

**INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU  
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG**

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen  
Prof. Dr.-Ing. K. Kordina - Prof. Dr.-Ing. G. Rehm

**Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton-  
brückenpfeilern mit Rollenlagern**

von  
**Kurt Liermann**

**HEFT 20**

**BRAUNSCHWEIG**

**MAI 1972**

**UB Braunschweig**

**84**



2426-325-0



2426-3250

# INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Amtliche Materialprüfanstalt für das Bauwesen  
Prof. Dr.-Ing. K. Kordina - Prof. Dr.-Ing. G. Rehm

## Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- brückenpfeilern mit Rollenlagern

von  
**Kurt Liermann**



HEFT 20

BRAUNSCHWEIG

MAI 1972

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Stahlbeton- und Massivbau der Technischen Universität in Braunschweig. Die Anregung zu dieser Arbeit erhielt ich aus der Zusammenarbeit mit Prof. Dr.-Ing. K. K o r d i n a an gutachtlichen Stellungnahmen zur Berechnung schlanker Brückenpfeiler. Herrn Prof. Dr.-Ing. K. K o r d i n a danke ich herzlich für die Unterstützung und für das stete Interesse an dieser Arbeit.

Auch Herrn Prof. Dr.-Ing. H. D u d d e c k bin ich zu Dank verpflichtet, der durch die Übernahme des Mitberichtes die Arbeit gefördert hat.

Mein Dank gilt zuletzt Herrn cand. arch. T. E s e m e n , der mir bei der Auswertung der Daten und beim Zeichnen behilflich war.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat die Arbeit finanziell unterstützt.

Braunschweig, den 24.5.1972

K. Liermann

DK: 624.012.45

624,2 : 691,2/3

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Problemstellung . . . . .	1
2. Formulierung der geometrischen und mechanischen Randbedingungen des Rollenlagers . . . . .	4
2.1 Allgemeines . . . . .	4
2.2 Die Ableitung der Gleitbedingung . . . . .	5
2.3 Die Ableitung der Rollbedingung . . . . .	7
2.3.1 Die Einflußgrößen der Rollreibung . . . . .	7
2.3.2 Die geometrische Deutung der ruhenden Rollreibung . . . . .	9
2.3.3 Formulierung der Rollbedingung für den allgemeinen Fall nicht parallelgeführter Lagerplatten . . . . .	11
2.4 Ableitung der geometrischen Beziehungen des Bewegungsvor- ganges beim Rollenlager . . . . .	12
2.4.1 Analysierung des Bewegungsablaufes . . . . .	12
2.4.2 Bewegungsphase: Rotation der Lagerrolle . . . . .	14
2.4.3 Bewegungsphase: Änderung des unteren Lagerplatten- drehwinkels . . . . .	15
2.4.4 Die Superposition der Bewegungsphasen . . . . .	16
3. Die Bedeutung der Belastungsgeschichte für die Pfeilerberechnung . . . . .	18
3.1 Hauptparameter der Belastungsgeschichten . . . . .	18
3.2 Definition spezieller Belastungsgeschichten . . . . .	20
3.3 Diskussion der definierten Belastungsgeschichten . . . . .	21
4. Die Grundlagen der Traglastberechnung von Stahlbetonpfeilern . . . . .	22
4.1 Übersicht . . . . .	22
4.2 Grundkonzept des numerischen Berechnungsganges . . . . .	23
4.3 Rechenannahmen . . . . .	26
4.4 Die Moment-Krümmungs-Beziehung . . . . .	27
4.4.1 Die Schnittgrößen zu vorgegebenem Dehnungszustand . . . . .	28
4.4.2 Die iterative Berechnung der Krümmung zu vorgegebenen Schnittgrößen $N_1, M_1$ . . . . .	29
4.5 Verfahren zur Berechnung der Gleichgewichts- und Traglastzu- stände des unten elastisch eingespannten und oben gelenkig gehaltenen, aber beliebig ausgelenkten Stabes . . . . .	33
4.5.1 Die Differentialgleichung des Problems . . . . .	33
4.5.2 Die Lösung der Differentialgleichung (4.16) zu vorgegebenen Anfangswerten . . . . .	35
4.5.3 Die Erfüllung der Randbedingungen . . . . .	36
4.5.4 Die Definition der Traglast . . . . .	37
4.5.5 Die Aussonderung instabiler Gleichgewichtszustände . . . . .	38
4.5.6 Zur Genauigkeit der numerischen Integration . . . . .	39

4.6	Der Weg zur Traglast, am Kräftespiel des Rollenlagers untersucht . . . . .	42
4.7	Traglastdarstellung . . . . .	48
5.	Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Traglast	49
5.1	Parameterübersicht . . . . .	49
5.2	Rollreibungsbeiwerte des Lagers . . . . .	50
5.2.1	Ruhe-Rollreibungsbeiwert $\mu_L$ . . . . .	52
5.2.2	Rollreibungsbeiwert bei Bewegung $\mu_{LR}$ . . . . .	54
5.2.3	Rollreibungsbeiwert $\mu_{L,GR}$ zur Festlegung des Grundzustandes . . . . .	58
5.3	Pfeilerschlankheit . . . . .	61
5.4	Ausgangsausmitte $e_{o/d}$ am unbelasteten System . . . . .	62
6.	Traglastvergleich und Bewertung der definierten Belastungsgeschichten . . . . .	65
6.1	Vergleich der Traglasten . . . . .	65
6.2	Bewertung der Belastungsgeschichten . . . . .	69
7.	Ableitung eines Näherungsverfahrens für die Traglastberechnung - gültig für den Pfeiler mit gleichbleibendem Rechteckquerschnitt und unabgestufter Bewehrung . . . . .	72
7.1	Übersicht . . . . .	72
7.2	Ableitung der Grundgleichungen für die Verformungsrechnung (EI = konst.) . . . . .	74
7.2.1	Ableitung der Biegelinie des unten elastisch eingespannten und oben frei verschieblichen Stabes . . . . .	74
7.2.2	Ableitung der Biegelinie unter Berücksichtigung der Randbedingungen zum Überbau . . . . .	75
7.3	Ableitung einer genäherten Steifigkeitsbeziehung . . . . .	78
7.4	Berechnungsgang für die näherungsweise Traglastermittlung . . . . .	82
7.5	Vergleich der Traglasten des Näherungsverfahrens mit den Traglasten der genauen Verformungsrechnung . . . . .	83
7.6	Aufbereitung des Näherungsverfahrens für den praktischen Gebrauch . . . . .	89
8.	Vorschlag für die näherungsweise Traglastberechnung - gültig für Pfeiler ohne Einschränkung hinsichtlich der Querschnittsgestaltung . . . . .	93

	Seite
9. Abschätzende Traglast- und Verformungsuntersuchungen für bau- praktisch wichtige Fragen . . . . .	100
9.1 Einfluß der Baugrundelastizität auf die Traglast . . . . .	100
9.1.1 Das Verformungsgesetz des Baugrundes . . . . .	100
9.1.2 Grenzbetrachtung am unendlich biegesteifen Pfeiler- schaft . . . . .	101
9.1.3 Traglasten bei verformbarem Pfeilerschaft . . . . .	103
9.2 Einfluß des Kriechens auf die Traglast . . . . .	105
9.3 Einfluß von "Wind auf den Pfeilerschaft" auf die Traglast .	106
9.4 Auswirkungen von Bauungenauigkeiten beim Lagereinbau und von Überbauverdrehungen auf die Traglast . . . . .	109
9.5 Traglasten bei verschieblichem Festhaltepunkt; horizontale Festpunktlasten . . . . .	111
9.6 Vorschlag zur Berücksichtigung des Pfeilereigengewichts . .	114
9.7 Lagerwegbemessung . . . . .	115
9.7.1 Rollenwanderungen bei alleiniger Lasteintragung über das Rollenlager . . . . .	116
9.7.2 Rollenwanderungen bei zusätzlichem Querlastangriff (Wind) auf den Pfeilerschaft . . . . .	117
9.8 Einfluß der Exzentrizitätsänderung aus der Pfeilerkopfver- drehung auf die Traglast . . . . .	120
10. Zusammenfassung . . . . .	122
11. Beispiele . . . . .	125
Literaturverzeichnis . . . . .	136

Anhang

: Pfeilerhöhe	
: bezogenes Moment	
: bezogene Normalkraft	
: Pfeilerkopfverschiebung	
: Anteil der Kopfverschiebung aus der Pfeilerkopf- verschiebung	
: Überbauverschiebung	

Bezeichnungen:

$C_F$  : Drehfederkonstante des Baugrundes

$E_S$  : Steifeziffer

$\bar{E}_S = 1000 \text{ Mp/m}^2$  : Einheitswert der Steifeziffer

$(EI)_0$  : Biegesteifigkeit des homogenen Betonquerschnittes

$(EI)_1$  : Biegesteifigkeit des ideellen Verbundquerschnittes

$(EI)_{\text{ers}}$  : wirksame Biegesteifigkeit des Ersatzstabes

$H_\mu$  : physikalischer Horizontalkraftanteil des Rollenlagers

$H_\varphi$  : geometrischer Horizontalkraftanteil des Rollenlagers

$H_w$  : Windersatzlast

$Q_0$  : Quadraturfehler

$Q_S$  : Schrankenfehler

$R$  : Halbmesser der Lagerrolle

$e_o$  : Ausmittigkeit der Lagerrolle vor Beginn des Belastungsablaufes

$e_u$  : Ausmittigkeit der Lagerrolle zum Mittelpunkt der unteren Lagerplatte

$h$  : Schrittweite

$k = (EI)_{\text{ers}} / (EI)_0$

$k_1 = (EI)_{\text{ers}} / (EI)_1$

$l$  : Pfeilerhöhe

$m = \frac{M}{b d^2 \beta_R}$  : bezogenes Moment

$n = \frac{N}{b d \beta_R}$  : bezogene Normalkraft

$w_K$  : Pfeilerkopfverschiebung

$w_{Ko}$  : Anteil der Kopfverschiebung aus der Pfeilerschaftverkrümmung

$w_{ü}$  : Überbauverschiebung



- $\alpha$  : Rotationswinkel der Lagerrolle (positiv im Uhrzeigersinn)
- $\epsilon$  : Dehnung - Indices: RR rechter Rand  
LR linker Rand  
RL Bewehrungsfaser rechts  
LL " links
- $\varphi$  : Relativverdrehung der Lagerplatten
- $\varphi_o$  : Verdrehung der oberen Lagerplatte
- $\varphi_u$  : Verdrehung der unteren Lagerplatte
- $\varphi_A$  : Verdrehung des Pfeilerfußes
- $\varphi_K$  : Verdrehung des Pfeilerkopfes
- $\alpha$  : Rechengröße  $\alpha^2 = P/EI$
- $\bar{\lambda}$  : Pfeilerschlankheit  $\bar{\lambda} = l/d$
- $\mu$  : Reibungsbeiwert
- $\mu_o$  : Grenzwert der ruhenden Gleitreibung
- $\mu_L$  : Grenzwert der ruhenden Rollreibung
- $\mu_{LR}$  : Grenzwert der Rollreibung bei Bewegung
- $\mu_{L,GR}$  : Reibungsbeiwert zur Festlegung des Grundzustandes
- $\omega, \omega'$  : mechanischer Bewehrungsgehalt  $\omega = \frac{F_e \cdot \beta_S}{F_b \cdot \beta_R}$
- $\nu^j$  : Abkürzung  $\nu^j = C_F / (\bar{E}_S \cdot b \cdot d^2)$
- $\ominus$  : Abkürzung  $\ominus = P \cdot l / C_F$

### 1. Problemstellung

Die Elemente "Balken" und "Pfeiler" werden heute im Großbrückenbau in der Regel zu den folgenden statischen Systemen vereinigt (Bild 1.1):

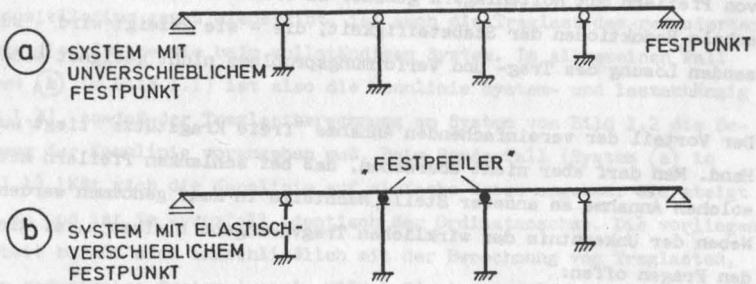


Bild 1.1: Übliche statische Systeme heutiger Talbrücken

Der wesentliche Unterschied der Systeme tritt hervor, wenn an diesen die Lastabtragung horizontal angreifender, äußerer Lasten beobachtet wird. Der Überbau des Systems (a) bleibt hierbei in Ruhe; die Horizontallasten werden quasi verformungslos vom Widerlager übernommen. Beim System (b) werden die H-Kräfte - sieht man vom stützenden Beitrag ab, den die Rollreibungswiderstände leisten - über die Biege- und Torsionswiderstände der kraftschlüssig mit dem Überbau verbundenen "Festpfeilern" abgetragen, womit mehr oder weniger große Horizontalverschiebungen des Überbaues verbunden sind.

Brückenpfeiler, am Kopf mit Rollenlagern ausgestattet, werden z. Z. vereinfachend ohne Einhaltung der Randbedingungen am Pfeilerkopf - also losgelöst vom Gesamtsystem - als freie Kragstützen berechnet, wobei die Lagerreibungskraft in der Regel traglastmindernd in Rechnung gestellt wird. Diese Annahme liefert zutreffende Ergebnisse, solange die Pfeiler gedrungen sind; auf schlanke Pfeiler angewandt, werden nicht unerhebliche Tragreserven verschenkt. Ein erster Versuch, die günstige Wirkung der Kontinuität zwischen Überbau und schlanken Pfeilern mittels Lagerreibung auszunutzen, wurde bei der Siegtalbrücke Eiserfeld bezüglich der Überlagerungsmöglichkeiten von Wind- und Lagerreibungskräften für Pfeiler 4 [1] unternommen. Neuerlich haben ZIES [2] und RIECKMANN [3] unter Ausschluß der Lagerreibung allein über die kräftegeometrischen Eigenschaften der Rollenlager ebenfalls Ansätze zur Ausschöpfung der Tragreserven vorgelegt. RIECKMANN setzt bei seinem Vorschlag stillschweigend voraus, daß die Anwendung des sogenannten Ersatzstabverfahrens - zur Erläuterung dieses Verfahrens sei auf [4] verwiesen - für den betrachteten Fall statthaft sei. ZIES versucht, über eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung auf klassischer Grundlage das Tragverhalten von Pfeilern mit Rollenlagern genauer zu erfassen. Er benutzt hierzu pauschale Reduktionen der Stabsteifigkeit, die - wie gezeigt wird - zur umfassenden Lösung des Trag- und Verformungsproblems nicht geeignet sind.

Der Vorteil der vereinfachenden Annahme "freie Kragstütze" liegt auf der Hand. Man darf aber nicht übersehen, daß bei schlanken Pfeilern mit einer solchen Annahme an anderer Stelle Nachteile in Kauf genommen werden müssen. Neben der Unkenntnis des wirklichen Tragvermögens bleiben u. a. die folgenden Fragen offen:

- Welche Lagerwege müssen Rollenlager auf schlanken Pfeilern besitzen?
- Welchen Beanspruchungen sind die Fundamente ausgesetzt?
- Wie wirken sich elastische Baugrundverformungen auf das Tragvermögen aus?
- Ab welcher Schlankheitsgrenze wäre für den Stabilitätsnachweis die Anordnung eines Rollenlagers nicht nötig?

Ziel dieser Arbeit ist es, durch genauere Erfüllung der Randbedingungen am Pfeilerkopf Aufschluß über das Trag- und Verformungsverhalten von Pfeilern zu gewinnen, die als Bindeglieder zum Überbau Rollenlager besitzen.

Unübersichtlich und damit erschwerend wären Untersuchungen, die den Pfeiler als Bestandteil des Gesamtsystems betrachten (vergl. Bild 1.1). Erheblich übersichtlicher wird die Aufgabe, wenn die Untersuchungen am reduzierten System von Bild 1.2 erfolgen. Solange die Kennlinie der Ersatzfeder das Verformungsverhalten des abgeschnittenen Systems unter einer bestimmten

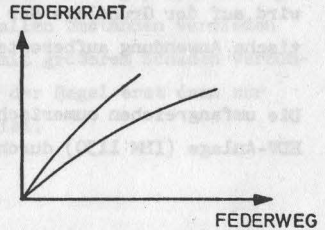
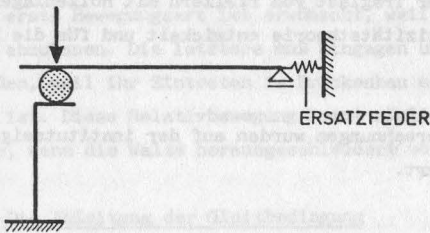


Bild 1.2: Reduziertes System

Bild 1.3: Kennlinien der Ersatzfedern

Lastkonstellation genau wiedergibt, ist auch die Traglast des reduzierten Systems die gleiche wie beim vollständigen System. Im allgemeinen Fall (System (b) in Bild 1.1) ist also die Kennlinie system- und lastabhängig (Bild 1.3), so daß der Traglastberechnung am System von Bild 1.2 die Bestimmung der Kennlinie vorangehen muß. Beim Sonderfall (System (a) in Bild 1.1) läßt sich die Kennlinie auf einfache Weise angeben: sie steigt steil an und ist im Grenzfall identisch der Ordinatenachse. Die vorliegende Arbeit befaßt sich ausschließlich mit der Berechnung von Traglasten, die am reduzierten System (vergl. Bild 1.2) mit unendlich großer Federsteifigkeit gewonnen werden. Näherungsweise lassen sich über ein Korrekturverfahren auch Traglasten für jene Systemfälle angeben, deren Federsteifigkeiten von endlicher Größe sind.

Die Rechengrundlagen für die Ermittlung von Stützentragslasten sind durch zahlreiche Versuchsergebnisse gut belegt, so daß eine rein theoretisch-numerische Behandlung des Problems statthaft schien, zumal vornehmlich Tendenzen und Abhängigkeiten der einzelnen Parametereinflüsse erforscht werden sollen. Hierbei bietet das Simulieren des Traglastversuchs im Computer erhebliche Vorteile gegenüber praktischen Versuchsdurchführungen: die Abhängigkeiten der Einzelparameter können besser aufgespürt werden, was im

Versuch oft Schwierigkeiten bereitet. Außerdem sind die Fehlermöglichkeiten, die durch den Versuchsaufbau und beim Messen der Daten entstehen können, ausgeschlossen.

Sämtliche Untersuchungen werden an Pfeilern mit konstantem Rechteckquerschnitt und gleichbleibend symmetrischer Bewehrung durchgeführt. Ein Näherungsverfahren zur Bestimmung der Traglast von Pfeilern mit Rollenlagern wird auf der Grundlage der Elastizitätstheorie entwickelt und für die praktische Anwendung aufbereitet.

Die umfangreichen numerischen Berechnungen wurden auf der institutseigenen EDV-Anlage (IBM 1130) durchgeführt.

## 2. Formulierung der geometrischen und mechanischen Randbedingungen des Rollenlagers

### 2.1 Allgemeines

Bevor der allgemeine Kräftezustand des Rollenlagers abgeleitet werden kann, müssen die Arten der am Rollenlager auftretenden Reibungswiderstände einer näheren Betrachtung unterzogen werden. Hier interessiert nur die Reibung zwischen festen Körpern.

Reibung ist ein mechanischer Widerstand, der in der gemeinsamen Berührungsfläche zweier Körper entsteht, sobald eine Relativbewegung angestrebt oder vollzogen wird. Zu unterscheiden sind im besonderen die Ruhereibung und die Bewegungsreibung [5]. Als Ruhereibung bezeichnet man jenen Widerstand, der eine Relativbewegung der beiden festen Körper verhindert; Bewegungsreibung hemmt dagegen die Relativbewegung. Erfahrungsgemäß bedarf die Einleitung eines Bewegungsvorganges größerer Anstrengungen als diesen in Gang zu halten: die Ruhereibung ist daher immer größer als die Bewegungsreibung.

Die Relativbewegung kann durch Gleiten oder Rollen erfolgen. Beim Rollenlager sind beide Arten der Relativbewegung möglich:

- Rollen findet statt, wenn die Relativbewegung (bei schlupffreier Verzahnung der Berührflächen) zwischen den beiden Lagerplatten erfolgt.
- Gleiten findet statt, wenn die Relativbewegung zwischen der Walze und den Lagerplatten erfolgt, eine relative Bewegung zwischen den Lagerplatten selbst aber nicht geschieht.

Die erste Bewegungsart ist erwünscht, weil sie dazu beiträgt, Systemzwängungen abzubauen. Die letztere muß hingegen unter allen Umständen vermieden werden, weil ihr Eintreten im Brückenbau meist mit größerem Schaden verbunden ist. Diese Relativbewegung kommt nämlich in der Regel erst dann zur Ruhe, wenn die Walze herausgeschleudert worden ist.

## 2.2 Die Ableitung der Gleitbedingung

Für die Erläuterungen in diesem Unterabschnitt sei angenommen, daß zwischen der Walze und den Lagerplatten Linienberührung bestehe. Zunächst sei ein Rollenlager mit paralleler Laufflächenführung im Querschnitt betrachtet (Bild 2.1 links). Eine Kraftübertragung ist in diesem Falle nur senkrecht zu den Lauflinien möglich, weil die Wirkungslinie des Kraftdurchtritts durch die Berührungspunkte zwischen Rolle und Lauflinien festgelegt ist. Eine

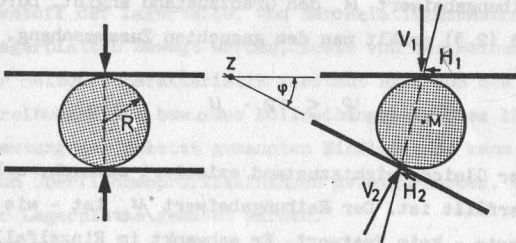


Bild 2.1: Kraftdurchtritt beim Rollenlager im Falle der Punktberührung

Relativverdrehung der Lauflinien (Bild 2.1 rechts) bedeutet daher eine Ablenkung der Wirkungslinie des Kraftdurchtritts. Möglich ist diese Ablenkung aber nur bei gleichzeitigem Wirken der Ruhegleitreibung.

*(Ruhegleitreibung)*

Für die Funktion des Rollenlagers ist die Gleitreibung sehr bedeutungsvoll, da nicht nur Rollvorgänge sondern auch Verdrehungen an der Stützstelle möglich sein müssen. Überschreitet die Lagerverdrehung aber ein bestimmtes Maß



- nämlich wenn der Grenzwert der ruhenden Gleitreibung geringfügig überschritten ist - so wird aus dem ruhenden Zustand ein bewegter. Diesen Grenzzustand gilt es in Abhängigkeit vom ruhenden Gleitreibungsbeiwert anzugeben.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen für die Rolle (vergl. Bild 2.1 rechts) ergibt sich:

$$\sum M (M) = 0 : H_1 = H_2 = H$$

$$\sum M (Z) = 0 : V_1 = V_2 = P$$

$$\sum H = 0 : H + H \cdot \cos \varphi - P \cdot \sin \varphi = 0$$

$$H = \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} \cdot P \quad (2.1)$$

Es kommen nur kleine Verdrehungen in Frage, so daß linearisiert werden darf.

$$H = \frac{\varphi}{2} \cdot P \quad (2.2)$$

Für den ruhenden Gleitwiderstand gilt das Erfahrungsgesetz [5]

$$H \leq \mu_0 \cdot P, \quad (2.3)$$

wobei der Reibungsbeiwert  $\mu_0$  den Grenzzustand angibt. Durch Gleichsetzen von (2.2) und (2.3) erhält man den gesuchten Zusammenhang.

$$\varphi \leq 2 \cdot \mu_0 \quad (2.4)$$

Ein statischer Gleichgewichtszustand existiert demnach, solange die Ungleichung (2.4) erfüllt ist. Der Reibungsbeiwert  $\mu_0$  ist - wie überhaupt alle Reibungsbeiwerte - kein Festwert. Er schwankt im Einzelfalle mehr oder minder stark, so daß die in der Literatur genannten Werte mit Vorsicht zu benutzen sind [5]. In jedem Falle sollte zwischen errechnetem  $\varphi$  und zweifachem Betrag von  $\mu_0$  eine ausreichend große Sicherheitszone liegen. Unter diesem Gesichtspunkt werden die Ergebnisse der Traglastberechnungen zu beurteilen sein.

Vorab wird eine Abschätzung des zulässigen Verdrehungswinkels  $\varphi$  vorgenommen. SZABO [5] gibt für  $\mu_0$  den Wert 0,1 an, welcher für den Fall "Stahl auf Stahl geschmiert" ermittelt worden ist. Setzt man eine zweifache Sicherheit gegen

Erreichen der kritischen Verdrehung an, so hat der Grenzwinkel immer noch den beachtlichen Betrag von  $\varphi = 0,1$ . Praktisch dürfte dieser Wert nie erreicht werden.

## 2.3 Die Ableitung der Rollbedingung

### 2.3.1 Die Einflußgrößen der Rollreibung

Die vorübergehende Idealisierung der Berührungsflächen zwischen Walze und Lagerplatten als Linien muß nun aufgehoben werden, um das Wesen der Rollreibung erklären zu können. Wirtschaftliche Lagerabmessungen können heute ohne plastische Verformungen in den Berührungsflächen der Lagerteile nicht mehr hergestellt werden. HAKENJOS [6] hat in seiner Dissertation umfangreiche Untersuchungen darüber angestellt, welchen Einfluß diese plastischen Verformungen auf die Rollreibung bei Lagerkörpern aus Stahl haben. Im folgenden werden die hier interessierenden Ergebnisse kurz wiedergegeben:

Der Rollreibungsbeiwert, aus Rollreibungsversuchen mit Brückenlagern bei kleinen Geschwindigkeiten und verschiedenen Auflasten ermittelt, ist kein fester Wert. Er hängt im wesentlichen von der Größe der Hertz'schen Pressung, vom Werkstoff der Lagerteile, von der Relativgeschwindigkeit, mit welcher die Lagerplatten bewegt werden, sowie von der Reibungscharakteristik ab. Unter Reibungscharakteristik versteht HAKENJOS die Veränderlichkeit der Rollreibungskraft bzw. des Rollreibungsbeiwertes längs des Rollweges. Die Bedeutung der zuletzt genannten Einflußgröße kann am treffendsten anhand von Oberflächenprofilaufnahmen gezeigt werden, die von der Wälzbahn einer Lagerplatte gemacht wurden.

Die nachstehende Aufnahme entstand nach mehreren Hin- und Herbewegungen der Walze, wobei der Anfang und das Ende des Rollweges jeweils an den gleichen Stellen lagen. Im Bereich des Rollweges wurde die Lagerplatte eingedrückt; die Enden des Rollweges sind durch Wallbildungen gekennzeichnet. Wird der Rollweg nach einer Richtung vergrößert, so muß der im Erweiterungsbereich liegende Wall überfahren werden. Die untere Aufnahme zeigt das Profil nach mehreren Überrollungen dieses Walls. Zu beobachten ist, daß mit zunehmender Anzahl der Überrollungen wieder eine Glättung der Wälzbahn erfolgt, gleichzeitig aber am Erweiterungsende des Rollweges eine neue Materialanhäufung stattfindet.

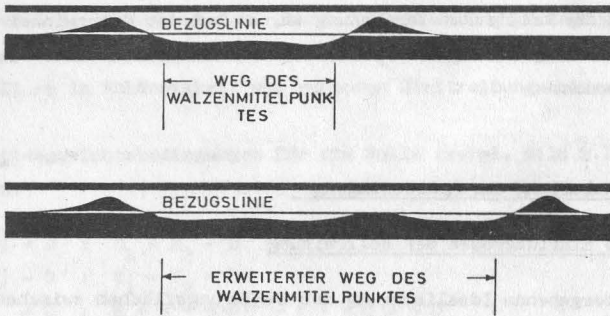
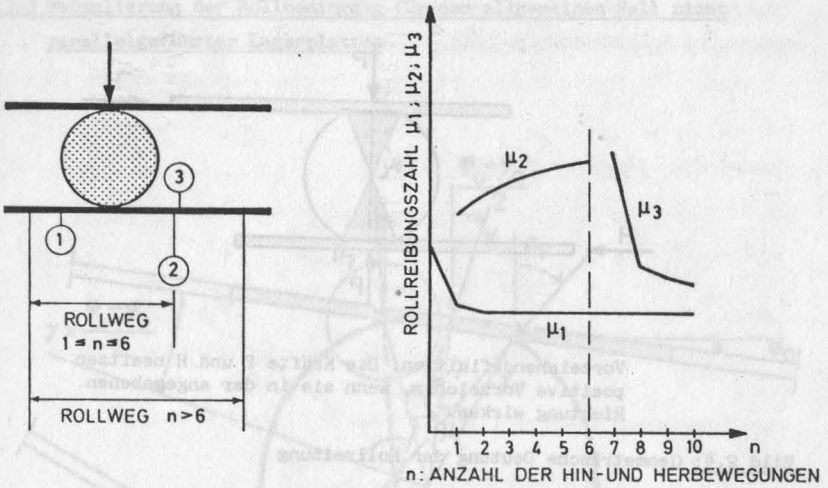


Bild 2.2: Oberflächenprofilaufnahmen von der Rollbahn einer Lagerplatte, [7] entnommen.

Die Rollreibungszahlen in der Wälzbahn werden infolge Glättung und Verfestigung des Materials mit zunehmender Anzahl der Überrollungen kleiner, nähern sich aber einem hauptsächlich vom Material abhängigen konstanten Wert. Wie aus Bild 2.2 deutlich wird, müssen dagegen die Rollreibungszahlen beim Anfahren gegen den Wall und bei dessen erstmaligem Überfahren um ein Mehrfaches größer sein, als die in der Wälzbahn ermittelten Werte. Bild 2.3 verdeutlicht diese Zusammenhänge; es ist [7] entnommen.

Neben den bisher genannten, die Größe des Rollreibungsbeiwertes beeinflussenden Parameter muß noch die Verschmutzung genannt werden, die bei extrem harten Wälzflächen deshalb besonders beachtlich ist, weil die Staubkörner vorwiegend zermahlen und nicht wie bei weicheren Materialien eingedrückt werden [8].

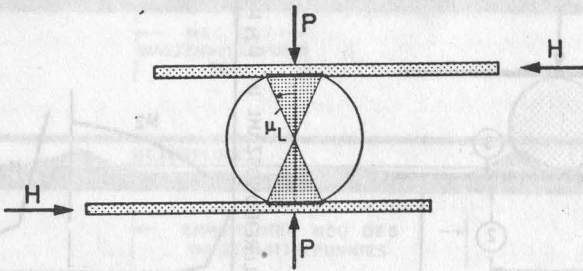


- $\mu_1$  = Rollreibungszahl in der Wälzbahn
- $\mu_2$  = Rollreibungszahl beim Anfahren gegen den Wall
- $\mu_3$  = Rollreibungszahl beim Überfahren des Walles

**Bild 2.3:** Die Veränderlichkeit des Rollreibungsbeiwertes längs des Rollweges (Rollreibungscharakteristik)

### 2.3.2 Die geometrische Deutung der ruhenden Rollreibung

Stellvertretend für die Unebenheiten der Wälzflächen von Walze und Lagerplatten, die für den Widerstand gegen Rollen verantwortlich sind, werden im folgenden die Rollwiderstände geometrisch durch Abplattungen der Walze an den Berührungsstellen dargestellt (vergl. Bild 2.4).



Vorzeichendefinition: Die Kräfte P und H besitzen positive Vorzeichen, wenn sie in der angegebenen Richtung wirken.

Bild 2.4: Geometrische Deutung der Rollreibung

Ein direktes Maß für die Abplattung ist der Winkel  $\mu_L$ , dessen Tangens als Rollreibungsbeiwert bezeichnet wird. Da die Winkel  $\mu_L$  klein sind, die Linearisierung also statthaft ist, kann der Winkel  $\mu_L$  selbst als ruhender Rollreibungsbeiwert gedeutet werden. Der Zustand der Ruhe geht verloren, sobald die Resultierende - gebildet aus der Auflast P und der Horizontalkraft H - den schraffierten Reibungssektor verläßt. Die Rollbedingung für exakt horizontal verlegte Platten kann also formuliert werden zu:

$$\begin{aligned} M &> \mu_L \\ \text{bzw. } H &> \mu_L \cdot P \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.3.3 Formulierung der Rollbedingung für den allgemeinen Fall nicht parallelgeführter Lagerplatten

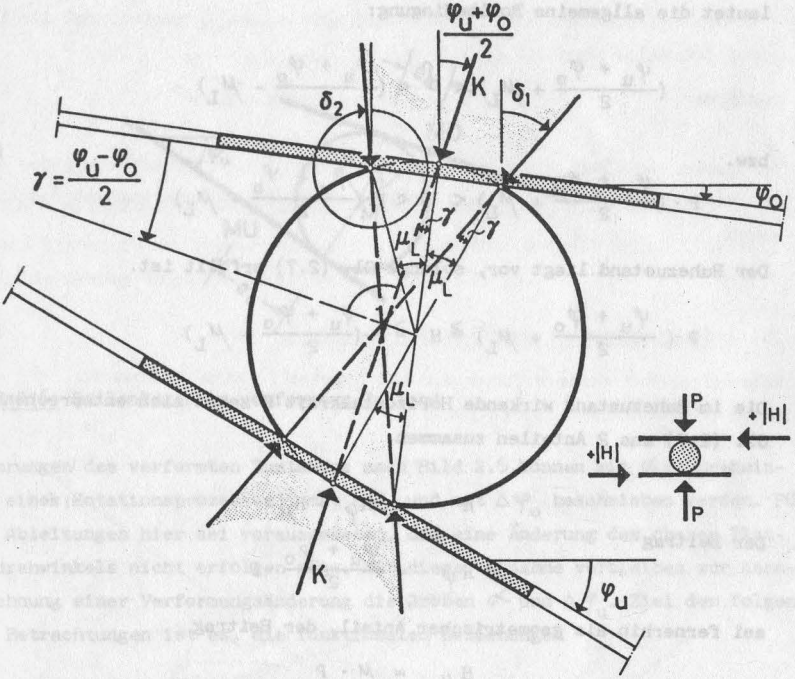


Bild 2.5: Allgemeiner Kräftezustand des Rollenlagers unter Berücksichtigung des Rollwiderstandes

Folgende Winkelbeziehungen sind aus Bild 2.5 ableitbar:

$$\gamma = \frac{\varphi_U - \varphi_O}{2}$$

$$\delta_1 = \varphi_O + \mu_L + \gamma = \mu_L + \frac{\varphi_U + \varphi_O}{2}$$

$$\delta_2 = \varphi_O - \mu_L - \gamma = -\mu_L + \frac{\varphi_U + \varphi_O}{2}$$



Die Winkel  $\delta_1$  und  $\delta_2$  geben die Grenzlagen der Resultierenden K im Ruhezustand des Rollenlagers an. Mit

$$\tan \delta \approx \delta = \frac{H}{P}$$

lautet die allgemeine Rollbedingung:

$$\left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} + \mu_L\right) < \delta < \left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} - \mu_L\right)$$

bzw.

$$P \cdot \left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} + \mu_L\right) < H < P \cdot \left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} - \mu_L\right) \quad (2.6)$$

Der Ruhezustand liegt vor, solange Gl. (2.7) erfüllt ist.

$$P \cdot \left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} + \mu_L\right) \geq H \geq P \cdot \left(\frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} - \mu_L\right) \quad (2.7)$$

Die im Ruhezustand wirkende Horizontalkraft H setzt sich entsprechend Gl. (2.7) aus 2 Anteilen zusammen.

$$H = H_\varphi + H_\mu \quad (2.8)$$

Der Beitrag

$$H_\varphi = \frac{\varphi_u + \varphi_o}{2} \cdot P \quad (2.9)$$

sei fernerhin als geometrischer Anteil, der Beitrag

$$H_\mu = \mu \cdot P \quad (2.10)$$

als physikalischer Anteil bezeichnet.

## 2.4 Ableitung der geometrischen Beziehungen des Bewegungsvorganges beim Rollenlager

### 2.4.1 Analysierung des Bewegungsablaufes

Als selbstverständlich ist vorauszusetzen, daß der Kontakt zwischen Walze und Platten in keiner Phase des Bewegungsvorganges verlorengeht und daß die Verzahnung einen Schlupf zwischen den Lagerteilen ausschließt.

Im eingebauten Zustand sind die Lagerplatten im allgemeinen um die Winkel  $\varphi_0$  und  $\varphi_u$  gegen die Horizontale verdreht; außerdem wird die Walze eine ausmittige Lage zu den Lagerplattenmittelpunkten MO und MU aufweisen (vergl. Bild 2.6).

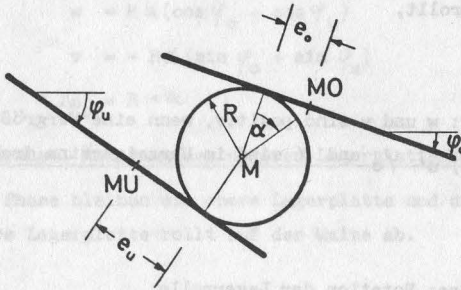


Bild 2.6: Rollenlager im verformten Zustand

Änderungen des verformten Zustandes nach Bild 2.6 können mit  $\alpha$  (= Drehwinkel eines Rotationsprozesses), mit  $\Delta\varphi_u$  und mit  $\Delta\varphi_0$  beschrieben werden. Für die Ableitungen hier sei vorausgesetzt, daß eine Änderung des oberen Plattendrehwinkels nicht erfolgen möge. Mit dieser Annahme verbleiben zur Kennzeichnung einer Verformungsänderung die Größen  $\alpha$  und  $\Delta\varphi_u$ . Ziel der folgenden Betrachtungen ist es, die funktionalen Beziehungen

$$\begin{aligned} w &= f_1(\alpha, \Delta\varphi_u) \\ v &= f_2(\alpha, \Delta\varphi_u) \\ \Delta e_u &= f_3(\alpha, \Delta\varphi_u) \end{aligned} \quad (2.11)$$

herzuleiten. Hierbei bedeuten:

w: horizontale Relativverschiebung der Lagerplattenmittelpunkte MO und MU,

v: vertikale Relativverschiebung von MO und MU,

$\Delta e_u$ : Änderung der Rollenausmittigkeit (untere Lagerplatte).

Die gesuchten Beziehungen (Gl. 2.11) lassen sich aus der Superposition der zwei Bewegungsphasen

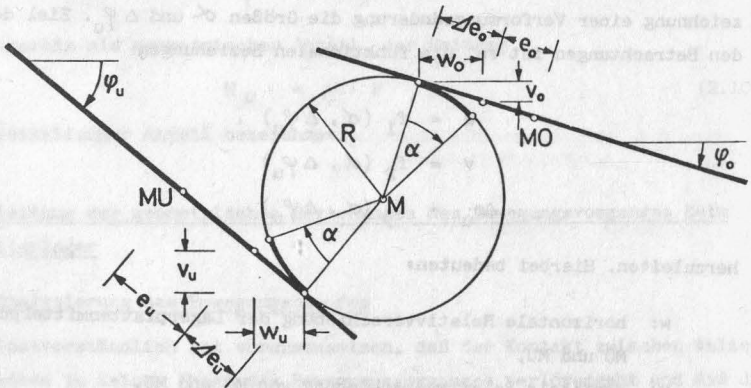
- Rotation ( $\alpha$ ) der Walze um die Längsachse, wobei die Lagerplatten Verschiebungen in den Ebenen ihrer Mittelflächen ausführen, und
- Verdrehungsänderung der unteren Lagerplatte ( $\Delta\varphi_u$ ) derart, daß die Platte auf der Walze abrollt,

bestimmen.

Vorzeichenregelung:  $w$  und  $v$  sind positiv, wenn eine Vergrößerung des Abstandes eintritt;  $\varphi_u$ ,  $\varphi_o$  und  $\alpha$  sind im Uhrzeigersinn drehend positiv zu nehmen.

#### 2.4.2 Bewegungsphase: Rotation der Lagerrolle

Während dieser Phase erfahre nur die Lagerrolle eine Verdrehung.  $\varphi_u$  und  $\varphi_o$  bleiben unverändert (vergl. Bild 2.7)



**Bild 2.7:** Zustand des Rollenlagers nach erfolgter Rotation  $\alpha$  der Lagerrolle

$$\Delta e_u = \Delta e_o = R \cdot \alpha$$

$$w = w_u + w_o = \Delta e_o \cdot \cos \varphi_o + \Delta e_u \cdot \cos \varphi_u$$

$$v = -v_u - v_o = -\Delta e_o \cdot \sin \varphi_o - \Delta e_u \cdot \sin \varphi_u$$

$$w = R \alpha (\cos \varphi_o + \cos \varphi_u)$$

$$v = -R \alpha (\sin \varphi_o + \sin \varphi_u)$$

$$\Delta e_u = R \cdot \alpha$$

(2.12)

### 2.4.3 Bewegungsphase: Änderung des unteren Lagerplattendrehwinkels

Während dieser Phase bleiben die obere Lagerplatte und die Lagerrolle in Ruhe. Die untere Lagerplatte rollt auf der Walze ab.

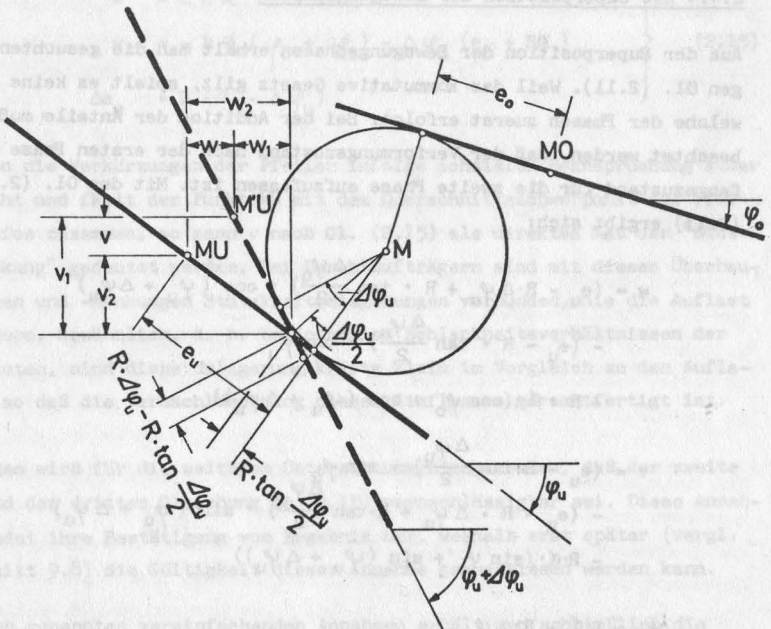


Bild 2.8: Zustand des Rollenlagers vor und nach einer Verdrehung der unteren Lagerplatte um  $\Delta\varphi_u$ .

$$\Delta e_u = -R \cdot \Delta \varphi_u$$

$$v = v_2 - v_1$$

$$v_2 = (e_u - R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \sin \varphi_u$$

$$v_1 = (e_u - R \cdot \Delta \varphi_u + R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \sin (\varphi_u + \Delta \varphi_u) \quad \left. \vphantom{v_1} \right\} (2.13)$$

$$w = w_1 - w_2$$

$$w_2 = (e_u - R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \cos \varphi_u$$

$$w_1 = (e_u - R \cdot \Delta \varphi_u + R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \cos (\varphi_u + \Delta \varphi_u)$$

#### 2.4.4 Die Superposition der Bewegungsphasen

Aus der Superposition der Bewegungsphasen erhält man die gesuchten Beziehungen Gl. (2.11). Weil das kommutative Gesetz gilt, spielt es keine Rolle, welche der Phasen zuerst erfolgt. Bei der Addition der Anteile muß jedoch beachtet werden, daß der Verformungszustand nach der ersten Phase als Anfangszustand für die zweite Phase aufzufassen ist. Mit den Gl. (2.12) und (2.13) ergibt sich:

$$w = (e_u - R \cdot \Delta \varphi_u + R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \cos (\varphi_u + \Delta \varphi_u)$$

$$- (e_u - R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \cos \varphi_u$$

$$+ R \cdot \alpha \cdot (\cos \varphi_0 + \cos (\varphi_u + \Delta \varphi_u))$$

$$v = (e_u - R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \sin \varphi_u$$

$$- (e_u - R \cdot \Delta \varphi_u + R \cdot \tan \frac{\Delta \varphi_u}{2}) \cdot \sin (\varphi_u + \Delta \varphi_u)$$

$$- R \cdot \alpha \cdot (\sin \varphi_0 + \sin (\varphi_u + \Delta \varphi_u))$$

$$\Delta e_u = R \cdot \alpha - R \cdot \Delta \varphi_u$$

Die Verdrehungen werden als klein vorausgesetzt, so daß linearisiert werden darf. Unter Streichung von Gliedern, die von 2. Ordnung klein sind, erhält man:

$$\left. \begin{aligned} w &= R\alpha(\cos \varphi_0 + \cos \varphi_u) - \Delta \varphi_u \cdot \sin \varphi_u (e_u + R\alpha) \\ v &= -R\alpha(\sin \varphi_0 + \sin \varphi_u) - \Delta \varphi_u \cos \varphi_u (e_u + R\alpha) \\ \Delta e_u &= R(\alpha - \Delta \varphi_u) \end{aligned} \right\} (2.14)$$

Zur Vermeidung von unerwünschten H-Kräften werden Rollenlager grundsätzlich mit waagrecht liegenden Platten eingebaut. Verdrehungen resultieren daher allein aus den Formänderungen der anschließenden Bauteile. Weil diese klein sind, darf linearisiert werden. Streicht man wieder Glieder, die von 2. Ordnung klein sind, so gehen die Gl. (2.14) über in:

$$\left. \begin{aligned} w &= 2R\alpha \\ v &= -R\alpha(\varphi_0 + \varphi_u) - \Delta \varphi_u (e_u + R\alpha) \\ \Delta e_u &= R(\alpha - \Delta \varphi_u) \end{aligned} \right\} (2.15)$$

Bleiben die Verkürzungen der Pfeiler infolge achsialer Beanspruchung außer Betracht und fällt der Punkt MU mit dem Querschnittsschwerpunkt des Pfeilerkopfes zusammen, so kann  $v$  nach Gl. (2.15) als direktes Maß der "Stützensenkung" gedeutet werden. Bei Durchlaufträgern sind mit diesen Überbauhebungen und -senkungen Stützkraftumlagerungen verbunden, die die Auflast verändern. Gewöhnlich, d. h. bei normalen Schlankheitsverhältnissen der Überbauten, sind diese Umlagerungskräfte klein im Vergleich zu den Auflasten, so daß die Vernachlässigung dieses Einflusses gerechtfertigt ist.

Außerdem wird für die weiteren Untersuchungen angenommen, daß der zweite Summand der dritten Gleichung in (2.15) vernachlässigbar sei. Diese Annahme findet ihre Bestätigung vom Ergebnis her, weshalb erst später (vergl. Abschnitt 9.8) die Gültigkeit dieser Annahme nachgewiesen werden kann.

Mit den genannten vereinfachenden Annahmen erhält man schließlich die Gleichungen (2.16).



$$\begin{aligned} w &= 2 \cdot R \cdot \alpha \\ \Delta e_u &= R \cdot \alpha \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die Relativverschiebung  $w$  der Lagerplatten sowie die Ausmittigkeitsänderung  $\Delta e_u$  sind hiernach nur Funktionen von  $\alpha$ . Eliminiert man aus (2.16)  $\alpha$ , so erhält man die bekannte Beziehung

$$\Delta e_u = \frac{w}{2} \quad (2.17)$$

### 3. Die Bedeutung der Belastungsgeschichte für die Pfeilerberechnung

#### 3.1 Hauptparameter der Belastungsgeschichten

Im wesentlichen bestimmen zwei Belastungskenngrößen den Beanspruchungszustand von Brückenpfeilern mit Rollenlagern, wenn - wie vorausgesetzt wird - ein Ausweichen des Pfeilerkopfes nur in Richtung der Brückenlängsachse möglich sein soll:

- die Auflast  $P$  und
- der Verschiebungsweg  $w_{\ddot{u}}$  des Überbaus an der betrachteten Stützstelle.

Die Belastungsfälle "Wind auf den Pfeilerschaft" und "Überbauverdrehung an der Stützstelle" müssen im Einzelfalle beachtet werden; zur Festlegung der maßgebenden Belastungsgeschichte spielen sie dagegen nur eine untergeordnete Rolle, weshalb ihr Mitwirken an der Belastungsgeschichte (weiterhin mit BG abgekürzt!) nicht berücksichtigt wird.

Die Hauptparameter  $P$  und  $w_{\ddot{u}}$  der BG sind von der Zeit abhängig. Während Auflaständerungen nur statistisch erfassbar sind, kann man für die Geschichte der Überbauverschiebungen einen, den jahreszeitlichen Schwankungen der Lufttemperatur entsprechenden, periodischen Verlauf erwarten, dem sich in jungem Bauwerksalter gegebenenfalls die nicht periodischen Verschiebungen aus Vorspannung, Schwinden, Kriechen und Abbinde-temperatur überlagern. Die Summe der Verschiebungsanteile des Überbaus aus den zuvor genannten Ursachen sei mit  $w_{\ddot{u},T}$  bezeichnet. Einen willkürlichen, aus der Verkehrsbelastung

resultierenden Anteil  $w_{\ddot{u},p}$  erhalten die Verschiebungen lediglich dann, wenn der Festpunkt des Gesamtsystems verschieblich ausgebildet ist (vergl. Bild 1.1).

Das periodische Verschiebungsspiel läßt sich aus Temperaturmessungen ableiten, die KUHN [9] an einem Wehrpfeiler vorgenommen hat. Bild 3.1 gibt den

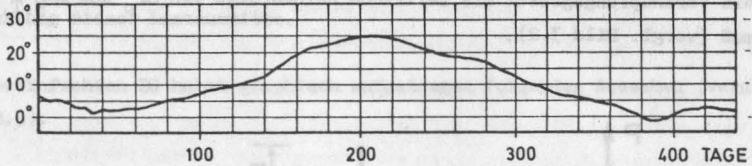


Bild 3.1: Temperaturmessungen im Kern eines Wehrpfeilers

Temperaturverlauf (Tagesmittelwerte) im Kern eines 5,0 m dicken Wehrpfeilers - über einen längeren Zeitraum hinweg gemessen - an. Nun eignet sich die wiedergegebene Temperaturkurve nur wenig, wenn eine Übertragung der Meßergebnisse auf einen filigranen Überbau beabsichtigt ist. Sie zeigt aber deutlich und zwar frei von allen tageszeitlichen Schwankungen der Luftwärme den periodischen Grundverlauf, dem sich je nach Feingliedrigkeit des Überbaus unterschiedlich starke Schwankungen überlagern.

Die Auflast  $P$  setzt sich aus der ständigen Last  $P_g$  und der Verkehrslast  $P_p$  zusammen. Die Komponente  $P_g$  ist zeitunabhängig; ihr Anteil an der Gesamtlast ist beträchtlich und kann u. U. 80 % und mehr betragen. Die Verkehrslast bildet die zeitabhängige Komponente der Auflast. Ihr Auftreten ist durch relativ kurzzeitiges An- und Abschwellen des Lastanteils  $P_p$  gekennzeichnet.

$$P(t) = P_g + P_p(t)$$

$$w_{\ddot{u}}(t) = w_{\ddot{u},T}(t) + w_{\ddot{u},p}(t)$$

Erfahrungsgemäß laufen Auflaständerungen im Vergleich zu Änderungen der Überbauverschiebungskomponente  $w_{\ddot{u},T}$  rasch ab. Mit der Annahme, daß der Auf- und Abbau eines Verkehrslastspitzenwertes so schnell vor sich gehe, daß

näherungsweise

$$\frac{d(w_{\ddot{u}})}{dt} \approx \frac{d(w_{\ddot{u},p})}{dt}$$

gesetzt werden darf, läßt sich die allgemeine Belastungsgeschichte als Wechselspiel zwischen Auflaständerungen  $P_p$  (verbunden mit  $\Delta w_{\ddot{u},p}$  bei verschieblichen Systemen) und Überbauverschiebungsänderungen  $\Delta w_{\ddot{u},T}$  formulieren, wobei ein Verknüpfungsgesetz die zeitliche Reihenfolge von  $\Delta P_p$  und  $\Delta w_{\ddot{u},T}$  regeln muß (vergl. Bild 3.2).

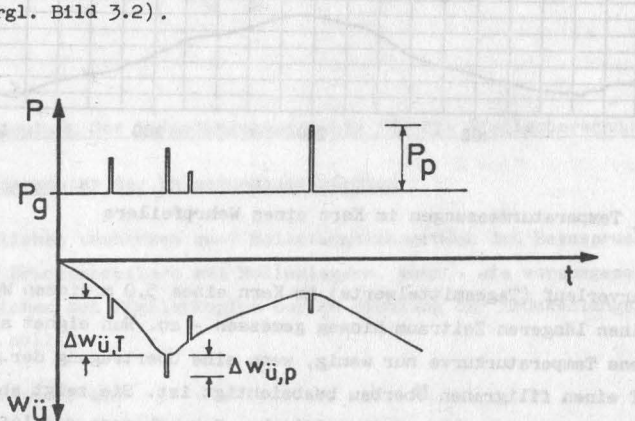


Bild 3.2: Allgemeine Belastungsgeschichte für den Pfeiler

### 3.2 Definition spezieller Belastungsgeschichten

Belastungsgeschichten gibt es ebenso viele wie mögliche Verknüpfungsgesetze: nämlich unendlich viele. Und zu jeder BG gehört in der Regel auch eine andere Traglast des Pfeilers. Es gilt nun, aus der Unzahl möglicher BG diejenige herauszufinden, die wirklichkeitsnah und einfach genug ist, um für die Untersuchungen hier und für die praktische Anwendung später brauchbar zu sein.

Es liegt nahe, mit Hilfe der einfachsten Verknüpfungsgesetze Belastungsgeschichten zu definieren, die so gut wie unabhängig von der Variablen "Zeit" und einfach in der Handhabung sind.

Belastungsgeschichte 1 (BG 1): Die gesamte Überbauverschiebung finde am unbelasteten und gewichtslos gedachten System statt. Anschließend werde die Auflast  $P$  von Null bis zum Bruch des Pfeilers gesteigert.

Belastungsgeschichte 2 (BG 2): Zuerst werde der Pfeiler über den Überbau mit der gesamten Auflast belastet. Danach werde der Überbau richtungstreu bis zum Bruch des Pfeilers verschoben. Ist eine Ausmittigkeit der Lagerrolle im unverformten Zustand vorhanden, so erfolge die Überbauverschiebung in Richtung dieser Lastausmitte.

Die vereinfachten BG haben graphisch aufgetragen folgendes Aussehen (vergl. Bild 3.3):

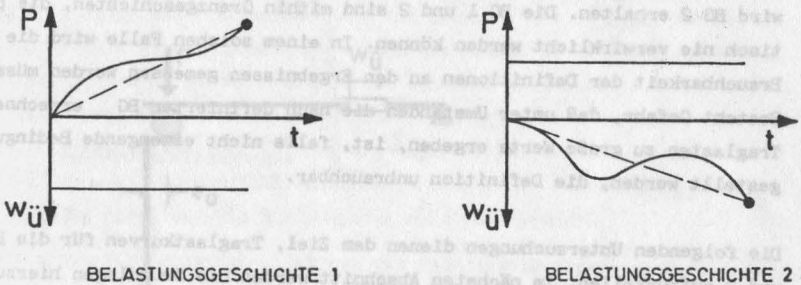


Bild 3.3: Vereinfachte Belastungsgeschichten für die Pfeilerberechnung

Da jeweils eine der Funktionen unabhängig von  $t$  ist, ist es gleichgültig, welchen Verlauf die zeitabhängige Funktion besitzt.

### 3.3 Diskussion der definierten Belastungsgeschichten

Der wesentliche Unterschied der definierten Belastungsgeschichten tritt hervor, wenn das Kräftespiel am Rollenlager näher betrachtet wird. Das Kennzeichen der BG 1 ist die Laststeigerung. Mit zunehmender Last hat der Pfeilerkopf das Bestreben, in Richtung der Lastausmitte auszuweichen. Dieser Bewegung stemmt sich aber die Rollreibungskraft entgegen, womit bei BG 1 der Rollreibungskraft eine stützende Funktion zukommt. Das Kennzeichen der BG 2 ist die Überbauverschiebung bei konstanter Auflast. Infolge Verschie-

bungszunahme wird wieder die Rollreibungskraft aktiviert, die eine Rotation der Walze zu verhindern versucht; der Pfeilerkopf muß daher zunächst der Überbauverschiebung folgen. Dies wird er aber nur dann tun, wenn ihn eine in Verschiebungsrichtung wirkende Horizontalkraft aus Rollreibung dazu veranlaßt. Die Rollreibungskraft wirkt demnach in Richtung der Lastausmitte; sie hat also belastende Funktion. Als wesentlicher Unterschied der Belastungsgeschichten ist die Richtung der Rollreibungskraft festzuhalten. Im Falle der BG 1 stabilisiert die Rollreibungskraft den Pfeiler, im Falle der BG 2 belastet sie ihn.

Die definierten BG stellen eine sehr weitgehende Vereinfachung der allgemeinen BG dar. BG 1 geht aus der allgemeinen BG hervor, wenn der ständige Lastenanteil  $P_g$  zu Null wird. Wird dagegen der Verkehrslastanteil zu Null, wird BG 2 erhalten. Die BG 1 und 2 sind mithin Grenzgeschichten, die praktisch nie verwirklicht werden können. In einem solchen Falle wird die Brauchbarkeit der Definitionen an den Ergebnissen gemessen werden müssen. Besteht Gefahr, daß unter Umständen die nach definierten BG errechneten Traglasten zu große Werte ergeben, ist, falls nicht einengende Bedingungen gestellt werden, die Definition unbrauchbar.

Die folgenden Untersuchungen dienen dem Ziel, Traglastkurven für die BG 1 und 2 aufzustellen. Im nächsten Abschnitt werden die Grundlagen hierzu bereitgestellt.

#### 4. Die Grundlagen der Traglastberechnung von Stahlbetonpfeilern

##### 4.1 Übersicht

Die Traglastermittlung des ausmittig gedrückten Stahlbetonstabes unter Verwendung eines nicht-linear elastischen Werkstoffgesetzes führt zum Stabilitätsproblem ohne Gleichgewichtsverzweigung [10]. Eine strenge Lösung dieses Problems ist, wie SCHWARZ und KASPAREK [11] zeigten, auf analytischem Wege nicht möglich. Deshalb werden graphische und numerische Verfahren zur Lösung der Differentialgleichung herangezogen (siehe u. a. [12], [13], [14]).

Vereinfachende Annahmen über die Form der Knickbiegelineie, wie beispielsweise Sinus-Bogen oder ein Teil desselben, sind nur dann brauchbar, wenn

der Ort des kritischen Querschnitts festliegt. Diese Voraussetzung ist hier nicht gegeben.

Die Traglastbestimmung selbst geht aus einem Optimierungsprozeß hervor [15], wobei die zweckmäßige Wahl der zu optimierenden Größe vom jeweils zu lösenden Problem abhängig ist. Mögliche Optimierungsparameter haben QUAST [15] und KASPAREK [16] zusammengestellt und diskutiert. Im Falle verformungsabhängiger Randschnittgrößen, also beim vorliegenden Problem, kann als zweckmäßiges Verfahren nur die schrittweise Steigerung der Auflast (BG 1) bzw. die schrittweise Vergrößerung des Überbauverschiebungsweges (BG 2) dienen.

#### 4.2 Grundkonzept des numerischen Berechnungsganges

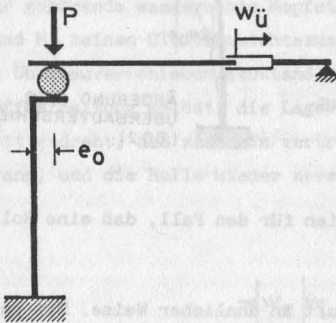


Bild 4.1: Vereinfachtes System im Nullzustand

Ausgehend vom vereinfachten System des Bildes 4.1 wird der Kräfte- und Verformungszustand des Pfeilers während des Laststeigerungs- und Verschiebungsvorganges untersucht mit dem Ziel, ein Modell für die numerische Nachbildung im Computer zu entwickeln. Der besseren Übersichtlichkeit wegen sei die Betrachtung für die Belastungsgeschichten 1 und 2 getrennt vorgenommen, wobei die Last- und Verschiebungsänderung an Pfeilern erfolgen möge, die einem beliebigen, stabilen Gleichgewichtszustand zugeordnet sind.

Nimmt die Auflast zu (BG 1), versucht der Pfeiler in Richtung der Lastausmitte auszuweichen. Solange aber die widerstehenden Kräfte  $H_{\mu}$  und  $H_{\varphi}$  die horizontale Verschiebung verhindern können, bleibt die Rolle in Rotations-



ruhe - die Ruhegl. (2.7) bleibt erfüllt. Die Walze erfährt lediglich eine geringe vertikale Translation (vergl. Bild 4.2 links), die aus der Änderung der Pfeilerkopfverdrehung resultiert. In dieser Phase der Laststeigerung könnte das Rollenlager ohne weiteres rollenblockiert werden. Kann das Ausweichen des Pfeilerkopfes dagegen nicht unterbunden werden, setzt ein Rotationsvorgang ein.

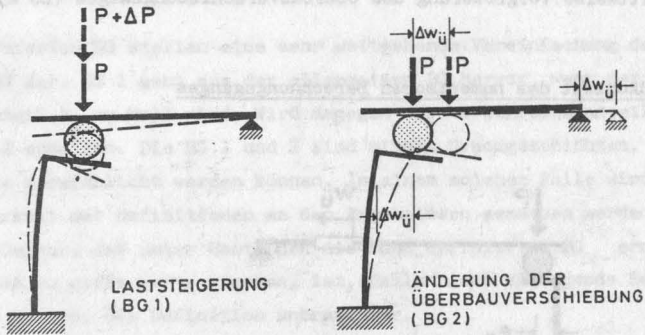


Bild 4.2: Benachbarte Biegelinien für den Fall, daß eine Rollenrotation nicht erfolgt.

Die Betrachtung für BG 2 verläuft in ähnlicher Weise. Mit beginnender Überbauverschiebung  $w_{\ddot{u}}$  ist zunächst keine Rotation der Lagerwalze möglich, weil die zur Überwindung der Lagerwiderstände notwendige H-Kraft noch nicht geweckt ist. Die Überbauverschiebung  $w_{\ddot{u}}$  überträgt sich demnach als Zwängung ganz auf den Pfeilerkopf (vergl. Bild 4.2 rechts). Für diese Anfangsphase der  $w_{\ddot{u}}$ -Zunahme kann das Rollenlager ebenfalls blockiert gedacht werden. Erst wenn die sich dem Zwang widersetzen H-Kraft nicht mehr mit den Komponenten  $H_{\varphi}$  und  $H_{\mu}$  einen Gleichgewichtszustand bilden kann - die Ruhegl. (2.7) ist jetzt nicht mehr erfüllt -, setzt eine Rollenrotation ein, die zum teilweisen Abbau des Zwanges führt.

Der Rollvorgang besteht aus einer kurzen ruckartigen Bewegung, die den Verformungszustand des Pfeilers und den Kräftezustand des Rollenlagers verändert. Er laufe so rasch ab, daß Auflast- und Überbauverschiebungsänderungen

während dieser Bewegungsphase nicht eintreten können. Die Bewegung kommt dadurch zustande, daß ein plötzlicher Abfall des Rollwiderstandes beim Einsetzen der Rotation erfolgt. Die Größe des Abfalls - sie gibt die Differenz zwischen ruhender und bewegter Rollreibung an - ist im wesentlichen vom augenblicklichen Standort der Walze innerhalb der Rollbahn abhängig. Liegt die Walze beispielsweise vor einem Wall (vergl. Bild 2.2) und gelangt die Walze nach Überrollen desselben in eine bereits mehrfach benützte Rollbahn, dann ist der Abfall am größten (vergl. Bild 2.3), wenn die Überrollung des Walls zum ersten Mal erfolgt; er ist am kleinsten, wenn der Wall so gut wie wieder eingeebnet worden ist.

Als Hauptsystem für die Berechnung von Pfeilern mit Rollenlagern wird aufgrund des erläuterten Kräfte- und Verformungsspiels der kopfgehaltene aber beliebig ausgelenkte Stab nach Bild 4.3 gewählt. Nur wenn die zur Gleichgewichtsfigur gehörende waagerechte Kopfstützkraft  $H$  mit den Lagerwiderständen  $H_\mu$  und  $H_\varphi$  keinen Gleichgewichtszustand bilden kann, wird, während Auflast- und Überbauverschiebungszustand unverändert bleiben, vorübergehend die Kopffesthaltung gelöst, die Lagerrolle unter Beachtung von Gl. (2.16) so weit gedreht, daß sich ein verträglicher Gleichgewichtszustand einspielen kann, und die Rolle wieder arretiert gedacht.

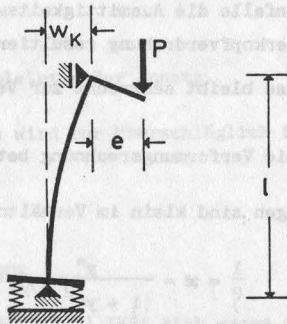


Bild 4.3: Hauptsystem

Dieser Wechsel zwischen Laststeigerung oder Überbauverschiebung einerseits und Lösen und Festsetzen des Lagers andererseits spielt sich so lange ab, bis der Traglastzustand erreicht ist.

Die Traglastberechnung des Pfeilers mit Rollenlager ist in dieser Arbeit durch die wiederholte Berechnung des Gleichgewichtszustandes am verformten System des Bildes 4.3 gekennzeichnet. Die Rollbedingung Gl. (2.6) gibt an, bei welcher Last- bzw. Verschiebungsstufe eine Rollenrotation erfolgen muß. Die Gl. (2.16) liefern die notwendigen geometrischen Beziehungen der Rotation.

#### 4.3 Rechenannahmen

Die Traglastberechnung nach definierten Belastungsgeschichten wird auf der Grundlage folgender Annahmen vorgenommen:

Annahmen, die zum vereinfachten System des Bildes 4.1 führten:

- Der Überbau besitze einen unverschieblichen Festpunkt.
- Die Auflasteintragung erfolge als Einzellast direkt über der Walze, so daß keine Verdrehung des Überbaus möglich ist:  $\varphi_0 = 0$ .
- Stützkraftumlagerungen aus der Verkürzung des Pfeilers infolge Normalkraftbeanspruchung sowie aus der vertikalen Verschiebung der Lagerrolle infolge einer Pfeilerkopfverdrehung (vergl. Gl.(2.15)) werden vernachlässigt.
- Es werden ebenfalls die Ausmittigkeitwanderungen vernachlässigt, die aus der Pfeilerkopfverdrehung resultieren, vergl. Kapitel 2.4.4.
- Die Rollachse bleibt senkrecht zur Verformungsebene des Pfeilers.

Annahmen, die die Verformungsrechnung betreffen:

- Die Verformungen sind klein im Verhältnis zu den Systemlängen der Pfeiler:

$$\frac{1}{\rho} = \alpha = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \approx y'' \quad (4.1)$$

- Es gilt die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon_{RR} - \epsilon_{LR}}{d} \quad (4.2)$$

- Es gelten die Spannungsdehnungslinien des Bildes 4.4. Sie sind DIN 1045 E 1970 entnommen.

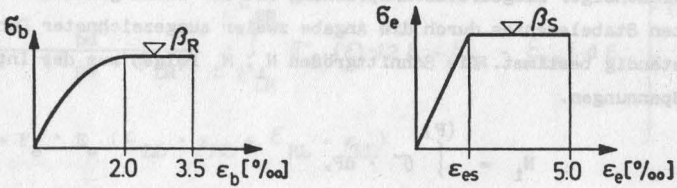


Bild 4.4: Spannungsdehnungslinien

- Die Untersuchungen beschränken sich auf den symmetrisch bewehrten Rechteckquerschnitt mit einem Randabstand der Bewehrung von  $h'/d = 0,10$  (vergl. Bild 4.5). Die Verringerung des Betonquerschnitts durch die Stahleinlagen wird vernachlässigt. Der Querschnitt bleibt längs der Pfeilerachse unverändert.
- Die Eigengewichtslasten des Pfeilerschaftes finden zunächst keine Berücksichtigung, vergl. Kap. 9.7.
- Die Zugfestigkeit des Betons bleibt außer Ansatz.
- Das Kriechen des Pfeilerbetons wird nur überschläglich in Kapitel 9.2 verfolgt.

#### 4.4 Die Moment-Krümmungs-Beziehung

Die Moment-Krümmungs-Beziehung Gl. (4.3) läßt sich wegen der nicht-linearen

$$\chi = f(M_1, N_1) \quad (4.3)$$

Spannungsdehnungslinien analytisch nicht geschlossen darstellen. Ihre Ableitung muß daher auf numerischem Wege erfolgen. Im Grunde ist es übrigens gleichgültig, ob die gesuchte Beziehung Gl. (4.3) analytisch darstellbar

oder aber "nur" als Funktionsprozedur dem Computer entnehmbar ist; im letzteren Falle muß lediglich verlangt werden, daß die numerische Approximation hinreichend genau ausfällt.

#### 4.4.1 Die Schnittgrößen zu vorgegebenem Dehnungszustand

Bei einachsiger Biegedruckbeanspruchung ist der Dehnungszustand eines verformten Stabelementes durch die Angabe zweier ausgezeichnete Dehnungswerte vollständig bestimmt. Die Schnittgrößen  $N_1$ ,  $M_1$  folgen aus der Integration der Spannungen.

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_{(F)} \sigma \cdot dF, \\ M_1 &= \int_{(F)} \sigma \cdot x \cdot dF. \end{aligned} \quad (4.4)$$

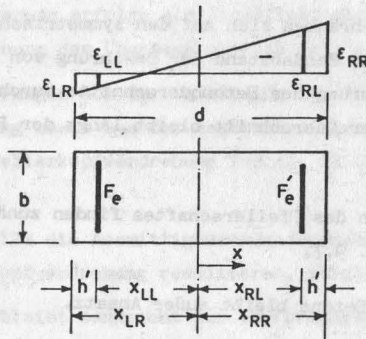


Bild 4.5: Bezeichnungen des Querschnitts- und des Dehnungsbildes

Nach Bild 4.5 gilt:

$$\epsilon(x) = \frac{\epsilon_{RR} + \epsilon_{LR}}{2} + \frac{\epsilon_{RR} - \epsilon_{LR}}{d} \cdot x \quad (4.5)$$

$$x = \frac{d}{\epsilon_{RR} - \epsilon_{LR}} \left( \epsilon - \frac{\epsilon_{RR} + \epsilon_{LR}}{2} \right) \quad (4.6)$$

$$dx = \frac{d}{\epsilon_{RR} - \epsilon_{LR}} d\epsilon \quad (4.7)$$

Die Gl. (4.6) und (4.7) in Gl. (4.4) unter Berücksichtigung von  $dF = b \cdot dx$  eingesetzt ergibt:

$$\left. \begin{aligned}
 N_1 &= \frac{b \cdot d}{\varepsilon_{RR} - \varepsilon_{LR}} \cdot \int_{\varepsilon_{LR}}^{\varepsilon_{RR}} \sigma_b(\varepsilon) \cdot d\varepsilon + F_e \cdot E_e \cdot (\varepsilon_{LL} + \varepsilon_{RL}) \\
 M_1 &= \frac{bd^2}{2 \cdot (\varepsilon_{RR} - \varepsilon_{LR})^2} \cdot \int_{\varepsilon_{LR}}^{\varepsilon_{RR}} \sigma_b(\varepsilon) \cdot (2\varepsilon - \varepsilon_{RR} - \varepsilon_{LR}) d\varepsilon \\
 &\quad + F_e \cdot E_e (\varepsilon_{LL} \cdot x_{LL} + \varepsilon_{RL} \cdot x_{RL})
 \end{aligned} \right\} (4.8)$$

Die direkte Integration der Gl. (4.8) lässt sich mit der angenommenen Arbeitslinie für den Beton bereichsweise durchführen. Als Ergebnis erhält man die Schnittgrößen  $N_1, M_1$  als Funktionen der Randdehnungen.

Für vom Rechteck abweichende Querschnittsformen empfiehlt es sich, die Integration der Gl. (4.4) auf numerischem Wege durchzuführen, wobei die Benutzung des Verfahrens von WARNER [17] zweckmäßig ist.

#### 4.4.2 Die iterative Berechnung der Krümmung $\mathcal{K}$ zu vorgegebenen Schnittgrößen

##### Ben $N_1, M_1$

Die Umkehrung des Problems, nämlich den Dehnungszustand zu vorgegebenen Schnittgrößen  $N_1, M_1$  zu finden, ist nur über einen Umweg möglich. Zwei Verfahren sind gebräuchlich:

Das erste Verfahren, vergl. KASPAREK [16], besteht darin, daß die als Flächen deutbaren Funktionen

$$\begin{aligned}
 N_1 &= f_1(\varepsilon_{RR}, \varepsilon_{LR}) \\
 M_1 &= f_2(\varepsilon_{RR}, \varepsilon_{LR})
 \end{aligned} \quad (4.9)$$

mit Hilfe der Gl. (4.8) punktmäßig berechnet werden. Sind die so gewonnenen Flächennetze ausreichend dicht durchsetzt, läßt sich mittels Interpolation die gesuchte Moment-Krümmungs-Beziehung zu vorgegebener Normalkraft aufstellen. Dieses Verfahren eignet sich dann, wenn die Auflast  $P$  nicht als Optimierungsgröße zur Traglastberechnung benutzt wird.

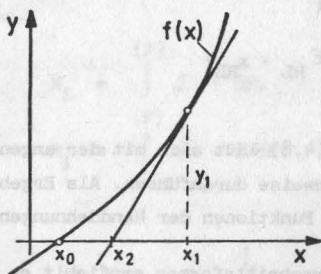


Das zweite Verfahren wird von CRANSTON [18] beschrieben; es stellt im Prinzip die Erweiterung des bekannten Newton-Verfahrens zur Berechnung der Wurzeln der allgemeinen Gleichung  $f(x) = 0$  dar für den Fall, daß nun die "Wurzelpaare"  $(x_0, y_0)$  des Gleichungssystems

$$f_1(x, y) = c_1$$

$$f_2(x, y) = c_2$$

numerisch-iterativ zu suchen sind.



Korrekturgleichung:

$$y'_1 \cdot (x_2 - x_1) = y_0 - y_1$$

Bild 4.6: Newton-Verfahren für den Fall  $f(x) = 0$

Werden die vorgegebenen Schnittgrößen, für die der Dehnungszustand gesucht ist, mit  $\bar{N}$ ,  $\bar{M}$  bezeichnet, so lautet das hier zu lösende Gleichungssystem:

$$\bar{N} = f_1(\bar{\epsilon}_{RR}, \bar{\epsilon}_{LR})$$

$$\bar{M} = f_2(\bar{\epsilon}_{RR}, \bar{\epsilon}_{LR})$$

Die Iteration beginnt mit einer Schätzung für den Dehnungszustand  $(\epsilon_{RR}^1, \epsilon_{LR}^1)$ . Mit den Gleichungen (4.8) ist der zugehörige Schnittgrößenzustand  $(N_1, M_1)$  berechenbar, der im allgemeinen nicht mit dem vorgegebenen übereinstimmt. Die Randdehnungen  $\epsilon_{RR}^1$  und  $\epsilon_{LR}^1$  müssen nun eine Korrektur erhalten, die die Differenzen  $\bar{N} - N_1$  und  $\bar{M} - M_1$  zu Null werden läßt. Wird die Korrekturgleichung der zweidimensionalen Art in Matrizenform dargestellt, so ist ihr Aufbau der gleiche wie beim eindimensionalen Newton-Verfahren (vergl. Bild 4.6). Ausführlich geschrieben ergibt sich die folgende Korrekturgleichung:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \varepsilon_{RR}^1} & \frac{\partial N_1}{\partial \varepsilon_{LR}^1} \\ \frac{\partial M_1}{\partial \varepsilon_{RR}^1} & \frac{\partial M_1}{\partial \varepsilon_{LR}^1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{RR}^2 - \varepsilon_{RR}^1 \\ \varepsilon_{LR}^2 - \varepsilon_{LR}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{N} - N_1 \\ \bar{M} - M_1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

oder:

$$A \cdot \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{RR} \\ \Delta \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}$$

Die Verbesserungen für die Randdehnungen berechnen sich also aus

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{RR} \\ \Delta \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

wobei die Elemente der Matrix A näherungsweise durch Variation der Randdehnungswerte gewonnen werden. Das Korrekturverfahren muß so lange wiederholt werden, bis die Werte  $\Delta N$  und  $\Delta M$  vorgegebene Schrankenwerte unterschreiten. Schließlich findet man  $\mathcal{Z}$  aus Gl. (4.2).

Da das zuletzt beschriebene Verfahren hier zur Traglastberechnung benutzt wird, seien einige Bemerkungen zur Konvergenz angeschlossen. Im allgemeinen konvergiert das Verfahren rasch, obwohl die Flächen (vergl. Gl.(4.9)) infolge des bilinearen Verlaufs der Spannungsdehnungslinie für den Stahl schwache Falten aufweisen. Konvergenzschwierigkeiten haben sich ergeben,

- wenn der gesuchte Dehnungszustand in unmittelbarer Nähe der Falten liegt und
- wenn der geschätzte Dehnungszustand weit ab vom gesuchten Zustand gewählt wird.

Diese numerischen Schwierigkeiten lassen sich wie folgt beheben. Im ersten Falle konvergiert das Verfahren bis zu einem bestimmten Punkt; mit zunehmender Anzahl der Iterationen schwanken sodann die verbesserten Randdehnungswerte nahezu gleichbleibend um die gesuchten Dehnungslösungen. Der Grund hierfür liegt darin, daß bei der Variation der Randdehnungen zur Berechnung der Elemente der Matrix A die Breiten der Variationsschritte über die Falten hinwegreichen und somit eine Verfälschung der Differenzenquo-

tienten bewirken. Indem man die Variationsbreiten klein hält, gelingt es, die gesuchten Randdehnungswerte gut anzusteuern.

Im Falle 2 divergiert das Verfahren, weil die Funktionaldeterminante der Matrix A zu Null wird. Dies wird am eindimensionalen Newton-Verfahren erläutert (vergl. Bild 4.7).

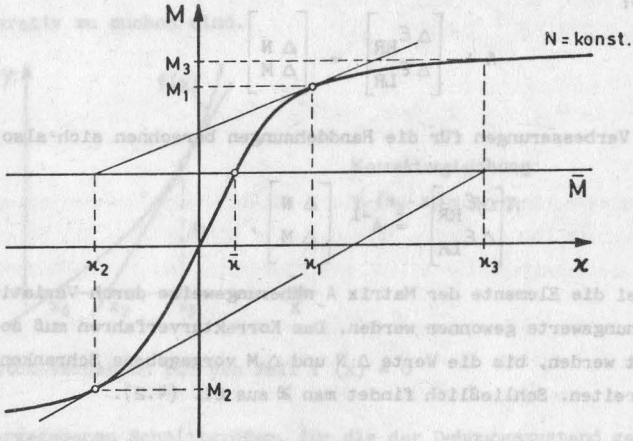


Bild 4.7: Anwendung des Newton-Verfahrens für  $M = f(x)$  im Falle der Divergenz

Gesucht ist die Krümmung  $\bar{x}$ , die zum vorgegebenen Moment  $\bar{M}$  gehört. Geht man vom Schätzwert  $x_1$  aus, und verfolgt man die Ermittlung der nächsten Verbesserungswerte  $x_2, x_3 \dots$ , dann wird spätestens mit  $x_3$  deutlich, daß keine Konvergenz erzielbar ist. Wählt man dagegen einen Schätzwert  $x_1$ , der der Bedingung

$$0 < x_1 < \bar{x}$$

genügt, so ist Konvergenz gesichert.

Die Brauchbarkeit des numerischen Verfahrens zur Berechnung des Dehnungszustandes aus einem vorgegebenen Schnittgrößenzustand  $(\bar{N}, \bar{M})$  ist nur mit bestimmten Schätzwerten für den Dehnungszustand gegeben. Konvergenz besteht mit Sicherheit, wenn die zu den Schätzwerten gehörenden Schnittgrößen  $(N_1, M_1)$  folgende Bedingungen erfüllen:

$$\text{sign}(\bar{N}) = \text{sign}(N_1),$$

$$\text{sign}(\bar{M}) = \text{sign}(M_1),$$

$$|\bar{N}| \geq |N_1|,$$

$$|\bar{M}| \geq |M_1|.$$

4.5 Verfahren zur Berechnung der Gleichgewichts- und Traglastzustände des unten elastisch eingespannten und oben gelenkig gehaltenen, aber beliebig ausgelenkten Stabes (vergl. Hauptsystem Bild 4.3)

Die Bedeutung des Hauptsystems nach Bild 4.3 ist in Abschnitt 4.2 erläutert worden. In diesem Unterabschnitt werden die Grundlagen zur Berechnung der Gleichgewichts- und Traglastzustände dieses Systems erläutert.

4.5.1 Die Differentialgleichung des Problems

Nimmt man zunächst einmal an, daß die zur Auflast  $P$ , zur Kopfauslenkung  $w_K$  und zur Ausmittigkeit  $e$  gehörende Gleichgewichtsfigur des Hauptsystems bekannt sei, dann läßt sich die horizontale Kopffesthaltung durch die Stützkraft  $H$  ersetzen (vergl. Bild 4.8).

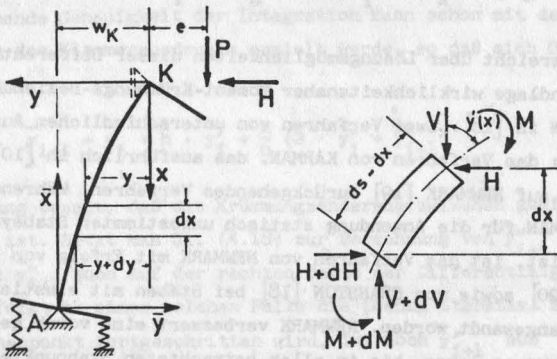


Bild 4.8: Verformter Zustand des Hauptsystems; Bezeichnungen

Aus den Gleichgewichtsbedingungen am verformten Stabelement erhält man:

$$M_a(x) = M_A \cdot \frac{x}{l} - P \cdot \frac{x}{l} \cdot (w_K + e) + P (y(x) + e) \tag{4.12}$$

Auf die Koordinaten  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  transformiert, ergibt sich:

$$\begin{aligned} x &= l - \bar{x} \\ y &= w_K - \bar{y} \end{aligned}$$

$$M_a(\bar{x}) = M_A \left(1 - \frac{\bar{x}}{l}\right) + P (w_K + e) \cdot \frac{\bar{x}}{l} - P \cdot \bar{y}(\bar{x}) \tag{4.13}$$

Zu vorgegebener Normalkraft ist das innere Moment  $M_1$  eine Funktion der Krümmung  $\mathcal{K}$ :

$$M_1 = f(\mathcal{K})$$

Mit Gl. (4.1) ergibt sich

$$M_1 = f(y'') \tag{4.14}$$

Die äußeren Schnittgrößen müssen mit den inneren im Gleichgewicht stehen; aus dieser Bedingung erhält man schließlich die Differentialgleichung des Problems.

$$f(y'') = M_A \cdot \frac{x}{l} - P \cdot \frac{x}{l} \cdot (w_K + e) + P \cdot (y(x) + e) \tag{4.15}$$

bzw.

$$\bar{f}(\bar{y}'') = M_A \cdot \left(1 - \frac{\bar{x}}{l}\right) + P \cdot (w_K + e) \cdot \frac{\bar{x}}{l} - P \cdot \bar{y}(\bar{x}) \tag{4.16}$$

Eine Übersicht über Lösungsmöglichkeiten dieser Differentialgleichung auf der Grundlage wirklichkeitsnaher Moment-Krümmungs-Beziehungen gibt CRANSTON in [18]. Zwei Verfahren von unterschiedlichem Aufbau sind dort genannt: das Verfahren von KARMAN, das ausführlich in [10] beschrieben ist, und ein auf NEWMARK [19] zurückgehendes Verfahren. Während das Verfahren von KARMAN für die Anwendung statisch unbestimmter Stabsysteme wenig geeignet ist, ist das Verfahren von NEWMARK mit Erfolg von PFRANG und SIESS [20] sowie von CRANSTON [18] bei Stäben mit elastischen Endeinspannungen angewandt worden. NEWMARK verbessert eine vorab geschätzte Verformungsfigur so lange, bis in allen betrachteten Stabpunkten die Differentialgleichung (4.15) erfüllt ist. KASPAREK [16] hat darauf hingewiesen, daß das Aufsuchen der Gleichgewichtsfigur auf solchem Wege zu Konvergenzschwierigkeiten führt, wenn die Auflast in den kritischen Lastbereich gerät. Es wurde daher ein eigenes Verfahren entwickelt, welches Konvergenzschwierigkeiten vermeidet.

### 4.5.2 Die Lösung der Differentialgleichung (4.16) zu vorgegebenen Anfangswerten

Die Lösung der Differentialgleichung (4.16) wird numerisch mit Hilfe der Integrationsformel von ADAM [21] und den Randwerten am Pfeilerfuß

$$\bar{x} = 0; \bar{y} = \bar{y}_0$$

$$\bar{y}' = \bar{y}'_0$$

gewonnen. Die Formel von ADAM zur Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung von 2. Ordnung lautet [21]:

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h \cdot \bar{y}'_i + h^2 \cdot \left( \frac{1}{2} f_{i+1} - \frac{1}{3} \nabla f_{i+1} - \frac{1}{24} \nabla^2 f_{i+1} \right) \dots \quad (4.17)$$

Es bedeuten hierbei:

$$h = \bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i \quad (\text{Schrittweite})$$

$$\nabla f_{i+1} = f_{i+1} - f_i$$

$$\nabla^2 f_{i+1} = f_{i+1} - 2f_i - f_{i-1}$$

$f_i$  : Näherungswerte für  $\bar{y}''_i$

Eine ausreichende Genauigkeit der Integration kann schon mit den beiden ersten Gliedern des Klammerausdrucks erzielt werden, so daß sich Gl. (4.17) vereinfacht zu:

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h \cdot \bar{y}'_i + \frac{h}{6} (2 \cdot \bar{y}''_i + \bar{y}''_{i+1}) \quad (4.18)$$

Diese Gleichung besagt, daß die Krümmungsänderung zwischen zwei Rechenpunkten konstant ist. Setzt man Gl. (4.18) zur Berechnung von  $\bar{y}''_{i+1}$  in Gl. (4.16) ein, so steht  $\bar{y}''_{i+1}$  auch auf der rechten Seite der Differentialgleichung. Bekanntlich erfolgt in einem solchen Falle die Lösung iterativ. Bevor zum nächsten Rechenpunkt fortgeschritten wird, ist noch  $\bar{y}'_{i+1}$  aus

$$\bar{y}'_{i+1} = \bar{y}'_i + \frac{h}{2} (\bar{y}''_i + \bar{y}''_{i+1}) \quad (4.19)$$

zu berechnen.



### 4.5.3 Die Erfüllung der Randbedingungen

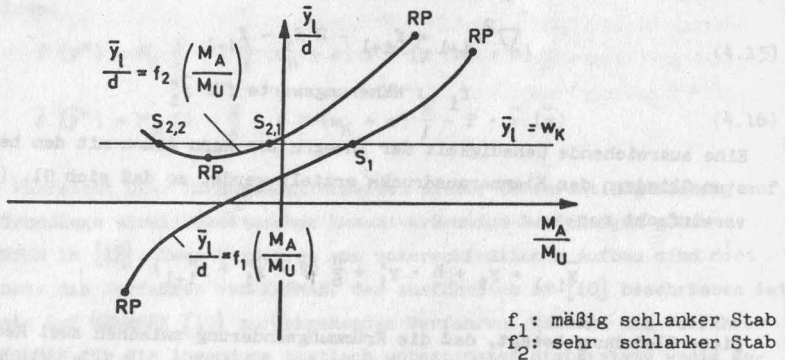
Die Integration nach Abschnitt 4.5.2 ist nur ausführbar, wenn neben  $P$ ,  $e$  und  $w_K$  auch  $M_A$  bekannt ist. Das Fußmoment  $M_A$  hat hier die Funktion einer Freigröße. Sie ist so zu bestimmen, daß die Randbedingung am Pfeilerkopf

$$\bar{x} = l ; \bar{y} = w_K$$

erfüllt wird. Gleichzeitig mit dieser Randbedingung wird übrigens auch die 2. Randbedingung des Pfeilerkopfes

$$\bar{x} = l ; M = P \cdot e$$

zufriedengestellt (vergl. Gl. 4.16). Das Aufsuchen verträglicher Gleichgewichtsfiguren besteht also darin,  $M_A$  so lange zu variieren, bis die Randbedingungen am Pfeilerkopf befriedigt sind. In Bild 4.9 sind für einen mäßig schlanken und für einen sehr schlanken Stab die Zusammenhänge zwischen  $M_A$  und den zugehörigen, nach Abschnitt 4.5.2 errechneten, Kopfverschiebungen  $\bar{y}(\bar{x} = l) = \bar{y}_l$  dargestellt.



**Bild 4.9:** Charakteristische Abhängigkeiten zwischen Fußmoment  $M_A$  und Kopfverschiebung  $\bar{y}_l$

Verträgliche Gleichgewichtszustände sind in Bild 4.9 durch die Punkte  $S_1$ ,  $S_{2,1}$  und  $S_{2,2}$  gekennzeichnet. Sie werden als Schnittpunkte der Funktion  $f_1$  bzw.  $f_2$  mit der Geraden  $\bar{y}_l = w_K$  gefunden. Nicht alle so gefundenen Lösungen sind einem stabilen Gleichgewichtszustand zugeordnet. Die nächste Aufgabe muß es daher sein, unbrauchbare Lösungen auszusondern. Zuvor seien dieser Aufgabe jedoch einige allgemeine Betrachtungen zum Versagen von

Stahlbetondruckgliedern vorangestellt.

#### 4.5.4 Die Definition der Traglast

Der rechnerische Erschöpfungszustand eines Stahlbetonquerschnittes wird nach DIN 1045 neu durch die Angabe von Grenzdehnungen festgelegt. Zusammen mit den Spannungsdehnungslinien für die Baustoffe "Beton" und "Stahl" sind damit Grenzschnittgrößen  $M_U, N_U$  definiert. Zahlreiche Forschungsarbeiten haben sich mit der Bestimmung dieser Grenzdehnungen beschäftigt. Es werden hier die Dehnungswerte nach DIN 1045 neu 1970 angesetzt (vergl. Abschnitt 4.3).

Die Traglast eines Druckgliedes kann entweder durch Erreichen der Grenzschnittgrößen in einem Querschnitt oder aber durch den Verlust des stabilen Gleichgewichts gekennzeichnet sein [22]. Zur Erläuterung dient das Bild 4.10. Es zeigt das typische Verformungsverhalten von Stahlbetondruckgliedern. Der  $N, M$ -Verlauf in den Querschnittspunkten A und 8 des mäßig schlanken Stabes ist nur wenig gekrümmt. Die Traglast  $N_{krit}$  wird aufgrund des Erreichens der Grenzschnittgrößen  $M_U, N_U$  im Punkte 8 erhalten. Ein solches Versagen wird gewöhnlich auch als "Materialbruch" bezeichnet. Der  $N, M$ -Verlauf für ausgezeichnete Querschnitte des sehr schlanken Stabes ist dagegen stark gekrümmt und hat ein Maximum, bevor irgendein Querschnitt des Stabes von den Grenzschnittgrößen  $M_U, N_U$  beansprucht wird.

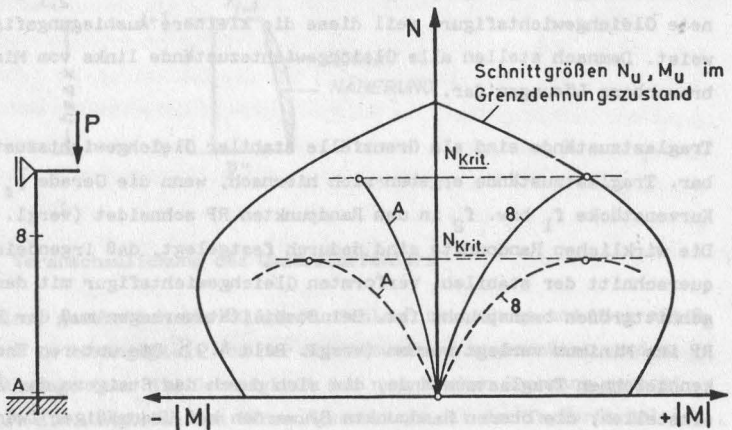


Bild 4.10: Das Verformungsverhalten von Stahlbetondruckgliedern, dargestellt im Interaktionsdiagramm

In einem solchen Falle versagt der Stab, bevor  $M_U, N_U$  erreicht sind, weil die äußeren Schnittgrößen schneller anwachsen als die inneren Schnittgrößen; es liegt ein Stabilitätsversagen ohne Gleichgewichtsverzweigung vor [10]. Die maximale Ordinate der N,M-Linie gibt die Traglast  $N_{krit}$  beim Stabilitätsbruch an.

#### 4.5.5 Die Aussonderung instabiler Gleichgewichtszustände und die Berechnung der Traglast

Die Art und Weise, wie unbrauchbare Lösungen erkannt und eliminiert werden können, ist am einfachsten anhand des Bildes 4.9 zu erläutern. Bemerkenswert ist der unterschiedliche Verlauf der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ .

$f_1$  besitzt eine gestreckte Form; bringt man  $f_1$  mit der Geradenschar  $\bar{y}_l = C_1$  zum Schnitt, dann ergeben sich - sofern Schnittpunkte überhaupt existieren - eindeutige Lösungen. Für den mäßig schlanken Pfeiler sind daher alle durch  $f_1$  beschriebenen Gleichgewichtsfiguren stabil.

Zweideutige und damit auch instabile Gleichgewichtszustände sind im Falle des sehr schlanken Stabes möglich, was durch das Minimum des Kurvenstücks  $f_2$  deutlich wird. Die Frage, welcher der beiden Schnittpunkte  $S_{2,1}$  und  $S_{2,2}$  die stabile Gleichgewichtsfigur beschreibt, ist über eine Energiebetrachtung lösbar: Stabil ist diejenige Verformungsfigur, die die geringste Formänderungsenergie gespeichert hat. Das ist die durch  $S_{2,1}$  gekennzeichnete Gleichgewichtsfigur, weil diese die kleinere Ausbiegungsfigur aufweist. Demnach stellen alle Gleichgewichtszustände links vom Minimum unbrauchbare Lösungen dar.

Traglastzustände sind als Grenzfälle stabiler Gleichgewichtszustände deutbar. Traglastzustände ergeben sich hiernach, wenn die Gerade  $\bar{y}_l = w_K$  die Kurvenstücke  $f_1$  bzw.  $f_2$  in den Randpunkten RP schneidet (vergl. Bild 4.11). Die wirklichen Randpunkte sind dadurch festgelegt, daß irgendein Pfeilerquerschnitt der stabilen, verformten Gleichgewichtsfigur mit den Grenzschnittgrößen beansprucht ist. Bei Stabilitätsversagen muß der Randpunkt RP ins Minimum verlegt werden (vergl. Bild 4.9). Die unteren Randpunkte kennzeichnen Traglastzustände, die sich durch das Steigern der Auflast einstellen; die oberen Randpunkte RP werden bei übermäßiger Zwangsbeanspruchung  $w_K$  maßgebend.

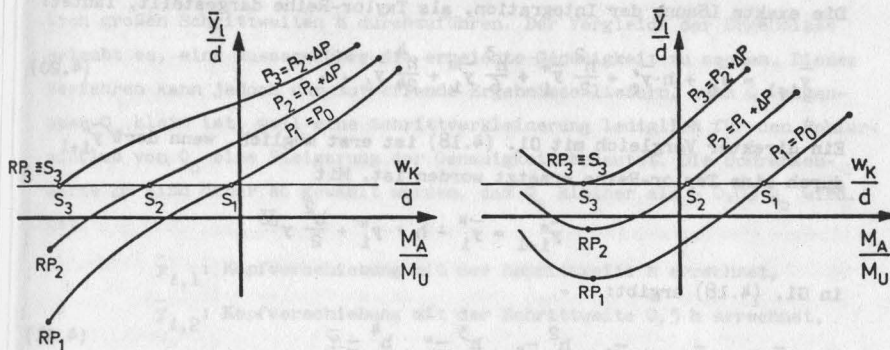


Bild 4.11: Das Verfahren der Traglastberechnung, anschaulich dargestellt

#### 4.5.6 Zur Genauigkeit der numerischen Integration

Der Näherungsansatz Gl. (4.18) zur Lösung der Differentialgleichung (4.16) berucktigt nur den Verformungsanteil, der dem geradlinigen Krümmungsverlauf zwischen zwei Rechenpunkten des Stabes entspricht. Der Verformungsbeitrag der schraffierten Fläche (vergl. Bild 4.12) wird also vernachlässigt.

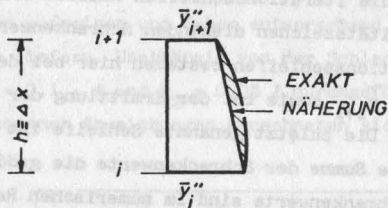


Bild 4.12: Veranschaulichung des Quadraturfehlers

Dieser Fehler, gewöhnlich als "Quadraturfehler" bezeichnet und hier mit  $Q_0$  benannt, muß in Abhängigkeit von der Schrittweite  $h$  abgeschätzt werden, wenn eine Aussage über die Genauigkeit der numerischen Rechnung gemacht werden soll. Ein Vergleich des Naherungsansatzes mit der Taylorformel gestattet diese Abschätzung [23].

Die exakte Lösung der Integration, als Taylor-Reihe dargestellt, lautet:

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h \cdot \bar{y}'_i + \frac{h^2}{2} \bar{y}''_i + \frac{h^3}{6} \bar{y}'''_i + \frac{h^4}{24} \bar{y}^{IV}_i \cdot \dots \quad (4.20)$$

Ein direkter Vergleich mit Gl. (4.18) ist erst möglich, wenn dort  $\bar{y}''_{i+1}$  durch eine Taylor-Reihe ersetzt worden ist. Mit

$$\bar{y}''_{i+1} = \bar{y}''_i + h \cdot \bar{y}'''_i + \frac{h^2}{2} \bar{y}^{IV}_i$$

in Gl. (4.18) ergibt:

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h \cdot \bar{y}'_i + \frac{h^2}{2} \bar{y}''_i + \frac{h^3}{6} \bar{y}'''_i + \frac{h^4}{12} \bar{y}^{IV}_i \quad (4.21)$$

Unter Vernachlässigung höherer Taylor-Glieder ergibt sich aus dem Vergleich von (4.20) mit (4.21) der Quadraturfehler zu:

$$Q_0 \approx \frac{1}{24} h^4 \cdot \bar{y}^{IV} \quad (4.22)$$

Der Quadraturfehler ist hier von der Ordnung  $h^4$ , d. h. bei Schrittverkleinerung geht  $Q_0$  annähernd wie  $h^4$  zurück.

Neben dem Quadraturfehler ist eine zweite Fehlerquelle zu beachten, die deshalb Bedeutung erlangt, weil die Intergration auf iterativem Wege erfolgt. Verlassen werden die Iterationsschleifen nämlich erst, wenn die als Ersatz für das Identitätszeichen dienenden Schrankenwerte unterschritten werden. Solche Iterationsschleifen bestehen hier bei der Berechnung der Verformungsordinaten  $\bar{y}_{i+1}$  sowie bei der Ermittlung der Krümmung zu vorgegebenen Schnittgrößen. Die zuletzt genannte Schleife ist der ersteren untergeordnet, so daß die Summe der Schrankenwerte die größtmögliche Abweichung liefert. Die Schrankenwerte sind im numerischen Rechengang als Momente definiert; ihre Summe sei mit  $\Delta M$  bezeichnet. Gegenüber  $\bar{y}_i$  kann die Verformungsordinate  $\bar{y}_{i+1}$  demnach den maximal möglichen Fehler von

$$Q_s = \frac{1}{2} \frac{\Delta M \cdot h^2}{(EI)_w} \quad (4.23)$$

erhalten.

Ein einfaches Verfahren zur Abschätzung des Fehlers, der durch die numerische Approximation in die Rechnung einfließt, beschreibt COLLATZ [21]. Hiernach ist die Integration der Differentialgleichung (4.16) mit zwei unterschied-

lich großen Schrittweiten  $h$  durchzuführen. Der Vergleich der Ergebnisse erlaubt es, eine Aussage über die erreichte Genauigkeit zu machen. Dieses Verfahren kann jedoch nur zutreffende Ergebnisse liefern, wenn  $Q_s$  gegenüber  $Q_0$  klein ist, weil eine Schrittverkleinerung lediglich für den Fehler- einfluß von  $Q_0$  eine Steigerung der Genauigkeit bedeutet. Die Schranken- werte  $\Delta M$  sind daher so gewählt worden, daß  $Q_s$  kleiner als  $\sim 0,03 Q_0$  wird. Mit

$\bar{y}_{l,1}$ : Kopfverschiebung mit der Schrittweite  $h$  errechnet,

$\bar{y}_{l,2}$ : Kopfverschiebung mit der Schrittweite  $0,5 h$  errechnet,

$k$ : Grad der Übereinstimmung zwischen Taylor-Reihe (4.20) und Näherungslösung (4.21); hier:  $k = 3$ ,

ergibt sich der Fehler  $\Delta \bar{y}_{l,1}$  näherungsweise nach [21] zu:

$$\Delta \bar{y}_{l,1} \approx \frac{\bar{y}_{l,1} - \bar{y}_{l,2}}{2^k - 1} \cdot 2^k \quad (4.24)$$

Die im folgenden mitgeteilten Fehlerwerte geben einen Anhalt für die Ge- nauigkeit der hier ermittelten Ergebnisse. Gleichzeitig liefern sie wich- tige Informationen für die Wahl der Schrittweite  $h$ . Die fehlerwerte ent- stammen Verformungslinien des Traglastzustandes, weil diese die stärksten Verkrümmungen aufweisen und daher entsprechend Bild 4.12 auch die größten Abweichungen liefern. Unabhängig von der Schlankheit  $\bar{\lambda}$  wurde die Integra- tion mit  $h_1 = 0,1 \cdot l$  und  $h_2 = 0,05 l$  durchgeführt. Die auf die Schritt- weite  $h_1$  bezogenen Abweichungen errechneten sich nach Gl. (4.24) zu:

$\bar{\lambda}$	5	10	15
$\frac{\Delta \bar{y}_{l,1}}{d}$	0,000.015	0,000.350	0,002.250

Aus diesen Daten kann man entnehmen, daß bis  $\bar{\lambda} = 15$  eine ausreichende Ge- nauigkeit mit  $h = 0,1 \cdot l$  erreichbar ist.



4.6 Der Weg zur Traglast, am Kräftespiel des Rollenlagers untersucht

Die Traglasten werden programmgesteuert berechnet. Die vereinfachten Flußdiagramme - getrennt nach Belastungsgeschichten - sind in den Anlagen 1 und 2 wiedergegeben. Kernstück der Traglastprogramme ist die Rollbedingung Gl. (2.6); sie steuert die Reihenfolge der Verschiebungsvorgänge des Pfeilerkopfes. Es ist daher zweckmäßig, das Aufsuchen des kritischen Überbauverschiebungsweges bzw. der kritischen Last über das Kräftegleichgewicht am Rollenlager zu verfolgen. Zunächst wird die Traglastberechnung nach BG 2 an einem mäßig schlanken Pfeiler erläutert.

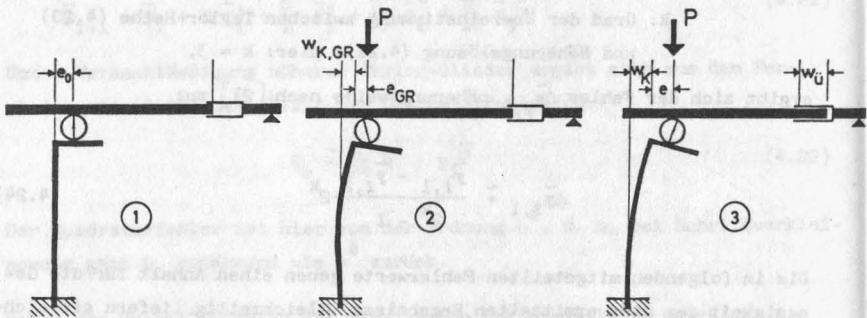


Bild 4.13: Pfeilerverformungsphasen bei BG 2

Man denke sich den eingespannten Pfeiler zunächst unbelastet (Phase ① in Bild 4.13); die Ausmittigkeit der Lagerrollen betrage  $e_0$ . Nachdem der Pfeiler über das Rollenlager die Grundlast  $P$  erhalten hat - währenddem verschiebe sich der Überbau nicht -, kann in der Regel ein neuer Pfeilerkopfverschiebungszustand beobachtet werden (Phase ② in Bild 4.13): hat der Pfeilerkopf eine Auslenkung um das Maß  $w_K$  in Richtung der Lastausmitte erhalten, so liefert Gl. (2.17) die zugehörige Ausmittigkeitsänderung. Die Lastausmitte reduziert sich wegen der Rollendrehung zu

$$e = e_0 - \frac{w_K}{2} \quad (4.25)$$

Der so gefundene Pfeilerverformungszustand - fernerhin als Grundzustand bezeichnet - wird vom Rollreibungsbeiwert, wie er im Moment der Lastaufbringung wirksam ist, bestimmt; er sei mit  $\mu_{L,GR}$  benannt und genüge der Bedingung

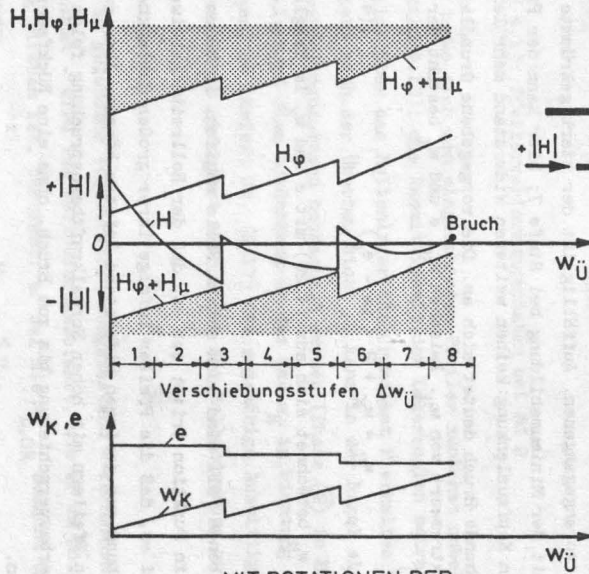
$$\mu_{L,GR} < \mu_L$$

Die zum Grundzustand gehörenden Horizontalkräfte  $H$ ,  $H_\varphi$  und  $H_\mu$  sowie die Ausmitte  $e$  und die Kopfverschiebung  $w_K$  sind im Bild 4.14 an der Stelle  $w_{\text{ü}} = 0$  aufgetragen. Die Überbauverschiebung wird nun in Schritten von  $\Delta w_{\text{ü}}$  eingeleitet (Phase ③ in Bild 4.13). Während der ersten Schritte findet keine Rollenrotation statt; der Pfeilerkopf folgt dem Verschiebungsweg. Dabei nimmt die zunächst stützend wirkende  $H$ -Kraft laufend ab und wechselt innerhalb der 2. Verschiebungsstufe das Vorzeichen (vergl. Bild 4.14). Die untere durch Schraffur abgegrenzte Kurve ( $H_\varphi + H_\mu$ ) beschreibt die vom Rollenlager maximal übertragbare Horizontalkraft. In dem Moment, in dem die Kurven  $H$  und ( $H_\varphi + H_\mu$ ) zusammentreffen - die dritte Verschiebungsstufe kann also nicht zu Ende geführt werden - setzt eine Rollenrotation ein, erkennbar in der Unstetigkeit der dargestellten Kurven. Mit der Rollenrotation ist eine Rückfederung des Pfeilerkopfes verbunden, die zum Stillstand kommt, wenn der Abbau von  $H$  so weit fortgeschritten ist, daß der bewegte Rollwiderstand zusammen mit  $H_\varphi$  einen statischen Gleichgewichtszustand am Rollenlager erzwingen kann. Der maximale Abstand der Kurven  $H_\varphi$  und ( $H_\varphi + H_\mu$ ) an der Sprungstelle gibt anschaulich die Größe des bewegten Rollwiderstandes wieder. Da voraussetzungs-gemäß der Überbau während des Rollvorganges in Ruhe bleibt, kann erst jetzt die 3. Verschiebungsstufe abgeschlossen werden. Die folgenden Stufen 4, 5 und 6 ähneln den vorangegangenen. Auffällig ist der stark gekrümmte Verlauf der  $H$ -Kurve mit der Minimumsbildung bei Stufe 7; hier kann der Pfeiler der zunehmenden Kopfauslenkung keinen weiteren Widerstand mehr leisten. Der bevorstehende Bruch deutet sich an. Die vorgegebene Grundlast ist Traglast zum Extremwert von  $w_{\text{ü}}$ . Zwischen  $w_{\text{ü}}$ ,  $e$  und  $w_K$  besteht der folgende Zusammenhang:

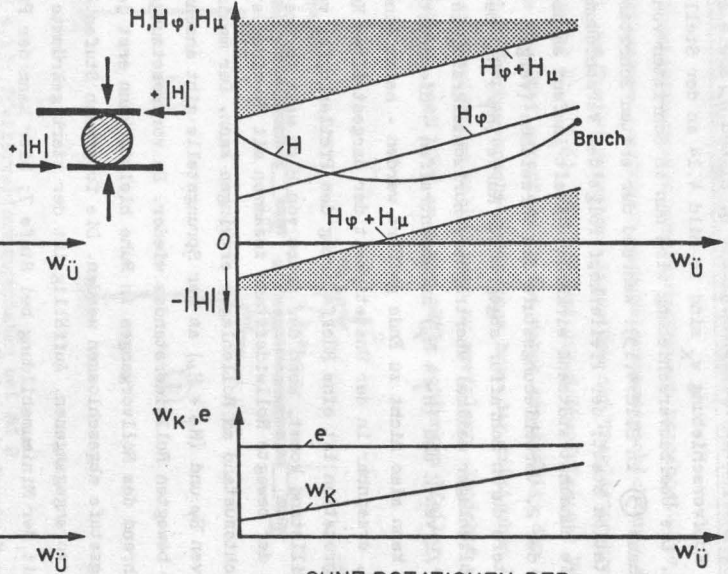
$$w_{\text{ü}} = w_K + 2 \cdot (e - e_0) \quad (4.26)$$

Der Extremwert von  $w_{\text{ü}}$  berechnet sich aus (4.26) mit  $e$  und  $w_K$  im Traglastzustand.

Neben dem beschriebenen Fall sind auch solche Fälle möglich, in denen das Rollenlager nicht in Funktion tritt; sei es, daß der Rollreibungsbeiwert  $\mu_L$  zu groß ist, sei es, daß die Pfeiler infolge ihrer großen Schlankheit einer Kopfverschiebung nur geringen Widerstand leisten können. Aber auch bei mäßig schlanken Pfeilern mit hoher Normalkraftbeanspruchung folgt der Pfeilerkopf der Überbauverschiebung bis zum Bruch, ohne eine Rückfederung ausführen zu können.



MIT ROTATIONEN DER LAGERROLLE



OHNE ROTATIONEN DER LAGERROLLE

BILD 4.14: KRÄFTE - UND VERSCHIEBUNGSSPIEL AM ROLLENLAGER BEI BG2 (qualitative Angaben)

Bild 4.14 rechts zeigt das hierzu typische Kräfte- und Verschiebungsspiel am Rollenlager. Im Gegensatz zum linken Bild haben die Kurven hier stetigen Verlauf.

Die Traglastermittlung auf der Grundlage der BG 1 hat einen zu BG 2 analogen Ablauf. Die einzelnen Phasen der Pfeilerverformung sind in Bild 4.15 zusammengestellt.

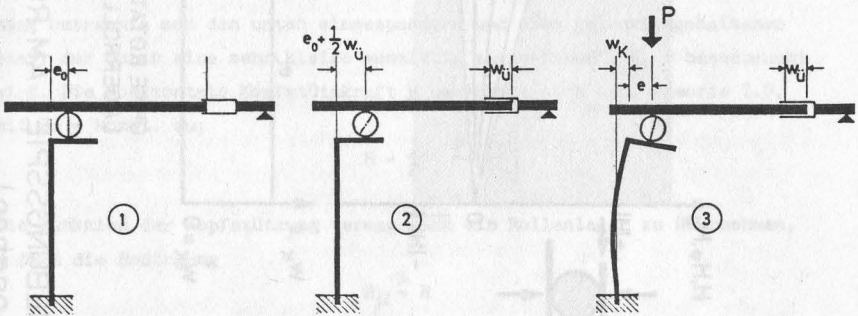


Bild 4.15: Pfeilerverformungsphasen bei BG 1

Das charakteristische Kräfte- und Verschiebungsspiel ist für den mäßig schlanken Pfeiler in Abhängigkeit der stufenweise eingetragenen Auflast  $P$  in Bild 4.16 aufgetragen. Während der ersten Laststufe  $\Delta P$  nimmt die zur Aufrechterhaltung des bestehenden Pfeilerkopfverschiebungszustandes notwendige Horizontalkraft  $H$  beträchtlich zu; sie kann aber noch nicht die der Rollbewegung widerstehende Kräftesumme ( $H_\varphi + H_\mu$ ), die ebenfalls aber langsamer wächst, übertreffen. Dies geschieht innerhalb der zweiten Laststufe, in der die  $H$ -Kurve in die schraffierte Randkurve stößt. Beim notwendigen Rollprozeß weicht der Pfeilerkopf in Richtung der Lastausmitte aus; mechanisch ist dieser Vorgang deutbar als "Spannen einer Feder", insofern nämlich, als durch die zunehmende Verkrümmung der Pfeilerachse eine erhöhte Rückfederkraft geweckt wird. Die Bereitstellung erhöhter Rückstellkräfte trägt zur Entlastung der Kopfstützkraft  $H$  bei, was durch die Sprungstellen zum Ausdruck kommt. Wie bei BG 2 sind die Versatzmaße an den Sprungstellen durch die Größe des bewegten Rollwiderstandes festgelegt. Nach Beendigung des 1. Rollvorganges kann der Restbetrag der zweiten

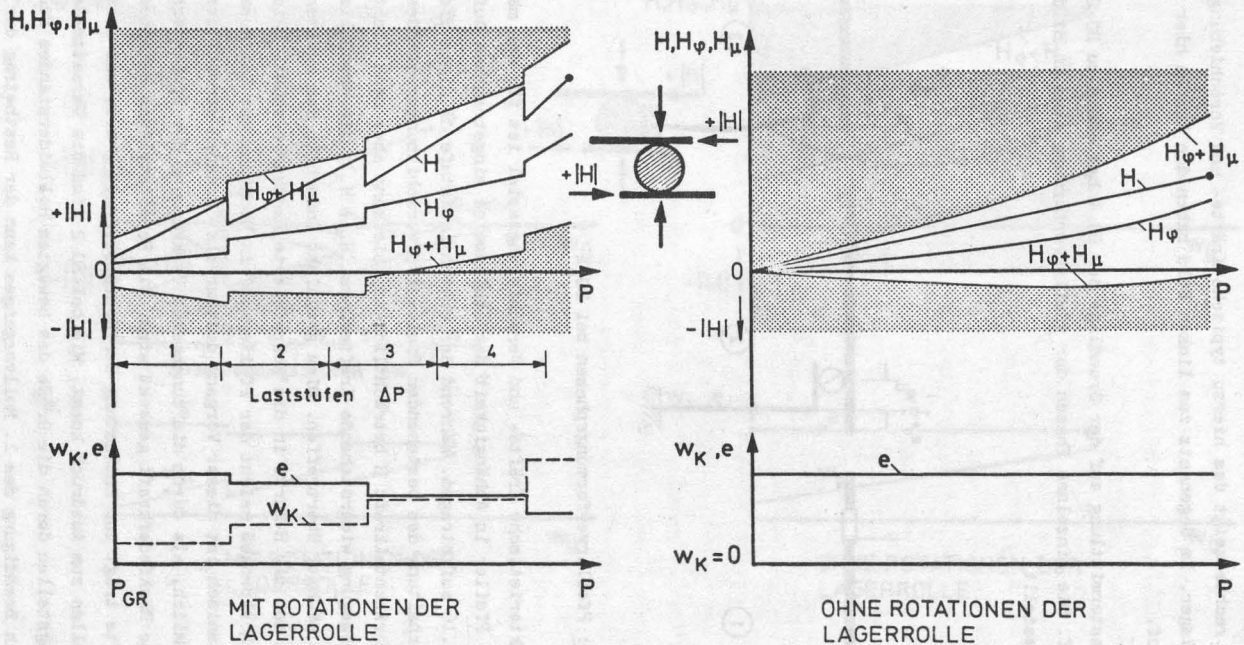


BILD 4.16: KRÄFTE -UND VERSCHIEBUNGSSPIEL AM ROLLENLAGER BEI BG 1 (qualitative Angaben)

Laststufe aufgebracht werden, ohne daß eine nochmalige Änderung des Pfeilerkopfverschlebungszustandes notwendig ist. Mit den folgenden Laststufen wiederholt sich der beschriebene Bewegungsablauf. Beachtenswert ist der relativ starke Anstieg der Kurven am Ende der 4. Laststufe. Er deutet den nahen Bruch an.

Auch hier gibt es Sonderfälle. Im Gegensatz zu BG 2 gelingt es für BG 1 auf einfache Weise, eine Beziehung aufzustellen, die solche Sonderfälle näherungsweise auszusondern gestattet. Zur Ableitung der gesuchten Beziehung betrachte man den unten eingespannten und oben gelenkig gehaltenen Stab, der durch eine sehr kleine ausmittig angreifende Last  $P$  beansprucht wird. Die horizontale Kopfstützkraft  $H$  berechnet sich nach Theorie I.O. mit  $EJ = \text{konst.}$  zu:

$$H = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot e}{l}$$

Die Funktion der Kopfstützung vermag auch ein Rollenlager zu übernehmen, sofern die Bedingung

$$H \mu > H$$

erfüllt ist. Mit Gl. (2.10) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \mu_L \cdot P &\geq \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot e}{l} \\ \frac{e}{d} &\leq \frac{2}{3} \mu_L \cdot \frac{l}{d} = \frac{2}{3} \mu_L \cdot \bar{\lambda} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Obwohl bei Berücksichtigung der Stabverformungen und der beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten der Betrag von  $H$  schneller zunimmt als oben angegeben, bleibt die Gültigkeit der Ungleichung (4.27) bestehen, weil der geometrische Stützbeitrag  $H_\varphi$  des Rollenlagers diese Erhöhung sicher auffängt. Ist also die Ungleichung (4.27) erfüllt, tritt das Rollenlager nicht in Funktion; der Pfeilerkopf erfährt keine Auslenkung. Das diesen Fall kennzeichnende Kräftespiel gibt Bild 4.16 rechts wieder.

Ein interessanter Fall tritt ein, wenn  $H_\varphi$  sehr viel schneller wächst als  $H$  (vergl. Bild 4.16 rechts). Dann muß unter Umständen der Rollenwiderstand aktiviert werden, um den Überschuß von  $H_\varphi$  zu eliminieren. Gelingt dies nicht, so verschiebt sich der Pfeilerkopf entgegengesetzt zur Lastausmitte. Diese ungewöhnliche Fall hat aber keine praktische Bedeutung, weil nur sehr schlanke Pfeiler und kleine Rollreibungswiderstände diese Wirkung haben.



Für den speziellen Fall sind in den Anlagen 3 und 4 die Kräfte- und Verschiebungsspiele getrennt nach Belastungsgeschichten dargestellt. Die besondere Bedeutung der geometrischen Rückstellkraft  $H_{\varphi}$  geht aus diesen Darstellungen klar hervor. Im Traglastzustand bei BG 1 liefert  $H_{\varphi}$  den weitaus größeren Anteil zur Aufnahme der Stützkraft  $H$ ; bei BG 2 ist sie der Grund dafür, daß - obwohl der Überbau in Richtung der Ausmittigkeit gezogen wird -  $H$  als Stützkraft wachsenden Einfluß erlangt. Dies Ergebnis verdient es, besonders betont zu werden.

#### 4.7 Traglastdarstellung

In der klassischen Stabilitätstheorie sind zwei Formen der Traglastdarstellung gebräuchlich:

- $\sigma_{\text{krit}} = f(m)$  mit  $\lambda$  als Scharparameter
- $\sigma_{\text{krit}} = f(\lambda)$  mit  $m$  als Scharparameter

Es bedeuten hierbei:

$$\sigma_{\text{krit}} = \frac{N_{\text{krit}}}{F_b}, \text{ die kritische Bezugsspannung;}$$

$$m = \frac{e}{K}, \text{ die auf die Kernweite bezogene Lastexzentrizität;}$$

$$\lambda = \frac{s_k}{i}, \text{ die Stabschlankheit;}$$

$$s_k = \text{Abstand der Wendepunkte der Knickbiegeline}$$

$$i = \text{Trägheitsradius des Querschnitts.}$$

Für das vorliegende Problem eignet sich keine dieser Darstellungsformen, weil die Rollenrotationen die bezogene Lastexzentrizität  $m$  ständig verändern. Zweckmäßigerweise wird hier die Traglast als Funktion der Überbauverschiebung  $w_{\ddot{u}}$  dargestellt, und zwar in bezogener Form:

$$n_{\text{krit}} = f(w_{\ddot{u}}/d)$$

$$\text{mit } n_{\text{krit}} = \frac{N_{\text{krit}}}{F_b \cdot \beta_R}.$$

## 5. Untersuchung des Einflusses einzelner Parameter auf die Traglast

### 5.1 Parameterübersicht

Eine Vielzahl von Parametern beeinflusst die Traglast von Brückenpfeilern mit Rollenlagern. Man kann vier maßgebende Parametergruppen unterscheiden:

- Pfeilergeometrie,
- Werkstoffeigenschaften,
- Rollreibungsbeiwerte des Lagers und
- Pfeilerbeanspruchung.

Aus der Gruppe "Pfeilergeometrie" werden der geometrische Bewehrungsgehalt und die Pfeilerschlankheit variiert. Die Pfeilerschlankheit ist in den folgenden Diagrammen als Verhältnis der Pfeilerhöhe  $l$  zur Querschnittsabmessung in Knickrichtung  $d$  definiert und mit  $\bar{\lambda}$  bezeichnet:

$$\bar{\lambda} = \frac{l}{d} \quad (5.1)$$

Die hier untersuchten Schlankheitsverhältnisse finden nach "oben" eine natürliche Grenze, vergl. Abschnitt 5.3. Dann nämlich, wenn bei der Traglastermittlung die Lagerrolle keine Rotationsbewegungen mehr ausführt, sind die interessierenden Schlankheitsverhältnisse bereits überschritten, und es wäre widersinnig, hier Rollenlager zu verwenden.

Aus der Gruppe "Werkstoffeigenschaften" wird lediglich der Rechenwert der Betonfestigkeit  $\beta_R$  - also die Betongüte - variiert. Zusammen mit dem geometrischen Bewehrungsgehalt wird  $\beta_R$  zum Parameter "mechanischer Bewehrungsgehalt" nach Gl. (5.2) vereinigt.

$$\omega = \omega' = \frac{F_e \cdot \beta_s}{F_b \cdot \beta_R} \quad (5.2)$$

Die Gruppe der Rollreibungsbeiwerte besitzt drei Einzelparameter. Wichtigste Einflußgröße ist der Ruhe-Rollreibungsbeiwert  $\mu_L$ ; weiter wird zu untersuchen sein, inwieweit der den Grundzustand festlegende Rollreibungsbeiwert  $\mu_{L,GR}$  und der Rollreibungsbeiwert bei Bewegung  $\mu_{LR}$  die Traglasten beeinflussen werden.

Aus der Gruppe "Pfeilerbeanspruchung" soll ausführlich nur über den Einfluß der bezogenen Rollenexzentrizität  $e_0/d$ , die vor Beginn der Belastungsgeschichten wirke, berichtet werden. Im Abschnitt 9 wird abschätzend der Einfluß einer Querbelastung (Wind) sowie der Einfluß der Baugrundelastizität untersucht.

## 5.2 Rollreibungsbeiwerte des Lagers

Für spezielle, bauaufsichtlich zugelassene Rollenlagerkonstruktionen sind zwar Versuche zur Bestimmung des Ruhe-Rollreibungsbeiwertes  $\mu_L$  durchgeführt worden [6, 7, 8], Angaben über die Größe des Rollreibungsbeiwertes bei Bewegung  $\mu_{LR}$ , die aufgrund vereinfachender Rechenannahmen bislang ohne Bedeutung waren, fehlen hingegen. Bevor man sich jedoch der Mühe unterzieht, genauere Erkundigungen über  $\mu_{LR}$  anzustellen, sollte geprüft werden, ob der Einfluß dieses Parameters auf die Traglasten den Aufwand genauerer Untersuchungen rechtfertigt. Zunächst wird daher für  $\mu_{LR}$  ein sinnvoller Wert gewählt.

$$\mu_{LR} = \mu_L - 0,005 \quad (5.3)$$

Später (Abschnitt 5.2.2) wird durch Variation desselben die Einflußnahme auf die Traglasten studiert. Zwei Forderungen bestimmten die Wahl von  $\mu_{LR}$ :

- Der numerische Rechenaufwand muß in erträglichen Grenzen bleiben. Wird nämlich die Differenz  $(\mu_L - \mu_{LR})$  als kleine Größe vorgegeben, so erhöht sich mit der Anzahl der Unstetigkeitsstellen (s. Anlagen 3 und 4) auch der numerische Aufwand.
- Die Differenz  $(\mu_L - \mu_{LR})$  sollte im praktisch möglichen Bereich liegen, der aufgrund der Versuchsergebnisse in [6, 7, 8] abschätzbar ist. Zur Beurteilung der bauaufsichtlich zugelassenen Ruhe-Rollreibungsbeiwerte  $\mu_L$  muß man wissen, daß in diesen Werten erhebliche Zuschläge für Verschmutzung, für Einbaufehler und für Korrosion enthalten sind. Haben sowohl Verschmutzung als auch Korrosion alle Lagerteile in gleichem Maße befallen, was hier vorausgesetzt sei, dann wachsen näherungsweise  $\mu_L$  und  $\mu_{LR}$  um den gleichen Betrag, womit  $(\mu_L - \mu_{LR})$  also unbeeinflusst bleibt. Der Betrag der Differenz wird demnach im wesentlichen von der Reibungscharakteristik (vergl. Abschnitt 2.3.1) bestimmt.

Auch für den Rollreibungsbeiwert  $\mu_{L,GR}$ , der zur Festlegung des Grundzustandes der Pfeilerverformung für BG 2 definiert wurde, gilt es, vorab einen vernünftigen Rechenwert zu finden. Im Abschnitt 5.2.3 wird durch Variation von  $\mu_{L,GR}$  die Einflußnahme auf die Traglasten untersucht. Als Rechenwert wird

$$\mu_{L,GR} = 0,005$$

gewählt. Dieser Wert ist relativ gering. Er soll zum Ausdruck bringen, daß die Lagerteile bei Ingebrauchnahme noch weitgehend frei von Korrosions- und Schmutzbefall sind.

Die Traglastberechnung nach BG 1 ist theoretisch ohne die Hilfe von  $\mu_{L,GR}$  möglich. Im Falle, daß die Ungleichung (4.27) erfüllt ist und somit kein Rollvorgang während der Laststeigerung stattfindet, sind die gesuchten Traglasten mit denjenigen des kopfgehaltenen und zwängungsfreien Pfeilers identisch. Im Falle  $e/d > \frac{2}{3} \mu_L \cdot \bar{\lambda}$  ist es aus rechentechnischen Gründen sinnvoll, die Laststeigerung von einem definierten Grundzustand aus beginnen zu lassen. Hier genügt aber nicht die Angabe von  $\mu_{L,GR}$  alleine; die bezogene Grundlast  $\pi_{GR}$  muß zusätzlich definiert werden.

### 5.2.1 Ruhe-Rollreibungsbeiwert $\mu_L$

In den Bildern 5.1 und 5.2 sind für konstante Werte  $\omega$ ,  $\bar{\lambda}$ ,  $e_0/d$ ,  $\mu_{LR}$  und  $\mu_{L,GR}$  die Traglastkurven getrennt nach Belastungsgeschichten dargestellt. Es wird als ausreichend angesehen, lediglich die Daten von 3 verschiedenen Parameterwerten  $\mu_L$  - nämlich für 0,01, 0,02 und 0,03 - auszugeben, zumal diese den praktischen Bereich gut überstreichen. Charakteristisch ist für beide Belastungsgeschichten, daß die Parameterkurven bei kleinen Überbauverschiebungen  $w_{ü}$  zunächst zusammenfallen, um dann je nach Größe von  $\mu_L$  von der gestrichelten Grundkurve abzuzweigen. Die Grundkurve kennzeichnet diejenigen Traglasten, zu deren Berechnung vom lastfreien Zustand (BG 1) bzw. vom Grundzustand (BG 2) aus Rotationsvorgänge am Rollenlager nicht notwendig sind; sie gilt deshalb für alle Parameter  $\mu_L$ , weil die Laststeigerung bzw. die Überbauverschiebung von jeweils einheitlichen Pfeilerkopfverschiebungszuständen aus beginnt. Optisch wird demnach die Stelle, an der das Rollenlager seine eigentliche Funktion aufzunehmen beginnt, durch eine Unstetigkeit in der Traglastkurve angezeigt.

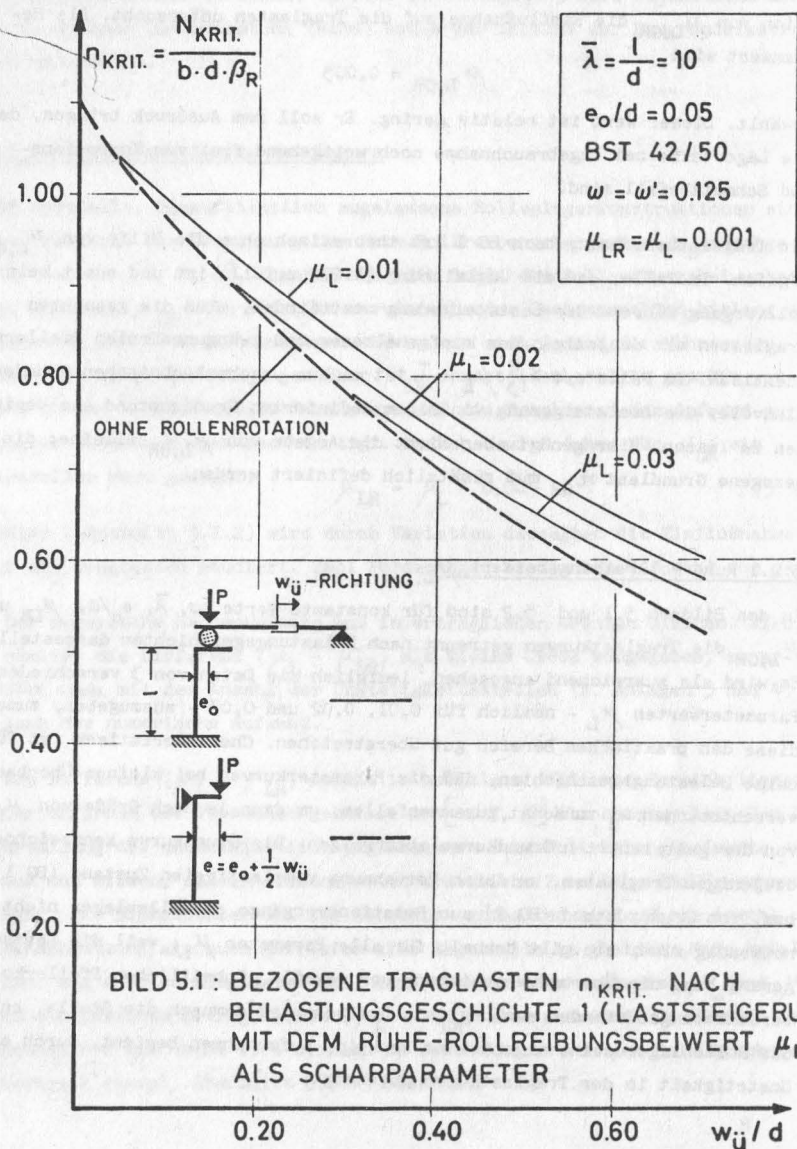
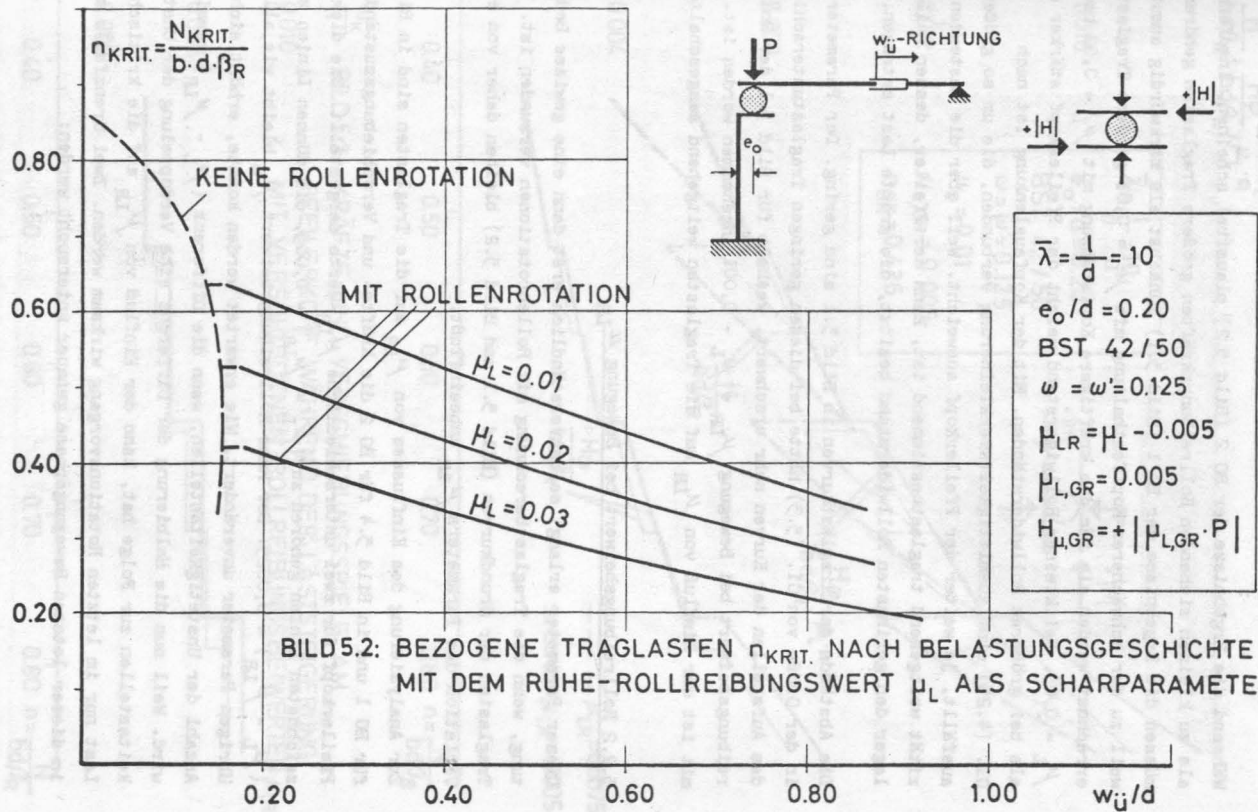


BILD 5.1: BEZOGENE TRAGLASTEN  $\eta_{KRIT.}$  NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 1 (LASTSTEIGERUNG) MIT DEM RUHE-ROLLREIBUNGSBEIWERT  $\mu_L$  ALS SCHARPARAMETER





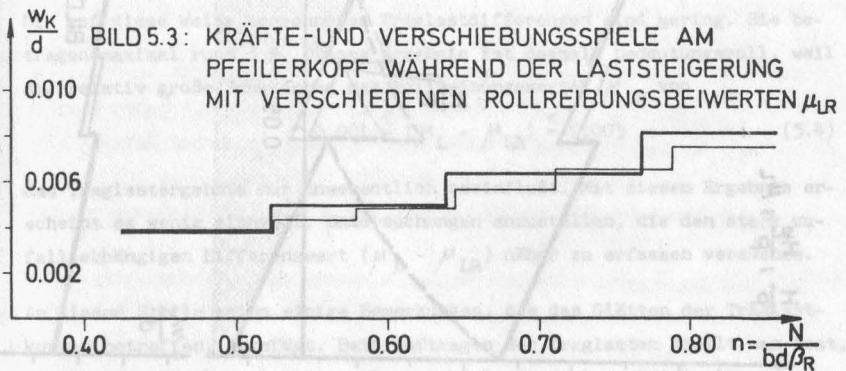
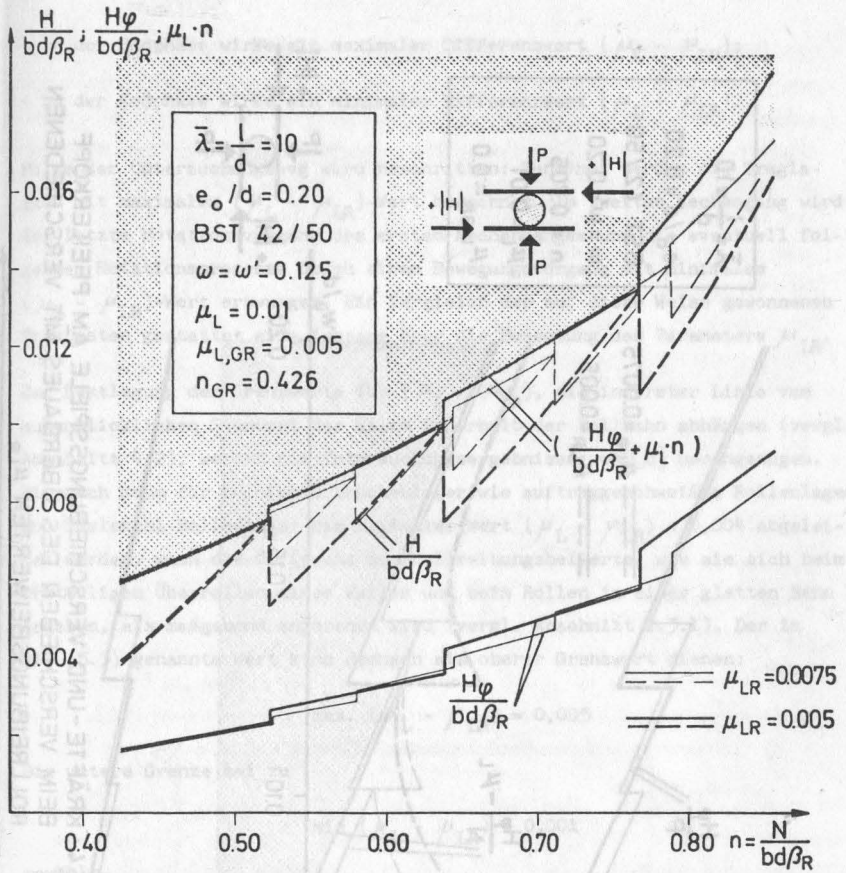
Während die Ergebnisse der BG 2 (Bild 5.2) plausibel scheinen, insofern als zu kleinen ziehenden Rollreibungskräften größere Traglasten gehören, müssen die Ergebnisse der BG 1 (Bild 5.1) zunächst als merkwürdig anmuten, weil zu der schwächeren Kopffesthaltung mit  $\mu_L = 0,01$  größere Traglasten errechnet wurden als für die kräftigere Kopfstützung mit  $\mu_L = 0,02$  bzw.  $\mu_L = 0,03$ . Bei kleinem Rollwiderstand weicht der Pfeilerkopf stärker aus als bei größeren Rollwiderständen. Mit der Kopfauslenkung ist nach Gl. (4.25) eine Ausmittigkeitsverkleinerung verbunden, die um so größer ausfällt, je weiter der Pfeilerkopf ausweicht. Weil aber die Lastexzentrizität weitgehend traglastbestimmend ist, kann der Pfeiler, dessen Rollenlager den geringsten Rollwiderstand besitzt, die größte Last ertragen.

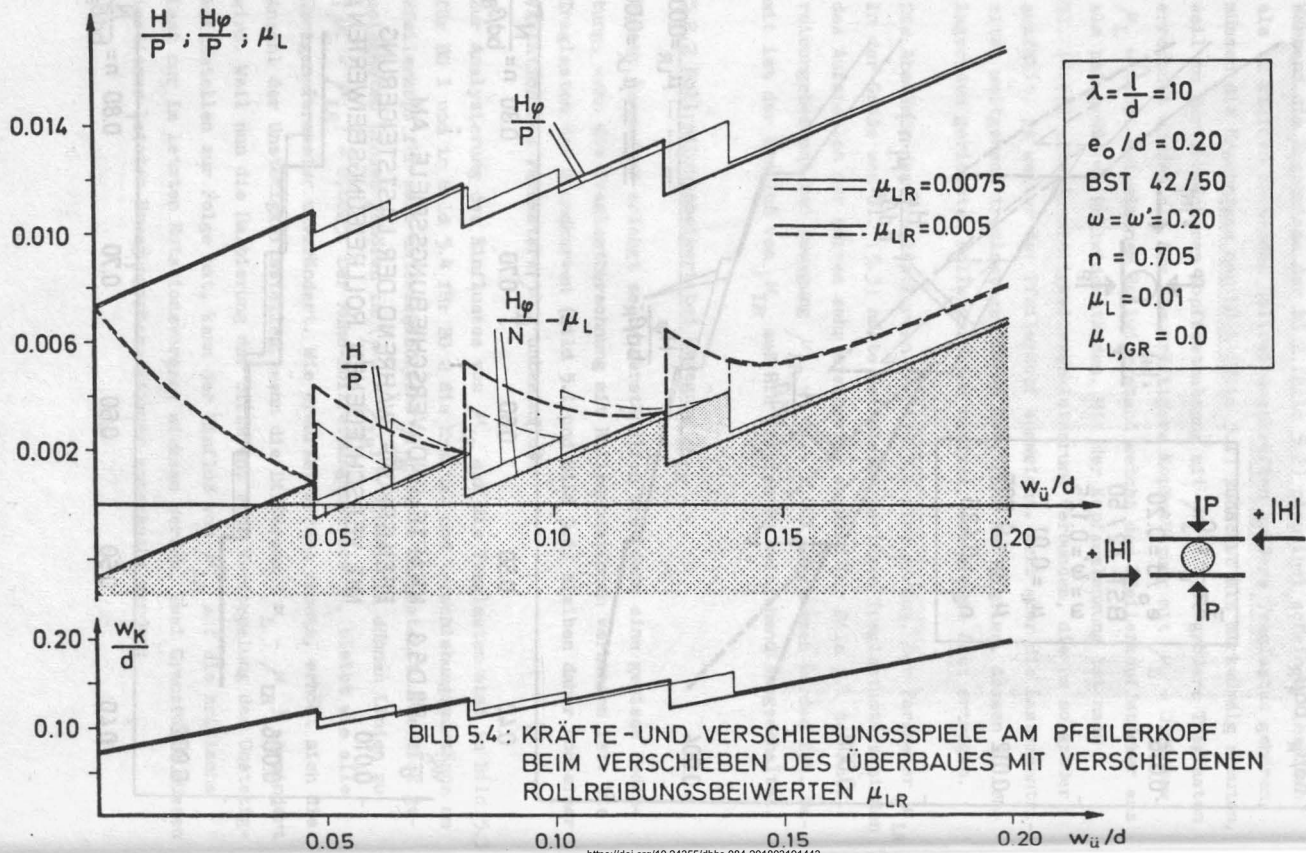
Die Abstände der Traglastkurven in Bild 5.1 sind gering. Der Parameter  $\mu_{LR}$  in der Größe von Gl. (5.3) hätte bei diesen geringen Traglastunterschieden das Aufstellen der Kurven sehr erschwert, weshalb für Bild 5.1 der Rollreibungsbeiwert bei Bewegung  $\mu_{LR} = \mu_L - 0,001$  angenommen worden ist. Damit ist der Einfluß von  $\mu_{LR}$  auf die Traglasten weitgehend ausgeschaltet.

### 5.2.2 Rollreibungsbeiwert bei Bewegung $\mu_{LR}$

Dieser Parameter erlangt selbstverständlich erst dann eine gewisse Bedeutung, wenn die Traglastberechnung mit Rollenrotationen verbunden ist. Die Traglasten der Grundkurven (Bild 5.1 und Bild 5.2) bleiben daher von einer Variation des Parameters  $\mu_{LR}$  unbeeinflusst.

Zur Analysierung des Einflusses von  $\mu_{LR}$  auf die Traglasten sind in Bild 5.3 für BG 1 und in Bild 5.4 für BG 2 die Kräfte- und Verschiebungszustände am Pfeilerkopf für zwei unterschiedliche  $\mu_{LR}$ -Werte dargestellt. Die dick gezeichneten Linien gehören zu  $(\mu_L - \mu_{LR}) = 0,005$ , die dünnen Linien zu  $(\mu_L - \mu_{LR}) = 0,0025$ . Der Ruhe-Rollreibungsbeiwert  $\mu_L$  bleibt wie alle übrigen Parameter unverändert. Wie erwartet werden konnte, erhöht sich die Anzahl der Unstetigkeitsstellen, wenn die Differenz  $(\mu_L - \mu_{LR})$  vermindert wird. Weil nun die Halbierung der Differenz eine Verdoppelung der Unstetigkeitsstellen zur Folge hat, kann der Einfluß von  $\mu_{LR}$  auf die kritische Last nur im letzten Rotationsvorgang wirksam werden. Zwei Grenzfälle müssen in dieser letzten Bewegungsphase genauer untersucht werden:





- in der Endphase wirke ein maximaler Differenzwert  $(\mu_L - \mu_{LR})$ ;
- in der Endphase wirke ein minimaler Differenzwert  $(\mu_L - \mu_{LR})$ .

Folgender Untersuchungsweg wird beschritten: Zunächst werden die Traglasten mit maximalem  $(\mu_L - \mu_{LR})$ -Wert berechnet. Im zweiten Rechengang wird der letzte Rotationsvorgang des ersten Rechenganges und die eventuell folgenden Rotationsprozesse durch einen Bewegungsvorgang mit minimalem  $(\mu_L - \mu_{LR})$ -Wert erzwungen. Ein Vergleich der auf diese Weise gewonnenen Traglasten gestattet eine Aussage über die Bedeutung des Parameters  $\mu_{LR}$ .

Zur Festlegung der Grenzwerte für  $(\mu_L - \mu_{LR})$ , die in erster Linie vom augenblicklichen Standort der Walze innerhalb der Rollbahn abhängen (vergl. Abschnitt 4.2), werden die Untersuchungsergebnisse von [8] herangezogen. Hiernach kann für hochfeste Brückenlager wie auftraggeschweißte Rollenlager und Edelstahl-Rollenlager ein maximaler Wert  $(\mu_L - \mu_{LR}) = 0,004$  abgeleitet werden, wenn die Differenz der Rollreibungskoeffizienten, wie sie sich beim erstmaligen Überrollen eines Walles und beim Rollen in einer glatten Bahn ergeben, als maßgebend angesehen wird (vergl. Abschnitt 2.3.1). Der in Gl. (5.3) genannte Wert kann demnach als oberer Grenzwert dienen:

$$\max. (\mu_L - \mu_{LR}) = 0,005$$

Die untere Grenze sei zu

$$\min (\mu_L - \mu_{LR}) = 0,001$$

gewählt.

Die auf diese Weise berechneten Traglastdifferenzen sind gering. Sie betragen maximal rund 3 %. Dieses Ergebnis ist deshalb bedeutungsvoll, weil die relativ große Schwankung des Rollreibungswertes  $\mu_{LR}$  von

$$0,001 \leq (\mu_L - \mu_{LR}) \leq 0,005 \quad (5.4)$$

das Traglastergebnis nur unwesentlich beeinflusst. Mit diesem Ergebnis erscheint es wenig sinnvoll, Untersuchungen anzustellen, die den stark zufallsabhängigen Differenzwert  $(\mu_L - \mu_{LR})$  näher zu erfassen versuchen.

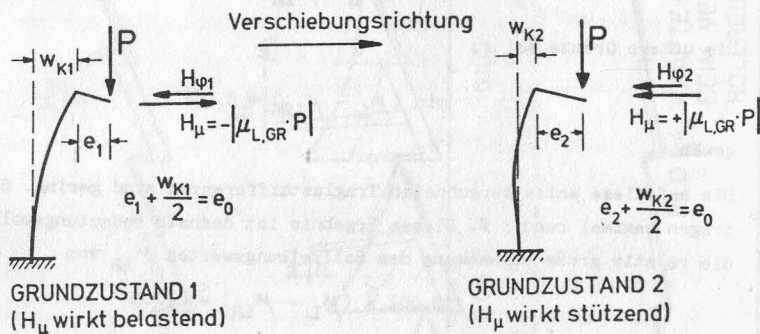
An dieser Stelle seien einige Bemerkungen, die das Glätten der Traglastkurven betreffen, angefügt. Beim Auftragen der Traglasten stellt man fest, daß die Traglastkurven keinen glatten Verlauf ergeben. Die Amplituden der

Welligkeit nehmen mit der Schlankheit zu. Die Welligkeit hat zufallsbedingten Charakter; sie entsteht dadurch, daß in der Endphase der Belastungsgeschichten in manchen Fällen gerade noch ein Rollvorgang "erwischt" wird, während in anderen Fällen dieser Rollvorgang gerade nicht mehr möglich ist. Die mit dem letzten Rollvorgang verbundene Änderung der Rollenezzenzrität ist daher ein Maß der möglichen Streuung der errechneten Traglasten. Die hier wiedergegebenen Kurven haben eine Glättung "zur sicheren Seite" hin erfahren.

### 5.2.3 Rollreibungsbeiwert $\mu_{L,GR}$ zur Festlegung des Grundzustandes

#### 5.2.3.1 Einfluß des Parameters $\mu_{L,GR}$ auf die Traglasten bei Belastungsgeschichte 2:

Der Rollreibungsbeiwert  $\mu_{L,GR}$  legt laut Definition einen bestimmten Grundzustand der Pfeilerverformung fest, von dem aus die Überbauverschiebung beginnt. Ausgehend von Phase (1) in Bild 4.13 sind in Bild 5.5 die Pfeilerverformungen mit unterschiedlich großen  $\mu_{L,GR}$ -Werten anschaulich wiedergegeben.



**Bild 5.5:** Pfeilerverformungen bei unterschiedlich definierten Grundzuständen

Beim Grundzustand 1 wirkt die Rollreibungskraft in Richtung der Lastausmitte. Die Pfeilerkopfverschiebung ist in diesem Falle größer als im Grundzustand 2, bei welchem die Rollreibungskraft stützende Funktion besitzt. Mit Gl. (4.25) erhält man - gleiches  $e_0$  vorausgesetzt -  $e_1 < e_2$ .

Charakteristisches Merkmal der Traglastkurven von Pfeilern mit Rollenlagern ist die Unstetigkeitsstelle (vergl. Schnitt 5.2.1), wobei Traglasten rechts von dieser Stelle durch Rotationsbewegungen der Lagerrolle während der Überbauverschiebung vom Grundzustand aus gekennzeichnet sind. Diese Unstetigkeitsstelle hat eine wichtige Aussagekraft für die Interpretation der Traglastkurven, die den Rollreibungsbeiwert des Grundzustandes  $\mu_{L,GR}$  als Scharparameter besitzen; so gefundene Traglastkurven sind in Bild 5.6 dargestellt. Die Traglastkurven fallen nämlich zusammen, sobald alle Unstetigkeitsstellen links vom betrachteten Abszissenwert  $w_{ü}/d$  liegen. Mit anderen Worten: Traglasten von verschiedenen Grundzuständen aus berechnet sind dann identisch, wenn Rollenrotationen während der Überbauverschiebung die unterschiedlichen Pfeilerkopfverschiebungen der Grundzustände ausgleichen können.

Dieses Ergebnis ist äußerst wertvoll, weil es den numerischen Aufwand der Traglastberechnung ganz erheblich vermindert. Beispielsweise muß die Berechnung des maximalen Verschiebungsweges bei kleiner bezogener Normalkraft nicht mit  $w_{ü}/d = 0$  begonnen werden. Es kann vielmehr ein passender, primär von  $\bar{\lambda}$  abhängiger Schätzwert  $w_{ü}$  benutzt werden; die Gültigkeit der Schätzung bedarf allerdings der späteren Überprüfung, ob zur Berechnung des kritischen Verschiebungsweges  $\max. w_{ü}$  mindestens ein Rollprozeß stattgefunden hat. In Anlage 4 ist ein gültiger Schätzwert eingetragen.

Die Traglastunterschiede links der Unstetigkeitsstellen lassen sich am besten anhand von Bild 5.5 erläutern. Nahezu unabhängig vom gewählten Grundzustand besitzt der betrachtete Stab ein kritisches Kopfverschiebungsmaß  $w_K$ , bei welchem der Bruch eintritt. Der Abstand der Kopfverschiebung  $w_{K1}$  bzw.  $w_{K2}$  zu diesem kritischen Verschiebungswert ist ein direktes Maß für die noch mögliche Überbauverschiebung, wenn Rollprozesse nicht stattfinden. Weil  $w_{K1}$  größer ist als  $w_{K2}$ , gehört zum Grundzustand 1 daher die kleinere, maximal mögliche Überbauverschiebung. Auf die Verhältnisse des Bildes 5.6 übertragen heißt dies: Die positive Rollreibungskraft  $H \mu_{L,GR}$  die Grundzustand 2 entspricht, muß die größten Traglasten liefern.

### 5.2.3.2 Einfluß des Parameters $\mu_{L,GR}$ in Verbindung mit $n_{GR}$ auf die Traglasten bei Belastungsgeschichte 1:

Im Falle der BG 1 sind die Traglasten, die ohne einen Rollprozeß am Rollenlager errechnet werden, abgrenzbar (vergl. Abschnitt 4.6). Die Berechnung



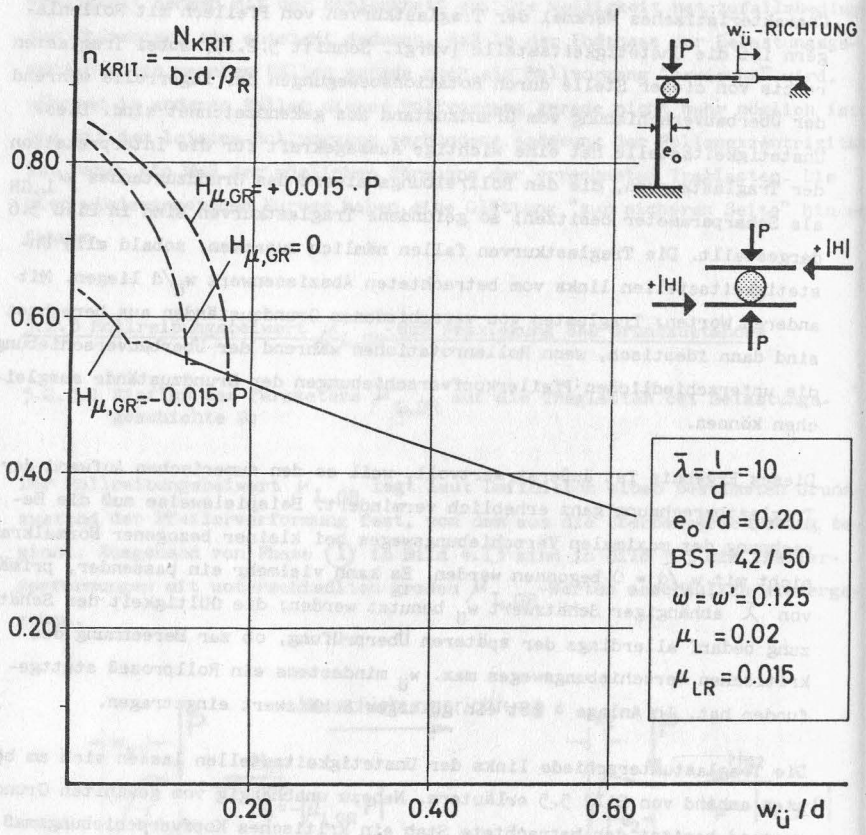


BILD 5.6: BEZOGENE TRAGLASTEN  $n_{KRIT.}$  NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 2 (ÜBERBAUVERSCHIEBUNG) VON VERSCHIEDENEN GRUNDZUSTÄNDEN AUS BERECHNET.

der übrigen Traglasten mit  $(e_0 + \frac{1}{2} w_{II}) > \frac{2}{3} \cdot \mu_L \cdot \bar{\lambda}$  läßt man zwecks Abkürzung der Numerik von einem geschätzten Grundzustand  $(\mu_{L,GR}; \eta_{GR})$  aus beginnen. Wie bei BG 2 (vergl. Abschnitt 5.2.3.1) ist die Unabhängigkeit der errechneten Traglasten vom geschätzten Grundzustand gegeben, wenn mindestens ein Rollprozeß während der Laststeigerung stattgefunden hat. In Anlage 3 ist ein möglicher geschätzter Grundzustand eingetragen.

### 5.3 Pfeilerschlankheit $\bar{\lambda}$

In welchem Maße die Traglasten durch die Pfeilerschlankheit  $\bar{\lambda}$  beeinflusst werden, zeigen Bild 5.7 für BG 1 und Bild 5.8 für BG 2. Während die Traglastkurven nach BG 1 dicht beieinanderliegen, läßt  $\bar{\lambda}$  die Traglastkurven nach BG 2 in weiten Grenzen schwanken. In Bild 5.8 fallen besonders die mit  $\bar{\lambda}$  zunehmenden Ausbauchungen der Grundkurven auf.

Bemerkenswert ist der Verlauf der Traglastkurve für  $\bar{\lambda} = 20$  (Bild 5.8). Da diese Kurve keine Unstetigkeitsstelle aufweist, könnte für den Traglastnachweis das Rollenlager durch ein festes Lager ersetzt werden. Dieses Ergebnis ist nicht etwa auf den relativ großen Rollreibungsbeiwert von  $\mu_L = 0,03$ , der diesem Diagramm zugrunde liegt, zurückzuführen. Auch mit  $\mu_L = 0,01$  erfährt der dargestellte Kurvenast keine Veränderung. Mit  $\bar{\lambda} = 20$  ist vielmehr eine Pfeilerschlankheit erreicht, bei der der Widerstand gegen horizontale Kopfverschiebungen so gering geworden ist, daß sogar kleine Reibungskräfte genügen, eine Relativverschiebung zwischen Pfeilerkopf und Überbau zu verhindern. Die eingangs (vergl. Abschnitt 5.1) erwähnte, obere, sich natürlich einstellende Schlankheitsgrenze ist kleiner als  $\bar{\lambda} = 20$ . Im praktischen Teil dieser Arbeit, der mit Abschnitt 6 beginnt, wird als obere Schlankheitsgrenze  $\bar{\lambda} = 15$  festgelegt. Oberhalb dieser Schlankheitsgrenze kann es nur in extremen Ausnahmefällen wie "sehr große Verschiebungswerte bei kleinen bezogenen Auflasten" sinnvoll sein, Rollenlager zu verwenden.

Ein scheinbarer Widerspruch ähnlicher Art wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben ist auch in Bild 5.7 zu beobachten. Die rechts der Unstetigkeitsstellen durchgehend gezeichneten Kurvenäste mit großen Schlankheiten  $\bar{\lambda}$  liegen teilweise über denen mit kleineren Schlankheiten. Die schlankeren Pfeiler erhalten größere Kopfverschiebungen, womit zwangsläufig größere Rückrollwege - im Endeffekt also kleinere Rollenausmittigkeiten - zustande kommen, die letztlich zu höheren Traglasten führen.

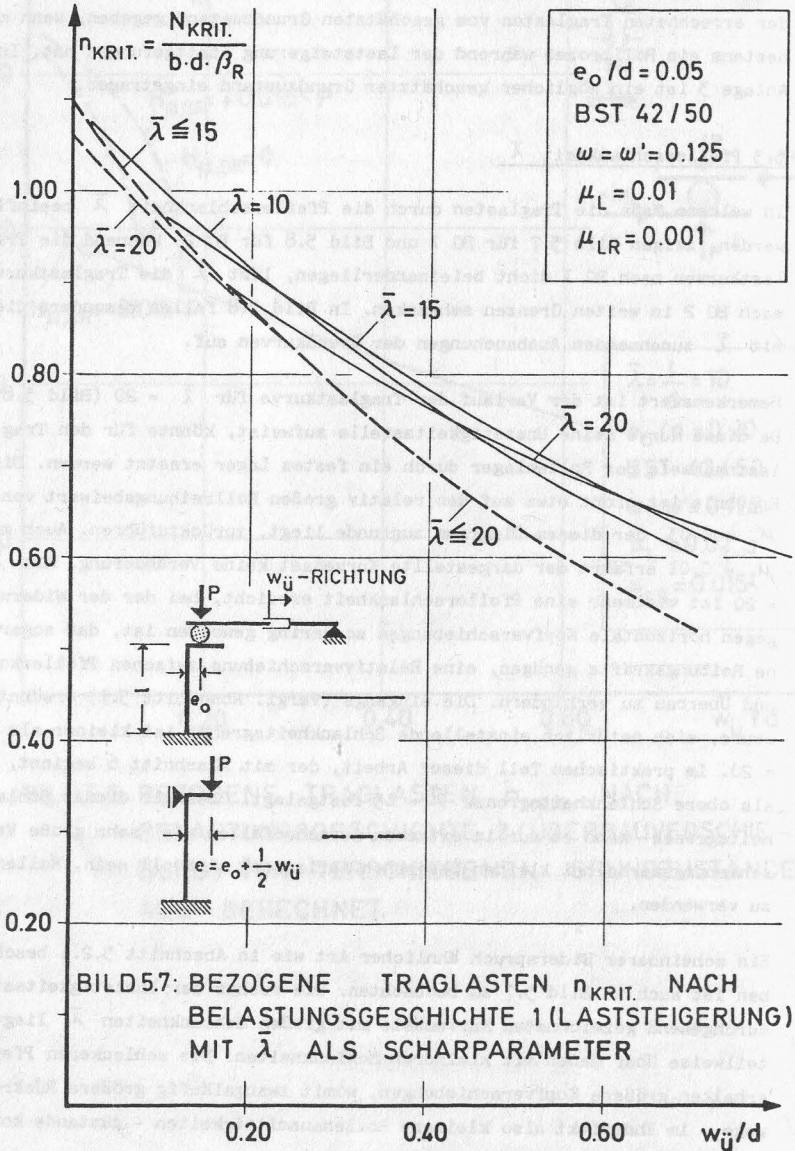
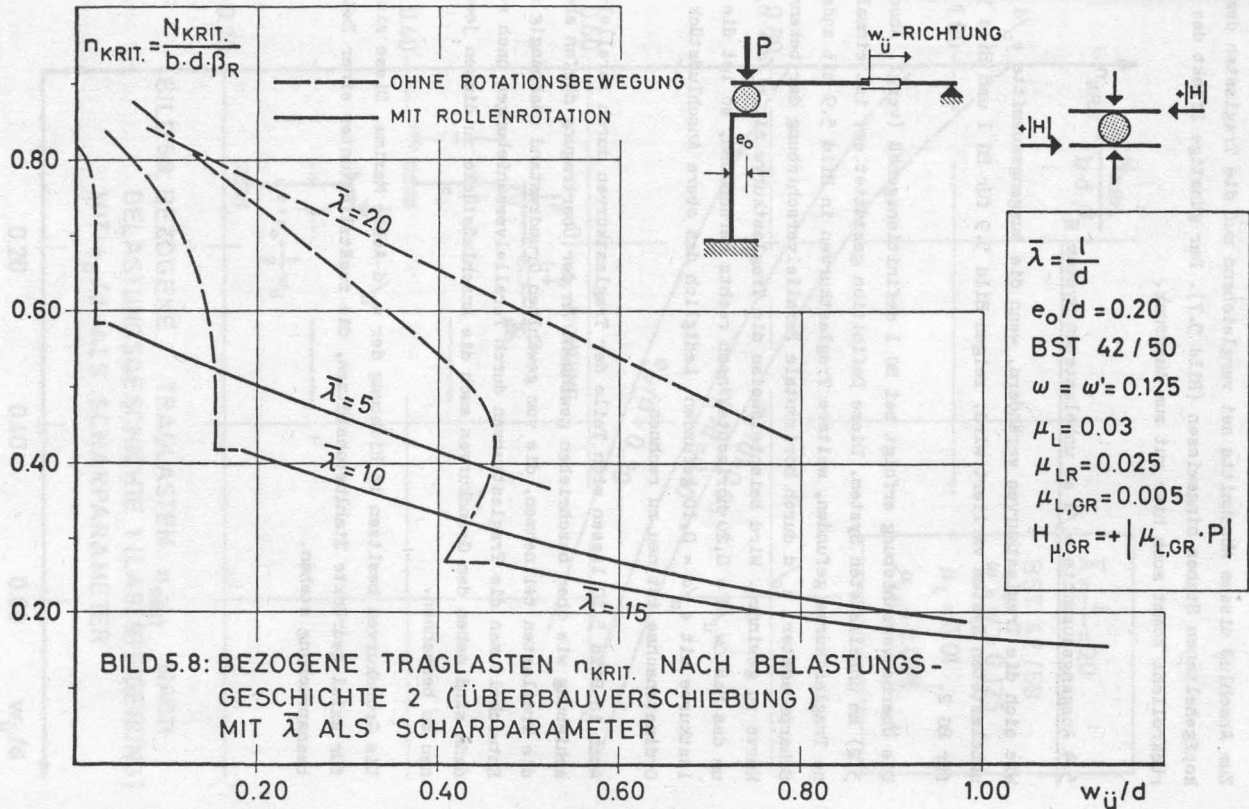


BILD 5.7: BEZOGENE TRAGLASTEN  $n_{KRIT.}$  NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 1 (LASTSTEIGERUNG) MIT  $\bar{\lambda}$  ALS SCHARPARAMETER



Zum Abschluß dieses Abschnitts sei vergleichend auf die Traglasten des kopfgehaltenen Stabes hingewiesen (Bild 5.7). Der günstige Effekt des Zurückrollens kommt auch hier gut zum Ausdruck.

#### 5.4 Ausgangsausmitte $e_o/d$ am unbelasteten System

Wie sich die Traglastkurven verändern, wenn die Ausgangsausmitte  $e_o/d$  am unbelasteten System variiert wird, zeigen Bild 5.9 für BG 1 und Bild 5.10 für BG 2.

Die Überbauverschiebung erfolgt bei BG 1 definitionsgemäß (vergl. Abschnitt 3.2) am unbelasteten System. Diese Definition gestattet es, ist einmal eine Traglastkurve gefunden, weitere Traglastkurven in Bild 5.9 mit anderem Scharparameter  $e_o/d$  durch horizontale Parallelverschiebung der bekannten Kurve zu gewinnen. Wird beispielsweise die Traglastkurve mit  $e_o/d = 0,20$  um das Maß  $\Delta w_u/d = 0,20$  horizontal nach rechts verschoben, so ist die Traglastkurve mit  $e_o/d = 0,10$  gefunden. Lediglich das obere Anschlußstück zur Ordinatenachse ist neu zu rechnen.

Auch in Bild 5.10 lassen sich Teile der Traglastkurven durch Parallelverschiebung wie oben beschrieben gewinnen. An der Übertragung dürfen aber nur die Traglasten teilnehmen, die vom gewählten Grundzustand unabhängig sind. Entwickelt man die Traglastkurven durch Parallelverschiebungen nach rechts, dann sind neben den Grundkurven auch die Anschlußstücke zu diesen jeweils neu zu berechnen.

Die Grundkurven besitzen in Richtung der  $w_u/d$ -Achse Maxima. Diese sind typisch für axial gedrückte Stahlbetonstützen, die zusätzlich unter einer Zwängungsbeanspruchung stehen.

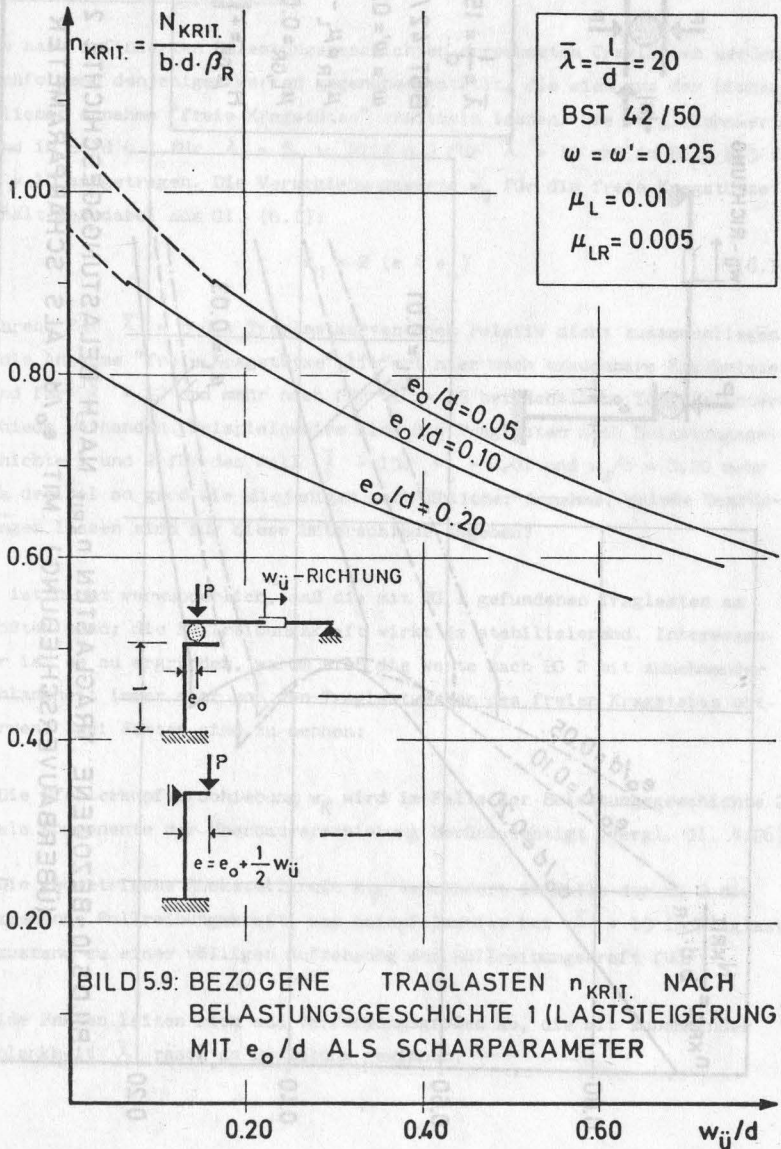
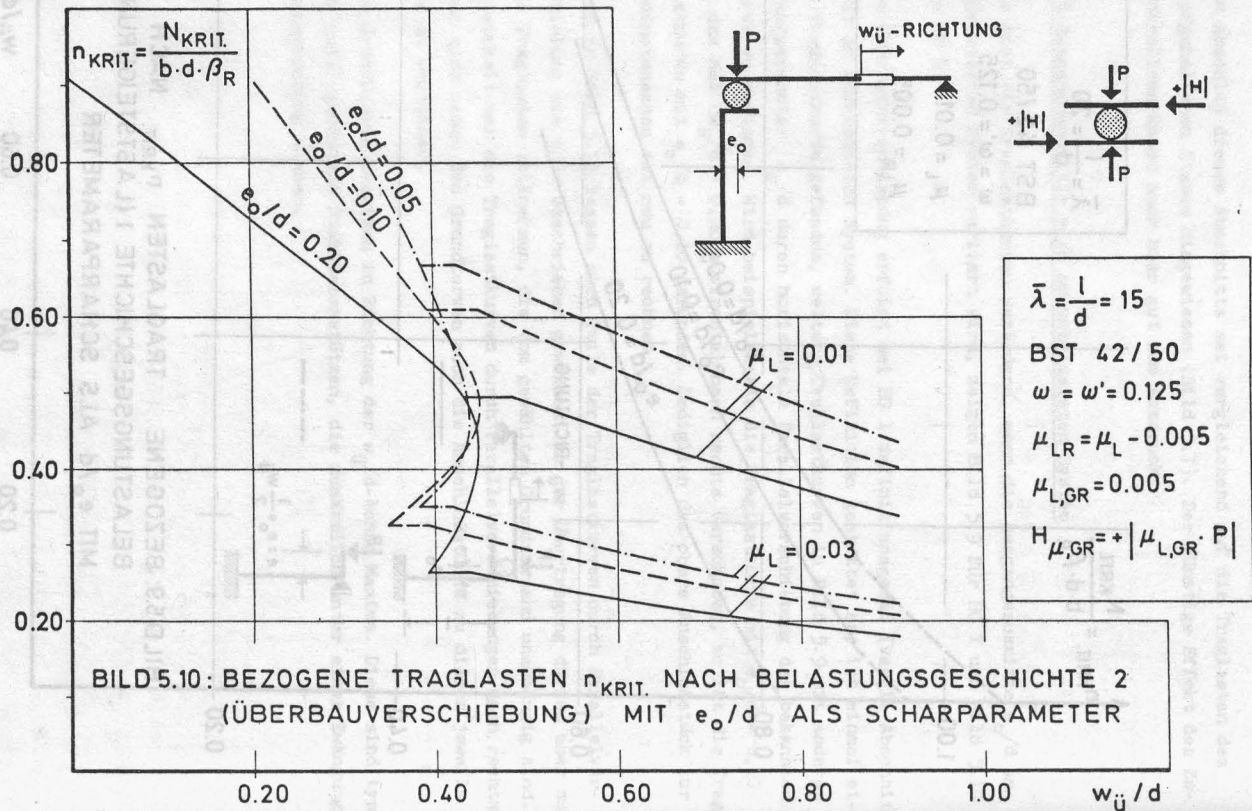


BILD 5.9: BEZOGENE TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$  NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 1 (LASTSTEIGERUNG) MIT  $e_0/d$  ALS SCHARPARAMETER





$\bar{\lambda} = \frac{l}{d} = 15$   
 BST 42 / 50  
 $\omega = \omega' = 0.125$   
 $\mu_{LR} = \mu_L - 0.005$   
 $\mu_{L,GR} = 0.005$   
 $H_{\mu,GR} = + |\mu_{L,GR} \cdot P|$

BILD 5.10: BEZOGENE TRAGLASTEN  $n_{KRIT.}$  NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 2 (ÜBERBAUVERSCHIEBUNG) MIT  $e_0/d$  ALS SCHARPARAMETER

## 6. Traglastvergleich und Bewertung der definierten Belastungsgeschichten

### 6.1 Vergleich der Traglasten

Die nach definierten Belastungsgeschichten errechneten Traglasten werden nachfolgend denjenigen Werten gegenübergestellt, die sich aus der bisher üblichen Annahme "freie Kragstütze" ermitteln lassen. Die Vergleichswerte sind in Bild 6.1 für  $\bar{\lambda} = 5$ , in Bild 6.2 für  $\bar{\lambda} = 10$  und in Bild 6.3 für  $\bar{\lambda} = 15$  aufgetragen. Die Verschiebungswerte  $w_{ii}$  für die freie Kragstütze erhält man dabei aus Gl. (6.1):

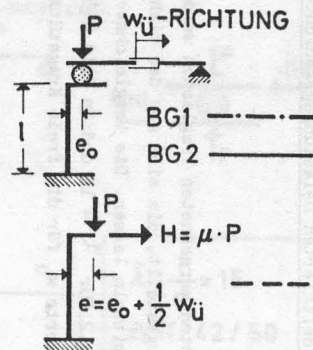
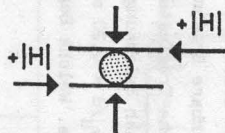
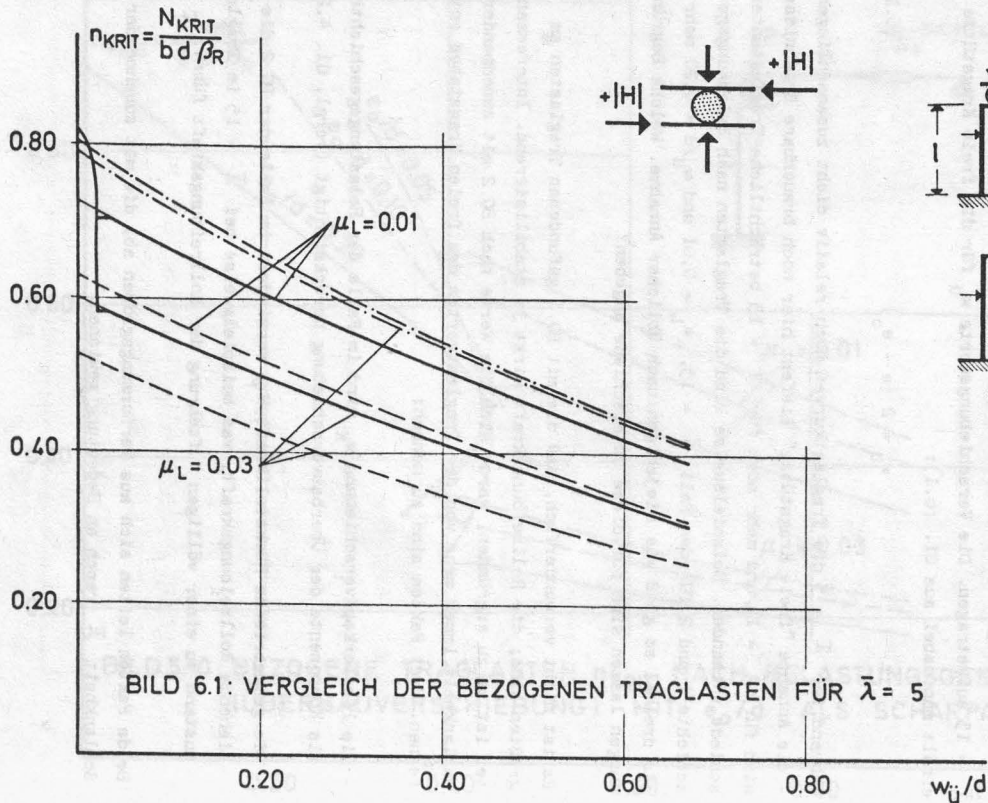
$$w_{ii} = 2 (e - e_0) \quad (6.1)$$

Während für  $\bar{\lambda} = 5$  die Traglastkurven noch relativ dicht zusammenliegen - die Annahme "freie Kragstütze" liefert hier noch brauchbare Ergebnisse -, sind für  $\bar{\lambda} = 10$  und mehr noch für  $\bar{\lambda} = 15$  beträchtliche Traglastunterschiede vorhanden. Beispielsweise sind die Traglasten nach Belastungsgeschichte 1 und 2 für den Fall  $\bar{\lambda} = 15$ ,  $\mu_L = 0,01$  und  $w_{ii}/d = 0,20$  mehr als dreimal so groß wie diejenigen nach üblicher Annahme. Welche Begründungen lassen sich für diese Unterschiede angeben?

Es ist nicht verwunderlich, daß die mit BG 1 gefundenen Traglasten am größten sind; die Rollreibungskraft wirkt ja stabilisierend. Interessanter ist es zu ergründen, warum sich die Werte nach BG 2 mit zunehmender Schlankheit immer mehr von den Traglastwerten des freien Kragstabes entfernen. Zwei Fakten sind zu nennen:

- Die Pfeilerkopfverschiebung  $w_K$  wird im Falle der Belastungsgeschichte 2 als Komponente der Überbauverschiebung berücksichtigt (vergl. Gl. 4.26).
- Die geometrische Rückstellkraft  $H_\varphi$  vermindert im Falle der BG 2 die ziehende Rollreibungskraft, was beispielsweise bei  $\bar{\lambda} = 15$  im Traglastzustand zu einer völligen Aufzehrung der Rollreibungskraft führt.

Beide Fakten leiten sich aus Verformungsgrößen ab, die mit zunehmender Schlankheit  $\bar{\lambda}$  rasch an Bedeutung gewinnen.



$\bar{\lambda} = \frac{l}{d} = 5$

$e_0/d = 0.20$

BST 42/50

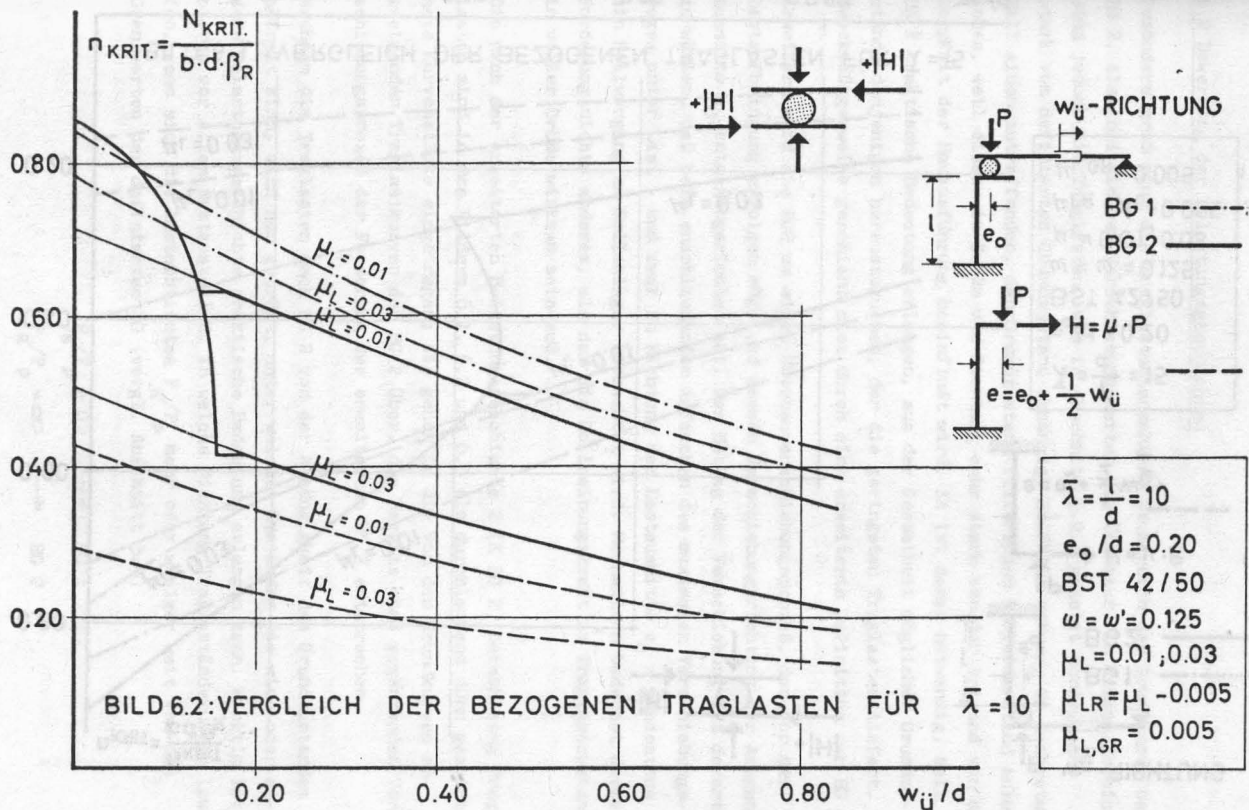
$\omega = \omega' = 0.125$

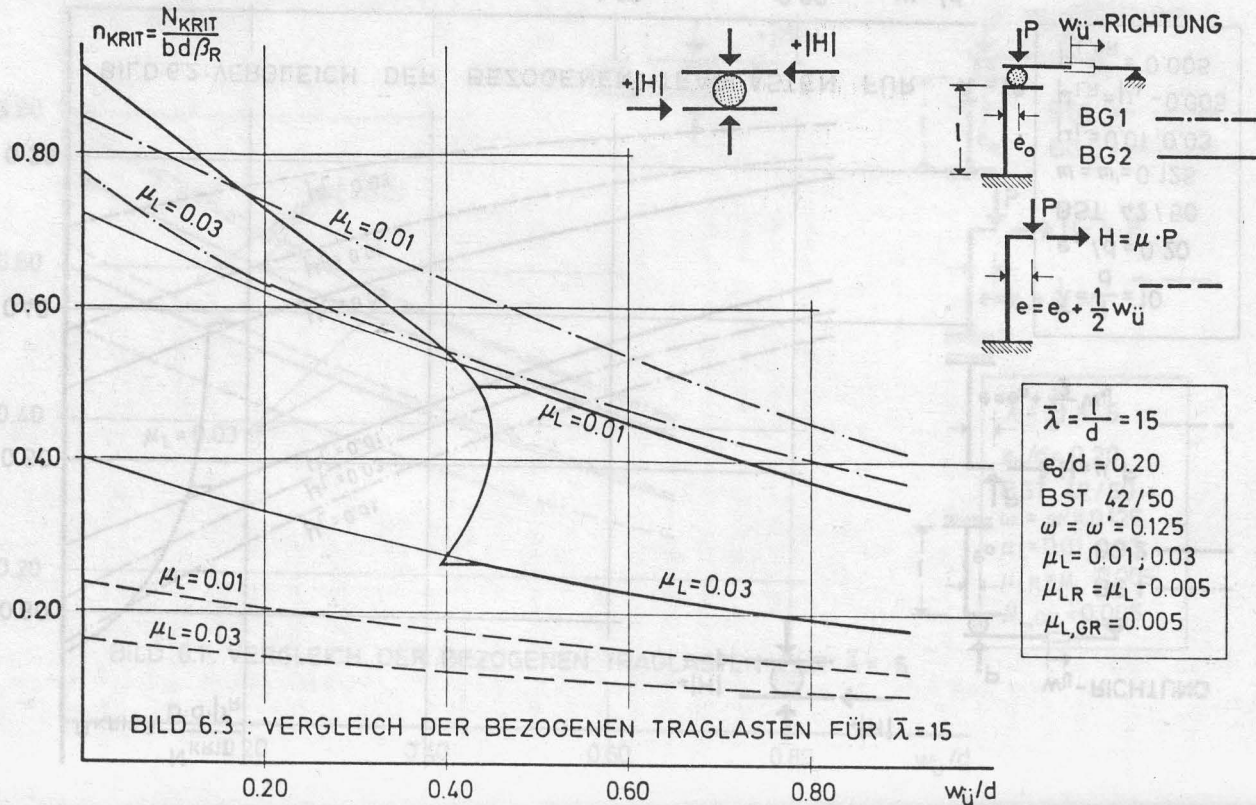
$\mu_L = 0.01; 0.03$

$\mu_{LR} = \mu_L - 0.005$

$\mu_{L,GR} = 0.005$

BILD 6.1: VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN FÜR  $\bar{\lambda} = 5$





## 6.2 Bewertung der Belastungsgeschichten

Besonders groß sind die Traglastunterschiede im Bereich der Grundkurve bei BG 2, also bei kleinen Verschiebungswerten des Überbaus. In diesem Bereich sind jedoch die Traglasten, wie in Abschnitt 5.2.3 gezeigt wurde, sehr stark vom definierten Grundzustand abhängig. Es fällt schwer, im konkreten Fall einen zutreffenden, den Grundzustand fixierenden Rollwiderstand anzugeben, weil dieser in Größe und Richtung sehr stark von der Art und von der Sorgfalt der Bauausführung beeinflusst wird. Es ist daher notwendig, soll BG 2 praktische Bedeutung erlangen, aus der Gesamtheit möglicher Grundzustände denjenigen herauszusuchen, der die geringsten Traglasten liefert. Zweckmäßigerweise geschieht dies durch eine erweiterte Definition der BG 2.

Erweitert wird die BG2 um einen Überbauverschiebungsprozeß, der vor der Lastaufbringung erfolgen möge und dessen Verschiebungsrichtung der Ausgangsausmitte  $e_0$  entgegengerichtet sei. Der Betrag der Verschiebung ist derart zu wählen, daß beim anschließenden Aufsuchen des maximalen Verschiebungsweges unter Last - und zwar in Richtung der Lastausmitte  $e_0$  - mindestens ein Rollvorgang am Rollenlager beobachtet wird. Mechanisch bedeutet diese Forderung nichts anderes, als daß die Rollreibungskraft im Traglastzustand in voller Größe wirksam sein muß.

Die nach der erweiterten Belastungsgeschichte 2 (E BG 2) berechneten Traglasten sind in den Bildern 6.1, 6.2 und 6.3 als durchlaufend dünn gezeichnete Kurvenstücke eingetragen; sie gehen in die von den Grundkurven abzweigenden Traglastkurven der BG 2 über, die bereits ohne ergänzenden Verschiebungsprozeß der Forderung der erweiterten BG 2 entsprechen.

Nachdem die Traglasten nach BG 2 von der Abhängigkeit des Grundzustandes befreit sind, wird nun geprüft, unter welchen Umständen die eine oder andere Belastungsgeschichte praktische Bedeutung erlangen kann. Wichtig ist hierzu vor allem festzustellen, in welche Richtung Traglaständerungen laufen, wenn sich die Lastquotienten  $P_g/P_p$  mehr oder weniger weit von den Grenzwerten der definierten BG (vergl. Abschnitt 3.3)

$$P_g/P_p = 0 \quad \longrightarrow \quad \text{BG 1}$$

$$P_g/P_p = \infty \quad \longrightarrow \quad \text{BG 2}$$

entfernt haben. Zur Klärung dieser Frage diene folgendes Rechenexperiment,



welches versucht, Traglasten nach der allgemeinen Belastungsgeschichte (s. Bild 3.2) zu ermitteln: Die Pfeilerbeanspruchung beginne mit dem Aufbringen des Dauerlastanteils; sodann erfahre der Überbau eine Verschiebung  $w_{ü}$  von vorgegebener Größe, die zu einem gültigen Verformungszustand führen muß. Hieran schließt sich bei ruhendem Überbau die Laststeigerung bis zum Bruch des Pfeilers an. Die Ergebnisse dieses Rechenexperiments, das für 3 Verschiebungsstellungen des Überbaus durchgeführt wurde, zeigt Bild 6.4.

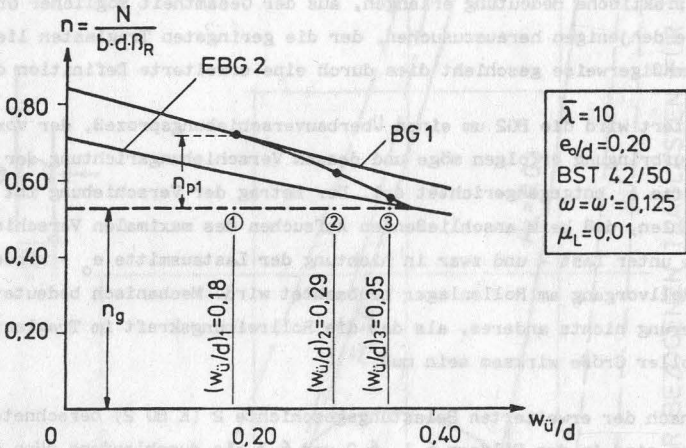


Bild 6.4: Bezogene Traglasten des Rechenexperiments im Vergleich mit bezogenen Traglasten nach den BG 1 und 2

Die Traglasten an den Verschiebungsstellen ② und ③ liegen zwischen den Traglastkurven der BG 1 und der E BG 2; die Traglast an der Stelle ① erreicht dagegen den Wert der BG 1. In jedem Falle übertreffen sie die Traglasten der E BG 2, weil mit dem Lastzuwachs  $n_p$  ein Abbau der ziehenden Rollreibungskraft einhergeht. Dieses Ergebnis gestattet die Schlußfolgerung:

Behandelt man Verkehrslastanteile wie Dauerlasten, so kann man sicher sein, mit der E BG 2 zu kleine Traglasten errechnet zu haben.

Dagegen führt die Umkehrung, nämlich Dauerlasten wie Verkehrslasten zu behandeln, was einer Traglastberechnung nach EG 1 entspricht, unter Umständen zu einer Überschätzung der Traglast. Die Allgemeingültigkeit der EG 1 ist damit nicht gegeben. Praktische Bedeutung zur Berechnung von Brückenpfeilern mit Rollenlagern kann die EG 1 nur in Verbindung mit gewissen Zusatzbedingungen, die die Beschränkung des Lastquotienten  $P_g/P_p$  betreffen, erlangen. Die Traglastberechnung an der Stelle (1) in Bild 6.4 bestätigt diese Aussage. Genauere Untersuchungen wurden hierüber aber nicht angestellt.

Für den praktischen Gebrauch empfiehlt sich die erweiterte Belastungsgeschichte 2. Sie ist einfach im Aufbau und ihre Ergebnisse liegen auf der sicheren Seite. Gegenüber der Berechnungsannahme "freie Kragstütze" lassen sich erhebliche Traglastreserven nachweisen. Betont sei, daß mit abnehmendem Lastquotienten  $P_g/P_p$  die Traglasten nach der E BG 2 zunehmend "auf der sicheren Seite" liegen. Das mögliche Maß der Unterschätzung kann dem Abstand zur Traglastkurve nach EG 1 entnommen werden. Hiernach sind Unterschätzungen der Traglasten bei großen Rollreibungsbeiwerten  $\mu_L$  in stärkerem Maße möglich. Neben diesen nicht ausschöpfbaren Tragreserven können weitere hinzutreten, wenn sich Grundzustände einstellen, die günstiger sind als für die E BG 2 angenommen. Die hiermit berechenbaren Traglastreserven können beträchtlich sein, wie Bild 6.3 deutlich macht; sie sind in der Regel bei großen Pfeilerschlankheiten auch nachweisbar, weil die zum ungünstigsten Grundzustand gehörenden Pfeilerkopfverschiebungen Werte annehmen, die praktisch nicht erreichbar sind. Ergänzend sei bemerkt, daß mit der E BG 2 selbst bei noch so kleinen planmäßigen Lastausmitten Stabilitätsbrüche nicht nachweisbar sind.

Die Berechnung von Brückenpfeilern, die am Kopf ein Rollenlager tragen, ist mit dem hier beschriebenen Aufwand für den praktischen Gebrauch ungeeignet. Daher ist es das Ziel der folgenden Bemühungen, die gewonnenen Ergebnisse praxisgerecht aufzubereiten.

## 7. Ableitung eines Näherungsverfahrens für die Traglastberechnung - gültig für den Pfeiler mit gleichbleibendem Rechteckquerschnitt und unabgestufter Bewehrung

### 7.1 Übersicht

Zwei Methoden sind gebräuchlich, näherungsweise den Einfluß der Stabverformung auf die Traglast abzuschätzen (vergl. DIN 1045 neu):

Methode 1, als sogenanntes Ersatzstabverfahren bekannt, reduziert den Nachweis der Systemstabilität auf Einzelnachweise für jedes Druckglied des zu untersuchenden Systems. Das Verfahren besteht im Prinzip aus zwei Teilaufgaben [4]. Die eine Aufgabe, nämlich die Traglastuntersuchung am sogenannten Standardstab - das ist der beidseits gelenkig gelagerte Stab mit gleichgroßen Endausmitten -, ist ein für allemal durchgeführt und liegt in Form von Nomogrammen [22] für die praktische Anwendung bereit. Die zweite Teilaufgabe hat die Ermittlung der Ersatzstablänge und der Ersatzausmitte zum Ziele. Diese Größen sind system- und lastabhängig, weshalb diese Aufgabe von Fall zu Fall neu zu lösen ist.

Mit Methode 2 soll jene Verfahrensweise bezeichnet werden, welche das Stabilitätsverhalten eines Gesamtsystems aufgrund einer Verformungsrechnung nach Theorie II. Ordnung beurteilt. Dabei müssen "die in Rechnung gestellten Biegesteifigkeiten der einzelnen Stäbe ausreichend mit den vorhandenen Querschnittswerten und mit dem zugehörigen Beanspruchungszustand aufgrund der nachgewiesenen Schnittgrößen übereinstimmen" (vergl. DIN 1045 E 1970, Abschnitt 17.4.9). Die Steifigkeitsanpassung an den Beanspruchungszustand ist u. a. deshalb wichtig, weil nur so Stabilitätsversagen ohne Gleichgewichtsverzweigung erkannt werden kann.

Die Auswirkungen der Stabverformungen auf die Traglasten über das Ersatzstabverfahren zu erfassen, kommt hier nicht in Frage, weil die als Basis des Verfahrens dienende Schnittkraftverteilung unter Gebrauchslast zunächst noch gar nicht bekannt ist. Folgt man nämlich den Bestimmungen der DIN 1045 E zur Berechnung der Schnittkraftverteilung im Gebrauchszustand, dann ist diese Verteilung bei vorliegendem Problem nicht einfach zu ermitteln, weil wesentliche Schnittkraftanteile aus Zwängungsbeanspruchungen folgen.

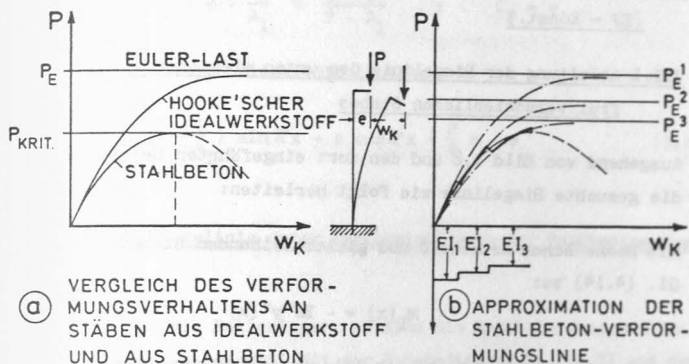


Bild 7.1: Anschauliche Deutung der Methode 2

Zur näherungsweise Traglastberechnung eignet sich hier besser die Methode 2 (vergl. Bild 7.1).

Das linke Diagramm (a) zeigt charakteristische Last-Verformungskurven, die an ausmittig gedrückten Stäben aus Hooke'schem Idealwerkstoff und aus Stahlbeton gewonnen wurden. Variiert man die Biegesteifigkeit des Stabes aus Hooke'schem Idealwerkstoff, dann verändert man neben dem Ordinatenwert  $P_E$  auch den Anstieg der Last-Verformungskurve vom Ursprung aus. Im rechten Diagramm (b) ist eine solche Kurvenschar mit dem Parameter  $EJ$  strichpunktiert dargestellt. Wie man sieht, und dies ist die anschauliche Deutung der Methode 2, läßt sich die ins rechte Diagramm übernommene Last-Verformungskurve des Stahlbetonstabes stückweise durch Ausschnitte der Kurvenschar mit Hooke'schem Idealwerkstoff approximieren. Die Funktion

$$EJ = f(w_K) \quad (7.1)$$

besorgt die Übersetzung. Ihre Kenntnis ist demnach Voraussetzung für die zutreffende Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens eines Stahlbetonstabes, wenn dies mit den Gleichungen der klassischen Elastizitätstheorie, die auf dem Hooke'schen Idealwerkstoff gründen, geschehen soll.

Vor der Herleitung stahlbetongerechter Steifigkeitsbeziehungen werden im folgenden Abschnitt die Grundgleichungen der Verformungsrechnung mit Hooke'schem Idealwerkstoff abgeleitet.

## 7.2 Ableitung der Grundgleichungen für die Verformungsrechnung

( $EJ = \text{Konst.}$ )

### 7.2.1 Ableitung der Biegelinie des unten elastisch eingespannten und oben frei verschieblichen Stabes

Ausgehend von Bild 4.8 und den dort eingeführten Bezeichnungen läßt sich die gesuchte Biegelinie wie folgt herleiten:

Mit Hooke'schem Werkstoff und gleichbleibendem Stabquerschnitt wird

Gl. (4.14) zu:

$$M_1(x) = - EJ y''(x) \quad (7.2)$$

Die Gleichung (7.2) in Gl. (4.15) eingesetzt und unter Beachtung der Abkürzung

$$\alpha^2 = \frac{P}{EJ} \quad (7.3)$$

ergibt die Differentialgleichung der Biegelinie

$$y'' + \alpha^2 y = \frac{H}{P} \alpha^2 x - \alpha^2 e \quad (7.4)$$

Die allgemeine Lösung lautet:

$$y = C_1 \cdot \sin \alpha x + C_2 \cdot \cos \alpha x + \frac{H}{P} x - e \quad (7.5)$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  lassen sich aus den Ableitungen

$$y' = C_1 \alpha \cdot \cos \alpha x - C_2 \alpha \sin \alpha x + \frac{H}{P} \quad (7.6)$$

$$M = - y'' EJ = C_1 \cdot P \cdot \sin \alpha x + C_2 \cdot P \cdot \cos \alpha x, \quad (7.7)$$

den Randbedingungen

$$x = 0; \quad y = 0$$

$$x = l; \quad y' = \varphi_A,$$

dem Federgesetz des Baugrundes

$$M_A = C_F \cdot \varphi_A \quad (7.8)$$

und unter Berücksichtigung der Abkürzungen

$$\Theta = \frac{P \cdot l}{C_F} \quad (7.9)$$

$$A_1 = \Theta \cdot \sin \alpha l - \alpha l \cos \alpha l \quad (7.10)$$

$$A_2 = - \Theta \cos \alpha l - \alpha l \sin \alpha l \quad (7.11)$$

bestimmen zu:

$$C_1 = e \cdot \frac{A_2}{A_1} + \frac{H \cdot l}{P \cdot A_1} \quad ; \quad C_2 = e$$

Die Gleichung der gesuchten Biegelinie lautet:

$$y = \left( e \cdot \frac{A_2}{A_1} + \frac{H \cdot l}{P \cdot A_1} \right) \sin \alpha x + e \cos \alpha x + \frac{H}{P} x - e \quad (7.12)$$

### 7.2.2 Ableitung der Biegelinie unter Berücksichtigung der Randbedingungen zum Überbau

Trägt der Pfeilerkopf ein Rollenlager, so sind die Kopfbelastungen H und e in Gl. (7.12) zunächst unbekannt. Mit der Ruhebedingung Gl. (2.7) und der Kontinuitätsbedingung Gl. (4.26) stehen 2 Gleichungen zur Eliminierung von H und e zur Verfügung. Im weiteren wird nur der Übergang vom Ruhezustand zur Rotationsbewegung betrachtet, so daß aus der Ungleichung (2.7) eine Identität wird.

$$H = P \left( \frac{\varphi_0 + \varphi_u}{2} - \mu_L \right) \quad (7.13)$$

Mit dieser Annahme erhalten die Gleichungen des Näherungsverfahrens eine Anpassung an die erweiterte Belastungsgeschichte 2. Gemäß der Vorzeichendefinition in Abschnitt 2.3.2 gilt das negative Vorzeichen vor  $\mu_L$ . Mit  $\varphi_0 = 0$  (s. Abschnitt 4.3) und  $\varphi_u = \varphi_k$  wird Gl. (7.13) zu

$$H = P \cdot \frac{\varphi_k}{2} - \mu_L P \quad (7.14)$$

Gl. (4.26) nach e aufgelöst liefert:

$$e = e_0 + \frac{1}{2} (w_{\ddot{u}} - w_k) \quad (7.15)$$

Die Kopfverschiebung  $w_k$  erhält man aus Gl. (7.12) mit  $x = l$ :

$$w_k = e \left( \frac{A_2}{A_1} \sin \alpha l + \cos \alpha l - 1 \right) + \frac{H}{P} l \left( \frac{\sin \alpha l}{A_1} + 1 \right) \quad (7.16)$$

Die Gl. (7.12) nach x differenziert und sodann  $x = 0$  gesetzt, ergibt die Kopfverdrehung  $\varphi_k$ :

$$\varphi_k = e \cdot \alpha \cdot \frac{A_2}{A_1} + \frac{H}{P} \left( \frac{\alpha l}{A_1} + 1 \right) \quad (7.17)$$



Mit den Gleichungen (7.14), (7.15), (7.16) und (7.17) lassen sich die 4 unbekanntes  $w_k$ ,  $\varphi_k$ ,  $e$  und  $H$  berechnen. Die Auflösung des Gleichungssystems erfolgt hier zweckmäßig durch schrittweises Eliminieren von  $\varphi_k$ ,  $e$  und  $H$ ; man erhält schließlich:

$$w_k = (e_0 + \frac{1}{2} w_{ii}) B_1 - \mu_L \cdot l \cdot B_2 \quad (7.18)$$

$$B_1 = 2 \cdot \frac{A_1 \cdot (\cos \alpha l - 1) + A_2 \cdot (\alpha l + \sin \alpha l) + \alpha l \cdot (1 - \cos \alpha l)}{A_1 \cdot (1 + \cos \alpha l) + A_2 \cdot (\alpha l + \sin \alpha l) - \alpha l \cdot (1 + \cos \alpha l)}$$

$$B_2 = 4 \cdot \frac{\sin \alpha l + A_1}{A_1 \cdot (1 + \cos \alpha l) + A_2 \cdot (\alpha l + \sin \alpha l) - \alpha l \cdot (1 + \cos \alpha l)}$$

Im Falle elastischer Fußeinspannung setzt sich die Kopfauslenkung  $w_k$  aus den Summanden  $w_{ko}$  und  $\varphi_A \cdot l$  zusammen.  $w_{ko}$  resultiert dabei aus der Stabverkrümmung, während  $\varphi_A \cdot l$  den Einfluß der Fußverdrehung beinhaltet. Für die Steifigkeitsanpassung ist aber lediglich jener Anteil brauchbar, der aus der Stabverkrümmung hervorgeht.

$$w_{ko} = w_k - \varphi_A \cdot l \quad (7.19)$$

In Gl. (7.19) ist  $\varphi_A$  unbekannt; es läßt sich für  $\varphi_A$  ein ähnlicher Ausdruck finden, wie er für  $w_k$  in Gl. (7.18) abgeleitet wurde.

Mit der Randbedingung

$$x = l; \quad y' = \varphi_A$$

erhält man die Fußverdrehung

$$\varphi_A = e \cdot \left( \frac{A_2}{A_1} \alpha \cos \alpha l - \alpha \sin \alpha l \right) + \frac{H}{P} \left( \frac{\alpha l}{A_1} \cos \alpha l + 1 \right) \quad (7.20)$$

Setzt man Gl. (7.17) in Gl. (7.14) ein, so ergibt sich:

$$\frac{H}{P} = \frac{\alpha l \cdot A_2}{A_1 - \alpha l} \cdot \frac{e}{l} - \frac{2 \cdot A_1}{A_1 - \alpha l} \mu_L \quad (7.21)$$

Nach Einsetzen von Gl. (7.21) in Gl. (7.20) und nach anschließendem Zusammenfassen:

$$\varphi_A = \alpha l \cdot \frac{e}{l} \cdot D_1 - 2 \mu_L \cdot D_2 \quad (7.22)$$

$$D_1 = \frac{A_2 \cdot (\cos \alpha l + 1)}{A_1 - \alpha l} - \sin \alpha l$$

$$D_2 = \frac{\alpha l \cos \alpha l + A_1}{A_1 - \alpha l}$$

Gl. (7.15) liefert mit Gl. (7.18):

$$e = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) \cdot (1 - \frac{B_1}{2}) + \mu_L \cdot l \cdot \frac{B_2}{2} \quad (7.23)$$

Substituiert man zunächst e in Gl. (7.22) durch Gl. (7.23) und setzt den daraus gewonnenen Ausdruck für  $\varphi_A$  zusammen mit  $w_K$  nach Gl. (7.18) in Gl. (7.19) ein, so erhält man die für die Steifigkeitsanpassung brauchbare Gleichung (7.24).

$$w_{ko} = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) B_3 - \mu_L \cdot l \cdot B_4 \quad (7.24)$$

$$B_3 = B_1 - \alpha l \cdot D_1 + \frac{\alpha l}{2} \cdot B_1 \cdot D_1$$

$$B_4 = B_2 - 2 D_2 + \frac{\alpha l}{2} \cdot B_2 \cdot D_1$$

Die Hilfsgrößen  $A_1$  und  $A_2$ ,  $B_1$  bis  $B_4$  sowie  $D_1$  und  $D_2$  sind Funktionen von  $\Theta$  und  $\alpha l$ . Zu bekanntem Wertepaar  $(\Theta, \alpha l)$  sind daher  $w_{ko}$ ,  $w_K$ , e und  $\varphi_A$  sofort bestimmbar. Sodann läßt sich H aus Gl. (7.21) und schließlich  $\varphi_K$  aus Gl. (7.17) berechnen.

Das maximale Moment tritt an der Stelle  $x_0$  auf:

$$\frac{x_0}{l} = \frac{1}{2\alpha l} \arctan \left( \frac{A_2}{A_1} + \frac{H \cdot l}{P \cdot e \cdot A_1} \right) \quad (7.25)$$

$$M(x) = (e \cdot P \cdot A_2 + H \cdot l) \frac{\sin \alpha x}{A_1} + P \cdot e \cdot \cos \alpha x$$

### 7.3 Ableitung einer genäherten Steifigkeitsbeziehung:

Als Grundlage für die angestrebte Näherung Gl. (7.26)

$$(EI)_{\text{ers.}} = (w_k, \bar{\omega}, \bar{\lambda}) \quad (7.26)$$

dienen Ersatzsteifigkeitskurven, die aus der genauen Verformungsrechnung abzuleiten sind. Das Aufstellen der Beziehung (7.26) ist allerdings nur sinnvoll, wenn die Anzahl der Einflußparameter klein bleibt. Außerdem muß beachtet werden, daß die Gültigkeitsschranken der genauen Rechnung nicht von der Näherungslösung übersprungen werden können.

Das Berechnen von Ersatzstabsteifigkeiten aus den Ergebnissen der genauen Verformungsrechnung geschieht unter dem Gesichtspunkt, daß eine als wichtig erachtete Verformungsgröße - beispielsweise die Differenzverdrehung der Stabenddrehwinkel - mit den Gleichungen des Abschnittes 7.2 genau wiedergegeben wird. Alle übrigen Verformungswerte der so erzielten Näherung haben in der Regel Abweichungen vom genauen Verlauf. Bei vorliegendem Problem hat die Kopfverdrehung entscheidenden Einfluß auf die Schnittkraftverteilung. Daher wird die Verformungsgröße  $\Delta\varphi$  (vergl. Bild 7.2) zur Berechnung von  $(EI)_{\text{ers.}}$  herangezogen.

Ist die Krümmungsfunktion  $\alpha(\bar{x})$  bekannt, dann läßt sich die Stabendverdrehung

$$\varphi_k = \varphi_A - \int_0^l \alpha(\bar{x}) \, d\bar{x}$$

berechnen. Mit

$$\varphi_k - \varphi_A = \Delta\varphi$$

erhält man

$$\Delta\varphi = - \int_0^l \alpha(\bar{x}) \, d\bar{x} \quad (7.27)$$

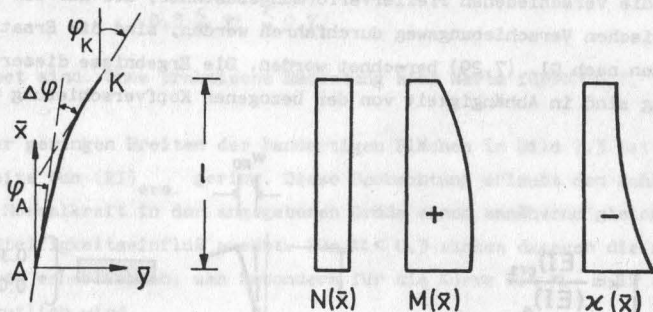


Bild 7.2: Charakteristischer Stabverformungszustand bei BG 2

Im Falle Hooke'schen Werkstoffes führt die Momentenverteilung  $M_H(\bar{x})$ , zur Unterscheidung sei der Index H benutzt, und die daraus abgeleitete Krümmungsfunktion

$$\kappa_H(\bar{x}) = - \frac{M_H(\bar{x})}{(EI)_{\text{ers.}}}$$

zur Differenzverdrehung

$$\Delta\varphi_H = \frac{1}{(EI)_{\text{ers.}}} \int_0^l M_H(\bar{x}) d\bar{x}$$

Aus der Bedingung

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_H$$

leitet sich die Beziehung zur Berechnung der Ersatzsteifigkeit ab.

$$(EI)_{\text{ers.}} = \frac{\int_0^l M_H(\bar{x}) d\bar{x}}{\Delta\varphi} \quad (7.28)$$

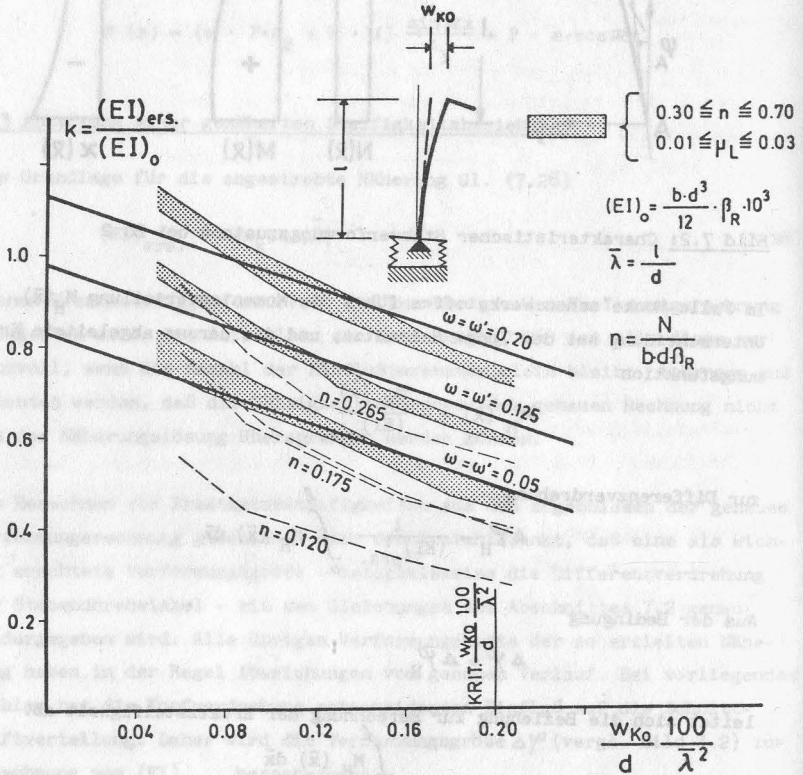
Die Biegemomentenlinie  $M_H(\bar{x})$  wird wie erläutert nicht mit  $M(\bar{x})$  identisch sein. Mit guter Näherung können hier jedoch die Momentenflächen gleichgesetzt werden

$$\int_0^l M_H(\bar{x}) d\bar{x} \approx \int_0^l M(\bar{x}) d\bar{x}$$

so daß Gl. (7.28) die endgültige Form (7.29) erhält:

$$(EI)_{\text{ers.}} = \frac{\int_0^l M(\bar{x}) d\bar{x}}{\Delta\varphi} \quad (7.29)$$

Für die verschiedenen Pfeilerverformungszustände, die auf dem Wege zum kritischen Verschiebungsweg durchfahren werden, sind die Ersatzsteifigkeiten nach Gl. (7.29) berechnet worden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Abhängigkeit von der bezogenen Kopfverschiebung in



**NÄHERUNGSANSATZ:**  $k = -1.7 \frac{w_{KO}}{d} \frac{100}{\bar{\lambda}^2} + 2.0 \cdot \omega + 0.73$

**Bild 7.3:** Ersatzsteifigkeiten nach Gl. (7.29) und Vergleich mit dem Näherungsansatz

Bild 7.3 zusammengestellt. Innerhalb der schraffierten Flächenteile liegen die Steifigkeitswerte, die bezogenen Normalkräften der Größe

$$0,3 \leq \eta \leq 0,7$$

zugeordnet sind. Ohne praktische Bedeutung sind Werte für  $\eta > 0,7$ .

Wegen der geringen Breiten der bandartigen Flächen in Bild 7.3 ist die Streubreite von  $(EI)_{\text{ers.}}$  gering. Diese Beobachtung erlaubt den Schluß, daß die Normalkraft in der angegebenen Größe einen annähernd gleichbleibenden Steifigkeitseinfluß ausübt. Für  $\eta < 0,3$  sinken dagegen die Steifigkeitswerte erheblich ab, was besonders für die Kurve mit  $\eta = 0,12$  ( $\omega = 0,05$ ) deutlich wird.

Da es Traglasten zu berechnen gilt, ist es wichtig, die Steifigkeiten bestmöglich in der Nähe der Kopfauslenkung des Traglastzustandes, die im Bereich

$$\frac{w_{ko}}{d} \cdot \frac{100}{\lambda^2} > 0,14$$

liegt, zu erfassen. Sieht man zunächst einmal von der Erfassung von Steifigkeitswerten mit  $\eta < 0,3$  ab, dann läßt sich mit dem Näherungsansatz (7.30)

$$k = -1,7 \frac{w_{ko}}{d} \frac{100}{\lambda^2} + 2,0 \omega + 0,73 \quad (7.30)$$

unter Berücksichtigung der Abkürzungen

$$k = \frac{(EI)_{\text{ers.}}}{(EI)_0} \quad , \quad (7.31)$$

$$(EI)_0 = \frac{bd^3}{12} \cdot 10^3 \cdot \beta_R \quad (7.32)$$

der wirkliche Steifigkeitsverlauf im wichtig erachteten Bereich gut approximieren. Die Gl. (7.30) stellt eine Geradenschar im  $k - \left(\frac{w_k}{d} \cdot \frac{100}{\lambda^2}\right)$ -System dar.

Die Ersatzsteifigkeiten für kleine bezogene Normalkräfte ( $\eta < 0,3$ ) lassen sich näherungsweise über Gl. (7.30) mit Hilfe eines Korrekturgliedes  $\Delta k$  erfassen:

$$k = -1,7 \frac{w_{ko}}{d} \frac{100}{\lambda^2} + 2,0 \omega + 0,73 + \Delta k \quad (7.33)$$

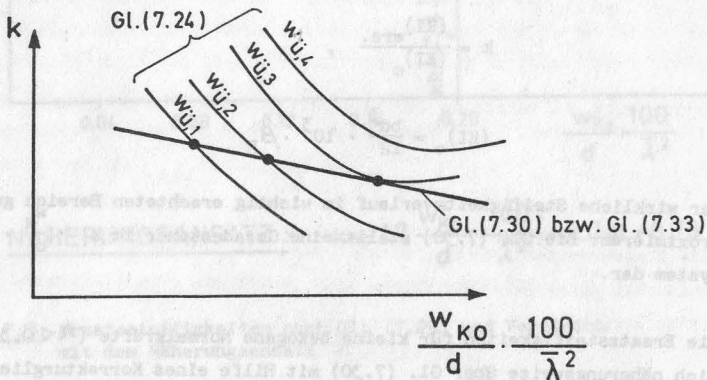


$$\Delta k = \eta - 0,3 ; \text{ gültig für } \eta < 0,3 \quad (7.34)$$

Der Gradient  $\frac{\partial k}{\partial \eta}$  stimmt in etwa mit demjenigen der unteren Hüllkurve von Abbildung 44 in [15] überein.

#### 7.4 Berechnungsgang für die näherungsweise Traglastermittlung:

Die zur Traglast gehörende Überbauverschiebung  $w_{\text{ü}}$  wird wie beim genauen Verfahren durch stufenweise Erhöhung der zu optimierenden Größe gefunden. Für jede Verschiebungsstufe ist dabei der Nachweis zu erbringen, daß der am verformten System errechnete Gleichgewichtszustand stabil ist und daß an keiner Stelle des Pfeilerschaftes die Bruchschnittgrößen  $M_{\text{U}}$ ,  $N_{\text{U}}$  überschritten werden. Dieser Nachweis basiert beim Näherungsverfahren auf den Grundgleichungen des Abschnitts 7.2, die unter Beachtung der Korrekturgleichung für die Ersatzsteifigkeit Gl. (7.30) bzw. Gl. (7.33) zu lösen sind. Kernstück des Berechnungsganges ist die Lösung des Gleichungssystems, das von den Gl. (7.24) und Gl. (7.30) bzw. Gl. (7.33) mit den Unbekannten  $(EI)_{\text{ers}}$  und  $w_{\text{ko}}$  gebildet wird. Im Regelfall erfolgt die Lösung auf numerisch-iterativem Wege. Zur Erläuterung möglicher Besonderheiten, die bei der Lösung des Gleichungssystems auftreten können, sei hier die Lösung auf graphischem Wege verfolgt.



**Bild 7.4:** Graphische Lösung des Gleichungssystems bestehend aus den Gl. (7.24) und Gl. (7.30)

In Bild 7.4 ist die Lösung des Gleichungssystems anschaulich als Schnittpunktberechnung gedeutet. Für die Verschiebungswerte  $w_{\bar{u},1}$ ,  $w_{\bar{u},2}$  und  $w_{\bar{u},3}$  existieren Lösungen, wobei  $w_{\bar{u},3}$  gleichzeitig den kritischen Wert der Überbauverschiebung angibt. Für  $w_{\bar{u},4}$  ist keine Lösung auffindbar, was bei der numerisch-iterativen Auflösung durch Divergenz angezeigt wird. Schließlich sei noch auf die Versagensart hingewiesen: Berühren sich die Kurven wie im Falle  $w_{\bar{u},3}$ , dann deutet dies auf einen Stabilitätsbruch ohne Gleichgewichtsverzweigung hin; ein echter Schnittpunkt bei kritischem Verschiebungsweg weist dagegen auf Materialversagen hin.

Sind die zum vorgegebenen Verschiebungsmaß  $w_{\bar{u}}$  gehörenden Werte  $w_{ko}$  und  $(EI)_{ers}$  bekannt, dann lassen sich die restlichen Kenngrößen des Gleichgewichtszustandes, wie in Abschnitt 7.2 beschrieben, bestimmen. Den Abschluß jeder Verschiebungsstufe bildet, sofern ein stabiler Gleichgewichtszustand ermittelt wurde, die Gegenüberstellung der errechneten Schnittgrößen mit den Grenzschnittgrößen. Dieser Vergleich gibt Auskunft darüber, ob eine Erhöhung oder eine Verminderung der zuvor geschätzten Verschiebungsstufe erfolgen muß.

#### 7.5 Vergleich der Traglasten des Näherungsverfahrens mit den Traglasten der genauen Verformungsrechnung:

Die Traglasten des Näherungsverfahrens sind wie im Abschnitt 7.4 beschrieben programmgesteuert berechnet und in den Bildern 7.5 bis 7.9 zusammen mit den exakten Traglastwerten graphisch aufgetragen worden. Die genäherten Traglasten sind dabei für  $\eta < 0,3$  mit und ohne Steifigkeitskorrektur durch Gl. (7.34) ermittelt worden.

Ein erster vergleichender Blick zeigt, daß sämtliche mit dem Näherungsverfahren berechneten Traglasten unter denen der genauen Verformungsrechnung liegen. Für Schlankheiten  $\bar{\lambda} \leq 10$  (s. Bild 7.5 und Bild 7.6) sind die Traglastunterschiede klein. Der Grund hierfür ist der noch relativ geringe Einfluß der Stabverformung auf die Traglasten, weshalb auch eine mangelhafte Wiedergabe der Ersatzstabsteifigkeit nur schwach zum Ausdruck kommt. Bei  $\bar{\lambda} = 15$  (Bild 7.7 bis Bild 7.9) sind dagegen insbesondere im Falle schwach bewehrter Pfeiler ( $\omega = \omega' = 0,05$ ) Abweichungen bis zu  $\sim 25\%$  vorhanden, die sich durch Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung infolge

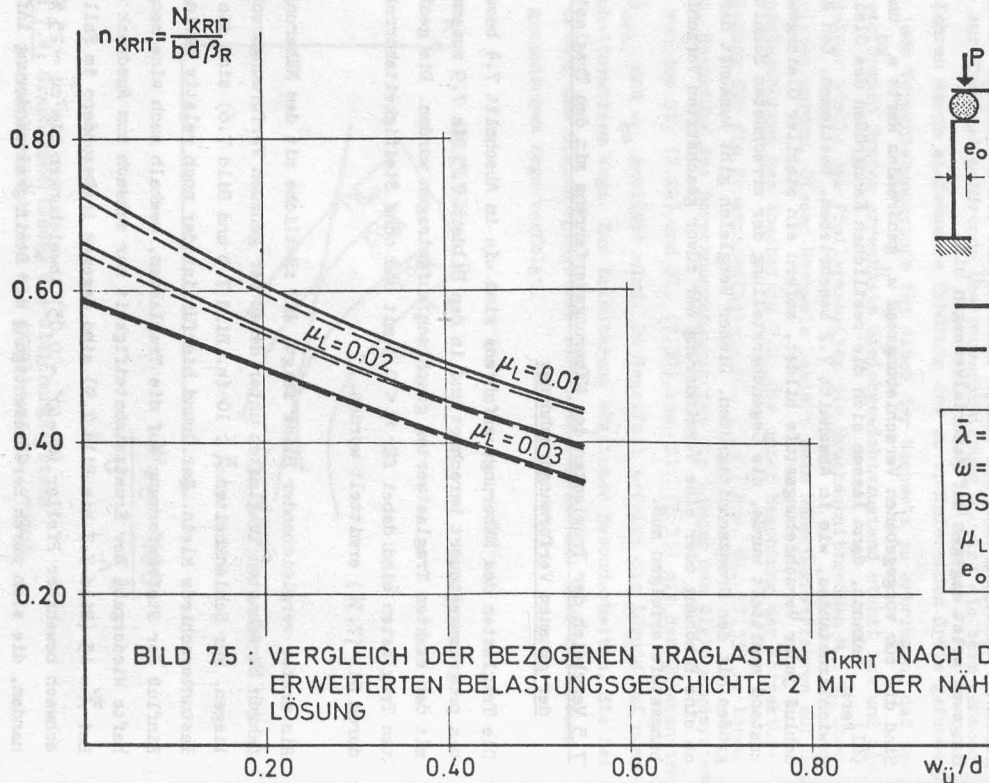


BILD 7.5 : VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$  NACH DER ERWEITERTEN BELASTUNGSGESCHICHTE 2 MIT DER NÄHERUNGSLÖSUNG

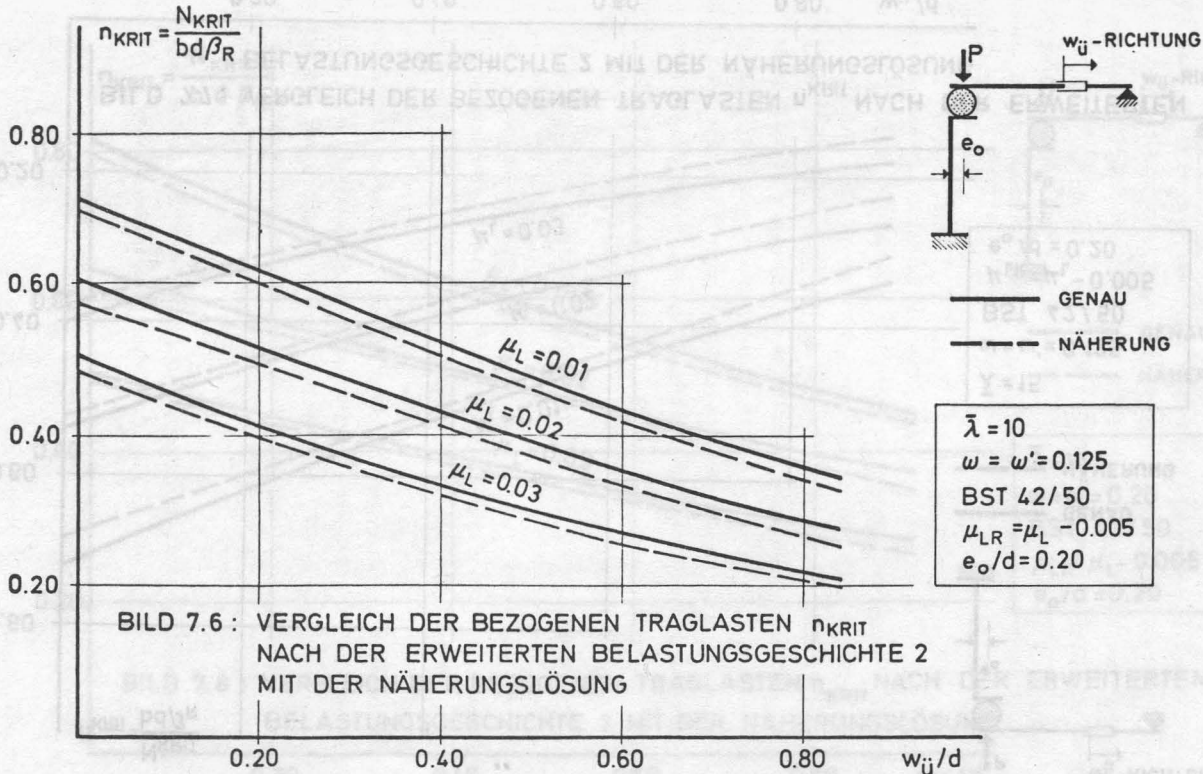
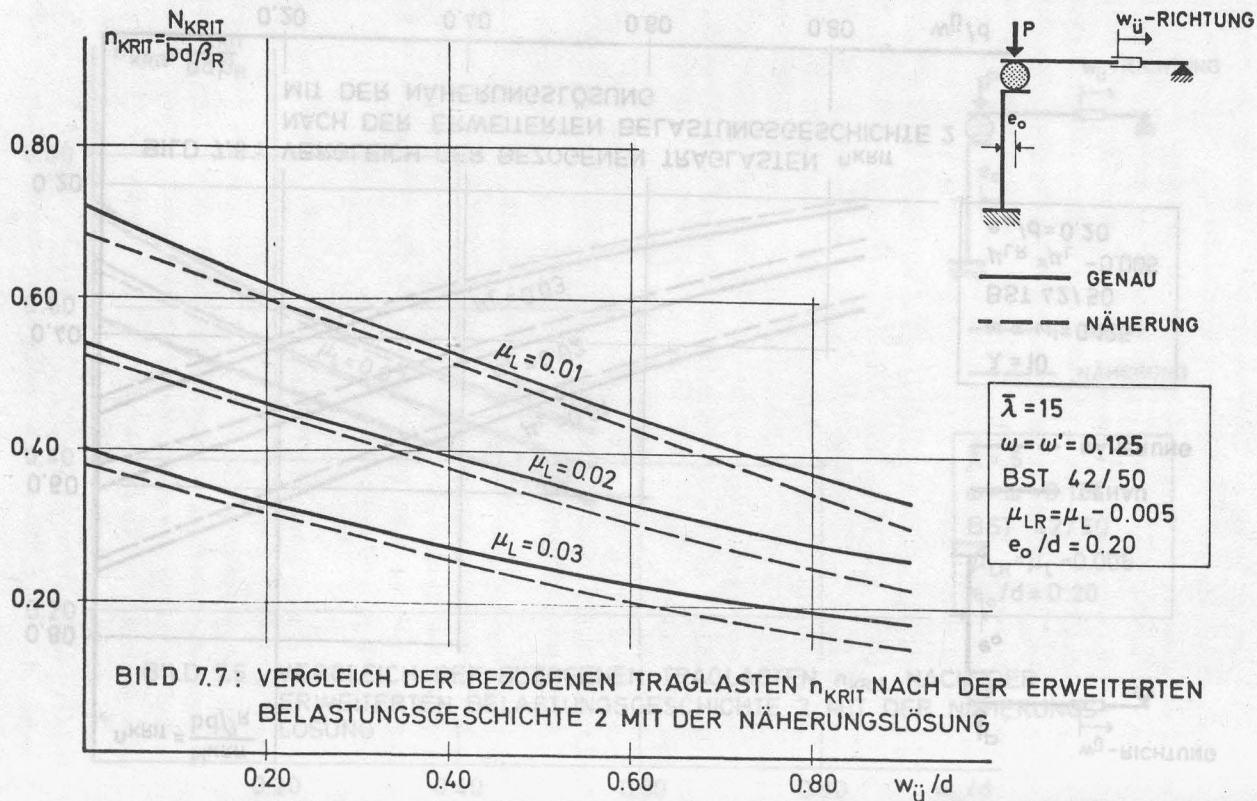


BILD 7.6 : VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$  NACH DER ERWEITERTEN BELASTUNGSGESCHICHTE 2 MIT DER NÄHERUNGSLÖSUNG



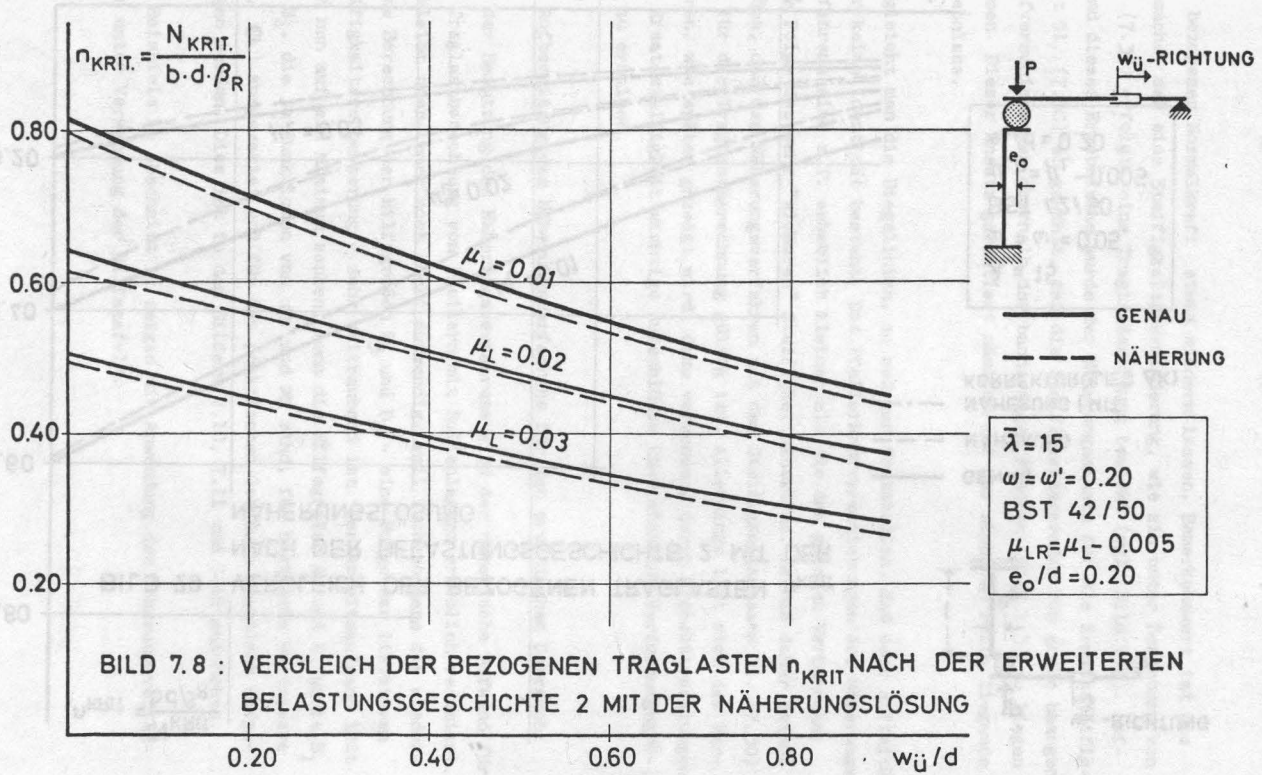
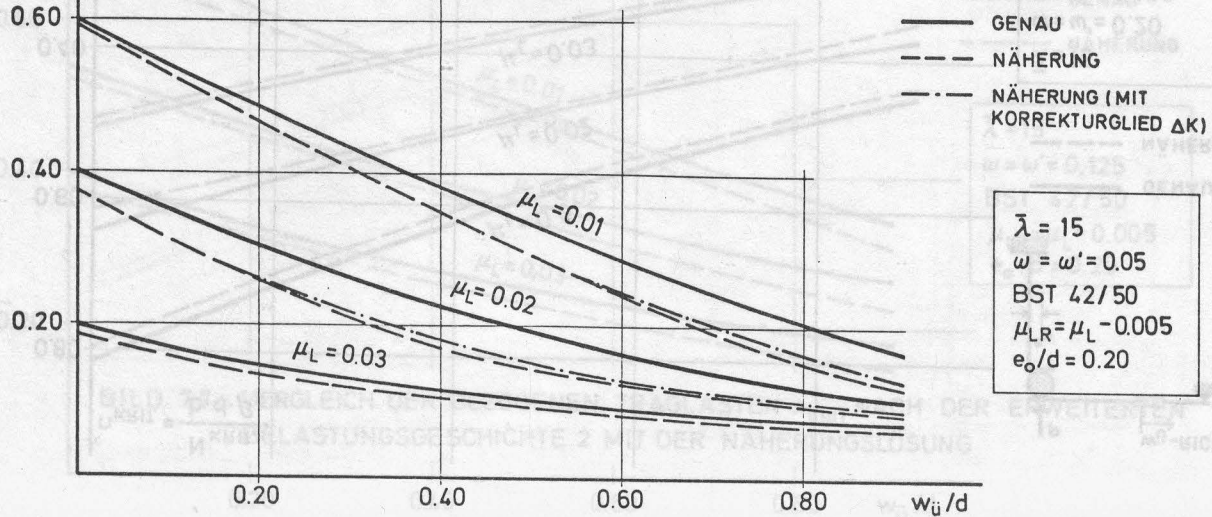
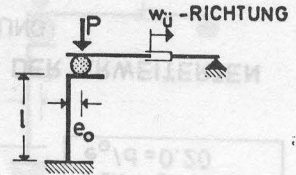


BILD 7.8 : VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$  NACH DER ERWEITERTEN BELASTUNGSGESCHICHTE 2 MIT DER NÄHERUNGSLÖSUNG



$$n_{KRIT} = \frac{N_{KRIT}}{bd\beta_R}$$

BILD 79 : VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$   
NACH DER BELASTUNGSGESCHICHTE 2 MIT DER  
NÄHERUNGSLÖSUNG



der bezogenen Normalkraft etwas mildern lassen. Bemerkenswert ist die Tatsache, daß eine Steifigkeitsverminderung, wie sie unter Beachtung von Gl. (7.34) erfolgt, eine Traglasterrhöhung bewirkt (vgl. Bild 7.9). Aufgrund dieses Ergebnisses wurde der Näherungsansatz für die Ersatzsteifigkeit Gl. (7.30) so gewählt, daß die Steifigkeitsgeraden für große bezogene Kopfverschiebungen oberhalb der bandartigen Flächen (Bild 7.3) zu liegen kommen. Dieser Ansatz garantiert nämlich auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse.

Vergleicht man die Biegelinien, so muß man feststellen, daß zwar Affinität aber keine Identität besteht. Die Pfeilerkopferschiebungen des Näherungsverfahrens sind z.T. erheblich kleiner als die des genauen Verfahrens; eine Folge des sehr "sicheren" Steifigkeitsansatzes. Es muß daher betont werden, daß das Näherungsverfahren mit dem Steifigkeitsansatz Gl. (7.30) nur für die Traglastberechnung gültig ist. Allerdings läßt sich das Verfahren, wie später gezeigt wird, dazu verwenden, durch Grenzbetrachtungen der Ersatzsteifigkeit wichtige Aufschlüsse über einzelne Verformungsgrößen zu erhalten.

#### 7.6 Aufbereitung des Näherungsverfahrens für den praktischen Gebrauch:

Mit der Benutzung des Näherungsverfahrens wird der numerische Aufwand für die Traglastberechnung von Pfeilern mit Rollenlagern erheblich reduziert. Er bleibt aber immer noch recht aufwendig, weil insbesondere die wiederholte Berechnung der Hilfsgrößen  $B_3$  und  $B_4$  - eine Folge der iterativen Steifigkeitsverbesserung - sehr zeitraubend ist. Der Arbeitsaufwand läßt sich nun auf ein Minimum senken, wenn die Hilfsgrößen  $A_1$  und  $A_2$  sowie  $B_1$  bis  $B_4$ , die ja Funktionen von  $\Theta$  und  $\alpha$  sind, für bestimmte Wertepaare  $(\alpha, \Theta)$  ausgewertet und für den praktischen Gebrauch graphisch aufgetragen werden. Dies ist in den Bildern 7.10, 7.11 und 7.12 geschehen.

Die Beispiele in Abschnitt 11 zeigen die Anwendung des Näherungsverfahrens unter Verwendung der Hilfstabeln.

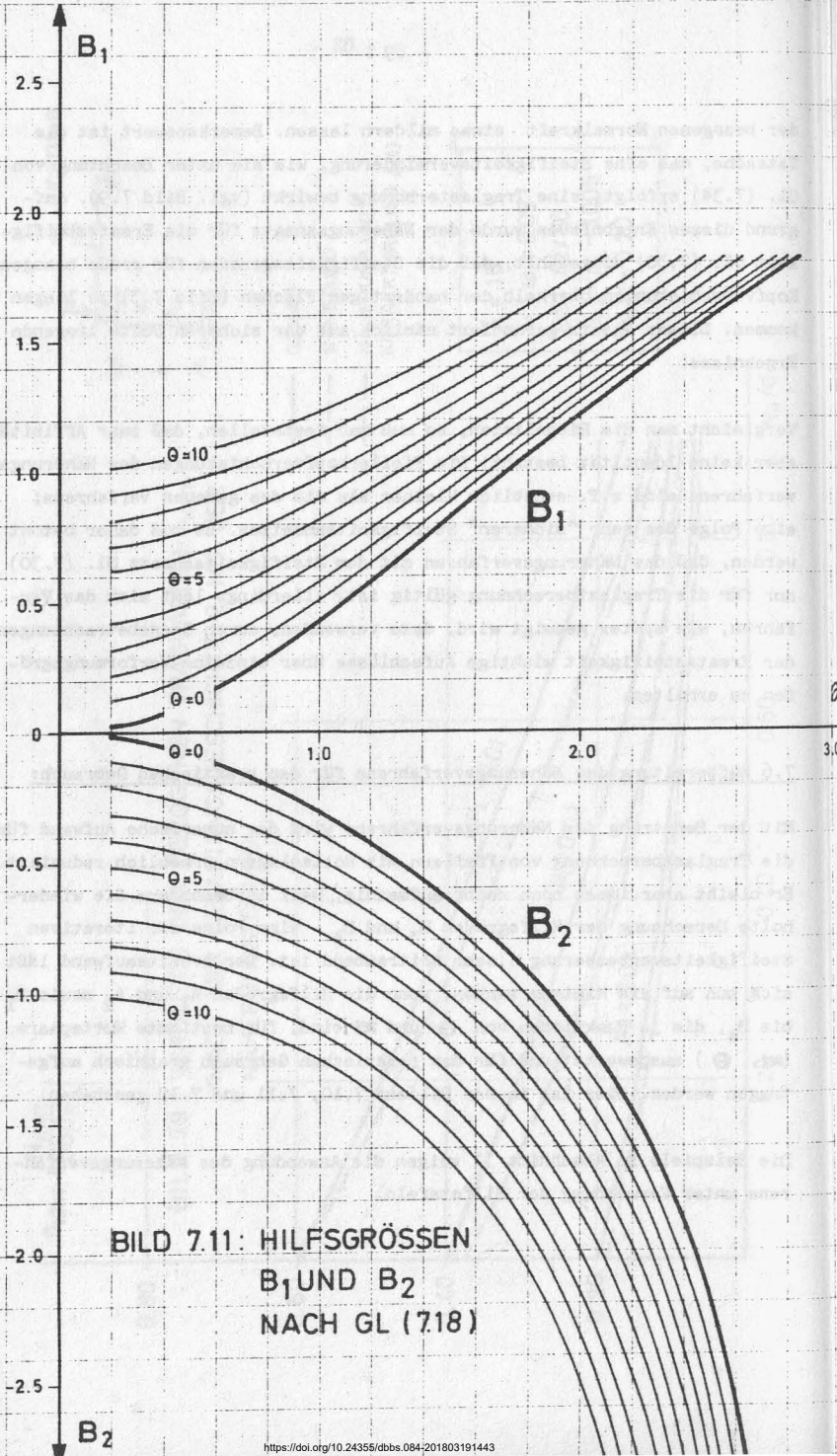


BILD 7.11: HILFSGRÖSSEN  
 $B_1$  UND  $B_2$   
 NACH GL (7.18)

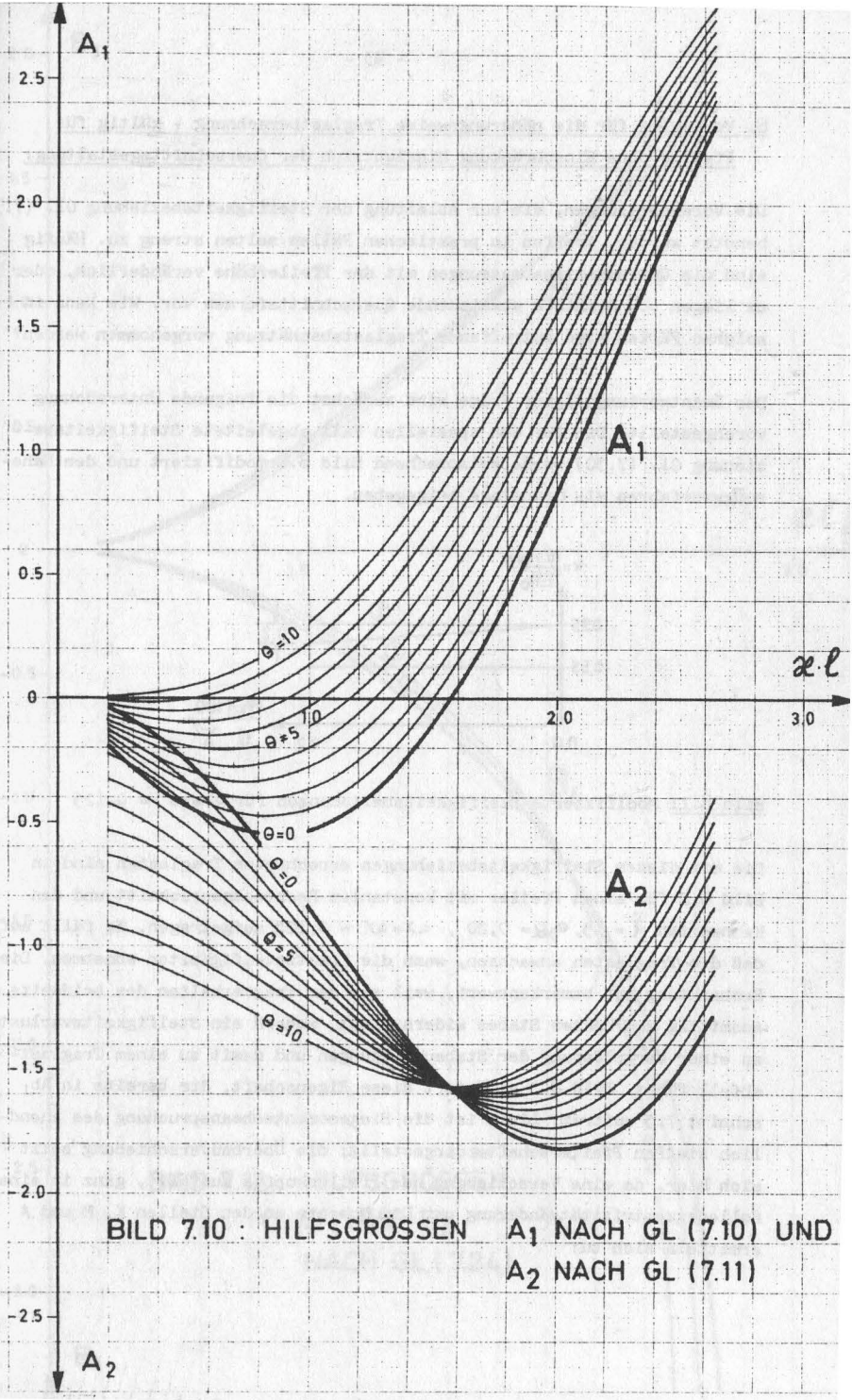


BILD 7.10 : HILFSGRÖSSEN  $A_1$  NACH GL (7.10) UND  $A_2$  NACH GL (7.11)

8. Vorschlag für die näherungsweise Traglastberechnung - gültig für Pfeiler ohne Einschränkung hinsichtlich der Querschnittsgestaltung:

Die Voraussetzungen, die zur Ableitung der Steifigkeitsbeziehung Gl. (7.30) benutzt wurden, treffen in praktischen Fällen selten streng zu. Häufig sind die Querschnittsabmessungen mit der Pfeilerhöhe veränderlich, oder es liegen vom Rechteck abweichende Querschnittsformen vor. Wie kann in solchen Fällen eine zutreffende Traglastabschätzung vorgenommen werden?

Der Beantwortung dieser Frage wird zunächst die folgende Untersuchung vorangestellt: Die für den speziellen Fall abgeleitete Steifigkeitsbeziehung Gl. (7.30) werde entsprechend Bild 8.1 modifiziert und dem Näherungsverfahren als Grundlage beigegeben.

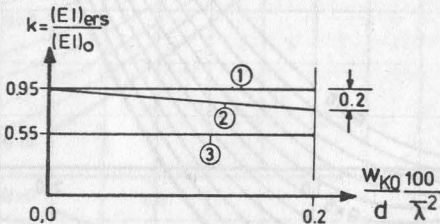


Bild 8.1: Modifizierte Steifigkeitsbeziehungen für  $\omega = \omega' = 0,125$

Die mit diesen Steifigkeitsbeziehungen errechneten Traglasten sind in Bild 8.2 für einen Pfeiler mit konstantem Rechteckquerschnitt und den Kennwerten  $\bar{\lambda} = 15$ ,  $e_0/d = 0,20$ ,  $\omega = \omega' = 0,125$  aufgetragen. Es fällt auf, daß die Traglasten anwachsen, wenn die Ersatzsteifigkeiten abnehmen. Diese Beobachtung ist bemerkenswert, weil sie dem Tragverhalten des beidseits ausmittig gedrückten Stabes widerspricht, wonach ein Steifigkeitsverlust zu einer Vergrößerung der Stabausbiegungen und damit zu einem Traglastabfall führt. Bild 8.3 erläutert diese Eigenschaft, die bereits in Abschnitt 7.5 auftrat. Links ist die Biegemomentenbeanspruchung des unendlich steifen Pfeilerschaftes dargestellt; die Überbauverschiebung setzt sich hier, da eine Verschiebung des Pfeilerkopfes ausfällt, ganz in eine Rollenezentrizitätsänderung um. Die Momente an den Stellen K, M und A ermitteln sich zu:



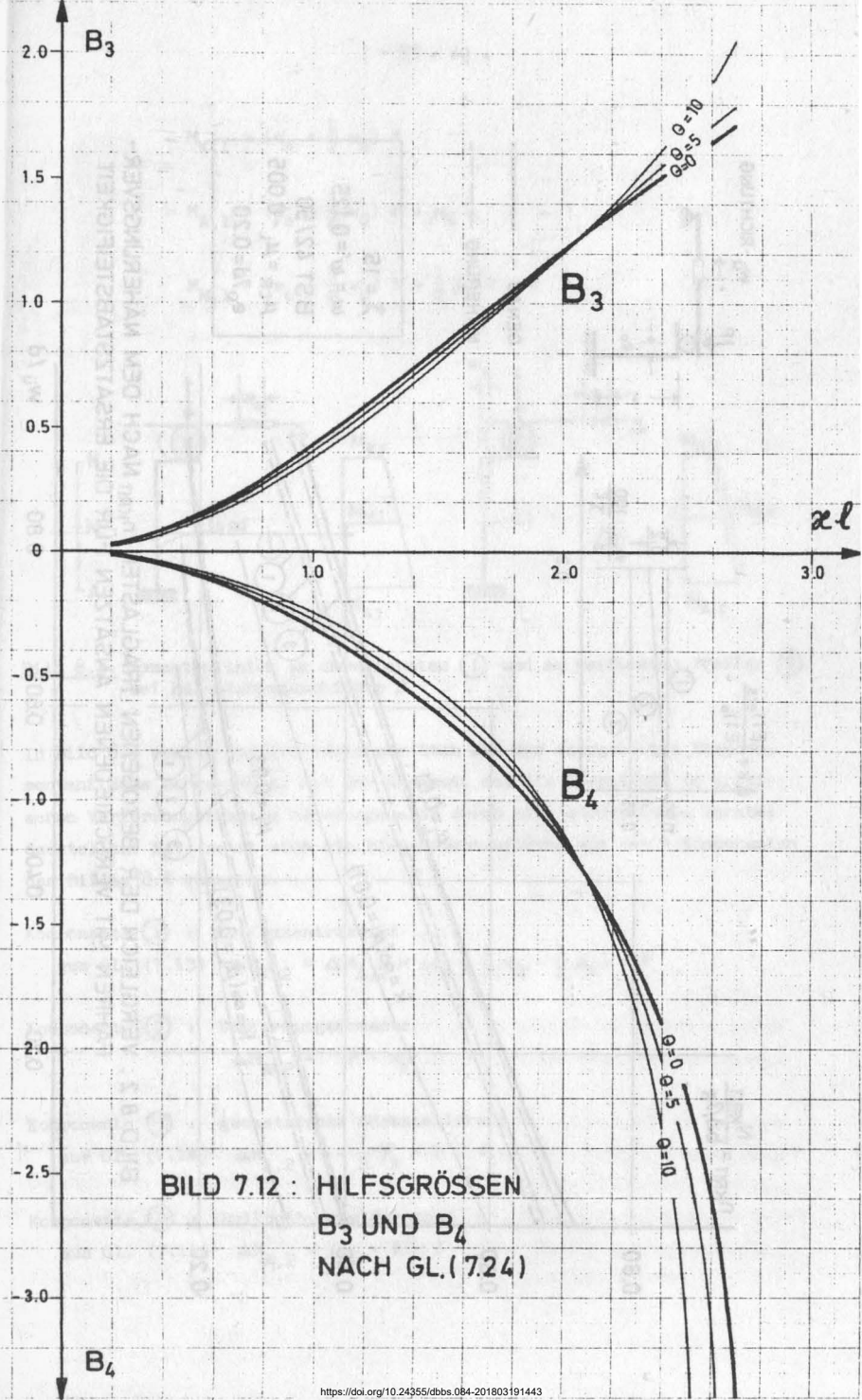


BILD 7.12 : HILFSGRÖSSEN  
 $B_3$  UND  $B_4$   
 NACH GL.(7.24)



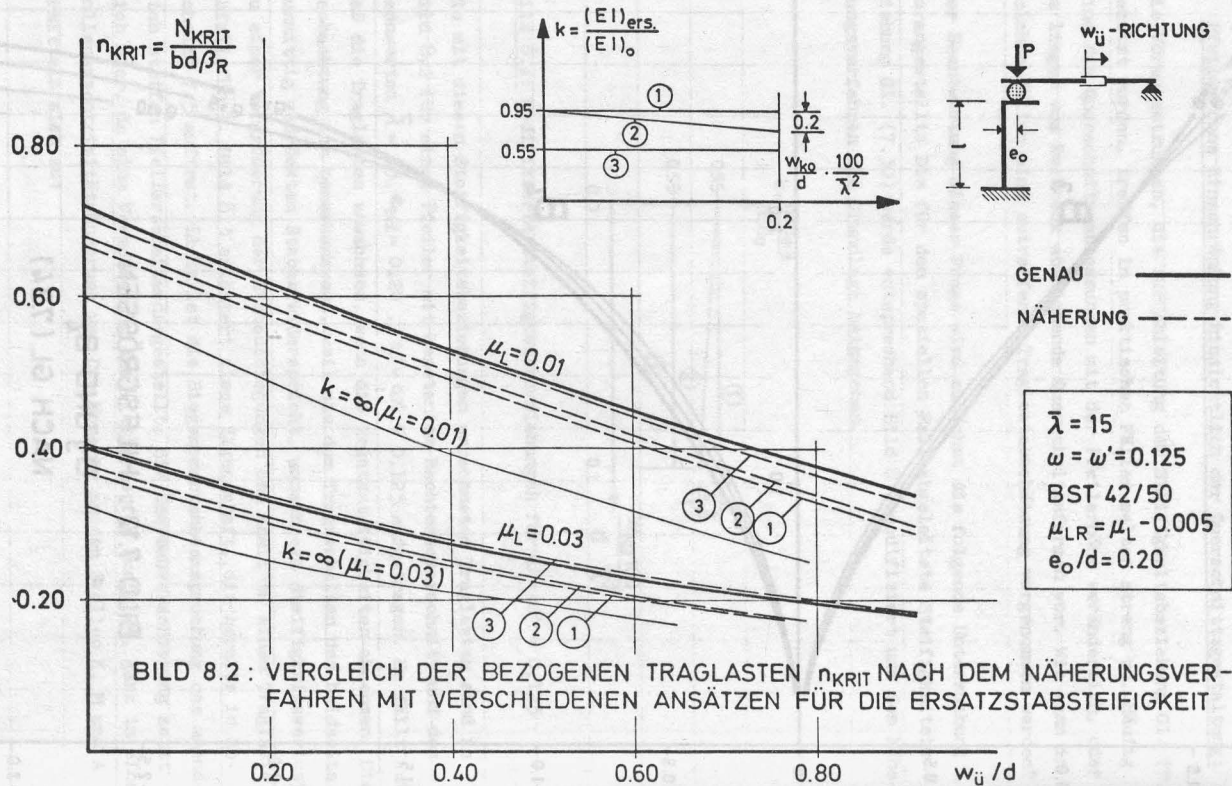
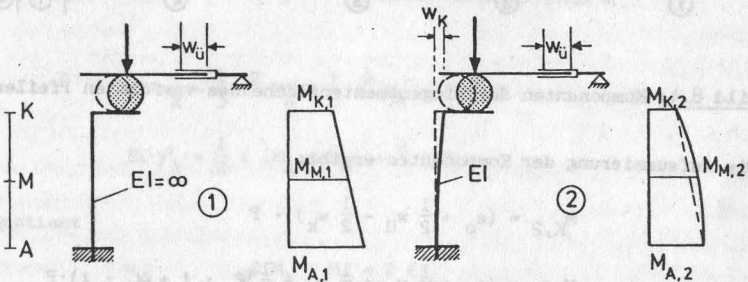


BILD 8.2: VERGLEICH DER BEZOGENEN TRAGLASTEN  $n_{KRIT}$  NACH DEM NÄHERUNGSVERFAHREN MIT VERSCHIEDENEN ANSÄTZEN FÜR DIE ERSATZSTABSTEIFIGKEIT

$$M_{K,1} = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) P ,$$

$$M_{A,1} = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) P + \mu_L \cdot P \cdot l ,$$

$$M_{M,1} = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) P + \frac{1}{2} \cdot \mu_L \cdot P \cdot l .$$



**Bild 8.3:** Momentenlinien am unverformten ① und am verformten Pfeiler ② bei Belastungsgeschichte 2

In Bild 8.3 rechts ist der verformte Stab und die dazugehörige Biegemomentenfläche dargestellt. Mit der Annahme, daß die Biegelinie im kritischen Verformungszustand näherungsweise durch eine quadratische Parabel darstellbar ist, setzt sich die Biegemomentenfläche aus den 4 Komponenten des Bildes 8.4 zusammen.

Komponente ① : Kopfexzentrizität

aus Gl. (7.15)  $\Delta M_{K,2} = \Delta M_{A,2} = (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} - \frac{1}{2} w_k) \cdot P$

Komponente ② : Verformungsmomente

$$\Delta M_{A,2} = P \cdot w_k$$

Komponente ③ : geometrische Rückstellkraft

aus Gl. (7.14)  $\Delta M_{A,2} = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_k \cdot P \cdot l$

Komponente ④ : Rollreibungswiderstand

aus Gl. (7.14)  $\Delta M_{A,2} = \mu_L \cdot P \cdot l$

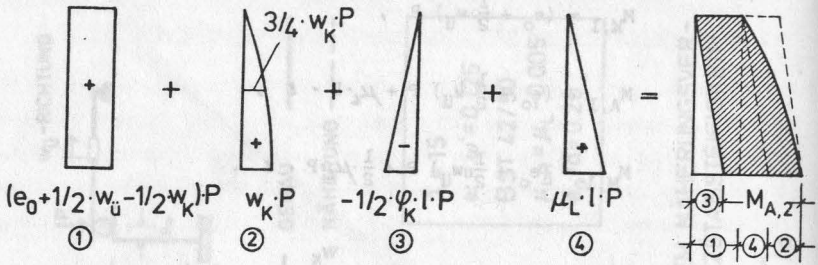


Bild 8.4: Komponenten der Biegemomentenfläche des verformten Pfeilers

Die Aufsummierung der Komponenten ergibt:

$$M_{K,2} = (e_0 + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} - \frac{1}{2} w_k) \cdot P$$

$$M_{A,2} = (e_0 + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} + \frac{1}{2} w_k - \frac{1}{2} \varphi_k \cdot l + \mu_L \cdot l) \cdot P$$

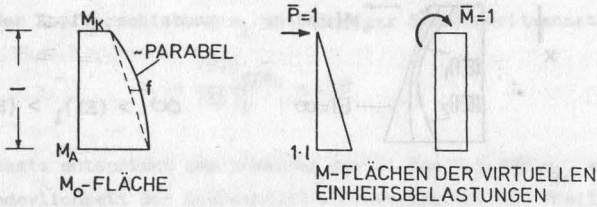
$$M_{M,2} = (e_0 + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} + \frac{1}{4} w_k - \frac{1}{4} \varphi_k \cdot l + \frac{1}{2} \mu_L \cdot l) \cdot P$$

Der Vergleich mit den Momenten am unverformten System erfolgt über die Differenzenbildung

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta M_K &= M_{K,1} - M_{K,2} = \frac{1}{2} w_k P \\
 \Delta M_A &= M_{A,1} - M_{A,2} = -\frac{1}{2} w_k P + \frac{1}{2} \varphi_k \cdot l \cdot P \\
 \Delta M_M &= M_{M,1} - M_{M,2} = -\frac{1}{4} w_k P + \frac{1}{4} \varphi_k \cdot l \cdot P
 \end{aligned} \right\} (8.1)$$

wobei positive Beträge bedeuten, daß die Momente am verformten System kleiner sind als die am unverformten System.

Während am Pfeilerkopf die Momente am verformten System immer kleiner sind, kann eine entsprechende Aussage für die Punkte A und M erst dann gegeben werden, wenn eine Beziehung zwischen  $w_k$  und  $\varphi_k$  bereitsteht. Aus der charakteristischen Momentenverteilung (Bild 8.4) berechnen sich mit Hilfe des Reduktionssatzes die Pfeilerkopfverformungen zu:



$$EI \cdot w_K = \frac{1}{3} l^2 M_A + \frac{1}{6} l^2 M_K + \frac{1}{3} l^2 f$$

$$EI \cdot \varphi_K = \frac{1}{2} l (M_A + M_K) + \frac{2}{3} l f$$

Der Quotient

$$\frac{w_K}{\varphi_K \cdot l} = \eta = \frac{2 M_A + M_K + 2 f}{3 M_A + 3 M_K + 4 f} \quad (8.2)$$

liefert die für die Auswertung der Gl. (8.1) benötigte Beziehung. Die Gl. (8.2) in Gl. (8.1) eingesetzt, ergibt:

$$\Delta M_K = \frac{1}{2} w_K \cdot P$$

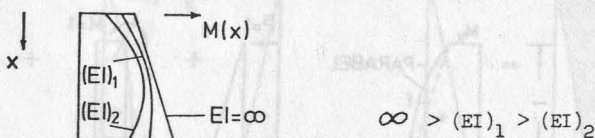
$$\Delta M_A = \frac{1}{2} w_K \cdot P \left( \frac{1}{2} - 1 \right) \quad (8.3)$$

$$\Delta M_M = \frac{1}{4} w_K \cdot P \left( \frac{1}{2} - 1 \right)$$

Im Falle  $M_A > 0$ ,  $M_K > 0$  und  $f > 0$  nimmt  $\eta$  nach Gl. (8.2) die folgenden Werte an

$$\frac{1}{3} < \eta < \frac{2}{3}.$$

Alle Differenzbeträge der Gl. (8.3) sind daher größer als Null, so daß die Momentenlinie am unverformten System Einhüllende für die Momentenlinien mit  $EI \neq \infty$  wird. Die nun zu stellende Frage, ob sich die Differenzwerte der Gl. (8.3) mit einem Steifigkeitsabfall stetig vergrößern, kann selbstverständlich nur für einen bestimmten Bereich der Steifigkeitsreduktion gel-



**Bild 8.5:** Biegemomentenbeanspruchung des Pfeilerschaftes mit  $EI$  als Parameter bei konstant gehaltenen System- und Belastungsgrößen

ten. Er wird abgegrenzt durch die gefundenen Ersatzstabsteifigkeiten der genauen Verformungsrechnung (vgl. Kap. 7.3) bzw. durch die Forderung, daß die mit der reduzierten Stabsteifigkeit berechnete Biegelinie hinreichend mit der eingangs angenommenen Biegelinie (Parabel 2. Ordnung) übereinstimmt. In diesem Bereich wird  $\eta$  durch einen Steifigkeitswechsel weniger stark verändert als die Kopfverschiebung  $w_k$ . Mit abnehmender Steifigkeit  $EI$  setzen sich deshalb die Momentenlinien immer weiter von der Grenzlinie  $EI = \infty$  ab (Bild 8.5). Setzt man gleiche Grenzbeanspruchbarkeit der Querschnitte voraus, dann lassen sich mit kleineren Stabsteifigkeiten  $EI$  größere Überbauverschiebungen resp. Traglasten anschaulich nach Bild 8.5 dadurch nachweisen, daß beispielsweise die Momentenlinie mit  $(EI)_2$  infolge erhöhter Beanspruchung dichter an die Momentenlinie mit  $(EI)_1$  herangeführt werden kann.

Vergleichend sei an dieser Stelle auf einen Pfeiler hingewiesen, der anstelle des Rollenlagers ein Gleitlager besitzen möge. Ein Steifigkeitsverlust würde unter den gleichen Bedingungen bei einem solchen Pfeiler zu einem Traglastabfall führen, weil die Zunahme der Kopfauslenkung eine Vergrößerung der Verformungsmomente bewirkt. Aus diesem Grunde ist das in Bild 8.5 dargestellte Untersuchungsergebnis ein spezifisches Kennzeichen des Trag- und Verformungsverhaltens von Pfeilern mit Rollenlagern.

Die gefundenen Zusammenhänge zwischen Traglasten und Ersatzstabsteifigkeiten erleichtern ganz erheblich die Beantwortung der Ausgangsfrage. Aus Bild 8.2 ist ersichtlich, daß der Steifigkeitsverlauf ② nur geringe Vor-

teile gegenüber Steifigkeitsansatz (1) bringt. Außerdem gehört zum "sicheren" Ansatz eine Überschätzung der wirklichen Steifigkeit. Es wird daher ein von der Kopfverschiebung  $w_k$  unabhängiger Steifigkeitsansatz empfohlen:

$$k_1 = \frac{(EI)_{\text{ers.}}}{(EI)_1} = 0,8 \quad (8.4)$$

Dieser Ansatz entspricht den  $k$ -Werten des Bildes 7.3 für  $w_{k0} = 0$ . Im Falle der Veränderlichkeit der Querschnittsabmessungen mit der Pfeilerhöhe kann ein geeigneter Querschnitt des Schaftes (unterer Drittelpunkt) zur Berechnung von  $k_1$  benutzt werden.

Der Vorteil dieses Ansatzes liegt darin, daß er quasi direkt zur Bemessung führt. Man hat zunächst den Bewehrungsgehalt vorzuschätzen; sodann ermittelt man mit Hilfe der Gleichungen des Abschnitts 7.2.2 die Schnittgrößen zur gegebenen Belastung am verformten System. Es wäre falsch, die so berechneten Schnittgrößen ohne Einschränkung der Schaftbemessung zugrunde zu legen, weil größere Abweichungen vom Grenzwert  $P_g/P_p = \infty$ , der zur EBG 2 gehört, am Pfeilerkopf ungünstigere Momentenbeanspruchungen als berechnet bewirken können. Die Bewehrung des Kopfquerschnittes muß daher mindestens für das Moment

$$\min M_K = (e_0 + \frac{1}{2} w_{\text{ü}}) \cdot P \quad (8.5)$$

ausgelegt sein. Außerdem erachtet der Verfasser es für notwendig, die Schaftbewehrung der folgenden Grenzmomentenlinie anzupassen: Das mit Gl. (8.4) berechnete Maximalmoment, das sich am Pfeilerfuß oder kurz darüber einstellt, ist vom Fuß bis zur halben Pfeilerhöhe konstant zu belassen; von dort darf das Moment linear auf den Wert der Gl. (8.5) am Pfeilerkopf vermindert werden.

Den Abschluß des Bemessungsvorganges bildet der Vergleich zwischen eingelegerter und vorgeschätzter Bewehrung. Nur wenn der geschätzte Wert grob danebenliegt, ist die Berechnung mit einem neuen Schätzwert zu wiederholen.

Eine weitergehende Vereinfachung des Steifigkeitsansatzes besteht darin,  $EI$  gleich unendlich zu setzen. Wie man sieht (vergl. Bild 8.2), ergeben



sich selbst mit diesem Ansatz brauchbare Lösungen.

### 9. Abschätzende Traglast- und Verformungsuntersuchungen für baupraktisch wichtige Fragen

Die in diesem Abschnitt angeschnittenen Fragen beziehen sich lediglich auf die für Rollenlager baupraktisch wichtigen Schlankheiten  $\bar{\lambda} \leq 15$ . Diese Schlankheitsgrenze wurde mit der für die Bemessung maßgebenden BG 2 gefunden. In Verbindung mit BG 1 ist diese Schlankheit jedoch klein, so daß die hier berührten Fragen bezüglich der BG 1 unbedeutend sind, solange die Bewehrung unabgestuft (Abschnitt 7) bzw. nach dem Vorschlag in Abschnitt 8 verlegt wird.

#### 9.1 Einfluß der Baugrundelastizität auf die Traglast

##### 9.1.1 Das Verformungsgesetz des Baugrundes:

Die Baugrundnachgiebigkeit sei hier durch das linear-elastische Federgesetz

$$M_A = C_F \cdot \varphi_A \tag{9.1}$$

beschrieben. Im speziellen Fall läßt sich die Drehfederkonstante  $C_F$  am zutreffensten aus einer Setzungsberechnung nach DIN 4019, Bl. 2 ableiten. Für rechteckige Fundamentflächen und mit der Annahme eines elastisch-isotropen Halbraumes geben GOSCHY/BALACZ [25] die folgende Beziehung an:

$$\varphi_A = \alpha_M \cdot \frac{M_A}{E_S \cdot d_F^2 \cdot b_F} \tag{9.2}$$

Es bedeuten:  $E_S$  : Steifeziffer

$d_F$  : Fundamentabmessung in Knickrichtung

$b_F$  : Fundamentbreite

$\alpha_M$  : Formbeiwert ( $\alpha_M \sim 3,7$ )

Bibl. d. TU.  
Braunschweig

Aus Gl. (9.2) leitet sich  $C_F$  ab zu:

$$C_F = \frac{E_S \cdot d_F^2 \cdot b_F}{\alpha_M} \quad (9.3)$$

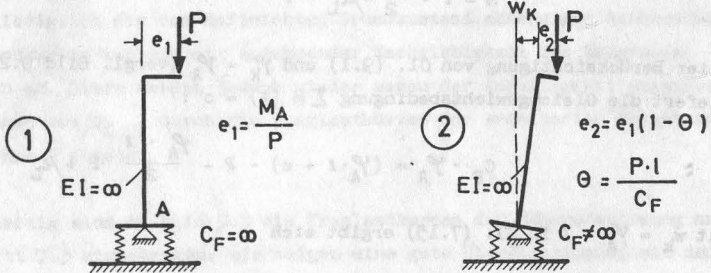
Die Drehfederkonstante  $C_F$  ist mit der Dimension [Mpm] behaftet; sie kann in dieser Form nicht in die dimensionslosen Traglastdiagramme eingearbeitet werden. Es wird die folgende dimensionslose Form benutzt

$$\vartheta = \frac{C_F}{\bar{E}_S \cdot b \cdot d^2} \quad (9.4)$$

wobei für  $\bar{E}_S = 1000 \text{ Mp/m}^2$  (Einheitswert der Steifeziffer) und für  $b/d$  die Querschnittsabmessungen des Pfeilerschaftes zu setzen sind.

### 9.1.2 Grenz Betrachtung am unendlich biegesteifen Pfeilerschaft:

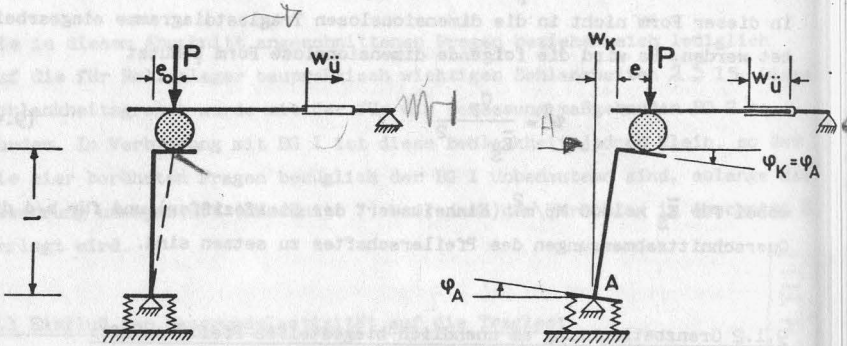
Auch ohne Berücksichtigung der Stabverformungen führt die elastische Nachgiebigkeit des Baugrundes im Falle der ausmittig gedrückten Kragstütze zu einem Tragverlust (vergl. Bild 9.1), weil - gleich große Fußmomente  $M_A$  bei ① und ② vorausgesetzt - mit  $C_F \neq \infty$  lediglich eine Lastausmitte  $e_2$  zulässig ist, die gegenüber  $e_1$  um den Faktor  $(1 - \Theta)$  verkleinert ist.



**Bild 9.1:** Tragverlust einer Kragstütze ( $EI = \infty$ ) infolge elastischer Baugrundnachgiebigkeit

Die folgenden am unendlich steifen Pfeilerschaft vorgenommenen Untersuchungen sollen klären, ob ähnlich starke Tragverluste bei Pfeilern mit Rollenlagern zu befürchten sind.

Wird dem System mit der Grundstellung nach Bild 9.2 links eine Überbauverschiebung  $w_{\ddot{u}}$  aufgezwungen, so stellt sich die in Bild 9.2 rechts dargestellte verformte Gleichgewichtsfigur ein. Je nach Steifigkeit der Drehfeder wandert dabei die Lagerrolle entsprechend Gl. (7.15) mehr oder weniger weit aus.



**Bild 9.2:** Grundstellung ( $w_{\ddot{u}} = 0$ ) und Endstellung nach der Überbauverschiebung  $w_{\ddot{u}}$  bei unendlich steifem Pfeilerschaft

Beim Übergang vom Ruhezustand zur Rotationsbewegung der Lagerrolle wirkt am Pfeilerkopf die Horizontalkraft Gl. (7.14)

$$H = P \cdot \frac{\varphi_K}{2} - \mu_L \cdot P$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (9.1) und  $\varphi_K = \varphi_A$  (vergl. Bild 9.2 rechts) liefert die Gleichgewichtsbedingung  $\sum M(A) = 0$ :

$$C_F \cdot \varphi_A = (\varphi_A \cdot l + e) \cdot P - \frac{\varphi_A \cdot l}{2} P + \mu_L \cdot l P \quad (9.6)$$

Mit  $w_k = \varphi_A \cdot l$  in Gl. (7.15) ergibt sich

$$e = e_0 + \frac{1}{2} (w_{\ddot{u}} - \varphi_A \cdot l) \quad (9.7)$$

Die Gl. (9.6) und (9.7) bilden ein Gleichungssystem für die Unbekannten  $e$  und  $\varphi_A$ . Die Auflösung erfolgt durch Eliminieren von  $e$ :

$$\varphi_A = \frac{P}{C_F} \left( e_0 + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} + \mu_L \cdot l \right) \quad (9.8)$$

$$e = e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} - \frac{Pl}{2 C_F} (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} + \mu_L \cdot l) \quad (9.9)$$

Mit Gl. (9.1) und Gl. (9.8) berechnet sich das Fußmoment  $M_A$  nach erfolgter Überbauverschiebung (vergl. Bild 9.2 rechts) zu:

$$M_A = P (e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} + \mu_L \cdot l) \quad (9.10)$$

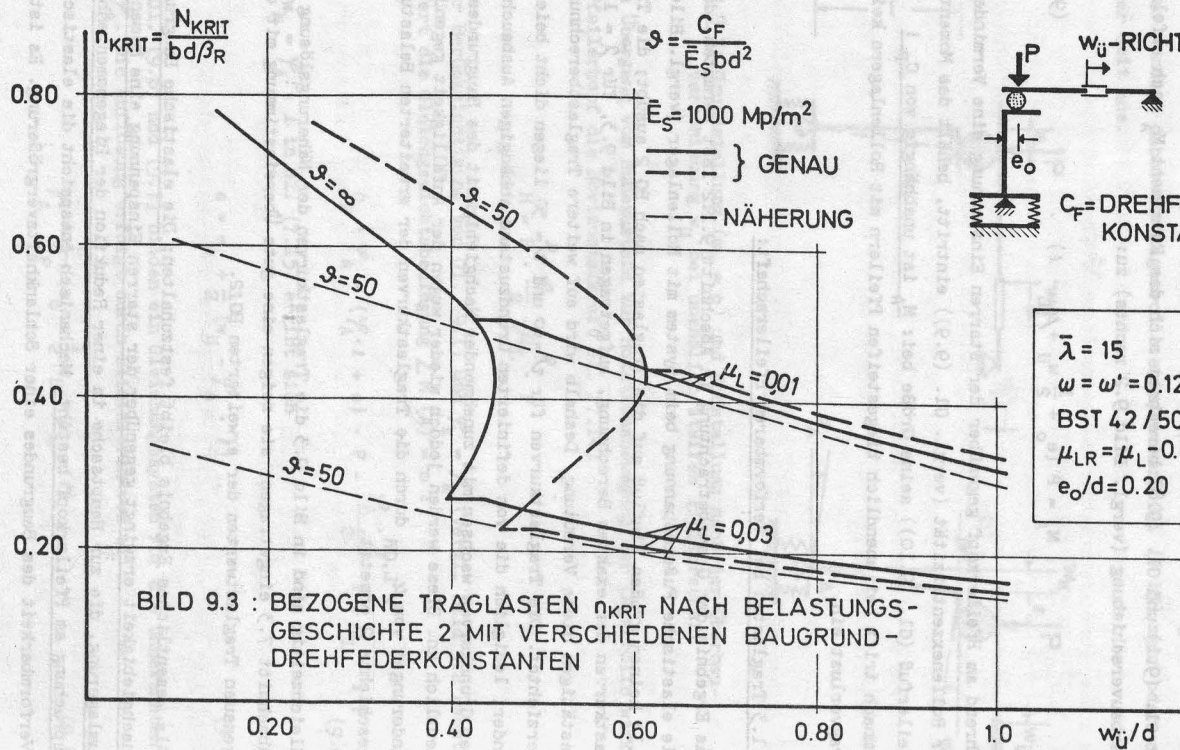
Während am Pfeilerkopf gegenüber der starren Einspannung eine Verminderung der Rollenzentrizität (vergl. Gl. (9.9)) eintritt, behält das Moment am Pfeilerfuß (Gl. (9.10)) seine Größe bei:  $M_A$  ist unabhängig von  $C_F$ ! Demnach tritt bei unendlich biegesteifen Pfeilern mit Rollenlagern kein Tragverlust ein.

### 9.1.3 Traglasten bei verformbarem Pfeilerschaft:

Das Ergebnis der Grenzbetrachtung in Abschnitt 9.1.2 läßt vermuten, daß die elastische Fuß einspannung beim System mit Rollenlager (vergl. Bild 4.1) keinen großen Einfluß auf die Traglasten nach BG 2 ausübt; die Traglastkurven der exakten Berechnung, aufgetragen in Bild 9.3, für  $\bar{\lambda} = 15$  bestätigen diese Vermutung. Deshalb wird auf weitere Traglastberechnungen verzichtet. Die Traglastkurven für  $\mathcal{V} = \infty$  und  $\mathcal{V} = 50$  liegen dicht beieinander; lediglich die vom definierten Grundzustand abhängigen Ausbauchungen der Grundkurven wachsen mit zunehmender Nachgiebigkeit des Baugrundes deutlich an. Diese werden jedoch wieder wegen der Anfälligkeit gegenüber Änderungen von  $\mu_{L,GR}$  durch die Traglastkurven der erweiterten Belastungsgeschichte 2 ersetzt.

Gleichzeitig sind in Bild 9.3 die Traglastkurven der Näherungslösung nach Abschnitt 7.3 eingetragen; sie zeigen eine gute Übereinstimmung mit den genauen Traglastwerten der erweiterten BG 2.

Als wesentliches Ergebnis bleibt festzuhalten: Die elastische Baugrundnachgiebigkeit erzwingt gegenüber der starren Einspannung eine Momentenumlagerung, die zur Hauptsache in einer Reduktion der Biegemomentenbeanspruchung am Pfeilerkopf besteht. Mechanisch entspricht die elastische Verformbarkeit des Baugrundes einer Schlankheitsvergrößerung. Es ist daher



zu prüfen, ob bei größeren Fußverdrehungen schlanker Pfeiler ( $\bar{\lambda} \sim 15$ ) nicht auf ein Rollenlager verzichtet werden kann. Nach Abschnitt 5.3 sinkt die obere Schlankheitsgrenze, für die ein Rollenlager noch vertretbar ist, unter  $\bar{\lambda} = 15$ . Berücksichtigt man diese Schlankheitsbegrenzung nach "oben", dann kann bei Benutzung des Steifigkeitsansatzes nach Gl. (8.4) für den hier untersuchten baupraktisch wichtigen Bereich

$$\infty > \vartheta > 50$$

die Baugrundnachgiebigkeit bemessungsmäßig vernachlässigt werden.

## 9.2 Einfluß des Kriechens auf die Traglast

Die Auswirkungen des Kriechens werden an einem Pfeiler untersucht, dessen Kopf um das Maß  $w_k$  ausgelenkt sei (Bild 9.4). Das Kriechen des Pfeilerbetons kann als Verlust der Biegesteifigkeit gedeutet werden. Dieser Verlust muß, sofern der alte Kopfverschiebungszustand  $w_k$  erhalten bleiben

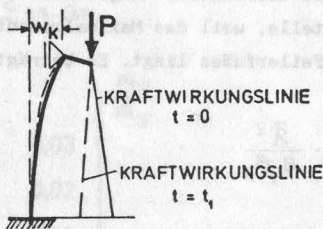


Bild 9.4: Kräfteumlagerung infolge Kriechens

soll, durch eine der Lastausmitte entgegengerichteten Horizontalkraftzunahme ausgeglichen werden. Die Kraftwirkungslinie (Bild 9.4) erfährt also infolge Kriechens eine Drehung im Uhrzeigersinn. Neben dieser Umlagerung der horizontalen Kopfkraft ist eine leichte Vergrößerung der Durchbiegungskurve zu beobachten. Weil zu den hier betrachteten Schlankheiten Momentenlinien gehören, deren Maximum im unteren Drittel des Pfeilerschaftes liegt, wirkt sich die Verdrehung der Kraftwirkungslinie besonders günstig aus: Der Pfeiler entzieht sich der Zwangsbeanspruchung, so daß die Verschiebungswege des Überbaus bzw. die Traglasten mit Berücksichtigung des Kriecheinflusses anwachsen.



### 9.3 Einfluß von "Wind auf den Pfeilerschaft" auf die Traglast

Die Windlast ist eine kurzzeitig angreifende Lastgröße. Die Lagerreibungskraft darf daher für die Abtragung der Windlasten stabilisierend wirkend angenommen werden. Die Windbelastung  $q_w$  auf den Pfeilerschaft verändert die Form der Biegelinie und führt zu einer Kräfteumlagerung am Rollenlager. Unter Umständen kann dadurch vorzeitig ein Rollprozess am Lager eingeleitet werden, der den Kopfverschiebungszustand des Pfeilers verändert. Zunächst wird der Fall betrachtet, der einen Wechsel des Pfeilerkopfverschiebungszustandes während des Wirkens von  $q_w$  ausschließt.

Weil bei baupraktischen Schlankheiten  $\bar{\lambda} \leq 15$  immer die Grenzschnittgrößen  $M_U$ ,  $N_U$  die Traglast bestimmen, ist der Biegemomentenzuwachs infolge  $q_w$  ein Maß für den Traglastverlust. Näherungsweise wird dieser Zuwachs unter Vernachlässigung des Verformungsanteils aus  $q_w$  ermittelt; außerdem sei ein konstanter Biegesteifigkeitsverlauf längs der Pfeilerachse angenommen. Mit diesen vereinfachenden Annahmen ist der vorhandenen Biegemomentenfläche eine Fläche gemäß Bild 9.5 zu überlagern. Maßgebendes Zuwachsmoment ist der Wert an der Einspannstelle, weil das Maximalmoment der Pfeilerbeanspruchung in der Nähe des Pfeilerfußes liegt. Es beträgt in bezogener Form:

$$m_w = \frac{M_w}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} = \frac{q_w}{b} \cdot \frac{\bar{\lambda}^2}{8 \beta_R}$$

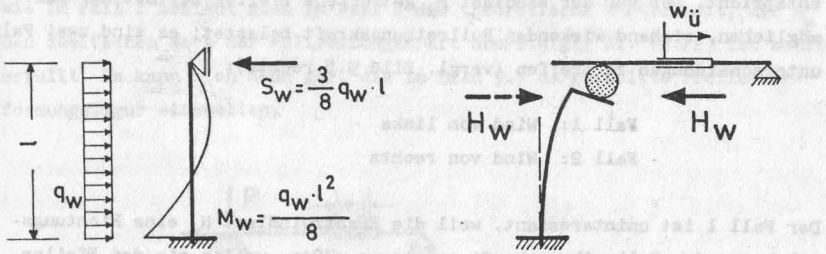
Durch Vergleich mit dem bezogenen Grenzmoment

$$m_U = \frac{M_U}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R}$$

gewinnt man Aufschluß über den Einfluß der Windbelastung.

$$\frac{m_w}{m_U} = \frac{q_w \cdot \bar{\lambda}^2}{b \cdot 8 \cdot \beta_R \cdot m_U} \quad (9.11)$$

Mit  $q_w/b = 1,75 \cdot 0,125 \approx 0,220 \text{ Mp/m}^2$  (s. DIN 1072) sind die Ergebnisse der Auswertung von Gl. (9.11) in Bild 9.6 aufgetragen. Der Parameterwert  $m_U \cdot \beta_R = 200$  gehört zu einem Pfeilerquerschnitt mit kleinem mechanischen



Angenäherter Biegemomentenzuwachs infolge  $q_W$

Windersatzlast am verformten System

Bild 9.5: Windbelastung

Bewehrungsgehalt und geringer bezogener Normalkraft (unterer praktischer Wert). Mit ihm liest man bei  $\bar{\lambda} = 15$  einen Windmomentenzuwachs von  $\sim 0,03 \cdot (m_U \cdot b \cdot d^2 \cdot \beta_R)$  ab. Für praktische Fälle kann demnach der in Bild 9.5 links dargestellte Biegemomentenzuwachs vernachlässigt werden, sofern  $\bar{\lambda} \leq 15$  ist.

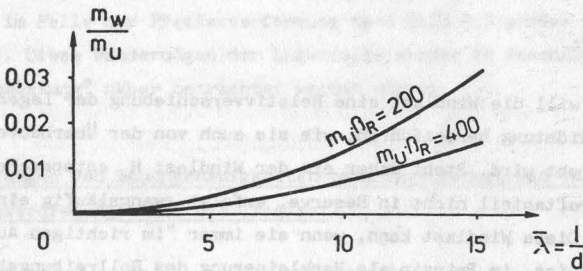


Bild 9.6: Auswertung der Gl. (9.11) für  $q_W/b = 0,220 \text{ Mp/m}^2$

Es wird nun der Einfluß studiert, den die Windlast auf die Bewegungen des Rollenlagers ausüben kann. Es empfiehlt sich, für die folgenden Überlegungen die statische Ersatzlast

$$H_W = \frac{3}{8} q_W \cdot l$$

einzuführen, die dem Betrage nach der Reaktionskraft  $S_W$  in Bild 9.5 links

entspricht. Der von der Windlast  $H_w$  getroffene Pfeiler sei mit der max. möglichen, ziehend wirkenden Rollreibungskraft belastet; es sind zwei Fallunterscheidungen zu treffen (vergl. Bild 9.5 rechts):

Fall 1: Wind von links

Fall 2: Wind von rechts

Der Fall 1 ist uninteressant, weil die Ersatzwindlast  $H_w$  eine Richtungs-umkehrung der Rollreibungskraft erzwingen müßte, wollte sie den Pfeilerkopferschiebungszustand verändern. Dies ist nur möglich, wenn

$$H_w > 2 \cdot \mu_L \cdot P \quad (9.12)$$

wird, was praktisch unmöglich scheint, setzt man die derzeit gültigen Rollreibungszahlen  $\mu_L$  der hochbelastbaren Rollenlager an. Theoretisch ist die Erfüllung der Ungleichung (9.12) möglich. In einem solchen Falle würde der betrachtete Windangriff zu einem Traglastabfall führen, der einer Zunahme des Rollreibungsbeiwertes  $\mu_L$  um

$$\Delta \mu_L = \frac{H_w}{P} - 2 \mu_L \quad (9.13)$$

entspräche.

Im Fall 2 will die Windlast eine Relativverschiebung der Lagerplatten in gleicher Richtung herbeiführen, wie sie auch von der Überbauverschiebung  $w_{\text{Ü}}$  angestrebt wird. Steht daher ein der Windlast  $H_w$  entsprechender Rollreibungskraftanteil nicht in Reserve, erfolgt zwangsläufig ein Rollprozess am Lager. Diese Windlast kann, wenn sie immer "im richtigen Augenblick" zur Stelle ist, im Prinzip als Verkleinerung des Rollreibungsbeiwertes  $\mu_L$  um

$$\Delta \mu_L = \frac{H_w}{P} \quad (9.14)$$

gedeutet werden, was zu einer Traglaststeigerung führt (vergl. Bild 5.2). Selbstverständlich kann diese Traglaststeigerung praktisch niemals in Ansatz gebracht werden. Dazu sind die getroffenen Annahmen wie "Vorgabe der Windrichtung" und "Blasen des Windes im richtigen Augenblick" zu weitgehend.

Wie im Fall 1 besteht auch im Fall 2 die theoretische Möglichkeit, daß  $H_w$  den zweifachen Wert der Rollreibungskraft übersteigt; Gl. (9.12) ist somit erfüllt. Es kann sich dann ggf. die in Bild 9.7 dargestellte Pfeilerverformungsfigur einstellen,

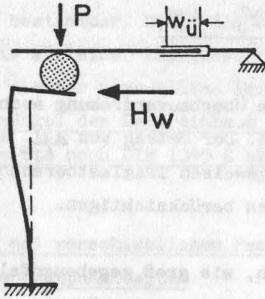


Bild 9.7: Pfeilerverformung im Falle  $H_w > 2 \cdot \mu_L \cdot P$

die für die Auflastabtragung wegen ihrer doppelgekrümmten Form besonders gut geeignet ist. Zu beachten ist, daß die Ausmittigkeitwanderung der Lagerrolle im Falle der Pfeilerverformung nach Bild 9.7 größer wird als  $(e_o + \frac{1}{2} w_{ü})$ . Diese Wanderungen der Lagerrolle werden in Abschnitt 9.7 "Lagerwegbemessung" näher betrachtet werden müssen.

#### 9.4 Auswirkungen von Bauungenauigkeiten beim Lagereinbau und von Überbauverdrehungen auf die Traglast

Die Traglastdiagramme dieser Arbeit sind unter den Voraussetzungen erstellt worden, daß die Lagerplatten des Rollenlagers exakt horizontal verlegt worden sind und daß ein Verdrehen der oberen Platte, d.h. des Überbaus, während der Belastung nicht erfolgt. Beide Annahmen treffen in Wirklichkeit nur näherungsweise zu.

Zunächst soll daher die Frage geklärt werden, wie Abweichungen von den oben genannten Annahmen am einfachsten rechnerisch erfaßt werden können. Angenommen, die obere Lagerplatte sei mit einem Fehler  $\Delta \varphi_o$ , die untere Platte mit einem Fehler  $\Delta \varphi_u$  eingebaut worden; außerdem betrage die Ver-

drehung des Überbaus im ungünstigsten Falle  $\varphi_0$ . Dann lautet die Rollbedingung Gl. (2.6) nun:

$$P \left( \frac{\varphi_u + \Delta\varphi_u + \varphi_0 + \Delta\varphi_0}{2} + \mu_L \right) < H < P \left( \frac{\varphi_u + \Delta\varphi_u + \varphi_0 + \Delta\varphi_0}{2} - \mu_L \right)$$

Mit

$$\Delta\mu_L = \frac{\Delta\varphi_u + \varphi_0 + \Delta\varphi_0}{2} \quad (9.15)$$

kann man die Einbaufehler sowie die Überbauverdrehung auch als Änderung des Rollreibungsbeiwertes verstehen. Der Betrag von  $\Delta\mu_L$  läßt sich dann sehr einfach sowohl in der näherungsweise Traglastberechnung als auch in den aufgestellten Traglastdiagrammen berücksichtigen.

Um einen Anhalt darüber zu erhalten, wie groß gegebenenfalls die Traglastverluste infolge fehlerhaften Lagereinbaus sein können, werden diese für den Fall, daß die Lagerplatten zwar parallel, der gesamte Lagerkörper aber nicht exakt horizontal verlegt worden ist, zahlenmäßig verfolgt. Mit

$\Delta\varphi_u = \Delta\varphi_0 = 0,004$  - dies entspricht einer Verkantung von 4 mm auf 100 cm - ergibt sich nach Gl. (9.15):

$$\Delta\mu_L = 0,004$$

Beachtet man, daß zwischen den Traglastkurven mit dem Parameter  $\mu_L$  geradlinig interpoliert werden darf, dann erhält man durch Abgriff aus Bild 5.10 ( $\bar{\lambda} = 15$ ) für

$$\left. \begin{array}{l} \mu_L = 0,01 \\ e_0/d = 0,10 \\ w_{\ddot{u}}/d = 0,50 \end{array} \right\} \Delta n = 0,06$$

Vergleichsweise sei für denselben Fall nun jener Tragverlust berechnet, der aus dem Ansatz der ungewollten Ausmitte nach DIN 1045 E hervorgeht.

$$\frac{\Delta e_u}{d} = \frac{S_k}{300 d}$$

Mit  $\frac{S_k}{d} = \bar{\lambda} = 15$  errechnet sich  $\Delta e_u/d$  zu:

$$\frac{\Delta e_u}{d} = 0,05$$

Hieraus ist schließlich durch Abgriff aus Bild 5.10 der Traglastverlust von  $\Delta \eta \approx 0,05$  bestimmbar. Dies ein Beispiel genügt, um zu zeigen, daß die Tragverluste aus einer Lagerkörperverkantung von gleicher Größenordnung sind, wie die der ungewollten Lastausmitte. Aus diesem Grunde sind Bauausführungsmängel des Lagereinbaus nicht mit dem Ansatz für die ungewollte Lastausmitte nach DIN 1045 E abdeckbar.

### 9.5 Traglasten bei verschieblichem Festhaltepunkt;

#### horizontale Festpunktlasten

Es bereitet keine Schwierigkeiten, die Traglastberechnung von Pfeilern mit Rollenlagern nach der als maßgebend erkannten Belastungsgeschichte 2 für den Fall zu erweitern, daß der "Festpunkt" elastisch verschieblich ausgebildet ist (vergl. Bild 1.1). Der durch die Verschieblichkeit des "Festpunktes" verursachte Traglastabfall ist nämlich den aufgestellten Traglastdiagrammen direkt entnehmbar, wenn die horizontale Verschiebung des Festhaltepunktes zu den Verschiebungen des Überbaus bei unverschieblich gedachtem Festpunkt hinzugezählt wird.

Problematisch ist die Frage nach der Größe der am Festpunkt angreifenden Horizontallasten. Eine ganze Reihe von Komponenten leisten hierzu Beiträge. Im einzelnen sind dies:

- die äußeren Horizontalkräfte aus Bremsen und Anfahren; sie sind nach DIN 1072, Abs. 6.4 nur vom Festpunkt, also unter Vernachlässigung der Rollwiderstände, aufzunehmen;
- die auf den Schaft des Festpfeilers entfallende Windlast;
- die Rollwiderstände von Lagern, welche sich bei exakt horizontal verlegten Lagerplatten einstellen;
- die geometrischen Rückstellkräfte  $H_p$  aus der Pfeilerkopfverdrehung;



- die Verschiebungswiderstände von Rollenlagern, die aus Überbauverdrehungen oder fehlerhaftem Lagereinbau resultieren; diese bekommen für den Festpunkt belastenden Charakter, wenn die Rolle gezwungen wird, "gegen den Berg" zu laufen.

Die drei zuerst genannten Komponenten sind normenmäßig verankert, wobei die alleinige Übernahme der Horizontalkräfte aus Bremsen und Anfahren durch den Festpunkt hier eine besonders wichtige und notwendige Annahme ist. Zur Komponente 3 ist zu bemerken, daß nach der "Änderung der Zulassungsbedingung der Rollenlager" [26] entlastend wirkende Widerstände der Rollenlager in Abweichung von DIN 1072, 6.5 (Nov. 1967) nicht mehr berücksichtigt werden dürfen. Diese Verschärfung ist im Blick auf die Bedeutung, die dem Festpunkt durch die genauere statische Betrachtungsweise zukommt, durchaus wünschenswert. Ganz abgesehen davon können die Rollreibungsbeiwerte von Lager zu Lager beträchtliche Differenzen aufweisen, weil die Verschmutzungsgrade unterschiedlich stark sein können und weil die im Zulassungswert für  $\mu_L$  enthaltenen Zuschläge für Lagereinbaufehler [8] nicht immer im gleichen Sinne - nämlich den Widerstand erhöhend - wirken müssen. Wie groß der Lagereinbaufehler höchstens sein darf, kann [26] entnommen werden: max.  $\Delta \varphi = 0,005$ . Bild 9.8 zeigt, daß diese Angabe nicht eindeutig definiert ist, weil zu jeder fehlerhaften Lagerplattenanordnung ein anderer Widerstandsbeiwert  $\Delta \mu_L$  gehört. Größenordnungsmäßig kann nur Fall ② gemeint sein. Sind größere Einbaufehler meßbar als angegeben, so schreibt [26] vor, daß eine Korrektur vorzunehmen ist. Somit können die aus fehlerhaftem Lagereinbau resultierenden Kraftwirkungen als ausreichend berücksichtigt angesehen werden.

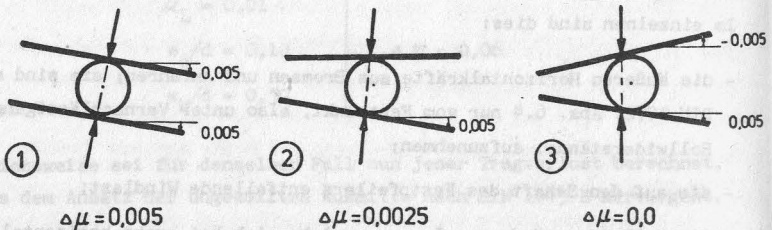


Bild 9.8: Lagereinbaufehler

Überbauverdrehungen an rollengelagerten Zwischenunterstützungen durchlaufender Träger erhalten nur dann nennenswerte Beträge, wenn die Feldweiten stark wechseln. Dagegen liefern die rollengelagerten Brückenenden immer nicht zu vernachlässigende  $H_{\varphi}$  - Beiträge.

Von den genannten Komponenten, die den Festpunkt belasten, ist bisher die geometrische Rückstellkraft aus der Pfeilerkopfverdrehung unberücksichtigt geblieben. Sie abzuschätzen, fällt besonders schwer, weil sie nicht dem Ergebnis der Traglastberechnung nach BG 2 entnommen werden kann. Wie aus Anlage 4 ersichtlich ist, besitzen nämlich  $H_{\varphi}$  und  $H_{\mu}$  bei BG 2 nicht das gleiche Vorzeichen. Eine Addition dieser beiden Größen tritt dagegen bei BG 1 auf (vergl. Anlage 3). Zur Abschätzung von  $H_{\varphi}$  ist daher die zur BG 1 gehörende Verformungsfigur zu suchen, die sich mit der nach BG 2 ermittelten Traglast als Auflast einstellen wird. Anhand von Bild 5.2 und Anlage 3 läßt sich dieser Weg anschaulich beschreiben. Das Diagramm in Anlage 3 gilt für den Fall

$$e_o/d = 0,30 ; w_{\ddot{u}}/d = 0,0 ,$$

was nach Gl. (4.26) gleichbedeutend ist mit

$$e_o/d = 0,20 ; w_{\ddot{u}}/d = 0,20 .$$

Mit diesem Wertepaar ist aus Bild 5.2 die bezogene Traglast

$\eta = \frac{N}{b d \beta_R} \approx 0,6$  ablesbar. Geht man mit  $\eta = 0,6$  in Anlage 3, so kann die gesuchte  $H_{\varphi}$  bezogene Rückstellkraft aus der Pfeilerkopfverdrehung zu

$$\frac{H_{\varphi}}{b d \beta_R} \approx 0,006$$

abgegriffen werden. Hieraus folgt weiter:

$$\frac{H_{\varphi}}{N} \approx \frac{0,006}{0,6} = 0,01$$

Daß die Rückstellkräfte aus der Pfeilerkopfverdrehung beachtliche Werte annehmen können, wurde bereits in früheren Abschnitten betont; im beschriebenen Beispiel entspricht  $H_{\varphi}$  einem Rollwiderstand von  $\sim 1 \%$ .

Die hier angestellte Untersuchung hat nur abschätzenden Charakter. Die berechneten  $H_{\varphi}$  - Werte sind gemeinsam mit den Rollwiderständen wahrscheinlich noch nicht die Größtwerte. Auch gelten die für den Rechteckquerschnitt abgeleiteten Ergebnisse nur näherungsweise für andere Querschnittsformen. Da die in Abschnitt 6 nachgewiesenen Traglastserhöhungen nur erzielbar sind, wenn die Festpunkte ausreichend standsicher bemessen sind, dürfen die Reaktionskräfte aus der Pfeilerkopfverdrehung nicht vernachlässigt werden. Für verschiedene Lastausmitten und Pfeilerschlankeiten wurden nach dem oben beschriebenen Verfahren die folgenden Rückstellkräfte ermittelt:

$$\bar{\lambda} > 5 : \quad \frac{H_{\varphi}}{N} = 0,003 \cdot \frac{\bar{\lambda}}{d} \left( e_0 + \frac{1}{2} w_{ü} \right) \quad (9.16)$$

Gl. (9.16) ist für den Rollreibungsbeiwert  $\mu_L = 0,01$  abgeleitet worden, weil mit dem kleinsten  $\mu_L$  - Wert die größten Kopfverdrehungen zu erwarten sind. Zu beachten ist, daß jeder Pfeiler mit Rollenlager einen nach Gl. (9.16) berechenbaren Rückstelleffekt bewirkt. Liegen die mit Rollenlagern versehenen Pfeiler rechts und links eines Festpunktes, dann dürfen wie bei den Rollwiderständen die entlastend wirkenden Rückstellkräfte nicht angesetzt werden.

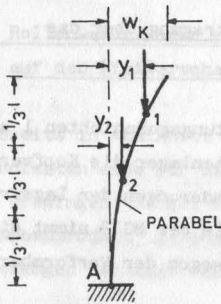
### 9.6 Vorschlag zur Berücksichtigung des Pfeilereigengewichts

Für hohe Brückenpfeiler kann die in Abschnitt 4.3 getroffene Annahme, die Eigengewichtslasten des Pfeilerschaftes zu vernachlässigen, nicht mehr gelten. Die Größe dieses Einflusses wird nachfolgend abgeschätzt.

Die Eigengewichtslasten beeinflussen das Tragverhalten in zweifacher Hinsicht. Zum einen verändern sie den Normalkraftverlauf längs der Pfeilerachse, womit sich gleichzeitig das Grenzmoment sowie die Moment-Krümmungs-Beziehung ändern. Zum anderen werden die aus der Pfeilerverformung resultierenden Biegemomente größer. Die Veränderlichkeit der Normalkraft entspricht in ihren Auswirkungen der nicht querschnittskonstanten Pfeilergeometrie (vergl. Abschnitt 8). Der Zuwachs der Verformungsmomente aus den Eigengewichtslasten des Pfeilerschaftes läßt sich mit der Annahme, daß die Biegelinie des Pfeilers als Parabel 2. Ordnung mit dem Scheitel am Pfeilerfuß angenähert werden darf, wie in Bild 9.9 dargestellt ermitteln.

Rechnet man den Größtwert des Zuwachsmomentes  $\Delta M_A$  in eine Vergrößerung der Rollenzentrizität um, ergibt sich:

$$\frac{\Delta e}{d} = \frac{1}{3} \cdot \frac{G}{P} \cdot \frac{w_k}{d} \quad (9.17)$$



$$y_1 \approx \frac{2}{3} w_k; \quad \Delta M_{A,1} = \frac{2}{3} w_k \cdot \frac{1}{3} G$$

$$y_2 = \frac{1}{4} w_k; \quad \Delta M_{A,2} = \frac{1}{4} w_k \cdot \frac{1}{3} G$$

$$\Delta M_A \approx \frac{1}{3} w_k \cdot G$$

G: Gesamtgewicht des Pfeilerschaftes

Bild 9.9: Biegemomentenzuwachs aus dem Pfeilereigengewicht

Dem Bild 7.3 läßt sich im ungünstigsten Fall die folgende Beziehung zwischen  $w_k$  und  $\bar{\lambda}$  entnehmen:

$$\frac{w_k}{d} \approx 0,2 \cdot \frac{\bar{\lambda}^2}{100}$$

Mit Gl. (9.17) folgt:

$$\frac{\Delta e}{d} = \frac{\bar{\lambda}^2}{1500} \cdot \frac{G}{P} \quad (9.18)$$

Mit Gl. (9.18) ist es bei der Traglastberechnung möglich, näherungsweise den Biegemomentenzuwachs aus dem Pfeilereigengewicht über eine Ausmittigkeitsvergrößerung zu erfassen.

### 9.7 Lagerwegbemessung

Die Lagerwegbemessung ist im Grunde keine Aufgabe, die im Zusammenhang mit dem Traglastnachweis gesehen werden muß. Sie wird hier deshalb diskutiert, weil bisher vielfach verlangt wurde, die Lagerwege dem Pfeilerkopfver-

schiebungszustand des vereinfachten Systems "freie Kragstütze" anzupassen. Hiernach ergeben sich insbesondere bei schlanken Pfeilern zu große Wege. Nachfolgend wird mit Hilfe von Grenzbetrachtungen eine genauere Berechnung des Lagerweges vorgeschlagen.

### 9.7.1 Rollenwanderungen bei alleiniger Lasteintragung über das Rollenlager:

In den Anlagen 3 und 4 sind für die Grenzbelastungsgeschichten 1 und 2 neben den Kräftegleichgewichtszuständen am Rollenlager die Kopfverschiebungen des Pfeilers sowie die Ausmittigkeitwanderungen der Lagerrolle in Abhängigkeit von  $\eta$  bzw.  $w_{\dot{u}/d}$  angegeben. Im Falle der BG 2 nimmt die Lastausmitte mit  $w_{\dot{u}/d}$  ständig zu. Sie bleibt aber wegen der Verformbarkeit des Pfeilerschaftes immer kleiner als

$$e < e_0 + \frac{1}{2} w_{\dot{u}} .$$

Im Falle der BG 1 (Anlage 3) tritt dagegen die größte Rollenausmittigkeit vor der eigentlichen Laststeigerung, also bei  $\eta = 0$ , aber nach dem Verschieben des Überbaus in die ungünstigste Position auf:

$$e = e_0 + \frac{1}{2} w_{\dot{u}} \quad (9.19)$$

Mit dem Aufbringen der Auflast wird der Pfeilerkopf gezwungen, in Richtung der Lastausmitte auszuweichen, womit ein Zurückrollen - also eine Exzentrizitätsverminderung - verbunden ist. Aus diesen Ergebnissen wird deutlich, daß im Falle der alleinigen Lasteintragung über das Rollenlager die Ausmittigkeitwanderung der Lagerrolle höchstens den Wert nach Gl. (9.19) annehmen kann.

Soll eine genauere Berechnung der größtmöglichen Rollenauswanderung erfolgen, dann ist zu beachten, daß der gesuchte Rollweg aus maximalen Material- und minimalen Belastungskenngrößen abzuleiten ist. In Abkehr von den Grenzbelastungsgeschichten ist nun der Überbau mit minimaler ständiger Auflast in die ungünstigste Position zu verfahren. Hierbei ist der Rollwiderstand, weil er belastend wirkt, in minimaler Größe anzunehmen. Auflaständerungen können außer Betracht bleiben. Sie führen zu rückrollenden

Bewegungen. Mit diesen Annahmen gehen die Pfeilerverformungen, die übrigen mit den Gleichungen des Abschnitts 7.2 berechenbar sind, im Vergleich zu denen des Traglastzustandes stark zurück. Ein genauere Nachweis dürfte daher nur für Schlankheiten  $\bar{\lambda} > 10$  lohnend sein.

### 9.7.2 Rollenwanderungen bei zusätzlichem Querlastangriff (Wind) auf den Pfeilerschaft:

Wie bereits in Abschnitt 9.3 angedeutet, können unter Umständen die Pfeilerwindlasten eine für die Lagerwegbemessung ungünstige Pfeilerverformungsfigur erzwingen (vergl. Bild 9.7). Dieses aus einer Traglastuntersuchung als "Nebenprodukt" gewonnene Ergebnis muß an dieser Stelle einer näheren, den Belangen der Lagerwegbemessung angepaßten Betrachtung unterzogen werden.

Voraussetzung für die folgende Betrachtung ist, daß der Überbau bereits eine extreme Verschiebungslage eingenommen hat und daß die Ersatzwindlast  $H_w = 3/8 \cdot q_w \cdot l$  der Verschiebungsrichtung  $w_{\bar{u}}$  entgegengerichtet wirkt. Die Windlast  $H_w$  möge auf das in Bild 9.10 links dargestellte verformte System einwirken. Nun steht, da  $H_{\mu} = -\mu_L \cdot P$  ist, für die Aufnahme der Windlast keine Reserve des Rollwiderstandes zur Verfügung. Die am Pfeilerkopf angreifende Windlast muß über eine Änderung der Pfeilerschaftverkrümmung aufgenommen werden. Das entsprechend verformte System ist in Bild 9.10 rechts skizziert. Je nach Größe der Windlast gilt es beim Entfernen der Windlast  $H_w$  zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall 1: der in Bild 9.10 rechts dargestellte Verformungszustand ändert sich nicht. Statisch bedeutet dies, daß der zur Aufrechterhaltung des bestehenden Verformungszustandes notwendige Rollreibungsbeiwert  $\mu$ , der sich aus

$$\mu = -\mu_L + \frac{H_w}{P} \quad (9.20)$$

berechnet, dem Betrage nach kleiner sein muß als der Grenzwert  $\mu_L$ . Ein neuerlicher, aus der gleichen Richtung kommender Windangriff muß, falls er den Kopfverschiebungszustand verändern will, größer sein als der vorangegangene.



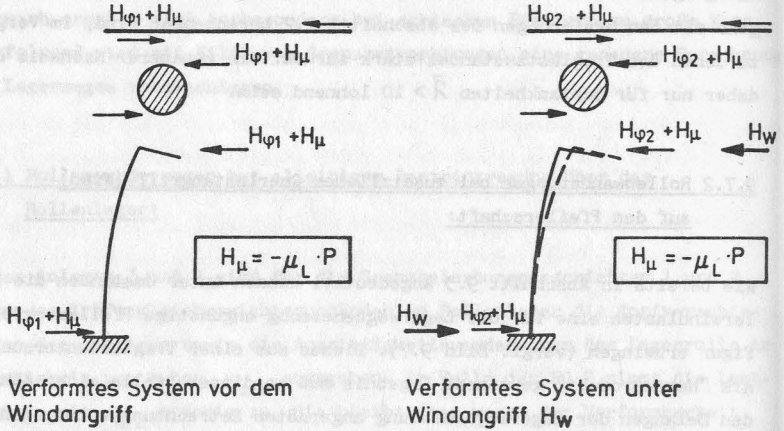


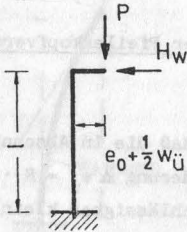
Bild 9.10: Kräftegleichgewicht und Pfeilverformung bei Windbelastung

**Fall 2:** die Verformungsfigur in Bild 9.10 rechts kann ohne  $H_W$  nicht bestehen bleiben; der Pfeiler federt zurück. Die Bewegung kommt zur Ruhe, sobald es  $H_{\mu}$  und  $H_{\varphi}$  gelingt, den Pfeilerkopf unverschieblich festzuhalten. Man beachte, daß  $H_{\mu}$  beim sich einstellenden Ruhezustand stützende Funktion bekommt:  $H_{\mu} = +\mu_L \cdot P$ . Wiederholt sich der Windangriff aus gleicher Richtung, dann muß dieser dem Betrage nach größer sein als in Gl. (9.12) angegeben, wenn der Kopfverschiebungszustand verändert werden soll. Bleibt der Betrag kleiner, reicht der in Reserve stehende Rollwiderstand aus, den Pfeilerkopf in seiner alten Lage festzuhalten.

Da es Lagerwege zu berechnen gilt, ist es notwendig, mit dem minimalen Grenzwert von  $\mu_L$  zu rechnen. Dieser kann nach den Versuchen der MPA Stuttgart [8] bei hochfesten Rollenlagern und kleinen Hertz'schen Pressungen unter den Wert von 0,002 absinken. Berücksichtigt man ferner eine nach [26] gerade noch erlaubte Bauungenauigkeit von  $\Delta\mu_L = 0,0025$  (vergl. Fall ② in Bild 9.8), kommt man zu einer quasi widerstandslosen Rollbewegung. Aus diesem Grunde ist es nicht zu ungünstig, wenn man für die Berechnung des eventuell notwendigen Lagerwegzuschlages  $\Delta e$  aus der Windbelastung den Rollwiderstand ignoriert:

$$\min \mu_L = 0,0$$

Vereinfachend sei für die weitere Abschätzung der Pfeiler als freier Kragstab betrachtet. Aus dem nebenstehenden Lastbild berechnet sich die Kopfverschiebung des Pfeilers nach bekannter Art (Theorie I. O.) zu:



$$w_k = \frac{l^2}{6 EI} \cdot \left[ - 2 H_w \cdot l + 3 P \left( e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}} \right) \right] \quad (9.21)$$

Ein Lagerwegzuschlag ist nur nötig, wenn die Kopfverschiebung  $w_k$  kleiner als Null wird; d.h. wenn der Windlastsummand im Klammerausdruck der Gl. (9.21) betragsmäßig größer wird als der Auflastsummand. Zum Auffinden des ungünstigsten Falles ist daher P in minimaler Größe einzusetzen. Der Wert  $e_o$  enthält hier lediglich jene Komponenten der Lagervoreinstellung, die aus  $\frac{1}{2}$  Kriechen +  $\frac{1}{2}$  Schwinden hervorgehen. Es gilt

kein Zuschlag notwendig:

$$\frac{H_w}{P_{\min}} \leq \frac{3}{2} \cdot \frac{e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}}{l} \quad (9.22)$$

Zuschlag ist erforderlich:

$$\frac{H_w}{P_{\min}} > \frac{3}{2} \cdot \frac{e_o + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}}{l} \quad (9.23)$$

Zuschlagsgröße:

$$\Delta e = - \frac{w_k}{2} \quad (9.24)$$

Für die Ableitung der Gl. (9.22) stellen die benutzten Vereinfachungen auf der sicheren Seite liegende Annahmen dar. Größere negative Verschiebungen aus Gl. (9.21) sind dagegen mit Vorsicht zu benutzen, weil der Verformungseinfluß aus Theorie II. O. nicht berücksichtigt ist. In solchen Fällen - es handelt sich hierbei durchweg um schlanke Pfeiler - wird empfohlen, anstelle eines Lagerwegzuschlages eine Lagerarretierung am Ende des rechnerischen Rollweges (berechnet nach Abschnitt 9.7.1) vorzusehen. Mit einer solchen Maßnahme könnte nicht nur verhindert werden, daß beim Überrollen

der Endmarken schwerwiegende Bauschäden eintreten, vielmehr dürfte auf diese Weise auch die Systemtraglast in günstigem Sinne beeinflusst werden.

### 9.8 Einfluß der Exzentrizitätsänderung aus der Pfeilerkopfverdrehung auf die Traglast:

In diesem Unterabschnitt wird nachgewiesen, daß die in Abschnitt 2 getroffene Vereinfachung, die die Exzentrizitätsänderung  $\Delta e_u = R \cdot \Delta \varphi_u$  aus der Verdrehung der unteren Lagerplatte als vernachlässigbar klein erklärte, zulässig ist. Es genügt hier der Nachweis für die BG 2, weil im Falle der BG 1 günstigere Werte erhalten werden. In jedem Falle verkleinert (man beachte das Vorzeichen in Gl. (2.15) !) die abzuschätzende Größe die Rollenausmittigkeit, weshalb die Berücksichtigung der Exzentrizitätsänderung aus der Pfeilerkopfverdrehung zu einer Traglastserhöhung führt.

Die folgende Betrachtung umfaßt die Gesamtänderung der Ausmittigkeit, die sich zwischen Beginn und Ende der Belastungsgeschichte 2 einstellt. Die Änderung der Pfeilerkopfverdrehung, die gemäß Gl. (9.25)

$$\Delta e_{u,\varphi} = R \cdot \Delta \varphi_u \quad (9.25)$$

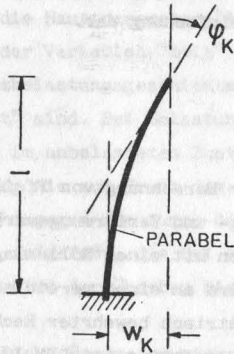
der Ausmittigkeitsänderung direkt proportional ist, beträgt in dieser "Zeitspanne":

$$\Delta \varphi_u = \varphi_{k,krit.}$$

Hieraus folgt:

$$\Delta e_{u,\varphi} = R \cdot \varphi_{k,krit} \quad (9.26)$$

$\varphi_{k,krit}$  wird nun durch die krit. Kopfauslenkung  $w_{k,krit}$  ausgedrückt. Hierzu bedarf es der mathematischen Formulierung der Biegelinie, die im Traglastzustand genügend genau durch eine quadratische Parabel ersetzt werden kann. Mit dieser Annahme läßt sich, wie aus nachstehender Skizze ersichtlich ist, der folgende Zusammenhang zwischen  $\varphi_{k,krit}$  und  $w_{k,krit}$  ableiten:



$$\varphi_{k,krit} = \frac{2 w_{k,krit}}{l} \quad (9.27)$$

$\varphi_{k,krit}$  nach Gl. (9.27) in Gl. (9.26) eingesetzt, ergibt:

$$\Delta e_{u,\varphi} = 2 \cdot \frac{R}{l} \cdot w_{k,krit} \quad (9.28)$$

Die Kopfverschiebung des Traglastzustandes läßt sich in Abhängigkeit von  $\bar{\lambda}$  aus Bild 7.3 entnehmen:

$$\frac{w_{k,krit}}{d} \approx 0,2 \frac{\bar{\lambda}^2}{100}$$

Zusammen mit Gl. (9.28) findet man schließlich die für die Abschätzung brauchbare Gleichung (9.29).

$$\frac{\Delta e_{u,\varphi}}{d} = 0,004 \cdot \bar{\lambda}^2 \cdot \frac{R}{l} \quad (9.29)$$

Die Abschätzung wird für einen ungünstigen Fall vorgenommen:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{R}{l} = 0,01 \\ \bar{\lambda} = 15 \end{array} \right\} \frac{\Delta e_{u,\varphi}}{d} = 0,009$$

Aus Bild 5.10 sind hiermit Traglastabweichungen von  $\sim 2\%$  ablesbar. Die gewählten Daten für  $R/l$  und  $\bar{\lambda}$  stellen obere, praktisch mögliche Werte dar, so daß die in den aufgestellten Traglastdiagrammen enthaltenen Traglastunterschätzungen kleiner sind als  $\sim 2\%$ . Die Vernachlässigung der Ausmit-

tigkeitsänderung aus der Pfeilerkopfverdrehung stellt somit, vergleichend mit den sonstigen Annahmen, eine zulässige Vereinfachung dar.

## 10. Zusammenfassung

Abweichend von der bisher üblichen Annahme zur Berechnung von Pfeilern mit Rollenlagern wird in dieser Arbeit das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton-Brückenpfeilern im Zusammenwirken mit einem Rollenlager untersucht. Der grundsätzliche Tragmechanismus wird an einem vereinfachten System studiert. Für die Pfeiler wird ein symmetrisch bewehrter Rechteckquerschnitt angesetzt. Grundlage der Verformungsrechnung ist DIN 1045 E. Derselben Norm ist außerdem die Definition der Bruchschnittgrößen entnommen.

Die eigentliche Aufgabe des Rollenlagers, nämlich Systemzwängungen aus Längenänderungen des Überbaus zu unterbinden, gelingt nicht ganz, weil Rollwiderstände nicht zu vermeiden sind. Diese Unvollkommenheit bewirkt in Verbindung mit dem physikalischen Erfahrungsgesetz "Die Ruhe-Reibung ist größer als die Reibung der Bewegung" bei Auflast- und Überbauverschiebungsänderungen Wechselspiele zwischen Rotationsbewegung und Ruhezustand der Lagerrolle. Notwendige Folge dieser Bewegungsspiele sind Änderungen des Pfeilerkopfverschiebungszustandes. Die "statische" Erfassung dieses Wechselspiels erfolgt am unten elastisch eingespannten und oben gelenkig gehaltenen, über die Rolle aber auslenkbaren Pfeilers. Die Integration der Differentialgleichung des Problems erfolgt als Anfangswertaufgabe, wobei das zunächst unbekannte Fußmoment als Variationsgröße für die Erfüllung der Randbedingung am Pfeilerkopf benutzt wird. Mit diesem Verfahren, das nach Wissen des Verfassers hier erstmalig auf ein statisch unbestimmtes System mit nichtlinear-elastischem Werkstoffverhalten angewendet wird, können, wie angezeigt wird, auf einfache Weise beide Versagensarten, nämlich Materialbruch oder Stabilitätsverlust, Berücksichtigung finden. Ein weiterer Vorzug ist darin zu sehen, daß Konvergenzschwierigkeiten nicht auftreten.

Von wesentlicher Bedeutung für das Trag- und Verformungsverhalten stellte sich die Belastungsgeschichte heraus, weil sie die Richtung der Rollrei-



bungs-kraft bestimmt. Ausgehend von der allgemeinen Belastungsgeschichte, die die Hauptparameter "Auflast" und "Überbauverschiebung" in Abhängigkeit von der Variablen "Zeit" berücksichtigt, werden zwei stark vereinfachte Grenzbelastungsgeschichten definiert, die unabhängig von der Variablen "Zeit" sind. Bei Belastungsgeschichte 1 wird die gesamte Überbauverschiebung im unbelasteten Zustand vorgenommen; sodann erfolgt die Auflaststeigerung bis zum Bruch des Pfeilers. Im Falle der Belastungsgeschichte 2 wird dagegen die Summe der Eigengewichts- und Verkehrslasten als Dauerlast aufgefaßt, die bei unverschobenem Überbau aufgebracht wird; anschließend wird der Überbau bis zum Bruch des Pfeilers verfahren.

Sämtliche Parameteruntersuchungen sind für beide Grenzbelastungsgeschichten durchgeführt worden. Die Ergebnisse sind in Abschnitt 5 in Form von Traglastdiagrammen zusammengestellt und erläutert worden. In Abschnitt 6 ist schließlich die praktische Bedeutung der BG 2, die im Falle kleinerer bezogener Verschiebungswerte  $w_{ij}/d$  einer Erweiterung bedurfte, begründet. Beim Vergleich der Traglasten, die nach der erweiterten BG 2 und nach der bisher üblichen Annahme "freie Kragstütze" berechnet worden sind, ergeben sich z.T. erhebliche, bisher ungenutzte Traglastreserven. Die nachgewiesenen Reserven sind im Falle kleiner Schlankheiten  $\bar{\lambda} = l/d \leq 5$  gering. Für Schlankheiten von  $\bar{\lambda} \geq 15$  wachsen sie dagegen auf über 200 % an. Der Vergleich wäre unvollständig, würde man die wachsende Bedeutung des System-Festpunktes nicht hervorheben, der nunmehr über das Maß der Rollwiderstände hinaus durch geometrische Rückstellkräfte der Rollenlager zu belasten ist.

Die praxisingerechte Aufbereitung der mit relativ großem numerischen Aufwand gefundenen Ergebnisse erfolgt in den Abschnitten 7 und 8. Es wurde ein Näherungsverfahren auf der Basis der klassischen Elastizitätstheorie entwickelt, wobei die Näherung in einem vereinfachten Ansatz für die Ersatzstabsteifigkeit besteht. Die Pfeilerschlankheit konnte für diese baupraktisch interessanten Untersuchungen auf  $\bar{\lambda} \leq 15$  (bei starrer Fußenspannung!) beschränkt bleiben, weil der von schlankeren Pfeilern geleistete Widerstand gegen Horizontalverschiebungen des Pfeilerkopfes so klein ist, daß das Rollenlager nicht mehr in Funktion tritt und daher überflüssig wird. Ein äußerst wertvolles, bemerkenswertes Ergebnis wurde bei der Überprüfung des Steifigkeitsansatzes gefunden; hiernach stellen sich mit zuneh-



mender Biegesteifigkeit des Pfeilerschaftes immer kleiner werdende Traglasten ein. Diese Erkenntnis erleichterte ganz wesentlich die Formulierung eines allgemeinen Ansatzes für die Ersatzstabsteifigkeit.

Der letzte Abschnitt befaßt sich mit baupraktisch wichtigen Einflußgrößen, die aus Vereinfachungsgründen beim Studium des generellen Tragverhaltens unterdrückt werden mußten. Außerdem werden Hinweise für die Lagerwegbemessung gegeben.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Berücksichtigung der Randbedingungen zum Überbau bei Pfeilern mit Gleitlagern keine ähnlich günstigen Vorteile bringt wie beim Rollenlager. Hierfür darf die Berechnungsannahme "freie Kragstütze" keine Veränderung erfahren.

11. Beispiele

Beispiel 1: Die Berechnung des maximalen Überbauverschiebungsweges  $w_{ü}$  (nach Abschnitt 7) zu vorgegebener Geometrie und Belastung.

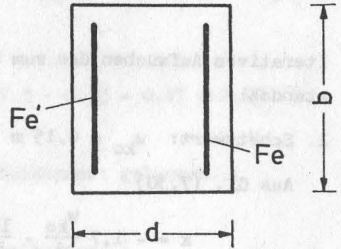
gegeben:

Geometrie

$$l = 7,5 \text{ m}$$

$$b/d/h' = 1,0/0,5/0,05 \text{ m}$$

$$Fe = Fe' = 34 \text{ cm}^2$$



Baustoffe

$$\text{Bn 350} \rightarrow \beta_R = 2300 \text{ Mp/m}^2$$

$$\text{BST 42/50} \rightarrow \beta_S = 42000 \text{ Mp/m}^2$$

Baugrund

$$\text{Starre Einspannung} \rightarrow C_F = \infty$$

Belastung

$$N_{\text{krit}} = 575 \text{ Mp}$$

$$e_o = 0,05 \text{ m}$$

$$\mu_L = 0,015$$

Lösung:

Abgeleitete Größen

$$\bar{\lambda} = 15$$

$$e_o/d = 0,10$$

$$\omega = \omega = \frac{Fe}{F_b} \cdot \frac{\beta_S}{\beta_R} = \frac{0,0034 \cdot 42000}{0,5 \cdot 2300} = 0,124$$

$$n = \frac{N}{b \cdot d \cdot \beta_R} = \frac{575}{0,5 \cdot 2300} = 0,5$$

$$(EI)_0 = 2300 \cdot 10^3 \cdot \frac{0,5^3 \cdot 1,0}{12} = 24.000 \text{ Mp m}^2$$

geschätzte Überbauverschiebung

$$w_{\ddot{u}} = 0,20 \text{ m} \rightarrow w_{\ddot{u}}/d = 0,40$$

Iteratives Aufsuchen des zum Schätzwert  $w_{\ddot{u}}/d$  gehörenden Verformungszustandes:

1. Schätzwert:  $w_{ko} = 0,15 \text{ m}$

Aus Gl. (7.30)

$$k = -1,7 \frac{w_{ko}}{d} \cdot \frac{100}{\lambda^2} + 2,0 \omega + 0,73$$

$$k = -1,7 \frac{0,15}{0,5} \cdot \frac{100}{225} + 2,0 \cdot 0,124 + 0,73 = 0,75$$

$$(EI)_{\text{ers}} = k \cdot (EI)_0 = 0,75 \cdot 24000 = 18000 \text{ Mp m}^2$$

$$\alpha l = 1 \cdot \sqrt{\frac{P}{(EI)_{\text{ers}}}} = 7,5 \cdot \sqrt{\frac{575}{18000}} = 1,34$$

aus Bild 7.12 mit  $\ominus = 0$

$$B_3 = 0,69$$

$$B_4 = -0,53$$

aus Gl. (7.24)

$$w_{ko} = (e_0 + \frac{1}{2} w_{\ddot{u}}) B_3 - \mu_L \cdot l \cdot B_4$$

$$w_{ko} = (0,05 + 0,10) 0,69 + 0,015 \cdot 7,5 \cdot 0,53 = 0,16 > 0,15$$

2. Schätzwert:  $w_{ko} = 0,17 \text{ m}$

$$k = -1,7 \cdot \frac{0,17}{0,5} \cdot \frac{100}{225} + 2,0 \cdot 0,124 + 0,73 = 0,72$$

$$(EI)_{\text{ers}} = 0,72 \cdot 24000 = 17300 \text{ Mp m}^2$$

$$\alpha l = 7,5 \sqrt{\frac{575}{17300}} = 1,37$$

$$\rightarrow \begin{cases} B_3 = 0,72 \\ B_4 = -0,55 \end{cases}$$

$$w_{ko} = 0,15 \cdot 0,72 + 0,015 \cdot 7,5 \cdot 0,55 = 0,17 \approx 0,17$$

Die Steifigkeitsanpassung ist mit dem 2. Schätzwert gelungen.

Die Biegemomentebeanspruchung des Pfeilerschaftes:

$$\text{Aus } C_F = \infty \rightarrow w_k \approx w_{ko} \quad ;$$

aus Gl. (7.15)

$$e = e_o + \frac{1}{2} (w_{\text{ü}} - w_k)$$

$$e = 0,05 + \frac{1}{2} (0,20 - 0,17) = 0,065 \text{ m}$$

aus Bild 7.10

$$\left. \begin{array}{l} \alpha l = 1,37 \\ \ominus = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} A_1 = -0,27 \\ A_2 = -1,35 \end{array}$$

aus Gl. (7.21)

$$\frac{H}{P} = \frac{\alpha l \cdot A_2}{A_1 - \alpha l} \cdot \frac{e}{l} - \frac{2 \cdot A_1}{A_1 - \alpha l} \cdot \mu_L$$

(beachte:  $\mu_L$  ist immer positiv einzusetzen!)

$$\frac{H}{P} = \frac{1,37 \cdot (-1,35)}{-0,27 - 1,37} \cdot \frac{0,065}{7,5} - \frac{2 \cdot (-0,27)}{(-1,64)} \cdot 0,015$$

$$H = 0,0049 \cdot 575 = \underline{2,8 \text{ Mp}}$$

Eine positive Horizontalkraft stützt den Pfeiler, d.h. der Betrag der Rückstellkraft übertrifft den des Rollwiderstandes.

aus Gl. (7.25)

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2l} \cdot \arctan \left( \frac{A_2}{A_1} + \frac{H \cdot l}{P \cdot e \cdot A_1} \right)$$

$$1,37 \cdot \frac{x}{l} = \arctan \left( \frac{-1,35}{-0,27} + \frac{0,0049 \cdot 7,5}{0,065 \cdot (-0,27)} \right)$$

$$\frac{x}{l} = 0,90$$

aus Gl. (7.25)

$$M_{\max.} = (e \cdot P \cdot A_2 + H \cdot l) \frac{\sin 2\alpha x}{A_1} + P \cdot e \cos 2\alpha x$$

$$M_{\max.} = (0,065 \cdot 575 \cdot (-1,35) + 2,8 \cdot 7,5) \frac{0,945}{(-0,27)} + 0,065 \cdot 575 \cdot 0,326$$

$$M_{\max.} = 103 + 12 = \underline{115 \text{ Mpm}}$$

Die Bruchschnittgrößen  $N_U$ ,  $M_U$  werden der Tafel 8 b in [27] entnommen. Da diese Tafel für die bezogenen Schnittgrößen des Gebrauchszustandes gilt, muß  $\nu$  auf iterativem Wege bestimmt werden.

$$\nu = 1,85 \quad (\text{geschätzt!})$$

Tafeleingangswerte:

$$\omega = \omega' = 0,124$$

$$n = \frac{N_{\text{krit}}}{1,85 \cdot b \cdot d \cdot \beta_R} \approx 0,27$$

Ablesung:

$$\nu = 1,85$$

$$m = 0,11$$

$$M_U = \nu \cdot m \cdot b \cdot d^2 \cdot \beta_R$$

$$M_U = 1,85 \cdot 0,11 \cdot 1,0 \cdot 0,5^2 \cdot 2300 = 117 \text{ Mpm}$$

$$\sim 115 \text{ Mpm} = \text{max. M}$$

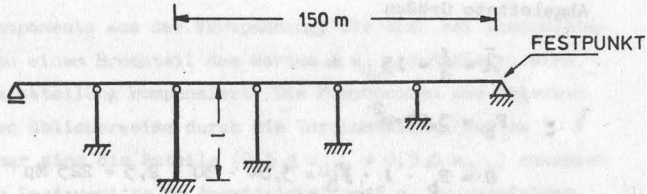
Die Differenz der Momente bewegt sich im Rahmen der erzielbaren Ablesegenauigkeit, weshalb sich eine neue Schätzung für  $w_{\ddot{u}}$  erübrigt. Die vorgegebene Auflast stellt daher für den Verschiebungswert  $w_{\ddot{u}} = 0,20 \text{ m}$  die Traglast dar.

Beispiel 2: Die Bemessung eines Pfeilers im allgemeinen Fall nach Abschnitt 8.

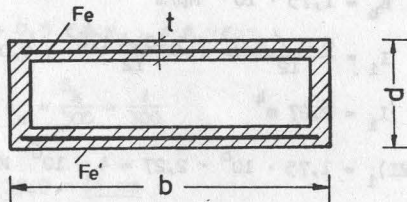
gegeben:

Geometrie

System:



Querschnitt:





$$l = 30 \text{ m}$$

$$b/d = 6,0/2,0 \text{ m}$$

$$t = 0,20 \text{ m}$$

$$F_e = F_e' = 60 \text{ cm}^2$$

### Baustoffe

$$\text{Bn 250} \rightarrow \beta_R = 1750 \text{ Mp/m}^2$$

$$\text{BST 42/50} \rightarrow \beta_S = 42000 \text{ Mp/m}^2$$

### Baugrund

$$\text{Starre Einspannung} \rightarrow c_F = \infty$$

### Belastung

$$P_g = 1200 \text{ Mp}$$

$$P_p = 280 \text{ Mp}$$

$$\mu_L = 0,015$$

### Lösung:

#### Abgeleitete Größen

$$\bar{\lambda} = \frac{l}{d} = 15$$

$$F_b = 3,04 \text{ m}^2$$

$$G = F_b \cdot l \cdot \gamma_B = 3,04 \cdot 30 \cdot 2,5 = 225 \text{ Mp}$$

$$E_b = 1,75 \cdot 10^6 \text{ Mp/m}^2$$

$$I_1 = \frac{6,0 \cdot 2,0^3}{12} - \frac{5,60 \cdot 1,6^3}{12} + 0,006 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 0,9^2$$

$$I_1 = 2,27 \text{ m}^4$$

$$(EI)_1 = 1,75 \cdot 10^6 \cdot 2,27 = 4 \cdot 10^6 \text{ Mp m}^2$$

Berechnung der Überbauverschiebungswerte:

aus gleichmäßiger Temperaturänderung

$$\Delta w_{\ddot{u},T} = \alpha_T \cdot l_{\ddot{u}} \cdot t$$

$$\text{mit } t = \pm 20^\circ \text{ C}$$

$$\Delta w_{\ddot{u},T} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15000 \cdot 20 = \pm 3 \text{ cm}$$

aus Vorspannung:  $\sigma_{bV} \cong 40 \text{ kp/cm}^2$  (Mittelspannung)

$$\Delta w_{\ddot{u},V} = \frac{\sigma_{bV}}{E_b} \cdot l_{\ddot{u}} = \frac{400}{3500000} \cdot 15000 = 1,7 \text{ cm}$$

aus Kriechen:  $\varphi = 3$

$$\Delta w_{\ddot{u},K} = \Delta w_{\ddot{u},V} \cdot \varphi = 1,7 \cdot 3 = 5,1 \text{ cm}$$

aus Schwinden:  $\epsilon_S = 20 \cdot 10^{-5}$

$$\Delta w_{\ddot{u},S} = \epsilon_S \cdot l_{\ddot{u}} = 20 \cdot 10^{-5} \cdot 15000 = 3,0 \text{ cm}$$

Die Verschiebungskomponente aus der Vorspannung, die sich bei abschnittsweisem Vorspannen zu einem Bruchteil des Wertes  $\Delta w_{\ddot{u},V}$  reduziert, wird durch die Lagervoreinstellung kompensiert. Die Komponenten aus Kriechen und Schwinden werden üblicherweise durch die Voreinstellung nur zu 50 % berücksichtigt. Daher sind die Anteile ( $0,5 \Delta w_{\ddot{u},K} + 0,5 \Delta w_{\ddot{u},S}$ ) zusammen mit der ungewollten Lastausmitte im Ausmittigkeitsmaß  $e_o$  zu vereinigen.

$$e_o = 0,5 \cdot \Delta w_{\ddot{u},K} + 0,5 \cdot \Delta w_{\ddot{u},S} + e_u$$

Nach DIN 1045 neu 17.4.6 :  $e_u = \frac{s_k}{300} = \frac{l}{300}$

$$e_o = 2,5 + 1,5 + 10,0 = \underline{14 \text{ cm}}$$

$$w_{\ddot{u}} = \Delta w_{\ddot{u},T} = \pm \underline{3 \text{ cm}}$$

Die Biegemomentenbeanspruchung des Pfeilerschaftes:

$$P = 1,75 \cdot (P_g + P_p) = 1,75 \cdot 1480 = 2590 \text{ Mp}$$

$$\alpha l = 30 \sqrt{\frac{2590}{3,2 \cdot 10^6}} = 0,85$$

aus Bild 7.11 und Bild 7.10

$$B_1 = 0,33 \quad ; \quad A_1 = -0,56$$

$$B_2 = -0,23 \quad ; \quad A_2 = -0,64$$

Der Einfluß des Pfeilereigengewichts wird mit Gl. (9.18) erfaßt:

$$\frac{\Delta e}{d} = \frac{\bar{\lambda}^2}{1500} \cdot \frac{G}{P} = \frac{225}{1500} \cdot \frac{225}{2590} = 0,013$$

$$\Delta e \approx 0,025$$

aus Gl. (7.18) mit  $\Delta e$  erweitert

$$w_k = (e_0 + \Delta e + \frac{1}{2} w_{ü}) B_1 - \mu_L \cdot l \cdot B_2$$

$$w_k = (0,14 + 0,025 + 0,015) 0,33 + 0,015 \cdot 30 \cdot 0,23$$

$$w_k = 0,16 \text{ m}$$

aus Gl. (7.15) mit  $\Delta e$  erweitert

$$e = e_0 + \Delta e + \frac{1}{2} (w_{ü} - w_k)$$

$$e = 0,18 - 0,08 = \underline{0,10 \text{ m}}$$

Hier ist  $e < (e_0 + \Delta e)$ . Dies ist durch die Definition der erweiterten Belastungsgeschichte 2 begründet, wonach der Rollwiderstand immer in voller Größe wirksam sein muß.

Aus Gl. (7.21)

$$\frac{H}{P} = \frac{\alpha l}{A_1 - \alpha l} \cdot \frac{A_2}{l} \cdot \frac{e}{l} - \frac{2 A_1}{A_1 - \alpha l} \cdot \mu_L$$

$$\frac{H}{P} = \frac{0,85 \cdot (-0,64)}{-0,56 - 0,85} \cdot \frac{0,10}{30} - \frac{2 \cdot (-0,56)}{(-1,41)} \cdot 0,015$$

$$H = - 27,5 \text{ Mpm}$$

Da H in Richtung der Ausmitte  $e_o$  wirkt, tritt das maximale Moment am Pfeilerfuß auf.

$$\max.M (x = l) = (e \cdot P \cdot A_2 + H \cdot l) \frac{\sin \alpha l}{A_1} + P \cdot e \cdot \cos \alpha l$$

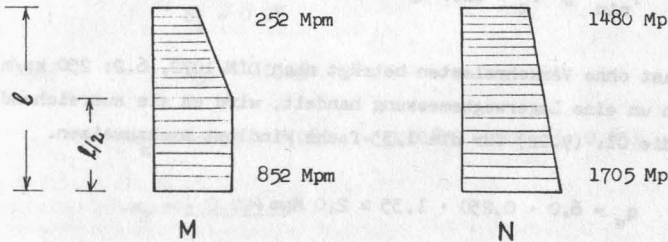
$$\max.M = \left[ 0,10 \cdot 2590 \cdot (-0,64) + (-27,5) \cdot 30 \right] \cdot \frac{0,75}{(-0,56)} + 2590 \cdot 0,10 \cdot 0,66$$

$$\max.M = 1490 \text{ Mpm}$$

Die Bemessungsschnittgrößen des Gebrauchszustandes ergeben sich nach der Empfehlung in Abschnitt 8 mit

$$M_k = (e_o + \frac{1}{2} w_{ü}) \cdot P = 0,155 \cdot 2590 = 440 \text{ Mpm}$$

zu:



Längs des gesamten Schaftes liegt die Resultierende im Querschnittskern. Bewehrung wird also zur Aufnahme von Zugspannungen nicht benötigt. Die Bemessung wird hier nicht vorgenommen, weil entsprechende Bemessungstafeln

für den Hohlkastenquerschnitt fehlen.

Die Windbelastung ist zu berücksichtigen, sofern die Ungleichung (9.12) erfüllt ist.

$$H_w = \frac{3}{8} q_w \cdot l$$

Nach DIN 1072, 6.2 beträgt die Windlast bei Lastfällen mit Verkehrslasten:  $125 \text{ kp/m}^2$

$$q_w = 6,0 \cdot 0,125 \cdot 1,75 = 1,31 \text{ Mpm}$$

$$H_w = \frac{3}{8} \cdot 1,31 \cdot 30 = 14,7 \text{ Mp}$$

$$2\mu_L \cdot P = 2 \cdot 0,015 \cdot 2590 = 77,7 \text{ Mp}$$

$$H_w = 14,7 < 77,7 \text{ Mp} = 2\mu_L \cdot P$$

Die Windlast beeinflusst die Traglast also nicht.

#### Lagerwegbemessung:

Ein Zuschlag ist nicht erforderlich, wenn Gl. (9.22) erfüllt wird.

$$\frac{H_w}{P_{\min}} \leq \sum \frac{e_0 + \frac{1}{2} w_{ü}}{l}$$

$$P_{\min} \approx P_g = 1200 \text{ Mp}$$

Die Windlast ohne Verkehrslasten beträgt nach DIN 1072, 6.2:  $250 \text{ kp/m}^2$ . Da es sich um eine Lagerwegbemessung handelt, wird es als ausreichend angesehen, die Gl. (9.22) für die 1,35-fache Windlast nachzuweisen.

$$q_w = 6,0 \cdot 0,250 \cdot 1,35 \approx 2,0 \text{ Mpm}$$

$$H_w = \frac{3}{8} q_w \cdot l = \frac{3}{8} \cdot 2,0 \cdot 30 = 22,5 \text{ Mp}$$

$$e_0 = \frac{1}{2} \Delta w_{ü,k} + \frac{1}{2} \Delta w_{ü,S} = 0,04 \text{ m}$$

$$\frac{22,5}{1200} = 0,019 > \frac{3 \cdot 0,055}{2 \cdot 30} \approx 0,003$$

Ein Zuschlag ist erforderlich; er wird mit den Gleichungen des Abschnitts 7 berechnet. Gl. (7.18) lautet:

$$w_k = (e_o + \frac{1}{2} w_{ii}) B_1 - \mu_L \cdot l \cdot B_2$$

Der Pfeilerschaft bleibt unter der maßgebenden Belastung ganz in Zustand I.

$$\rightarrow E_b = 3 \cdot 10^6 \text{ Mp/m}^2 \quad (\text{DIN 1045, 16.2})$$

$$EI = 6,8 \cdot 10^6 \text{ Mp/m}^2$$

$$P_g = P_{\min} = 1200 \text{ Mp}$$

$$l = 30 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} EI = 6,8 \cdot 10^6 \text{ Mp/m}^2 \\ P_g = P_{\min} = 1200 \text{ Mp} \\ l = 30 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \alpha l = 0,4$$

Damit die Gl. (7.18) benutzt werden kann, muß die Windersatzlast als Rollwiderstand gedeutet werden.

$$\mu_L = \frac{H_w}{P_{\min}} = \frac{-22,5}{1200} = -0,0187$$

Aus Bild 7.11 gewinnt man mit  $\alpha l = 0,4$ :

$$B_1 = 0,08$$

$$B_2 = -0,05$$

$$w_k = 0,055 \cdot 0,08 - (-0,0187) \cdot 30 \cdot (-0,05)$$

$$w_k = -0,024 \text{ m}$$

Mit Gl. (9.24) berechnet sich schließlich der Lagerwegzuschlag zu

$$\Delta e = -\frac{w_k}{2} = \pm 1,2 \text{ cm}$$



Literaturverzeichnis

- [1] Luchner, H.: Stabilitätsberechnung hoher Brückenpfeiler am Beispiel der Siegtalbrücke Eiserfeld. Beton- und Stahlbetonbau 2/1967.
- [2] Zies, K.-W.: Stabilität von Stützen mit Rollenlagern. Beton- und Stahlbetonbau 12/1970.
- [3] Rieckmann, H.-P.: Einfluß der Lagerkonstruktion auf die Knicklänge von Pfeilern. Straße - Brücke - Tunnel, 2/1970.
- [4] Kordina, K.: Die Grundlagen des Knicksicherheitsnachweises im Stahlbetonbau. Deutscher Beton-Verein e.V., Vorträge Betontag 1967.
- [5] Szabo, J.: Einführung in die technische Mechanik. Springer-Verlag 1966.
- [6] Hakenjos, V.: Untersuchungen über die Rollenreibung bei Stahl im elastisch-plastischen Zustand. Dissertation Technische Hochschule Stuttgart, 1967.
- [7] Uetz, H. und Hakenjos, V.: Rollreibungsversuche mit Brückenlagern. VDI-Z. Bd. 106 (1964), Nr. 13, S. 537/43.
- [8] — Prüfungsberichte der MPA Stuttgart vom 6. 8. 1969 und 18. 1. 1970 über Untersuchungen an Rollenlagern.
- [9] Kuhn, R.: Temperatur- und Dehnungsmessung an einem Wehrpfeiler. Beton und Stahlbeton, 1952/9,10.
- [10] Bürgermeister, Steup, Kretzschmar: Stabilitätstheorie, Teil 1. Berlin: Akademie-Verlag, 1966.
- [11] Schwarz, H. und Kasperek, K.-H.: Ein Beitrag zur Klärung des Tragverhaltens exzentrisch beanspruchter Stahlbetonstützen. Der Bauingenieur 42 (1967) Nr. 3, S.84/90
- [12] v. Kármán, Th.: Untersuchungen über Knickfestigkeit. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, H. 81, Berlin 1910.
- [13] Chwalla, E.: Theorie des ausmittig gedrückten Stabes aus Baustahl. Der Stahlbau 1934, H. 21 und 22.

- [14] Chang, Wen Fa: Long Restrained Reinforced Concrete Columns.  
PhD Dissertation, The University of Texas, Austin, Tex., June 1961.
- [15] Quast, U.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt.  
Dissertation 1970, Technische Universität Braunschweig.
- [16] Kasperek, K.-H.: Über den Einfluß der Bewehrung und des Schnittkraftverlaufes auf die Traglasten exzentrisch beanspruchter Stahlbetondruckglieder mit Rechteckquerschnitt.  
Dissertation 1968, Technische Hochschule Darmstadt.
- [17] Warner, R.F.: Biaxial Moment Thrust Curvature Relations.  
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST5, Proc. Paper 6564, May 1969, pp 923 - 940.
- [18] Cranston, W.B.: A Computer Method for the Analysis of Restrained Columns.  
Technical Report, Cement and Concrete Association, London, TRA/402, April 1967.
- [19] Newmark, N.M.: Numerical procedures for computing deflexions, moments and buckling loads.  
Transactions of the American Society of Civil Engineers. Vol. 108. 1943 p. 1161.
- [20] Pfrang, E.O. and Siess, C.P.: Analytical study of the behaviour of long restrained reinforced concrete columns subjected to eccentric loads.  
University of Illinois, Civil Engineering Studies, December 1962. pp. 216.  
Structural Research Series No. 214.
- [21] Collatz, L.: The numerical treatment of differential equations.  
Springer-Verlag, 1966.
- [22] Kordina, K. und Quast, U.: Bemessung von schlanken Bauteilen - Knicksicherheitsnachweis.  
Betonkalender 1971, Teil 1, S. 613 - 729.
- [23] Zurmühl, R.: Praktische Mathematik.  
Springer-Verlag, 3. Auflage.

[24] Fey, T.: Stabilität von Stahlbeton-Rahmensystemen. Deutscher Beton-Verein e.V., Vorträge Betontag 1967.

[25] Goschy, B. und Balázs, G.: Beitrag zur elastischen Stützung von Bauwerken. Beton- und Stahlbeton, 1961/1.

[26] — Änderung der Zulassungsbedingung der Rollenlager. Mitteilungen Institut für Bautechnik, 1971/4.

[27] Grasser, E.: Bemessung auf Biegung mit Längskraft (ohne Knickgefahr), Schub und Torsion. Betonkalender 1971, Teil 1, S. 513 - 630.

[28] ...

[29] ...

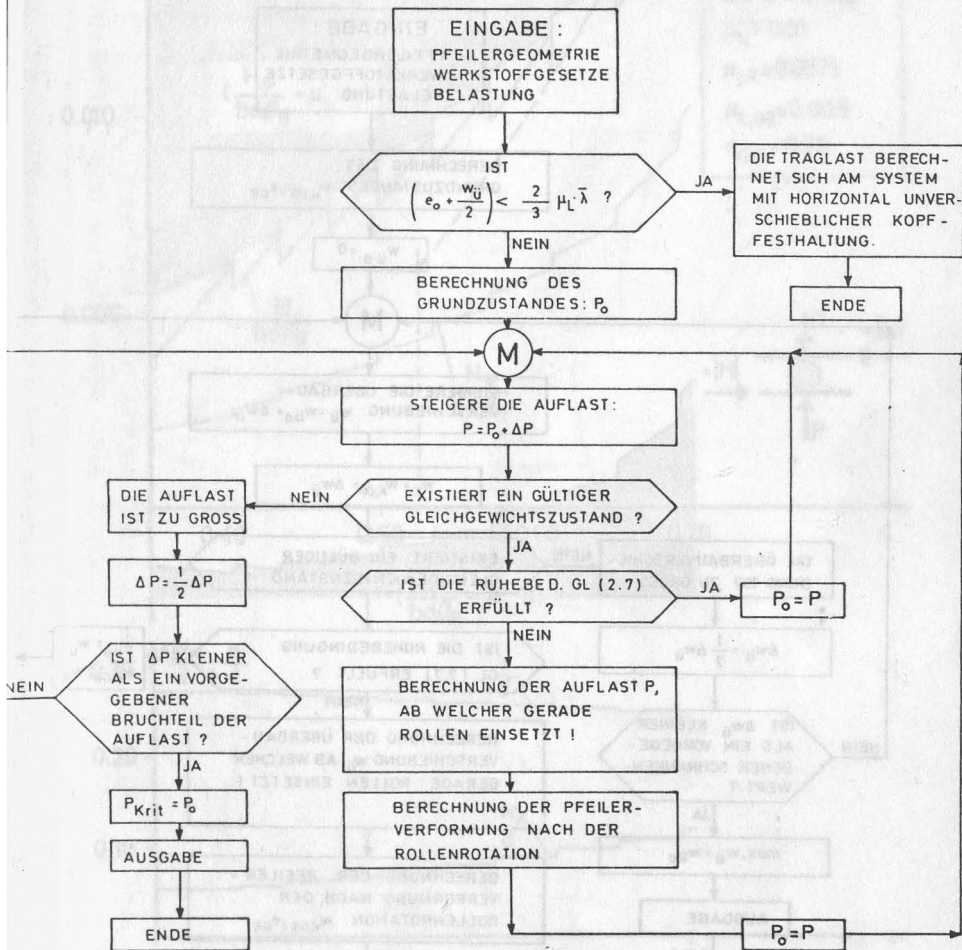
[30] ...

[31] ...

[32] ...

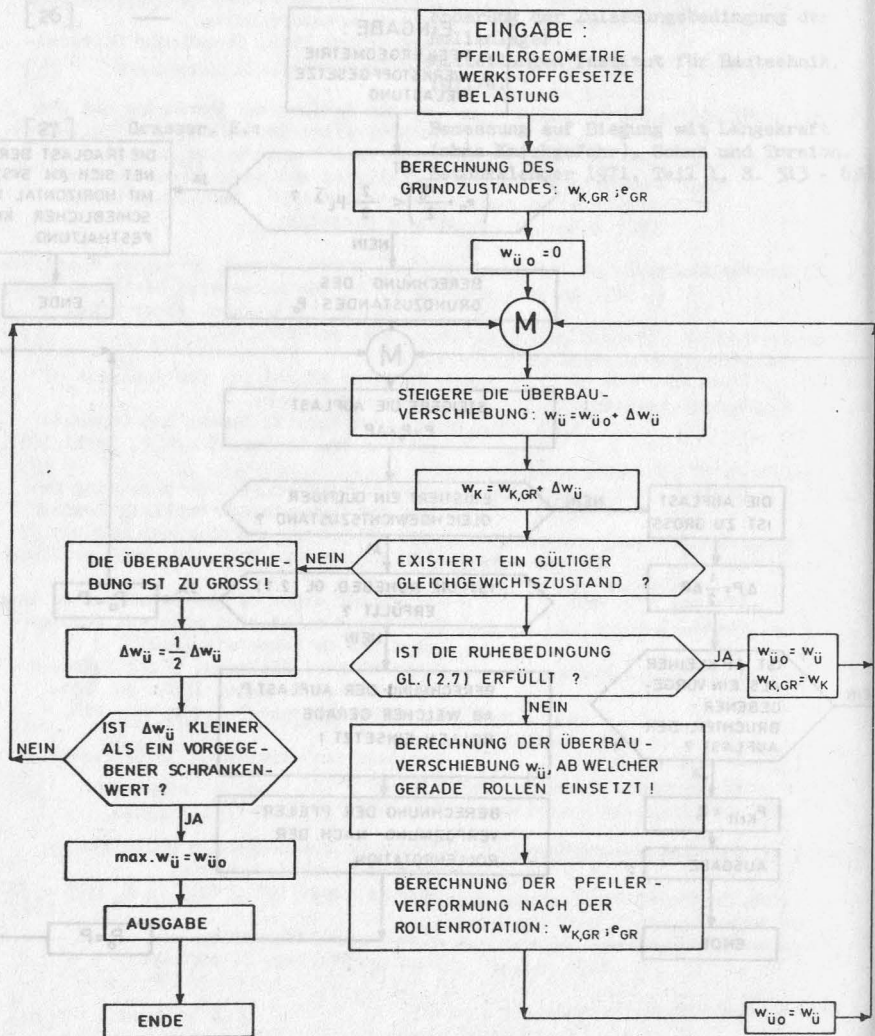
[33] ...

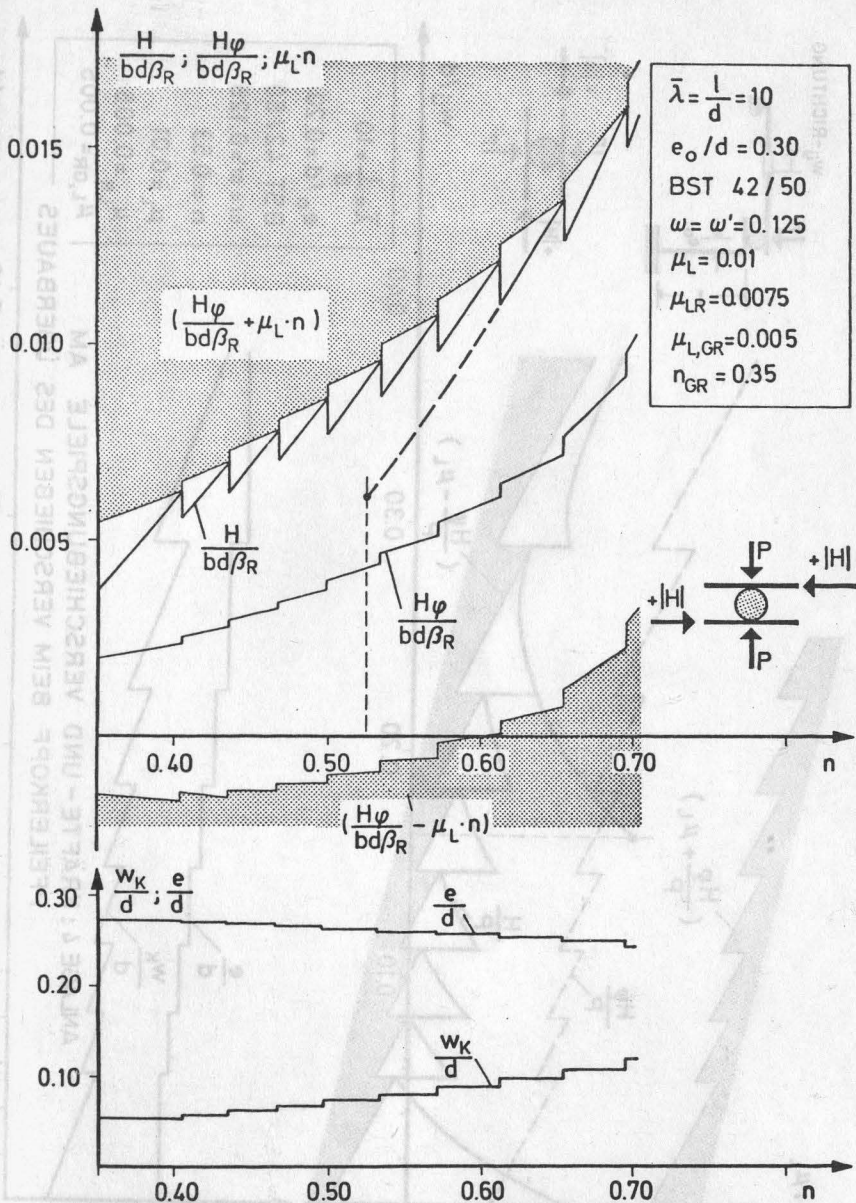
# VEREINFACHTES FLUSSDIAGRAMM FÜR DIE TRAGLASTBERECHNUNG VON BRÜCKENPFEILERN MIT ROLLENLAGERN NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 1



ANLAGE 1

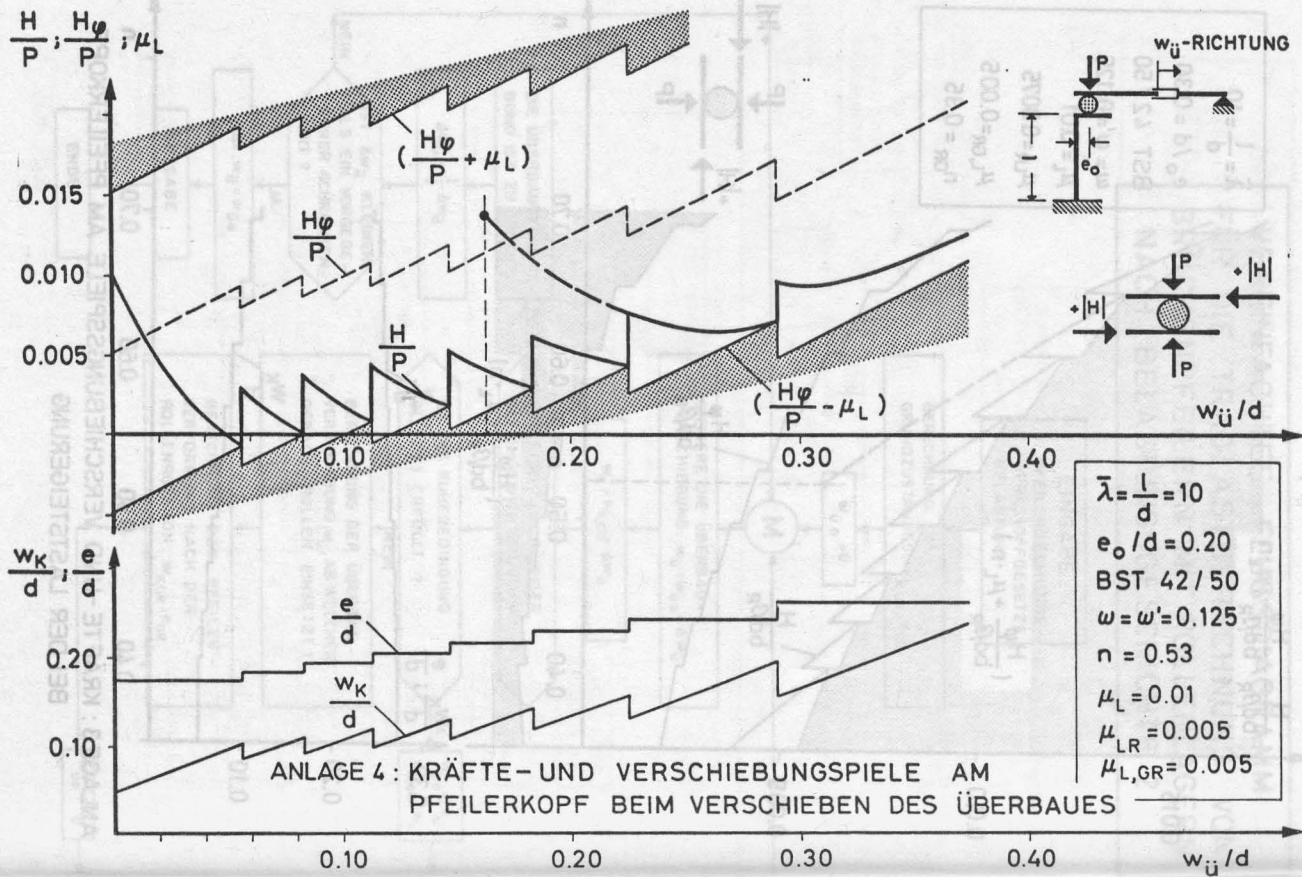
# VEREINFACHTES FLUSSDIAGRAMM FÜR DIE TRAGLASTBERECHNUNG VON BRÜCKENPFEILERN MIT ROLLENLAGERN NACH BELASTUNGSGESCHICHTE 2





ANLAGE 3 : KRÄFTE -UND VERSCHIEBUNGSSPIELE AM PFEILERKOPF BEI DER LASTSTEIGERUNG





**Sofortdruck Braunschweig**