concrete industrial ground slabs. Forschungsbericht, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-078-6

#### Heft 103:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1993: Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis. 06.-07.10.1993, Kurzreferate, ISBN 3-89288-079-4

# Heft 104:

Thienel, K.-C.: Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Beanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1993

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-080-8

## Heft 105:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Braunschweiger Bauseminar 1993 "Dauerhafte Bauwerke aus Faserbeton", 11.-12.11.1993 in Braunschweig, Kurzreferate, ISBN 3-89288-081-6

# Heft 106:

Neuentwicklungen im baulichen Brandschutz. Dr. Meyer-Ottens 60 Jahre; Fachseminar 18.03.1994 in Braunschweig, ISBN 3-89288-085-9

## Heft 107:

Bunte, D.: Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994 Zugl.: Dissertation, Technische Universität

Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-086-7

#### Heft 108:

Holzenkämpfer, P.: Ingenieurmodell des Verbundes geklebter Bewehrung für Betonbauteile. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-087-5

#### Heft 109:

Forschungsarbeiten 1990 - 1994. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994. ISBN 3-89288-088-3

## Heft 110:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Rohde, S.: Untersuchung der Schubtragfähigkeit und der Wasserundurchlässigkeit von Arbeitsfugen unter Verwendung von Stremaform-Abschalelementen

Falkner, H.; Teutsch, M.; Claußen, T.: Schubtragfähigkeit des Vergußbetons zwischen Köcher-, Block oder Hülsenfundamenten und Stützenfuß bei unterschiedlich profilierten Betonoberflächen.

Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994, ISBN 3-89288-089-1

## Heft 111:

Voß, K.-U.: Zum Trag- und Verformungsverhalten bei Schwellbeanspruchung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1994

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993, ISBN 3-89288-090-5

## Heft 112:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 05./06.10.1994 in Braunschweig; Kurzreferate, 1994, ISBN 3-89288-092-1

#### Heft 113:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Aus der Forschung in die Praxis: 10./11.11.1994; Braunschweiger Bauseminar 1994, ISBN 3-89288-091-3

## Heft 114:

Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-094-8

## Heft 115:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1995: 6. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 04.-05.10.1995, Kurzreferate, ISBN 3-89288-093-X

#### Heft 116:

Huang, Z.: Grenzbeanspruchung gebetteter Stahlfaserbetonplatten, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-095-6

# Heft 117:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Huang, Z.: Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens von Industriefußböden aus Stahlfaserbeton. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-096-4

## Heft 118:

Kubat, B.: Durchstanzverhalten von vorgespannten, punktförmig gestützten Platten aus Stahlfaserbeton, 1995

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1995, ISBN 3-89288-097-2

## Heft 119:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Dichte Bauwerke: 09./10.11.1995; Braunschweiger Bauseminar 1995, ISBN 3-89288-091-3

## Heft 120:

Steinert, C.: Bestimmung der Wärmeübergangsbedingungen auf Bauteile im Brandfall, Abschlußbericht, 1995, ISBN 3-89288-099-9

#### Heft 121:

Schütte, J.; Teutsch, M.; Falkner, H.: Fugenlose Betonbodenplatten, Forschungsbericht, 1996, ISBN 3-89288-100-6

#### Heft 122:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 24./25.09.1996 in Braunschweig, Kurzreferate, 1996, ISBN 3-89288-101-4

#### Heft 123:

Droese, S.; Riese, A.: Belastungsversu-che an zwei Durchlauf-Plattenstreifen aus Elementplatten mit Aufbeton aus Stahlfaserbeton, 1996, ISBN 3-89288-102-4

## Heft 124:

Hankers, C.: Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteile unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung, 1996 Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-103-0

# Heft 125:

Schmidt-Döhl, F.: Ein Modell zur Berechnung von kombinierten chemischen Reaktions- und Transportprozessen und seine Anwendung auf die Korrosion mineralischer Baustoffe. 1996

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996, ISBN 3-89288-104-9

## Heft 126:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Ingenieurbauwerke mit neuen Konzepten: 14./15.11.1996, Braunschweiger Bauseminar 1996, ISBN 3-89288-105-7

## Heft 127:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1990 - 1993, 1996, ISBN 3-89288-106-5

## Heft 128:

Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. F. S. Rostásy: Baustoffe in Praxis, Lehre und Forschung, 1997, ISBN 3-89288-107-3

#### Heft 129:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1994, 1997, ISBN 3-89288-108-1

#### Heft 130:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1995, 1997, ISBN 3-89288-109-X

## Heft 131:

Falkner, H.; Teutsch, M.; Klinkert H.: Tragund Verformungsverhalten dynamisch beanspruchter Fahrbahnen aus Beton- und Stahlfaserbeton, Forschungsbericht, 1997, ISBN 3-89288-110-3

#### Heft 132:

Schütte, J.: Einfluß der Lagerungsbedingungen auf Zwang in Betonbodenplatten, 1997

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-111-1

## Heft 133:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 1997: 7. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis: 01.-02.10.1997, Kurzreferate, ISBN 3-89288-112-X

## Heft 134:

Ameler, J.: Betonverhalten bei hohen Temperaturen und triaxialer Beanspruchung - FE-Modell auf der Basis der Betonstruktur, 1997

Zugl.: Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1997, ISBN 3-89288-113-8

## Heft 135:

Tagung Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk: 06./07.11.1997 in Braunschweig ISBN 3-89288-114-6

## Heft 136:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]: Innovatives Bauen: 13./14.11.1997, Braunschweiger Bauseminar 1997. ISBN 3-89288-115-4

## Heft 137:

Forschung über Baudenkmalpflege - Arbeitsberichte: 1996 - 1997. 1998. ISBN 3-89288-116-2

## Heft 138:

Scheibe, M.: Vorhersage des Zeitstandverhaltens unidirektionaler Aramidfaserverbundstäbe in alkalischer Umgebung. 1998. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1998. ISBN 3-89288-117-0

#### Heft 139:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten : 29./30.9.1998 in Braunschweig ; Kurzreferate. 1998. ISBN 3-89288-118-9

# Heft 140:

Gutsch, A.: Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle. 1998. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 3-89288-119-7

## Heft 141:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Beton auf neuen Wegen: 12.-13.11.1998; Braunschweiger Bauseminar 1998. ISBN 3-89288-120-0

## Heft 142:

Betonbau - Forschung, Entwicklung und Anwendung: Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing Horst Falkner am 20.4.1999. 1999. ISBN 3-89288-121-9

Heft 143:

Teutsch, M; Klinkert, H. Leistungsklassen von Stahlfaserbeton. 1999. ISBN 3-89288-122-7

Heft 144:

Forschungsarbeiten 1995 - 1999. 1999. ISBN 3-89288-123-5

## Heft 145:

Braunschweiger Brandschutztage 1999: 8. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis ; 4.-5. Oktober 1999 in Braunschweig., Kurzreferate. 1999. ISBN 3-89288-124-3

Heft 146:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauen im nächsten Jahrtausend: 11.11.-12.11.1999; Braunschweiger Bauseminar ISBN 3-89288-125-1

Heft 147:

Weiterbildungsseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 28./29.3.2000 in Braunschweig; Kurzreferate, 2000. ISBN 3-89288-126-X

Heft 148:

Hariri, K.: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons - Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rißprozeßzone.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000. ISBN 3-89288-127-8

Heft 149:

Wigger, H.: Rissbildung in historischem Natursteinmauerwerk: Beobachtung, Versuche und Berechnungsmodelle. 2000. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000. ISBN 3-89288-128-6

Heft 150:

Neubauer, U.: Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser -Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen, 2000 Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2000.

ISBN 3-89288-129-4.

Heft 151:

Brandschutz in Chemikalienlagern. 2000. ISBN 3-89288-130-8

Heft 152:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Trends und Entwicklungen im Bauwesen: 9.-10.11.2000; Braunschweiger Bauseminar 2000. ISBN 3-89288-131-6

Heft 153:

Rostásy, F.S.; Budelmann, H. [Hrsg.] Rissbeherrschung massiger Betonbauteile: Bauwerk, Werkstoff, Simulation; Braunschweig, 20.3,2001. ISBN 3-89288-132-4

Heft 154:

Krauß, M.; Hariri, K.; Rostásy, F.S. Hydratationsgrad, Ultraschall-Technik zur Beschreibung der Erhärtung, bruchmechanisches Verhalten jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS, 2001. ISBN 3-89288-135-9

Heft 155:

Gutsch, A.; Rostásy, F.S.

Spannungs-Dehnungslinie, viskoelastisches Verhalten und autogenes Schwinden jungen Betons : Berichte ; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001

ISBN 3-89288-136-7

## Heft 156:

Rostásy, F.S.; Krauß, M.; Gutsch, A. Spannungsberechnung und Risskriterien für jungen Beton – Methoden des iBMB: Bericht; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001. ISBN 3-89288-137-5

## Heft 157:

Rostásy, F.S.; Krauß, M.; Gutsch, A. Früher Zwang in massigen Sohlplatten: Bericht; Forschungsprojekt der EU (Brite Euram BE96-3843), IPACS. 2001. ISBN 4-89288-138-3

## Heft 158:

Braunschweiger Brandschutztage 2001: 9. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis; 1.-2. Oktober 2001 in Braunschweig., Kurzreferate. 2001. ISBN 3-89288-139-1

## Heft 159:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauen im Wandel der Zeit: 8.-9.11.2001; Braunschweiger Bauseminar 2001. 2001. ISBN 3-89288-140-5.

## Heft 160:

Beiträge zum 40. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton: 11.-12.10.2001 in Braunschweig. 2001. ISBN 3-89288-141-3

## Heft 161:

Dora, B.: Hydraulisch erhärtende Baustoffe aus Betonbrechsand – Phasenveränderungen durch Temperaturbehandlung und Einsatzmöglichkeiten.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2001. ISBN 3-89288-142-1.

## Heft 162:

RO 70: 50 Jahre Forschung und 25 Dissertationen; Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. zum 70 Geburtstag gewidmet. 2002. ISBN 3-89288-143-X

#### Heft 163:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 1. und 2. Oktober 2002 in Braunschweig; Kurzreferate. 2002

ISBN 3-89288-144-8

#### Heft 164:

Stahlfaserbeton: Ein unberechenbares Material?; 14.-15. November - Braunschweiger Bauseminar 2002. ISBN 3-89288-145-6

#### Heft 165:

Niemann, P.

Gebrauchsverhalten von Bodenplatten aus Beton unter Einwirkungen infolge Last und Zwang. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2002

ISBN 3-89288-146-4

#### Heft 166:

Budelmann; H.; Falkner, H. [Hrsg.] Bauen im Bestand: 25. März 2003. ISBN 3-89288-147-2

#### H 167:

Blume, G.W.: Ingenieurmodell zur brandschutztechnischen Bemessung von Bauteilen auf der Basis von experimentell ermittelten Verbrennungseffektivitäten. 2003. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2002. ISBN 3-89288-148-0

## H. 168:

Braunschweiger Brandschutztage 2003: 10. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis; 30.9. - 1.10.2003 in Braunschweig., Kurzreferate. 2003. ISBN 3-89288-149-9

#### H. 169:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Bauforschung und –praxis in schwierigen Zeiten: 13. und 14. November; Braunschweiger Bauseminar 2003. ISBN 3-89288-150-2

## H 170:

Hemmy, O.: Zum Gebrauchs- und Tragverhalten von Tunnelschalen aus Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003.

ISBN 3-89288-151-0

#### H. 171:

Dehne, M.: Probabilistisches Sicherheitskonzept für die brandschutztechnische Bemessung. 2003.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-153-7

## H. 172:

Paliga, K.: Entstehung und Vermeidung von Betonabplatzungen bei Tunnelbränden. 2003.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2003. ISBN 3-89288-154-5

#### Heft 173:

Festschrift zum 60 Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser : Brandschutz und mehr... 2003

ISBN 3-89288-152-9

## Heft 174:

Timm, M.: Verbundwirkung des Betons im Bereich von STREMAFORM - Abschalelementen : Untersuchungsbericht ; Okt. 2000. 2004.

ISBN 3-89288-156-1

#### Heft 175:

Zehfuß, J.: Bemessung von Tragsystemen mehrgeschossiger Gebäude in Stahlbauweise für realistische Brandbeanspruchung. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-155-3

#### Heft 176:

Nause, P.: Berechnungsgrundlagen für das Brandverhalten von Druckgliedern aus hochfestem Beton. 2004.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004.

ISBN 3-89288-157-X

Nicht in der Schriftenreihe erschienen.

## Heft 177:

Budelmann; H.; Falkner, H. [Hrsg.] Bauen im Bestand: 23. März 2004. ISBN 3-89288-158-8

## H. 178:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 29. – 30.9.2004 in Braunschweig; Kurzreferate. 2004. ISBN 3-89288-159-6

#### H. 179:

Krauß, M.: Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen. 2004

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-160-X.

# H. 180:

Weiske, R.

Durchleitung hoher Stützlasten bei Stahlbetonflachdecken. 2004.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2004. ISBN 3-89288-161-8.

#### H 181:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.] Qualität im Bauwesen: 11. und 12. Nov.; Braunschweiger Bauseminar 2004. ISBN 3-89288-162-6

#### H 182:

Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Klaus Peter Großkurth: Struktur und Anwendung der Baustoffe. 2005.

ISBN 3-89288-163-4

## H. 183:

Budelmann, H.; Laube, M.; Hinrichs, W. [Hrsg.]

Bauen im Bestand : 23. Februar 2005. ISBN 3-89288-164-2

## H. 184:

Hinrichs, W.

Charakterisierung einer einheitlichen Messmethodik und Validierung ausgewählter Verfahren für die Bestimmung der Maschenweiten von Stahldrahtgeweben: Das Forschungsvorhaben wurde von der Stiftung Stahlanwendungsforschung im Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft e.V. gefördert (Az: A 182/S24/10036/02. 2005). ISBN 3-89288-166-9

## H. 185:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '05: 11. Fachseminar Brandschutz – Forschung und Praxis, 28. und 29. Sept. 2005 in Braunschweig, Tagungsbericht. ISBN 3-89288-167-7.

#### H. 186:

Will, J.: Entwicklung eines sauerstoffkalorimetrischen Verfahrens zur Bestimmung von Brandparametern bei unterschiedlich ventilierten Bränden. 2005.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-168-5.

# H. 187:

Rigo, E.M.: Ein probabilistisches Konzept zur Beurteilung der Korrosion zementgebundener Baustoffe durch lösenden und treibenden Angriff. 2005.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-169-3.

## H. 188:

Budelmann, H.; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Bauen im Bestand: Beton in der Abwassertechnik; 6. Sept. 2005. ISBN 3-89288-170-7.

#### H 189.

Gerritzen, D.P.

Zur Frage der Nachnutzbarkeit verbundlos vorgespannter Stahlbetondecken nach Brandeinwirkung. 2005.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2005. ISBN 3-89288-171-5.

## H. 190:

Falkner, H.; Teutsch, M. [Hrsg.]

Bewe(ä)rter Betonbau : 10. und 11. November ; Braunschweiger Bauseminar 2005.

ISBN 3-89288-172-3

## H. 191:

Kurzberichte aus der Forschung 2005. 2006.

ISBN 3-89288-173-1

## H. 192:

Praxisseminar Brandschutz bei Sonderbauten: 26.-27. Sept. 2006; Kurzreferate. ISBN-10: 3-89288-174-X ISBN-13: 978-3-89288-174-2.

## H. 193:

Sperling, D.

Eine Methode zur automatisierten Überwachung von

Spannbetonfahrwegträgern. 2006.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006.

ISBN-10: 3-89288-175-8

ISBN-13: 978-3-89288-175-9.

#### H 194·

Grunert, J.P.

Zum Tragverhalten von Spannbetonfertigteilbalken aus Stahlfaserbeton ohne Betonstahlbewehrung. 2006.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2006.

ISBN-10: 3-89288-176-6

ISBN-13: 978-3-89288-176-6.

#### H. 195:

Budelmann, H.; Gutsch, A.-W. [Hrsg.]
Bau Symposium Braunschweig (BSB 2007): Stand und Entwicklung des Trockenbaus; 8. März. 2007.
ISBN 978-3-89288-177-3

# H. 196:

Bruder, S.

Adaptive Modellierung der Dauerhaftigkeit im Zuge der Überwachung von Betonbauwerken. 2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 1996. ISBN 978-3-89288-178-0.

## H. 197:

Holst, A.

Korrosionsmonitoring und Bruchortung vorgespannter Zugglieder in Bauwerken. 2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-179-7.

#### H. 198:

Forell, B.

A Methodology to assess Species Yields of Compartment Fires by means of an extended Global Equivalence Ratio Concept. 2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-180-3.

## H. 199:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '07: 21. Fachseminar Brandschutz - Forschung und Praxis, 26. und 27. Sept. 2007 in Braunschweig, Tagungsband. ISBN 978-3-89288-181-0.

## H. 200:

Nothnagel, R.

Hydratations- und Strukturmodell für Zementstein. 2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-182-7

## H. 201:

Riese, O.

Ein Brandausbreitungsmodell für Kabel. 2007.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-183-4

Braunschweiger Brandschutz-Tage '08: 22. Brandschutz Sonderbauten , 30.9. - 1.10.2008 - Tagungsband.

ISBN 978-3-89288-185-8

# H. 203:

Klinzmann, C.

Methodik zur computergestützten, probabilistischen Bauwerksbewertung unter Einbeziehung von Bauwerksmonitoring. 2008.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. ISBN 978-3-89288-186-5.

## H. 204:

Schnetgöke, R.

Zuverlässigkeitsorientierte Systembewertung von Massivbauwerken als Grundlage für die Bauwerksüberwachung. 2008. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.

ISBN 978-3-89288-187-2.

#### H. 205:

Budelmann, H.; Gutsch, A.-W. [Hrsg.] Symposium Braunschweig (BSB 2008): Konstruktiver Holzbau; 4. November 2008.

ISBN 978-3-89288-188-9.

## H. 206:

Kampmeier, B.

Risikogerechte Brandschutzlösungen für den mehrgeschossigen Holzbau. 2008. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2008. ISBN 978-3-89288-189-6.

# H. 207:

Husemann, U.

Erhöhung der Verbundtragfähigkeit von nachträglich aufgeklebten Lamellen durch Bügelumschließungen.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009. ISBN 978-3-89288-190-2

## H. 208:

Braunschweiger Brandschutz-Tage '09: 23. Fachtagung Brandschutz - Forschung und Praxis, 29.9.2008 - 30.9.2009; Tagungsband

ISBN 978-3-89288-191-9

## H. 209:

Sperbeck, S.T.

Seismic Risk Assessment of Masonry Walls and Risk Reduction by Means of Prestress-

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2009. ISBN 978-3-89288-192-6

## H. 210:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2010 : : 24. Fachtagung ; Brandschutz bei Sonderbauten , 21. und 22.9.2010 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-194-0

## H. 211:

Hohm, V.

Wärmetransportmodell für gekoppelte Prozesse in der Brandsimulation. 2010. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss.

ISBN 978-3-89288-195-7.

#### H. 212:

Kruse, D.

Entwicklung von Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen zum Entzündungsschutz von Holz unter Vollbrandbedingungen. 2011.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010. ISBN 978-3-89288-196-4.

#### H 213:

Twelmeier, H.

Dauerhaftigkeitsprognose der Verfugung von gipshaltigem historischem Mauerwerk. 2011.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2010. ISBN 978-3-89288-197-1.

# H. 214:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2011 : : 25. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis, 27. und 28.9.2011 – Tagungsband.

ISBN 978-3-89288-198-8

## H. 215:

Hollmann, D.W.

Grundlagen und Ingenieurmodell für den Nachweis von Holzbauteilen mit Hochleistungsbrandschutzbeschichtungen. 2011. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2011. ISBN 978-3-89288-199-5

## H. 216:

Rostásy, F.S.

Assessment of Mechanical Properties of Structural Materials for Cryogenic Application (June 1988). 2011.

ISBN 978-3-89288-200-8

## H. 217:

Albrecht, C.

A risk-informed and performance-based life safety concept in case of fire. 2012. Zugl.: Braunschweig, TU, Diss., 2012. ISBN 978-3-89288-202-2.

#### H. 218:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2012:: 26. Fachtagung Brandschutz bei Sonderbauten, 19. und 20.9.2012 – Tagungsband. ISBN 978-3-89288-203-9.

## H. 219:

Wichers, M.

Bemessung von bewehrten Betonbauteilen bei Teilflächenbelastung unter Berücksichtigung der Rissbildung. 2013.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013. ISBN 978-3-89288-204-6.

#### H. 220:

Braunschweiger Brandschutz-Tage 2013 : : 27. Fachtagung Brandschutz – Forschung und Praxis ; 25. und 26.9.2013 – Tagungsband.

ISBN 978-3-89288-205-

## H. 221:

Krakowski, W..

Rissverhalten von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit schiefwinkliger Bewehrung. 2013.

Zugl.: Braunschweig, TU, Diss. 2013. ISBN 978-3-89288-206-0