Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons — Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rißprozeßzone

Vom Fachbereich für Bauingenieurwesen der Technischen Universität Carolo Wilhelmina zu Braunschweig

> zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte

Dissertation

von

Karim Hariri

aus Zittau/Sachsen



Eingereicht am: Mündliche Prüfung am: Berichterstatter: Berichterstatter: 8. November 1999 9. Februar 2000 Prof. Dr.-Ing, Dr.-Ing E.h. F. S. Rostásy Prof. Dr.-Ing, H. W. Reinhardt

2000



2773 - 566

Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons -Laser-Speckle-Interferometrie und Modellierung der Rißprozeßzone

Vom Fachbereich für Bauingenieurwesen der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

> zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte

Dissertation

von

Karim Hariri

aus Zittau/Sachsen



Eingereicht am: Mündliche Prüfung am: 9. Februar 2000 Berichterstatter: Berichterstatter:

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F. S. Rostásy Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt

2000

8. November 1999

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig. Der Arbeit liegt ein Forschungsvorhaben zugrunde, das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) unter Az. Ro 288/30-1/2 in dankenswerter Weise gefördert wurde.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F.S. Rostásy, der mir diese Arbeit ermöglichte und sie durch sein wissenschaftliches Interesse in diesem Themengebiet und seine stetige Diskussionsbereitschaft förderte. Ebenso wichtig war die Unterstützung, die ich durch meine Familie erhielt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H.W. Reinhardt danke ich für seine Arbeit, die er als Mitberichter hatte. Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Budelmann danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes und Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Dinkler für die Beteiligung an der Prüfung.

Bei allen Mitarbeitern des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz sowie der Materialprüfanstalt für das Bauwesen (MPA) möchte ich mich für die jederzeit gute Zusammenarbeit bedanken. Dieser Dank gilt insbesondere Herrn K.-H. Sprenger, der zum einem unermüdlich alle Versuche mit äußerster Präzision durchführte. Zum anderen löste er aufgrund seiner konstruktiven Fähigkeiten zahlreiche versuchs- und meßtechnische Probleme. Außerdem möchte ich mich bei meinen wissenschaftlichen Hilfskräften bedanken. Für die Mithilfe bei der Durchführung und Auswertung der Versuche danke ich Herrn P. Schwerdtner, Herrn B. Janssen, Herrn C. Dierker, Herrn M. Bruns, Herrn A. Dammann, Herrn O. Koock und Herrn J. Bokern. Für die Erstellung der zahlreichen Zeichnungen danke ich Frau K. Bartels, Frau G. Othmer sowie Frau M. Amelung.

Braunschweig, im Februar 2000

Karim Hariri

Summary

Concrete is a quasi-brittle material. In deformation-controlled uniaxial tests of concrete prisms, one observes a gradual softening after reaching the maximum load, see Fig. 1.1 c. The reason of this is the heterogeneity of concrete. In contrast to linear elastic fracture mechanics (LEFM), the tensile fracture of concrete is not combined with a discrete crack but with a fracture process zone (FPZ), a densely microcracked volume. The aim of this thesis is the assessment of concrete's fracture behaviour and the size of the FPZ because of its major importance for material modeling. The width of the FPZ was quoted by [4, 52] to be 2–3 times the maximum aggregate size. However, the experimental evidence of this estimation is still lacking.

Several measurement techniques have been applied in the last decades to determine strain distributions within the FPZ. Most of them are integrating methods leading to smeared results. Due to this smoothing, discontinuities and high strain gradients cannot be visualized. A of relationship between the volume of the FPZ and experimental parameters such as the degree of hydration, the maximum aggregate size, the concrete strength, the crack opening velocity etc. does not exist.

In this thesis, the post-peak behaviour of plain concrete is analyzed by means of the high sensitive **Speckle Interferometry** for the purpose of FPZ-Size evaluation. Displacement fields on the sample's surface are related to strain distributions allowing extraction of the FPZ-width in iso-strain fields.

In chapter 2, the fundamentals of fracture mechanics are presented. Fracture mechanics according to GRIFFITH [31] is a method of characterizing failure and cracking of materials. At the beginning of the century, GRIFFITH develops a formulation between the critical stress and the crack length in glass. The basic of that crack theory is the assumption of a smooth plane crack in a linear elastic material. Energetic considerations are made for the infinite size plate with a center crack subjected to tension as depicted in Fig. 2.1 c. This considerations lead to LEFM. KAPLAN [60] attempts in his pioneer work to apply LEFM to concrete. He shows, that linear elastic assumptions are not sufficient to analyze concrete's fracture behaviour under tension appropriately. The three-dimensional extension of the plastic zone of concrete cannot be neglected. Energy dissipation due to plastic fracturing is localized. Non-linear reflections regarding concrete fracture behaviour are given in subsection 2.3. Microcrack development and crack growth are first subject of that subsection. The Fictitious-Crack-Model (FCM) after HILLERBORG ET AL. [45], the Crack-Band-Model (CBM) after BAŽANT & OH [4], the Two-Parameter-Model (TPM) after JENQ & SHAH [55] and the Size-Effect-Law (SEL) after BAŽANT [5] are then described, see Fig. 2.8 to 2.11. For more informations regarding non-linear behaviour of concrete, see e.g. [8, 75, 109, 118, 123].

In order to gain an insight into the FPZ-area, extensive investigations have been conducted. Section 2.5 reports about **direct** and **indirect investigation** methods. Some experimental results for the FPZ obtained using scanning electron microscope, acoustic emission, dye penetration, compliance technique and whole-field measurement techniques such as Moiré, holographic interferometry, speckle photography as well as electronic speckle interferometry are briefly outlined. The state of knowledge regarding the **extension of the FPZ** is briefly dealt with.

Chapter 3 deals with the **experimental set-up** used in this thesis. The tests were conducted on **single-edge-notched concrete beams** subjected to flexural load and on **doubleedge-notched prisms** under uniaxial tensile stress in a 500 kN closed loop universal testing machine as depicted in Fig. 3.2. Thereby, stable crack growth is ensured by means of crack mouth opening displacement (CMOD) control using LVDTs placed across the notches, see Fig. 3.3. The dimensions of specimens depicted in Fig. 3.1 are shown in tab. 3.2 (tensile prisms) resp. tab. 3.3 (bending beams). The concrete mixes (tab. 3.1) had a strength of 35 MPA with a maximum aggregate size of 4, 8 and 16 mm and were examined after 2d, 7d and 28d. Besides these three mixtures, a high performance mix with silica fume and a fiber reinforced concrete were investigated. The degree of hydration of each mix was determined on the basis of the hydration heat release measured in an adiabatic calorimeter (Annex A.3).

Besides conventional measurement techniques using LVDTs, **in-plane speckle interferometry** was applied. Due to surface irregularities, the illumination of an optically rough surface with a coherent laser light leads to an interference pattern of the back-scattered light. The object surface seems to have a granular intensity (speckle effect). A metrology application of these speckles is realized by superposing the wave fields of two light beams with same incident angle on the object surface according to Fig. 3.6. The resulting pattern leads to a speckle field related to the displacement state of the specimen. Subtracting such a speckle field from a previous one according to a reference leads to a correlation fringe pattern (see Fig. 3.10 a) in which each fringe corresponds to an iso-displacement line. The noisy pattern which contains a displacement and even a deformation information has to be smoothed to improve fringe visibility as depicted in Fig. 3.10 b. The smoothing algorithms have to conserve phase jumps due to different fringe orders. The main direction in which the optical set-up is sensitive is chosen perpendicular to the notches.

Experimental results are shown in chapter 4. First, results regarding single-edge-notched tensile specimen are presented. **Stress-strain-lines** under tension are shown for the different mixes and the different specimen sizes studied. The influence of **specimen's age**, the

maximum aggregate size, the design strength and the specimen size on the ascending and on the post-peak branch of the stress-strain-line is investigated, see e.g. figs. 4.1, 4.3 and 4.7. The tensile strength f_{ct} , the Young's modulus of elasticity E_{ct} , the ultimate strain ε_{cu} , the fracture energy G_F and the characteristic length are extracted from stress-strain-line. Their analysis regarding the influence of the experimental parameters is presented in subsection 4.2.2 to 4.2.6.

In addition, the FPZ is investigated in section 4.2.7. First, the exemplary development of the fracture process for specimen K0207D.3 is visualized in figs. 4.19 and 4.20. The load, the fracture energy and the **measured width of the FPZ** l_{pr} are depicted vs. CMOD for each loading step. For a few of them, in-plane correlation patterns are also shown describing crack development. The fringe patterns are related to the post-peak response of the material. The reference for the assessment of l_{pr} is the peak load. Then, the development of l_{pr} vs. CMOD is shown in Fig. 4.21 at an age of 28 d. The FPZ-width increases with increasing CMOD. After reaching a peak $l_{pr,max}$, the curves are slightly decreasing with increasing cracking. The FPZ may be understood as the concrete volume, in which energy dissipation occurs. With increasing crack opening, the energy dissipation rate decreases, as depicted by the slope of G_F vs. CMOD in Fig. 4.19. This seems to be the explanation for that behaviour. In the next steps, the influence of hydration, of the maximum aggregate size, of the design strength and of the specimen size is investigated and depicted in figs. 4.22, 4.23, 4.25 and 4.26. The maximum FPZ-width $l_{pr,max}$ is identified as a representative volume unit, in which concrete behaves non-linearly. Figs. 4.24 and 4.27 are showing the influence of the experimental parameters mentioned above on lpr,max.

Section 4.3 deals with the experimental results of the three-point-bending specimen. According to the results achieved with the single-edge-notched tensile specimen, **stress-displacement curves** are analyzed with respect to the experimental parameters investigated (section 4.3.1). The influence of the experimental parameters on the **flexural tensile strength** $f_{ct,fl}$, on the **ultimate flexural strain** $\varepsilon_{cu,fl}$, on the **fracture energy** G_F and on the **fracture toughness** K_{Ic} deduced from the stress-displacement-line is investigated, see section 4.3.2 to 4.3.5.

The extension of the FPZ is investigated in section 4.3.6. As in section 4.2.7, the fracture process of a specific notched beam is elucidated by the fringe patterns for several loading steps (Fig. 4.47). The development of l_{pr} for several concretes is then depicted in Fig. 4.48. It shows an analog behaviour to the curves of the double-edge-notched specimen regarding l_{pr} vs. CMOD. One observes, that the absolute value of the width of the FPZ and the slopes of the curves are different for both types of mode I experiments. In the case of flexion, the width l_{pr} is about two to four times larger — depending on the concrete — than that of uniaxial tension. The difference between the crack band in flexural tests and in uniaxial tests may be caused by deformation gradients. The deformation gradients along which energy dissipation in an uniaxial tensile test occurs seem to be much larger than in the case of flexural tests. Again, the influence of hydration, of the maximum aggregate size, of the design strength, of the crack opening velocity and of the specimen size on the FPZ-width is investigated and depicted in figs. 4.49, 4.51, 4.52, 4.53 and 4.54. The width $l_{pr,max}$ is also studied.

The results of chapter 4 are the base of the mechanical modeling in chapter 5. An extended model for the ascending branch is found in section 5.2.1. The post-peak behaviour was also modeled. The σ_{ct} - ε_{ct} -curve of concrete under tension can be expressed in the first part by a linear-elastic stress-strain-curve until microcracking occurs. The inelastic part has a parabolic slope. Microcracking begins in the ascending branch at a stress $\sigma_{\mu r} = k_{\mu r} \cdot f_{ct}$. The value for $k_{\mu r}$ is in literature in the range of 0.3 and 0.9. In [66, 34], $k_{\mu r}$ ist assumed to 0.5. In this thesis, $k_{\mu r}$ was found to be dependent on hydration. Eq. (5.2) is proposed for $k_{\mu r} \cdot f_{ct} < \sigma_{ct} \leq f_{ct}$. This formulation of the stress-strain-curve fulfills the requirements from Eqn. (5.6) to (5.9).

In [24], the post-peak response of concrete is described via a stress-crack width curve by arrangement of two friction blocks. The descending line is divided into a first steep branch describing the bond failure between grains and matrix and into a second flatter one interpreted as the friction between grains and matrix after cracking. This model presupposes spherical aggregate grains. A statistical investigation regarding the shape of the aggregate grains used showed an elongated resp. a flat shape. This shape distribution is taking into account by two flat friction blocks describing the friction between grains and matrix. A Gaussian and a Poisson-distribution are leading to the Eq. (5.21).

In the sections 5.3 to 5.9, hydration and size dependent models are proposed and verified for the uniaxial tensile strength, the Young's modulus of elasticity, the ultimate strain, the flexural tensile strength, the fracture toughness, the fracture energy and the characteristic length.

The stress transmission in the post-peak branch of the stress-strain curve occurs over the width of the FPZ, which has been determined in an experimental manner. The results have shown, that l_{pr} is increasing with increasing CMOD. After reaching a maximum at $(\text{CMOD}_{pr,max}; l_{pr,max}), l_{pr}$ decreases to a value between 0.95 and 0.60 times $l_{pr,max}$. The slope of that decrease depends on the concrete strength and the specimen size. From structural point of view, l_{pr} should vanish when CMOD=0 because the FPZ starts to develop at that point. The limit of l_{pr} when CMOD tends to infinity should also vanish because of the completely cracked ligament height. The variable width of the FPZ is justified by a variable distribution of the fracture energy G_F over the ligament height

[11]. Therefore, the formulation after Eq. (5.41) is proposed.

Numerical verifications of the proposed models occur in chapter 6 by means of a multi**layer model** as proposed in [48]. The calculation is performed in the axis of symmetry as depicted in Fig. 6.7. The beam is subdivided into n layers of equal thickness h. The tensile strength and the Young's modulus of elasticity of each layer are distributed Normal-Gaussian. For each loading step, a "strain-controlled" strain distribution is chosen. For this given deformation, the neutral axis is determined by an incremental procedure. The resulting stress distribution is calculated for each layer taking the proposed model in Fig. 6.10 into account. Due to the fact that the FPZ-width decreases with increasing crack opening, a formulation for an **unloading** had to be found (see Eq. (6.11)). The corresponding normal force and moment are then determined. Equilibrium is found if the normal force is equal to zero. If it is not the case, the neutral axis has to be adjusted until equilibrium is found. With the corresponding moment, the external load is calculated. Fig. 6.4 depicts the flow-chart of the numerical procedure. Fig. 6.11 shows an exemplary stress distribution over the ligament height of beam P3928D_1. One may recognize the distribution of mechanical properties. A comparison between the load-CMOD-curve predicted by the multi-layer model and the experimental result is shown in Fig. 6.12. Numerical results regarding influence of specimen size are following, taking the size dependence of l_{pr} into account. Stress distributions at fracture moment for different specimen heights are depicted in Fig. 6.13.

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung		1
	1.1	Probl€	emstellung und Ziel	1
	1.2	Inhalt	liche Übersicht der Arbeit	2
2	Bru	chmech	hanik mineralisch gebundener Werkstoffe	4
	2.1	Überb	lick	4
	2.2	Eleme	ntare Bruchmechanik	5
		2.2.1	Allgemeines	5
		2.2.2	Energetische Betrachtung	6
		2.2.3	Das J-Integral	9
		2.2.4	Konzept der Rißwiderstandskurve	10
	2.3	Nicht-	lineare Bruchmechanik des Betons — Die Rißprozeßzone (RPZ) $$.	12
		2.3.1	Allgemeines	12
		2.3.2	Rißentwicklung und -wachstum im Beton	13
		2.3.3	Das Fiktive Rißmodell (Fictitious-Crack-Model, FCM)	17
		2.3.4	Konzept des Rißbands (Crack-Band-Model, CBM)	18
		2.3.5	Das Zwei-Parameter-Model (Two-Parameter-Model, TPM)	19
		2.3.6	Der Maßstabseffekt (Size-Effect-Law, SEL)	21
		2.3.7	Kerbempfindlichkeit	23
	2.4	Model	lle zur Beschreibung des Zugtragverhaltens von Beton	25
		2.4.1	Vorbemerkungen	25
		2.4.2	Modellierung der Spannung-Dehnungslinie bis zum Erreichen der	
			Zugfestigkeit	25
		2.4.3	Formulierungen der Spannung-Rißöffnungsbeziehung im abfallen-	
			den Ast der Spannung-Dehnungslinie	28
	2.5	Exper	imeņtelle Erfassung der Rißprozeßzone	30
		2.5.1	Allgemeines	30
		2.5.2	Rasterelektronenmikroskopie (REM)	32
		2.5.3	Akustische Schallemissionsanalyse	33
		2.5.4	Die Imprägniermethode	35
		2.5.5	Die Nachgiebigkeitsmethode	36
		2.5.6	Ganzfeldverformungsmessungen	38
			2.5.6.1 Überblick	38

		2.5.6.2 Moiré-Technik	39
		2.5.6.3 Holographische Interferometrie	41
		2.5.6.4 Speckle-Photographie	4.4
		2.5.6.5 Elektronische Speckle-Muster Interferometrie ESPI	46
	2.6	Zusammenfassung und offene Fragen	47
3	Pro	gramm, Prüf- und Meßtechnik der eigenen Versuche	48
	3.1	Zielsetzung	48
	3.2	Versuchsprogramm	-48
		3.2.1 Einfluß des Erhärtungszustands	48
		3.2.2 Einfluß der Betondruckfestigkeit	49
		3.2.3 Einfluß des Größtkorns	49
		3.2.4 Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit	49
		3.2.5 Einfluß der Probengröße	49
	3.3	Versuchskörper	49
	3.4	Prüfeinrichtung	52
	3.5	Versuchsdurchführung und -steuerung	53
	3.6	Speckle Interferometrie	53
		3.6.1 Auftreten von Speckleerscheinungen	55
		3.6.2 In-Plane-Interferometrie	57
		3.6.3 Out-of-Plane Messung	57
		3.6.4 Optischer Aufbau	59
		3.6.5 Verformungsmessungen mittels Speckle-Interferometric	60
		3.6.6 Streifenaddition	63
		3.6.7 Dehnungsberechnung	63
		3.6.8 Auswertung	64
4	Dar	stellung und Diskussion der Versuchsergebnisse	67
	4.1	Vorbemerkungen	67
	4.2	Ergebnisse der Versuche an Kerbzugkörpern	67
		4.2.1 Spannung-Dehnungslinie im Versuch	67
		4.2.2 Gemessene Zugfestigkeit	73
		4.2.3 Gemessener Zugelastizitätsmodul	74
		4.2.4 Zugbruchdehnung im Versuch	77
		4.2.5 Aus Kerbzugversuchen ermittelte Bruchenergie	78

TTT	
 111	-

		4.2.6 Aus Versuch	sergebnisse ermittelte Charakteristische Länge	80
		4.2.7 Ausdehnung	der Rißprozeßzone beim Kerbzugversuch	81
	4.3	Ergebnisse der Bieg	eversuche	90
		4.3.1 Last-Verschie	ebungslinie im Versuch	90
		4.3.2 Biegezugfest	gkeit im Versuch	96
		4.3.3 Bruchdehnur	ng im Drei-Punkt-Biegeversuch	97
		4.3.4 Bruchenergie	e der Biegeversuche	100
		4.3.5 Experimente	lle Ermittlung der Bruchzähigkeit	101
		4.3.6 Ausdehnung	der Rißprozeßzone im Biegeversuch	103
		4.3.7 Weitere Erge	ebnisse	113
		4.3.7.1 Rif	Blängen	113
		4.3.7.2 Fra	ktologische Untersuchungen	115
	4.4	Zusammenfassung .		120
5	Ansä	tze zur Beschreibu	ng des Zugtragverhaltens jungen Betons	122
	5.1	Vorbemerkungen .		122
	5.2	Modellierung der S	oannung-Dehnungslinie	122
		5.2.1 Ansteigende	r Ast	122
		5.2.2 Abfallender	Ast	126
	5.3	Modell der Zugfesti	gkeit	129
	5.4	Modell des Zugelast	izitätsmoduls	131
	5.5	Modell der Zugbruc	hdehnung	133
	5.6	Modellierung der B	iegezugfestigkeit	134
	5.7	Modellierung der B	ruchzähigkeit	137
	5.8	Modell der Brucher	ergie	138
	5.9	Modellierung der ch	narakteristische Länge	142
	5.10	Räumliche Ausdehr	ung der Rißprozeßzone	143
	5.11	Zusammenfassung		147
6	Nun	nerische Verifizierus	ng der Versuchsergebnisse	148
	6.1	Einleitung		148
	6.2	Überblick über bisl	nerige Ansätze	148
	6.3	Simulationsverfahr	en zur Berechnung der Last-Verschiebungslinie im Drei-	
		Punkt-Biegeversuch	n unter Berücksichtigung einer veränderlichen RPZ $$.	152
		6.3.1 Ziel und Üb	persicht	152

		6.3.2 Ausgangsdaten - Preprozessor	54
		6.3.3 Berechnung der Spannungsverteilung	57
		6.3.4 Ausgangsdaten — Postprozessor	62
	6.4	Ergebnisse	63
	6.5	Zusammenfassung	66
7	Zusa	ammenfassung, Schlußfolgerungen und Ausblick 16	68
8	Lite	raturverzeichnis 17	72
Anhang 182			32
	A.1	Bestimmung der linear-elastischen Größen für Mode I-Beanspruchung $\ .$.	83
		A.1.1 Kerbzugkörper	83
		A.1.2 Gekerbter Biegebalken	84
	A.2	Two-Parameter-Model	35
	A.3	Bestimmung des Hydratationsgrads	36
	A.4	Modellierung des ansteigenden Asts eigener Spannung- Dehnungslinien	
		nach Gutsch	38
	A.5	Kennwerte des ansteigenden Asts der Spannung-Dehnungslinie)1
	A.6	Berechnung von Kennwerten im ansteigenden Ast	92

Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Großbuchstaben

Α	Querschnittsfläche
В	Balkenbreite, Völligkeit des ansteigenden Ast der SDL
$B_{\mu r}$	Völligkeit der Parabel des ansteigenden Asts unter Berücksichtigung der
	erhärtungsabhängigen Mikrorißbildung
C	Nachgiebigkeit
C_i	Nachgiebigkeit im ansteigenden Ast im TPM
C_u	Nachgiebigkeit ohne Anteile aus der Rißüberbrückung, Nachgiebigkeit nach
	dem Bruch im TPM
C_0	Materialparameter im SEL, Nachgiebigkeit im ungerissenen Zustand
CMOD_{c}	kritisches CMOD
CMOD_{c}^{e}	elastischer Anteil an der kritischen CMOD
CMOD_{c}^{p}	plastischer Anteil an der kritischen CMOD
CTOD_{c}	kritisches CTOD
$\operatorname{CTOD}_{c}^{e}$	elastischer Anteil and der kritischen CMOD
D_S	fraktale Dimension
E_A	Aktivierungsenergie des Hydratationsprozesses
E_{ct}	Zugelastizitätsmodul
E_r	Entfestigungsmodul
F	mechanische Beanspruchung
F_{max}	Bruchlast
G	Rißausbreitungskraft, Energiefreisetzungsrate, Empfindlichkeit des In-
	Plane-Interferometers
G_0^∞	Brucheenergiekennwert
G_F	Bruchenergie des fiktiven Rißmodells
G_{F0}	Brucheenergiekennwert
G_f	Energiefreisetzungsrate im SEL
G_I	G im Rißmodus I
G_{Ic}	kritische Energiefreisetzungsrate im Modus I
G_{σ}	Kohäsionsarbeit
H_0	Höhe des Wegaufnehmers zur Erfassung des CMOD
J	wegunabhängiges Linienintegral
K_I	Spannungsintensitätsfaktor im Rißmodus I
K_{Ic}	Bruchzähigkeit
L	Abstand des Objekts zur Bildebene

.....

M	Vergrößerung, äußeres Moment
N	Normalkraft
PIC	einzelne Bilder
Q	Baustofflänge nach dem TPM, Wärmefreisetzung
Q_i	Wärmemengen der einzelnen Zementphasen
Q_{max}	maximale Wärmefreisetzung
R	Rißwiderstand, universale Gaskonstante, Korrelationskoeffizient
R_0	Rißwiderstand vor dem Anriß
R_c	Rißwiderstand beim Anriß
$R_{K,max}$	maximale Kornhalbachse
$R_{K,M}$	mittlerer Korndurchmesser
R_u	Rißwiderstand beim vollständig ausgebildeten Riß
T	Temperatur
S	Stützweite, Skalierungsfaktor
S_0	Probenkontur
U_d	elastische Energiedichte
V	Verschiebung
W	Gesamtenergie, Balkenhöhe
W_0	elastische Energie des ungerissenen Zustandes, Materialparameter im SEL
W_a	Änderung der elastischen Energie durch Rißbildung
W_{γ}	Oberflächenenergie
W_p	Brucharbeit
X_i	Pseudozufallszahl
Y	Formfunktion

Kleinbuchstaben

- a Rißlänge, Anpassungsparameter bei der Formulierung des Hydratationsgrads
- a₀ Ursprungskerbtiefe
- a'_0 Nachgiebigkeitskerbtiefe
- ac kritische Rißlänge
- *a_{GF}* Völligkeit des erhärtungsbedingten Verlauf der Bruchenergie
- a_K Kornhalbachse
- a_{pr} Kennwert des Einflusses der Probengröße auf die maximale Ausdehnung der RPZ
- a_R reelle Rißtiefe
- a_{RPZ} der RPZ zugeordnete Rißlänge

b	Anpassungskoeffizient bei der Bestimmung des Hydratationsgrads, Abstand
	zwischen Bildebene und Linse
b_{pr}	Kennwert des Einflusses der Probengröße auf die maximale Ausdehnung der
	RPZ
b_K	Kornhalbachse
c_f	kritische Rißausbreitung im SEL
c_K	Kornhalbachse
d_F	Durchmesser der Objektoberfläche
d_{Gk}	Durchmesser des Größtkorns
d_L	Durchmesser der Linse
d_{Sp}^{obj}	Durchmesser objektiver Speckles
f	Durchbiegung, Brennweite
e_1, e_2	Halbachsen eines elliptischen Risses
f_{cc}	Druckfestigkeit
f_{ct}	Zugfestigkeit
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit
$f_{ct,N}$	Nettozugfestigkeit
f_{cu}	Schnittpunkt der Ordinatenachse mit der Entlastung-SDL
f_{ij}	Formfunktion
g	Abstand zwischen Objektebene und Abbildungslinse
h_c	Breite des Rißbandes
k	Kerbempfindlichkeit, Konstante im Kornmodell
$k_{\mu r}$	Verhältnis zwischen f_{ct} und $\sigma_{\mu r}$
l_{ch}	Charakteristische Länge nach dem FCM
l_{Ent}	Teil der RPZ, in dem im Nachbruchbereich eine Entlastung stattfindet
l_{pr}	räumliche Ausdehnung der RPZ
$l_{pr,max}$	maximale Ausdehnung der RPZ
$m_{GF,1,2}$	Kennwerte zur Beschreibung des Einflusses der Probengröße auf die
	Bruchenergie
m_i	Massenanteile der einzelnen Zementphasen
n_a	Konstante nach dem CBM
t	Zeit, Alter
t_e	effektives Alter
t_1	Anpassungsparameter beim Hydratationsgrad
z_g	Lage der neutralen Faser
ũ	Verschiebungsvektor
w	Rißöffnung

w_a	Konstante im Kornmodell
w_b	Konstante im Kornmodell
w_c	kritische Rißöffnung bei der $\sigma(w_c) = 0$, Konstante im erweiterten
	Kornmodell.
w_d	Rißöffnung an der Kerbspitze bei vollständigem Durchriß
x, y, z	Koordinaten

Griechische Buchstaben

α	Hydratationsgrad
α_0	Ende der "Dormant Phase"
β_b	Sprödigkeit
$\beta_{\epsilon c u}$	Koeffizient zur Beschreibung des Erhärtungseinflusses auf die
	Zugbruchdehnung
Δa	Rißfortschritt
Γ	Integrationsweg
γ	spezifische Oberflächenenergie
γ_0	Versuchsparameter
ε	Dehnung
$\varepsilon_{0.5}$	Mikrorißdehnung bei $f_{ct}/2$
$\varepsilon_{a,b}$	Konstanten zur Beschreibung des abfallenden Asts der SDL
ε_{ct}	Betonzugdehnung
Ecu	Betonzugbruchdehnung
$\varepsilon_{cu,fl}$	Betonbiegezugbruchdehnung
ε_{el}	elastische Dehnung
ε_m	mittlere Dehnung
$\varepsilon_{\mu r}$	Mikrorißdehnung
ε_{pr}	Dehnung in der RPZ
ε_{r1}	Rißdehnung
Ė	Dehngeschwindigkeit
γ_p	plastische Arbeit
λ	Wellenlänge, Segmentlänge
ω_1	Konstante zur Beschreibung des Einflusses der Probengröße auf die
	Bruchzähigkeit
$\omega_{\varepsilon c u}$	Koeffizient zur Beschreibung des Erhärtungseinflusses auf die
	Zugbruchdehnung
ω_g	Verhältnis zwischen Ursprungskerbtiefe und Probenhöhe bei geometrisch
	ähnlichen Körpern

đ	Spannungsvektor
σ_0	Spannung beim Zustand 0
σ_a	Konstante im Kornmodell
σ_b	Konstante im Kornmodell
σ_c	kritische Spannung, Konstante im erweiterten Kornmodell
σ_{ct}	Betonzugspannung
$\sigma_{ct,fl}$	Betonbiegezugspannung
σ_{fct}	Standardabweichung der Zugfestigkeit
σ_{max}	maximale Spannung
$\sigma_{\mu r}$	Spannung, bei der die Mikrorißbildung einsetzt
σ_{Nc}	kritische Nettospannung
θ	Einfallswinkel der Beleuchtungsstrahlen

Abkürzungen

ASTM	American Society for Testing and Materials
CBM	Crack Band Model (Rißbandmodell)
CCD	Charge Coupled Device
COD	Crack Opening Displacement (Rißöffnungsverschiebung)
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement (Rißöffnungsverschiebung)
CT	Compact Tension
CTOD	Crack Tip Opening Displacement (Rißspitzenöffnungsverschiebung)
DMS	Dehnungsmeßstreifen
ESPI	Electronic Speckle Pattern Interferometry (Elektronische Specklemuster
	Interferometrie)
FCM	Fictitious Crack Model (fiktives Rißmodell)
LD	Laserdiode
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
PW	Polarisationswürfel
REM	Rasterelektronenmikroskop
RPZ	Rißprozeßzone
SDL	Spannung-Dehnungslinie
SEL	Size-Effekt-Law (Maßstabsgesetz)
SIF	Spannungsintensitätsfaktor
TPM	Two-Parameter Model (Zweiparametermodell)
UPM	Universalprüfmaschine

1 Einleitung

1.1 Problemstellung und Ziel

Die Bruchmechanik ist die Kontinuumsmechanik fehler-/rißbehafteter Körper. Versuche beweisen, daß Beton unter Zug- oder Biegezugbeanspruchung kein ideal-spröder sondern ein quasi-spröder Stoff ist (Abb. 1.1). Bei zentrischer Zugbeanspruchung eines beidseitig gekerbten Betonprismas — Kerbe zur Rißlokalisierung — wird im verformungskontrollierten Versuch nach dem Erreichen der Maximalspannung eine allmähliche Entfestigung beobachtet. Entsprechende Beobachtungen werden auch beim gekerbten Biegebalken gemacht.



Abbildung 1.1: Spannung-Dehnungslinien für a) ideal-spröde, b) elastisch-plastische und c) quasi-spröde Baustoffe.

Die Ursachen für die Entfestigung (strain softening) sind in der Heterogenität des Betongefüges zu suchen. Das Fortschreiten eines Makrorisses durch die Zementsteinmatrix wird an Zuschlagkörnern und Defekten blockiert. Er wird umgelenkt, in mehrere Risse verzweigt und sogar gestoppt. Dabei wird ein Teil der elastischen Energie in Verlustenergie verwandelt (plastic fracturing). Versuche zeigen, daß der Zugbruch von Beton, im Gegensatz zur Vorstellung der Linear-Elastischen Bruchmechanik (LEBM), nicht mit einem diskreten Einzelriß, sondern mit einer Rißprozeßzone (RPZ) zu verknüpfen ist. Diese muß man sich als ein von Mikrorissen durchsetztes Betonvolumen vorstellen. Über die Ausdehnung des Betonvolumens gibt es erst vage Vorstellungen. BAŽANT & OH [4] und IVÁNYI [52] geben als Breite der RPZ das zwei- bis dreifache Größtkorndurchmesser an. Der experimentelle Beweis hierzu fehlt bislang, obgleich die Größe der RPZ für die Werkstoffmodellierung und die diskretisierte Rißbruchmechanik eine Schlüsselrolle spielt. In Anlehnung an die experimentellen Arbeiten zur Bruchmechanik der Metalle und keramischen Werkstoffe verwendet man bei Beton Versuchskörper einfacher Geometrie und Deutbarkeit (Dreipunktbiegebalken, CT-Probe, etc.). Kerben normal zur Hauptzugspannungsrichtung zeichnen den Ort des Bruchrisses vor. Meist wird der Bruchmode I zugrunde gelegt. Die meisten Autoren verwenden zur Verformungsmessung im Rißbereich DMS und/oder Wegaufnehmer, die parallel zur Zugspannungsrichtung angeordnet werden. Zur integralen Messung der Längsverformung in der und über die RPZ wurde die Basislänge variiert, um so indirekt einen Einblick über die Dehnungsverteilung in der RPZ zu erhalten. Steile Dehnungsgradienten u.a. sind auf diese Weise nicht feststellbar. Auch werden wegen der ausgewählten Richtung die Hauptdehnungsrichtung und somit die Ausdehnung der RPZ auf der Körperoberfläche nicht erfaßt. In den letzten Jahren wurden zunehmend zerstörungsfreie Meßtechniken eingesetzt. Diese haben den Vorteil, das Versuchsgeschehen nicht zu stören.

Hier setzt das Ziel der Arbeit an. Mittels experimenteller Untersuchungen an Kerbzugkörpern und an gekerbten Biegebalken unterschiedlicher Betonzusammensetzung und variierender Probengröße wird die Ausdehnung der Rißprozeßzone von jungem Beton in Abhängigkeit vom Betonalter ermittelt. Die Vermessung der RPZ gelingt durch den Einsatz einer hochauflösenden, berührungslosen, rückwirkungsfreien optischen Meßtechnik: die elektronische Speckle Muster Interferometrie, ESPI. Die experimentellen Ergebnissen bilden die Basis für eine Modellierung der RPZ-Ausdehnung in Abhängigkeit von den Versuchsparametern. Die Verifizierung erfolgt am Biegebalken mit einem Lamellenmodell.

1.2 Inhaltliche Übersicht der Arbeit

In Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit wird zunächst ein Überblick über die Grundzüge der Bruchmechanik gegeben. Anschließend wird der Stand des Wissens der Betonbruchmechanik und das bisherige Vorgehen zur Beschreibung der RPZ zugbeanspruchten Betons vorgestellt. Speziell wird der Kenntnisstand zur experimentellen Erfassung der räumlichen Ausdehnung der RPZ beschrieben.

Die Ziele, das Vorgehen und die experimentelle Ausstattung der eigenen Versuche zur Erfassung der mechanischen Eigenschaften und der räumlichen Ausdehnung der RPZ jungen Betons an zentrischen Kerbzugkörpern sowie an gekerbten Biegebalken werden im **Kapitel 3** vorgestellt. Hier wird neben der Zusammensetzung der untersuchten Betone auf die optische Meßtechnik zur zerstörungsfreien Erfassung der Dehnungsverteilung zugbzw. biegezugbeanspruchter Bauteile eingegangen. Die erzielten Ergebnisse zur Zugspannung-Dehnungslinie im jungen Alter, insbesondere zur gemessenen Zugfestigkeit und zur Zug- sowie Biegezugbruchdehnung werden im Kapitel 4 vorgestellt. Desweiteren wird auf die Bruchenergie, den gemessenen Zugelastizitätsmodul, die Bruchzähigkeit im Modus I, die charakteristischen Länge und auf die experimentell erfaßte räumliche Ausdehnung der RPZ eingegangen. In Kapitel 5 werden hierfür Modelle abgeleitet und anhand von Versuchsergebnissen kalibriert.

Die numerische Verifizierung der erarbeiteten Modellen erfolgt am Biegebalken in **Ka**pitel **6** mit einem Lamellenmodell. Dort werden neben der errechneten Spannung-Verformungslinie auch die Spannungsverteilungen entlang des Ligaments rechnerisch untersucht. Die Streuung der Betonkennwerte wird in einem stochastischen Ansatz zur Beschreibung der Eingangswerte berücksichtigt.

Kapitel 7 faßt die erzielten Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt Empfehlungen hinsichtlich der Berücksichtigung der räumlichen Ausdehnung der RPZ bei numerischen Untersuchungen. Bzgl. der numerischen Modellierung biegezug- bzw. zugbeanspruchten Betons wird auf offene Probleme hingewiesen.

2 Bruchmechanik mineralisch gebundener Werkstoffe

2.1 Überblick

Die Bruchmechanik nach GRIFFITH [31] stellt eine Lehre dar, die sich mit den Vorgängern des Trennens und Brechens von Festkörpern befaßt. Sie bietet eine wirksame Methode, den Rißfortschritt eines Baustoffes ingenieurmäßig zu analysieren und zu beschreiben. Anfang des Jahrhunderts formuliert GRIFFITH eine quantitative Beziehung zwischen der kritischen Normalspannung und der Rißgröße von Glas. Grundlage seiner Bruchtheorie ist die Annahme eines glatten ebenen Risses in einem linear-elastischen Baustoff. Aus den hieraus abgeleiteten Kriterien der linear-elastischen Bruchmechanik, die bei homogenen, ideal-elastischen sowie spröden Baustoffen Anwendung findet, folgt eine energetische Betrachtung: die gespeicherte elastische Formänderungsenergie wird in Oberflächenenergie zur Schaffung einer weiteren Rißfläche umgewandelt. Dieser Vorgang läßt sich am einfachsten an einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit Zentralriß studieren. Dies ist Gegenstand des Abschnittes 2.2, in dem die energiedissipative Beschreibung des Rißfortschritts erfolgt.

KAPLAN [60] versucht in den sechziger Jahren, die linear-elastische Bruchmechanik auf Beton anzuwenden. Als Ergebnis seiner Pionierarbeit zeigt sich, daß linear-elastische Ansätze nicht ausreichen, um das Zugtragverhalten von Beton zutreffend zu analysieren. Die Annahme eines linear-elastischen Verzerrungsfelds in der Umgebung der Rißspitze ist aufgrund des heterogenen Betongefüges nicht erfüllt. Die plastizierende Zone des quasispröden Werkstoffs Beton ist in ihrer räumlichen Ausdehnung nicht vernachlässigbar. Der Energieverbrauch während des Rißfortschritts ist lokalisiert. Eine nicht-lineare Betrachtung ist Gegenstand des Abschnittes 2.3. Zunächst erfolgt hier ein Literaturüberblick über die Rißentstehung und das Rißwachstum im Beton. Anschließend werden Modelle vorgestellt, die erlauben das Zugtragverhalten von gerissenem Beton durch Einbeziehen des nichtlinearen Prozeßbereichs (Rißprozeßzone, RPZ) zu beschreiben.

Um einen Einblick über die Ausdehnung der Rißprozeßzone zu gewinnen, haben verschiedenen Autoren umfangreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Über direkte und indirekte Untersuchungsmethoden wird in diesem Kapitel berichtet. Ein Überblick über den Stand der Kenntnis bzgl. der Ausdehnung der RPZ wird im Abschnitt 2.5 gegeben.

2.2 Elementare Bruchmechanik

2.2.1 Allgemeines

Nach der Rißbildung infolge von Spannungskonzentration an natürlichen Fehlstellen im Gefüge sowie an künstlich erzeugten Kerben setzt die Rißausbreitung ein. Mit Hilfe der Elastizitätstheorie leitet INGLIS [51] den Spannungsverlauf einer unendlich großen Scheibe unter Zugbeanspruchung σ_0 her, die durch Kerben unterschiedlicher Formen und Ausdehnungen gestört ist, siehe Abb. 2.1.



Abbildung 2.1: Spannungsverteilung an Kerben unterschiedlicher Form: a) kreisförmige Kerbe,b) elliptische Kerbe und c) scharfer Riß nach INGLIS [51].

Bei der kreisförmigen Kerbe erhöht sich die Spannung, unabhängig vom Lochdurchmesser, am Kerbgrund um den Faktor 3. Die aufnehmbare Spannung wird erheblich reduziert. Bei einer elliptischen Kerbe, mit den Halbachsen e_1 und e_2 , $e_1 > e_2$, steigt die Spannung am Kerbgrund auf den Wert $\sigma_{max} = \sigma_0 \cdot (1 + 2e_1/e_2)$ an. Der scharfe Riß, d.h. der Grenzfall $e_1 \gg e_2$, führt zu einer unendlich hohen Spannung an der Rißspitze. Demnach wäre jeder Riß in einem Körper — unabhängig vom Baustoff — sobald er belastet wird, Ursache für das Bauteilversagen. Mit bruchmechanischen Ansätzen wird nun versucht, das Verhalten eines Bauteils zu beschreiben, welches durch einen scharfen Riß geschwächt wird.

2.2.2 Energetische Betrachtung

GRIFFITH [31] entwickelt — auf den Arbeiten von INGLIS [51] aufbauend — ein energetisches Kriterium der stabilen Rißausbreitung. Ausgangspunkt seiner energiedissipativem Betrachtung des Bruchvorgangs ist eine mit einer Spannung σ_0 belastete unendlich ausgedehnte Scheibe der Dicke "1", in der sich ein scharfer Einzelriß der Länge 2*a* gebildet hat (s. Abb. 2.1c). Die betrachtete Scheibe wird normal zur Rißebene durch eine konstante äußere Zugspannung beansprucht. Dem Scheibenmaterial werden ideale spröd-elastische Eigenschaften zugeschrieben.

Bei der Öffnung des Risses muß sowohl Oberflächenenergie zur Schaffung neuer Rißoberfläche als auch elastische Verzerrungsenergie aufgebracht werden. Für die Gesamtenergie W_{tot} gilt $W_{tot} = W_0 + W_a + W_{\gamma}$, wobei W_0 die elastische Energie der belasteten ungerissenen Scheibe (W_0 =konst) darstellt. W_a ist die Änderung der elastischen Energie, die durch die Rißbildung verursacht wird. W_{γ} stellt die zur neu geschaffenen Oberfläche gehörende Oberflächenenergie dar.

Wenn die freiwerdende elastische Energie durch die Schaffung neuer Oberflächen nicht vollständig verzehrt werden kann, liegt instabiles Rißwachstum vor: der Riß breitet sich von selbst aus. Die Stelle der Instabilität ist durch das Energiemaximums gegeben. Nach INGLIS [51] gilt für die elastische Energie W_a im ebenen Spannungszustand $W_a = -\pi \sigma_0^2 a^2/E$. Unter Einbeziehung der spezifischen Oberflächenenergie γ gilt für die Oberflächenenergie $W_{\gamma} = 2a(2\gamma)$. E stellt den Elastizitätsmodul dar. Die Instabilitätsbedingung lautet dann:

$$\frac{d}{d2a}\left(W_0 - \frac{\pi\sigma_0^2 a^2}{E} + 4a\gamma\right) = 0.$$
(2.1)

Da W_0 eine Konstante ist, erhält man die GRIFFITH-Gleichung für den ebenen Spannungszustand:

$$\sigma_c \sqrt{a_c} = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi}}.$$
(2.2)

Oberhalb der kritischen Rißlänge a_c breitet sich der Riß eigenständig weiter aus. Die rechte Seite obiger Gleichung ist ein linear-elastischer Materialkennwert.

Die GRIFFITH-Gleichung kann umgestellt werden:

$$\sigma_c \sqrt{\pi a} = \sqrt{2E\gamma} = K_{Ic}.$$
 (2.3)

Die Größe K_{Ic} wird als kritischer Spannungsintensitätsfaktor oder einfacher als Bruchzähigkeit bezeichnet. Der Index I steht für den Rißmodus. Mode I-Beanspruchungen bezeichnen Normalspannungen an Bauteilen, die ein Öffnen der Rißufer zur Folge haben. Die Scherspannung entlang der Rißufer verschwindet (s. Abb. 2.2). Der Rißmodus I ist der am meisten studierte, da ihm die größte praktische Bedeutung zukommt. Modus I-Versuche sind zudem stabil durchzuführen. Desweiteren wird die kleinste und entsprechend maßgebende Bruchzähigkeit im Modus I gemessen. Als Beispiel einer solchen Beanspruchung seien die Zugbeanspruchung gerissener Platten oder Aufkeilungen genannt. Der Rißmodus II stellt den Fall einer reinen Scherbelastung in Richtung des Risses dar, wie sie bei einer tektonischen Verschiebung auftritt. Eine Scherung der Bruchufer normal zur Beanspruchungsebene wird als Modus III bezeichnet.



Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der drei grundlegenden Rißöffnungsarten: Mode I, II und III.

Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich Mode I-Beanspruchungen am Beispiel von Kerbzugkörpern und gekerbten Biegebalken untersucht. Die verwendeten Bezeichnungen und Abkürzungen lehnen sich an ASTM E 616 [2] an. Abb. 2.3 stellt die im Rißbereich berücksichtigten Größen zusammen.

Beim Versuch werden in den Probekörper der Dicke B und Höhe W wird eine Kerbe der Tiefe a_0 gesägt. Die aktuelle Rißlänge wird mit a und der Rißzuwachs mit Δa bezeichnet. Die Ligamenthöhe W - a stellt den noch nicht gerissenen Bauteilbereich dar. Für die Rißöffnung wird die Bezeichnung COD (Crack Opening Displacement) gewählt. Das CMOD (Crack Mouth Opening Displacement) bezeichnet COD(x = 0), d.h. die Verschiebung der Rißufer. Das CTOD (Crack Tip Opening Displacement) hingegen bezeichnet $COD(x = a_0)$, d.h. die Rißöffnung im Kerbgrund a_0 .

Bei Berücksichtigung endlicher Probekörperabmessungen muß die Bruchzähigkeit um einen von der Probengeometrie, von der Rißlänge und von der Belastungsart abhängigen



Abbildung 2.3: Untersuchte Größen im Rißbereich eines Dreipunktbiegebalkens.

Korrekturbeiwert Y(Konfiguration) korrigiert werden. K_{Ic} ist dann gegeben durch:

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \cdot Y(\text{Konfiguration}), \qquad (2.4)$$

Im Anhang A.1 sind die Formfunktionen für Kerbzug- und Biegeproben zusammengefaßt.

Die Bruchzähigkeit ist ein Maß für den Materialwiderstand gegen das Weiterreißen. Materialien mit kleiner Bruchzähigkeit z.B. tolerieren nur verhältnismäßige kleine Risse, ehe es zu instabilem Rißwachstum kommt.

Das Differential $G = dW_a/d2a = \pi \sigma_0^2 a/E$ in Gl. (2.1) wird als Energiefreisetzungsrate (Rißausbreitungskraft) bezeichnet. Diese Größe wird als jene Energie definiert, die zur Entstehung einer Einheitsrißfläche erforderlich ist. Die kritische Energiefreisetzungsrate G_{Ic} beinhaltet alle Energieanteile, die mit instabilem Rißfortschritt verbunden sind. Sie beträgt beim ideal-spröden Werkstoff 2γ , so daß gilt:

$$K_{Ic} = \sqrt{EG_{Ic}}.$$
(2.5)

Die kritische Energiefreisetzungsrate G_{Ic} nach GRIFFITH [31] hat nur in der linearelastischen Bruchmechanik Gültigkeit. Werkstoffe wie Beton verhalten sich jedoch nicht linear-elastisch. An der Rißspitze finden plastische Verformungen statt. Die kritische Energiefreisetzungsrate wird daher von OROWAN [80] um einen plastischen Term γ_p erweitert:

$$G_{Ic} = 2\gamma + \gamma_p. \tag{2.6}$$

 γ_p stellt die für das Entstehen eines instabilen Rißwachstums notwendige plastische Arbeit dar. Ist der plastische Bereich gegenüber der Probengeometrie vernachlässigbar klein, so können linear-elastische Berechnungsmethoden angewandt werden.

Bei nicht vernachlässigbarer räumlicher Ausdehnung des plastischen Bereichs in der Umgebung der Rißspitze ist dieser bei bruchmechanischen Betrachtungen zu berücksichtigen. Abb. 2.4 nach SCHATZ [101] faßt die Überlegungen zusammen. Der nicht-lineare Bereich an der Rißspitze wird als "plastische Zone" oder "Prozeßzone" (Fracture Process Zone) bezeichnet. Bei der Fließbruchmechanik — auf die im weiteren Verlauf nicht eingegangen wird — muß die sogenannte Prozeßzone viel kleiner als die äußeren Bauteilabmessungen sein. Dies ist bei den meisten Metallen der Fall. Die nicht-lineare Bruchmechanik — wie sie im Falle des Baustoffes Beton im Abschnitt 2.3 angewendet wird — läßt räumliche Ausdehnungen einer Prozeßzone zu.



Abbildung 2.4: Unterscheidung der Bruchvorgänge je nach Situation im Umfeld des Risses: (a) Lineare Bruchmechanik, (b) Fließbruchmechanik (Metalle) und (c) Nichtlineare Bruchmechanik (Beton) nach SCHATZ [101].

2.2.3 Das J-Integral

Die Rißspitze stellt eine Singularität im Werkstoffverhalten dar. Aus diesem Grund ist die Aufstellung der Energiebilanz in der näheren Umgebung des Risses erschwert. Der Einfluß nicht-linearer Vorgänge, die dort stattfinden, ist nicht exakt faßbar. Daher wurden Näherungen erarbeitet, um die Energiefreisetzung zu bestimmen. Eine Näherung stellt das sogenannte J-Integral nach RICE [91] dar.

Das von RICE [91] gefundene wegunabhängige Linienintegral lautet:

$$J = \int_{\Gamma} \left[U_d(a,\varepsilon) dy - \vec{\sigma} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \right].$$
 (2.7)

 Γ stellt einen geschlossenen Integrationsweg um die Rißspitze dar (s. Abb. 2.5). $\vec{\sigma}$ und \vec{u} stehen für den Spannungs- bzw. den Verschiebungsvektor an den Stellen s_i entlang des Integrationswegs. U_d steht für die spezifische Formänderungsenergie, $U_d(a,\varepsilon) = \int \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$. Das oben definierte J-Integral ist dann vom Integrationsweg Γ unabhängig, wenn eine eindeutige Beziehung zwischen Spannung und Dehnung existiert. Die Deformationstheorie der Plastizität darf angenommen werden. Mit anderen Worten, die Entlastungskurve muß gleich der Belastungskurve sein. Für elastisch-plastische und quasi-spröde Werkstoffe ist der Wert des J-Integrals nicht wegunabhängig und somit nicht gleich der Energiefreisetzungsrate. Beim linear-elastischen Material gilt allerdings, daß der Wert des J-Integrals gleich der Rißausbreitungskraft G_I ist, wenn der Integrationsweg Γ gleich der äußeren Probenkontur S_0 ist. J läßt sich anschaulich als die Änderung der Verformungsenergie W_a mit der Rißlänge deuten.





2.2.4 Konzept der Rißwiderstandskurve

Der energiedissipative Ansatz des Rißfortschritts läßt sich so zusammenfassen, daß einer angreifenden Rißausbreitungskraft G eine Rißwiderstandskraft R entgegenwirkt. Der Rißausbreitungswiderstand R wird i.allg. durch das Differential $R = dW_{\gamma}/d2a$ gebildet. Rißausbreitung infolge mechanischer Beanspruchung tritt dann ein, wenn G gleich R ist. Im allgemeinen ist G, s. o., eine Funktion der Beanspruchung, der Probengeometrie sowie der Randbedingungen, während R ein Baustoffkennwert ist. Dieser Zusammenhang kann beispielhaft an einem ideal-spröden Material verdeutlicht werden. Die rißvorantreibende Energie gleicht der notwendigen Oberflächenenergie, die zur Bildung neuer Rißoberflächen notwendig ist. Dann ist $R = G = 2 \cdot \gamma$, da keine Energie für eine plastische Verformung benötigt wird. Bei nichtlinearen Materialien ist das Rißwachstum durch rißstoppende Mechanismen im Prozeßzonenbereich geprägt. Der Rißwiderstand





Abbildung 2.6: Allgemeine R-Kurve nach MUNZ [79].

ist im allgemeinen nach MUNZ [79] keine Konstante, sondern eine stetige Funktion des Rißfortschritts Δa . In Abb. 2.6 ist der allgemeine Fall der Rißwiderstandskurve (kurz R-Kurve) dargestellt.

Die Rißverlängerung setzt bei einem kritischen Wert R_0 ein und nimmt dann mit wachsender Rißverlängerung bis zu einem konstanten Wert R_u zu. Ob der Riß stabil oder instabil fortschreitet hängt maßgeblich vom Verhältnis $\partial(R-G)/\partial a$ ab. Stabiles Rißwachstum herrscht vor, wenn $\partial(R-G)/\partial a > 0$. Instabiles Rißwachstum setzt dann ein, wenn es gilt $\partial(R-G)/\partial a \leq 0$. Das Stabilitätskriterium und die Forderung G = Runterteilt die R-Kurve in vier Abschnitte:

• $R < R_0$

Der Rißwiderstand ist größer als die verfügbare freie Energie. Obwohl die mechanische Beanspruchung gesteigert wird, entsteht kein Rißwachstum.

• $R_0 \leq R < R_c$

Es findet Rißwachstum statt. Der Rißwiderstand ist jedoch größer als die beim Rißwachstum maximal freiwerdende Energie. Die Steigerung der mechanischen Beanspruchung führt zu weiterem stabilen Rißfortschritt. • $R = R_c$

Der kritische Zustand ist erreicht. Er wird charakterisiert durch

$$\frac{\partial G}{\partial a} = \frac{\partial R}{\partial a}.$$
(2.8)

Eine Steigerung der Last führt zu instabilem Rißwachstum.

• $R_c < R \leq R_u$

Der Rißwiderstand ist kleiner als die verfügbare freie Energie. Es kommt zu instabilem Rißfortschritt.

Postkritisches Rißwachstum läßt sich nur dann erreichen, wenn mit steigender Rißlänge die mechanische Beanspruchung reduziert wird. Dies kann im Experiment durch die weggesteuerte Versuchsführung realisiert werden.

Der kritische Punkt, bei dem instabiles Rißwachstum beginnt, ist gekennzeichnet durch

$$G_c = R_c \text{ und } \left. \frac{\partial G}{\partial a} \right|_c = \left. \frac{\partial R}{\partial a} \right|_c.$$
 (2.9)

Die Forderung, daß R-Kurve und Energiefreisetzung bei a_c zueinander tangential sind, gilt jeweils für bestimmte Randbedingungen wie Probengeometrie, Baustoffeigenschaften usw.

2.3 Nicht-lineare Bruchmechanik des Betons — Die Rißprozeßzone (RPZ)

2.3.1 Allgemeines

Die Festigkeit von Beton läßt sich mit einem Zwei-Phasen-Modell beschreiben. Zuschlägen mit einer hohen Festigkeit werden in eine Zementsteinmatrix mit einer niedrigeren Festigkeit eingebunden. Dieses Modell ist ausreichend, um die meisten mechanischen Betoneigenschaften abzuschätzen. Es versagt jedoch beim Versuch der Beschreibung des Bruchverhaltens. Nach MINDESS [78] ist das Versagen des oben genannten Modells daran zu erkennen, daß die Zuschläge bei Stauchung ein nahezu linear elastisches Verhalten zeigen und sich der Zementstein bis ca. 90% seiner Druckfestigkeit ebenfalls linear elastisch verhält. Beton weist allerdings in dieser Zusammensetzung sehr viel früher ein nicht elastisches Verhalten auf.

Das Rißwachstum im Beton ist, im Gegensatz zum Fall der linear-elastischen Bruchmechanik, nicht mit einem diskreten scharfen Riß zu beschreiben. Es treten vielmehr einer
Schar von Mikrorissen im Bereich maximaler Spannungen an der Rißfront auf. Aufgrund der Stoffinhomogenität liegt nach BAŽANT & OH [4] ein in Relation zu Metallen ausgedehnter nicht linearer Bereich vor, in dem das Material progressivem parallelem Mikrorißwachstum unterliegt. Dieses Wachstum hat eine Entfestigung (strain softening) zur Folge. Die RPZ wird als dieser nichtlineare Bereich definiert. Wegen der merklichen Größe der Zuschlagstoffe ist die Ausdehnung der RPZ im Beton nicht vernachlässigbar. Im Gegenteil, aufgrund der ausgeprägten RPZ und der Nichtübertragbarkeit bekannter Ansätze zur Beschreibung des Baustoffverhaltens ist es notwendig geworden, Untersuchungen über die Entstehung des Risses und im Bereich der entstandenen Rißspitze durchzuführen.

Im folgenden wird deshalb zunächst auf die Rißbildung und den Rißfortschritt im Baustoff Beton auf der Grundlage mikrostruktureller Untersuchungen eingegangen. Anschließend werden Modelle vorgestellt, die die Weiter- bzw. Neuentwicklung bruchmechanischer Ansätze auf den quasi-spröden Werkstoff Beton erlauben. An dieser Stelle ist zu berücksichtigen, daß Beton sich — im Gegensatz zu plastischen Werkstoffen wie beispielsweise Stahl — kerbempfindlich verhält. Der Einfluß von Kerben auf das Bauteilversagen ist bei Betonbauteilen deutlich hervorzuheben. Im Rahmen des folgenden Abschnitts wird deshalb auf dieses Problem gesondert eingegangen.

2.3.2 Rißentwicklung und -wachstum im Beton

Bereits im unbelasteten Betonkörper befinden sich zufällig verteilte Mikrorisse. Nach SCHORN [105] sind sie auf Schwindeigenspannungen etc. zurückzuführen (s. Bereich 1 in Abb. 2.7). Diese Mikrorisse sind nach MIDDEL [73] jedoch nur für die lastunabhängige Schädigung von Beton zu nennen. In [104] wird die Hypothese vertreten, daß im Gegensatz zur allgemeinen Auffassung, diese Mikrorisse weder bei mechanischer Beanspruchung weiter wachsen, noch daß sie sich zu einem Makroriß verschmelzen.

Die Ursache für die Rißbildung sind nach SCHORN [105] vielmehr Mikrorisse, die sich erst bei mechanischer Beanspruchung bilden. Sie sind im wesentlichen normal zur Zugkraftrichtung ausgerichtet (Bereich 2 in Abb. 2.7). Die Mikrorißbildung setzt sich bis in den abfallenden Ast der Spannung-Dehnungslinie fort. SUNDERLAND ET AL. [113] beobachten existierende Mikrorisse während des Belastungsvorgangs. Sie stellen allerdings fest, daß sich auch bereits existierende Mikrorisse in der Verbundzone Zuschlag-Zementstein am Rißprozeß beteiligen können. Steigert man die mittlere Zugspannung im beobachteten Probekörper in den Bereich der Zugfestigkeit, spricht SCHORN von Mikrorißakkumulationszonen. Eine Schar von Mikrorissen bildet sich. Die Mikrorißbildung ist ab diesem Zeitpunkt nicht mehr zufällig verteilt (Bereich 3 in Abb. 2.7). Die Mikrorißakkumulation geht schließlich in die Makrorißbildung über. Sie erstreckt sich über den größten Teil des abfallenden Asts der σ - ε -Linie (Bereich 4 in Abb. 2.7).



Abbildung 2.7: Zuordnung der Gefügezustände in einer exemplarischen Spannung-Dehnungslinie eines zugbeanspruchten Betons nach SCHORN [105]. Die Bereiche 1 bis 4 stellen die auf Schwindeigenspannungen zurückzuführenden Mikrorisse (1), die durch Zugbeanspruchung hervorgerufenen Mikrorisse (2), die Mikrorißakkumulation (3) und den Übergang zur Makrorißbildung (4) dar.

Numerische Untersuchungen an einem Stabwerksmodell von SCHORN & RODE [103] deuten darauf hin, daß Mikrorißneubildung auch im Nachbruchbereich stattfindet. Welche Mikrorißakkumulationszone sich letztendlich zu einem Makroriß bildet, ist nach SCHORN [105] nicht vorherzusagen. In numerischen Simulationen ist u.U. zu beobachten, daß sich ein aus einer Mikrorißakkumulationszone hervorgegangener Makroriß bei abfallender Spannung im Nachbruchbereich schließen kann. Eine weitere Mikrorißakkumulationszone führt dann zum endgültigen Makroriß. Diese Aussagen stützen sich auf eine Kombination von Experimenten und numerischer Simulation. Bei den Experimenten handelt es sich um Dehnungsmessungen an zentrisch zugbeanspruchten Prismen ($40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$, Größtkorndurchmesser 4 mm). Die rechnerisch nachvollzogenen Bruchprozesse deuten auf Mikrorißakkumulation.

TURATSINZE [117] beobachtet bei Dreipunktbiegeversuchen an gekerbten Biegebalken $(420 \times 80 \times 50 \text{ mm}^3, \text{Kerbtiefe } 40 \text{ mm}, \text{Größtkorn } 2.5 \text{ mm})$ andere Vorgänge. Mit der Rasterelektronenmikroskopie an Replikaten gelingt es ihm, den Bruchvorgang sowohl an der Oberfläche als auch im mittleren Bereich der biegebeanspruchten Prismen zu verfolgen. TURATSINZE führt über 20 Biegeversuche durch, um den Ansatz des Rißfortschritts zu erfassen. Dabei stellt er fest, daß der Anriß immer vor dem Erreichen der Maximallast beginnt. Dieser Anriß geht mit der Bildung und dem Fortschritt eines einzelnen Mikrorisses einher. Dieser wird nicht von weiteren Rissen begleitet. Die zu beobachtende Schädigung ist auf einen einzigen Mikroriß zurückzuführen. Auch vor dem Erreichen der Maximallast können keine weiteren Mikrorisse festgestellt werden, weder im Bereich vor dem Riß, noch im unmittelbaren seitlichen Bereich des Risses.

Nach Erreichen der Maximallast bleibt der Rißverlauf im absteigenden Ast der Spannung-Dehnungslinie stetig. Es werden Rißverzweigungen festgestellt. Diese Verzweigungen sind nach TURATSINZE [117] nicht auf Mikrorisse zurückzuführen, sondern es sind vielmehr lokale Verzweigungen, die nach dem Durchlaufen des Risses weiterhin erkennbar bleiben. Diese verzweigten Risse schließen sich nicht. Auch hier werden keine weiteren Mikrorisse festgestellt.

Im Inneren der Probe verläuft der Rißvorgang anders. Die Schädigung kommt in zwei Formen vor. TURATSINZE beobachtet, daß ein durchgehender Riß stets von einem nicht durchgehenden Riß gefolgt wird. Allerdings sind die Mikrorisse, die den nicht durchgehenden Riß bilden, nicht als Schar verteilt. Sie scheinen statt dessen den Verlauf der Verbundzone Zuschlag-Zementstein nachzuzeichnen. Der Bereich der nicht durchgehenden Rissen wird nach TURATSINZE als Rißprozeßzone bezeichnet.

Neuere Untersuchungen von KRSTULOVIC-OPARA [62] und von SUNDERLAND ET AL. [113] zeigen, daß Mikrorisse im Bereich des Makrorisses vorhanden sind. Sie bestätigen die Annahmen der Existenz von Mikrorissen. Es wird unterstellt, daß indirekte Beobachtungsweisen wie die beschriebene Replikatechnik möglicherweise o.g. Mikrorisse in der Nachbarschaft eines Makrorisses nicht auflösen können. Untersuchungen mittels hochauflösender akustischer Schallemissionsanalyse zeigen, daß Schallquellen in einem Bereich um den Riß vorhanden sind, welche auf das Vorhandensein von Mikrorissen schließen lassen. Die Ergebnisse der Schallemissionsanalysen nach MIHASHI & NOMURA [74] decken sich mit denen aus Penetrationsanalysen nach SWARTZ & REFAI [114]. Auch die Schallemissionsuntersuchungen von LI & SHAH [67] bestätigen den Entwicklungsprozeß während des Zugbruchs von Beton. Bis ca. 80% der Bruchlast ermitteln sie eine verteilte Mikrorißschädigung. Einzelne Mikrorisse versammeln sich zwischen 80% Prepeak- und 80% Postpeakbeanspruchung. Ab 80% Postpeakbeanspruchung registrieren sie Makrorißfortschritt. Der Makrorißfortschritt ist nach LI & SHAH ein lokales Phänomen. Es entstehen "Mikrorißkerne", die sich nach und nach zu einem Riß fügen. Dieses Verhalten ist durch das heterogene Gefüge bedingt, da sich Schwachstellen beim Rißfortschritt besonders profilieren.

Die Post-Peak-Entfestigung kommt einer den Riß schließenden Druckspannung nah. Daraus läßt sich folgern, daß der gesamte Bruchprozeß eines quasi-spröden Materials in zwei Teilprozesse zerlegbar ist:

- ein linear-elastischer Anteil, der mit einer kritischen Energiefreisetzungsrate G_{Ic} verbunden ist, die der Oberflächenenergie entspricht und
- ein nicht-linearer Anteil, dessen zugeordnete Energiefreisetzungsrate G_{σ} der Überwindung der Kohäsionsspannung $\sigma(w)$, d.h. zur Trennung der Rißflanken in zwei Teilen dient.

Die entsprechende Mode I-Energiefreisetzungsrate G ergibt sich als Summe der beiden Arbeitsanteile. Die Energiefreisetzungsrate ergibt sich somit zu:

$$G_F = G_{Ic} + \int_0^{w_d} \sigma(w) dw.$$
(2.10)

Der zweite Term obiger Gleichung entspricht G_{σ} . G_{σ} stellt die Arbeit dar, die von den rißschließenden Kohäsionsspannungen über eine Rißlänge "1" aufgebracht werden muß. w_d stellt die Rißöffnung beim vollständigen Durchriß dar. Dies gilt solange die beiden Enden der Kerbspitze in Berührung sind. Überschreitet w_d die Rauhigkeit der Rißflanke, so ist w_d durch die kritische Rißaufweitung w_c zu ersetzen. Es gilt $\sigma(w_c) = 0$.

Je nachdem welcher der beiden o.g. Teilprozesse am meisten bruchenergieverbrauchend wirkt, läßt sich die nicht-lineare Bruchmechanik des Baustoffs Beton durch zwei Ansätze modellieren. Zur Beschreibung des Verhaltens im Bereich der RPZ wurden zwei Modelle entwickelt: das fiktive Rißmodell (Fictitious Crack Model, FCM) nach HILLERBORG ET AL. [45] und das Konzept des Rißbands (Crack Band Model, CBM) nach BAŽANT & OH [4]. Beide Modelle setzen voraus, daß die zur Schaffung neuer Rißoberflächen notwendige Energie vernachlässigbar klein gegenüber der Trennungsenergie ist. Es gilt: $G_{Ic} = 0$. Zum anderen kann ein modifiziertes GRIFFITH-Modell herangezogen werden. In diesem Fall wird $\sigma(w) = 0$ angenommen. Die gesamte Bruchenergie wird zur Erzeugung eines effektiven elastischen Risses verbraucht. Das Bruchverhalten läßt sich in diesem Fall mit dem Zweiparametermodell (Two-Parameter-Model, TPM) nach JENQ & SHAH [55] oder mit dem Maßstabsgesetz (Size-Effect-Law, SEL) nach BAŽANT & KAZEMI [7] modellieren.

2.3.3 Das Fiktive Rißmodell (Fictitious-Crack-Model, FCM)

Bei Beton findet man i.a. keine scharfe Rißspitze. Ein allmählicher Übergang von der sichtbaren spannungslosen Rißspitze in ein durch Mikrorissen durchsetztes Betongefüge (die sog. RPZ) ist vielmehr zu beobachten. Mit zunehmender Verformungen breiten sich Mikrorisse aus. Vor Erreichen der Maximallast sind sie nicht zusammenhängend. Nach Überschreiten der Zugfestigkeit f_{ct} verdichten sie sich in der RPZ zu einem sichtbaren Makroriß. Die Mikrorisse außerhalb der RPZ schließen sich währenddessen wieder. Der Grundgedanke des fiktiven Rißmodells ("Fictitious Crack Model", FCM) nach HILLER-BORG ET AL. [45] ist daher die Berücksichtigung der RPZ in einen fiktiven Riß. Die in der plastischen Zone übertragbaren Spannungen werden über die Rißöffnung w formuliert.



Abbildung 2.8: Fiktives Rißmodell mit diskretem Riß (entnommen aus GUTSCH [34]).

Das Zugtragverhalten von Beton wird dann gemäß Abb. 2.8 aufgeteilt in eine Spannung-Dehnungsbeziehung σ - ϵ für den ungeschädigten Probenteil und in ein Spannung-Verformungsdiagramm σ -w in der RPZ. Das Post-Peak-Verhalten wird in Form von Spannung-Rißöffnungsbeziehungen formuliert. Abschnitt 2.4.3 stellt einige gebräuchliche Formulierungen zusammen.

Nach VERVUURT [120] bietet das FCM die Möglichkeit, bruchmechanische Prozesse im Werkstoff Beton zu berücksichtigen, die physikalische Begründung fehlt jedoch. MIDDEL [73] weist darauf hin, daß die Breite der RPZ mit dem FCM nicht ermittelt werden kann.

Die Fläche unterhalb der σ -w-Kurve ist die Bruchenergie G_F . Bezogen auf die projizierte Querschnittsfläche wird sie erforderlich, um den Querschnitt in zwei Hälften zu teilen.

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw. \tag{2.11}$$

Nach CORNELISSEN ET AL. [18] werden Zugspannungen bis zu einer kritischen Rißöffnung w_c von ca. 160 μ m übertragen.

2.3.4 Konzept des Rißbands (Crack-Band-Model, CBM)

Im FCM wird der Riß als diskret mit verschwindender Breite modelliert. Im Rißbandmodell nach BAŽANT & OH [4] wird der lokale Riß durch einen Rißband der Breite l_{pr} ersetzt. Über dieses Rißband werden Rißbildung und Rißfortschritt verschmiert, s. Abb. 2.9. Die Annahme des verschmierten Risses in einem Band erlaubt die kontinuumsmechanische Beschreibung des Post-Peak-Bereichs. Innerhalb des Rißbands nimmt die Steifigkeit aufgrund der Rißbildung und des Rißfortschritts ab. Die vollständige Spannung-Dehnungskurve zugbeanspruchten Betons findet dort Gültigkeit. Der übrige nicht geschädigte Probenbereich entlastet sich.

Bei dieser Betrachtung des Rißwachstums läßt sich die Bruchenergie G_F unter Berücksichtigung der Breite l_{pr} des Bandes beschreiben:

$$G_F = l_{pr} \int_0^{\varepsilon_0} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon.$$
 (2.12)

 ε_0 stellt die Dehnung des spannungsfreien Zustands im Nachbruchbereich dar. Sie entspricht der Größe w_c im FCM. BAŽANT & OH [4] geben für l_{pr} einen Wert von $n_a \cdot d_{max}$ an, wobei n_a ca. 3 beträgt. Hierin stellt d_{max} den Größtkorndurchmesser dar.

Die von den o.g. Autoren vorgenommene Auswertung von Versuchen mit der Rißbandtheorie hat gezeigt, daß die rechnerische Beschreibung der Ergebnisse gelingt. Dieses Modell weist zudem den Vorteil der einfachen Einbindung in Finite Elemente Netze auf.



Abbildung 2.9: Rißbandmodell zur Beschreibung des Betonzugbruchs (nach GUTSCH [34]).

2.3.5 Das Zwei-Parameter-Model (Two-Parameter-Model, TPM)

Das Ziel des Zwei-Parameter-Models (TPM) nach JENQ & SHAH [55] ist die Berechnung der Bruchzähigkeit K_c und der kritischen Rißspitzenöffnungsverschiebung CTOD_c im Modus I. Sie werden aus der Rißöffnung-Verschiebungskurve und der Nachgiebigkeit nach einem Be- und Entlastungszyklus entsprechend Abb. 2.10 gewonnen. Ein solcher Belastungszyklus ermöglicht die Aufgliederung des CMOD bei Maximallast CMOD_c in einen elastischen Anteil CMOD_c^e und in einen plastischen Anteil CMOD_c^p . Aus den linear-elastischen Anteilen berechnet man die Bruchzähigkeit K_{Ic} , die kritische effektive Rißlänge a_c sowie die kritische Rißöffnungsverschiebung CTOD_c^e . Die einzelnen Schritte der Berechnung werden im Anhang A.2 aufgeführt.

Bei der Auswertung von Drei-Punkt-Biegeversuchen an Balken unterschiedlicher Abmessungen aber mit identischer Betonzusammensetzung stellen JENQ & SHAH [55] fest, daß die Werte der K_{Ic} und der CTOD_c^e nahezu konstant sind. Hieraus schließen sie, daß —



Abbildung 2.10: Bestimmung der für das TPM erforderlichen Größen aus einem Be- und Entlastungszyklus.

für eine vorgegebene Betonzusammensetzung - beim Bruch gilt

$$K_I = K_{Ic}$$
(2.13)
CTOD = CTOD_c.

 K_I bzw. CTOD stellen den aus der linear-elastischen Bruchmechanik zu berechnenden Spannungsintensitätsfaktor bzw. die Rißöffnungsverschiebung dar. Der Rechenwert CTOD_c erscheint physikalisch begründbar. Ausgehend vom heterogenen Baustoff Beton ist es vorstellbar, daß Störungen im Gefüge, wie z.B. Luftporen und Phasengrenzen annähernd die gleiche Größenordnung besitzen. Mit steigender Belastung führen diese Störungen zu immer größer werdenden Rissen, deren Öffnung mit der CTOD korrelieren. Aus diesem Grund ist es verständlich, daß die CTOD einen Grenzwert besitzt, der sich im Bruchzustand einstellt.

Da die Größen K_{Ic} und CTOD_c definitionsgemäß nicht nur von der Betonzusammensetzung, sondern auch von den Versuchsbedingungen abhängen, führen JENQ & SHAH [55] eine "Baustofflänge" Q ein, die proportional der Ausdehnung der Rißprozeßzone des Baustoffes ist:

$$Q = \left(\frac{E_{\rm ct} \cdot \rm{CTOD}_{\rm c}}{K_{Ic}}\right)^2.$$
(2.14)

Hier sei angemerkt, daß JENQ & SHAH die räumliche Ausdehnung der RPZ als einen

Baustoffkennwert verstehen. Sie ermitteln Werte für Q in der Größenordnung von 50– 100 mm für Mörtel und 150–350 mm für Beton. Q wird als ein Maß für die Sprödheit des Materials angesehen. Je höher der ermittelte Wert für Q ist, umso duktiler der Baustoff.

JOHN & SHAH [57] leiten phenomenologische Beziehungen zwischen den Größen K_{Ic} , CTOD_c sowie E_{ct} und der Betondruckfestigkeit f_{cc} her:

$$K_{Ic} = 0.06 f_{cc}^{0.75}$$

 $CTOD_c = 0.00602 f_{cc}^{0.13}$
(2.15)

$$E_{ct} = 4785 \sqrt{f_{cc}}.$$
 (2.16)

Hieraus kann man folgende Beziehung zwischen Q (in mm) und f_{cc}

$$Q = 23049.121 f_{cc}^{-0.24} \tag{2.17}$$

ableiten.

2.3.6 Der Maßstabseffekt (Size-Effect-Law, SEL)

REINHARDT berichtet in [88] über Ergebnisse von Schubversuchen aus der Literatur, bei denen die Trägerhöhe variiert wurde. Die dort zusammengestellten Ergebnisse zeigen deutlich den Einfluß der absoluten Probenhöhe auf die erreichbare Schubbruchspannung.

In [5] wertet BAŽANT Belastungsversuche an geometrisch ähnlichen Betonkörpern aus. Die Probekörper weisen unterschiedliche Abmessungen auf, wobei Verhältnisse wie beispielsweise a_0/W (a_0 sei die Kerbtiefe und W die Höhe eines gekerbten Biegebalkens) jedoch konstant bleiben. Die Balkentiefe B wird weiterhin konstant gehalten. Damit bleiben die Verhältnisse in der Belastungsebene erhalten, so daß man von zweidimensionaler Ähnlichkeit sprechen kann.

BAŽANT stellt fest, daß die Nettozugfestigkeit σ_{Nc} von der Probengröße wie folgt abhängt:

$$\sigma_{Nc} = \frac{C_0 f_{ct}}{\sqrt{1 + \frac{W}{W_0}}}.$$
(2.18)

 σ_{Nc} ist gegeben durch $\gamma_0 F_{max}/(B \cdot W)$. f_{max} stellt die Bruchlast dar. γ_0 ist ein größenunabhängiger Versuchsparameter, in dem die Probenform und die Belastungsart berücksichtigt werden. Bei einer zugbeanspruchten Scheibe gilt $\gamma_0 = 1$. Beim Biegebalken ist $\gamma_0 = 1.5 \cdot S/W$, S ist die Stützweite. f_{ct} stellt die maßstabsunabhängige Zugfestigkeit des Baustoffes dar. C_0 sowie W_0 sind Werkstoffkennwerte, die durch Versuche kalibriert werden müssen. Aus Gl. (2.18) kann entnommen werden, daß bei kleinen, zentrischen Zugproben $\sigma_{Nc} = C_0 \cdot f_{ct}$ gilt, da der Ausdruck W/W_0 verschwindet. Das Festigkeitskriterium ist dann von der Probengröße unabhängig. Bei großen Probekörpern ist die räumliche Ausdehnung der Rißprozeßzone vernachlässigbar klein gegenüber den Abmessungen der Probe. Die linear-elastische Bruchmechanik kann dort angewendet werden. σ_{Nc} ist $\sim 1/\sqrt{W}$. Der Maßstabseffekt beschreibt asymptotisch den Zwischenbereich. Abb. 2.11 stellt das Verhältnis σ_{Nc} zu $C_0 f_{ct}$ doppelt logarithmisch in Abhängigkeit von W/W_0 dar.



Abbildung 2.11: Darstellung des Maßstabseffekts nach BAŽANT [5].

Diese Auswertungsmethode erlaubt die Bestimmung der Bruchenergie für unterschiedlich ausgedehnte Betonkörper. Ausgangspunkt dieser Methode bilden die Ergebnisse von Belastungsversuchen an geometrisch ähnlichen Probekörpern. Quadrieren und Umformen von Gl. (2.18) führt zu einem Ausdruck nach BAŽANT & PFEIFFER [6]:

$$\left(\frac{f_{ct}}{\sigma_{Nc}}\right)^2 = \frac{1}{C_0^2} + \frac{W}{C_0^2 W_0}.$$
(2.19)

Diese Gleichung beschreibt eine Gerade aus der die Parameter C_0 und W_0 ermittelt werden können. Mit ihr kann auf die Energiefreisetzungsrate geschlossen werden, welche nach OŽBOLT [82] maßgeblich durch den Maßstabseffekt bestimmt wird. Aus der linearelastischen Bruchmechanik kann die kritische Energiefreisetzungsrate G_{Ie} im Modus I -23 -

bestimmt werden (siehe Abschnitt 2.2):

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E_{ct}} = \frac{\sigma_{Nc}^2 W}{E_{ct} \gamma_0^2} \cdot Y\left(\frac{a_c}{W}\right).$$
(2.20)

Die kritische Rißlänge a_c ist die Summe der Kerbtiefe a_0 und des effektiven Rißfortschritts Δa_c bei einer vorgegebenen Probengeometrie. Y ist eine Funktion der Versuchsgeometrie.

Die so ermittelte kritische Energiefreisetzungsrate ist stets geometrieabhängig. Bei einer unendlich ausgedehnten Probe findet die linear-elastische Bruchmechanik Gültigkeit. Es werden zwei Parameter definiert:

$$G_f = \lim_{W \to \infty} G_{Ic}$$

$$c_f = \lim_{W \to \infty} \Delta a_c.$$
(2.21)

 G_f bzw. c_f stellen die kritische Energiefreisetzungsrate bzw. der kritische Rißzuwachs für unendlich ausgedehnte Bauteile dar. Durch Einsetzen der Gl. (2.20) in obige Gleichung und unter Berücksichtigung von Gl. (2.18) erhält man nach Vereinfachung einen Baustoffkennwert der Form:

$$G_f = \frac{C_0^2 f_{ct}^2 W_0}{E_{ct} \gamma_0^2} \cdot g\left(\frac{a_0}{W}\right).$$

$$(2.22)$$

Die charakteristische Größe W_0 ist als Schnittpunkt der horizontalen Geraden des Festigkeitskriteriums mit der geneigten linear-elastischen Geraden in Abb. 2.11 zu deuten. BAŽANT & KAZEMI [7] definieren die Sprödigkeitszahl β_b (brittleness number) als das Verhältnis von W zu W_0 :

$$\beta_b = \frac{W}{W_0} = \frac{C_0^2 f_{ct} Y\left(\frac{a_0}{W}\right)}{\gamma_0 E_{ct} G_f} \cdot W.$$
(2.23)

 β_b hängt offensichtlich nicht nur vom Baustoffkennwert G_f , sondern auch von der Probenkonfiguration ab. Je größer β_b , umso spröder ist das Bauteil. Für $\beta_b < 0.1$ ist das Festigkeitskriterium anzuwenden. Liegt β_b zwischen 0.1 und 10, gilt Gleichung (2.18). Überschreitet hingegen β_b den Wert 10, so gilt das Kriterium der linear-elastischen Bruchmechanik.

2.3.7 Kerbempfindlichkeit

Beansprucht man eine Probe mit Anriß auf Zug, treten im Kerbgrund Spannungsspitzen auf. Zähe Werkstoffe bauen diese Spannungsspitzen durch Fließen ab. Der Bruch tritt dann ein, wenn die Spannung im Nettoquerschnitt die Zugfestigkeit f_t erreicht. Nach BRAMESHUBER [11] ist — unter Vernachlässigung möglicher Einflüsse durch den gestörten Spannungszustand im Kerbbereich — die Nettozugfestigkeit $f_{t,N}$ von duktilen Werkstoffen gleich der Zugfestigkeit ungekerbter Proben, $f_{t,N} = f_t$. Analog gilt bei Biegebeanspruchung zäher Werkstoffe $f_{t,fl,N} = f_{t,fl}$. $f_{t,fl}$ sei die an ungekerbten Proben ermittelte Biegezugfestigkeit des untersuchten zähen Werkstoffs.

Spröde Werkstoffe bauen Spannungsspitzen an der Rißspitze nicht durch Fließen ab. Die Konsequenz ist ein frühzeitiger Bruch der Probe. Am Beispiel von Beton bedeutet dies, daß $f_{ct,N} \leq f_{ct}$. Definiert man die sog. Kerbempfindlichkeit des Baustoffs als den Quotient der Nettofestigkeit zur Festigkeit, die an ungekerbten Proben ermittelt wurde, dann gilt für spröde Werkstoffe wie Beton:

$$k = \frac{f_{ct,N}}{f_{ct}} \le 1. \tag{2.24}$$



Abbildung 2.12: Kerbempfindlichkeit k zementgebundener Baustoffe nach (a) GJØRV ET AL. [29], (b) HIGGINS & BAILEY [43], (c) HILLEMEIER & HILSDORF [44] und (d) SHAH & MC GARRY [106].

Nur wenige Autoren untersuchten die Kerbempfindlichkeit zementgebundener Werkstoffe [29, 43, 44, 106]. Abb. 2.12 zeigt eine Zusammenstellung vorliegender Ergebnissen. Hier wird die Abhängigkeit der Kerbempfindlichkeit von der bezogenen Rißtiefe wiedergegeben. Aus dem Diagramm geht hervor, daß die Kerbempfindlichkeit mit zunehmender Kerbtiefe anwächst. Nach Erreichen eines Maximums nimmt sie ab. ZIEGELDORF ET AL. [127] leiten eine theoretische Beziehung für die Kerbempfindlichkeit zementgebundener Werkstoffe her, in der das Verhältnis $K_{Ic}/f_{ct,fl}$ eine maßgebende Rolle spielt. Unter der Voraussetzung eines konstanten Verhältnisses $K_{Ic}/f_{ct,fl}$, weist der Verlauf der Kerbempfindlichkeit über die bezogene Rißlänge a_0/W ein Minimum bei $a_0/W = 0.25$ auf.

Aus den in Abb. 2.12 dargestellten Verläufen der Kerbempfindlichkeit über die bezogene Rißlänge geht eindeutig hervor, daß die Bedingung $K_{Ic}/f_{ct,fl} = \text{const.}$ für Proben gleicher Größe mit verschiedenen Rißtiefen nicht erfüllt ist [11]. ZIEGELDORF ET AL. [127] folgern daraus, daß die Kerbempfindlichkeit ein notwendiges, jedoch kein hinreichendes Kriterium der linear-elastischen Bruchmechanik darstellt. Dieses Ergebnis zeigt auch, daß die linear-elastische Bruchmechanik auf den Baustoff Beton nicht anwendbar ist.

2.4 Modelle zur Beschreibung des Zugtragverhaltens von Beton

2.4.1 Vorbemerkungen

Wesentliches Ziel dieser Arbeit ist vornehmlich die experimentelle Erfassung der räumlichen Ausdehnung der Rißprozeßzone jungen Betons. Die Verifizierung erfolgt mittels eines Lamellenmodells, in das die Spannung-Dehnungslinie implementiert wird. Aus diesem Grund befaßt sich der folgende Abschnitt mit der Abbildung des Spannung-Dehnungsverhaltens von Beton. Die Ausführungen werden sich auf die Zugspannung-Dehnungslinie beschränken. Die Modellierung der Druckspannung-Dehnungslinie erfolgt affin zur Zugspannung-Dehnungslinie.

Im folgenden werden Ergebnisse aus zentrischen Zugversuchen an jungem Beton vorgestellt und eine Übersicht über gültige Formulierungen der σ_{ct} - ε_{ct} -Linie gegeben. Die Modellierung der Spannung-Dehnungslinie erfolgt in zwei Abschnitten:

- Modellierung der σ_{ct} - ε_{ct} -Linie bis zum Erreichen der Zugfestigkeit u.a. unter Berücksichtigung der Mikrorißbildung und
- Modellierung des abfallenden Astes der Spannung-Dehnungslinie nach dem FCM in Form der Erfassung von Spannung-Rißöffnungsbeziehungen.

2.4.2 Modellierung der Spannung-Dehnungslinie bis zum Erreichen der Zugfestigkeit

Der ansteigende Ast der Spannung-Dehnungslinie von Beton ist von der Mikrorißbildung geprägt. Sie macht sich deutlich vor dem Erreichen der Zugfestigkeit in Form einer Nichtlinearität bemerkbar. Das Verhältnis σ_{ct}/f_{ct} , ab dem inelastische Rißverformung eintritt, ist umstritten. Die Literaturübersicht zeigt — einige Formulierungen sind in Abb. 2.13

-26 -



Abbildung 2.13: Modelle zur Beschreibung der Zugspannung-Dehnungslinie von Beton im ansteigenden Ast.

Einige Autoren [18, 24, 89] vernachlässigen die Mikrorißbildung im ansteigenden Ast der Spannung-Dehnungslinie. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit wird diese als eine Gerade angenommen (Abb. 2.13.a). Nach REINHARDT [89] ist die inelastische Verformung im ansteigendem Ast klein verglichen mit dem abfallenden Ast. Sie kann demnach vernachlässigt werden. DUDA [24] begründet die Vernachlässigung nicht-linearer Anteile im ansteigenden Ast dadurch, daß sie seiner Meinung nach weitestgehend auf Schwind- und Kerbwirkungen sowie auf experimentelle Ungenauigkeiten zurückzuführen sind.

https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201903221437-0

In Abb. 2.13.a wird nicht-lineares Spannung-Dehnungsverhalten nach MC 90 [15] durch eine bilineare Formulierung des ansteigenden Asts berücksichtigt. Bis zu einem Verhältnis $\sigma_{ct}/f_{ct} = 0.9$ wird die Ursprungssteifigkeit E_{ct} angenommen. Die Dehnung steigt danach linear bis zum Erreichen einer Zugbruchdehnung $\varepsilon_{cu} = 0.15$ ‰ an.

Neben dem linear-elastischen Ansatz versuchen andere Autoren [30, 66, 34] die Mikrorißbildung in Form eines allmählichen Übergangs aus einem linearen Verhalten in ein nichtlineares Verhalten zu fassen. In den drei genannten Literaturquellen wird dieser Übergang mathematisch mit einer Parabel beschrieben. GOPALARATNAM & SHAH [30] setzen einen parabelförmigen Verlauf über den gesamten ansteigenden Ast an, Abb. 2.13.b. Die Anfangssteigung entspricht dem Ursprungstangentenmodul E_{ct} . Diese Formulierung setzt inelastisches Verhalten schon für Zugspannungen nahe Null voraus. LAUBE [66] modifiziert diesen Ansatz dahingehend, daß er den parabelförmigen Verlauf erst ab Zugspannungen > $\sigma_{ct} = 0.5 f_{ct}$ annimmt. Der Exponent der Parabel wird entsprechend korrigiert. Dieses Vorgehen führt zu einer völligeren Parabel, s. Abb. 2.13.c. Zuvor, im Bereich $0 \leq \sigma_{ct} \leq 0.5 f_{ct}$, wird linear-elastisches Verhalten mit einem Elastizitätsmodul gleich dem Ursprungstangentenmodul E_{ct} unterstellt. Es gelingt ihm hierbei jedoch nicht, einen stetigen Übergang bei $\sigma_{ct} = 0.5 f_{ct}$ zu finden.

GUTSCHS [34] Formulierung der Spannung-Dehnungslinie im ansteigenden Ast erfüllt hingegen die Stetigkeitsbedingung beim Übergang aus dem linear-elastischen Verlauf in die inelastische Formulierung bei $\sigma_{ct} = 0.5 f_{ct}$. Dort ist $d\sigma_{ct}/df_{ct}|_{e0.5-} = d\sigma_{ct}/df_{ct}|_{e0.5+}$. Die Dehnung $\varepsilon_{0.5} = 0.5 f_{ct}/E_{ct}$ stellt diejenige dar, bei welcher der Übergang aus dem linearelastischen Verhalten in die Inelastizität stattfindet. Desweiteren gewährt dieses Modell eine horizontale Tangente bei $\sigma_{ct} = f_{ct}$. Diese praxisrelevanten Bedingungen führen zu einer Parabel, deren Völligkeitsgrad die tatsächlichen Meßergebnisse übertrifft. Da die Formulierung nach GUTSCH [34] den realen Verlauf im ansteigenden Ast der Spannung-Dehnungslinie mit Abstand am besten wiedergibt, wird dieser im Rahmen diese Arbeit angesetzt und erweitert:

• Im Abschnitt $0 \leq \sigma_{ct} \leq 0.5 f_{ct}$:

Lineare Elastizität wird unterstellt. Der Zugelastizitätsmodul wird anhand von einaxialen Zugversuchen als Sekantenmodul zwischen $0.05f_{ct}$ und $0.5f_{ct}$ ermittelt.

$$\sigma_{ct} = E_{ct}\varepsilon. \tag{2.25}$$

• Im Abschnitt $0.5f_{ct} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ct}$:

Ab $0.5f_{ct}$ wird die Mikrorißbildung steifigkeitsmindernd berücksichtigt. Sie führt zu einer zusätzlichen Rißdehnung ε_{r1} , die sich zur elastischen Dehnung überlagert. Die

Stetigkeitsbedingungen bei $0.5 f_{ct}$ und bei $\varepsilon = \varepsilon_{cu}$ führen zu folgender Formulierung:

$$\sigma_{ct} = 0.5 f_{ct} \left[2 - \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{0.5}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{0.5}} \right)^B \right], \qquad (2.26)$$

 $_{\rm mit}$

$$B = \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{0.5}}{\varepsilon_{0.5}}.$$
 (2.27)

2.4.3 Formulierungen der Spannung-Rißöffnungsbeziehung im abfallenden Ast der Spannung-Dehnungslinie

Aufbauend auf der Grundlage des FCM nach HILLERBORG [45] erfolgt der Rißfortschritt in der Rißprozeßzone verschmiert. Da die räumliche Ausdehnung der RPZ keine Konstante darstellt, wird der abfallende Ast der Spannung-Dehnungslinie von Beton über einen definierten Weg formuliert. Das Nachbruchverhalten wird in der Literatur durch Spannung-Rißöffnungsbeziehungen formuliert. Abb. 2.14 faßt einige Formulierungen zusammen. Die Rißöffnungen werden hierbei nicht direkt gemessen, sondern integral über eine Bezugslänge. Es wird davon ausgegangen, daß keine Entfestigung im Bereich der künstlich erzeugten Kerbe stattfindet.

HILLERBORG [45] modelliert das Spannung-Rißöffnungsdiagramm in Abb. 2.14.a linear. Die Rißbreite w_c , ab der eine Spannung nicht mehr übertragen werden kann, wird mit diesem Modell deutlich unterschätzt. Desweiteren zeigen die Versuchsergebnisse einen steileren Abfall der Spannungsübertragung nach Erreichen der Zugfestigkeit als zu höheren Rißweiten hin, siehe Abschnitt 4.

Diesem Zusammenhang versuchen die Modellierungen nach PETERSSON [84] und nach dem MC 90 [15] mittels einer bilinearen Beziehung gerecht zu werden. In diesen Formulierungen wird die Übergangsstelle (Unstetigkeit) durch einen Verhältnis der bereits dissipierten Energie zur Bruchenergie beschrieben. Ergänzend berücksichtigt der MC 90 berücksichtigt allerdings die Betonzusammensetzung.

Neben diesen verhältnismäßig einfachen linearen bzw. bilinearen Formulierungen sind in der Literatur exponentielle Modellierungen weitgehend empirischer Natur zu finden. Eine physikalische Begründung existiert hier nicht. GUTSCH [34] trägt einige dieser Formulierungen zusammen.

Hervorzuheben ist das Modell nach LAUBE [66]. Ausgehend von einem Ansatz nach POPOVICS [83] zur Beschreibung der gesamten Druckspannung-Dehnungslinie konnte die mathematische Formulierung phenomenologisch so erweitert werden, daß der Einfluß des Hydratationsgrads und der Dehngeschwindigkeit Berücksichtigung findet. Dieses Modell ist physikalisch nicht zu begründen. Auch stellt sich im Modell ein mathematischer



Abbildung 2.14: Modelle zur Beschreibung der Zugspannung-Rißöffnungslinie von Beton im Nachbruchbereich (entnommen aus GUTSCH [34]).

Widerspruch dar: der Regressionsparameter ist gleichzeitig Faktor, Summand und Exponent.

Im Gegensatz zu den empirischen Formulierungen stellt DUDA [24] ein Modell vor, das rheologisch aus zwei parallelgeschalteten Reibelementen besteht. Das erste Element beschreibt den bei kleinen Rißbreiten w steil abfallenden Teil der Spannung-Rißöffnungsbeziehung als sukzessive Zerstörung des Korn-Matrix-Haftverbunds. Das zweite Element faßt den flachen Verlauf der σ_{ct} -w-Kurve als Reibung zwischen Korn und Matrix infolge von Verzahnung auf. Mathematisch werden beide Lastübertragungsmechanismen durch eine Poisson- bzw. eine Gauß-Verteilung beschrieben. DUDA [24] schlägt folgende Formulierung des Nachbruchverhaltens vor:

$$\sigma_{ct}(w) = \sigma_a \cdot e^{-(w/w_a)^2} + \sigma_b \cdot e^{-(w/w_b)}.$$
(2.28)

Die Konstanten σ_a , σ_b , w_a und w_b werden aus nicht-linearer Regression von Versuchsergebnissen ermittelt. Sie können auch nach DUDA direkt über den Werten der Zugfestigkeit f_{ct} und der Bruchenergie G_F bestimmt werden [24]. Ein beträchtlicher Nachteil der Formulierung nach DUDA ist die nicht-horizontale Tangente bei $\sigma_{ct} = f_{ct}$. Diese führt zu einer Unstetigkeitsstelle, die in Versuchen nicht beobachtet wird. Mathematisch läßt sich dieser Fehler durch eine Überführung des Exponenten des zweiten Terms in einen Exponent größer 1, so daß die Ableitung bei w = 0 verschwindet. GUTSCH [34] schlägt den Exponenten 1.01 vor. Der Einfluß des erhöhten Exponenten auf den Verlauf der Spannung-Rißöffnungsbeziehung und auf den Wert der Bruchenergie ist praktisch bedeutungslos. Die Stetigkeitsbedingung $d\sigma_{ct}(\varepsilon)/d\varepsilon$ | $_{\varepsilon_u+/-} = 0$ wird damit jedoch bestens erfüllt.

2.5 Experimentelle Erfassung der Rißprozeßzone

2.5.1 Allgemeines

Zur Erfassung der Vorgänge in der RPZ verwenden die meisten Autoren Dehnungsmcßstreifen (DMS) und/oder Wegaufnehmer. Diese werden i.d.R. parallel zur Zugspannungsrichtung angeordnet. Die Messung der Längsverformung in und über der RPZ erfolgt durch Variieren der Basislänge. Wegen der verschmierten Messung sind Unstetigkeiten und steile Dehnungsgradienten auf diese Weise kaum feststellbar. Zudem können wegen der ausgewählten Richtung Richtungsverschiebungen und somit die Ausdehnung der RPZ auf der Körperoberfläche nicht erfaßt werden.

Bereits Ende der sechziger Jahre stellen HEILMANN ET AL. [42] fest, daß die Verformungszunahme nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit lediglich in der RPZ erfolgt. Die übrigen Bereiche der Probe entlasten sich. Abb. 2.15.c zeigt Meßergebnisse der auf die mittlere Dehnung ε_m bezogenen Dehnungsentwicklungen ε_i . Dabei werden an Schulterproben mit einer Länge von 600 mm und einem Querschnitt von 80/150 mm untersucht. Die Beanspruchung erfolgt durch eine Zuglast. In Abb. 2.15.a werden die Probenform und die Lage der aufgebrachten DMS *i* auf der Zugprobe dargestellt. Je nach Lage der DMS ergeben sich die in Abb. 2.15.b dargestellten unterschiedlichen Spannung-Dehnungslinien. Dem Teilbild c ist zu entnehmen, daß die DMS 2 und 3 die RPZ überspannen. Das Rißbild bestätigt diese Behauptung.

In [39] wird die Übertragbarkeit des Ergebnisses nach HEILMANN ET AL. [42] auf gekerbten Biegebalken verdeutlicht. In Abb. 2.16.b werden Last-CMOD-Kurven dargestellt, die mit Hilfe zweier unterschiedlich langer DMS (30 und 60 mm) an einem Dreipunktbiegebalken ($560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$, $a_0 = 40 \text{ mm}$, $d_{max} = 16 \text{ mm}$, Abb. 2.16.a) ermittelt wurden. Bis zum Erreichen der Biegezugfestigkeit sind die beiden Last-CMOD-Kurven deckungsgleich. Nach Überschreiten der Maximallast werden für ε_2 (Basislänge 30 mm) deutlich größere Dehnungswerte gemessen als bei ε_4 (Basislänge 60 mm). Dies deutet auf das



Abbildung 2.15: Dehnungslokalisierung an Zugproben nach HEILMANN ET AL. [42]. (a) Lage der Dehnungsmeßstreifen *i* auf der Zugprobe, (b) erzielten Spannung-Dehnungslinien und (c) auf die mittlere Dehnung ε_m bezogene Dehnung ε_i .





Vorhandensein eines starken Dehnungsgradienten aufgrund der Dehnungslokalisierung in der RPZ hin.

Zur Berücksichtigung der Verschiebungsrichtung verwenden CHHUY ET AL. [17] DMS-Rosetten mit einer Basislänge von 15 mm. Sie definieren einen Bereich, in dem die Schädigung Dehnungen in der Größenordnung unterhalb 200×10^{-6} erreicht. Dieser Wert bildet das Anrißkriterium. Auf diesem wenig präzisen Kriterium basierend ermitteln die Autoren eine Abmessung der RPZ von 10 cm Länge und 1 cm Breite.

Ein eingehendes Studium der Vorgänge und Verformungen in der RPZ gelingt mit DMS und Wegaufnehmern somit nur schwerlich, da deren Basislänge und deren Positionierung das Meßergebnis merklich beeinflussen.

In den letzten Jahren wurden zunehmend zerstörungsfreie Meßtechniken entwickelt und eingesetzt. Diese haben den Vorteil, das Versuchsgeschehen nicht zu stören. Techniken gehören Röntgenuntersuchung, Thermographiemessung, Schallemissionsanalyse, holographische Interferometrie, Speckle Photographie und die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Elektronische Speckle Interferometrie (ESPI). Diese Untersuchungsmethoden stellen keine besondere Anforderung hinsichtlich Probenvorbereitung. Im Gegensatz dazu existieren auch Meßtechniken, die eine Präparation des Werkstoffs benötigen: Rasterelektronenmikroskopie, Lichtmikroskopie, Spannungsoptik, Porosimetrie, Moiré Interferometrie etc. In diesen Fällen beeinflußt die Präparation das Ergebnis. über neuere Meßtechniken wird im folgenden berichtet.

2.5.2 Rasterelektronenmikroskopie (REM)

Direkte Untersuchungen mittels optischer Mikroskopie — auch nach intensivem Schliff — scheiterten bisher am Kontrastmangel. Dünnschliffe bedingen eine aufwendige Präparation, die u.a. ein Imprägnieren erfordert und möglicherweise zu Artefakten führt. Aufgrund der hohen Vergrößerung und des hohen Kontrasts hat man sich viel von Elektronenmikroskopieaufnahmen erhofft. Bei solchen Aufnahmen wird ein Leiterfilm auf die Probe aufgebracht bzw. ein Replikat des Probekörpers angefertigt, um eine Aufnahme zu ermöglichen, siehe [117]. Je nach angewandtem Material wurden unterschiedliche Ergebnisse erzielt. MINDESS & DIAMOND [77] untersuchen Compact Tension (CT) Mörtelproben im Keilspaltversuch (Probenabmessungen: $32 \times 24 \times 13$ mm³ mit einer Kerbtiefe von 13 mm). Die Beanspruchung erfolgt in der Vakuumkammer des Mikroskops. Sie berichten über eindeutige Mikrorisse, die Existenz einer RPZ können sie nicht nachweisen. TAIT ET AL. [115] belasten ebenso mit einer Belastungseinheit innerhalb der Vakuumkammer eines REM um Rißverläufe beobachten können. Diese Meßtechnik erweist sich als brauchbar zur Beobachtung und Klassifizierung eines Risses. Das Beobachtungsfeld ist jedoch klein. Mangels Leistungsfähigkeit, kann diese Methode nicht zur Vermessung der RPZ bzw. zur Spannungsermittlung herangezogen werden.

Auch bei der Replikatechnik ist das Beobachtungsfeld klein. Es handelt sich in dem Fall jedoch um den rückwirkungsfreien Abdruck eines Versuchs. Die Bruchprozesse können exakt erfaßt werden. TURATSINZE [117] berichtet über Dreipunktbiegeversuche an gekerbten Mörtelproben ($420 \times 80 \times 50 \text{ mm}^3$, $a_0 = 40 \text{ mm}$) mit einem Größtkorn von 2.5 mm. Ein Probenbereich über den Riß von ca. $25 \times 40 \text{ mm}^2$ wird mit einer Azethylzellulose-Schicht beklebt. Der abgelöste Film wird anschließend im REM untersucht. Durch Anfertigung mehrerer Replikate erlaubt diese Technik es, die Mikrostruktur der Oberfläche in der näheren Umgebung des Risses zu unterschiedlichen Zeitpunkten in der Belastungsgeschichte zu untersuchen.

TURATSINZE [117] berichtet, siehe Abschnitt 2.3.2, daß Mikrorisse in der näheren Umgebung der Rißspitze vorzufinden sind. Diese bilden jedoch keine definierte RPZ. Es wird auch darauf hingewiesen, daß Mikrorisse, die unter Beanspruchung sichtbar sind, sich nach dem Bauteilversagen schließen können. Eine post-mortem Erfassung der RPZ gelingt somit nicht. Dies deutet darauf hin, daß Untersuchungen von Bruchflächen keine Auskunft über die Rißbildung bzw. die Ausdehnung einer RPZ erlauben.

2.5.3 Akustische Schallemissionsanalyse

Wird ein Material im nicht-elastischen Bereich beansprucht, so sendet es akustische Wellenzüge. Die bei der Entstehung von Mikrorissen freigewordene Energie wird in Schallwellen umgewandelt. Nach Verstärkung und Registrierung bilden die akustischen Signale ein Merkmal zur Beurteilung des Bruchprozesses. Ursprünglich war es zunächst nur möglich, die einzelnen Ereignisse zu zählen, siehe hierzu DIEDERICHS ET AL. [21]. Einzelne Schallquellen können heute mit mehreren Empfängern und Triangulation geortet werden. Hiermit wird versucht, den Verlauf der Mikroschädigung entlang des Risses in der RPZ zu verfolgen. Diese Technik hat den Vorteil, die Vorgänge im ganzen Prüfkörper beobachten zu können. Die Meßergebnisse sind nach REINHARDT & HORDIJK [90] jedoch nur qualitativ zu bewerten. Dies gilt dann insbesondere, wenn die Anzahl der Schall-Ereignisse eine Frequenz erreicht, die mit den üblichen Transientenrekordern nicht mehr exakt wahrnehmbar und auswertbar wird. Es ist zudem zu beachten, daß die Lokalisierungsalgorithmen bislang probendickenunabhängig arbeiteten, siehe hierzu ROSSI [94], BERTHELOT & ROBERT [10] sowie SHAH ET AL. [108]. Es gelingt dort nur eine 2D-Auswertung. Mittlerweile sind Algorithmen entwickelt worden, die eine dreidimensionale Lokalisierung von Schallemissionsquellen erlauben. Ein aus der Geophysik bekannter Lokalisierungsalgorithmus wurde an der Universität Stuttgart an Beton optimiert [32, 121]

und automatisiert [33].

In neueren Arbeiten an der Northwestern University [63, 64, 67, 68] wird neben der Amplitude auch die Wellenform des Körperschalls ausgewertet. Diese Technik erlaubt es, die Richtung des Rißfortschritts zu erfassen. Abb. 2.17 zeigt das Ergebnis von Schallemissionsanalysen an Beton und Mörtelproben, die im Dreipunktbiegeversuch beansprucht werden. Das Größtkorn beträgt 5 mm beim Beton und 1 mm im Fall des Mörtels. Die ungekerbten Prismen mit den Abmessungen 440 × 100 × 100 mm³ werden mit acht PAC-Piezzoköpfen bestückt. Der experimentelle Aufbau erlaubt eine örtliche Auflösung von ± 5 mm bei den Betonproben und von ± 2 mm bei den Mörtelprismen. Die höhere Genauigkeit bei den Mörtelproben ist auf die höhere Schallgeschwindigkeit im Beton (4330 m/s) im Vergleich zum Mörtel (3930 m/s) zurückzuführen.



Abbildung 2.17: Ergebnisse von Schallemissionsanalysen an einer Betonprobe (a) und an einer Mörtelprobe (b) sowie Rißbild (1: Rückseite, 2: Vorderseite) nach LANDIS & SHAH [63].

Die Verteilung der Schallereignisse erscheint zunächst einmal zufällig in der Zugzone verteilt zu seien. Da die Schallereignisse mit der Bildung bzw. Aufweitung von Mikrorissen korrelieren, läßt sich diese Erscheinung nicht zwingend als Lokalisierung bezeichnen, wie man sie erwarten würde. Abb. 2.18.a zeigt den Verlauf des geschädigten Volumens über den Beanspruchungszeitraum am Beispiel der Betonprobe in Abb. 2.17.a. Nach Erreichen der Bruchlast sinkt das Schädigungsvolumen. Es werden mehr Ereignisse registriert. Das durch Ereignisse durchsetzte Volumen wird kleiner [63]. Dies wird von LANDIS & SHAH [63] mit einer grundsätzlichen Verschiebung des Bruchprozesses gedeutet, wie es die Winkelverschiebung mit zunehmender Beanspruchung in Abb. 2.18.b erscheinen läßt. LANDIS & SHAH deuten diese Verschiebung als einen Übergang aus der Schädigung der Zwischenzonen zwischen Zementsteinmatrix und Zuschlag in eine Schädigung der Zementsteinmatrix in den Modi I und II.



Abbildung 2.18: Ergebnisse von Schallemissionsanalysen an einer Betonprobe (a) Belastungsund Volumenereignisgeschichte und (b) Belastungs- und Winkelausrichtungsgeschichte nach LANDIS & SHAH [63].

2.5.4 Die Imprägniermethode

SWARTZ & REFAI erproben in [114] die Imprägniermethode an gekerbten Dreipunktbiegebalken. Abb. 2.19 zeigt schematisch den Versuchsaufbau. Ein Reservoir wird aus zwei Alublechen gebildet und über das Ligament mittels Silikon aufgebracht. Der Balken wird auf das Schwert gesetzt und belastet. Diese Anordnung ermöglicht ein gutes Eindringen



Abbildung 2.19: Versuchsaufbau der Imprägniermethode: (a) Frontansicht, (b) Draufsicht nach SWARTZ & REFAI [114].



Abbildung 2.20: Ergebnis einer Eindringprüfung: (a) a/W = 0.38, (b) a/W = 0.44, (c) a/W = 0.53, (d) a/W = 0.66, (e) a/W = 0.80 und (f) a/W = 0.89 nach SWARTZ & REFAI [114].

TURATSINZE [117] ermittelt ähnliche Profile. Die so ermittelten Eindringprofile geben Aufschluß über die Ausbildung eines gerissenen Bereichs. Dieser kann beispielsweise mit den Ergebnissen von Schallemissionsanalysen verglichen werden [114]. Diese Technik ist jedoch zur Erfassung der Ausdehnung der Rißprozeßzone nicht ausreichend sensitiv.

2.5.5 Die Nachgiebigkeitsmethode





Die Nachgiebigkeitsmethode dient der Erfassung der Ausdehnung der RPZ durch den

direkten Vergleich der Nachgiebigkeit einer gekerbten Probe mit jener einer bereits gerissenen Probe. In der ungerissenen Kurve findet keine Rißüberbrückung statt. Die Grundidee des Verfahrens ist in Abb. 2.21 an einer CT-Probe dargestellt. Ausgehend von einer Kerbtiefe a_0 schreitet der Riß mit zunehmender Zugbeanspruchung bis zu einer Länge $a_R + a_{RPZ}$ voran. a_R sei die tatsächliche Rißtiefe und a_{RPZ} die nicht sichtbare, der RPZ zugeordneten Rißlänge.



Abbildung 2.22: Ermittlung der Ausdehnung der RPZ mittels Nachgiebigkeitsmethode nach Hu [49].

Eine Vorversuchsserie ermöglicht das Erfassen der Nachgiebigkeitskurve C in Abhängigkeit von der Kerbtiefe a'_0 , s. Abb. 2.21. Diese Kurve dient als Referenz. Die Kurve $C(\Delta a)$ beginnt mit dem Wert C_0 — der Rißfortschritt Δa ist hier null — und steigt mit zunehmendem Rißfortschritt. Betrachtet wird nun eine Probe, in der sich nach einer Zugbeanspruchung ein Riß der Länge a gebildet hat. Sägt man den Bereich heraus, der die Rißüberbrückung erlaubt, so ermittelt man die Nachgiebigkeit C_i . Der Kurvenverlauf von C_i über $\Delta a = a - a_0$ beginnt bei C_u . C_u liegt deutlich höher als $C(\Delta a)$, da die Probe bereits geschädigt ist. Vorstellbar ist nun, daß die geschädigten Bereiche nach und nach herausgesägt werden. Nach jedem Einschnitt $a + \Delta a_i$ wird anschließend die Nachgiebigkeit $C_i(\Delta a_i)$ ermittelt (Abb. 2.22). Ist die RPZ völlig durchsägt, decken sich die Kurven $C(\Delta a)$ und $C_i(\Delta a)$, da der elastische Bereich erreicht wird. Man unterscheidet zwischen drei Rißtiefen: Δa_1 , Δa_2 und Δa_3 (Abb. 2.22). Solange die Nachgiebigkeit konstant bleibt, hat der Sägevorgang die RPZ nicht erreicht ($\Delta a = \Delta a_1$). Erreicht der Sägeschnitt das Ende von dem, was als Ende des sogenannten Makrorißbereichs und dem Beginn der Mikrorißzone ($\Delta a = \Delta a_2$) bezeichnet wird, so steigt die Nachgiebigkeit. Das Ende der RPZ erreicht man bei $\Delta a = \Delta a_3$, so daß die Länge der RPZ $L_{pr} = \Delta a_3 - \Delta a_2$



Abbildung 2.23: Beispiel einer RPZ-Ermittlung an einem Mörtel im Keilspaltversuch (a) und Gegenüberstellung Messung/Rechnung (b) nach HU [49].

ist. Die Länge der RPZ ist nach den Ergebnissen von HU [49] nicht nur eine Materialgröße, sondern hängt auch entscheidend von der Probenkonfiguration, d.h. von der Kerbtiefe und von den Probenabmessungen ab.

Abb. 2.23.a zeigt das Ergebnis einer RPZ-Ermittlung nach Hu [49] an einer Mörtelprobe mit den Abmessungen 200 \times 197 \times 15 mm³ und einem Verhältnis a/W von 0.4, die im Keilspaltversuch beansprucht wurde. Die Länge der RPZ wurde dort zu 34 mm ermittelt. Aus Be- und Entlastungsversuchen konnte Hu ebenfalls in [49] die Länge der RPZ aus den gemessenen Nachgiebigkeiten prognostizieren. Das Ergebnis der Rechnung wird in Abb. 2.23.b im Vergleich zur Messung dargestellt. Die beiden Ergebnisse stimmen gut überein.

2.5.6 Ganzfeldverformungsmessungen

2.5.6.1 Überblick

Wie bereits oben dargestellt, gelingt die Erfassung der Verformungen innerhalb der RPZ mit konventionellen Meßmethoden nicht. Die Schallemissionsanalyse und die Imprägniermethode erlauben zwar die Ortung von Verformungsepizentren und Rißereignissen, eine eingehende Bestimmung der Verformungsinformation gelingt hiermit nicht. Das Verschiebungsfeld innerhalb eines definierten bzw. zu definierenden Bereichs erhält man mittels optischen Ganzfeldmethoden. Die gebräuchlichen Anwendungsgebiete dieser i.d.R. hochauflösenden, zerstörungsfreien und vor allem rückwirkungsfreien Meßtechniken sind die Werkstoffprüfung aber auch in zunehmenden Maße die Qualitätskontrolle von Bauteilen. Letztere Anwendung konnte die Umsetzung bereits bekannter physikalischen Meßprinzipien in deren Handhabung einfachen und praxisgerechten Geräten beschleunigen. Bei der Erfassung bruchmechanischer Prozesse von Beton wird im Rahmen dieser Arbeit auf die Anwendung der Moiré-Technik, der holographischen Interferometrie, der Speckle-Photographie und des ESPI-Verfahrens (Electronic Speckle Pattern Interferometry, zu deutsch: Elektronische Speckle Muster Interferometrie) eingegangen.

2.5.6.2 Moiré-Technik

Das Grundprinzip des Oberflächenmoiréverfahrens besteht in der Überlagerung zweier Raster. Das Oberflächenraster, das auf der Probenoberfläche appliziert ist, ist im Grundzustand bekannt und verzerrt sich mit zunehmender Probenbeanspruchung. Das Referenzraster wird auf die Probenoberfläche projiziert. Die Überlagerung beider Wellenfelder führt zu einem Streifenmuster, das Orte gleicher Verschiebung zeichnet. Die Sensitivität des Verfahrens hängt sehr stark von der Frequenz des aufgebrachten Rasters ab. Üblich sind bei der Prüfung metallischer Werkstoffe Rasterkonstanten von 40 Linien pro mm. YON ET AL. [125] berichten über Rasterkonstanten von 1200 L/mm, die interferometrisch durch Überlagerung zweier Laserstrahlen erzielt werden [22]. Diese Raster werden sowohl auf Keilspaltproben als auch auf Dreipunktbiegeproben gemäß Abb. 2.24 nach [23] appliziert. Das Größtkorn beträgt bei diesen Untersuchungen 6.4 mm. Die Beanspruchung erfolgt nach 64 d für die Keilspaltversuche bzw. nach 89 d für die Biegeproben in einer Universalprüfmaschine.



Abbildung 2.24: Keilspalt- und Dreipunktbiegeproben nach DU ET AL. [23]. Die Probendicke beträgt bei beiden Versuchsanordnungen 50.8 mm



Abbildung 2.25: Moiré-Streifen nach DU ET AL. [23] zur Erfassung des Verzerrungsfelds innerhalb der RPZ im Nachbruchbereich.

Abb. 2.25 zeigt vier Moiré-Streifenmuster nach [23]. Die Ergebnisse wurden an Dreipunktbiegeproben erzielt. Es handelt sich hier um Belastungszustände nach dem Bruch. Die Mikrorißspitze ist in diesen Bildern eindeutig als nullte Streifenordnung zu identifizieren, die einem Rhombus ähnlich verläuft. Die horizontalen Streifen sind als Starrkörperbewegungsstreifen deutbar. Eine Differentiation der Streifen würde einen Dehnungsverlauf ergeben, aus dem die Dehnungsverteilung innerhalb der zu untersuchenden Rißprozeßzone nachweisbar wäre. Die vorgestellten Beiträge von DU ET AL. [22, 23] weisen auf die Möglichkeit hin, die Ausdehnung der RPZ mittels Moiré-Interferometrie festzustellen. Eine quantitative Aussage zu deren Ausdehnung erfolgt hier nicht. Es wird lediglich dem Postulat von BAŽANT & OH [4] widersprochen, daß die Ausdehnung der RPZ das dreifache des Größtkorns beträgt. Der Nachweis anhand der erzielten Meßergebnisse fehlt bzw. die Aussagen erscheinen nicht oder nur schwer nachvollziehbar.

RAISS ET AL. [85] ermitteln anhand von Moiré-Untersuchungen Dehnungsverteilungen im einaxialen Zugversuch an ungekerbten Schulterproben ($250 \times 60 \text{ mm}^2$). Das Größtkorn beträgt 10 mm. Aus den erzielten Verschiebungsfeldern werden Dehnungsisolinien gezeichnet, aus denen die räumliche Ausdehnung der RPZ zu $1 \times d_{max}$ ermittelt wird. Ab einer Peaklast von $0.73 f_{ct}$ entwickeln sich Mikrorisse.

2.5.6.3 Holographische Interferometrie

In den letzten vierzig Jahren wurden unmittelbar nach der Einführung des Lasers Anstrengungen unternommen, Interferenzerscheinungen, die sich durch die Überlagerung von zwei kohärenten Laserstrahlen ergeben, auf einer Photoemulsion zu konservieren. Hierzu eignen sich Holographiefilme, da diese die Möglichkeit sowohl der Amplitudenspeicherung als auch insbesondere das Festhalten der Phasenlage bieten. Die holographische Interferometrie besteht darin, zwei Zustände zu erfassen und auf eine photoemulsive holographische Schicht zu superponieren.

Diese Technik ist nur mit einem sehr empfindlichen und komplizierten Aufbau zu realisieren. Nach JACQUOT & RASTOGI [53] stellt sie die sensitivste Technik zur Ermittlung der Prozeßzonenausdehnung dar. Mit Hilfe der Interferometrie lassen sich auf der Oberfläche des zu prüfenden Körpers auftretende Verschiebungsfelder aufnehmen. Die Empfindlichkeit eines solchen Systems liegt erfahrungsgemäß unabhängig von der Oberflächenrauhigkeit in der Größenordnung von 0.5 μ m in-plane.

Verschiedene Autoren [16, 56, 70, 76, 86, 107] berichten über holographische Verschiebungsmessungen an mineralischen Baustoffen. Die Experimente erfolgen ausschließlich auf der optischen Bank. Der optische Aufbau und die Beanspruchungseinrichtung sind auf einem schwingungsgedämpften Tisch plaziert. Die Größe der untersuchten Proben



Abbildung 2.26: Verschiebungsprofile nach MILLER ET AL. [76].

ist dementsprechend klein. MAJI & WANG [70] berichten über Versuche an CT-Proben $(152.4 \times 152.4 \times 25.4 \text{ mm}^3)$, Kerbtiefe 51 mm) aus Indiana-Kalkstein. Dehnungskonzentrationen werden durch Krümmung der Korrelationsstreifen im ansteigenden Ast der Spannung-Dehnungslinie gedeutet. MILLER ET AL. [76] führen Versuche an einer Mörtelplatte (3 mm Größtkorn) mit den Abmessungen 305×305×25 mm³ durch, in die ein mittiges Loch Ø25 mm erzeugt wird. Die Öffnung wird beidseitig mit einer Kerbe $a_0 = 10 \text{ mm}$ versehen. Die Beanspruchung erfolgt durch Aufweiten der künstlichen Öffnung. Mittels holographischer Interferometrie ermitteln die Autoren Verschiebungsprofile, wie sie sie Abb. 2.26 darstellt. In [107] werden vergleichbare Verschiebungsprofile dargestellt. SHAH [107] beobachtet bei zunehmender Belastung eine Zunahme der Rißöffnung ohne nennenswerten Rißfortschritt. Er sieht darin eine Bestätigung des Konzepts des kritischen CTOD im Zweiparametermodell [55]. CASTRO-MONTERO ET AL. [14] werten exemplarisch Dehnungsverteilungen an der eben genannten Mörtelplatte aus und vergleichen diese mit den Ergebnissen aus linear-elastischen Berechnungen. Die in Abb. 2.27 dargestellte Differenz der beiden Verteilungen deutet auf die Ausdehnung der RPZ. Die Autoren definieren signifikante Werte ab einer Dehnungsdifferenz von $6 \cdot 10^{-4}$. Der Ausdehnung des mit "A" gekennzeichneten Bereichs erscheint rißtiefenunabhängig. Der Bereich "B" wird als der Entwicklungsbereich der RPZ bezeichnet. Hier tritt starke Mikrorißbildung ein, Zugkräfte werden jedoch stets übertragen. Dahinter ist der Werkstoff spannungsfrei. Solch eine Berechnung erscheint gewagt, da eine linear-elastische Berechnung Schädigungen, die vor dem Erreichen der Maximallast auftreten, nicht berücksichtigt.

Quantitative Auswertungen von CEDOLIN ET AL. [16] an ungekerbten Schulterproben $(200 \times 40 \times 70/40 \text{ mm}^3)$ entlang definierten Auswertungslinien zeigen den Fortschritt der Mikrorißentwicklung. Es entstehen Unstetigkeitsstellen, die von kontinuierlichen Dehnungsverläufen umschlossen sind. Auch hier werden Dehnungsgradienten sichtbar, die



Abbildung 2.27: Differenz zwischen gemessenen und errechneten Dehnungsverteilungen nach CASTRO-MONTERO ET AL. [14].

auf Dehnungslokalisierung hindeuten.

REGNAULT & BRÜHWILER [86] nutzen die bildgebende holographische Interferometrie zur Erfassung der RPZ von Mörtelproben ($d_{max} = 3 \text{ mm}$) und von Betonkörpern ($d_{max} =$ 8 mm) im Keilspaltversuch. Hier erfolgt auch die Belastung der 200 × 195 × 35 mmm³ großen Proben in einem Prüfrahmen auf dem optischen Tisch. Die RPZ wird als ovales Gebilde aus Verläufen von Dehnungsisolinien ermittelt. Hierzu definieren REGNAULT & BRÜHWILER eine Schwelldehnung von 10⁻⁴, die die räumliche Abgrenzung der RPZ bildet. Sie berichten qualitativ über eine ausgeprägtere RPZ im Fall der Betonproben als bei den Mörtelproben.

JIA ET AL. [56] führen Spaltzuguntersuchungen an zentral gekerbten Mörtelscheiben (Ø57.2 mm, Dicke 50.8 mm und Kerbtiefe 9.5 mm) durch. Der Rotationswinkel β der zentralen Kerbe zur Beanspruchungsrichtung dient der Einstellung des Rißmodus. Bei $\beta = 0^{\circ}$ herrscht reiner Modus I, bei $\beta <> 0^{\circ}$ hingegen herrscht Mischmodus. Der Verlauf der mittels holographischen Interferometrie erfaßten Korrelationsstreifen zeichnet den vertikalen Verlauf der Rißbildung bei $\beta = 0^{\circ}$. Bei $\beta = 54^{\circ}$ hingegen verlaufen die Streifen zunächst in Kerbrichtung. Mit zunehmender Beanspruchung rotiert die Streifenneigung in Beanspruchungsrichtung. Ähnliches gilt für den Verlauf der Rißbildung.

Es ist jedoch anzumerken, daß die holographische Interferometrie sowie die zuvor vorgestellte Moiré-Technik das on-line monitoring von Verschiebungsfeldern nicht gestattet. Die zweite Belichtung, die zu einem Streifenmuster führt, ist willkürlich durchzuführen. Es besteht zudem keine Möglichkeit, die Richtung der fortlaufenden entstehenden Streifen zu ermitteln.

2.5.6.4 Speckle-Photographie

ANSARI [1] bedient sich der Speckle-Photographie zur Untersuchung des Zugbruchverhaltens von beidseitig gekerbten Schulterproben (57/44.4 × 305 × 25.4 mm³, Kerbtiefe 9.5 mm). Das Größtkorn beträgt 9.5 mm. Er beobachtet Mikrorisse in einem Band mit einer Breite von 6 mm ab ca. $0.7f_{ct}$. Aus den ermittelten in-plane Verschiebungsfeldern berechnet ANSARI [1] Dehnungen entlang des Ligaments mit Bezugslängen von 4 mm und von 10 mm. Abb. 2.28 zeigt das Ergebnis dieser Berechnungen. Die Bezugslängen wählt der Autor mit der Intention, Dehnungen innerhalb und über das Rißband bestimmen zu können.



Abbildung 2.28: Berechnete Dehnungsverteilungen entlang des Ligaments beidseitig gekerbter Schulterproben nach ANSARI [1].

Nach ANSARI beeinflußt die Kerbe nicht die Entstehung von Mikrorissen. Die stärkste Mikrorißbildung beobachtet er an Orten, die deutlich von den Kerben entfernt sind. Demnach wäre der Werkstoff Beton kerbunempfindlich. Der Bruch wird mit einer kritischen Rißöffnung von 24 μ m in Verbindung gebracht, anschließend entfestigt sich die Probe. Die kritische Rißöffnung erscheint unabhängig vom absoluten Wert der Festigkeit zu sein. An dieser Stelle ist die Empfindlichkeit des Aufbaus zu berücksichtigen. Ein empfindlicherer Aufbau würde u.U. Mikrorisse mit geringerer Rißbreite bereits erkennen lassen. ANSARI [1] berichtet über ähnliche Größenordnungen der kritischen Rißbreite für Betonund für Mörtelproben. Er schließt hieraus, daß der Betonzugbruch seinen Ursprung im Versagen der Zementsteinmatrix findet.

Der Vergleich zwischen den optischen Dehnungswerten mit denen aus konventioneller Dehnungsmeßstreifen ist in Abb. 2.29 wiedergegeben. Es zeigt sich, daß die gemittelten, mittels Speckle-Photographie errechneten, Mikrorißdehnungen deutlich größer als die integrativen Streifendehnungen sind. ANSARI [1] führt dieses Phänomen auf die Tatsache zurück, daß die Speckle-Photographie lediglich eine Verzerrungsinformation auf der Bauteiloberfläche wiedergibt, während integrative Aufnehmertechniken das Verformungsvermögen der gesamten Bauteildicke berücksichtigen.



Abbildung 2.29: Vergleich von optischen Dehnungsmessungen mit konventioneller Dehnungsmeßstreifenmessung nach ANSARI [1].

ROSTÁSY & LAUBE [96] wenden die Laser-Speckle Photographie zum Studium des Rißfortschritts bzw. der Entwicklung der RPZ von Kerbzugkörpern ($80 \times 160 \times 360 \text{ mm}^3$, Kerbtiefe 20 mm) an. Das Zuschlaggrößtkorn beträgt 16 mm. Sie stellen eine Dehnungskonzentration im Nachbruchbereich fest, die zunächst von einer Kerbe ausgehend um den späteren Rißquerschnittt stattfindet. Nach Aussage der Autoren beträgt die Länge der RPZ zumindest das drei- bis vierfache des Größtkorns. Da die Frequenz der Auswertungspunkte offensichtlich verhältnismäßig grob ist (7×10 Auswertungspunkte der Youngschen Streifen auf einem Meßfeld von $50 \times 100 \text{ mm}^2$), ist eine quantitative Deutung der räumlichen Ausdehnung der RPZ erschwert.

2.5.6.5 Elektronische Speckle-Muster Interferometrie ESPI

Bei den bisher vorgestellten Ganzfeldmeßverfahren auf optischer Basis deutet sich ein erheblicher Nachteil der Meßmethodik an. Die Doppelbeleuchtung einer photoemulsiven Schicht erfordert eine chemische Entwicklung und eine zusätzliche, aufwendige Bearbeitung. Dieser Mangel wird bei dem Verfahren der elektronischen Speckle Muster Interferometrie (kurz ESPI, auch in einigen Veröffentlichungen TV-Holographie genannt) behoben. Bei dem Verfahren werden nun die Interferenzerscheinungen auf einem elektronischen Medium zwischengespeichert. Die Doppelbelichtung erfolgt durch eine phasenrichtige Subtraktion der elektronisch gespeicherten Aufnahmen. Neben der Detektion von sehr feinen Rissen kann auch — anders als bei der Speckle-Photographie beispielsweise — die Richtung von Gradienten eindeutig bestimmt werden. Es ist somit möglich, ein Doppelbelichtungshologramm im Video-Takt zu erhalten. Diese Meßtechnik wird im Rahmen dieser Arbeit angewandt, weshalb auf ihre Arbeitsweise im Abschnitt 3 näher eingegangen wird.

ROSTÁSY & LAUBE [96] verwenden einen Meßkopf, in dem eine out-of-plane sensitive Optik aufgebaut ist. Dieser ist, im Gegensatz zu den bisher vorgestellten optischen Aufbauten, an der Universalprüfmaschine gekoppelt. Hierdurch lassen sich Einschränkungen bezüglich der Prüfung vermeiden. Die Rißbildung von Kerbzugkörpern (siehe oben) wird verfolgt. Verschiebungsepizentren werden detektiert. Ein ähnliches Ziel verfolgen MAJI & WANG in [70] und HANSEN in [37]. Mit Hilfe eines speckle-interferometrischen Aufbaus auf einem schwingungsgedämpften Tisch beobachten MAJI & WANG den Rißfortschritt an CT-Proben aus Kalkstein. HANSEN verfolgt die Rißbildung an gekerbten Betonbalken $(100 \times 600 \times 1200 \text{ mm}^3)$, Kerbtiefe 50 mm). Aufgrund der Erscheinung der Speckles (Sprenkel-Erscheinungen) verliert ein Speckle-Aufbau an örtlicher Auflösung. Im Gegensatz zu anderen optischen Verfahren wie beispielsweise das zuvor vorgestellte Moiré-Verfahren, ist eine Ortsauflösung im Sub-Pixelbereich nicht möglich. Ein vergleichbarer Aufbau, jedoch sowohl in der Objektebene als auch out-of-plane sensitiv und in kompakter Bauform konzipiert, wird von HACK ET AL. [35] verwendet. Gekerbte Keilspaltproben $(300 \times 300 \times 80 \text{ mm}^3)$, Kerbtiefe 104 mm) aus Polymerbeton werden beansprucht. Das Speckle-Interferometer arbeitet in diesem Fall nach dem Prinzip des Phasenshifts (siehe Abschnitt 3). Die Phaseninformation wird erfaßt. Die RPZ wird als der Bereich identifiziert, in dem die Korrelationsstreifen gebrochen werden. Die Autoren schlagen den Einsatz eines zuverlässigeren Kriteriums zur Erfassung der räumlichen Ausdehnung der RPZ mittels Auswertung von Dehnungsverteilungen vor. Die Dehnungsverteilungen werden, wie in [38] bereits dargestellt, durch numerische Differentiation in Form eines Pixel-Shifts ermittelt. Dort wird die räumliche Ausdehnung der RPZ aus Verformungsverteilungen als der Bereich der größten Streifenkrümmung im Nachbruchbereich von

gekerbten Biegebalken ($560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$, Kerbtiefe 40 mm) gedeutet. Der Vorgang der Dehnungsermittlung mittels Pixel-Verschiebung wird im nächsten Abschnitt näher erläutert.

2.6 Zusammenfassung und offene Fragen

Die Literaturübersicht zeigt, daß der Zugbruch ideal-spröder Werkstoffe wie beispielsweise Glas sich sehr gut mit der linear-elastischen Bruchmechanik beschreiben läßt. Diese läßt sich beim Verbundwerkstoff Beton jedoch nicht anwenden. Hier hat man es nicht mehr mit einem scharfen Riß und mit einem verhältnismäßig kleinen und daher vernachlässigbaren plastischen Volumen zu tun. Aufbauend auf umfangreichen Experimenten kann gezeigt werden, daß der Zugbruch von Beton mit einer Rißprozeßzone zu verknüpfen ist. Diese stellt ein Betonvolumen dar, das von Mikrorissen durchsetzt ist.

Vielfältige Modelle werden entwickelt, um das Verzerrungsfeld des gerissenen Betons stoffmechanisch zu beschreiben. Sie unterscheiden sich zum einen darin, daß die RPZ als ein diskreter Riß abgebildet wird ohne ihre Ausdehnung zu berücksichtigen. Lediglich die in ihr stattfindenden Deformation wird wahrgenommen (fiktives Rißmodell). Zum anderen wird die RPZ eine endliche zusammensetzungspezifische Ausdehnung in Form eines Rißbands zugeordnet.

Es zeigt sich, daß die Existenz einer RPZ unumstritten ist. Ihr Verzerrungsfeld ist jedoch i.w. unbekannt. Auch ist ihre räumliche Ausdehnung nicht eindeutig formuliert worden. Allein die experimentelle Erfassung der RPZ stellt ein wesentliches ungelöstes Problem dar. Die üblichen Meßmethoden versagen hier. Zerstörungsfreie Meßtechniken sind eingesetzt worden. Das Ergebnis ist jedoch bislang unzufriedenstellend geblieben. An dieser Stelle wird im Rahmen dieser Arbeit angesetzt.

3 Programm, Prüf- und Meßtechnik der eigenen Versuche

3.1 Zielsetzung

Aus der Literaturübersicht geht hervor, daß die derzeitigen Modellierungen des Rißfortschritts im quasi-spröden Werkstoff Beton keine ausreichenden Angaben über das durch Mikrorisse durchsetzte Materialvolumen machen. Es mangelt an experimentellen Daten über den Deformationen in der RPZ. Die bisherigen Experimente und numerischen Modelle beziehen sich auf vollständig erhärteten Beton. Es ist jedoch erforderlich, den Einfluß bestimmter Parameter, wie z.B. Alter, Hydratationsgrad, Größtkorn zu untersuchen, um einen annähernd geschlossenen Wissensstand zu erreichen.

Der Verbund Zuschlag-Zementstein spielt eine wichtige Rolle in der Bruchmechanik des Betons. Der Einfluß der Verbundzone auf die Ausbildung der RPZ ist deshalb zu untersuchen. Hierzu werden im Rahmen dieser Arbeit Betone mit unterschiedlichem Größtkorn untersucht. Auch spielen die Beanspruchungsgeschwindigkeit sowie das Betonalter bei Erstbelastung eine Rolle.

3.2 Versuchsprogramm

Die Versuche werden an Kerbzugkörpern und gekerbten Biegebalken durchgeführt. Es handelt sich in beiden Fällen um Mode I-Rißöffnungen. Die Versuchskörper werden gewählt, um den Einfluß der "Versuchsart" erfassen zu können und um ggf. Meßfehlern durch Starrkörperbewegung entgegenzuwirken. Zusätzlich muß erwähnt werden, daß Kerbzugkörper auch deshalb ausgewählt werden, um an die am iBMB der TU Braunschweig durchgeführten Untersuchungen von LAUBE [66] und GUTSCH [34] anschließen zu können. Die Biegebalken werden nach den RILEM-Empfehlungen gefertigt und geprüft. Mit ihnen soll Anschluß an in der Literatur aufgeführte Ergebnisse gefunden werden.

3.2.1 Einfluß des Erhärtungszustands

Versuche anderer Autoren, s. [11], haben gezeigt, daß die Bruchenergie G_F vom wirksamen Alter bzw. vom Hydratationsgrad abhängt. Die Versuche werden nach einer isothermischen Temperaturgeschichte nach 2d, 7d und 28d durchgeführt (Lagerung im Wasserbad bei 20°C, Frischbetontemperatur 20°C). Um eine signifikante Spreizung des Hydratationsgrads bei den Prüfterminen 2d, 7d und 28d zu erreichen, wurden desweiteren
die Betone mit Portland- und mit Hochofenzement angemischt, siehe hierzu Tab. 3.1. Über Temperaturmessung und adiabatische Kalorimetrie ist der Hydratationsgrad zu den Prüfzeitpunkten bekannt, siehe hierzu Anhang A.3.

3.2.2 Einfluß der Betondruckfestigkeit

Es werden zwei Betonfestigkeiten untersucht: B35 und B75, da die Bruchenergie und das Verformungsvermögen von der Betonfestigkeit abhängen. Die Zusammensetzung der Versuchsbetone zeigt Tab. 3.1. Bei der Zusammensetzung des B75 Si-Staub eingesetzt, als Zuschlag wird weiterhin Normalzuschlag verwendet.

3.2.3 Einfluß des Größtkorns

Weil die Bruchenergie vom Größtkorn des Zuschlags abhängt, siehe Abschnitt 2.3, wird der Einfluß eines Größtkorndurchmessers von 4, 8 und 16 mm untersucht.

3.2.4 Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit

Bereits LAUBE [66] hat an zentrischen Zugversuchen gezeigt, daß die Bruchenergie sowohl vom Hydratationsgrad als auch von der Dehngeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ (gemessen über die RPZ) abhängt. Aus diesem Grund wird die Dehngeschwindigkeitim Bereich zwischen $\dot{\varepsilon}_1 = 10^{\circ}$, $\dot{\omega} \cdot h^{-1}$ (Kurzzeitversuch)und $\dot{\varepsilon}_2 = 1\% \cdot h^{-1}$ (Langzeitversuch) variiert. Die Rißöffnungsgeschwindigkeit wird über das CMOD geregelt.

3.2.5 Einfluß der Probengröße

Zur Untersuchung des Maßstabseffekts sind geometrisch ähnliche Probekörper mit identischer Dicke erforderlich. Variiert werden die Höhen und die Stützweiten.

3.3 Versuchskörper

Im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit kommen die zwei Probekörpertypen Kerbzugkörper und gekerbten Biegebalken zum Einsatz. Die Kerbzugkörper sind Betonprismen, die waagerecht in einer Holzschalung hergestellt werden. Tab. 3.2 stellt die Abmessungen der Probekörper dar. Das Verdichten des Betons erfolgt auf einem Rütteltisch. Nach dem

[Beton B35				
			Gk 16 mm	Gk 16 mm	Gk 8 mm	
Beton			M1	M2	M3	
			CEM I 32.5 R	CEM III/A 32.5	CEM I 32.5 R	
Zement		Teutonia	270.00	270.00	400.00	
Flugasche		HIB 30 S-B/E	60.00	60.00	60.00	
Wasser		}	175.00	175.00	230.00	
			1	1	}	
Sand	0/1	Abbesbüttel	185.60	185.60	138.30	
Sand	0/2	Vienenburg	463.90	463.90	553.30	
Kies	2/8	Blockhorst	554.60	554.60	691.70	
Kies	8/16	Vienenburg	644.60	644.60	0.00	
ł	,		2			
Verflü	issiger (BV)	BV25 Woermann	2.70	2.70	4.20	
			Beton B35		Beton B75	
			Gk 4 mm	Gk 4 mm	Gk 16 mm	
Beton			M4	M5	M6	
	,	Thur turn in	CEM I 32.5 R	CEM III/A 32.5	CEM I 32.5 R	
2	Lement	Teutonia	276.00	276.00	460.00	
Fl	ugasche	HIB 30 S-B/E	60.00	60.00	0.00	
Wasser		•	163.00	163.00	135.00	
			į		l	
Sand	0/1	Abbesbüttel	756.60	756.60	0.00	
Sand	0/2	Vienenburg	134.50	134.50	745.00	
Kies	2/4	Hameln	790.30	790.30	0.00	
Kies	2/8	Blockhorst	0.00	0.00	205.00	
Kies	8/16	Vienenburg	0.00	0.00	945.00	
Verflüssiger (BV)		BV25 Woermann	2.76	2.76	0.00	
Fließmittel (FM)		FM 26 Addiment	0.00	0.00	14.00	
Gefällt	e Kieselsäure	BAGRAT KS 300	0.00	0.00	14.00	
			Beton B75	Stahlfaserbeton		
			Gk 16 mm	Gk 16 mm	Gk 16 mm	
	Bet	on	M7	SFB1	SFB2	
<i>a</i>			CEM III/A 32.5	CEM I 32.5 R	CEM III/A 32.5	
Zement		Teutonia	460.00	385.00	385.00	
Wasser			135.00	145.50	145.50	
Sand	0/2	Vienenburg	745.00	690.00	690.00	
Kies	2/8	Blockhorst	205.00	530.00	530.00	
Kies	8/16	Vienenburg	945.00	643.33	643.33	
Verflüssiger (BV)		BV25 Woermann	0.00	1.15	1.15	
Fließmittel (FM)		FM 26 Addiment	14.00	0.00	0.00	
Gefällte Kieselsäure		BAGRAT KS 300	14.00	0.00	0.00	
Stahlfasern		DRAMIX	0.00	40.00	40.00	

Tabelle 3.1: Zusammensetzung der verwendeten Betone (Angaben in $\rm kg/m^3).$

Verdichten und dem Glätten der Betonoberfläche werden die Betonkörper in der Schalung mit feuchten Tüchern und Folie abgedeckt. Das Ausschalen erfolgt nach einem Tag. Anschließend werden die Körper im temperierten Wasserbad gelagert. Die beidseitigen Kerben werden als 3 mm breite Sägeschnitte ausgeführt. Das Sägen der Kerbe erfolgt naß mit einer Diamantsäge. Um einen Temperaturschock zu vermeiden, wird temperiertes Kühlwasser verwendet. Gleiches gilt für die Biegebalken, deren Abmessungen in Tab. 3.3 zusammengefaßt sind. Die Balken werden senkrecht betoniert. Das Sägen der Kerben erfolgt an der unteren Betonierseite. Vor dem Einbau in die Prüfmaschine werden das Probengewicht und das Ausgangsligament $W_{eff} = W - a_0$ ermittelt. Abb. 3.1 zeigt das Größenverhältnis der Proben.

Tabelle 3.2: Abmessungen der Kerbzugkörper.

1	Größe	Breite B	Höhe H	Dicke T	Kerbtiefe a_0
	KG 1	80 mm	180 mm	80 mm	10 mm
	KG 2	120 mm	270 mm	80 mm	$15 \mathrm{mm}$
	KG 3	160 mm	360 mm	$80 \mathrm{mm}$	$20 \mathrm{~mm}$
	KG 4	240 mm	540 mm	80 mm	$30 \mathrm{mm}$

Tabelle 3.3: Abmessungen der Biegebalken.



Größe	Dicke B	Höhe W	Länge L	Stützweite S	Kerbtiefe a_0
BG 1	60 mm	60 mm	260 mm	240 mm	20 mm
BG 2	60 mm	80 mm	380 mm	320 mm	30 mm
BG 3	$60 \mathrm{mm}$	$120 \mathrm{~mm}$	560 mm	480 mm	40 mm
BG 4	$60 \mathrm{mm}$	180 mm	$840 \mathrm{~mm}$	$720 \mathrm{~mm}$	$60 \mathrm{mm}$
BG 5	60 mm	240 mm	1120 mm	960 mm	80 mm

Zur Prüfung der Betoneigenschaften werden parallel zu den Probekörpern Nebenkörper hergestellt. An Würfeln mit einer Kantenlänge von 150 mm wird die Druckfestigkeit nach 28 Tagen geprüft. Die axiale Zugfestigkeit und der Zugelastizitätsmodul werden nach 2d, 7d und 28d an Zylindern mit einem Durchmesser von 80 mm und einer Höhe



Abbildung 3.1: Untersuchte Probengrößen.

von 160 mm ermittelt. Die Biegezugfestigkeit wird an ungekerbten Biegebalken mit den Abmessungen $150 \times 150 \times 700 \text{ mm}^3$ ebenso nach 2d, 7d, und 28d gemessen.

3.4 Prüfeinrichtung

Die Belastungseinrichtung ist eine elektromechanische Universalprüfmaschine des Typs ZWICK 1484 mit einer Nennlast von 500 kN. Die Versuche erfolgen wegkontrolliert über induktive Wegaufnehmer. Abb. 3.2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau der Kerbzugund der Dreipunktbiegeversuche. Um die Steifigkeit der Anschlüsse zu gewährleisten, werden die Ankerplatten, an jene die Kerbzugkörper anzubringen sind, spielfrei verschraubt. Die Stirnflächen der Kerbzugkörper werden vollflächig an den eben genannten Ankerplatten verklebt, um Exzentrizitäten entgegenzuwirken. Aufgrund der Parallelität der Traversen und der Steuermöglichkeiten, ist eine gelenkfreie Krafteinleitung gesichert, eine Rotation der Lastplatten ist ausgeschlossen.

Beim Drei-Punkt-Biegeversuch wird die Last über ein Lasteintragungsschwert aufgebracht. Der Lasteintrag erfolgt entgegen dem Eigengewicht. Dieser Versuchsaufbau wird aus zwei Gründen gewählt. Zum einem würde das Eigengewicht der großen Balken, das in Lastrichtung wirken würde, die Steuerung des Versuchs — insbesondere im Nachbruchbereich — stärker beeinflussen. Zum anderen ergibt sich bei dieser Lasteintragung eine Verbesserung der Speckle-Bildauswertung (näheres hierzu in Abschnitt 3.6.5). Um einen ebenen Lasteintrag zu sichern, wird ein Stahlstreifen an die Unterseite des Balkens sowie an den Auflagern angebracht. Die Auflager bestehen aus einer Halbrolle und einer Rolle zur Verhinderung von Zwangspannungen.



Abbildung 3.2: Versuchsaufbau der Kerbzug- und der Dreipunktbiegeversuche.

3.5 Versuchsdurchführung und -steuerung

Die Steuerung des Kerbzugversuchs erfolgt über zwei, an der Kerbe angebrachte induktive Wegaufnehmer – siehe Abb. 3.3 – und den in der UPM integrierten Regelverstärkern. Die Last wird über eine an der mobilen Traverse aufgebrachten Kraftmeßdose registriert. Bei den Drei-Punkt-Biegeversuchen erfolgt die Regelung über das CMOD. Zur Vermeidung von Regelspitzen werden die Laststufen nicht diskret angefahren, sondern es erfolgt eine kontinuierliche stetige Belastung.

3.6 Speckle Interferometrie

Das Hauptaugenmerk der Erfassung von Dehnungsverteilungen liegt in der optischen Laser-Speckle-Interferometrie. Aus diesem Grund wird auf diese zerstörungsfreie, berührungslose und vor allem rückwirkungsfreie Meßtechnik gesondert eingegangen. Zum Verständnis des Meßverfahrens werden zunächst die Grundlagen der Speckle-Interferometrie erläutert. Anschließend wird der verwendete Versuchsaufbau und die Vorgehensweise — insbesondere die für diese Arbeit notwendige Weiterentwicklung der Auswertemethode — vorgestellt.



Abbildung 3.3: Instrumentierung der Probekörper: (a) Anordnung der Meßtechnik am Kerbzugkörper. An den Kerben sind zur Regelung und zur CMOD-Messung induktive Wegaufnehmer angebracht. In der Mitte des Körpers befindet sich ein Wegaufnehmer zur Ermittlung der Dehnung über den Riß. An den Seiten befinden sich je ein Wegaufnehmer, die jeweils zur Messung der Zugexzentrizität dienen. (b) Anordnung der Meßtechnik am Biegebalken. Der zur Messung der Durchbiegung erforderliche Wegaufnehmer ist auf dem linken Bild zu sehen: die zwei Aufnehmer zur Messung der Rißöffnung und die vier angeordneten DMS an der CTOD, in der neutralen Faser sowie am Zuggurt.

3.6.1 Auftreten von Speckleerscheinungen

Aufgrund des Wellencharakters des Lichts können Interferenzerscheinungen auftreten, wenn mehrere Wellen aufeinandertreffen. Interferenzen entstehen durch die phasenrichtige Überlagerung zweier Wellen. Hiermit ist gemeint, daß sowohl die Amplituden als auch die Phasenkonstanten der Lichtstrahlen berücksichtigt werden. In diesem Fall gehen die Phasen der interferierenden Wellensysteme in die Bestimmung der additiven Amplitude der überlagerten Wellen ein, so daß es u.U. zu einem Auslöschen der addierten Lichtwellen kommt.

Beleuchtet man eine im Vergleich zur Wellenlänge rauhe Oberfläche mit sogenanntem kohärentem Licht, d.h. Licht mit konstanter Wellenlänge und konstanter Phasenlage, das somit interferenzfähig ist, so erscheint diese Oberfläche dem Betrachter nicht gleichmäßig beleuchtet, sondern zeigt ein körniges Aussehen. Diese sogen. "Speckles" (aus dem Englischen: Sprenkel) stehen dabei nicht im direkten Zusammenhang mit den makroskopischen Eigenschaften der beleuchteten Oberfläche, sondern erscheinen willkürlich und ungeordnet. Sie rühren von der Bildung mikroskopischer Streuzentren her. Der Speckle-Effekt (oder auch Granulationseffekt) ist eine dreidimensionale Erscheinung: die Speckles sind im Raum angeordnet. Die Verteilung der Speckles ist allerdings in der Regel in der Ebene normal zur Beleuchtungsachse von Interesse. Abb. 3.4 stellt die Bildung dieser sogenannten objektiven Speckles dar.



Abbildung 3.4: Entstehung objektiver Speckles nach ENNOS [26].

Die von verschiedenen Punkten der Oberfläche remittierten Teilstrahlen haben verschieden lange Wege zum Betrachter P in der Bildebene zurückzulegen und sind deshalb zueinander im allg. phasenverschoben. Abhängig von der Oberflächenrauhigkeit kann der Gangunterschied mehrere Wellenlängen betragen. Die Amplitude des remittierten Lichts an einem beliebigen Ort im Raum ergibt sich aus der phasenrichtigen Summation der Teilstrahlenamplituden aller Orte der Oberfläche. Es ergibt sich eine ortsabhängige Intensitätsverteilung: ein Specklemuster.

Nach [26] gilt für den Durchmesser d_{Sp}^{obj} der auf einem Schirm im Abstand L von der zu untersuchenden Objektoberfläche betrachteten Speckles:

$$d_{Sp}^{obj} \sim 1.2 \frac{\lambda L}{d_F}.$$
(3.1)

Hier stellt d_F den Durchmesser der Objektoberfläche dar, die mit kohärentem Licht der Wellenlänge λ beleuchtet wird.



Abbildung 3.5: Abbildung objektiver Speckles nach ENNOS [26].

Die numerische Auswertung der Speckleverteilung erfordert deren Erfassung. Dieses gelingt durch Abbildung der Lichtintensitätsverteilung mit Hilfe eines optischen Systems (in der Regel der CCD-Chip einer Video-Kamera). Das Specklemuster wird im Fall der sogenannten subjektiven Speckles durch die Beugung des Lichts am Objektiv beeinflußt. Daher hängt die Größe der Speckles im wesentlichen von der Vergrößerung, von der Apertur und vom Auflösungsvermögen des Abbildungssystems ab. Abb. 3.5 zeigt, wie das Abbildungssystem eines Oberflächenpunkts ein Beugungsbild in der Bildebene erzeugt, indem die remittierenden Lichtwellen an der kreisförmigen Begrenzung des Objektivs Ob gebeugt werden. Diese Beugungsscheiben besitzen ein zentrales Maximum, das abwechselnd von ringförmigen Minima und Maxima umgeben ist.

Die Abbildung der kleinstmöglichen Struktur wird erreicht, wenn das Maximum eines Beugungsscheibchens genau mit dem ersten Minimum des benachbarten zusammenfällt. Der Abstand bestimmt auch die Ausdehnung der kleinsten Specklegröße:

$$d_{Sp}^{obj} \sim 1.2 \left(1 + \frac{b}{g} \right) \lambda \frac{f}{d_L},\tag{3.2}$$

wobei g den Abstand zwischen Objektebene und Abbildungslinse darstellt, b den Abstand zwischen Abbildungsebene und Linse (das Verhältnis b/g =: M ist die Vergrößerung). fist die Brennweite und d_L der Durchmesser der Linse.

Die Größe der Speckles hängt somit von der Apertur des Objektivs ab. Dieser Punkt ist bei der Anpassung eines Bildaufnehmers am Interferometer wichtig. Zwischen Specklefeld und Oberflächenbeschaffenheit des zu untersuchenden Objekts besteht ein eindeutiger Zusammenhang: die Speckles sind die Informationsträger eines Verschiebungssignals.

3.6.2 In-Plane-Interferometrie

Ein Specklemuster wird zu einer meßtechnisch auswertbaren Größe, wenn es aus der Interferenz eines Objekt- und eines Referenzstrahls entsteht. Hierbei können zwei Specklefelder überlagert werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist die laterale Empfindlichkeit eines Interferometers, d.h. die Sensitivität in der Ebene normal zum Lichteinfall von Bedeutung: man spricht von einer in-plane-Messung. Es gilt, die Objektoberfläche im klassischen Aufbau des Zweistrahlinterferometers durch zwei Beleuchtungsrichtungen kohärent zu bestrahlen. In der Regel geschieht dies durch Aufsplitten des Beleuchtungsstrahls mittels Strahlteiler. Wie in Abb. 3.6 zu erkennen, wird nach JONES & WYKES [59] die Objektoberfläche D durch zwei unter gleichem Winkel θ einfallende kohärente Lichtbündel U'_0 und U''_0 beleuchtet. Diesen beiden Lichtbündeln ist jeweils ein Specklefeld zuzuordnen. So entsteht eine räumliche Streifenverteilung in Form von Streifenebenen. Die Periode oder auch Gitterkonstante G des Streifengitters beträgt

$$G = \frac{\lambda}{2\sin\theta}.$$
(3.3)

Der Einfallswinkel ist für die Sensitivität maßgebend. Je kleiner G, desto empfindlicher ist das Interferometer.

3.6.3 Out-of-Plane Messung

Zur Erfassung der sogenannten Out-of-Plane Verformungen — normal zur Versuchsebene — bietet sich ein umgewandeltes Michelson-Interferometer an, siehe [9]. Praktisch erfordert dies, den ersten Referenzspiegel durch eine direkte Strahleinkoppelung auf das



Abbildung 3.6: Strahlengang der In-Plane-Interferometrie nach [59].

aufgenommene Bild der Objektoberfläche zu überlagern. Der divergente Strahl U_r wird über den Strahlteiler *B* dazu addiert. Er ersetzt den zweiten Spiegel. Abb. 3.7 zeigt den optischen Aufbau.

Bei der Auswertung von Specklefeldern wird das Specklebild der inzwischen verschobenen Lage von der gespeicherten Ausgangslage subtrahiert. Es ergibt sich ein Streifenbild mit einer Sensitivität von $\lambda/2$. Diese Sensitivität ist identisch mit der Auflösung des konventionellen Michelson-Interferometers.



Abbildung 3.7: Strahlengang der Out-of-Plane-Interferometrie nach [59].



Abbildung 3.8: Optischer Aufbau des verwendeten Interferometers nach GALANULIS & RIT-TER [28].

3.6.4 Optischer Aufbau

Der optische Aufbau ist entsprechend Abb. 3.8 in Form eines aus Beleuchtungs- und Abbildungsoptik bestehenden kompakten Meßkopfs der Gesellschaft für Optische Meßtechnik mbH (GOM, Braunschweig) konzipiert. Die Abbildungsoptik beinhaltet die CCD-Kamera. Die Beleuchtungsoptik besteht aus drei unabhängigen optischen Einheiten. Zwei Komponenten dienen den In-Plane Richtungen x und y. Die dritte Komponente dient der Beleuchtung in der Out-of-Plane z-Richtung. Den Kern jeder einzelnen sensitiven Beleuchtungsrichtung bilden eine 790 nm Laserdiode und entsprechende Spiegeloptiken.

Um die Objektverschiebungen in der x-sensitiven Richtung zu erfassen, wird die Objektoberfläche durch das Licht der Laserdiode LD_2 durch den Strahlenteiler ST und die zwei aufweitenden Kugelspiegel S_x und S_x^* beleuchtet. Die zweite In-Plane-sensitive Beleuchtungsrichtung ist vom Aufbau her identisch mit der ersten. Die Beleuchtungsebene ist jedoch um 90° um die Beleuchtungsachse verdreht [28]. Im Fall der Out-of-Plane Verschiebungsmessung wird die Objektoberfläche mittels der Laserdiode LD_1 , des Polarisationswürfels PW und des Kugelspiegels S_z beleuchtet. Der Polarisationswürfel dient der Aufspaltung des Laserstrahls in einen Beleuchtungsstrahl und in einen Referenzstrahl. Mit Hilfe eines Lichtwellenleiters G gelangt der Referenzstrahl auf den CCD-Chip der Kamera, wo er mit dem Specklebild des Objekts interferiert.

Durch das schnelle Durchschalten der drei Sensitivitätsrichtungen ermöglicht das verwendete System ein quasisimultanes Erfassen der Verschiebungen in den drei Raumrichtungen.

Da es sich im Fall des hier vorgestellten Interferometers um eine kompakte Bauweise handelt, ist es unproblematisch, das Meßsystem an eine Universalprüfmaschine anzukoppeln. Das geringe Eigengewicht des Aluminiumgehäuses erlaubt die Befestigung des Meßkopfs auf einen X-Profil Träger, ohne daß der Kopf in Schwingung gerät. Diese Form der Ankopplung ist von großer Bedeutung, da, wie es sich im folgenden zeigen wird, aufgrund einer Verschiebung der sogenannten nullten Ordnung keine Korrektur der Meßergebnisse erforderlich ist.

3.6.5 Verformungsmessungen mittels Speckle-Interferometrie

Zur Verformungsmessung mit der Speckle-Interferometrie sind zwei Belastungsbilder notwendig. Nach der Aufnahme eines Referenzbildes ist eine Aufnahme des verformten Zustands durchzuführen. Anschließend erfolgt die Subtraktion der phasenrichtig aufgenommenen Bilder. Diese Subtraktion stellt eine Superposition von zwei Zuständen dar. Da sie phasenrichtig ist, d.h. modulo 2π , wirkt das Ergebnisbild wie ein Interferenzbild. Es ist eine phasenrichtige Überlagerung zweier Zustände, bei denen sich die optischen Wege derart verändert haben, daß es zu Interferenzen kommt. Man erhält ein Sägezahn-Streifenbild. Das aufgrund des Speckle-Effekts verrauschte Streifenbild ist mittels eines Sinus-Cosinus-Filters so zu glätten, daß eine Entfaltung des gefilterten Streifenbilds durchgeführt werden kann. Das entfaltete Bild stellt eine Verschiebungsverteilung entlang der Sensitivitätsrichtung dar. Exemplarisch werden in Abb. 3.10 die Schritte der Bildsubtraktion, der Filterung und der Bildentfaltung am Beispiel eines Biegebalkens mit einer Sensitivität in der X-Richtung von 2.26 µm pro Korrelationsstreifen dargestellt. Das aufgenommene Meßfeld stellt gemäß Abb. 3.9 eine Rechteckfläche der Größe $100 \times 90 \text{ mm}^2$ dar. Die Verformungsbilder entstammen einer CMOD-Öffnung von 24 μ m nach dem Bruch.

Zur besseren Speckleerzeugung wurde die optische Rauhigkeit der Oberfläche erhöht. Die Präparation bestand in der Besprühung der Probenoberfläche mit einer Suspension von TiO₂ und Ethanol. Abb. 3.10a zeigt das Verformungsverhalten des Biegebalkens in Form



Abbildung 3.9: Lage des optischen Meßfelds bei einer einseitig gekerbten Dreipunktbiegeprobe

von Korrelationsstreifen.

Die dargestellten Korrelationsstreifen kennzeichnen Orte gleicher Verschiebung. Nach der Filterung des Korrelationsstreifenbilds werden die in Abb. 3.10b dargestellten Streifen deutlicher. Man erkennt teilweise eine Krümmung der Streifen entlang einer längs das Bild durchlaufenden Unstetigkeit. Die Unstetigkeit im Streifenbild ist die Konsequenz eines Risses.

Aufgrund der phasenrichtigen Aufnahme der Korrelationsstreifen kann die Richtung der Streifen mittels eines Graustufenbilds in Abb. 3.10c charakterisiert werden. Das Graustufenbild stellt eine quantitative Analyse des Verformungsfelds dar. Der Prozeßrechner, d.h. der Entfaltungsalgorithmus ist in der Lage zu erkennen, daß zwei diesseits und jenseits der Unstetigkeit nebeneinanderliegende Korrelationsstreifen nicht derselben Ordnung angehören. Zur quantitativen Analyse wird die nullte Ordnung, d.h. die verschiebungslose Ordnung an dem Punkt definiert, an dem die Verschiebung gleich null ist. Ein on-line Videomitschnitt der Streifenbilder während des Versuchs erlaubt die Feststellung der nullten Ordnung. Desweiteren ist z.B. aus der Erfahrung von ESPI-Messungen an Biegebalken bekannt, daß die Korrelationsstreifen der nullten Ordnung eine Struktur in Form eines Kreuzes aufweisen. In Abb. 3.10b kann diese ansatzweise erkannt werden: es handelt sich um den unteren Bereich des Bildes, der grau dargestellt ist. Absolute Verformungsmessungen sind möglich. Abb. 3.10d zeigt eine dreidimensionale Dehnungsverteilung. Es ist zu erkennen, daß die Dehnungsverteilung unstetig ist.



Abbildung 3.10: Auswertung der Speckle-Bilder: (a) Korrelationsstreifen, (b) gefilterte Korrelationsstreifen, (c) entfaltetes Streifenbild (Verformungsverteilung) und (d) differenziertes Korrelationsstreifenbild (Dehnungsverteilung).

3.6.6 Streifenaddition

Verschiebt sich die gesamte zu untersuchende Probe in der Sensitivitätsebene, so entstehen Verschiebungsstreifen. Diese haben jedoch keine Relevanz, da ihnen keine Verformung zugrunde liegen. Die Starrkörperbewegung kann am Beispiel des Biegebalkens illustriert werden. In der Umgebung des Risses hat man es mit Verformungszuständen zu tun, die Korrelationsstreifen verursachen. Im Bereich der Kerböffnung findet bei fortgeschrittenem Rißöffnungszustand keine Verformung mehr statt. Man beobachtet eine Rotation des Balkenquerschnitts. Diese Bewegung in der Sensitivitätsebene führt zu einem Streifenbild, das dem Verformungsbild überlagert wird. Charakteristisch für diese Streifen ist, daß sie eine Gerade bilden, d.h. es ist keine Krümmung zu beobachten. Zudem verlaufen sie parallel zum Sensitivitätsvektor. Führt man im Fall einer Dehnungsmessung — wie sie im nächsten Abschnitt erläutert wird — eine Differentiation entlang des Sensitivitätsvektors durch, so verschwinden die Fehlstreifen.

Die Problematik besteht darin, daß ein hohes Streifenaufkommen, wie dies beim Dreipunktbiegeversuchen der Fall ist, zu einem starken Kontrastverlust führt. Die Ursache liegt in der Korrelationsabnahme bei zunehmender Verschiebung. Die Anzahl der Korrelationsstreifen erhöht sich und der Kontrast verschlechtert sich. Grund hierfür ist das überlagerte Specklerauschen. Eine Filterung zur Rauschunterdrückung führt leider zu Informationsverlusten. Die Phasenaddition erlaubt es, das Rauschen zu minimieren, den Informationsgehalt zu wahren und den Kontrast zu erhalten. Mittels Zwischenbildern werden Streifenbilder erzeugt, die sich phasenrichtig addieren lassen. Vor der phasenrichtigen Addition ist eine leicht glättendende Filterung vorzunehmen, die die Streifenbilder vom Specklerauschen befreit.

Bezeichnet man die Specklebilder mit PIC_i, wobei i = 0, 1, ..., n die Laststufe darstellt, mit n der Anzahl der Laststufen und i = 0 der Referenzaufnahme, so erzeugt man ein Streifenbild durch die phasenrichtige Subtraktion PIC_i – PIC_{i-1}. Das Ergebnis der Addition wirkt sich wie die Subtraktion des Endzustands vom Referenzzustand aus:

$$\sum_{i=1}^{n} (\operatorname{PIC}_{i} - \operatorname{PIC}_{i-1}) = \operatorname{PIC}_{n} - \operatorname{PIC}_{0}.$$

3.6.7 Dehnungsberechnung

Aufgrund des o.g. hohen Aufkommens an Starrkörperbewegungsstreifen wurde es erforderlich, Dehnungsfelder zu erzeugen. Die Dehnung entlang des Sensitivitätsvektors bei Starrkörperverschiebung ist bekanntlich null.

Eine simple Differentiation des gefilterten Streifenbilds durch ein Verschieben entlang

des Sensitivitätsvektors, wie es im Bereich der Metallforschung möglich ist, brachte wenig zufriedenstellende Ergebnisse. Dieses Verfahren zeigt annehmbare qualitative Ergebnisse unter den Voraussetzungen, daß das Bild wenig Streifen beinhaltet und daß entscheidend in diesem Zusammenhang — keine Unstetigkeitsstellen vorhanden sind. Aus den o.g. Gründen ist man einen anderen Weg zur Bestimmung von Dehnungsfeldern gegangen. Entfaltete Bilder, die eine quantitative Aussage beinhalten (Verschiebung $V = \text{konst.} \times \text{Grauwert+Offset}$), werden systematisch differenziert, d.h. die Grauwertsteigung wird bestimmt. Hier muß berücksichtigt werden, daß steile Gradienten im Bereich der Inkonsistenzstellen, insbesondere im Bereich der Kerbe und des Risses, die quantitative Auswertung verfälschen. Die Implementierung des Steigungsalgorithmusses besteht in einer Ausmaskierung der Rißbereiche zur Vermeidung von Rechenfehlern. Anschließend werden die Steigungen berechnet und in normierte Grauwerte umgewandelt. Der lineare Zusammenhang zwischen Grauwert und Verformung bleibt erhalten, d.h. es besteht weiterhin ein linearer Zusammenhang zwischen Grauwert und Dehnung. Zur praktischen Ausführung wird ein Modul in die Bildverarbeitungssoftware eingefügt (siehe unten).

3.6.8 Auswertung

Im Rahmen dieser Arbeit wird die kommerzielle Bildverarbeitungssoftware Optocat des Ingenieurbüros BREUCKMANN eingesetzt und erweitert. Dieses Softwarepaket ist für die konventionelle Bilderfassung und -verarbeitung konzipiert. Dessen Arbeitsebene ist für die hier durchgeführten bruchmechanischen Untersuchungen nicht ausreichend. Zur Auswertung der Messungen wird das Basispaket aus diesem Grund durch eine Eigenentwicklung erweitert. Hierauf wird nur kurz eingegangen, Details würden den Rahmen der Arbeit sprengen.

Die erweiterte Software ermöglicht standardmäßig Laststufen in kurzen Intervallen aufzunehmen und aufeinander auszuwerten. Hierunter ist zu verstehen, daß die in Form von 512 × 512-Pixel-Bilder vorhandene Verschiebungsinformation inkrementell, wie oben beschrieben, addiert werden können. Diese Technik ermöglicht hohe Korrelationswerte, da wenig Filterzyklen erforderlich sind. Der durch Filterung entstehende Informationsverlust bleibt gering. Dies erfordert jedoch eine lange Auswertungszeit. Zudem fallen pro Sensitivitätsrichtung i.d.R. 40 bis 50 Bilder an, so daß ein Werkzeug notwendig ist, womit das geordnete und fehlerunanfällige Auswerten nach Laststufen ermöglicht wird. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Entwicklung stellt eine den Experimenten angepaßte Datenstruktur dar. Desweiteren wird ein Differentiationsmodul entwickelt. Es erlaubt skalierte Dehnungsfelder aus den Graustufenbilder zu berechnen.

Eine Demodulationsfunktion, das Werkzeug der Entfaltung der 2π -Modulation, wird

eingeführt (*Pisa* und *Fplot* der **GOM**). Sie ist in der Lage, Inkonsistenzstellen zu erkennen, die beispielsweise durch rißbedingte Unstetigkeiten enstehen. Zudem sind sie zu kaschieren, das Ergebnis wird anschließend über diese Stellen interpoliert.

An dieser Stelle wird auf die geometrische Ermittlung der Ausdehnung der Rißprozeßzone eingegangen. l_{pr} wird im Rahmen dieser Arbeit aus den gemessenen Dehnungsverteilungen im Nachbruchbereich ermittelt. Es wird postuliert, daß die Dehnungen am Kerbrand verschwinden. Abb. 3.11 faßt den Vorgang der RPZ-Erfassung zusammen.



Abbildung 3.11: Geometrische Erfassung der Ausdehnung der Rißprozeßzone am Beispiel eines gekerbten Biegebalkens.

Ausgehend von einer Dehnungsverteilung im Nachbruchbereich, die dadurch gekennzeichnet ist, daß relative positive Dehnungen die Mikrorißöffnung und relative negative Dehnungen die Schließung von Mikrorissen charakterisieren, werden die nicht-linearen Dehnungsanteile erfaßt, die auf die Ausdehnung der RPZ hindeuten. Die quantitative Dehnungsanalyse entlang der drei Linien A, B und C deutet auf eine ungenaue Festlegung des Dehnungsnullpunkts. Am Rand des untersuchten Balkenbereichs ist eine relative Dehnung gleich null zu erwarten, da man sich im elastischen Bulk-Bereich des Balkens befindet. Diese Tatsache führt zur Definition einer Schwelldehnung in Form einer horizontalen Gerade in der Darstellung der Dehnung über die Breite des Meßbereichs, um die die Meßwerte gleichmäßig ondulieren. Der Beginn der RPZ zu beiden Seiten der Kerbe entlang der Linien A, B und C ist gekennzeichnet durch eine steile Dehnungszunahme. Diese Form der Erfassung der RPZ ist stärker als eine reine Dehnungsgradientenanalyse, da auch die Dehnungsverteilung sehr verrauscht ist.

4 Darstellung und Diskussion der Versuchsergebnisse

4.1 Vorbemerkungen

Im folgenden werden Versuchsergebnisse dargestellt, die sowohl an Kerbzugkörpern als auch an gekerbten Biegebalken erzielt wurden. Die Versuchswerte werden sowohl konventionell mittels applizierter Wegaufnehmer und Dehnungsmeßstreifen als auch mittels optischer Meßtechnik erfaßt. Exemplarische Versuchsergebnisse dienen der Veranschaulichung der Versuchswertgewinnung mittels ESPI-Technik.

Anschließend erfolgt eine Darstellung der Einflüsse einzelner Versuchsparameter auf die räumliche Ausdehnung der Rißprozeßzone. Der Schwerpunkt der hier vorgestellten Ergebnisse liegt in der optischen Auswertung.

4.2 Ergebnisse der Versuche an Kerbzugkörpern

4.2.1 Spannung-Dehnungslinie im Versuch

Die im folgenden dargestellten vollständigen zentrischen Spannung-Dehnungslinien werden an Kerbzugkörpern im dehngeregelten Versuch ermittelt. Abb. 4.1 zeigt exemplarisch Spannung-Verschiebungslinien für unterschiedlichen Erhärtungsgraden (2d, 7d und 28d) bei Belastungsbeginn am Beispiel der Serie K7 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße KG 2: 270 × 120 × 80 mm³). Im ansteigenden Ast verlaufen die dargestellten Kurven zunächst linear. Anschließend sind sie parabolisch geformt.

Nach Erreichen der Zugfestigkeit fallen die Meßkurven exponentiell ab. Bei einzelnen Messungen ist zu beobachten, daß die Spannung mit zunehmender Dehnung im Nachbruchbereich schlagartig abfällt. Bei "Wiederbelastung" verläuft die Meßkurve anschließend stetig. Diese Sprünge sind weitgehend regeltechnisch zu begründen. Beim zentrischen Zugversuch sind die Regelwege sehr klein. Die Prüfmaschine kann diesen aus Steifigkeitsgründen z.T. nur grob antworten. Es kommt u.U. zu Regelspitzen. Kurzzeitige Spannungsspitzen können instabiles Rißwachstum herbeirufen. Die durch das vorgegebene Weginkrement begründete "Wiederbelastung" erfolgt anschließend ordnungsgemäß. Die Regelung "fängt sich". Bei solchen Versuchen ist die Bestimmung der Bruchenergie als Fläche unterhalb der Spannung-Verformungslinie erschwert. Durch numerische Integration der Versuchswerte wird der Wert von G_F weitgehend unterschätzt.

Der Einfluß des Hydratationsgrads auf den Spannungsabfall nach Überschreiten der Zug-



Abbildung 4.1: Einfluß des Probenalters auf die Spannung-Verformungslinie von Kerbzugkörpern am Beispiel der Serie K7 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße KG 2: 270 × 120 × 80 mm³).

festigkeit ist in Abb. 4.2 dargestellt. Hier wird die normierte Zugspannung über die Rißöffnung w aufgetragen. Die Auswirkung der zunehmenden Erhärtung macht sich nicht nennenswert bemerkbar. Es zeigt sich jedoch, daß die Meßkurven mit zunehmendem Alter weniger steil abfallen. Die Kurven unterscheiden sich kaum zu größeren Rißöffnungen hin. Wie in Kapitel 2 dargestellt, ist der Spannungsabfall nach Erreichen der Zugfestigkeit auf einen Verlust von Haft- und Scherverbund zurückzuführen [34]. Bei größeren Rißweiten erfolgt die Spannungsübertragung durch Korn- und Rißverzahnung. Mit zunehmender Erhärtung steigt die Haftzugfestigkeit, so daß die Spannung-Rißöffnungskurve weniger steil abfällt.

Abb. 4.3 zeigt Ergebnisse von zentrischen Kerbzugversuchen von Proben im Alter von 7d mit Betonen, die sich ausschließlich durch den verwendeten Größtkorndurchmesser unterscheiden. Die Spannung-Verformungslinien in den einzelnen Serien liegen quasi übereinander. Auch hier sind die Ergebnisse reproduzierbar. Obwohl die Randbedingungen gleichermaßen sind, unterscheiden sich die Versuchsergebnisse von den jeweiligen Serien. Um den Einfluß des Größtkorndurchmessers besser herauszustellen, werden die drei gemessenen Kurven auf die jeweils ermittelte Zugfestigkeit normiert. Desweiteren werden die drei Meßkurven einer Serie gemittelt. Das Ergebnis ist in Abb. 4.4 dargestellt. Der Größtkorndurchmesser übt keinen merklichen Einfluß auf den ansteigenden Ast der Spannung-Verformungslinie aus. Nach dem Überschreiten der Zugbruchdehnung fallen



Abbildung 4.2: Normierte Spannung-Rißöffnungsbeziehung von Kerbzugkörpern am Beispiel der Serie K7 (Beton M1: B35, CEM I 32.5 R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße KG 2: 270 × 120 × 80 mm³).



Abbildung 4.3: Einfluß des Größtkorndurchmessers auf die Spannung-Verformungslinie von Kerbzugkörpern am Beispiel von Ergebnissen nach 7d (Probengröße KG 3: 360 × 160 × 80 mm³).

die gemittelten Kurven unterschiedlich ab. Abb. 4.5 zeigt die normierten gemittelten Spannung-Rißöffnungsbeziehungen σ_{ct} -w der Meßkurven aus Abb. 4.3. Die Rißöffnung w wird nach dem fiktiven Rißmodell gemäß Abb. 2.8 ermittelt. In Abb. 4.5 ist zu erkennen, daß die dem Größtkorndurchmesser 4 mm zugeordneten Kurve im Vergleich zur Kurve mit $d_{max} = 16$ mm nicht nennenswert steiler abfällt. Dafür setzt der zweite Prozeß der Spannungsübertragung zu großen Rißweiten bei einer geringeren relativen Spannung ein. Der zweite Teilprozeß der Spannungsübertragung im Postpeak-Bereich ist nach Du-DA [24] der Kornverzahnung zuzuordnen. So können die unterschiedlichen Verläufe der Kurven in Abb. 4.5 gedeutet werden.



Abbildung 4.4: Normierte und gemittelte Spannung-Verformungslinien der Kerbzugkörper aus Abb. 4.3 zur besseren Deutung des Einflusses des Größtkorndurchmessers auf die Spannung-Verformungslinie (Prüfalter 7d, Probengröße KG 3: 360 × 160 × 80 mm³). Es werden jeweils drei Meßkurven zu einer Kurve gemittelt.

Die Wirkung der Betondruckfestigkeit auf die Zugspannung-Verformungslinie wird an Probekörpern der Größe KG 3 ($360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$) untersucht. Nach den in Abb. 4.6 dargestellten Ergebnissen zu urteilen, übt die Betondruckfestigkeit keinen merklichen Einfluß auf die Spannung-Verformungslinie aus. Es ist zu bemerken, daß es sich in Abb. 4.6 um Versuchsergebnisse an Probekörpern im Alter von 28d handelt. Bei den Proben, bei denen Si-Staub verwendet wurde, wäre eine Prüfung im Alter von 56d eventuell angebracht gewesen. Im Nachbruchbereich verlaufen die Meßkurven durchaus ähnlich. Der verwendete Zuschlag ist bei beiden Mischungen identisch: Okerkies. Die Kornverzahnung ist vergleichbar.



Abbildung 4.5: Normierte und gemittelte Spannung-Rißöffnungsbeziehung der Kerbzugkörper aus Abb. 4.3 (Prüfalter 7d, Probengröße KG 3: 360×160×80 mm³). Es werden jeweils drei Meßkurven zu einer Kurve gemittelt



Abbildung 4.6: Einfluß der Betondruckfestigkeit auf die Spannung-Verformungslinie von Kerbzugkörpern am Beispiel von Ergebnissen nach 28d (Probengröße KG 3: 360 × 160 × 80 mm³).



Abbildung 4.7: Einfluß der Probengröße auf die Spannung-Verformungslinie von Kerbzugkörpern am Beispiel von Ergebnissen nach 7d (Beton M1: B35, CEM I 32.5 R, $d_{max} = 16$ mm).

Der Einfluß der Probengröße auf die Spannung-Verformungslinie wird in Abb. 4.7 verdeutlicht. Mit zunehmender Probengröße fällt sowohl die Zugfestigkeit als auch die Steifigkeit, während die Zugbruchdehnung ansteigt. Nach Erreichen der Zugfestigkeit fallen die Meßkurven zunächst steil ab. Anschließend verlaufen alle vier Kurven in Abb. 4.7 ab einem CMOD-Wert von ca. 25 μ m weitgehend parallel.

Dieses Verformungsverhalten läßt sich wie folgt deuten: mit zunehmendem Ausgangsligament steigt die Wahrscheinlichkeit des Vorhandenseins von Mikrorissen im Gefüge, die für das Rißwachstum und für die Ausbildung einer Prozeßzone verantwortlich sind. Aus diesem Grund steigt die Spannung-Verformungslinie zu kleineren Proben hin steiler an. Diese Erklärung findet auch im ersten Teil des abfallenden Asts Gültigkeit. Im zweiten Abschnitt des Nachbruchbereichs, in dem die Kornverzahnung eine wesentliche Rolle spielt, übt die Ligamenthöhe keinen wesentlichen Einfluß aus. Betrachtet man die gemessenen Kurven, so ist festzustellen, daß die Fläche unter den Meßkurven nicht identisch ist. Dies deutet auf eine mögliche Probengrößenabhängigkeit der Bruchenergie. Dieser Punkt wird zu einem späteren Zeitpunkt erörtert.

Die dargestellten Ergebnisse zur Spannung-Verformungs- bzw. -Dehnungslinie zeigen, daß der Erhärtungszustand einen wesentlichen Einfluß auf die Zugfestigkeit und weniger auf die Steigung des ansteigenden Asts ausübt. Es zeigt sich weiter, daß der normierte abfallende Ast im Nachbruchbereich vom Größtkorndurchmesser aufgrund der Kornund Rißverzahnung geprägt ist. Desweiteren läßt sich eine plausible Deutung für die Probengrößenabhängigkeit des Verlaufs der Spannung-Dehnungslinie finden.

4.2.2 Gemessene Zugfestigkeit

Die Abhängigkeit der gemessenen zentrischen Zugfestigkeit vom Hydratationsgrad ist in Abb. 4.8 dargestellt¹. Der Hydratationsgrad wird auf Basis adiabatischer Versuche formuliert. Näheres zur Ermittlung des Hydratationsgrads befindet sich im Anhang A.3.

Die Zugfestigkeit steigt, s. Abb. 4.8, mit zunehmender Erhärtung unabhängig von der Betonzusammensetzung. Die hier verwendeten Betone unterscheiden sich hinsichtlich des verwendeten Größtkorndurchmessers und in einem Fall bzgl. der Betondruckfestigkeit. Bei den Serien, in denen lediglich d_{max} verändert wird, ergeben sich unterschiedliche Werte der zentrischen Zugfestigkeit. Der grundsätzliche Verlauf bleibt jedoch erhalten. Auf die im vorigen Abschnitt vorgenommene Normierung auf den Maximalwert wird an dieser Stelle verzichtet, da sie keinen weiteren Erkenntnisgewinn erbringt.



Abbildung 4.8: Einfluß des Hydratationsgrads auf die gemessene zentrische Zugfestigkeit f_{ct} (Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).

¹An dieser Stelle sei angemerkt, daß jedes Symbol einem Versuchsergebnis entspricht. Es erfolgt keine Verbindung der Symbole durch Linien etc. Im Abschnitt 5 werden Modelle abgeleitet, die auf Basis der erzielten Versuchsergebnissen kalibriert werden.

Abb. 4.9 stellt den Einfluß der Probengröße auf die Zugfestigkeit bei unterschiedlichen Erhärtungsgraden dar. Beim Ausgangsligament handelt es sich um die Differenz aus Probenbreite B und gemessener Kerbtiefe $2a_0$. Der grundsätzliche Verlauf der Meßwerte entspricht dem vorigen Diagramm. Die Meßwerte streuen bei Abnahme der Probenabmessungen mehr. Mit zunehmender Probengröße verringert sich die Zugfestigkeit. Dieses ist jedoch nicht auf Mischungsschwankungen zurückzuführen, da die an Nebenkörpern ermittelte zentrische Zugfestigkeit im Streubereich der Meßwerte liegt. Die Modellierung des Einflusses der Probengröße auf die gemessene Zugfestigkeit erfolgt in Abschnitt 5.



Abbildung 4.9: Einfluß der Probengröße auf die gemessene zentrische Zugfestigkeit f_{ct} bei unterschiedlichen Erhärtungsgraden (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

4.2.3 Gemessener Zugelastizitätsmodul

Der Zugelastizitätsmodul E_{ct} wird aus den Spannung-Dehnungslinien ermittelt, die aus den an der Probenruckseite applizierten DMS gewonnen wurden. Dabei ist E_{ct} als Sekantenmodul des Belastungsasts zwischen $0.05f_{ct}$ und $0.50f_{ct}$ definiert. Inelastische Dehnungen infolge von Mikrorißbildung werden zunächst erst ab einer Spannung oberhalb $f_{ct}/2$ angenommen. Es zeigt sich, siehe hierzu Abb. 4.10, daß der ermittelte Wert von E_{ct} in Kerbnähe stark abfällt. Aus diesem Grund wird der Zug-E-Modul aus der Mittelung der Steigungswerte der mit den DMS ε_2 , ε_3 , ε_4 und ε_6 (s. Abb. 3.3) gewonnen σ_{ct} - ε_{ct} -Meßkurven ermittelt. Der so errechnete Wert des Zug-E-Moduls findet Eingang in die weitere Auswertung.



Abbildung 4.10: Gemessene zentrische Zug-E-Moduln E_{ct} über die Körperbreite am Beispiel der Serie K1 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße KG3: $360 \times 160 \times 80$ mm³, Kerbtiefe 20 mm).

Die Abhängigkeit des Zug-E-Moduls vom Hydratationsgrad ist in Abb. 4.11 dargestellt. Die Betone unterscheiden sich in deren Zusammensetzung hinsichtlich des verwendeten Größtkorndurchmessers und der Zugabe von Si-Staub. Der E-Modul steigt mit zunehmender Erhärtung. Eine Ausnahme bildet jedoch die Serie mit dem Beton M4 (B35, CEM I 32.5 R, $d_{max} = 4$ mm). Dort liegen lediglich Ergebnisse im Alter von 7 und 28d (nach 2d versagten die Proben im ansteigenden Belastungsast in Grenzschicht Kleber/Beton und wurden von der Auswertung ausgeschlossen). Der Abfall von E_{ct} ist in diesem konkreten Fall nicht nachzuvollziehen. Bei den übrigen Serien zeigt sich, daß die größte Zunahme des Zug-E-Moduls bei einem Hydratationsgrad $\alpha \leq 0.35$ stattfindet. Bei der Beton M1 (PZ-Beton, $d_{max} = 16$ mm) entspräche dies nach GUTSCH [34] einem Prüfalter von ca. 20 Stunden. Auch LAUBE [66] schließt auf eine deutliche Festigkeitszunahme in den ersten 24 h bei einer vergleichbaren Betonzusammensetzung.

Der Einfluß der untersuchten Probengröße auf den E-Modul wird ausgewertet, s. Abb. 4.12 Dargestellt ist der Zug-E-Modul über die Ligamenthöhe für die drei Prüftermine 2d, 7d und 28d. Im Gegensatz zur o.g. zentrischen Zugfestigkeit, ist kein merklicher Einfluß der Probengröße auf E_{ct} zu vermerken. Das Streuband ist bei allen untersuchten Erhärtungs-



Abbildung 4.11: Einfluß des Hydratationsgrads auf den gemessenen zentrischen Zug-E-Modul E_{ct} (Probengröße KG 3: 360 × 160 times80 mm³).



Abbildung 4.12: Einfluß der Probengröße auf den gemessenen zentrischen Zug-E-Modul (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

zuständen in etwa gleich.

4.2.4 Zugbruchdehnung im Versuch

Ebenso wie der eben dargestellte Zug-E-Modul wird die Zugbruchdehnung ε_{cu} aus den aufgenommenen Spannung-Verschiebungslinien untersucht. ε_{cu} ist die Dehnung, bei der die Zugfestigkeit f_{ct} erreicht wird. Im Gegensatz zur Bestimmung des Zug-E-Moduls erfolgt die Ermittlung der Zugbruchdehnung aus den weggesteuerten Kraft-Verschiebungslinien, die mit induktiven Wegaufnehmern gemessen wurde. Die Meßlänge beträgt 30 mm. Es handelt sich somit nicht um eine Dehnung in der RPZ sondern um eine verschmierte Bestimmung der Zugbruchdehnung über das CMOD.

Die erzielten Ergebnisse in der Größenordnung zwischen 10^{-4} und 10^{-3} liegen z.T. über den in der Literatur genannten Werten von 10^{-4} bis $3 \cdot 10^{-4}$. Abb. 4.13 zeigt, daß die Bruchdehnung mit zunehmender Erhärtung steigt. Alle untersuchten Serien weisen dieses Verhalten auf.



Abbildung 4.13: Abhängigkeit der gemessenen zentrischen Zugbruchdehnung vom Hydratationsgrad (Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).

Die Probengrößenabhängigkeit der Zugbruchdehnung wird in Abb. 4.14 untersucht. Dort ist die Entwicklung von ε_{cu} der Betone M1, M3, M4 und M6 dargestellt. Festzustellen ist, daß die Zugbruchdehnung bei gleichem Erhärtungszustand mit zunehmendem Ausgangsligament etwa linear ansteigt.



Abbildung 4.14: Einfluß der Probengröße auf die zentrischen Zugbruchdehnung (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

4.2.5 Aus Kerbzugversuchen ermittelte Bruchenergie

Die Bruchenergie wird bei den Kerbzugkörpern als die Fläche unterhalb der Spannung-Verformungslinie ermittelt. Es gilt

$$G_F = \int_0^\infty \sigma_{ct}(\text{CMOD}) \cdot d\text{CMOD}.$$
(4.1)

Wie bei der Diskussion der Versuchsergebnisse zur Spannung-Verformungslinie angedeutet, ist die Bestimmung von G_F u.U. problematisch. Die Integration über das CMOD erfolgt numerisch nach der Trapezmethode. Bei einem Versagen der Regelung wird G_F unterschätzt. Regelspitzen hingegen sind bedeutungslos, da es bei einem Überschwingen der Regelung zu einer Kompensation kommt. Bei der Integration zur Berechnung von G_F wird das Überschwingen herausgemittelt.

Die Ergebnisse zur Bruchenergie der Betone M1, M3, M4 und M6 sind in Abb. 4.15 zusammengefaßt. Die gemessenen Werte von G_F liegen, vergleichbar mit den in der Literatur vorzufindenden Meßwerten, in der Größenordnung von 50 bis 250 N/m. Im Einklang mit der Zugfestigkeit steigt die Bruchenergie mit zunehmenden Hydratationsgrad. Die Modellierung des hydratationsabhängigen Verlaufs von G_F wird im nächsten Abschnitt behandelt.

Wenn man die Bruchenergie als Baustoffgröße definieren würde, müsste sie, im Gegensatz



Abbildung 4.15: Einfluß des Hydratationsgrads auf die Bruchenergie im zentrischen Zugversuch.



Abbildung 4.16: Einfluß der Probengröße auf die zentrische Bruchenergie (Beton M1: B35 CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

zur Zugfestigkeit, von der Probengröße unabhängig sein. Zur besseren Anschauung des Einflusses des Ausgangsligaments auf G_F werden beide Größen in Abb. 4.16 in doppellogarithmischer Weise dargestellt. Das Diagramm bestätigt — im Rahmen der Streuung der Meßergebnisse — die Unabhängigkeit der Bruchenergie von Kerbzugkörpern von der Ligamenthöhe.

4.2.6 Aus Versuchsergebnisse ermittelte Charakteristische Länge

Nach HILLERBORG [45] stellt die Bruchenergie G_F keinen hinreichenden Parameter zur Beurteilung der Sprödigkeit von Beton dar, da sie maßgeblich von der Betonzugfestigkeit beeinflußt wird. HILLERBORG schlägt daher die Einführung einer charakteristischen Länge l_{ch} vor.

Die Einführung der charakteristischen Länge kann durch eine integrale energetische Bruchbedingung begründet werden: der Bruch tritt dann ein, wenn die elastisch gespeicherte Dehnungsenergie W_{el} die Brucharbeit W_p innerhalb der Rißprozeßzone erreicht. Mit A bzw. F_{max} seien die Querschnittsfläche bzw. die Bruchlast des zu untersuchenden Probekörpers der Länge L bezeichnet. Die gespeicherte elastische Dehnungsenergie ergibt sich zu $W_{el} = F_{max}^2 L/(2A \cdot E_{ct})$. Für die Brucharbeit schreibt man $W_p = G_F A$. Beim Bruch ist $W_{el} = W_p$. Ausschreiben und Umformen dieser Bedingung führt zu $L = 2G_F E_{ct}/f_{ct}^2$. Bei einer Probe der Länge L/2 reicht — unter Berücksichtigung von G_F — somit die elastische gespeicherte Energie zur Bildung einer Bruchfläche aus. L/2stellt eine Kenngröße dar, die zur Beurteilung der Empfindlichkeit gegen Rißwachstum herangezogen werden kann. Sie wird als charakteristische Länge l_{ch} bezeichnet und ergibt sich zu

$$l_{ch} = \frac{G_F E_{ct}}{f_{ct}^2}.$$
(4.2)

Nach BRAMESHUBER [11] gilt, je spröder ein Baustoff, desto kleiner die charakteristische Länge. Er berichtet über die Abnahme von l_{ch} mit zunehmendem Betonalter. Der Einfluß des Größtkorndurchmessers bzw. der Betondruckfestigkeit auf die Entwicklung von l_{ch} ist in Abb. 4.17 dargestellt. Der ermittelte Wertebereich liegt zwischen 500 und 1850 mm. Diese Größenordnung findet sich u.a. auch bei GUTSCH [34]. Dort wird der Verlauf von l_{ch} über den Hydratationsgrad linear angenommen. BRAMESHUBER [11] gibt Größenordnungen für l_{ch} von 200 bis 600 mm an, die an Biegebalken ermittelt wurden.

Auch bei den eigenen Versuchen fällt der Wert von l_{ch} mit zunehmender Erhärtung ab. Es ist zu beobachten, daß die Rechenwerte der Serie K2 (Beton M6: B75, CEM I 32.5 R, $d_{max} = 16$ mm, Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80$ mm³) am steilsten abfallen. Die Sprödigkeitszunahme liegt im Einklang mit den Aussagen zur Zugfestigkeit und



Abbildung 4.17: Abhängigkeit der charakteristischen Länge vom Hydratationsgrad im zentrischen Zugversuch (Probengröße KG3: 360 × 160 × 80 mm³).

Zugbruchdehnung.

Mit zunehmender Probengröße nehmen sowohl die Zugfestigkeit als auch die Zugbruchdehnung ab. Daher kann davon ausgegangen werden, daß die charakteristische Länge mit der Ligamenthöhe ansteigt. Eine Bestätigung dieser Hypothese kann aus Abb. 4.18 vorsichtig gedeutet werden. Insbesondere bei den Proben im Alter von 28 d ist eine solche Tendenz erkennbar. Bedingt durch die Überlagerung beider Einflüsse deutet sich an, daß der Sprödigkeitsabfall mit zunehmender Erhärtung wächst.

4.2.7 Ausdehnung der Rißprozeßzone beim Kerbzugversuch

Hier wird zunächst exemplarisch auf die Entwicklung des Bruchprozesses am Beispiel des Kerbzugkörpers K0207D_3 eingegangen. Es handelt sich um einen Probekörper der Größe KG 3 (360 × 160 × 80 mm³ mit einer Kerbtiefe von 20 mm) aus dem Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm). Abb. 4.19 zeigt laststufenweise die Entwicklung der Zugspannung σ_{ct} , der Brucharbeit $G'_F = \int_0^{CMOD} \sigma_{ct} dCMOD$ und der Breite der RPZ l_{pr} in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung CMOD. Einzelne, den Laststufen zugehörigen Korrelationsstreifenbildern dokumentieren die Rißentwicklung (s. Abb. 4.20). Die Korrelationsstreifenbilder beziehen sich auf die Bruchlaststufe und zeigen, daß der Anriß von der rechten Seite ausgeht. Er breitet sich stetig bis zum vollständigen Durchriß



Abbildung 4.18: Einfluß der Probengröße auf die charakteristische Länge im zentrischen Zugversuch (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm)

aus. Die Rißentwicklung korreliert in etwa mit dem Verlauf der Rate der Bruchenergie. Ab dem Maximum fällt die Spannung bis zur vierten Laststufe stark ab. Die Breite der RPZ streut beträchtlich. An dieser Stelle erfolgt der sichtbare Durchriß auf der Probenoberfläche in Form einer über das Ligament durchgehenden Unstetigkeit. Ab dieser Laststufe verläuft $l_{\rm pr}$ stetig. Die Bruchenergie hat einer einen Wendepunkt. Die maximale Breite der RPZ beträgt 28.67 mm.

In Abb. 4.21 sind einzelne Versuchsergebnisse von Proben mit unterschiedlicher Betonzusammensetzung im Alter von 28d dargestellt. Das Studium der Meßergebnisse läßt folgendes Fazit zu: Mit steigender Rißöffnung und folglich mit zunehmender Rißlänge nimmt die Breite der RPZ ab. Dies ist damit zu begründen, daß die Energiedissipation nach dem Anriß mit steigender Rißlänge sinkt. Konsequenterweise wird die räumliche Ausdehnung der RPZ kleiner, da sie als Bereich des größten Energieumsatzes angesehen werden kann. Desweiteren stellt man fest, daß sich bei nahezu allen Versuchen ein Maximum im Verlauf von l_{pr} in Abhängigkeit vom CMOD ausbildet. Ein solcher Verlauf wird bereits von BRAMESHUBER [11] beschrieben. Die Ausbildung solch eines Maximums ist bei den im Abschnitt 4.3.6 vorgestellten Versuchen an gekerbten Biegebalken ausgeprägter. Die Meßergebnisse widersprechen auch bei Berücksichtigung der Streuung insbesondere bei den Versuchen an Betonen mit kleiner Körnung (bis 8 mm) — der Annahme von Bažant & OH [4], wonach l_{pr} etwa das zwei- bis dreifache des Größtkorns beträgt.



Abbildung 4.19: Exemplarischer Verlauf der Spannung, der Bruchenergie sowie der Breite der Rißprozeßzone in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung am Beispiel der Probe K0207D_3 (Beton M6: B75, CEM I 32.5 R, d_{max} = 16 mm; Probengröße KG 3: 360 × 160 × 80 mm³, Prüfalter 7d, Probe 3 von 3).



Abbildung 4.20: Exemplarische, den Laststufen zugehörige Korrelationsstreifen mit Sensitivität in Beanspruchungsrichtung am Beispiel der Probe K0207D_3 (Beton M6: B75, CEM I 32.5 R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80$ mm³, Prüfalter 7d, Probe 3 von 3).




85

Mit zunehmendem Hydratationsfortschritt verlagert sich der Rißverlauf im Betongefüge. Die Risse verlaufen zunächst in der Verbundzone Zuschlag-Zementstein und in der Zementsteinmatrix. Mit zunehmender Erhärtung verlaufen die Risse immer häufiger auch durch Zuschlagkörner. Diese Erkenntnis wird beispielsweise durch die Abnahme der Rauheit der Bruchoberflächen mit zunehmendem Hydratationsgrad belegt [65]. Dieser Punkt wird jedoch bei der Diskussion der Versuchsergebnisse der gekerbten Biegebalken gesondert behandelt. Aus diesem Grund ist anzunehmen, daß der Erhärtungszustand einen merklichen Einfluß auf die räumliche Ausdehnung der RPZ ausübt. Abb. 4.22 stellt exemplarisch den Beanspruchung-Rißöffnungsverlauf gegenüber dem Verlauf der RPZ-Breite in Abhängigkeit von der Rißöffnung von Kerbzugkörpern am Beispiel des Betons M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) dar. Die Breite der RPZ steigt bei dieser Beton mit zunehmendem Alter, die Sprödigkeit nimmt zu.

Nach den exemplarisch in Abb. 4.23 dargestellten Verläufen von l_{pr} in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung bei drei untersuchten Größtkorndurchmessern 4, 8 und 16 mm zu urteilen, spielt das Größtkorn eine eher untergeordnete Rolle. Ein leichter Zuwachs von l_{pr} ist trotz Streuung ab $d_{max} = 8$ mm festzustellen. Auch konnte in Abb. 4.24 beobachtet werden, daß $l_{pr,max}$ — im Gegensatz zu den Angaben aus der Literaturübersicht — nicht zwingend größtkornabhängig ist.

Auch scheint die Betondruckfestigkeit keinen nennenswerten Einfluß auf die Entwicklung von l_{pr} zu haben. Im Rahmen der Streubreite der Meßergebnisse kann davon ausgegangen werden, daß die Meßkurven beider in Abb. 4.25 dargestellen Serien übereinander liegen.

Abb. 4.26 stellt den Einfluß der Probengröße auf den Verlauf der RPZ-Breite über die Rißweite dar. Der Einfluß ist merklich. Mit wachsender Ligamenthöhe nimmt auch die Breite der RPZ zu. Wie bereits erwähnt, konvergiert der Wert von l_{pr} nach Erreichen des Maximums $l_{pr,max}$ gegen einen Wert $x \cdot l_{pr,max}$. Je größer die untersuchte Probe ist, desto kleiner der Faktor x. Diese Erscheinung deutet auf eine nicht vollständig ausgebildete RPZ hin. Diese Hypothese deckt sich mit den Aussagen des Maßstabseffekts.

Wertet man die Ausbildung des Maximums der RPZ in Abhängigkeit von der Ligamenthöhe aus, so ergibt sich Abb. 4.27. Dort ist zu erkennen, daß $l_{pr,max}$ mit zunehmender Probengröße nahezu linear anwächst. Eine ausführliche Modellierung des hier vorliegenden Sachverhalts findet im nächsten Abschnitt statt.



Abbildung 4.22: Einfluß des Hydratationsgrads auf die Spannung-Rißöffnungslinie (Diagramm oben) und auf die Breite der RPZ von Kerbzugkörpern (Diagramm unten) für den Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) exemplarisch. Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80$ mm³.



Abbildung 4.23: Einfluß des Größtkorns auf die Breite der RPZ von Kerbzugkörpern im Alter von 7d (Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).



Abbildung 4.24: Abhängigkeit der maximalen RPZ-Breite $l_{pr,max}$ vom Hydratationsgrad (Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).



Abbildung 4.25: Abhängigkeit der Breite der RPZ von der Rißöffnungsverschiebung und der Betondruckfestigkeit von Kerbzugkörpern im Alter 7d ($d_{max} = 16 \text{ mm}$; Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).



Abbildung 4.26: Einfluß der Probengröße auf den Verlauf der Breite der RPZ über die Rißöffnungsverschiebung von Kerbzugkörpern im Alter 7d (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).



Abbildung 4.27: Maximale Breite der RPZ abhängig von der Ligamenthöhe und vom Alter von Kerbzugkörpern (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

4.3 Ergebnisse der Biegeversuche

4.3.1 Last-Verschiebungslinie im Versuch

Die Diskussion der an gekerbten Biegebalken erzielten Ergebnisse beginnt mit einer exemplarischen Darstellung der Spannung-Rißöffnungsverschiebung am Beispiel der Serie P11 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

Die rechnerische Biegezugfestigkeit eines gekerbten Biegebalkens mit Anfangskerbtiefe a_0 ergibt sich aus der Bruchlast F_{max} zu

$$f_{ct,fl} = \frac{3F_{max}S}{2W_{eff}^2B}.$$
(4.3)

Mit W_{eff} wird hier die effektive Bauteilhöhe bezeichnet, d.h. $W_{eff} = W - a_0$.

Abb. 4.28 zeigt das Ergebnis verformungsgesteuerter Biegeversuche an Probekörpern der Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$ im Alter von 2d, 7d und 92d. Mit "s" werden die Kurzzeitversuche bezeichnet, d.h. mit einer CMOD-Rate von $300 \ \mu m/\text{min}$. Die Langzeitversuche werden mit "1" bezeichnet. Dort betrug $d\text{CMOD}/dt = 30 \ \mu m/\text{min}$. Mit zunehmendem Hydratationsfortschritt steigt zunächst die Biegezugfestigkeit $f_{ct,ft}$ an. Der Verlauf des ansteigenden Asts ist vergleichbar mit jenem der Kerbzugkörper. Nach einem verhältnismäßig linearen Anstieg der Biegespannung treten nicht-lineare Verformungen auf. Der



Abbildung 4.28: Einfluß des Hydratationsfortschritts auf den Verlauf der gemessenen Biegezugspannung über der Rißöffnungsverschiebung am Beispiel der Serie P11 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm: Probengröße BG3: 560 × 120×60 mm³, Beanspruchungsgeschwindigkeit s: $300 \mu m/min$. l: $30 \mu m/min$.).



Abbildung 4.29: Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit auf den Verlauf der Biegezugspannung über der Rißöffnungsverschiebung am Beispiel des Betons M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) bei einer Probengröße BG3: $560 \times 120 \times 60$ mm³ im Alter von 7d.

Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit macht sich an dieser Stelle bemerkbar. Zur besseren Deutbarkeit sind jeweils vier Meßkurven im Kurz- bzw. im Langzeitversuch im Alter von 7d in Abb. 4.29 zusammengefaßt. Das Streuband wird sichtbar. Bis zu einer Biegespannung von ca. $0.7f_{et,fl}$ überdecken sich die Meßkurven. Anschließend fallen die Meßkurven der Langzeitversuche flacher ab. Desweiteren beobachtet man beim Langzeitversuch eine geringere Biegezugfestigkeit bei einer größeren Bruchdehnung als beim Kurzzeitversuch. Der Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit wird bei der Darstellung der Versuchsergebnisse der einzelnen Festbetoneigenschaften diskutiert.

Die Kurvenverläufe der Spannung-CMOD-Linien sind mit denen der Kerbzugkörper vergleichbar. Die gemessenen CMOD-Wege sind im Biegeversuch jedoch grundsätzlich um ca. eine Zehnerpotenz größer. Der Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit auf den Verlauf der Last-Verschiebungslinie ist im Nachbruchbereich am ausgeprägtesten. Im allg. fallen die Meßkurven im Kurzzeitversuch stärker ab. Zu großen Rißweiten hin übertragen die im Kurzzeitversuch beanspruchten Balken jedoch höhere Spannungen als die Proben im Langzeitversuch. Dies deutet auf eine Erhöhung der Sprödigkeit bei größeren Beanspruchungsgeschwindigkeiten hin.

Im folgenden wird auf den Einfluß des Größtkorndurchmessers auf die Spannung-Rißöffnungsbeziehung der untersuchten Biegebalken eingegangen. Auf eine Darstellung des ansteigenden Asts wird verzichtet. Der beobachtete Verlauf ist vergleichbar mit dem Verlauf der an Kerbzugkörpern ermittelten Spannung-Dehnungslinien. Stattdessen wird in diesem Abschnitt der Verlauf der normierten $\sigma_{ct,ff}$ -w-Beziehung diskutiert.

Abb. 4.30 stellt über jeweils vier Kurven gemittelte normierte Spannung-Rißöffnungsbeziehungen für die untersuchten Größtkorndurchmesser im Alter von 7d dar. Die Rißöffnung w wird entsprechend Abb. 2.8 ermittelt. Nach einer nahezu horizontalen Tangente bei w = 0 mm fallen die gemittelten Kurven gleichmäßig ab. Der stärkste Abfall ist bei den Proben aus dem Beton M3 mit einem Größtkorndurchmesser von 8 mm (B35, CEM I 32.5R) zu beobachten, gefolgt vom Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) und vom Beton M4 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 4$ mm). Berücksichtigt man die Fläche unterhalb der Meßkurve, ist zu vermuten, daß bei den Proben des Betons M4 eine bessere Verzahnung im Nachbruchbereich stattfindet. Dieses Verhalten erscheint zunächst widersprüchlich. Dieses Problem wird im Abschnitt 5 behandelt.

Die Betondruckfestigkeit übt einen erheblichen Einfluß auf die Spannung-Verschiebungslinie aus. Abb. 4.31 zeigt ein exemplarisches Ergebnis. Dort sind Spannung-Verschiebungslinien zweier Betonen (M1: B35 und M6: B75, beide CEM I 32.5, $d_{max} = 16$ mm) im Alter von 7d dargestellt. Die Probengröße betrug in beiden Serien 560 × 120 × 60 mm³. Das Ergebnis ist den an Kerbzugkörpern erzielten Versuchsergebnissen ähnlich. Auch hier wirkt sich die Si-Staub-Zugabe und die Reduzierung des w/z-Werts festigkeitssteigernd



Abbildung 4.30: Einfluß des Größtkorndurchmessers auf den Verlauf des normierten und über vier Meßkurven gemittelten abfallenden Asts der Spannung-Rißöffnungsbeziehung (B35, CEM I 32.5R; Probengröße BG3: 560×120×60 mm³, Probenalter: 7d).



Abbildung 4.31: Einfluß der Betondruckfestigkeit auf den Verlauf der Spannung-Verschiebungslinie im Alter von 7d (Probengröße BG3: 560 × 120 × 60 mm³).

https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201903221437-0

aus. Die Fläche unterhalb der Meßkurven nimmt mit der Druckfestigkeit zu, womit eine Erhöhung der Bruchenergie einhergeht.

Zur näheren Betrachtung des Einflusses der Betondruckfestigkeit auf den abfallenden Ast der Spannung-Verschiebungslinie zeigt Abb. 4.32 den normierten Nachbruchbereich über die Rißbreite. Die Meßkurven sind vergleichbar. Es kann gedeutet werden, daß der festere Beton im ersten Teil der $\sigma_{ct}/f_{ct,fl}$ -w-Linie stärker abfällt. Dieses Verhalten deutet — unter Berücksichtigung des gleichen Zuschlags — auf einen Traganteil des Zementsteins bei größeren Rißweiten hin.



Abbildung 4.32: Einfluß der Betondruckfestigkeit auf den normierten Nachbruchbereich der Spannung-Verschiebungslinie im Alter von 28d (Probengröße BG3: 560×120× 60 mm³).

Wie bereits bei den Versuchsergebnissen an Kerbzugkörpern festgestellt, übt die Probengröße einen Einfluß auf die mechanischen Kurzzeiteigenschaften des Betons aus. Die Auswirkungen des Maßstabseffekts auf den Verlauf der Spannung-Verschiebungslinie ist in Abb. 4.33 dargestellt. Mit zunehmender Probengröße sinkt die Biegezugfestigkeit, die Meßkurven zeigen ein duktileres Verhalten und konvergieren im Nachbruchbereich gegen einen Endwert. Das Werkstoffverhalten erscheint mit zunehmender Probengröße spröder. Das Verhalten im Nachbruchbereich ist in Abb. 4.34 dargestellt. Dort sind die normierten Biegezugspannungen über die Rißweite w aufgetragen. Die eben dargestellte Tendenz bzgl. der erhöhten Sprödigkeit mit zunehmender Probengröße wird bestätigt. Bei w = 0 verlaufen die Meßkurven nahezu horizontal. Mit zunehmender Probengröße fallen sie steiler ab und laufen zu größeren Rißbreiten hin in etwa parallel aus.



Abbildung 4.33: Einfluß der Probengröße auf den Verlauf der Spannung-Verschiebungslinie in einem Alter von 7d (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).



Abbildung 4.34: Einfluß der Probengröße auf den normierten Nachbruchbereich der Spannung-Verschiebungslinie im Alter von 28d (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

Nach Vorstellung der Ergebnisse zur Last-Verschiebungslinie wird nun auf die einzelnen Eigenschaften eingegangen, welche sich aus der Last-Verschiebungslinie ermitteln lassen. Im einzelnen handelt es sich um die gemessene Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$, die gemessene Bruchdehnung $\varepsilon_{cu,fl}$, die ermittelte Bruchenergie G_F und die Bruchzähigkeit K_{lc} .

4.3.2 Biegezugfestigkeit im Versuch

Abb. 4.35 stellt Ergebnisse zur Biegezugfestigkeit über den Hydratationsgrad dar. Vorgestellt werden die Ergebnisse an der Betonen B35 mit unterschiedlichem Größtkorndurchmesser sowie die Ergebnisse des Betons M6 (B75). Der Verlauf der Meßkurven ist bei allen Betonen vergleichbar. Mit zunehmender Erhärtung steigt die Biegezugfestigkeit. Bei Betonen mit unterschiedlichem Größtkorndurchmesser wurde die Festigkeitsklasse B35 angestrebt. Es zeigt sich jedoch, daß der Beton M3 (mit $d_{max} = 8$ mm) im Vergleich zu den beiden anderen Betonen der Güte B35 eine höhere Festigkeit aufweist. Die Meßwerte des Betons M1 ($d_{max} = 16$ mm) und M4 ($d_{max} = 4$ mm) sind ähnlich. Die Festigkeit des Betons M6 (B75) erreicht Werte, die denen des Betons M3 entsprechen.



Abbildung 4.35: Einfluß des Hydratationsgrads auf die gemessene Biegezugfestigkeit (Probengröße stets BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$).

Betrachtet man hingegen den Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit auf die gemessene Biegezugfestigkeit, so stellt man fest, daß die Meßwerte des Betons M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) i.a. höher sind. In Abb. 4.36 wird der Einfluß der Belastungsrate verdeutlicht. Gegenübergestellt sind die Ergebnisse der Kurz- und der Langzeitversuche (KZV und LZV). Diese wurden jeweils an einem Tag durchgeführt. Im KZV zeigen sich höhere Meßwerte für $f_{ct,fl}$ zu niedrigen Festigkeiten hin als bei den Festigkeiten ab ca. 3 N/mm². Die Biegezugfestigkeit des Betons M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) ist geschwindigkeitsunabhängig.



Abbildung 4.36: Gegenüberstellung der im Langzeitversuch (LZV) gemessene Biegezugfestigkeit und jener im Kurzzeitversuch (KZV) für Proben der Größe BG 3: 560 × 120 × 60 mm³.

Abb. 4.37 zeigt den Einfluß der Ligamenthöhe auf die gemessene Biegezugfestigkeit für die untersuchten Erhärtungsgrade. Das Ausgangsligament wurde aus der Differenz aus Probenhöhe und Kerbtiefe gewonnen: $W_{eff} = W - a_0$. Es ist zu erkennen, daß die gemessene Biegezugfestigkeit mit zunehmender Probengröße abnimmt. Das Ergebnis der Biegeversuche ist vergleichbar mit den Kerbzugversuchsergebnissen.

4.3.3 Bruchdehnung im Drei-Punkt-Biegeversuch

Analog zu den Kerbzugversuchen wird die Bruchdehnung beim Biegeversuch verschmiert über das CMOD ermittelt. Mit fortschreitender Erhärtung nimmt die Bruchdehnung zu. Die gemessene Biegezugbruchdehnung wird in Abb. 4.38 über den Hydratationsgrad für die untersuchten Betone dargestellt. Betrachtet man die einzelnen Betone, so kann festgestellt werden, daß die Proben des Betons M4 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 4$ mm) eine höhere Sprödigkeit als die mit einem Größtkorndurchmesser von 16 mm hergestellten Proben aufweisen. In [34] wird vermutet, daß die Verwendung von Zuschlag mit kleinem



Abbildung 4.37: Einfluß der Probengröße auf die gemessene Biegezugfestigkeit (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

Durchmesser eine Verringerung der Bruchdehnung hervorruft. Dieses Verhalten wird durch die Zunahme von Inhomogenitäten im Betongefüge begründet.

Der Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit auf die Bruchdehnung wird in Abb. 4.39 dargestellt. Die gemessene Bruchdehnung im Langzeitversuch wird über die gemessene Bruchdehnung im Kurzzeitversuch, welcher am gleichen Tag durchgeführt wurde, aufgetragen. In den meisten Fällen kann gedeutet werden, daß die Bruchdehnungen im LZV höhere Werte aufweisen als jene im KZV. Dieses Verhalten entspricht einer Sprödigkeitszunahme bei Zunahme der Beanspruchungsgeschwindigkeit. Die Proben aus dem Beton M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 8$ mm) zeigt ein konträres Verhalten. Bei diesem Beton liegen einzelne Proben unterhalb der Winkelhalbierenden. Eine plausible Erklärung für den vorliegenden Sachverhalt ist an dieser Stelle nicht zu finden.

Wie in Abb. 4.40 gezeigt, findet sich kein Zusammenhang zwischen der Höhe des Ausgangsligaments und der gemessenen Bruchdehnung. Es läßt sich lediglich ein leichter Anstieg von $\varepsilon_{cu,fl}$ mit zunehmender Ligamenthöhe erkennen. Dieser liegt jedoch innerhalb der Streubreite der Meßergebnisse, weshalb er nicht weiter berücksichtigt wird.



- 99 --

Abbildung 4.38: Einfluß des Hydratationsgrads auf die im Biegeversuch gemessene Bruchdehnung an Proben mit den Abmessungen $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$.



Abbildung 4.39: Gegenüberstellung der im Langzeitversuch (LZV) gemessene Bruchdehnung und jener im Kurzzeitversuch (KZV) für Proben der Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$.



Abbildung 4.40: Einfluß der Ligamenthöhe auf die gemessene Bruchdehnung im Biegeversuch (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

4.3.4 Bruchenergie der Biegeversuche

Die Bruchenergie stellt die Energieaufwendung dar, die notwendig ist, um eine Einheitsfläche eines Risses zu bilden. Beim gekerbten Biegebalken wird sie aus der Last-Durchbiegungslinie nach folgender Beziehung ermittelt:

$$G_F = \int_0^\infty \frac{F(f)}{B(W-a_0)} \cdot df.$$
(4.4)

f beschreibt die Durchbiegung und F die Last.

Mit fortschreitender Hydratation steigt die Bruchenergie. Ähnlich wie bei den Kerbzugkörpern erreicht die Bruchenergie Werte in der Größenordnung bis etwa 250 N/m. Der Einfluß des Größtkorns ist zu erkennen. Wie in der Literatur beschrieben, siehe z.B. [11], steigt die Bruchenergie mit zunehmendem Größtkorndurchmesser (vorausgesetzt die übrigen Betonparameter bleiben unverändert). Dies ist mit dem Flächenanteil der Verbundzone zwischen Zuschlag und Zementstein zur beanspruchten Fläche zu begründen. Je kleiner das Größtkorn ist, umso mehr Schwachstellen werden in der Verbundzone eingebaut sein. Je jünger der Beton ist, umso eher versagt die Verbundzone zwischen Zementstein und Zuschlag bei mechanischer Beanspruchung.

Mit zunehmender Probengröße ist das Vorhandensein von Mikrokerben wahrscheinlicher. Die Biegezugfestigkeit nimmt ab. Die Probengrößenabhängigkeit der Biegezugfe-



Abbildung 4.41: Einfluß des Hydratationsfortschritts auf die aus dem Biegeversuch ermittelte Bruchenergie (Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$).

stigkeit kann durch diese Hypothese begründen werden. Die Bruchenergie stellt letztlich ein Maß für die aufgewendete Verformungsarbeit dar. Sie sollte — so wird es bei den Ausführungen zu den Kerbzugkörpern beschrieben — unabhängig von der Probengröße sein. Abb. 4.42 widerlegt diese Hypothese. Es zeigt sich vielmehr, daß G_F unabhängig vom Erhärtungsgrad mit wachsender Ligamenthöhe abnimmt. BRAMESHUBER [11] stellt ein ähnliches Verhalten bei Proben mit kleinem Größtkorndurchmesser fest.

4.3.5 Experimentelle Ermittlung der Bruchzähigkeit

Die Bruchzähigkeit stellt ein Maß für die Sprödigkeit eines Baustoffs dar. Statt einer Berechnung von K_{Ic} nach der LEBM — dort ist die Kenntnis der Rißlänge erforderlich — wird sie im Rahmen dieser Arbeit mit dem Zwei-Parameter-Modell nach JENQ & SHAH [55] ermittelt. Das Berechnungsverfahren wird im Anhang A.2 vorgestellt.

Vor Beschreibung der Ergebnisse zur Bruchzähigkeit ist anzumerken, daß die Ermittlung von K_{Ic} nicht exakt nach dem Zwei-Parameter-Modell erfolgt. Hierzu wäre eine Entlastung der Probe im Nachbruchbereich bei 95% der Bruchlast erforderlich, s. Abb. 2.10 . Die Versuche wurden jedoch ohne Entlastung durchgeführt. JENQ & SHAH [55] sehen diesen Fall ebenso vor, indem die Nachgiebigkeit nach der Bruchlast auf eine Abszisse von $(\text{CMOD}_c^e + \text{CMOD}_c^p)/6$ bezogen wird, s. Abb. 2.10. Dieser Wert ist jedoch willkürlich und führt nach [11] zu fehlerhaften Ergebnissen. Aus diesem Grund wird die zweite Alterna-



Abbildung 4.42: Einfluß der Ligamenthöhe auf die im Biegeversuch ermittelte Bruchenergie (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

tive gewählt: die Bestimmung der Nachgiebigkeit im Nachbruchbereich wird auf den Koordinatenursprung bezogen. Auch diese Verfahrensweise führt zu einer Fehleinschätzung der Bruchzähigkeit. Diese Fehleinschätzung erscheint jedoch unbedenklich, da sie probengrößenunabhängig ist.

Abb. 4.43 zeigt die Entwicklung der Bruchzähigkeit mit zunehmender Erhärtung für Betone mit unterschiedlichem Größtkorndurchmesser. Grundsätzlich wächst die Sprödigkeit mit zunehmender Erhärtung. Die Meßpunkte für die Betonproben der Betonen M1 und M4 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm bzw. 4 mm) liegen nahezu übereinander, während die des Betons M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 8$ mm) zugehörigen Meßpunkte hiervon abweichen. Die Proben der Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) liegen oberhalb der zugehörigen Meßpunkte des B35. Dieses Ergebnis ist aufgrund der erhöhten Sprödigkeit eines höherfesten Betons zu erwarten.

Abb. 4.44 zeigt den Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit auf die gemessene Bruchzähigkeit in Form der Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse im Langzeitversuch mit jenen des Kurzzeitversuchs. Im Rahmen der Streubreite der Meßergebnisse kann angenommen werden, daß die gemessene Bruchzähigkeit unabhängig von der Beanspruchungsgeschwindigkeit ist. Dieses Ergebnis erscheint verwunderlich, da sich bereits herauskristallisierte, daß sich eine Erhöhung der Verformungsgeschwindigkeit sprödigkeitsfördernd auswirkt. Es ist jedoch zu vermuten, daß die Differenz in der Beanspru-



Abbildung 4.43: Einfluß des Hydratationsfortschritts auf die nach JENQ & SHAH [55] berechnete Bruchzähigkeit K_{Ic} (Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$).

chungsgeschwindigkeit in den Versuchen nicht ausreichend ist, um sich merklich auf die Nachgiebigkeit im Nachbruchbereich auszuwirken.

Auch bei der gemessenen Bruchzähigkeit wird der Einfluß der Probengröße untersucht. Das Ergebnis ist in Abb. 4.45 zusammengefaßt. Dort ist die gemessene Bruchzähigkeit über die Ligamenthöhe aufgetragen. Es zeigt sich erwartungsgemäß, daß die gemessene Bruchzähigkeit mit zunehmender Probengröße abnimmt. Der Geometrieeinfluß erscheint weniger ausgeprägt als beispielsweise im Fall der Biegezugfestigkeit. Dieser Sachverhalt ist auf die Bestimmung von K_{Ic} zurückzuführen.

4.3.6 Ausdehnung der Rißprozeßzone im Biegeversuch

Auch hier werden zunächst Ergebnisbilder vorgestellt, die die Entwicklung des Rißprozesses am Beispiel des Balkens P3928D_1 veranschaulichen, s. Abb. 4.46 und 4.47. Die Zusammensetzung des Betons entspricht M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm). Es handelt sich hier um einen Biegebalken der Größe BG 3 (560 × 120 × 60 mm³ mit einer Kerbtiefe von 40 mm). Die Entwicklung des Rißprozesses am Biegebalken wird stellvertretend an einem Probekörper vorgestellt. Der Biegebalken ist mit dem gleichen Beton hergestellt worden, wie beispielsweise jener Kerbzugkörper, dessen Verformungsverhalten und Rißprozeß in den Abb. 4.19 und 4.20 exemplarisch dargestellt worden sind. Abb. 4.46 zeigt laststufenweise die Entwicklung der Last, der Brucharbeit $G'_F = \int_0^{CMOD} fdCMOD$



Abbildung 4.44: Gegenüberstellung der im Langzeitversuch (LZV) berechnete Bruchzähigkeit nach JENQ & SHAH [55] und jener im Kurzzeitversuch (KZV) für Proben der Größe BG 3: 560 × 120 × 60 mm³.



Abbildung 4.45: Einfluß der Ligamenthöhe auf die nach JENQ & SHAH [55] berechnete Bruchzähigkeit (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

und der Breite der RPZ l_{pr} in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung CMOD. Der Biegebalken ist bei einer Rißöffnungsverschiebung CMOD von über einem Millimeter durchtrennt. Beim vergleichbaren Kerbzugkörper erlischt das Zugtragverhalten bei einem CMOD-Wert von etwa 0.2 mm. Die Kerbe in der Zugzone ist in den oberen Teilen der Korrelationsstreifenbilder zu erkennen. Der Riß entwickelt sich vom Kerbgrund in der ursprünglichen Zugzone allmählich in die ursprüngliche Druckzone hinein. Im Nachbruchbereich sind bereits drei Viertel der Ligamenthöhe durchtrennt. Die in Abb. 4.47 dargestellten Bilder einzelner Laststufen zeigen die Mikrorißspitze, die durch das Ende der vertikalen Unstetigkeit in den jeweiligen Bildern erkennbar ist. Sie stellt eine effektive Rißlänge dar. Die zugehörige horizontale Ordnung der Streifen deutet auf die Lage der neutralen Faser hin.

Im Vergleich zu den Kerbzugkörpern zeigen die Ergebnisse der gekerbten Biegebalken einen deutlich höheren Wert für l_{pr} , siehe hierzu Abb. 4.48. Hier werden — je nach Beton — Ausdehnungen der RPZ wesentlich größer als das dreifache des Größtkorndurchmessers ermittelt. Auch ist der Abfall von l_{pr} mit zunehmender Rißöffnung ausgeprägter als zuvor beschrieben. Nach Erreichen eines Maximums $l_{pr,max}$ sinkt die Breite der RPZ bis zu einen Wert von ca. $x \cdot l_{pr,max}$ ab, wobei x Werte zwischen 0.95 und 0.5 annimmt. Diese Diskrepanz zu den Kerbzugkörpern läßt sich mit dem steileren Dehnungsgradienten am Rande der Rißufer des Kerbzugkörpers begründen. Die Energiedissipation findet beim Kerbzugkörper in einem vergleichbar schmalen Werkstoffvolumen statt. Aufgrund der Wirkung der Druckzone kann sich die RPZ eines Biegebalkens bis zum Erreichen der Biegezugfestigkeit vollständig entwickeln. Die Bildung eines Maximums scheint im Fehlen eines tragfähigen Querschnitts bei zunehmender Rißöffnung begründet. Die Energiedissipation erfolgt lokal; gemessen wird eine integrale Bruchenergie über die Ligamenthöhe.

Abb. 4.49 stellt exemplarisch den Beanspruchung-Rißöffnungsverlauf gegenüber dem Verlauf von l_{pr} über das CMOD für Balken aus dem Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) mit dem Abmessungen $560 \times 120 \times 60$ mm³ dar. Der Verlauf der Breite der RPZ mit wachsender Rißlänge zeigt ein Maximum. Dieses Maximum ist — wie bei den Kerbzugversuchen — mit der Ausdehnung einer repräsentativen Volumeneinheit gleichzusetzen. In diesem Bereich verhält sich der Werkstoff Beton nicht-linear. Betrachtet man den Einfluß des Hydratationsgrads auf die Ausbildung des Maximums, so ergeben sich die in Abb. 4.50 dargestellten Verläufe. Es ist zu beobachten, daß — unter Berücksichtigung der Streuung der Meßergebnisse — $l_{pr,max}$ mit steigendem Hydratationsgrad zunächst ansteigt. $l_{pr,max}$ tendiert bei höheren Hydratationsgraden zu einem Maximum. In einzelnen Fällen ist sogar eine abfallende Tendenz deutbar. Mit fortschreitender Erhärtung verfestigt sich die Verbundzone zwischen Zementstein und Zuschlag, wodurch anzunehmen ist, daß die RPZ an Ausdehnung gewinnt. Mit zunehmender Hydratation wird der Beton spröder, d.h. die Zementsteinmatrix verliert an Zähigkeit, die Bruchenergie steigt



Abbildung 4.46: Exemplarischer Verlauf der Spannung, der Bruchenergie sowie der Breite der Rißprozeßzone in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung am Beispiel der Probe P3928D_1 (Beton M6:B75, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm; Probengröße BG 3: 560 × 120 × 60 mm³).



Abbildung 4.47: Exemplarische den Laststufen zugehörigen Korrelationsstreifen in horizontaler Sensitivität am Beispiel der Probe P3928D.1 (Beton M6:B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³). Die Kerbe befindet sich in den oberen Teilbildern.





Abbildung 4.49: Einfluß des Hydratationsgrads auf die Last-CMOD-Kurve (oberes Diagramm) und auf den Verlauf der Breite der RPZ über das CMOD (Diagramm unten) von Biegebalken (Beton M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße BG 3: 560 × 120 × 60 mm³).



Abbildung 4.50: Maximalen RPZ-Breite $l_{pr,max}$ von Biegebalken identischer Probengröße BG 3 (560 × 120 × 60 mm³) in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad.

(s. Abb. 4.41). Durch diese Sprödigkeitszunahme kann eine Verringerung der räumlichen Ausdehnung der RPZ zur Folge haben.

Der Größtkorndurchmesser spielt bei der Breite der RPZ einer eher untergeordnete Rolle, s. Abb. 4.51. Ein leichter Zuwachs von l_{pr} ist trotz Streuung ab $d_{max} \leq 8$ mm festzustellen. Abb. 4.50 zeigt, daß $l_{pr,max}$ entsprechend nicht größtkornabhängig ist.

Im Gegensatz zum Größtkorndurchmesser übt die Betonfestigkeit einen deutlicheren Einfluß auf die Ausdehnung der RPZ aus. Abb. 4.52 stellt den CMOD-abhängigen Verlauf von l_{pr} für Biegebalken der Probengröße BG 3 (560 × 120 × 60 mm³) im Alter von 7 Tagen dar.

Es zeigt sich, daß die RPZ-Breite l_{pr} mit zunehmender Betondruckfestigkeit abnimmt. Ungeklärt ist der Einfluß des Si-Staubs: Zum einen führt die Zugabe von Si-Staub zu einer Verfestigung der Verbundzone Zementstein-Zuschlag. Zum anderen ergibt sich eine Festigkeitszunahme im Zementstein aufgrund der Bildung zusätzlicher C-S-H-Phasen und somit — siehe oben — eine Verminderung des RPZ-Volumens. Diese Festigkeitszunahme wird i.d.R. jedoch nicht im jungen Betonalter beobachtet. Die Festigkeitszunahme — auch bedingt durch den geringen w/z-Werts führt zu einer Versprödung des Gefüges. Sie geht mit der Verkleinerung der RPZ einher. Der beobachtete Zusammenhang läßt sich hiermit erläutern.



Abbildung 4.51: Einfluß des Größtkorns auf den Verlauf der Breite der RPZ von gekerbten Biegebalken im Alter von 7d (B35, Probengröße BG 3: 560 × 120 × 60 mm³).



Abbildung 4.52: Einfluß der Betonfestigkeit auf den Verlauf der Breite der RPZ von gekerbten Biegebalken bei einem Alter von 7d (Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$).

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche bestätigen den Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit auf die Zugspannung-Dehnungslinie. Die Abhängigkeit der Rißprozeßzonenbreite von der Verformungsgeschwindigkeit kann — im Rahmen des Streubereichs — nicht nachgewiesen werden. Abb. 4.53 stellt einzelne Versuchsergebnisse an Biegebalken exemplarisch dar.

In Abb. 4.54 wird der Einfluß der Größe des Biegebalkens auf die Ausdehnung der RPZ dargestellt. Aufgetragen seien hier die Verläufe der RPZ-Breite l_{pr} über die Rißöffnungsverschiebung CMOD für ein Probenalter von 7d. Die Probekörper sind mit dem Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) hergestellt worden. Eine deutliche Zunahme von l_{pr} ist bei größer werdender Probe zu beobachten. Wie eingangs berichtet, konvergiert der Wert von l_{pr} nach Erreichen des Maximums gegen einen Wert $x \cdot l_{pr,max}$. Je größer die untersuchte Probe ist, desto kleiner wird x. Diese Beobachtung gilt sowohl für Kerbzugkörper als auch für gekerbte Biegebalken. Sie deutet auf eine nicht-vollständige Ausbildung der RPZ bei kleineren Proben hin. Eine solche Begründung deckt sich mit der Aussage des Maßstabseffekts.



Abbildung 4.53: Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit auf den Verlauf der Breite der RPZ von gekerbten Biegebalken bei exemplarischen Betonen. Die mit "s" gekennzeichneten Proben sind im Kurzzeitversuch geprüft worden. "l" steht für den Langzeitversuch.



Abbildung 4.54: Einfluß der Probengröße auf den Verlauf der Breite der RPZ von gekerbten Biegebalken im Alter von 7d (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm.

4.3.7 Weitere Ergebnisse

Im Rahmen der Auswertung der Versuchsergebnisse an gekerbten Biegebalken wird desweiteren der Einfluß der untersuchten Versuchsparameter auf den Verlauf des Rißbilds studiert. Zum einen werden die eingerissene Ligamenthöhe und die Rißlänge miteinander verglichen. Zum anderen wird die Oberflächenrauhigkeit der Proben post-mortem ermittelt. Im folgenden werden der Aufbau und die Versuchsergebnisse dargestellt.

4.3.7.1 Rißlängen

Aus der Subtraktion und Filterung der ESPI-Bilder entsteht ein Bild, in dem eine Unstetigkeitsstelle im Phasenverlauf zu erkennen ist(vgl. Abschnitt 3). Diese resultiert aus dem Verlauf des Risses. Er kann so nachgezogen werden, daß der Pixelverlauf entsprechend abgelegt werden kann. Durch Nachzeichnung der jeweiligen Rißaufweitung für jeden Lastschritt erfolgt eine Nachbildung des Risses. Bei bekanntem Maßstab in der Objektebene (in Pixel/mm) und unter Berücksichtigung der Pixelgeometrie bei Umlenkung des Risses läßt sich die Rißlänge quantitativ bestimmen. Aus der Höhenlage der Rißspitze ermittelt man die Länge des effektiven eingerissenen Ausgangsligaments.



D:\ESPIRISS\P13.WTP | 25.10.1999

Abbildung 4.55: Rißbild des Betonbalkens P1384D_2 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16 \text{ mm}$; Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$; 84d; Langzeitversuch).

Abb. 4.55 zeigt exemplarisch den Verlauf der Rißentwicklung am Beispiel des Biegebalkens P1384D_2 aus dem Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) der Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³. Das Bild zeigt die Umlenkung des Risses. Das Verhältnis der eingerissenen Ligamenthöhe zur effektiven Rißlänge bildet eine Grundlage zur Beurteilung der Sprödigkeit des untersuchten Baustoffs. Ein Ergebnis ist in Abb. 4.56 exemplarisch dargestellt. Die effektive Rißlänge ist dort mit berücksichtigten Umlenkungen über die eingerissene Ligamenthöhe aufgetragen. Im Fall des durchgängig glatten Risses wäre die effektive Rißlänge gleich der eingerissenen Ligamenthöhe.

Die eingezeichneten Kurven verlaufen nahezu linear. Die effektive Rißlänge ist proportional zur gerissenen Ligamenthöhe. Es kann festgestellt werden, daß die Steigung der einzelnen Kurven mit zunehmender Erhärtung zunächst ansteigt, um anschließend abzufallen. Dieses Verhalten ist für alle Versuchsserien reproduzierbar. Es korreliert mit dem hydratationsabhängigen Verlauf des Maximums der RPZ-Breite.

Umlenkungen eines Risses lassen sich effizienter durch die Bestimmung der Rauheit der Bruchfläche bzw. die Überführung in ein selbstähnliches fraktales Gebilde bewerten. Rißlänge [mm] 2d, $\alpha = 0.353$ 7d, $\alpha = 0.481$ 28d. $\alpha = 0.571$ 120 90 60 30 0 30 40 50 70 10 20 60 80 Eingerissene Ligamenthöhe [mm]

Abbildung 4.56: Verlauf der effektiven, Umlenkungen berücksichtigende Rißlänge über die eingerissene Ligamenthöhe am Beispiel der Serie P17 (Beton M3: B 35, CEM I $32.5R, d_{max} = 8 \text{ mm}$; Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$).

4.3.7.2 Fraktologische Untersuchungen

Im folgenden Abschnitt wird auf die Bestimmung der fraktalen Dimension von Bruchflächen gekerbter Biegebalken eingegangen. Ziel dieser Untersuchung ist die post-mortem Erfassung der Wirkung der Verzahnung. Dies gelingt durch die topometrische Erfassung der Bruchflächenrauheit und die anschließende Berechnung der fraktalen Dimension.

Die Begriffsdefinition des Fraktals wird von MANDELBROT [71] eingeführt. Er schlägt die neuartige fraktale Geometrie vor, die es erlaubt, Regelmäßigkeiten in unregelmäßigen Objekten zu beschreiben. Im Gegensatz zur Euklidischen Geometrie sind fraktale Eigenschaften, wie beispielsweise der Umfang eines unregelmäßigen Körpers, abhängig vom Maßstab, mit dem sie abgebildet werden. Bereits RICHARDSON [92] konnte bei der Längenvermessung von Küstenlinien feststellen, daß sich die logarithmierte Länge einer unregelmäßigen Küstenlinie umgekehrt proportional zum Logarithmus des Maßstabs verhält, mit der sie erfaßt wurde. Diese Erkenntnis gilt auch beispielsweise bei der Analyse von Porenstrukturen im Zementstein, s. [72].

Abbildung 4.57: Koch-Wolke.



Zur Veranschauung des Begriffs des Fraktals wird auf die Koch-Wolke, wie sie Abb. 4.57 darstellt, zurückgegriffen. Der Initiator dieses Gebildes ist ein gleichseitiges Dreieck. Jede Seitenlänge L wird in drei Abschnitten aufgeteilt. Der mittlere Abschnitt wird durch zwei Segmente der Länge L/3 so aufgetrennt, daß das anschließende Gebilde den David-Stern abbildet. Trennt man die Segmentlänge iterativ nach obigem Schema auf, so gilt für die Segmentlänge λ jedes Iterationschrittes $n \lambda = L/3^n$. Der Umfang des Gebildes ermittelt sich zu $3\lambda 4^n$. Die fraktale Dimension D wird durch das Verhältnis

$$D = \frac{\ln N}{\ln S} \tag{4.5}$$

definiert. N ist die Anzahl der Subdivisionen: $N = 4^n$. S steht für den Skalierungsfaktor: $S = 3^n$. In dem speziellen Fall der Koch-Wolke gilt $D = \ln 4/\ln 3 = 1.262$. Dieser Wert, größer als die Euklidischen Dimension (im Fall einer Geraden wäre nach Euklid D = 1), ist unabhängig von der Iterationsstufe. Ein Fraktal liegt vor. Mit der fraktalen Dimension kann eine Aussage über die Unregelmäßigkeit eines Merkmals getroffen werden.

Solche Aussagen gelten auch für Parameter wie die Rauheit einer Betonbruchfläche. Die Rauheit R_S ist als das Verhältnis der Objektoberfläche zur Projektionsfläche definiert. Aus dieser Definition geht unmittelbar hervor, daß die diskrete Erfassung einer rauhen Oberfläche von jenem Maßstab beeinflußt wird, mit der sie ermittelt wird. Je größer die Auflösung bei der Vermessung gewählt wird, um so mehr Details werden berücksichtigt. Die Objektoberfläche vergrößert sich mit feiner werdender Auflösung, die Projektionsfläche bleibt unverändert. Aus diesem Grund bedient man sich der fraktalen Geometrie zur Erfassung von Regelmäßigkeiten. Die fraktale Dimension wird aus der Steigung der logarithmisch aufgetragenen Rauheit über den logarithmischen Maßstab bestimmt (s.u.).

Zur Erfassung dreidimensionaler Bruchflächen sind nur wenige experimentelle Untersuchungen bekannt. SAOUMA & BARTON [100] berichten über fraktale Untersuchungen von Metall- und Keramikbruchflächen. In [41] wird ein Überblick über fraktale Anwendungen bei Betonbruchflächen gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf eine berührungslose und zerstörungsfreie Meßtechnik zurückgegriffen: die 3D-Topometrie mittels Streifenprojektion. Das hochpräzise Verfahren der optischen Digitalisierung arbeitet mit strukturiertem Licht. Mehrere Streifenmuster werden auf die Objektoberfläche projiziert und von einer oder mehreren Kameras erfaßt. Die Daten der Projektions- bzw. der Abbildungsoptik

sowie die Koordinaten einiger bekannter Punkte auf der Streifenebene dienen der dreidimensionalen Koordinatenberechnung mittels Triangulation nach entsprechender Kalibrierung. Diese Kalibrierung ist bei jeder Veränderung des Aufbaus notwendig, z.B. wenn Proben mit unterschiedlichen Abmessungen digitalisiert werden sollen. Abb. 4.58 skizziert das Prinzip des verwendeten Meßsystems *Atos* der **G**esellschaft für **o**ptische Meßtechnik (GOM, Braunschweig). Ein Streifenprojektor und zwei CCD-Kameras sind in einem kompakten Meßkopf integriert. Die mit zwei Kameras aufgezeichneten Bilder dienen der Rückrechnung der 3D-Koordinaten der Objektwolke.







Abbildung 4.59: Atos-Meßkopf.

Hügel und Täler einer rauhen Oberfläche führen in den meisten Fällen zu störenden Schattenbildungen. Aus diesem Grund sind Belichtungen von mehreren Ansichten erforderlich, die anschließend zusammengefügt werden. Definierte remittierende Markierungen — numerierte weiße Kreise auf schwarzem Grund — werden auf das zu vermessende Objekt angebracht. Die Auswertungssoftware (*Atos*, GOM Braunschweig) erkennt sie und ermittelt deren Lage präzise. Daher können die Bilder verschiedener Ansichten zu einer Punktwolke zusammengefaßt werden. Ein Referenzkoordinatensystem wird erzeugt. Die Software war zum Zeitpunkt der ausgeführten Messungen nicht in der Lage, die Koordinaten der einzelnen Ansichten in eine Punktwolke auszugeben. Der im folgenden beschriebene Algorithmus mußte daher entwickelt und implementiert werden. Mit ihm läßt sich die Rauheit der Bruchfläche ermitteln.

Zunächst wird die Rauheit für einzelne Auflösungsstufen bestimmt. Hierzu werden die Meßpunkte in den einzelnen Bildern zu Dreiecken gefaßt. Das Kreuzprodukt deren Koordinaten liefert die doppelte Nominalfläche des Dreiecks. Das Skalarprodukt hingegen liefert die doppelte Projektionsfläche auf der Ebene des ersten Bilds. Das Verhältnis der beiden Produkte stellt die Rauheit dar. An dieser Stelle wird das Problem der Dreiecksbildung verdeutlicht. Im Falle einer Schattenbildung gilt es, einen Meßpunkt innerhalb eines Erwartungsbereichs in einer anderen Ansicht zu finden, so daß ein Dreieck gebildet werden kann. Ausschlußkriterium ist hier die Überlappungen der einzelnen Dreiecke. Die Rauheiten würden sich in dem Fall nicht kompensieren. Die Rauheit kann für unterschiedliche Auflösungsstufen bestimmt werden. Abb. 4.60 zeigt die Bestimmung der fraktalen Dimension als lineare Regression der erhaltenen Rauheiten über den Maßstab — ausgedrückt durch den Pixelabstand in mm.



Abbildung 4.60: Bestimmung der fraktalen Dimension als Regression der erhaltenen Rauheiten bei unterschiedlicher Auflösung am Beispiel eines Balkens des Betons M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) mit den Probenabmessung $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$.

Die fraktale Dimension der Bruchflächen wird für die untersuchten Biegebalken be-



Abbildung 4.61: Einfluß des Hydratationsgrads auf die fraktale Dimension der Bruchflächen von gekerbten Balken der Betonen M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) und M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 8$ mm) der Probengröße BG 3: 560 × 120×60 mm³.

stimmt. Im folgenden werden exemplarische Ergebnisse dargestellt. Weitere Ergebnisse befinden sich in [119]. Abb. 4.61 zeigt die erhärtungsbedingte Entwicklung der fraktalen Dimension für die Betonen M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) und M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 8$ mm). Hier wird festgestellt, daß D_S mit fortschreitender Hydratation abnimmt. Die Bruchfläche verliert an Rauheit. Mit fortschreitender Erhärtung verlaufen die Risse mehr und mehr durch Zuschlagkörner.

Abb. 4.62 stellt den Einfluß der Probengröße auf die fraktale Dimension dar. Aufgetragen sind die errechneten Werte von D_S über die Ligamenthöhe der Probekörper. Mit zunehmender Probengröße fällt die fraktale Dimension der Bruchfläche ab, d.h. die Bruchflächen verlieren an Rauheit. Es werden nicht mehr einzelne Körner aus der Matrix gerissen, sondern es werden entweder die Zuschlagkörner durchtrennt oder ganze Schichten abgelöst. Letzteres ist unwahrscheinlich.

Die Abnahme der fraktalen Dimension mit zunehmender Probengröße läßt sich durch die Annahme einer inhomogenen Energiedissipation über die Ligamenthöhe deuten. Beim spröden Baustoff ist die Bruchfläche glatt, die Bruchenergie ist ein Baustoffkennwert. Verhält sich der Baustoff hingegen quasi-spröde, so hängt die Bruchenergie vom Rißfortschritt ab, siehe [11]. Diese Annahme kann bereits bei der Darstellung der Versuch-



Abbildung 4.62: Einfluß der Ligamenthöhe auf die fraktale Dimension von Bruchflächen von Biegebalken aus dem Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

sergebnisse zur Breite der RPZ bestätigt werden. Auch ist dies eine Verdeutlichung der Probengrößenabhängigkeit der Bruchenergie beim gekerbten Biegebalken.

4.4 Zusammenfassung

Ziel der experimentellen Untersuchungen war es, das mechanische Verhalten und das Bruchverhalten jungen Betons zu erfassen. Hierzu dienten Kerbzug- und Biegeversuche. Variiert wurden die Versuchsparameter Größtkorndurchmesser, Prüfalter, Betondruckfestigkeit, Probengröße und Beanspruchungsgeschwindigkeit. Durch den Einsatz der ESPI-Technik konnte die quantitative Erfassung der räumlichen Ausdehnung der RPZ gelingen.

Die wesentlichen Ergebnisse der Untersuchungen lassen sich wie folgt darstellen:

- Mit zunehmendem Probenalter steigen die zentrische Zugfestigkeit, der zentrische Zug-E-Modul, die Bruchdehnung, die Bruchenergie, die Biegezugfestigkeit, die Bruchzähigkeit und die räumliche Ausdehnung der RPZ. Die charakteristische Länge nimmt hingegen mit zunehmender Erhärtung ab.
- Mit anwachsender Probengröße nehmen die Bruchdehnung im Zugversuch, die
charakteristische Länge und die räumliche Ausdehnung der RPZ zu. Die zentrische Zugfestigkeit, die Biegezugfestigkeit, die Bruchenergie im Biegeversuch, die Bruchzähigkeit und die fraktale Dimension der Bruchflächen nehmen mit wachsender Probengröße ab. Der E-Modul, die Bruchenergie im zentrischen Zugversuch und die Bruchdehnung im Biegeversuch sind von der Probengröße unabhängig.

- Die Variation der Beanspruchungsgeschwindigkeit übte auf die Versuchsergebnisse keinen nennenswerten Einfluß aus.
- Die räumliche Ausdehnung der RPZ sollte nicht, wie bislang empfohlen, als das zwei- bis dreifache des Größtkorndurchmessers angenommen werden. Es zeigte sich, daß der Größtkorndurchmesser eine eher untergeordnete Rolle spielt. Die RPZ wird vielmehr durch die Sprödigkeit des Baustoffs und die Probenabmessungen geprägt. Bei einem Beton B35 mit einem Größtkorndurchmesser von 16 mm und einem Prüfalter von 28d variiert l_{pr} beim Kerbzugkörper zwischen 22 und 47.9 mm für Ligamenthöhen zwischen 60 und 180 mm. Beim gekerbten Biegebalken erhält man Werte für l_{pr} zwischen 42.5 und 115 mm für Ligamenthöhen zwischen 40 und 160 mm. Die Größenordnung von l_{pr} hängt vom Versuchstyp ab: die RPZ ist im Biegeversuch etwa zwei bis drei mal so breit wie die im Kerbzugversuch.

5 Ansätze zur Beschreibung des Zugtragverhaltens jungen Betons

5.1 Vorbemerkungen

Im vorigen Abschnitt wurden die Ergebnisse von Versuchsreihen dargestellt, bei denen einzelne Versuchsparameter wie der Zuschlaggrößtkorndurchmesser, der Hydratationsgrad, die Betondruckfestigkeit und die Probengröße variiert worden sind.

In diesem Abschnitte werden Modellansätze vorgestellt, die das Verformungs- und Bruchverhalten der untersuchten Betone beschreiben. Dabei handelt es sich hier z.T. um bekannten Ansätze aus der Literatur, die auf die jeweiligen Problemstellungen angepaßt wurden sowie um Neuentwicklungen.

Ziel des Abschnittes ist es, Modellansätze zu finden und so zu kalibrieren, daß eine numerische Verifizierung der erzielten Versuchsergebnisse ermöglicht wird.

5.2 Modellierung der Spannung-Dehnungslinie

5.2.1 Ansteigender Ast

Mit zunehmendem Probenalter steigt die Zugfestigkeit an. Tab. A.2 im Anhang A.4 faßt die Kennwerte des ansteigenden Asts der in Abb. 4.1 dargestellten Spannung-Dehnungslinien zusammen. Die Diskussion der Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom Hydratationsgrad findet im Abschnitt 5.3 statt. Der Zugelastizitätsmodul wird in Abschnitt 5.4 behandelt. Vor Erreichen der Zugfestigkeit weichen die Meßkurven parabolisch vom Ursprungsmodul ab. In Kapitel 2 wird das Abweichen vom Ursprungsmodul in der sukzessiven Mikrorißbildung begründet. Im Rahmen dieser Arbeit wird zunächst die Formulierung nach GUTSCH [34] zur Beschreibung des Verlaufs der Spannung-Dehnungslinie im Bereich der Mikrorißbildung im ansteigenden Ast betrachtet.

Exemplarisch zeigt Abb. A.4 im Anhang A.4 den gemessenen und den nach Gl. (2.26) modellierten Verlauf des ansteigenden Asts der Zugspannung-Dehnungslinien (ZSDL) aus Abb. 4.1. Die Modellierung nach GUTSCH [34] gibt den Verlauf gut wieder. Zu höheren Hydratationsgraden hin ist die errechnete ZSDL völliger als die des gemessenen Verlaufs. Die erhöhte Völligkeit der Rechenkurve ist auf eine eine Überschätzung des Exponenten *B* in Gl. (2.26) zurückzuführen. Der Faktor *B* wird in Gl. 2.27 durch die Dehnung $\varepsilon_{0.5}$ geprägt. Die Völligkeit der berechneten ZSDL erhöht sich, wenn die Proportionalitätsgrenze $\varepsilon_{0.5}$ zu klein angenommen wird. Mit zunehmender Erhärtung setzt der Mikrorißbildung zu höheren bezogenen Spannungen σ_{ct}/f_{ct} ein.

Aus diesem Grund wird der Ansatz nach GUTSCH [34] dahingehend erweitert, daß die Abhängigkeit der Proportionalitätsgrenze der einsetzenden Mikrorißbildung vom Hydratationsgrad berücksichtigt wird. Statt eines pauschalen Einsetzens der Mikrorißbildung bei einer Zugspannung in Höhe von $f_{ct}/2$ werden die Spannung $\sigma_{\mu r}$ und die Dehnung $\varepsilon_{\mu r}$ eingeführt. Der lineare Ast der Spannung-Dehnungslinie endet bei $\varepsilon_{\mu r}$. Es gilt dann

$$\sigma_{\mu r} = E_{ct} \cdot \varepsilon_{\mu r}. \tag{5.1}$$

Das allmähliche Einsetzen der Mikrorißbildung wird durch eine Funktion beschrieben, die bestimmte Randbedingungen bzgl. der Stetigkeit des Ausdrucks einzuhalten hat. Folgende Formulierung für den zweiten Abschnitt der Spannung-Dehnungslinie erfüllt die Stetigkeitsbedingungen:

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = f_{ct} - (1 - k_{\mu r}) f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\mu r}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{\mu r}} \right)^{B_{\mu r}},$$
(5.2)

mit

$$B_{\mu r} = \frac{k_{\mu r}}{\varepsilon_{\mu r}} \cdot \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{\mu r}}{1 - k_{\mu r}}$$
(5.3)

$$k_{\mu r} = \frac{\sigma_{\mu r}}{f_{ct}} \tag{5.4}$$

Gl. (2.26) nach GUTSCH [34] stellt einen Spezialfall von Gl. (5.2), bei der $k_{\mu r} = 0.5$. Hierdurch ergibt sich $\varepsilon_{\mu r} = \varepsilon_{0.5}$ und $B_{\mu r} = B$.

Nach Ableitung von Gl. (5.2) nach ε erhält man:

$$\frac{d\sigma_{ct}(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{f_{ct}k_{\mu r}}{\varepsilon_{\mu r}} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\mu r}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{\mu r}}\right)^{B_{\mu r}}.$$
(5.5)

Daher werden folgende Randbedingungen eingehalten:

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_{\mu r}) = k_{\mu r} \cdot f_{ct} = \sigma_{\mu r} \tag{5.6}$$

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_{cu}) = f_{ct} \tag{5.7}$$

$$\frac{d\sigma_{ct}}{d\varepsilon}(\varepsilon_{\mu r}) = \frac{f_{ct}k_{\mu r}}{\varepsilon_{\mu r}} = E_{ct}$$
(5.8)

$$\frac{d\sigma_{ct}}{d\varepsilon}(\varepsilon_{cu}) = 0 \tag{5.9}$$

Das vorgestellte Modell wird an Spannung-Dehnungslinien von Nebenkörpern erprobt. Anhang A.5 gibt einzelne Ergebnisse tabellarisch wieder. Exemplarisch zeigt Abb. 5.1 einzelne Versuchsergebnisse mit dem Beton M1 (B 35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) und die Anpassung mittels des o.g. Modells. Im Gegensatz zu LAUBE [66] und GUTSCH [34] kann festgestellt werden, daß das Einsetzten der Mikrorißbildung bei $\sigma_{ct} \ge f_{ct}/2$ stattfindet. Die Berücksichtigung des Einsetzens der Mikrorißbildung führt zu einer Modellierung, welche die Meßwerte gut wiedergibt.



Abbildung 5.1: Ansteigender Ast der Spannung-Dehnungslinie von Nebenkörpern im spannungsgesteuerten Zugversuch und Modell am Beispiel des Betons M1 (B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

Aufbauend auf GUTSCH [34] wird im folgenden eine hydratationsabhängige Beschreibung der Spannung-Dehnungslinie gesucht. Hierzu werden zunächst die ermittelten Modellkennwerte über den Hydratationsgrad in Abb. 5.2 ausgewertet. Dort werden die zentrische Zugfestigkeit, der Koeffizient $k_{\mu r}$, die Zugbruchdehnung ε_{cu} , die Dehnung $\varepsilon_{\mu r}$ sowie die Spannung $\sigma_{\mu r}$ über den Hydratationsgrad α aufgetragen.

Für die zentrische Zugfestigkeit wird der Ansatz nach ROSTÁSY ET AL. [97] verwendet (s. Abschnitt 5.3). Der Initialwert des Hydratationsgrads α_0 — das Ende der sog. "Dormant Phase" — wird aus der linearen Extrapolation des Verlaufs von f_{ct} über α bestimmt. Bei dem Beton M1 (B 35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) wird α_0 zu 0.189 ermittelt. Der aus den in Abb. 5.2 ermittelte Wert für α_0 deckt sich mit den Ergebnissen von GUTSCH [34] für den gleichen Beton.

Abb. 5.2 ist zu entnehmen, daß $k_{\mu r}$ mit zunehmender Erhärtung größer wird. Ein linearer Anstieg von $k_{\mu r}$ mit zunehmendem Hydratationsgrad α wird angenommen. Folgende Formulierung für den hydratationsabhängigen Verlauf von $k_{\mu r}$ mit $k_{\mu r1} = k_{\mu r}(\alpha = 1)$



- 125 ---

Abbildung 5.2: Modellparameter des ansteigenden Asts der Zugspannung-Dehnungslinie in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad für einzelne Versuche mit dem Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

wird gewählt:

$$k_{\mu r}(\alpha) = \left(k_{\mu r 1} - \frac{1}{2}\right) \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} + \frac{1}{2}.$$
 (5.10)

Es wird postuliert, daß die Mikrorißbildung beim Erhärtungsgrad α_0 bei $\sigma_{ct} = f_{ct}/2$ einsetzt. Für den Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) wird der Wert 0.738 für $k_{\mu r1}$ ermittelt, s. Abb. 5.2.

Desweiteren ist der hydratationsabhängige Verlauf der Zugbruchdehnung in Abb. 5.2 dargestellt. Eine lineare Approximation der Meßwerte (gestrichelt) sowie der Ansatz nach LAUBE [66] ($\varepsilon_{cu} = (0.35 + \alpha) \cdot 10^{-4}$, gepunktet) sind im Diagramm gegenübergestellt. Zu niedrigen Hydratationsgraden hin unterschätzt der Ansatz nach LAUBE [66] die Zugbruchdehnung. Auch GUTSCH [34] stellt dies bei seinen Kerbzugversuchen fest. Eine detailliertere Diskussion des Verlaufs von ε_{cu} findet im Abschnitt 5.5 statt.

Durch Umsetzung der Beziehung $\sigma_{\mu r} = f_{ct}k_{\mu r} = E_{ct}\epsilon_{\mu r}$ und unter Berücksichtigung eines parabolischen Verlaufs für die Hydratationsgradabhängigkeit des Zugelastizitätsmoduls nach ROSTÁSY ET AL. [97] (s. hierzu Abschnitt 5.4) ergibt sich:



Abbildung 5.3: Exemplarisch errechnete Spannung-Dehnungslinien f
ür den Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

$$\varepsilon_{\mu r}(\alpha) = \frac{k_{\mu r}(\alpha) f_{ct}(\alpha)}{E_{ct}(\alpha)} \\ = \frac{(k_{\mu r1} - \frac{1}{2}) f_{ct1}}{E_{ct1}} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{f_{ct1}}{2E_{ct1}} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(5.11)

Von einem linearen Ansatz für $\varepsilon_{cu}(\alpha)$ ausgehend, entsteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem zweiten Abschnitt der ZSDL und dem Hydratationsgrad. An dieser Stelle wird darauf verzichtet, die sich ergebende analytische Beziehung auszuschreiben, da sich der Ausdruck nicht weiter vereinfachen läßt. Abb. 5.3 zeigt das Ergebnis von berechneten ZSDL für unterschiedliche Hydratationsgrade.

5.2.2 Abfallender Ast

Nach Überschreitung der Zugbruchdehnung fällt die Spannung ab. DUDA [24] entwickelt ein Modell, das aus zwei Reibelementen besteht, s. Abschnitt 2. Dort wird bereits erwähnt, daß der Ansatz nach DUDA den Verlauf des abfallenden Asts, trotz fehlender physikalischer Begründung, gut wiedergibt. Allerdings stellt die nicht horizontale Tangente bei $\sigma_{ct} = f_{ct}$ eine Unstetigkeit dar, welche die Versuchsergebnisse nicht wiedergeben. Aus diesem Grund schlägt GUTSCH [34] einen Ansatz vor, dessen Ableitung nach ε bei ε_{cu} verschwindet: -127 -

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = \sigma_{a,0} \cdot \exp\left(-\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_a}\right]^2\right) + \sigma_{b,0} \cdot \exp\left(-\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}\right]^{1.01}\right).$$
(5.12)

Die Konstanten ε_a , ε_b , $\sigma_{a,0}$ und $\sigma_{b,0}$ werden ermittelt nach

$$\varepsilon_a = \frac{3}{k + \sqrt{\pi}} \cdot \frac{G_F}{f_{ct} \cdot l_{pr}}, \tag{5.13}$$

$$\varepsilon_b = \frac{3 \cdot k}{k + \sqrt{\pi}} \cdot \frac{G_F}{f_{ct} \cdot l_{pr}}, \qquad (5.14)$$

$$\sigma_{a,0} = \frac{2}{3} \cdot f_{ct}, \qquad (5.15)$$

$$\sigma_{b,0} = \frac{f_{ct}}{3}, \tag{5.16}$$

mit k = 9. l_{pr} stellt die Ausdehnung der RPZ dar, die bislang als eine Konstante gleich 30 mm angenommen wurde (bei einem Zuschlaggrößtkorndurchmesser von 16 mm).

Bei der Berechnung werden die Zuschlagkörner als Kugeln idealisiert. Die Kornverzahnung wird durch einen Reibterm berücksichtigt. Diese Annahme ist bei Sand gerechtfertigt. Bei Kies mit $\emptyset > 2$ mm kann i.d.R. nicht mehr von Kugeln ausgegangen werden. JAHN [54] kann nachweisen, daß eine Idealisierung des Zuschlags in Form von Kugeln nicht scharf genug ist, um den Bruchvorgang beschreiben zu können. Daher idealisiert er die Kornformen derart, daß das Zuschlaggemisch beschrieben wird durch (siehe Abb. 5.4)

• runde Körner mit den Halbachsen

$$a_K = b_K = c_K = R_{K,max} (5.17)$$

plattige Körner mit den Halbachsen

$$a_K = b_K = R_{K,max}; c_K = \frac{R_{K,max}}{2}$$
 (5.18)

längliche Körner mit den Halbachsen

$$a_K = R_{K,max}; b_K = c_K = \frac{R_{K,max}}{2}$$
 (5.19)

Nimmt man an, daß das Zuschlaggemisch alle drei Kornformen zu gleichen Teilen enthält, so ergibt sich hieraus ein mittlerer Korndurchmesser von

$$R_{K,M} = {}^{3}\sqrt{\frac{7}{12}} \cdot R_{K,max}.$$
 (5.20)

Das in dieser Arbeit verwendete Zuschlaggemisch wird auf dessen Kornform statistisch untersucht [69]. Pro Körnung werden 100 Proben à 100 g zusammengestellt. Aus jeder



Abbildung 5.4: Idealisierte Kornformen nach JAHN [54].

Gesamtheit werden 15 Körner zufällig ausgesucht und deren größten und kleinsten Ausdehnung vermessen. Die dritte Achse dient der Klassifizierung des Korns in rund, plattig oder längs. Es wird festgestellt, daß eine gleichwertige Verteilung der drei Kornformen nach JAHN [54] dem wirklichen Sachverhalt nicht gerecht wird: Ideal runde Körner kommen kaum vor (hier ca. 2%). Das Zuschlaggemisch beinhaltet somit zwei Kornformen. Die Zuschlagkörner werden als Rotationsellipsoide idealisiert. Es existiert keine geschlossene Lösung zur Bestimmung der Oberfläche von Rotationsellipsoiden. Die Oberfläche wird daher durch numerische Integration über die Halbachsen berechnet. Hieraus ergibt sich ein äquivalenter Kugeldurchmesser. Eine effektive Sieblinie wird ermittelt. Abb. 5.5 stellt die effektive Sieblinie der reellen Sieblinie gegenüber.

Der Einfluß der Kornform auf den abfallenden Ast der Spannung-Dehnungslinie wird in [25] bestätigt. Aufgrund der Tatsache, daß zwei Kornformen im verwendeten Zuschlaggemisch koexistieren, wird in dieser Arbeit der Verzahnungsast im Nachbruchbereich durch zwei Reibelementen abgebildet. Sie werden durch eine abgewandelte Poisson-Verteilung beschrieben. Der primäre Ast nach DUDA [24] bleibt erhalten. Folgender Ansatz wird vorgeschlagen:

$$\sigma_{ct}(w) = \sigma_a \cdot e^{-(w/w_a)^2} + \sigma_b \cdot e^{-(w/w_b)^{1.01}} + \sigma_c \cdot e^{-(w/w_c)^{1.01}}.$$
(5.21)

Durch Integration der Spannung über die Rißöffnung erhält man die Bruchenergie. Der Einfluß des Exponenten 1.01 auf das Ergebnis der Integration ist vernachlässigbar. Für



Abbildung 5.5: Gegenüberstellung von effektiver Sieblinie unter Berücksichtigung der Kornform und gemessene Sieblinie.

die Bruchenergie ergibt sich

$$G_F = \sigma_a w_a \sqrt{\pi}/2 + \sigma_b w_b + \sigma_c w_c. \tag{5.22}$$

Abb. 5.6 zeigt Ergebnisse von nicht-linearen Regressionen des abfallenden Asts der ZSDL für drei exemplarische Kerbzugkörper. Die Qualität der Anpassung ist sehr gut. Einzelne Kurven lassen sich jedoch nicht besonders gut anpassen. Es handelt sich insbesondere um Meßkurven, die durch Regelungspeaks gestört sind.

5.3 Modell der Zugfestigkeit

Bereits LAUBE [66] formuliert ein lineares Werkstoffgesetz für die hydratationsgradabhängige Entwicklung der zentrischen Zugfestigkeit. ROSTÁSY ET AL. [97] modifizieren diesen Ansatz wie folgt:

$$f_{ct}(\alpha) = f_{ct1} \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}.$$
 (5.23)

Dieser Ansatz gilt für jede beliebige Betonzusammensetzung. Die Auswertung der in Abb. 4.8 dargestellten Versuchsergebnisse mit diesem Ansatz liefert die in Tab. 5.1 zusammengefaßten Werte. Die Versuchsergebnisse zeigen sehr unterschiedliche Werte für α_0 . Der Hydratationsgrad wurde auf der Basis von adiabatischen Versuchsergebnissen modelliert. Hierin erscheint die Variation von α_0 in der Zementmenge begründet. Je



Abbildung 5.6: Exemplarische Anpassungen des abfallenden Asts.

kleiner das Größtkorn, umso zementreicher wird die Mischung. Dieser einfache linearer Ansatz dient in diesem Fall der Ermittlung von α_0 für die einzelnen Mischungen. Die so erhaltenen Werte für den Initialwert der Erhärtung finden Eingang in die folgenden Modellierungen. In [40] wird über Ultraschalluntersuchungen berichtet, bei denen der Verlauf des dynamisch ermittelten Zug-E-Moduls der Erfassung des Übergangs flüssigfest (bezeichnet durch α_{0i}) dient. Die dort ermittelten Werte für das Ende der sogenannten "Dormant Phase" liegen deutlich unter den im Rahmen dieser Arbeit festgestellten Werte für α_0 . Es ist zu vermuten, daß die Zugfestigkeit allmählich anwächst, und deshalb die ermittelten Werte von α_0 nicht mit α_{0i} korrelieren.

 Tabelle 5.1: Lineare Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs der zentrischen Zugfestigkeit.

Beton		$f_{ct1} [\mathrm{N/mm^2}]$	α_0 [-]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	3.4493	0.189	0.914
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$8 \mathrm{mm}$	4.4070	0.067	0.803
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$4 \mathrm{mm}$	3.9607	0.260	0.870
M6: B75, CEM I 32,5R, $d_{max} =$	16 mm	4.8193	0.018	0.941

Abb. 5.7 zeigt den Einfluß der Probengröße auf die Entwicklung der zentrischen Zugfestigkeit in doppellogarithmischer Weise. Aufgetragen ist das Verhältnis $\sigma_{Nc}/C_0 f_{ct}$ über das Verhältnis W/W_0 entsprechend der Beziehung zum Maßstabseffekt aus Abschnitt 2. An dieser Stelle ist anzumerken, daß das Ligament $W - a_0$ für W eingesetzt wird. σ_{Nc} bedeutet hier die Netto-Spannung beim Bruch. W_0 und C_0 sind Anpassungskoeffizienten. W_{\pm} hat die Dimension einer Länge und ist als Sprödigkeitsmaß zu verstehen. Der Parameter C_0 hingegen ist dimensionslos. Mit ihm werden Geometrieeinflüsse berücksichtigt. Abb. 5.7 ist zu entnehmen, daß die Proben sich zwischen den beiden Asymptoten befinden, die durch das Festigkeitskriterium (konstanter Wert=1) bzw. das Kriterium der LEBM (Gerade mit Steigung -1/2) beschrieben werden.

Ein wichtiger Ausgangspunkt der Modellierung nach BAŽANT [5] bildet die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} . Sie wird in dieser Arbeit an gesondert hergestellten Körpern ermittelt. Aus einer nichtlinearen Regression der Versuchswerte mittels Gl. (5.24) wird das Produkt $C_0 \cdot f_{ct}$ ermittelt. Aus diesem Grund wird die Größe f_{ct} als die an Zugzylindern gemessene Zugfestigkeit definiert. Das Ergebnis einer statistischen Beurteilung der gemessenen Werte für f_{ct} ist in Abb. 5.8 dargestellt. Dort sind die Dichtefunktionen der gemessenen zentrischen Zugfestigkeit für 2d, 7d und 28d aufgetragen. Die hiermit erhaltenen Werte für f_{ct} finden direkten Eingang in die Anpassung der Koeffizienten C_0 und W_0 nach folgender Beziehung nach BAŽANT [5]:

$$\sigma_{Nc} = \frac{C_0 f_{ct}}{\sqrt{1 + \frac{W}{W_0}}}.$$
 (5.24)

Tab. 5.2 faßt die Ergebnisse der Regression zusammen. Die an dieser Stelle ermittelten Werte für W_0 bilden die Grundlage für die weiteren Modellierung der Probengrößenabhängigkeit bruchmechanischer Kenngrößen. Die Meßwerte nach 7d zeigen eine hohe Streuung, die sich auf den Korrelationskoeffizient auswirken, der dort lediglich ca. 0.48 beträgt. Bei 2d bzw. 28d beträgt letzterer hingegen 0.81 bzw. 0.86. Diese Werte für den Korrelationskoeffizient deuten trotz starke Streuung der Meßwerte auf eine gute Modellierung der Zugfestigkeit mit dem Maßstabseffekt.

5.4 Modell des Zugelastizitätsmoduls

Der Einfluß der Hydratation auf den Zugelastizitätsmodul wird nach dem Ansatz von ROSTÁSY ET AL. [97] modelliert. Dieser lautet:

$$E_{ct}(\alpha) = E_{ct1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (5.25)



Abbildung 5.7: Einfluß der Ligamenthöhe auf die Zugfestigkeit f_{ct} von Kerbzugkörpern (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).



Abbildung 5.8: Statistische Untersuchung zur Bestimmung der probengrößenunabhängigen Zugfestigkeit f_{ct} (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

Probenalter	$C_0 \cdot f_{\mathrm{ct}} \mathrm{[N/mm^2]}$	$f_{\rm ct}~[{\rm N/mm^2}]$	C_0 [-]	$W_0 [\rm{mm}]$
2d	1.9418	1.3445	1.4442	150.2314
7d	2.2991	1.9285	1.1922	168.4346
28d	3.6659	2.4550	1.4932	111.8628

Tabelle 5.3 gibt Regressionsergebnisse der untersuchten Betonen wieder. Die steile Tangente bei α_0 ist mikrophysikalisch nicht begründbar. Dynamische Messungen des Zug-E-Moduls mittels Ultraschall [40] zeigen ein früheres Ansteifen. Obiger Ansatz muß künftig dahingehend modifiziert werden. Diese Modifikation ist jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit, Ansätze finden sich in [34].

 Tabelle 5.3: Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs des Zugelastizitätsmoduls.

Beton		$E_{ct1} [kN/mm^2]$	α_0 [-]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	36.820	0.189	0.489
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	8 mm	39.554	0.067	0.911
M4: B35, CEM I 32.5R, d _{max} =	4 mm	37.694	0.260	0.401
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	51.227	0.018	0.533

5.5 Modell der Zugbruchdehnung

Im Abschnitt 5.2.1 wird bereits auf eine hydratationsgradabhängige Formulierung für die Zugbruchdehnung eingegangen. Ein linearer Ansatz erscheint zur Beschreibung der Entwicklung von ε_{cu} zutreffend. Da die Zugbruchdehnung von vielen Parametern abhängt wie die Betonzusammensetzung, der gewählte Größtkorndurchmesser usw. [34], ist eine individuelle lineare Formulierung für die erhärtungsbedingte Entwicklung von ε_{cu} notwendig. Die Koeffizienten in Gl. (5.26) werden für die untersuchten Betone in Tab. 5.4 zusammengefaßt:

$$\varepsilon_{cu} = \omega_{\varepsilon cu} \cdot \alpha + \beta_{\varepsilon cu}. \tag{5.26}$$

Die hohen Korrelationskoeffizienten deuten auf eine gute Anpassung. Es ist davon aus-

zugehen, daß die Anpassung von besserer Qualität sein könnte, wenn die Wege mit einer höheren Auflösung aufgenommen werden.

Beton		$\omega_{\varepsilon cu} \cdot 10^3$ [-]	$\beta_{\epsilon c u} \cdot 10^3$ [-]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	1.0753	-0.1586	0.895
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	8 mm	1.9246	-0.3337	0.778
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	4 mm	2.7160	-0.1097	0.822
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	2.0643	-0.3760	0.714

Tabelle 5.4: Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs der Zugbruchdehnung.

Das Auflösen der hydratationsabhängige Formulierung der zentrischen Zugfestigkeit nach α und entsprechendes Einsetzen des Ergebnisses in Gl. (5.26) führt zu einem linearen Zusammenhang zwischen f_{ct} und der zentrischen Zugbruchdehnung:

$$\varepsilon_{cu} = \frac{\omega_{\varepsilon cu}}{f_{ct1}} f_{ct} + \alpha_0 \omega_{\varepsilon cu} + \beta_{\varepsilon cu}.$$
(5.27)

Abb. 5.9 und 5.10 stellen diesen Zusammenhang dar. Aus Abb. 5.10 wird deutlich, daß die Steigung der Gerade mit zunehmender Probengröße anwächst. Dies ist auf den Abfall von f_{ct} — ausgedrückt durch f_{ct1} im Nenner — zu großen Proben hin zurückzuführen.

5.6 Modellierung der Biegezugfestigkeit

Zur Modellierung des hydratationsabhängigen Verlaufs der Biegezugfestigkeit wird auf den Ansatz von DE SCHUTTER & TAERWE [19] zurückgegriffen. Die Biegezug-, zentrische Zug- und Spaltzugfestigkeit werden dort mit einem Ansatz beschrieben. Ausgangspunkt dieser gemeinsamen Formulierung wird durch die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Formen der Zugfestigkeit begründet. Es wird unterstellt, daß der rechnerische Zusammenhang über das gesamte betrachtete Hydratationsgradintervall konstant bleibt. Analog zum Ansatz nach ROSTÁSY ET AL. [97] zur Beschreibung der mechanischen Kurzzeiteigenschaften über den Hydratationsgrad formulieren DE SCHUTTER & TAERWE [19] den Verlauf von f_{ct} und $f_{ct,ft}$ für Erhärtungsgrade zwischen α_0 und 1 exponentiell.

Bezogen auf den Ansatz zur Beschreibung des erhärtungsbedingten Verlaufs von f_{ct} durch eine Gerade ergibt sich $f_{ct,fl}$ einer Modellierung in Form einer Geradengleichung:

$$f_{ct,fl}(\alpha) = f_{ct,fl1} \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}.$$
(5.28)



Abbildung 5.9: Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der Zugfestigkeit und vom Größtkorndurchmesser (Probengröße KG 3: $360 \times 160 \times 80 \text{ mm}^3$).



Abbildung 5.10: Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der Zugfestigkeit und von der Probengröße (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

Die Auswertung der erzielten Meßergebnisse mit diesem Ansatz ergibt die in Tab. 5.5 dargestellten Anpassungswerte. Die Korrelationskoeffizienten deuten auf eine gute Beschreibung des Einflusses des Erhärtungsfortschritts auf $f_{ct,fl}$.

Beton		$f_{ct,fl1}$ [N/mm ²]	α_0 [-]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	5.3957	0.189	0.914
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	8 mm	7.6431	0.067	0.903
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$4 \mathrm{mm}$	4.1925	0.260	0.959
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	6.3938	0.018	0.837

 Tabelle 5.5: Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs der Biegezugfestigkeit.

Analog zur zentrischen Zugfestigkeit wird der Einfluß der Probengröße auf die erzielten Meßergebnisse mit dem Ansatz nach Gl. (5.24) ausgewertet. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abb. 5.11 doppellogarithmisch zusammengefaßt. Die Biegezugfestigkeit wird durch eine statistische Beurteilung von über 40 Messungen ermittelt (s. Abb. 5.12).

Das Ergebnis der nicht-linearen Regressionen zur Ermittlung der Regressionsparameter C_0 und W_0 in Gl. (5.24) ist in Tab. 5.6 dargestellt.



Abbildung 5.11: Einfluß der Ligamenthöhe auf die gemessene Biegezugfestigkeit (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).



Abbildung 5.12: Statistische Untersuchung zur Bestimmung der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ von ungekerbten Balken im Vier-Punkt-Biegeversuch (Probenabmessungen: $700 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$; Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16 \text{ mm}$).

5.7 Modellierung der Bruchzähigkeit

Wie bereits im Abschnitt 2 dargestellt, ist K_{Ic} proportional zur Zug- bzw. Biegezugfestigkeit. Die Versuchsergebnisse bestätigen diese Aussage. Eine hydratationsgradabhängige Modellierung der Bruchzähigkeit nach JENQ & SHAH [55] durch eine Gerade liegt nah. Vorgeschlagen wird

$$K_{Ic}(\alpha) = K_{Ic1} \frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}.$$
(5.29)

Die Güte der Anpassung ist in Tab. 5.7 dargestellt. Die Formulierung nach Gl. (5.29) beschreibt die Entwicklung von $K_{Ic}(\alpha)$ treffend.

 Tabelle 5.6: Nichtlineare Regressionsergebnisse des probengrößenabhängigen Verlaufs der Biegezugfestigkeit nach Gl. (5.24).

Probenalter	$C_0 \cdot f_{ct,fl} [\mathrm{N/mm^2}]$	$f_{ct,fl} [\mathrm{N/mm^2}]$	C ₀ [-]	$W_0 [\mathrm{mm}]$
2d	19.8714	1.9297	10.2976	0.7506
7d	23.2100	3.1413	7.5159	0.9157
28d	9.4853	4.1731	2.2730	19.4859

Beton		α_0 [-]	K_{Ic1} [kN/mm ^{3/2}]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	0.189	1.4665	0.842
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	8 mm	0.067	2.1228	0.902
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	4 mm	0.260	1.2751	0.913
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	0.018	1.6911	0.808

 Tabelle 5.7: Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs der Bruchzähigkeit nach JENQ & SHAH [55].

Die Biegezugfestigkeit hängt von der Probengröße ab. Eine Modellierung des Probengrößeneinflusses auf K_{Ic} wird in ähnlicher Weise angenommen. Bei geometrisch ähnlichen Probekörper gilt $a_0/W = \text{const.}$ Mit Einführung des Proportionalitätsfaktor ω_g wird daher geschrieben:

$$a_0 = \omega_g \cdot W. \tag{5.30}$$

Mit

$$K_{Ic} = \sigma_{Nc} \sqrt{\pi a_0} Y (\text{Konfiguration}), \tag{5.31}$$

und unter Verwendung der Gln. (5.24) und (5.30) wird folgende Formulierung für K_{Ic} aufgestellt:

$$K_{Ic} = \sqrt{\frac{\omega_1 W}{1 + \frac{W}{W_0}}}.$$
(5.32)

Die Konstante ω_1 ergibt sich zu

$$\omega_1 = \pi C_0^2 f_{ct,fl}^2 \omega_g Y^2 (\text{Konfiguration}).$$
(5.33)

Tab. 5.8 stellt die Rechenergebnisse für ω_1 nach 2d, 7d und 28d dar.

Für sehr große Werte für W kann die LEBM angenommen werden, dann gilt

$$K_{Ic} = \sqrt{\omega_1 \cdot W_0} = \sqrt{E_{ct} \cdot G_F}.$$
(5.34)

5.8 Modell der Bruchenergie

In Anlehnung an ROSTÁSY ET AL. [97] entwickeln DE SCHUTTER & TAERWE [20] und GUTSCH [34] folgende Formulierung für die erhärtungsbedingte Entwicklung der

 Tabelle 5.8: Nichtlineare Regressionsergebuisse des probengrößenabhängigen Verlaufs der Bruchzähigkeit nach Gl. (5.32).

Probenalter	$\omega_1 [\mathrm{kN^2/mm^4}]$	$W_0 [{\rm mm}]$
2d	0.9623	0.7506
7d	0.8999	0.9157
28d	0.0687	19.4859

Bruchenergie:

$$G_F(\alpha) = G_{F1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}\right)^{\alpha_{GF}}.$$
(5.35)

GUTSCH [34] gibt für seinen PZ-Beton (identisch mit dem Beton M1) bei zentrischer Zugbeanspruchung einen Wert für G_{F1} von 144.47 N/m und von 0.9205 für a_{GF} an. In [20] schwankt der Exponent zwischen 0.46 und 1.10 je nach verwendetem Zement. An dieser Stelle ist zu bemängeln, daß in [20] keine Versuchsergebnisse für $\alpha < 0.6$ vorliegen, so daß eine Extrapolation u.U. sehr fehlerbehaftet sein kann.

Führt man eine Regression der Meßergebnisse mit o.g. Ansatz durch, so ergeben sich die in Tab. 5.9 dargestellten Koeffizienten. Auffällig ist auch hier das Ergebnis des Betons M3. Dort übersteigt der Wert für G_{F1} den die Größenordnung des Betons M1 um einem Faktor von ca. 1.8.

Tabelle 5.9: Regressionsergebnisse des hydratationsabhängigen Verlaufs der Bruchenergie.

Beton		$G_{\rm F1} [{ m N/m}]$	a_{GF} [-]	R [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	232.486	0.936	0.817
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	8 mm	386.010	1.498	0.805
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$4 \mathrm{mm}$	184.431	1.265	0.656
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	626.668	1.794	0.603

Eine Überprüfung der Unabhängigkeit beider Größen G_{F1} und a_{GF} – u.a. für die übrigen Versuchsserien — ist in Abb. 5.13 dargestellt. Dort ist a_{GF} über G_{F1} aufgetragen. Auffällig ist, daß die Meßpunkte keine Punktwolke bilden. Der Vorschlag eines Ansatzes der Form

$$a_{GF} = a_{GF}^{\infty} \cdot \left(\frac{G_F(\alpha = 1) - G_{F0}}{G_0^{\infty} - G_{F0}}\right)^{\gamma}$$
(5.36)

ist gestrichelt aufgetragen. Die Übereinstimmung ist für $a_{GF}^{\infty} = 2$, $G_{F0} = 189.561$ N/m,



Abbildung 5.13: Einfluß der Bruchenergie bei vollständiger Hydratation auf den hydratationsabhängigen Verlauf von G_F .

 $G_0^{\infty} = 788.939$ N/m und $\gamma = 0.286$ sehr gut. Solch ein Zusammenhang deutet darauf hin, daß ein Beton mit der Neigung zu hoher Festigkeit schon bei frühem Erhärtungszustand sehr spröde ist. Dies wird durch den hydratationsabhängigen Verlauf der maximalen RPZ-Breite $l_{pr,max}$ bestätigt.

Unter Berücksichtigung von Gln. (5.23) und (5.35) kann eine Beziehung zwischen der Bruchenergie und der zentrischen Zugfestigkeit aufgestellt werden. Durch Umformen beider Gleichungen gilt:

$$G_F = G_{F1} \left(\frac{f_{ct}}{f_{ct1}}\right)^{a_{GF}}.$$
(5.37)

Das Ergebnis von Gl. (5.37) ist in Abb. 5.14 abgebildet. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung des rechnerisch ermittelten Verlaufs mit den gemessenen Werten. Die Ergebnisse zum Beton M3 fallen aus dem Rahmen. Der gemäß Gl. (5.35) bestimmte Koeffizient a_{GF} unterschätzt das Verhalten.

Die Darstellung der Versuchsergebnisse zur Bruchenergie zeigt, s. Abschnitt 5, daß G_F bei zentrischem Zug geometrieunabhängig ist. Bei den Biegebalken hingegeben übt die Probengröße einen nennenswerten Einfluß auf die Bruchenergie aus. Die Verteilung der Energiedissipation ist über die Ligamenthöhe nicht homogen verteilt. Eine Ursache hierfür könnte u.U. die Spannungsumlagerung bei zunehmendem Rißfortschritt sein.

Zur Berücksichtigung der Probengeometrie wird folgender Ansatz für die Bruchenergie



Abbildung 5.14: Einfluß der zentrischen Zugfestigkeit auf die Bruchenergie von Kerbzugkörpern (Probengröße KG 3: 360 × 160 × 80 mm³).

vorgeschlagen:

$$G_F(W) = m_{GF,1} \cdot \left(\frac{W}{W_0}\right)^{-m_{GF,2}}.$$
 (5.38)

Nicht-lineare Regressionen mit obigem Ansatz ergeben die in Abb. 5.15 dargestellten Anpassungskoeffizienten. Tab. 5.10 stellt die Ergebnisse zusammen. Die Korrelationskoeffizienten der Anpassung reichen von 58.40% bis 90.33%.

Tabelle 5.10: Anpassung der gemessenen Werte der Bruchenergie von Biegebalken nach Gl. (5.38).

Probenalter	W ₀ [-]	$m_{GF,1}$ [N/m]	$m_{GF,2}$ [-]
2d	0.7506	$2.010 \cdot 10^3$	0.7460
7d	0.9157	$1.382\cdot 10^3$	0.6353
28d	19.4859	$2.337\cdot 10^2$	0.3205



Abbildung 5.15: Einfluß der Ligamenthöhe auf die Bruchenergie von gekerbten Biegebalken (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

5.9 Modellierung der charakteristische Länge

Im Abschnitt 5 wird die charakteristische Länge definiert durch das Verhältnis des Produkts von Bruchenergie und Zugelastizitätsmoduls und des Quadrats der Zugfestigkeit. In den vorangegangenen Unterpunkten wird jeweils ein hydratationsabhängiger Ansatz für G_F , E_{ct} und f_{ct} vorgeschlagen. Ein Zusammenführen dieser Ansätze führt zu folgender Formulierung für die charakteristische Länge:

$$l_{ch}(\alpha) = l_{ch1} \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0}\right)^{a_G F - \frac{3}{2}},$$
(5.39)

$$l_{ch1} = \frac{G_{F1}E_{ct1}}{f_{ct1}^2}.$$
 (5.40)

Die Ergebnisse von Regressionen sind in Tab. 5.11 dargestellt. Obiger Ansatz liefert für die Betonen M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm), M3 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 8$ mm) und M4 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 4$ mm) gute Ergebnisse. Lediglich die charakteristische Länge des Betons M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm) wird nicht zutreffend beschrieben. Abb. 5.16 stellt die Diskrepanz zwischen den Meßwerten und die nach Gl. (5.39) mit den in den vorangegangenen Abschnitten bestimmten Werte für G_{F1} , E_{ct1} , f_{ct1} und a_{GF} berechnete Kurve (durchgezogene Linie) dar. Desweiteren ist das Ergebnis der nicht-linearen Regression der Gl. (5.39) eingezeichnet (gestrichelte Linie). Die Regression ergibt einen Wert für l_{ch1} von 854.582 mm und 0.805 für a_{GF} .

Tabelle 5.11: Kennwerte des hydratationsabhängigen Verlaufs der charakteristischen Länge.

Beton		l_{ch1} [mm]	a_{GF} [-]
M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	719.479	0.936
M3: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$8 \mathrm{mm}$	786.145	1.498
M4: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	$4 \mathrm{mm}$	443.162	1.265
M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} =$	16 mm	1382.192	1.794



Abbildung 5.16: Diskrepanz zwischen Rechnung und Messung der charakteristischen Länge des Betons M6 (B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm).

5.10 Räumliche Ausdehnung der RiBprozeßzone

Zunächst erfolgt eine Betrachtung des Verlaufs der RPZ-Breite mit zunehmendem Rißfortschritt bzw. mit zunehmendem CMOD. Die experimentellen Ergebnisse zeigen, daß l_{pr} erst ansteigt, um dann allmählich auf einen Wert zwischen $0.5 \cdot l_{pr,max}$ und $0.95 \cdot l_{pr,max}$ zu fallen. Der Abfall ist von der Betongüte und von der Probengröße geprägt. Es sit anzunehmen, daß l_{pr} (CMOD= 0) = 0, da die RPZ sich im angerissenen Zustand erst stetig ausbildet. Daher wird l_{pr} (CMOD) nicht mit einer vertikalen Tangente bei CMOD= 0 mm ansteigen. Bei großen CMOD-Werten konvergiert l_{pr} gegen einen Wert, der nahezu Null ist. Dies kann damit begründet werden, daß der tragfähige Querschnitt, der die Weiterbildung der RPZ erlaubt, bei durchgerissenem Ligament verschwindet [50]. Eine Kombination aus einer exponentiellen Funktion und einer Hyperbel erfüllt diese Bedingungen. Die Breite der RPZ wird beschrieben durch:

$$l_{pr} = a \cdot \frac{l_{pr,max}}{\text{CMOD}_{pr,max}} \cdot \frac{\text{CMOD}^{b}}{\text{CMOD}_{pr,max} + \left(\frac{\text{CMOD}}{\text{CMOD}_{pr,max}}\right)^{c} - d \cdot \text{CMOD}}, \quad (5.41)$$

wobei die Parameter a, b, c und d durch nicht-lineare Regression ermittelt werden. In diesen gehen die Versuchsparameter Hydratationsgrad, Betonfestigkeit und Probengröße ein. (CMOD_{pr,max}; $l_{pr,max}$) sind die Koordinaten des Maximums von l_{pr} vs. CMOD.

Exemplarisch zeigen die Abb. 5.17 und 5.18 die Anpassung von l_{pr} über das CMOD mittels obiger Gleichung. In Abb. 5.17 handelt es sich um Meßreihen, bei denen das Zuschlaggrößtkorn bzw. die Festigkeit variiert wird. Abb. 5.18 stellt Meßwerte und deren Kurvenanpassung von Proben unterschiedlicher Größe im Alter von 7d dar. Gl. (5.41) beschreibt das Verhalten zutreffend.

Die maximale RPZ-Breite $l_{pr,max}$ geht in die Modellierung ein. Die Breite $l_{pr,max}$ entspricht den Abmessungen einer repräsentativen Volumeneinheit in Hauptspannungsrichtung. Aufbauend auf die Gesetzmäßigkeiten des Maßstabseffekts wird folgende Modellierung für die Probengrößenabhängigkeit von $l_{pr,max}$ vorgeschlagen:

$$l_{pr,max}(W) = a_{pr} \cdot \left(\frac{W}{W_0}\right)^{b_{pr}}.$$
(5.42)



Abbildung 5.17: Modellierung der RPZ-Breite in Abhängigkeit vom CMOD für Proben der Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60 \text{ mm}^3$.

150 Breite der RPZ l_{pr} [mm] P2707D 1, BG 1: 260 x 60 x 60 m P2807D_1, BG 1: 260 x P2307D_1, BG 2: 380 x 60 x 60 80 x 60 mm P2407D_1, BG 2: 380 x 80 120 P1107D_1, BG 3: 560 x 120 x 60 mm -0 P1202D 1 BG 3: 560 # 120 P1407D_2, BG 3: 560 x 120 x 60 mm 70 P3107D 1, BG 4: 840 x 180 x 60 mm P3207D_1, BG 4: 840 x 180 x 60 mm3 Modell 90 60 30 0.1 0.2 0.3 0.4 ō.5 0 Rißöffnungsverschiebung CMOD [mm]

Abbildung 5.18: Einfluß der Ligamenthöhe auf die Modellierung der RPZ-Breite über das CMOD (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

Ergebnisse von nicht-linearen Anpassungen sind in den Abb. 5.19 und 5.20 dargestellt. Tab. 5.12 und 5.13 fassen die Rechenwerte zusammen. Es zeigt sich, daß die Modellierung der RPZ die Meßwerte gut wiedergibt und somit in die numerische Verifizierung der Ergebnisse implementiert werden kann. Mit Hilfe dieser Modellierung besteht letztlich die Möglichkeit, die Breite der RPZ für sehr große Bauteile zu prognostizieren und deren Einfluß auf die Spannungsverteilung normal zur Beanspruchung zu ermitteln. Die Verifizierung erfolgt im nächsten Abschnitt mit einem Lamellenmodell.

Probenalter	W ₀ [-]	$a_{pr,kz}$ [mm]	$b_{pr,kz}$ [-]
2d	150.2314	41.3565	1.0704
7d	168.4346	44.9706	0.7817
28d	111.8628	34.2482	0.6897

 Tabelle 5.12: Nichtlineare Regressionsergebnisse des probengrößenabhängigen Verlaufs der maximalen Breite der RPZ von Kerbzugkörpern nach Gl. (5.42).

Probenalter	\overline{W}_0 [-]	$a_{\mathrm{pr,tpb}} \ [\mathrm{mm}]$	b _{pr,tpb} [-]
2d	0.7506	1.6905	0.8282
7d	0.9157	1.8950	0.8364
28d	19.4859	30.4937	0.7679

 Tabelle 5.13: Nichtlineare Regressionsergebnisse des probengrößenabhängigen Verlaufs der maximalen Breite der RPZ von gekerbten Biegebalken nach Gl. (5.42).



Abbildung 5.19: Einfluß der Ligamenthöhe auf die maximale Ausdehnung der RPZ von Kerbzugkörpern (logarithmische Darstellung, B35, $d_{max} = 16$ mm).



Abbildung 5.20: Einfluß der Ligamenthöhe auf die maximale Ausdehnung der RPZ von gekerbten Biegebalken (logarithmische Darstellung, B35, $d_{max} = 16$ mm).

5.11 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt konnte eine Formulierung für die Spannung-Dehnungslinie gefunden werden, die sowohl die allmähliche Mikrorißbildung als auch die Kornform des verwendeten Zuschlags berücksichtigt.

Desweiteren wurden existierende Modelle für die Abhängigkeit der mechanischen Kurzzeiteigenschaften und der Bruchenergie vom Hydratationsgrad z.T. modifiziert und an Versuchsergebnissen kalibriert. Aufbauend auf die Modellierung des Maßstabseffekts nach BAŽANT [5] konnten Formulierungen für die Probengrößenabhängigkeit o.g. Meßgrößen gefunden werden.

Die räumliche Ausdehnung der RPZ ließ sich in Abhängigkeit vom Rißfortschritt auf einfacher Weise modellieren. Der Einfluß der Probengröße auf $l_{pr,max}$ — die repräsentative Volumeneinheit — konnte unter Berücksichtigung der Sprödigkeitszahl $\beta_b = W/W_0$ formuliert werden.

Die abgeleiteten Modelle wurden an den erzielten Versuchsergebnissen kalibriert.

6 Numerische Verifizierung der Versuchsergebnisse

6.1 Einleitung

Zur Verifizierung der Modellansätze insbesondere hinsichtlich der räumlichen Ausdehnung der Zone hoher Energiedissipation werden im folgenden numerische Simulationen durchgeführt. Die Rechenergebnisse werden mit den an gekerbten Biegebalken im Dreipunktbiegeversuch erzielten Resultaten verglichen.

Zunächst erfolgt eine Sichtung einiger bisheriger Ansätze zur numerischen Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Beton. Die numerische Verifizierung der Versuche mit dem ermittelten Verlauf der Breite der RPZ in Abhängigkeit von der Rißöffnungsverschiebung CMOD erfolgt hier mit einem Lamellenmodell. Der Berechnungsalgorithmus des Simulationsverfahrens wird anschließend vorgestellt. Eine zusammenfassende Darstellung der angewandten Werkstoffmodelle erfolgt danach. Numerisch erzielte Ergebnisse folgen. Diese werden im Rahmen der durch die Inhomogenität des Werkstoffs Beton verursachten Streuung bewertet.

6.2 Überblick über bisherige Ansätze

In den letzten Jahren sind unterschiedlichste numerische Modelle mit dem Ziel der Simulation der Rißbildung und der Versagensmechanismen im Verbundbaustoff Beton entwickelt worden. WITTMANN [122] unterscheidet hierbei nach drei Abbildungsebenen des Betongefüges:

- Makro-Abbildungsebene: Der Beton wird als quasi-homogen betrachtet. Diese Betrachtung ist nur solange sinnvoll, wie die Abmessungen des zu untersuchenden Probekörpers gegenüber den Stoffinhomogenitäten groß sind — in diesem Fall gegenüber dem Größtkorndurchmesser. Inhomogenitäten werden im "Ein-Stoff-System" stochastisch verteilt eingegeben.
- Meso-Abbildungsebene: Bei dieser Betrachtungsweise unterscheidet man zwischen Zementsteinmatrix und Zuschlagstoffkörnern. Der Feinstkornanteil des Zuschlags wird in die Zementsteinmatrix einbezogen. Weiterhin kann die Verbundzone zwischen Zuschlagkorn und Zementstein als eigene Komponente betrachtet werden. Es entsteht ein "Drei-Stoff-System", dessen mechanischen und physikalischen Eigenschaften durch die Eigenschaften der einzelnen Stoffkomponenten beschrieben wird.

• Mikro-Abbildungsebene: Auf dieser Abbildungsebene wird die Mikrostruktur des erhärteten Zementsteins betrachtet. Die Hydratationsprodukte, die Gelporen und die Struktur der Verbundzone finden Eingang in die Stoffabbildung.

Bei der Annahme eines homogenen Körpers berücksichtigen die Materialmodelle zur Beschreibung des Verformungs- und Versagensverhaltens die Betonzusammensetzung weitgehend nicht. Die heute bekannten Abhängigkeiten zwischen Betongefüge und makroskopischen Baustoffeigenschaften sind empirisch ermittelt worden. Ein tieferes Verständnis der physikalischen Prozesse, die das Baustoffverhalten beeinflussen, gelingt weitgehend in der Ebene des Mesogefüges. Die Simulation von Versagensprozessen erfolgt durch die lastabhängige Änderung der inneren Bindungen. Modelle zur Beschreibung des Betonverhaltens im Makrogefüge sind in Abschnitt 2 bereits vorgestellt worden. An dieser Stelle wird auf strukturorientierte Betonmodelle eingegangen. Diese können in zwei Klassen eingeteilt werden: Stabwerksmodelle und Partikelmodelle.

Stabwerksmodelle zur Simulation des Bruchprozesses von Betonkörpern werden von mehreren Autoren verwendet. Hervorzuheben sind die Bochumer und die Delfter Arbeiten [93, 102, 105, 120]. Das Mesogefüge wird dort durch gelenkig oder biegesteif verbundene Stäbe nachgebildet, die beim Bruch versagen.

SCHORN [105] verwendet ein gleichmäßiges räumliches Stabwerk, bei dem die Stäbe in den Knoten gelenkig verbunden sind. Zur Berücksichtigung der Betonheterogenität wird ein Korngefüge generiert, in dem die Zuschlagkörner idealisiert dargestellt werden. Dieses Gefüge wird dann auf das Stabwerk projiziert. Das Verformungsverhalten der einzelnen Stabelemente richtet sich danach, ob sie vollständig in der Zementsteinmatrix bzw. im Zuschlagmaterial liegen oder von der Verbundzone zwischen Zementstein und Zuschlag beeinflußt werden. Das Verformungsverhalten des Zuschlags und somit der Stäbe, die vollständig im Zuschlagmaterial liegen, wird linear-elastisch angenommen. Für diese Stäbe ist keine Rißbildungsmöglichkeit vorgesehen. Für Elemente, die den Kräfteverlauf in der Zementsteinmatrix darstellen, wird ein Elementmodell zur Simulation des Entfestigungsverhaltens verwendet.

SCHLANGEN [102] hingegen verwendet ein numerisches Modell, in dem der Baustoff Beton durch ein Dreiecksnetz aus spröde brechender Balkenelementen dargestellt wird. Es werden sowohl Simulationen mit gleichlangen Balkenelementen als auch mit unregelmäßig und zufällig verteilten Elementlängen durchgeführt. Die Balkenelemente sind in den Knoten biegesteif verbunden. Rißbildung wird simuliert, indem in jedem Belastungsschritt jenes Element aus dem Gitter entfernt wird, das mit der höchsten, auf seine Zugfestigkeit bezogenen Zugspannung beansprucht wird. Die Spannungen in den einzelnen Elementen werden durch eine linear-elastische FEM-Analyse berechnet. Ähnlich wie beim Bochumer Modell wird das Betongefüge auf das Gitternetz projiziert. Den einzelnen Elementen werden die entsprechenden Festigkeiten und Steifigkeiten zugeordnet. Balkenelemente, die auf der Verbundzone zwischen Zementstein und Zuschlag liegen, bekommen eine niedrige Haftzugfestigkeit zugewiesen. Zur Kalibrierung der Eingabeparameter des Modells dienen einachsige Zugversuche an beidseitig gekerbten Proben. Anders als bei den Bochumer Arbeiten erfolgt hier ein Vergleich zwischen Simulation und Experiment. Die inneren Risse der Probekörper werden mittels Vakuumimprägnierung untersucht (Abschnitt 2). Die durch Simulation bestimmten Rißbilder werden mit den Experimenten verglichen. Abb. 6.1 zeigt das Ergebnis eines solchen Vergleichs am Beispiel eines Kerbzugkörpers $(150 \times 60 \times 50 \text{ mm}^3, \text{Kerbtiefen 5 mm})$ mit einem Größtkorndurchmesser von 8 mm.



Abbildung 6.1: Vergleich der simulierten und der experimentell ermittelten Last-Verschiebungskurve sowie errechnetes Rißbild nach SCHLANGEN [102].

Anstelle der Projektion des Betongefüges auf das FE-Netz beschreiten die Arbeiten an der EPF Lausanne den umgekehrten Weg [99]. Es ist hier die Rede vom "numerischen Beton". Gemeint ist eine Vorgehensweise, bei der ein FE-Netz als Betongefüge generiert wird. Die Korngrößenverteilung und die Geometrie des Zuschlags werden berücksichtigt. Es entsteht ein "Drei-Stoff-System" bei dem die Verbundzone zwischen Matrix und Zuschlagkorn als dritte Phase eingeführt wird.

Partikelmodelle stellen eine weitere Möglichkeit der Modellbildung dar. Es handelt sich um die direkte Nachbildung des Mesogefüges durch Einschlüsse in einer homogenen Matrix [126]. Die Zuschlagstoffkörner werden als Polygone in die Zementsteinmatrix eingebettet. In den Verbundzonen befinden sich geradlinige Anfangsrisse, die das Vorhandensein von Schwindrissen im realen Betongefüge darstellen [111]. Kriterien der linearelastischen Bruchmechanik dienen der Beschreibung der Rißausbreitung. Überschreitet der Spannungsintensitätsfaktor K (für die Bruchmodi I und II in zweidimensionaler Darstellung) den Wert der Bruchzähigkeit K_c , breitet sich der Riß aus. Die Anfangsrisse verlängern sich so bis zu den Kornecken. Danach breiten sie sich in die Zementsteinmatrix aus. Zwei Risse können sich u.U. zu einem Riß vereinen. Abb. 6.2 zeigt beispielhaft die Simulation des Bruchprozesses am einachsig, auf Druck beanspruchten Prisma. Bei Belastungsbeginn sind die Anfangsrisse zu erkennen, die sich fortlaufend in die Matrix hinein ausbreiten, um sich später zu vereinigen und schließlich die Probe zu trennen.



Abbildung 6.2: Simulation der Rißentwicklung unter ansteigender Druckbelastung mittels Partikelmodells nach SLOWIK [111].

Die oben genannten Rechenverfahren beruhen auf der FE-Methode. Verglichen mit der Lamellenmethode (finite Streifen) ist diese Methode sehr aufwendig. In [97] dient die Lamellenmethode der Bewertung von Maßnahmen zur Rißvermeidung bei massigen Bauteilen. HORDIJK [48] bedient sich der Lamellenmethode zur Verifizierung der Ergebnisse von Vier-Punkt-Biegeversuchen.

Da l_{pr} nicht experimentell erfaßt werden konnte, nimmt HORDIJK Werte für die räumliche Ausdehnung der RPZ an. Er stellt fest, daß l_{pr} das Rechenergebnis nachhaltig



Abbildung 6.3: Simulierte Kraft-Verschiebungslinien im Vier-Punkt-Biegeversuch mit angenommenen Werte der räumlichen Ausdehnung der RPZ nach HORDIJK [48].

beeinflußt. Das Ergebnis einer Parameterstudie ist in Abb. 6.3 dargestellt. Die Größe von l_{pr} beeinflußt vornehmlich die errechnete Bruchlast, weniger den ansteigenden Ast der Kraft-Verschiebungslinie beeinflußt wird. Desweiteren stellt HORDIJK [48] fest, daß die Annahme eines festen Werts für l_{pr} die Auswirkungen des Maßstabseffekts nicht berücksichtigt.

6.3 Simulationsverfahren zur Berechnung der Last-Verschiebungslinie im Drei-Punkt-Biegeversuch unter Berücksichtigung einer veränderlichen RPZ

6.3.1 Ziel und Übersicht

Die Biegebalken werden über deren Höhe in Form von parallelen, untereinander nicht gekoppelten Lamellen gleicher Dicke diskretisiert. Schubspannungen treten nicht auf, da die Berechnung des inneren Moments über die Spannungsverteilung in der Symmetrieachse erfolgt. Die einzelnen Lastschritte werden "weggesteuert" berechnet. Bei Vorgabe eines CMOD-Inkrements wird die Spannungsverteilung über das Ligament und das außen anliegende Moment bei ebenbleibenden Querschnitten ermittelt. Die Iteration wird dann beendet, wenn nach Ermittlung der Schwerpunkte in der Zug- und in der Druckzone die Summe der Normalkräfte verschwindet. Abb. 6.4 zeigt die Struktur der Berechnung.



Abbildung 6.4: Struktogramm des Berechnungsalgorithmus.

6.3.2 Ausgangsdaten — Preprozessor

Zur Nachrechnung eines Versuchs werden neben den geometrischen Abmessungen und Gewicht des Probekörpers die mechanischen Kurzzeiteigenschaften Zug-, Druckfestigkeit und Zugelastizitätsmodul gefordert. An dieser Stelle werden die Ergebnisse der Nebenkörperprüfungen eingesetzt. Desweiteren werden die Kalibrierkonstanten zur Beschreibung des Verformungsverhaltens in der RPZ sowie die Anzahl der Lamellen angegeben.

Die Anzahl der Lamellen liegt in der Größenordnung von einhundert. Sensitivitätsstudien haben gezeigt, daß eine Steigerung der Lamellenanzahl keine merkliche Verbesserung des Ergebnisses nach sich zieht. Es ist lediglich zu beachten, daß eine zu geringe Anzahl von Lamellen die Konvergenz der Berechnungen u.U. so beeinträchtigt, daß Unstetigkeiten entstehen. Rechnungen haben gezeigt, daß etwa 20 Lamellen mindestens erforderlich sind. Eine Erhöhung der Lamellenanzahl auf 800 führt zu verlängerten Rechenzeiten. Zudem ergibt eine solche Erhöhung keinen wesentlichen Gewinn bzgl. der Rechengenauigkeit. Die Spannungsverteilung über die Balkenhöhe bzw. der Verlauf der ermittelten Rißlänge über die Rißöffnungsverschiebung werden lediglich stetiger.



Abbildung 6.5: Ergebnis einer Sensitivitätsstudie zur Wahl der Lamellenanzahl.

Abb. 6.5 zeigt das Ergebnis einer Sensitivitätsstudie für einen Balken der Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³ aus einem Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm). Das Belastungsalter beträgt 28d. Hier wird die Lamellenanzahl zwischen 10 und 800 variiert. Die Wahl von 100 Lamellen stellt einen guten Kompromiß zwischen Rechenzeit und Stetigkeit der Rechenergebnisse dar.

Die Lamellen werden mit stochastischen Werkstoffeigenschaften ausgestattet. Die stochastische Verteilung der Werkstoffeigenschaften erfolgt über die Verteilung der an Nebenkörpern erzielten Zug- und Druckfestigkeiten sowie Zugelastizitätsmoduli (s. Abschnitt 2.18). Die Streuung der normalverteilten Werkstoffeigenschaften geht in die Simulation ein, in dem die mechanischen Kurzzeiteigenschaften der einzelnen Lamellen normal verteilt werden.

Für die Normalverteilung ist keine geschlossene Inverse Funktion bekannt. Zur Erzeugung von normalverteilten Ausgangswerten verwenden zuverlässigkeitstheoretisch orientierte Algorithmen aus diesem Grund i.d.R. die folgende Näherung (siehe hierzu SPAETHE [112]). Die Summe von 12 in [0,1) gleichverteilten generierten Pseudozufallszahlen X_i wird mit folgender Vorschrift zu einer normalen Verteilung f am Beispiel der zentrischen Zugfestigkeit f_{ct} gekoppelt:

$$f(f_{ct}) = \left(\sum_{i=1}^{12} X_i - 6\right) \sigma_{fct} + \bar{f}_{ct}.$$
 (6.1)

Hier bedeutet σ_{fet} die Standardabweichung der zentrischen Zugfestigkeit.



Abbildung 6.6: Ergebnis einer normalverteilten rechnerisch generierten Grundgesamtheit.

Das in Abb. 6.6 dargestellte Ergebnis von 10 generierten Folgen à 20000 Werten verdeutlicht die Eignung dieser Näherungsmethode. Die stetige, reproduzierbare Verteilungsfunktion und die dargestellte Normalverteilung bestätigen das Ergebnis. Es werden sowohl die Zugspannung-Dehnungslinie (Z-SDL) als auch die Druckspannung-Dehnungslinie (D-SDL) implementiert. Die Druckspannung-Dehnungslinie ist ein affines Abbild der Zugspannung-Dehnungslinie. Ihr ansteigender Ast wird hier mit einem Ansatz aufbauend auf GUTSCH [34] formuliert, siehe Abschnitt 5. Das Zugtragverhalten im Nachbruchbereich erfolgt durch die Beschreibung der Zugspannung-Rißöffnung in Form des modifizierten Kornmodells von DUDA [24] gemäß Abschnitt 5.

Die Spannungsübertragung im Nachbruchbereich erfolgt über jenen Bereich der Rißprozeßzone, der experimentell erfaßt worden ist. Im vorigen Abschnitt konnte eine Formulierung gefunden werden, die den Verlauf der RPZ-Breite mit zunehmender Rißbreite wiedergibt. Es wird festgestellt, daß die Breite der RPZ nach Erreichen eines Maximums mit zunehmender Rißöffnung abnimmt. Das verwendete Modell berücksichtigt diesen Abfall. Rechnerisch bedeutet dieser Vorgang eine Entlastung des Baustoffs, die mit einer Dehnungsverringerung einhergeht. Aus diesem Grund muß eine möglichst einfache Prozedur gefunden werden, mit der die Entlastung im Nachbruchbereich beschrieben werden kann.

Aus Untersuchungen der zyklischen Belastung von Beton sind einige Ansätze bekannt, die die Schädigung des Betons mit einem hysteretischen Ansatz beschreiben. HANKERS [36] gibt einen Überblick über bestehende Ansätze. Diese Ansätze beruhen meist auf Ergebnissen von zyklischen Zug-Druck-Schwellversuchen, wobei die Pfade der Be- und Entlastung abschnittsweise linearisiert werden. Diese Vorgehensweise ist aufwendig und zur Lösung des hier vorliegenden Problems nicht unbedingt notwendig. Besser geeignet erscheint dagegen eine Modifizierung des Ansatzes in [97] zur Beschreibung der Spannung-Weglinie für zyklische Zugbelastungen im Nachbruchbereich (kein Vorzeichenwechsel der Spannung).

Dort werden Entlastungsäste unterschiedlicher Dehnungen im Nachbruchbereich als Geraden formuliert, die sich in der Ordinatenachse an einem Punkt mit der Ordinate $\delta_{eb} \cdot f_{ct}$ schneiden. Hieraus ergeben sich hinreichend genaue Bestimmungsgleichungen für die Steifigkeiten im Nachbruchbereich, wobei die Konstante δ_{eb} angepaßt werden muß. Dieser Ansatz wird bei GUTSCH [34] durch die Anpassung an Versuchsergebnisse aus der Literatur bestätigt. Da im Rahmen dieser Arbeit keine zyklischen Versuche durchgeführt worden sind, wird der Ansatz nach [97] dahingehend modifiziert, daß die Konstante δ_{eb} verschwindet. Der Entlastungsmodul nach Erreichen von f_{ct} wird gleich dem Zugelastizitätsmodul E_{ct} angenommen. Die Entlastungsgerade schneidet die Ordinatenachse an einem Punkt mit der Ordinate f_{cu} . Es gilt dann

$$f_{ct} = E_{ct}\varepsilon_{cu} + f_{cu}.$$
(6.2)
Durch Umstellen dieser Gleichung ist f_{cu} mit

$$f_{cu} = f_{ct} - E_{ct}\varepsilon_{cu} \tag{6.3}$$

bestimmt. Die Konstanten sind bekannt.

Soll nun ab einer Spannung σ_{e1} mit der zugehörigen Dehnung ε_{e1} auf eine Spannung σ_{e2} mit entsprechender Dehnung ε_{e2} mit einem Modul E_r entlastet werden, so gilt

$$\sigma_{e1} = E_r \varepsilon_{e1} + f_{ct} - E_{ct} \varepsilon_{cu}. \tag{6.4}$$

Hierdurch erhält man für den Entlastungsmodul E_{τ} :

$$E_r = \frac{\sigma_{e1} - f_{ct} + E_{ct}\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{e1}}.$$
(6.5)

Bei bekannter Entlastungsdehnung ε_{e2} ergibt sich mittels Geradengleichung für die Spannung σ_{e2} :

$$\sigma_{e2} = \sigma_{e1} + (\varepsilon_{e2} - \varepsilon_{e1})E_r$$

= $\sigma_{e1} + (\varepsilon_{e2} - \varepsilon_{e1})\frac{\sigma_{e1} - f_{ct} + E_{ct}\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{e1}}.$ (6.6)

Dieser modifizierte Ansatz ist für das vorliegende Problem gut anwendbar, da die Entlastungen über sehr kleine Dehnungen erfolgen. Dort ist die Linearisierung durchaus zu rechtfertigen. Dieses Modell hat jedoch Schwächen dahingehend, daß die Energiedissipation infolge mechanischer Schädigung durch Mikrorisse unbeachtet bleibt. Eine Wiederbelastung wäre in diesem speziellen Fall folgenfrei. Dieses Modell kann jedoch im Rahmen dieser Arbeit deshalb verwendet werden, weil l_{pr} stetig abnimmt und eine Wiederbelastung nicht vorkommt.

6.3.3 Berechnung der Spannungsverteilung

Ziel der Berechnung ist es, die Spannungsverteilung zu ermitteln, welche sich bei vorgegebenen Rißöffnungsverschiebung einstellt. Das nicht-lineare Verhalten des Werkstoffs erfordert eine iterative Lösung.

Hierzu wird neben der Rißöffnungsverschiebung am Rand des Probekörpers die Lage der Nullinie und damit die Dehnungsebene vorgegeben. Nach Verwendung der Werkstoffgesetze wird die Spannungsverteilung so bestimmt, s. Abb. 6.7, daß das horizontale Gleichgewicht eingehalten ist. Verschwindet hierbei die Normalkraft nicht, muß die neutrale Faser entsprechend verschoben werden und der Berechnungsvorgang beginnt von neuem.



Abbildung 6.7: Prinzipskizze des angewandten Lamellenmodells. Ausgehend von einer ebenen Dehnungsverteilung wird die Spannungsverteilung unter Berücksichtigung von probabilistischen Werkstoffgesetzen ermittelt.

Zur Beurteilung des Rechenverfahrens wurden Parameterstudien durchgeführt. Diese hatten das Ziel der Untersuchung des Einflusses der Breite der RPZ auf das Rechenergebnis. In Abb. 6.8 werden für einen Biegebalken aus dem Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm; Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³, Probenalter bei Belastung 28d, Kurzzeitversuch) berechnete Last-CMOD-Kurven dargestellt. l_{pr} wurde wie bei HORDIJK [48] als konstant über den Versuch zwischen 10 und 70 mm gewählt. Mit zunehmender Breite der RPZ fällt die rechnerische Bruchlast ab und die Rechenkurven flacher.

Im Vergleich hierzu zeigt das Diagramm auch eine entsprechende Meßkurve. Mit kleiner werdenden l_{pr} schneiden die berechneten Kurven die Meßkurve zu größeren Werten für das CMOD. Dieses Verhalten wurde durch die Meßwerte von l_{pr} vs. CMOD bestätigt, da l_{pr} mit zunehmender Rißöffnungsverschiebung nach Erreichen eines Maximums $l_{pr,max}$ abnimmt.

Die in Abb. 6.9 zusammengefaßten Werkstoffgesetze nehmen folgende Form an (die Bezugslänge beträgt stets 2W):

 Im Abschnitt 0 ≤ σ_{ct} ≤ k_{µr} f_{ct} des ansteigenden Astes der Z-SDL: Lineare Elastizität wird unterstellt. Es gilt:

$$\sigma_{ct} = E_{ct}\varepsilon. \tag{6.7}$$

 Im Abschnitt k_{µr} f_{ct} ≤ σ_{ct} ≤ f_{ct} des ansteigenden Astes der Z-SDL: Die Mikrorißbildung wird steifigkeitsmindernd berücksichtigt. Die Stetigkeitsbe-



Abbildung 6.8: Einfluß der gewählten Breite der RPZ auf den Verlauf der Last-Verschiebungskurve am Beispiel eines Biegebalkens aus dem Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm); Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³; Alter bei Erstbelastung: 28d.

dingungen bei $\varepsilon_{\mu r} = k_{\mu r} f_{ct} / E_{ct}$ und bei ε_{cu} führen zu folgender verallgemeinerten Formulierung:

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = f_{ct} - (1 - k_{\mu r}) f_{ct} \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\mu r}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{\mu r}} \right)^{B_{\mu r}}, \qquad (6.8)$$

• Im abfallenden Ast der Z-SDL:

Die Beschreibung der Z-SDL erfolgt durch eine modifizierte Formulierung der Zugspannung-Rißöffnungsbeziehung nach DUDA [24]:

$$\sigma_{ct}(w) = \sigma_a e^{-(w/w_a)^2} + \sigma_b e^{-(w/w_b)^{1.01}} + \sigma_c e^{-(w/w_c)^{1.01}}.$$
(6.9)

• Der abfallende Ast der Z-SDL wird über die RPZ berechnet. Die Breite der RPZ wird beschrieben durch:

$$l_{pr} = a \frac{l_{pr,max}}{\text{CMOD}_{pr,max}} \cdot \frac{\text{CMOD}^{b}}{\text{CMOD}_{pr,max} + \left(\frac{\text{CMOD}}{\text{CMOD}_{pr,max}}\right)^{c} - d\text{CMOD}}, \quad (6.10)$$

wobei die Parameter a, b, c und d durch nicht-lineare Regression ermittelt werden. Die Versuchsparameter Hydratationsgrad, Betonfestigkeit und Probengröße beeinflussen die Regressionskoeffizienten. (CMOD_{pr,max}; $l_{pr,max}$) sind die Koordinaten des Maximums von l_{pr} vs. CMOD, s. Abb. 6.9b.



Abbildung 6.9: Zusammenstellung der verwendeten Werkstoffgesetze (1) RPZ noch nicht entwickelt, (2) Anwachsen der RPZ, (3) Abnahme der RPZ bei zunehmenden Rißöffnungsverschiebungen unter Berücksichtigung der Entlastung.

• Durch Verkleinerung der RPZ mit zunehmender Rißöffnung wird eine Entlastung berücksichtigt (Abb. 6.9c):

$$\sigma_{e2} = \sigma_{e1} + (\varepsilon_{e2} - \varepsilon_{e1}) \frac{\sigma_{e1} - f_{c1} + E_{ct} \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{e1}}.$$
(6.11)

Im Rahmen dieser Arbeit werden mit den o.g. Stoffgesetzen Berechnungen durchgeführt. Abb. 6.10 zeigt beispielhaft die Einbindung dieser Stoffmodelle im Fall des Biegebalkens P3928d_1 (Beton M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm, Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³, Alter bei Erstbelastung: 28d).



Abbildung 6.10: Darstellung der verwendeten Werkstoffmodelle am Beispiel des Balkens P3928d_1 (Beton M6, B75, $d_{max} = 16$ mm, Größe BG 3: $520 \times 120 \times 60$ mm³, Alter bei Erstbelastung: 28d).

Das Einbinden der räumlichen Ausdehnung der RPZ sowie der Entlastung des Baustoffes bei sich verkleinernder RPZ wird auf Lamellenebene durch die Reihenschaltung von Federn simuliert. Im Fall 2 von Abb. 6.9 sind zu beiden Seiten der RPZ elastische Betonfedern der Länge $W - l_{pr}/2$ angeordnet und mit der nichtlinearen RPZ-Feder gekoppelt. Für die additive Gesamtverformung gilt:

$$\Delta l_{ges} = 2\Delta l_{el} + \Delta l_{RPZ}.$$
(6.12)

 Δl_{ges} stellt die Lamellenverformung entlang der Bezugslänge 2W dar, Δl_{el} bzw. Δl_{RPZ} sind die elastischen bzw. die Verlängerung in der RPZ. Aufgrund der Reihenschaltung

der Federn, kann Gl. (6.12) abhängig von der Rißweite w ausgedrückt werden:

$$\sigma_{a} \exp - \left(\frac{w}{w_{a}}\right)^{2} + \sigma_{b} \exp - \left(\frac{w}{w_{b}}\right)^{1.01} + \sigma_{c} \exp - \left(\frac{w}{w_{c}}\right)^{1.01} + \frac{E_{ct} \cdot w}{2W - l_{pr}} - \frac{2E_{ct} W \varepsilon_{ges}}{2W - l_{pr}} = 0.$$
(6.13)

 ε_{ges} stellt die Gesamtdehnung der Lamelle dar. Diese Gleichung läßt sich analytisch nicht lösen. Eine iterative Nullstellensuche wird in die Ermittlung der Lamellenspannung implementiert.

Im Fall der Entlastung werden bei Abnahme von l_{pr} zwei Federn mit der Länge l_{ent} eingeführt. Ausgehend von einer Spannung σ_1 mit der zugehörigen Dehnung ε_1 entspannt sich die Feder so, daß für die Federwege gilt:

$$\Delta l_{ges} = \Delta l_{el} + \Delta l_{RPZ} + 2\Delta l_{ent}.$$
(6.14)

Auch diese Forderung läßt sich in eine Gleichung für w überführen:

$$\sigma_{a} \exp - \left(\frac{w}{w_{a}}\right)^{2} + \sigma_{b} \exp - \left(\frac{w}{w_{b}}\right)^{1.01} + \sigma_{c} \exp - \left(\frac{w}{w_{c}}\right)^{1.01} + \frac{w + \frac{2l_{ent}\varepsilon_{1}\sigma_{1}}{\sigma_{1} - f_{ct} + E_{ct}\varepsilon_{cu}} - 2W\varepsilon_{ges}}{\frac{2W - 2l_{ent} - l_{pr}}{E_{ct}} - \frac{2l_{Ent}\varepsilon_{1}}{\sigma_{1} - f_{ct} + E_{ct}\varepsilon_{cu}}} = 0.$$
(6.15)

Für diese Gleichung gibt es ebenso keine analytische Lösung. Die Nullstellensuche wird erforderlich.

Als Abbruchkriterium für die Näherung eines kompletten Lastschritts wurde gewählt: die Summe der Normalkräfte muß kleiner als ein Prozent der berechneten äußeren Beanspruchung sein. Kleinere Werte für das Abbruchkriterium führen zu einer erheblichen Erhöhung des Rechenaufwands, wobei sich keine nennenswerte Verbesserung des Endergebnisses erzielen läßt. Ist die Summe der Normalkräfte positiv, so ist der Zugbereich überschätzt worden. Die Lage der neutralen Faser wird dementsprechend um einen Inkrement in entgegender Druckrichtung versetzt und umgekehrt. Die erneute Nullstellensuche der Lage der neutralen Faser wird durchgeführt.

6.3.4 Ausgangsdaten — Postprozessor

Ist die Ermittlung der Spannungsverteilung für eine Laststufe abgeschlossen, so wird sie ausgegeben und die entsprechende Rißöffnungsverschiebung berechnet. Die Verteilung der Rißbreiten über die Ligamenthöhe ergibt sich aus der Dehnungsverteilung. Der CMOD-Wert wird durch eine Extrapolation der Rißbreite über die Balkenhöhe ermittelt. Das Berechnungsverfahren erlaubt Spannungsanalysen im Ligamentbereich des untersuchten Biegebalkens. Abb. 6.11 zeigt exemplarisch die Spannungsverteilung im Ligamentquerschnitt für unterschiedliche Laststufen. Hier ist die Einhaltung der Gleichgewichtsbedingungen dadurch verdeutlicht, daß die Zug- und Druckflächen identisch sind. Auch ist die Streuung der mechanischen Eigenschaften der einzelnen Lamellen dargestellt. Desweiteren ist zu beobachten, daß die Nullinie — siehe auch Abb. 4.47 — mit zunehmender Rißöffnungsverschiebung zum Druckrand wandert. Bei Laststufe 5 ist zu erkennen, daß die Rißbreite den in Abschnitt 2 genannten Grenzwert von $w_c = 160 \ \mu m$ überschritten hat, die Spannung der Lamellen ist gleich null. Die oberen 7 mm des Ligaments tragen nicht mehr mit. Bei Laststufe 8 beteiligen sich lediglich 36 mm des Ligaments zur Tragfähigkeit. Die maximale Druckspannung beträgt hier im Druckrand ca. -7.8 N/mm²; sie befindet sich noch im linear-elastischen Bereich der SDL.



Abbildung 6.11: Berechnete Spannungsverteilung entlang des Ligaments des Balkens P3928d_1
(Beton M6: B75, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm, Größe BG 3: 560 × 120 × 60 mm³, Alter bei Erstbelastung: 28d).

6.4 Ergebnisse

Grundsätzlich ist eine gute Übereinstimmung — im Rahmen der Streubreite — der experimentellen Untersuchungen mit der Simulation zu erkennen. Abb. 6.12 stellt ein



Abbildung 6.12: Exemplarisches Ergebnis einer Simulationsrechnung am Beispiel des Balkens P3928d_1 (Beton M6: B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm, Größe BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³, Alter bei Erstbelastung: 28d).

exemplarisches Ergebnis am Beispiel eines Balkens aus dem Beton M6 (B75, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm, Probengröße BG 3: $560 \times 120 \times 60$ mm³, Alter bei der Belastung: 28d) dar. Dort werden der gemessene und der berechnete Verlauf der Kraft über die Rißöffnungsverschiebung aufgetragen. Aus der ebenso dargestellten errechneten Rißlänge können die einzelnen Teilbereiche der Berechnung erkannt werden. Bis zu einem CMOD-Wert von ca. 0.05 mm erfolgt die Berechnung im ansteigenden Ast der SDL. Zwischen Werte von ca. 0.05 und ca. 0.10 mm reißt der Balken ein, wobei gleichzeitig die RPZ anwächst. Die berechnete Rißlänge "knickt" anschließend ab. Hier wird die Abnahme der Breite der RPZ mit zunehmender Rißöffnung durch die Entlastung im Nachbruchbereich berücksichtigt.

Zu beobachten ist, daß die Beanspruchung im Nachbruchbereich unterschätzt wird. Dieses Verhalten ist damit zu begründen, daß die bereits durchgerissenen Lamellen sich am Zugtragverhalten nicht beteiligen. Im Versuch werden jedoch Kräfte durch Schub weitergeleitet. Aufgrund der gewählten numerischen Diskretisierung, bei der kein Schub übertragen wird, wäre das Problem nicht ohne größeren Aufwand zu lösen. Vielmehr wird, bedingt durch die geometrischen Verhältnisse, der auftretende Fehler zwischen Rechnung und Messung, auch unter Berücksichtigung eines möglichen Maßstabseffekts bei der Schubübertragung, nahezu konstant sein. Bei der numerischen Verifizierung eines Vier-Punkt-Biegeversuchs würde dieses Problem nicht auftreten, da hierbei das Biegemoment zu beiden Seiten des Risses konstant ist.

Die Grundlage des Maßstabseffekts ist die Abnahme der Zug- bzw. Biegezugfestigkeit mit zunehmender Probenhöhe. Nach DUDA [24] ist der Traglastzuwachs zu kleinen Proben hin auf Spannungsumlagerungen im Querschnitt zurückzuführen. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit numerische Untersuchungen durchgeführt, bei denen die Probengröße (in geometrisch ähnlicher Weise) variiert wird. Der in Abschnitt 5 modellierte Verlauf der RPZ-Breite geht in die Berechnung ein. Das Ergebnis dieser Rechnungen wird in Abb. 6.13 dargestellt. Spannungsverteilungen entlang des Ligaments werden beim berechneten Bruchmoment aufgezeigt. Das Diagramm verdeutlicht den Übergang aus dem Festigkeitskriterium bei kleinen Sprödigkeitszahlen zur LEBM, bei der eine lineare Spannungsverteilung vorliegt. Bei den einzelnen — nicht maßstäblichen — Spannungsverteilungen ist zu betonen, daß die Zugfestigkeit f_{ct} bei den Rechnungen gleich eingesetzt worden ist.



Abbildung 6.13: Spannungsverteilung bei rechnerischer Maximallast für verschiedene Bauteilhöhen W (Höhen unmaßstäblich).

Ein wesentliches Ergebnis der oben dargestellten numerischen Resultate ist die rechnerische Biegezugfestigkeit, die sich aus der Spannungsverteilung beim Bruchmoment ergibt. Sie wird in Abb. 6.14 in Abhängigkeit vom Verhältnis W/W_0 dargestellt. Das Diagramm zeigt weiterhin den Modellverlauf des Maßstabseffekts. Es ist zu erkennen, daß die Ergebnisse im Einklang mit der Formulierung nach BAŽANT sind. Die Berechnungen von HORDIJK [48] ergaben eine konstante Biegezugfestigkeit in Abhängigkeit von der Probengröße. Dies ist damit verbunden, daß HORDIJK einen konstante Wert für l_{pr}

annimmt. Berücksichtigt man jedoch die Probengrößenabhängigkeit von l_{pr} , so gelingt der rechnerische Nachweis des Maßstabseffekts auf verhältnismäßig einfache Weise.



Abbildung 6.14: Berechnete Biegezugfestigkeiten in Abhängigkeit vom Ausgangsligament für den Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16$ mm).

6.5 Zusammenfassung

Nach einer Beschreibung von numerischen Ansätzen aus der Literatur zur Untersuchung zug- bzw. biegebeanspruchten Betons wird das gewählte numerische Modell im Abschnitt 6.3 erläutert. Es handelt sich um eine Diskretisierung nach der Lamellenmethode. Der untersuchte Biegebalken wird in gleichdicken Lamellenelementen unterteilt. Die mechanischen Eigenschaften der Lamellen sind normal verteilt.

Ausgehend von eben bleibenden Querschnitt wird die Spannungsverteilung über das Ligament in der Balkenmitte so berechnet, daß die Summe der Normalkräfte verschwindet und Gleichgewicht herrscht. Das innere Moment dient — unter Berücksichtigung des Eigengewichts des Balkens — der Berechnung der Biegekraft. Aufgrund der außerachteten Schubkräfte zu beiden Seiten der Symmetrieachse unterschätzt das gewählte Modell die außen anliegende Kraft im Nachbruchbereich.

Parameterstudien bestätigen die im Versuch beobachtete veränderliche Breite der RPZ

 $l_{pr}.$ Im Gegensatz zu [48] erlaubt das Implementieren der Probengrößenabhängigkeit der RPZ Berechnungen, in denen der Maßstabseffekt rechnerisch erfaßt wird.

7 Zusammenfassung, Schlußfolgerungen und Ausblick

Beton ist ein inhomogener Baustoff. Sein Zugtragverhalten ist quasi-spröde. Bei zentrischer Zugbeanspruchung eines Betonprismas im verformungskontrollierten Versuch wird nach dem Erreichen der Maximalspannung eine allmähliche Entfestigung beobachtet. Der Betonzugbruch entwickelt sich nicht als diskreter Einzelriß sondern in einer Rißprozeßzone (RPZ). Diese muß man sich als ein von Mikrorissen durchsetztes Betonvolumen vorstellen. Die RPZ wird als das Betonvolumen angesehen, in dem Mikrorißbildung und -schließung sowie Energiedissipation erfolgt. Denn das Fortschreiten eines Makrorisses durch die Zementsteinmatrix wird durch Zuschlagkörner und Defekte behindert. Anders als bei Stahl findet das "Plastizieren" des Betons deshalb in einem merklich ausgedehnten Volumen statt. Über die Ausdehnung der RPZ im gezogenen Beton gibt es nur vage Vorstellungen. In der Regel wird das zwei- bis dreifache des Größtkorndurchmessers als Größe der RPZ angenommen. Der experimentelle Nachweis hierfür fehlt bislang.

Die nichtlineare Bruchmechanik des Betons geht auf die Grundlagen der linear-elastischen Bruchmechanik zurück. Deshalb wird zunächst auf diese eingegangen. Es folgt eine Erläuterung von Modellansätzen zur Beschreibung des nichtlinearen bruchmechanischen Verhaltens zugbeanspruchten Betons. Anhand einer Literatursichtung werden in dieser Arbeit die bisherigen Verfahren zur Erkundung der räumlichen Ausdehnung der RPZ vorgestellt sowie die dort erzielten Ergebnisse dargestellt und analysiert. Es zeigt sich, daß der Erhärtungsgrad, der Zuschlaggrößtkorndurchmesser und die Größe der untersuchten Proben wichtige Parameter für das bruchmechanische Verhalten zugbeanspruchten Betons sind. Nur wenige experimentelle Studien über die Breite der RPZ als Zone hoher Energiedissipation liegen vor. Die Versuchsparameter Erhärtungsgrad, Größtkorndurchmesser und Probengröße wurden bislang nur selten gezielt variiert.

Das Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, das bruchmechanische Verhalten von jungem Beton und insbesondere die räumlichen Ausdehnung der RPZ auf der Basis von experimentellen Untersuchungen zu beleuchten. Studiert werden Kerbzugkörper und gekerbte Biegebalken. Die Kerbe dient zur Rißlokalisierung. Die Beanspruchung der Probekörper erfolgt weggesteuert. In dieser Arbeit werden Betone mit unterschiedlichem Größtkorndurchmesser und Festigkeit untersucht. Zudem wird das Betonalter, die Beanspruchungsgeschwindigkeit und die Probengröße variiert. Bei diskreten Laststufen wird die RPZ optisch mittels der hochauflösenden und zerstörungsfreien Methode der elektronischen Speckle Muster Interferometrie beobachtet. Nach einer vorgenommenen Erweiterung der Auswertungssoftware gelingt es mit den Speckle-Bildern, die räumliche Ausdehnung der RPZ zug- bzw. biegezugbeanspruchten Betons zu vermessen.

Ausgewertet werden die Spannung-Dehnungs- bzw. -Verschiebungslinie, die Zugfestig-

keit, die Biegezugfestigkeit, die Bruchdehnung, die Bruchenergie, die Bruchzähigkeit, die charakteristische Länge und die räumliche Ausdehnung der RPZ. Es zeigt sich, daß sowohl beim Kerbzugkörper als auch beim gekerbten Biegebalken das Betonalter ausgedrückt durch den aus adiabatischen Versuchen ermittelten Hydratationsgrad —, die Betonfestigkeit und die Probengröße einen nennenswerten Einfluß auf die räumliche Ausdehnung der RPZ l_{pr} ausüben.

Mit zunehmendem Hydratationsfortschritt steigt l_{pr} zunächst an. Sie erreicht ein Maximum, anschließend deutet sich eine abnehmende Tendenz an. Dieses Verhalten kann zum einen mit der wachsenden Verfestigung der Verbundzone zwischen Zementstein und Zuschlag gedeutet werden. Die RPZ gewinnt somit an räumlicher Ausdehnung. Zum anderen verliert die Zementsteinmatrix bei hohen Hydratationsgraden an Zähigkeit, die Breite der RPZ wird aufgrund der Sprödigkeitszunahme verringert. Mit anwachsender Probengröße wird eine Zunahme der RPZ-Breite erfaßt. Diese läßt sich bei gleichem Zuschlaggrößtkorn sowohl durch das Fehlen eines tragfähigen Querschnitts kleiner Proben als auch durch die inhomogene Verteilung der Brucharbeit über die Ligamenthöhe deuten. Fraktologische Untersuchungen, bei denen die fraktale Dimension der Bruchflächen von Biegebalken post-mortem mittels 3D-Konturerfassung ermittelt wird, bestätigen die Beobachtungen bzgl. der räumlichen Ausdehnung der RPZ.

Die in den Versuchen beobachteten Abhängigkeiten der gemessenen Größen von den Versuchsparametern finden Eingang in Modellansätze. Eine allgemeingültige Formulierung zur Beschreibung der Spannung-Dehnungslinie im ansteigenden Ast wird gefunden. Sie berücksichtigt das allmähliche Einsetzen der Mikrorißbildung mit zunehmender Hydratation. Für den abfallenden Ast wird ein bestehender mikrophysikalisch begründeter Ansatz dahingehend erweitert, daß die Form der Zuschlagkörner Berücksichtigung findet. Für den erhärtungsbedingten Verlauf der zentrische Zugfestigkeit wird ein bekannter und erprobter Ansatz verwendet, der auf die Biegezugfestigkeit übertragen wird. Auch für die Bruchdehnung, die Bruchenergie und die Bruchzähigkeit werden Formulierungen entwickelt, die den Einfluß der Erhärtung und der Probengröße berücksichtigen. Schließlich erfolgt die Modellierung der räumlichen Ausdehnung der RPZ in Abhängigkeit vom Rißfortschritt. Die maximale Ausdehnung $l_{pr,max}$, die einer repräsentativen Volumeneinheit gleich gestellt werden kann, wird in Abhängigkeit von der Probengröße formuliert. Die Modellansätze werden an den Versuchsergebnissen kalibriert.

Die numerische Verifizierung der erzielten Meßergebnisse erfolgt am gekerbten Biegebalken mit einem Lamellenmodell. Die zuvor erweiterten und formulierten Ansätze zur Beschreibung des Verformungsverhaltens von Beton und von l_{pr} dienen der Werkstoffmodellierung. Die Rechnung erfolgt "weggesteuert": Bei Vorgabe eines Weginkrementes wird die Spannungsverteilung über das Ligament und das außen anliegende Moment bei ebenbleibenden Querschnitten so berechnet, daß nach Ermittlung der Schwerpunkte in der Zug- und Druckzone die Summe der Normalkräfte verschwindet. Die Berechnungen bestätigen die experimentell ermittelten Daten. Energetische Betrachtungen können nicht durchgeführt werden, die Berechnung der Durchbiegung liefert keine befriedigenden Ergebnisse. An dieser Stelle wäre eine Kopplung der Lamellen zwecks Schubübertragung notwendig. Eine Finite-Streifen- bzw. eine Finite-Elemente-Modellierung mit adaptiven Netzen ist sinnvoll. Mehraxiale Spannungszustände, insbesondere an der Rißspitze sind zu berücksichtigen.

Die Versuchsergebnisse und deren numerischen Verifizierung lassen folgende Schlüsse zu:

- Die Speckle Interferometrie stellt ein sehr gutes Werkzeug zur quantitativen Erfassung der Dehnungsverteilungen von Betonbauteilen dar. Obwohl es sich um eine ausschließliche Messung an der Bauteiloberfläche handelt, können die Meßergebnisse numerisch mit einem Lamellenmodell bestätigt werden.
- 2. Im Gegensatz zu bisherigen Erkenntnissen spielt der Größtkorndurchmesser eine eher untergeordnete Rolle bzgl. der räumlichen Ausdehnung der RPZ. Die Meßergebnisse zeigen, daß der Hydratationsgrad und die Betondruckfestigkeit sowie die Probenabmessung den maßgeblichen Einfluß auf l_{pr} ausüben.
- Bedingt durch die veränderliche Ausdehnung der RPZ in Abhängigkeit von der Beanspruchung und Probengeometrie sind bei künftigen numerischen Rechnungen dynamische Diskretisierungen (Stichwort Remeshing) angebracht.

Die erzielten Meßergebnisse am inhomogenen Baustoff Beton streuen stark. Obwohl eine große Anzahl von Versuchen durchgeführt wurde, ist eine statistische Absicherung der Meßergebnisse schwierig. Da der Erhärtungsgrad und die Probengröße einen erheblichen Einfluß auf die räumliche Ausdehnung der RPZ ausüben, würden weitere Versuchsreihen, in denen beide genannten Parameter variiert werden, der statistischen Absicherung der erzielten Erkenntnisse dienen.

Als Fazit dieser Arbeit sei eine Empfehlung für den Strukturmechaniker gegeben. Es hat sich gezeigt, daß die in der Literatur verbreitete Hypothese einer Ausdehnung der RPZ von 2 bis 3 d_{max} nicht aufrecht erhalten werden kann. Vielmehr wurde festgestellt, daß sich die Breite der RPZ eines Betons der Güte B35 mit einem Größtkorn von 16 mm im Alter von 28d in der Größenordnung zwischen 22 und 48 mm beim Kerbzugkörper mit Ligamenthöhen zwischen 60 und 180 mm bewegt. Beim gekerbten Biegebalken erhält man Werte für l_{pr} zwischen 42 und 115 mm für Ligamenthöhen zwischen 40 und 160 mm. Die Größenordnung von l_{pr} hängt vom Versuchsart ab: die RPZ ist im Biegeversuch etwa zwei bis drei mal so breit wie die im Kerbzugversuch. Hieraus ist zu entnehmen, daß die strukturrelevante Ausdehnung der RPZ beim Kerbzugkörper abzulesen ist. Die beim gekerbten Biegebalken gemessene RPZ stellt hingegen eine vom Bauteil und dessen Beanspruchung plastische Zone dar.

Folgendes numerisches Gedankenexperiment liegt nah: Bindet man die im zentrischen Zugversuch abgelesene Ausdehnung der RPZ in die Stoffmodellierung der Diskretisierung eines Biegebalkens im Nachbruchbereich und vergleicht das Ergebnis mit dem einer ausschließlich linear-elastischen Berechnung, so müsste die Differenz beider Rechnungen ein Abbild der räumlichen Ausdehnung der RPZ des Biegebalkens liefern.

Die Bruchmechanik jungen Betons bleibt als komplexes Untersuchungsfeld weiterhin interessant. Die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse helfen, dieses Gebiet näher zu beleuchten.

8 Literaturverzeichnis

- ANSARI, F.: Stress-Strain Response of Microcracked Concrete in Direct Tension in ACI Materials Journal, 84, 481, 1987.
- [2] ASTM E 616: Standart Terminology Relating to Fracture Testing, American Society for Testing and Materials, 1989.
- [3] BASCOUL, A.; E.H. BENAIJA; Y. BERTAUD; J.M. TORRENTI & Z. ZIZI: Analysis of Localization in Concrete through Stereophotogrammetry, Speckle Laser and Replica in Cement & Concrete Research, 23, 1340, 1993.
- [4] BAŽANT, Z.P. & B.H. OH: Crack Band Theory for Fracture of Concrete in Materials and Structures, 16, 155, 1983.
- [5] BAŽANT, Z.P.: Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal in Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 110, 518, 1984.
- [6] BAŽANT, Z.P. & P.A. PFEIFFER: Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number in ACI Materials Journal, 84, 463, 1987.
- [7] BAŽANT, Z.P. & M.T. KAZEMI: Determination of Fracture Energy, Process Zone Length and Brittleness Number from Size-Effect, with Application to Rock and Concrete in International Journal of Fracture, 44, 111, 1990.
- [8] BAŽANT, Z.P. (HRSG.): Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraMCoS), Proceedings of the First International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraMCoS1), Breckenridge, Colorado, Elsevier Applied Science, 1992.
- [9] BERGMANN, L. & C. SCHAEFER: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III, Optik, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1987.
- [10] BERTEHLOT, J.M. & J.L. ROBERT: Application de l'émission acoustique aux mécanismes d'endommagement du béton in Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 140, 101, 1985.
- [11] BRAMESHUBER, W.: Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton, Dissertation, Heft 5, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Hrsg. J. EIBL & H.K. HILDORF, 1988.
- [12] BREUGEL, K. VAN: Simulation of Hydration and Formation of Structure in Hardening Cement-Based Materials, Dissertation, TU Delft, 1991.
- [13] BYFORS, J.: Plain Concrete at Early Ages, Swedish Cement and Concrete Institute, Stockholm, 1980.

- [14] CASTRO-MONTERO, A.; S.P. SHAH & R.A. MILLER: Strain Field Measurement in Fracture Process Zone in *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, **116**, 2463, 1990.
- [15] CEB-Bulletin Nr. 203, CEB-FIP Model Code 1990, 1991.
- [16] CEDOLIN, L.; S. DEI POLI & I. IORI: Tensile Behavior of Concrete in Journal of Engineering Mechanics, 113, 431, 1987.
- [17] CHHUY, C.; G. CANNARD, J.L. ROBERT & P. ROSSI: Experimental Investigations on the Damage of Portland Cement Concrete Made with Natural Aggregates in *Materials and Structures*, 22, 98, 1989.
- [18] CORNELISSEN, H.A.W.; D.A. HORDIJK & H.W. REINHARDT: Experimental Determination of Crack Softening Characteristics of Normalweight and Lightweight Concrete in *Heron*, **31**, Nr. 2, 1986.
- [19] DE SCHUTTER, G. & L. TAERWE: Degree of Hydrataion-Based Description of Mechanical Properties of Early Age Concrete in *Materials and Structures*, 29, 335, 1996.
- [20] DE SCHUTTER, G. & L. TAERWE: Fracture Energy of Concrete at Early Ages in Materials and Structures, 30, 67, 1997.
- [21] DIEDERICHS, U.; U. SCHNEIDER & M. TERRIEN: Formation and Propagation of Cracks and Acoustic Emission in *Fracture Mechanics of Concrete*, ed. by F.H. WITTMANN, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.
- [22] DU, J.J.; A.S. KOBAYASHI & N.M. HAWKINS: Fracture Process Zone of a Concrete Fracture Specimen in Proceedings of the SEM/RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock, ed. by S.P. SHAH & S.E. SWARTZ, Houston, Texas, 199, 1987.
- [23] DU, J.J.; A.S. KOBAYASHI & N.M. HAWKINS: An Experimental-Numerical Analysis of Fracture Process Zone in Concrete Fracture Specimens in Engineering Fracture Mechanics, 25, 15, 1990.
- [24] DUDA, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung, DafStb, Heft 419, 1991.
- [25] EL-SAYED, K.M.; G.V. GUINEA, C. ROCCO, J. PLANAS & M. ELICES: Influence of Aggregate Shape on the Fracture Behaviour of Concrete in [75], 171, 1998.
- [26] ENNOS, A.E.: Speckle Interferometry in Laser Speckle and Related Phenomena, ed. by J.C. DAINTY, 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin, 1984.

- [27] FREIESLEBEN, H.; P. HANSEN & E.J. PEDERSEN: Maleinstrument til Kontrol af befons haerding, Nordisk Beton, Nr. 1, 21, 1977.
- [28] GALANULIS, K. & R. RITTER: Speckle Interferometry in Material Testing and Dimensioning of Structures in SPIE, 2004, 269, 1993.
- [29] GJØRV, O.E.; S.I. SØRENSEN & A. ARNESEN: Notch Sensitivity and Fracture Toughness of Concrete in Cement & Concrete Research, 7, 333, 1977.
- [30] GOPALARATNAM, V.S.; & S.P. SHAH: Softening Response of Plain Concrete in Direct Tension in ACI Journal, 82, 310, 1985.
- [31] GRIFFITH, A.: The Phenomenon of Rupture and Flow in Solids in *Philosophical Trans.*, Royal Society of London, Series A, 221, 163, 1921.
- [32] GROSSE, C.U.: Quantitative zerstörungsfreie Pr
 üfung von Baustoffen mittels Schallemissionsanalyse und Ultraschall, Dissertation, Universit
 ät Stuttgart, 1996.
- [33] GROSSE, C.U. & H.W. REINHARDT: Schallemissionsquellen automatisch lokalisieren — Entwicklung eines Algorithmus in *Materialprüfung*, 41, 342, 1999.
- [34] GUTSCH, A.-W.: Stoffeigenschaften jungen Betons Versuche und Modelle, Dissertation, TU Braunschweig, 1998.
- [35] HACK, E.; T. STEIGER & H. SADOUKI: Application of Electronic Speckle Interferometry (ESPI) to Observe the Fracture Process Zone in [123].
- [36] HANKERS, C.: Zum Verbundtragverhalten laschenverstärkter Betonbauteile unter nicht vorwiegend ruhender Beanspruchung, Dissertation, TU Braunschweig, 1996.
- [37] HANSEN, E.A.: Real Time TV-Holography Observations of the Fracture Process Zone in *Micromechanics of Failure of Quasi-Brittle Materials*, ed. by S.P. SHAH, S.E. SQRTZ & M.L. WANG, 504, 1990.
- [38] HARIRI, K. & K.-H. SPRENGER: Zur bruchmechanischen Untersuchung des Werkstoffes Beton mittels Laser-Speckle-Interferometrie in Forschungsarbeiten 1990-1994, iBMB, Heft 109, 51, 1994.
- [39] HARIRI, K. & F.S. ROSTÁSY: Assessment of the Width of the Fracture Process Zone of Concrete with the ESPI-Technique in Proceedings of the 2nd International Conference on Nondestructive Testing of Concrete in the Infrastructure, Nashville, Tennessee, June 12–14, Society for Experimental Mechanics, Inc., Bethel, 1996.
- [40] HARIRI, K.; M. KRAUSS & P. ONKEN: Ultraschallmessungen an jungem Beton in Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. F.S. Rostásy, Baustoffe in Praxis, Lehre und Forschung, Heft iBMB 128, TU Braunschweig, 73, 1997.

- [41] HARIRI, K.: Die Bruchflächenrauhigkeit als bruchmechanischer Kennwert des jungen Betons in Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. F.S. Rostásy, Baustoffe in Praxis, Lehre und Forschung, Heft iBMB 128, TU Braunschweig, 71, 1997.
- [42] HEILMANN, H.G.; H.K. HILSDORF & K. FINSTERWALDER: Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen, DAfStb, Heft 203, 1969.
- [43] HIGGINS, D.D. & J.E. BAILEY: Fracture Measurements on Cement Paste in Journal of Material Science, 11, 1995, 1976.
- [44] HILLEMEIER, B. & H.K. HILSDORF: Fracture Mechanics Studies on Concrete Compounds in Cement and Concrete Research, 7, 523, 1977.
- [45] HILLERBORG, A.; M. MODEER & P.-E. PETERSSON: Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements in *Cement and Concrete Research*, 6, 773, 1976.
- [46] HILLERBORG, A.: Analysis of one Single Crack in Fracture Mechanics of Concrete, ed. by F.H. WITTMANN, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.
- [47] HILLERBORG, A.: The theoretical Basis of a Method to Determine the Fracture Energy G_F of Concrete in *RILEM*, Materials and Constructions, 18, 291, 1985.
- [48] HORDIJK, D.A.: Local approach to fatigue of concrete, Dissertation, TU Delft, 1991.
- [49] HU, X.Z.: Fracture Process Zone and Strain-Softening in Cementitious Materials, Building Materials Report No. 1, Institute for Building Materials, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 1990.
- [50] HU, X.Z.: Size Effects in Toughness Induced by Crack Close to Free Edge in [75], 2011, 1998.
- [51] INGLIS, C.E.: Stresses in a Plate due to the Presence of Cracks and Sharp Corners in Trans. of the Institution of Naval Architects, London, 1913.
- [52] IVÁNYI, G.: Zugfestigkeit von Beton in örtlich veränderlichen Beanspruchungszuständen — Gradientenwirkung, Forschungsbericht TU Braunschweig, 1976.
- [53] JACQUOT, P. & P.K. RASTOGI: Speckle Metrology and Holographic Interferometry Applied to the Study of Cracks in Concrete in *Fracture Mechanics of Concrete*, ed. by F.H. WITTMANN, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.

- [54] JAHN, M.: Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen, DAfStb, Heft 341, 1983.
- [55] JENQ, Y. & S.P. SHAH: Two Parameter Fracture Model for Concrete in Journal of Engineering Mechanics, 111, 1227, 1985.
- [56] JIA, Z.; A. CASTRO-MONTERO & S.P. SHAH: Observation of Mixed Mode Fracture with Center Notched Disk Specimens in *Cement and Concrete Research*, 26, 125, 1996.
- [57] JOHN, R. & S.P. SHAH: Fracture Mechanics Analysis of High-Strength Concrete in Journal of Materials in Cicil Engineering, ASCE, 1, 185, 1989.
- [58] JONASSON, J.E.: Slip Form Construction Calculation for Assessing Protection against Early Freezing, Report Fo 4:84, Swedish Cement and Concrete Research Institute, 1984.
- [59] JONES, R. & C. WYKES: Holographic and speckle interferometry, A discussion of the theory, practice and application of the techniques, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge 1989.
- [60] KAPLAN, M.F.: Crack Propagation and the Fracture of Concrete in ACI Journal, 58, 591, 1961.
- [61] KARIHALOO, B.L. & P. NALLATHAMBI: Fracture Toughness of Plain Concrete from Three-Point Bend Specimens in *Materials and Structures*, 22, 185, 1989.
- [62] KRSTULOVIC-OPARA, N.: Fracture Process Zone Presence and Behaviour in Mortar Specimens in ACI Materials Journal, 90, 618, 1993.
- [63] LANDIS, E.N. & S.P. SHAH: The Influence of Microcracking on the Mechanical Behaviour of Cement Based Materials in Advanced Cement Based Materials, 2, 105, 1995.
- [64] LANDIS, E.N. & S.P. SHAH: Experimental Measurements of Microfracture in Cement-Based Materials in [123].
- [65] LANGE, D.A.; H.M. JENNINGS & S.P. SHAH: Relationship between Fracture Surface Roughness and Fracture Behavior of Cement Paste and Mortar in *Journal* of the American Ceramic Society, 76, 589, 1993.
- [66] LAUBE, M.: Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen in jungen Alter, Dissertation, TU Braunschweig, 1990.

- [67] LI, Z. & S.P. SHAH: Localization of Microcracking in Concrete under Uniaxial Tension in ACI Materials Journal, 91, 372, 1994.
- [68] L1, Z.: Microcrack Characterization in Concrete under Uniaxial Tension in Magazine of Concrete Research, 48, 219, 1996.
- [69] LUND, T.: Einfluß der Kornform des Betonzuschlags auf den Betonzugbruch, Studienarbeit, TU Braunschweig, unveröffentlicht, 1997.
- [70] MAJI, A.K. & J.L. WANG: Experimental Study of Fracture Processes in Rock in Rock Mechanics and Rock Engineering, 25, 25, 1992.
- [71] MANDELBROT, B.B.: The fractal Geometry of Nature, W.H. Freeman and Company, New York, 1983.
- [72] MENG, B.: Charakterisierung der Porenstruktur im Hinblick auf die Interpretation von Feuchtetransportvorgängen, Dissertation, RWTH Aachen, 1993.
- [73] MIDDEL, M.: Zentrische Zuguntersuchungen zur Bestimmung lastabhängiger und lastunabhängiger Rißbildungen von Betonen, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1995.
- [74] MIHASHI, H. & N. NOMURA: Microcracking and Tension-Softening Properties of Concrete in Cement & Concrete Composites, 14, 91, 1992.
- [75] MIHASHI, H. & K. ROKUGO: Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraM-CoS), Proceedings of the Third International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraMCoS3), Gifu, AEDIFICATIO Publishers, Freiburg, 1998.
- [76] MILLER, R.A.; A. CASTRO-MONTERO& S.P. SHAH: Cohesive Crack Models for Cement Mortar Examined Using Finite-Element Analysis and Laser Holographic Measurements in Journal of the American Ceramic Society, 74, 130, 1991.
- [77] MINDESS, S. & S. DIAMOND: The Cracking and Fracture of Mortar in Materiaux et Constructions, 15, 107, 1982.
- [78] MINDESS, S.: The Application of Fracture Mechanics to Cement and Concrete: A Historical Review in *Fracture Mechanics of Concrete*, ed. by F.H. WITTMANN, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.
- [79] MUNZ, D.: Linear-elastische und elastisch-plastische Bruchmechanik von Konstruktionswerkstoffen, Forschungsbericht, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Köln, 1979.

- [80] OROWAN, E.: Fracture and Strength of Solids in reports on Progress in Physics, 12, 1949
- [81] OSTERHAGE, K.: Zur Korrektur von Speckle-Interferometrischen-Mustern bei der Verformungsmessung, Diplomarbeit, TU Braunschweig, 1992.
- [82] OŽBOLT, J.: Scaling Laws in Concrete Structures in Proceedings of the IUTAM Symposium on Size-Scale Effects in the Failure Mechanisms of Materials and Structures, Torino, Italy, 1994.
- [83] POPOVICS, S.: A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete in *Cement and Concrete Research*, 3, 583, 1973.
- [84] PETERSSON, P.E.: Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials, Bericht Nr. TVBM-1006, Universität Lund, Schweden, 1981.
- [85] RAISS, M.E.; J.W. DOUGILL & J.B. NEWMAN: Development of Fracture Process Zones in Concrete in Magazine of Concrete Research, 42, 193, 1990.
- [86] REGNAULT, PH. & E. BRÜHWILER: Holographic Interferometry for the Determination of Fracture Process Zone in Concrete in Engineering Fracture Mechanics, 35, 29, 1990.
- [87] REHM, G.; P. DIEM & R. ZIMBELMANN Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Zugfestigkeit von Beton, DAfStb, Heft 283, 1977.
- [88] REINHARDT, H.W.: Maßstabseinfluß bei Schubversuchen im Licht der Bruchmechanik in Beton & Stahlbetonbau, 79, 19, 1981.
- [89] REINHARDT, H.W.: Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material Like Concrete in *Heron*, 29, Nr. 2, 1984.
- [90] REINHARDT, H.W. & D.A. HORDIJK: Various Techniques for the Assessment of the Damage Zone Between Two Saw cuts, vorgetragen am France-US Workshop: Strain Localization and Size Effect Due to Cracking and Damage, Cachan, September, 12, 1988.
- [91] RICE, J.R.: A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks in *Journal of Applied Mechanics, ASME*, 35, 379, 1968.
- [92] RICHARDSON, L.F.: The Problem of Contiguity in Yearbook of the Society for General Systems Research, 6, 139, 1961.

- [93] RODE, U.: Ein Verfahren zur numerischen Simulation lastbedingter Gefügeänderungen im Baustoff Beton, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [94] ROSSI, P.: Fissuration du Béton: du matériau à la structure. Application de la mécanique linéaire de la rupture, Dissertation, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1988
- [95] ROSSMANITH, H.P.: Grundlagen der Bruchmechanik, Springer Verlag, Wien, 1982.
- [96] ROSTÁSY, F.S. & M.LAUBE: Zur Laserinterferometrischen Vermessung der Rißprozeßzone des Betonzugbruches in Baustoffe, Forschung, Anwendung, Bewährung, Festschrift Rupert Springenschmid, Baustoffinstitut der TU München, 342, 1990.
- [97] ROSTÁSY, F.S.; M. LAUBE & P. ONKEN: Zur Kontrolle früher Temperaturrisse in Betonbauteilen, *Bauingenieur*, 68, 5, 1993.
- [98] ROSTÁSY, F.S. & P. ONKEN: Konstitutives Stoffmodell für jungen Beton, Forschungsbericht, TU Braunschweig, 1994.
- [99] SADOUKI, H. & F.H. WITTMANN: Auswirkungen des physikalisch-mechanischen Unverträglichkeit der Bestandteile eines Verbundwerkstoffes aufgezeigt am Beispiel Beton in Material und Technik, 16, 23, 1988.
- [100] SAOUMA, V.E. & C.C. BARTON: Fractals, Fractures, and Size Effects in Concrete in Journal of Engineering Mechanics, 120, 835, 1994.
- [101] SCHATZ, T.: Zur bruchmechanische Modellierung des Kurzzeit-Bruchverhaltens von Holz im Rißöffnungsmodus I, Dissertation, Universität Stuttgart, 1994.
- [102] SCHLANGEN, E.: Experimental and Numerical Analyses of Fracture Processes in Concrete in *Heron*, 38, Nr. 2, 1993.
- [103] SCHORN, H. & U. RODE: Numerical Simulation of Crack Propagation from Microcracking to Fracture in Cement & Concrete Composites, 13, 87, 1991.
- [104] SCHORN, H.: Long Term Tests on Concrete According to Micromechanics Damage in [8].
- [105] SCHORN, H.: Damage process and Fracture Mechanism of Uniaxially Loaded Concrete in Micromechanics of Concrete and Cementitious Composites, ed. by C. HUET, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1993.
- [106] SHAH, S.P. & F.J. MC GARRY: Griffith Fracture Criterion and Concrete in Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 97, 1663, 1971.

- [107] SHAH, S.P.: Experimental Methods for Determining Fracture Process Zone and Fracture Parameters in Engineering Fracture Mechanics, 35, 3, 1990.
- [108] SHAH, S.P.; C. OUYANG & D.A. LANGE: Fracture Behaviour of Cement-Based Materials in MRS Bulletin, 19, Heft 3, 55, 1993.
- [109] SHAH, S.P.; S.E. SWARTZ & C. OUYANG: Fracture Mechanics of Concrete, Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.
- [110] SLATE, F.O.: X-Ray Technique for Studying Cracks in Concrete, with Emphasis on Methods Developed and Used at Cornell University in *Fracture Mechanics of Concrete*, ed. by F.H. WITTMANN, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1983.
- [111] SLOWIK, V.: Simulation von Bruchprozessen in Betonkörpern in Beiträge zum 35. Forschungskolloqium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton am 19. und 20. März 1998 an der Universität Leipzig, 153, 1988.
- [112] SPAETHE, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, VEB Verlag f
 ür Bauwesen, Berlin, 1987.
- [113] SUNDERLAND, H.; A. TOLOU, E. DENARIÉ, L. JOB & C. HUET: Use of the Confocal Microscope to Study Preexisting Microcracks and Crack Grwoth in Concrete in [123].
- [114] SWARTZ, S.E. & T. REFAI: Cracked Surface Revelated by Dye and its Utility in Determining Fracture Parameters in *Fracture Toughness and Fracture Energy: Test Methods for Concrete and Rock*, ed. by H. MIHASHI, H. TAKAHASHI & F.H. WITTMANN, Balkema, Rotterdam, 1989
- [115] TAIT, R.B.; S. DIAMOND, S.A.S. AKERS & S. MINDESS: Microprocess Failure Zone Studies Using an In Situ Scanning Electron Microscope Double Torsion Test Facility in *Micromechanics of Failure of Quasi-Brittle Materials*, ed. by S.P. SHAH, S.E. SWARTZ & M.L. WANG, Elsevier Science Publishers Ltd, 1990.
- [116] TAYLOR, H.F.W.: Modification of the Bogue Calculation in Advances in Cement Research, 2, 73, 1989.
- [117] TURATSINZE, A.: Caractérisation microstructurale de la fissuration des bétons et mortiers en mode I de propagation, Dissertation, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1992.
- [118] J.G.M. VAN MIER: Fracture Processes of Concrete Assessment of Material Parameters for Fracture Models, CRC Press, Boca Rato, New York, London & Tokyo, 1997.

- [119] VELEMIROV, S.: Rauhigkeit und fraktale Dimension von Betonbruchflächen, Diplomarbeit, TU Braunschweig, 1998.
- [120] VERVUURT, A.H.J.M.: Interface Fracture in Concrete, Dissertation, TU Delft, 1997.
- [121] WEILER, B.; C.U. GROSSE & H.W. REINHARDT: Acoustic Emission Investigations of the Damage Zone in Steel Fibre Reinforced Beams in High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC 3), ed. by H.W. REINHARDT & A.E. NAAMAN, Mainz, May 16-19, RILEM Publications S.A.R.L., Cachan, 1999.
- [122] WITTMANN, F.H.: Structure of concrete and crack formation in K.P. HERMANN & L.H. LARSSON (ED.): Fracture of Non-Metallic Materials, Brussels and Luxemnbourg, 309, 1987.
- [123] WITTMANN, F.H. (HRSG.): Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraM-CoS), Proceedings of the Second International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FraMCoS2), Zürich, AEDIFICATIO Publishers, Freiburg, 1995.
- [124] WOLINSKI, S.; D.A. HORDIJK, H.W. REINHARDT & H.A.W. CORNELISSEN: Influence of Aggregate Size on Fracture Mechanics Parameters of Concrete in The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 9, 95, 1987.
- [125] YON, J.-H.; N.M HAWKINS, Z.-K. GUO & A.S. KOBAYASHI: Fracture Process Zone Associated with Concrete Fracture in Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics, ed. by J.G.M. VAN MIER, J.G. ROTS & A. BAKKER, E. & F.N. Spon, London, 1991.
- [126] ZAITSEV, Y.B. & F.H. WITTMANN: Simulation of crack propagation and failure of concrete in *Matériaux et Constructions*, 14, 357, 1981.
- [127] ZIEGELDORF, S.; H.S. MÜLLER & H.K. HILSDORF: A Model Law for the Notch Sensitivity of Brittle Materials in Cement & Concrete Research, 10, 589, 1980.

Anhang

A.1 Bestimmung der linear-elastischen Größen für Mode I-Beanspruchung

In diesem Abschnitt werden die Bestimmungsgleichungen des Spannungsintensitätsfaktors K_I , der Rißöffnungsverschiebung CMOD und der Rißöffnungsverschiebung COD der beiden untersuchten Mode I-Versuchsbedingungen für Kerbzugkörper mit Doppelkerbe und gekerbten Biegebalken dargestellt.

A.1.1 Kerbzugkörper

Der Spannungsintensitätsfaktor eines mit einer Zugspannung σ beanspruchten Kerbzugkörpers der Breite 2*b* mit Doppelkerbe der jeweiligen Kerbtiefe *a* ist gegeben durch:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot g_1\left(\frac{a}{b}\right),\tag{A.1}$$

mit

$$g_1\left(\frac{a}{b}\right) = \left[1 + 0.122 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi a}{2b}\right)\right] \cdot \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \cdot \tan\left(\frac{\pi a}{2b}\right)}.$$
 (A.2)

Die Rißöffnungsverschiebung ergibt sich zu:

$$CMOD = \frac{4\sigma a}{E} \cdot g_2\left(\frac{a}{b}\right),\tag{A.3}$$

mit E dem Zugelastizitätsmodul und

$$g_2\left(\frac{a}{b}\right) = 1.458 - 0.308 \cdot \frac{a}{b} + 0.985 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1.869 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 2.009 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4.$$
(A.4)

Die Rißöffnungsverschiebung errechnet sich durch

$$\operatorname{COD}(x) = \operatorname{CMOD} \cdot g_3\left(\frac{a}{b}, \frac{x}{a}\right),$$
 (A.5)

wobei

$$g_{3}\left(\frac{a}{b}, \frac{x}{a}\right) = \left[1 + \left(0.407 \cdot \frac{a}{b} - 0.959\right) \cdot \frac{x}{a} + \left(0.450 \cdot \frac{a}{b} - 0.528\right) \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^{2} - \left(0.857 \cdot \frac{a}{b} - 0.487\right) \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^{3}\right]^{\frac{1}{2}}.$$
(A.6)

A.1.2 Gekerbter Biegebalken

Für einen gekerbten Dreipunktbiegebalken der Kerbtiefe a, der Höhe b, der Dicke D und der Stützweite S, der mit einer Last P beansprucht wird, erhält man für den Spannungsintensitätsfaktor:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot g_1 \left(\frac{a}{b}\right) \tag{A.7}$$

mit der Bestimmungsgleichung der Biegespannung

$$\sigma = \frac{3 \cdot P \cdot S}{2 \cdot b^2 \cdot D} \tag{A.8}$$

und

$$g_{1}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1.0 - 2.5 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{2} - 3.98 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{3} + 1.33 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{4}}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}}},$$
 (A.9)

wenn gilt $S = 2.5 \cdot b$ bzw.

$$g_1\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1.99 - \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right) \cdot \left[2.15 - 3.93 \cdot \frac{a}{b} + 2.70 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]}{\sqrt{\pi} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{a}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}}}$$
(A.10)

für $S=4\cdot b.$

Für die CMOD gilt:

$$CMOD = \frac{4\sigma a}{E} \cdot g_2\left(\frac{a}{b}\right). \tag{A.11}$$

Ähnlich wie vorher hängt die Funktion g_2 von dem Verhältnis der Stützweite zur Balkenhöhe ab:

$$g_2\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1.73 - 8.56 \cdot \frac{a}{b} + 31.2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 46.3 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 25.1 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$
 (A.12)

für $S=2.5\cdot b$ und

$$g_2\left(\frac{a}{b}\right) = 0.76 - 2.28 \cdot \frac{a}{b} + 3.87 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2.04 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \frac{0.66}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)^2}.$$
 (A.13)

wenn $S = 4 \cdot b$.

Die Rißweitenöffnung ergibt sich im Fall $S = 4 \cdot b$ zu

$$\operatorname{COD}(x) = \operatorname{CMOD} \cdot g_3\left(\frac{a}{b}, \frac{x}{a}\right)$$
 (A.14)

mit

$$g_3\left(\frac{a}{b}, \frac{x}{a}\right) = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 + \left(1.081 - 1.149 \cdot \frac{a}{b}\right) \cdot \left[\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right]}.$$
 (A.15)

A.2 Two-Parameter-Model

Das TPM nach Y.S. JENQ & S.P. SHAH [55] hat als Ziel die Berechnung der Rißzähigkeit K_{Ic} und die kritische Rißspitzenöffnungsverschiebung CTOD_c aus der Rißöffnung-Verschiebungskurve vs. Last und den Werten der Nachgiebigkeit vor und nach Belastung. In einem über die CMOD geregelten Dreipunktbiegeversuch erfolgt die Ermittlung dieser Werte, indem die Last nach Erreichen von etwa 95% der maximalen Last heruntergefahren wird. Die Nachgiebigkeitswerte entsprechen den Steigungen der Kurve. Mit Hilfe dieser Messung läßt sich zusätzlich der Elastizitätsmodul bestimmen. Vorteilhaft bei dieser Meßmethode ist, im Gegensatz zu den meisten anderen, daß nur eine Probe zur Meßwerterfassung notwendig ist.

Die E-Modul-Bestimmung erfolgt mittels der Ursprungsnachgiebigkeit (siehe Abb. 2.10) nach

$$E = \frac{6 \cdot S \cdot a_0 \cdot V_1(\alpha)}{C_i \cdot B \cdot W^2} \tag{A.16}$$

Die Approximationsfunktion V_1 ist definiert durch

$$V_1(\alpha) = 0.76 - 2.28\alpha + 3.87\alpha^2 - 2.04\alpha^3 + \frac{0.66}{(1-\alpha)^2},$$
 (A.17)

wobei

$$\alpha = \frac{a_0 + H_0}{W + H_0}.$$
 (A.18)

Hier bedeutet H_0 die Befestigungshöhe der induktiven Wegaufnehmer zur CMOD-Erfassung.

Anhand des am ansteigenden Ast der Last-CMOD-Kurve zu bestimmenden E-Moduls ist die zur Bruchzähigkeitsermittlung erforderliche effektive Rißlänge mittels E-Modulbestimmung des absteigenden entlasteten Astes ermittelbar. Wenn für die effektive kritische Rißlänge <u>a</u> die Summe von Ursprungskerbtiefe und Rißlänge bei maximaler Last angenommen werden kann, gilt

$$\alpha = \frac{a+H_0}{W+H_0},\tag{A.19}$$

also ist

$$E = \frac{6 \cdot S \cdot \underline{a} \cdot V_1(\alpha)}{C_u \cdot W^2 \cdot B}.$$
(A.20)

In diesem Fall bedeutet C_u die Nachgiebigkeit der Entlastungskurve. Mit diesen Werten ist es nun möglich, die Bruchzähigkeit numerisch zu bestimmen:

$$K_{Ic} = \frac{3S \cdot F_{\max}}{2B \cdot W^2} \sqrt{\pi_2} F(\alpha), \qquad (A.21)$$

mit

$$F(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{\frac{3}{2}}}$$
(A.22)

und F_{max} als die gemessene maximale Last. Ähnlich kann nun das CTOD_c bestimmt werden.

$$\text{CTOD}_{e} = \frac{6S \cdot \underline{a} \cdot F_{\max}}{W^{2} \cdot B \cdot E} V_{1}(\alpha) \sqrt{(1-\beta)^{2} - (1.149\alpha - 1.081)(\beta - \beta^{2})}, \qquad (A.23)$$

wobei $\alpha = \underline{a}/W$ und $\beta = a_0/\underline{a}$.

A.3 Bestimmung des Hydratationsgrads

Der Erhärtungsfortschritt des Zements oder des jungen Betons wird durch den Hydratationsgrad α ausgedrückt. $\alpha(t)$ wird als das Verhältnis der hydratisierten Zementmenge zum Zeitpunkt t zur Ausgangsmenge des Zements. GUTSCH [34] führt die gebräuchlichsten Formulierungen für den Hydratationsgrad auf. Eine Formulierung ist das Verhältnis der freigesetzten Hydratationswärme Q(t) zum Zeitpunkt t zur maximal freisetzbaren Hydratationswärme Q_{max} bei vollständiger Hydratation — $\alpha = 1$:

$$\alpha = \frac{Q(t)}{Q_{max}}.\tag{A.24}$$

 Q_{max} ist meßtechnisch schwer zu ermitteln, da die Wärmefreisetzungsrate mit steigendem Hydratationsgrad abnimmt. Die Messung wird ungenauer. Mittels gut kalibriertem Kalorimeter beträgt die meßbare Wärmemenge zwischen 75% und 85% der Gesamtwärmemenge. Die maximal generierbare Wärmemenge Q_{max} kann aus den Wärmemengen Q_i der einzelnen Zementphasen *i* mit dem Anteil m_i nach TAYLOR [116] bestimmt werden:

$$Q_{max} = \sum Q_i \cdot m_i. \tag{A.25}$$

Tabelle A.1 gibt eine Übersicht der Hydratationswärmen der einzelnen Klinkerphasen nach den Untersuchungen von TAYLOR [116].

Klinkerphasen	C_3S	C_2S	C ₃ A	C ₄ AF	fr. CaO	fr. MgO
$Q_{max} \; [\rm kJ/kg]$	550	340	1195	440	1165	

Tabelle A.1: Hydratationswärme der Klinkerphasen nach TAYLOR

Die Wärmefreisetzungsrate während der Hydratation hängt von der Prozeßtemperatur ab. Um einen Vergleich zu einer isothermen Lagerung des Betons bei 20 °C wird die Prozeßtemperatur durch Einführung eines wirksamen Alters berücksichtigt. FREIESLEBEN ET AL. [27] formulieren das wirksame Alter nach einem Arrhenius-Ansatz an, das nach LAUBE [66] die Reaktionskinetik besonders gut berücksichtigt:

$$t_{e} = \int_{0}^{t} \exp\left[\frac{E_{A}}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T(t)}\right)\right] dt,$$
 (A.26)

mit der Aktivierungsenergie des Hydratationsprozesses E_A ($E_A \sim 33.5$ kJ/mol für eine Temperatur $T \ge 293$ K bzw. $E_A \sim 33.5 + 1.47 \cdot (293 - T)$ kJ/mol im Fall T < 293 K) und der universalen Gaskonstante R = 8.314 J/mol.

Mathematisch läßt sich der Hydratationsfortschritt dann nach JONASSON [58] formulieren:

$$\alpha(t_e) = \exp\left\{a \cdot \left[\ln\left(1 + \frac{t_e}{t_1}\right)\right]^b\right\},\tag{A.27}$$

a, b und t_1 sind Koeffizienten, die aus nicht-linearer Regression der experimentellen Hydratationsdaten zu ermitteln sind.

Die Messung der zeit- und temperaturabhängigen Wärmefreisetzung des Betons während der Hydratationsphase kann sowohl mittels isothermer als auch mittels adiabatischer Kalorimetrie erfolgen. Im Fall der isothermen Kalorimetrie ist die Betontemperatur konstant zu halten. Beim adiabatischen Versuch wird jeglicher Wärmeabfluß durch Nachfahren der Betontemperatur verhindert. Aus meß- und regeltechnischen Gründen wurde letzteres Verfahren bevorzugt. Zudem entfällt eine Wärmeverlustrechnung.

Abbildung A.1 zeigt den Aufbau des Kalorimeters. Die zylindrische Frischbetonprobe wird sofort nach der Herstellung in das wärmeisolierte Gehäuse des Kalorimeters plaziert. Die Temperaturentwicklung der Probe wird mit einem eingebetteten Pt 100-Elements gemessen. Zur Vermeidung von Temperaturdifferenzen zwischen der Probe und der Umgebung wird die Lufttemperatur des Behälters mittels Heiz- und Kühlrohrschlangen der jeweiligen Betontemperatur angepaßt. Die Temperatursteuerung erfolgt über einen weiteren Pt 100-Fühler, der die Lufttemperatur im Kalorimeter mißt.



Abbildung A.1: Aufbau des adiabatischen Kalorimeters

Für die verwendeten Mischungen wurden adiabatische Versuche durchgeführt. Die Entwicklung des Hydratationsgrads wird in Abbildung A.2 in Abhängigkeit vom effektivem Alter dargestellt. Neben den Meßwerten sind ebenfalls die durch Regression bestimmten Kurven angegeben. Anhand der Resultate der nichtlinearen Regression konnten die Hydratationsgrade für unterschiedliche Betone errechnet werden. Abbildung A.3 stellt diese dar.

A.4 Modellierung des ansteigenden Asts eigener Spannung- Dehnungslinien nach GUTSCH

Im Rahmen dieses Abschnitts werden die Spannung-Dehnungslinien der Serie K7 nach dem Ansatz nach GUTSCH [34] ausgewertet. Die notwendigen Parameter zur Berechnung einer Spannung-Dehnungslinie werden in Tab. A.2 zusammengefaßt. Das Ergebnis einzelner Berechnungen ist in Abb. A.4 dargestellt. Dieses Diagramm dient der Beurteilung des GUTSCHen Ansatzes und bildet die Basis für die im Abschnitt 5 allgemeine Formulierung der Mikrorißbildung im ansteigenden Ast.



Abbildung A.2: Experimentell ermittelte Hydratationsgrade von exemplarischen Betonen in Abhängigkeit vom effektiven Alter.



Abbildung A.3: Berechnete Hydratationsgrade von exemplarischen Betonen in Abhängigkeit vom Alter.

Probe	$\frac{E_{ct}}{[\rm N/mm^2]}$	f_{ct} [N/mm ²]	$\frac{f_{ct}/2}{[\rm N/mm^2]}$	ε _{0.5} [-]	ε _{cu} [-]	B [-]
K0702D_1	24953	1.571	0.785	$1.17\cdot 10^{-4}$	$3.00\cdot 10^{-4}$	1.571
K0702D_2	27503	1.710	0.855	$1.33\cdot 10^{-4}$	$3.33\cdot 10^{-4}$	1.500
K0702D_3	28558	1.434	0.717	$1.17\cdot 10^{-4}$	$3.67\cdot 10^{-4}$	2.143
K0707D_1	29295	2.028	1.014	$1.17 \cdot 10^{-4}$	$4.00\cdot 10^{-4}$	2.428
K0707D_2	32935	2.073	1.036	$1.60\cdot 10^{-4}$	$5.67\cdot 10^{-4}$	2.542
K0707D_3	39304	1.914	0.957	$1.33\cdot 10^{-4}$	$4.00\cdot 10^{-4}$	2.000
K0728D_1	30743	2.682	1.341	$1.87\cdot 10^{-4}$	$6.67\cdot 10^{-4}$	2.571
K0728D_2	33253	2.929	1.464	$1.77\cdot 10^{-4}$	$5.67\cdot 10^{-4}$	2.207
K0728D_3	37354	2.748	1.374	$1.80\cdot 10^{-4}$	$5.67\cdot 10^{-4}$	2.148

Tabelle A.2: Kennwerte der Spannung-Dehnungslinien der Serie K7 (Beton M1: B35, CEM I
32.5R, $d_{max} = 16$ mm, Probengröße KG 2: $270 \times 120 \times 80$ mm³) im ansteigenden
Ast



Abbildung A.4: Ansteigender Ast der Spannung-Dehnungslinie von Kerbzugkörpern am Beispiel der Serie K7 (Beton M1: B35, CEM I 32.5R, d_{max} = 16 mm, Probengröße KG 2: 270 × 120 × 80 mm³) — Meßergebnisse und Modell nach GUTSCH [34]

A.5 Kennwerte des ansteigenden Asts der Spannung-Dehnungslinie

	·····						
$\frac{E_{ct}}{[\text{N/mm}^2]}$	E_{ct}	f_{ct}	$\varepsilon_{cu} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\mu r} \cdot 10^4$	$\sigma_{\mu r}$	$k_{\mu r}$	$B_{\mu r}$
	$[N/mm^2]$	[-]	[-]	$[N/mm^2]$	[-]	[-]	
P1102d_1	18495	1.522	1.046	0.417	0.776	0.510	1.569
P1102d_2	19061	1.456	0.857	0.438	0.851	0.585	1.347
P1102d_3	18746	1.587	0.954	0.519	0.961	0.605	1.285
P1102d_4	17814	1.504	1.028	0.547	0.963	0.640	1.565
P1107d_1	23680	1.883	0.931	0.404	0.963	0.511	1.364
P1107d_2	42520	1.788	0.471	0.281	1.178	0.658	1.304
P1107d_3	23790	2.087	1.047	0.609	1.440	0.690	1.602
P1107d_4	23312	1.908	0.912	0.532	1.227	0.643	1.289
P1192d_1	25066	2.630	1.552	0.867	1.965	0.747	2.336
P1192d_2	26348	2.509	1.064	0.641	1.647	0.657	1.262
P1192d_3	24106	2.678	1.397	0.805	1.864	0.696	1.684
P1192d_4	24868	2.881	1.543	0.864	2.079	0.722	2.038
P1202d_1	17964	1.436	0.928	0.433	0.792	0.551	1.404
P1202d_2	18840	1.303	0.864	0.454	0.816	0.626	1.511
P1202d_3	18870	1.239	0.774	0.398	0.752	0.607	1.458
P1202d_4	18227	1.186	0.829	0.386	0.693	0.584	1.614
P1207d_1	21878	1.757	1.034	0.518	1.114	0.634	1.727
P1207d_2	23347	1.649	0.785	0.470	1.072	0.650	1.246
P1207d_3	23450	1.828	0.900	0.406	0.959	0.524	1.342
P1207d_4	25745	1.681	1.022	0.450	0,998	0.593	1.851
P1284d_1	24583	2.664	1.268	0.729	1.745	0.655	1.404
P1284d_2	22847	2.463	1.645	0.796	1.759	0.714	2.663
P1284d_3	26084	2.431	1.062	0.712	1.794	0.738	1.385
P1284d_4	24970	2.501	1.274	0.672	1.619	0.647	1.648
P3128d_1	26046	2.767	1.305	0.769	1.899	0.686	1.52
P3128d_2	25131	2.617	1.601	0.702	1.730	0.661	2.49
P3128d_3	25375	2.940	1.428	0.790	2.043	0.695	1.838
P3128d_4	26010	2.431	1.231	0.591	1.522	0.626	1.812
P3528d_1	18829	2.715	1.612	1.020	1.882	0.693	1.31
P3528d_2	18706	2.405	1.554	0.877	1.623	0.675	1.60
P3528d_3	20157	2.444	1.834	0.938	1.772	0.725	2.51
P3528d_4	36494	2.747	0.904	0.440	1.595	0.581	1.46

Tabelle A.3: Kennwerte des ansteigenden Asts von Nebenkörpern (Zugzylinder) am Beispieldes Betons M1: B35, CEM I 32.5R, $d_{max} = 16 mm$

A.6 Berechnung von Kennwerten im ansteigenden Ast

Tabelle A.4: Exemplarische Berechnung der Kennwerte des ansteigenden Astes für Hydrata-
tionsgrade zwischen 0.2 und 1 für den Beton M1 (B35, CEM I 32.5R, $d_{max} =$
16 mm)

α [-]	$f_{ct} [\mathrm{N/mm^2}]$	$E_{ct} [\mathrm{N/mm^2}]$	$k_{\mu r}$ [-]	$\varepsilon_{\mu\tau} \cdot 10^5$ [-]	$\varepsilon_{cu} \cdot 10^4$ [-]	$B_{\mu r}$ [-]
0.2	0.047	3913	0.503	0.612	0.303	3.998
0.4	0.911	17138	0.562	2.985	0.657	1.541
0.6	1.774	23919	0.621	4.602	1.012	1.965
0.8	2.637	29164	0.679	6.142	1.366	2.589
1.0	3.500	33600	0.738	7.687	1.720	3.486
Lebenslauf von Karim Hariri

Geburt:	20. Dezember 1967 in Zittau/Sachsen
Eltern:	Omar Hariri, DiplIng.
	Bärbel Hariri, geb. Richter
Familienstand:	verheiratet seit dem 1994 mit Maike Hariri geb. Vahrenhorst
	zwei Kinder: David, geb. 1994, Nele, geb. 1997
1973-1978	Grundschule "Charles de Foucault" in
	Casablanca/Marokko
1978-1986	Gymnasiums "Lycee Lyauthey" in
	Casablanca/Marokko
1985	Abitur Serie D: Mathematik und Naturwissenschaften
1986	Abitur Serie C: Mathematik und Physik
1986-1992	Studium der Physik an der Technischen
	Universität Braunschweig, Abschluß: Diplomphysiker
1993 - 1996	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für
	Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB)
	der TU Braunschweig,
Seit 1.6.1996	Wissenschatlicher Assistent am iBMB

https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201903221437-0

Druck und Einband · Wolfram Schmidt · Braunschweig

https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201903221437-0

https://doi.org/10.24355/dbbs.084-201903221437-0

