

2753-3194

INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ

AMTLICHE MATERIALPRÜFANSTALT FÜR DAS BAUWESEN



Edite Start

TU BRAUNSCHWEIG

Betonverhalten bei hohen Temperaturen und triaxialer Beanspruchung -FE-Modell auf der Basis der Betonstruktur

von Jens Ameler

Heft 134 ·

BRAUNSCHWEIG · 1997

ISBN 3-89288-113-8 ISSN 0178-5796





Diese Arbeit ist die vom Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität Braunschweig genehmigte Dissertation des Verfassers.

Eingereicht am:	04. 02. 1997
Mündliche Prüfung am:	27.06.1997
Berichterstatter:	Prof. DrIng. D. Hosser
Berichterstatter:	Prof. DrIng. F. Rostásy
Berichterstatter:	Prof. DrIng. H. Schorn

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig, im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsvorhabens.

Besonders danken möchte ich Professor Dr.-Ing. D. Hosser dafür, daß er mir von Beginn meiner Tätigkeit an vertrauensvoll die Bearbeitung des Forschungsvorhabens überließ und zu den richtigen Zeitpunkten, durch entsprechende Denkanstöße, ein Weiterkommen ermöglichte. Auch für die Berichterstattung zur vorliegenden Arbeit danke ich ihm.

Herrn Professor Dr.-Ing. H. Ahrens danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Den Herren Professoren Dr.-Ing. Dr.-Ing- E.h. F. Rostásy und Dr.-Ing. H. Schorn danke ich für die Berichterstattung und für das große entgegengebrachte Interesse an meiner Arbeit.

Bei den Kolleginnen und Kollegen des Instituts möchte ich mich für die stets gute Zusammenarbeit bedanken. Meinen Hiwis Torsten Wiegel, Christian Heidrich und Knut Clemens gilt mein besonderer Dank für die starke Unterstützung die ich durch sie hatte.

Letztlich danke ich meiner Frau für die mir entgegen gebrachte große Geduld und stete Unterstützung während der Erstellung der Arbeit.

Braunschweig, im Juli 1997

Jens Ameles

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

	Bezeichnungen	IV
1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung und Lösungsweg	4
1.3	Überblick	6
2	Beton	7
2.1	Betonverhalten bei Normaltemperatur	7
2.1.1	Allgemeines	7
2.1.2	Festigkeit unter einaxialer Beanspruchung	7
2.1.3	Einfluß mehraxialer Beanspruchung	10
2.1.4	Verformung	14
2.1.5	Zusammenfassung	15
2.2	Betonverhalten unter hoher Temperatur	17
2.2.1	Allgemeines	17
2.2.2	Chemische und physikalische Reaktionen	18
2.2.3	Thermische Dehnung	19
2.2.4	Werkstoffkennlinie bei einaxialer Beanspruchung	21
2.2.5	Einfluß mehraxialer Beanspruchung	27
2.2.6	Elastizitätsmodul	29
2.2.7	Querdehnzahl	30
2.2.8	Zusammenfassung	31
2.3	Ansätze zur Beschreibung des Betonverhaltens unter	
	mehraxialer Beanspruchung	32
2.3.1	Allgemeines	32
2.3.2	Klassische Bruchhypothesen	33

- ! -

2.3.3	Bruchkriterien und Verformungsmodelle	38
2.3.4	Hypothesen auf der Grundlage von Energiebetrachtun-	
	gen, Bruchmechanik und Weiterentwicklungen	43
2.3.5	Hypothesen auf der Grundlage von Modellvorstellungen	46
2.3.6	Modellansätze für Beton bei mehraxialer Belastung und	
	hoher Temperatur	54
2.3.7	Zusammenfassung	56
3	Modellansatz	58
3.1	Allgemeines	58
3.2	Mörtelmatrix	59
3.2.1	Allgemeines	59
3.2.2	Werkstoffverhalten unter Normaltemperatur und	
	Näherungsansatz	59
3.2.3	Mechanische Eigenschaften bei stationärer Temperatur-	
	beanspruchung	65
3.2.4	Mechanische Eigenschaften bei instationärer	
	Temperaturbeanspruchung	75
3.2.5	Thermische Dehnung	88
3.3	Zuschlag	98
3.3.1	Allgemeines	98
3.3.2	Mechanische Eigenschaften	98
3.3.3	Thermische Dehnung	98
	•	
3.4	Interaktion von Mörtelmatrix und Zuschlag	101
3.5	Aufbereitung der Modellansätze für die FE-Methode	104
3.5.1	Theoretischer Hintergrund	104
3.5.2	Ansätze für das Volumenelement	107
3.5.3	Werkstoffmatrizen der Komponenten	110
3.6	Abbildung des realen Betonkörpers	114
3.6.1	Allaemeines	114
	•	111

3.6.2 3.6.3	Der numerische Beton von Wittmann und Mitarbeitern Eigene Vorgehensweise	114
		116
3.7	Einfluß der Elementierung	
3.7.1	Allgemeines	120
3.7.2	Stationärer Beanspruchungsfall	120
3.7.3	Instationärer Beanspruchungsfall	120
		127
4	Modellverifizierung	130
4.1	Allgemeines	130
4.2	Berechnungssysteme	130
4.2.1	Scheibensystem	130
4.2.2	Würfelsystem	132
4.3	Berechnungsparameter der Komponenten	133
4.4	Verifizierungsberechnungen	136
4.4.1	Mehraxiale Beanspruchung unter Normaltemperatur	136
4.4.2	Ein- und mehraxiale Hochtemperaturbeanspruchung,	
	stationärer Fall	142
4.4.3	Ein- und mehraxiale Hochtemperaturbeanspruchung,	4 4 7
		147
4.4.4	Zusammentassung	152
5	Zusammenfassung und Ausblick	154
5.1	Zusammenfassung	154
5.2	Aushlick	158
6	Literatur	162

- IV -

BEZEICHNUNGEN

Spannungen, Dehnungen:

σ	Spannung
ε	Verzerrung
γ	Schubverzerrung (γij = εij + εji)
σν	Vergleichsspannung nach von Mises
^ɛ therm	thermische Dehnung
€tot	Gesamtverformung im instationären Versuch
εM	mechanischer Verformungsanteil
εн	Anteil aus Schwinden und Kriechen
εŢ	thermischer Dehnungsanteil
^ε el	elastischer Verformungsanteil
٤pl	plastischer Verformungsanteil
ɛtr, cr	transienter Kriechanteil

Vektoren, Matrizen:

<u>v</u>	Vektor der unbekannten Knotenverformungen
<u>3</u>	Vektor der Verzerrungen
<u>σ</u>	Vektor der Spannungen
Ē	Vektor der wirkenden Lasten
Δ <u>F</u>	Vektor der Ungleichgewichtslast
Δ <u>v</u>	Vektor der Knotenweggrößenänderung
<u>i, j, k</u>	Einheitsvektoren
N	Matrix der Formfunktionen
B	Verschiebungs-Verzerrungs-Matrix
₽	Werkstoffmatrix
Ĕ	Steifigkeitsmatrix

E_{ep} elastisch-plastische Werkstoffmatrix

Materialkennwerte:

βD	einaxiale Druckfestigkeit
βz	einaxiale Zugfestigkeit
ơ1,u,20°	einaxiale Bruchspannung unter Normaltemperatur
μ	Querdehnzahl
E	Elastizitätsmodul
Ē	rechnerische Größe für den Elastizitätsmodul

Sonstige:

т	Temperatur
Ā	virtuelle Arbeit
<u>S</u> ₀	Kugeltensor
ŝ	Spannungsdeviator
l ₂	zweite Invariante des Spannungsdeviators
F	Fließbedingung (F = $\sigma_v - \beta_s$)
λ	Proportionalitätsfaktor
κ	Verhältnis der äußeren Spannungen ($\kappa = \sigma_2/\sigma_1$)
α	Höhe der Vorlast beim instationären Versuch

Indizes:

1, 2, 3	in Richtung der Hauptachsen
x, y, z	in Richtung der Koordinatenachsen
r, s, t	Koordinaten in isoparametr. Darstellung
xx, xy, etc.	Orientierung der Bezugsfläche, Richtung der Spannung bzw. Dehnung
x,x	Differentiation

1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung

Der Nachweis von Gesamttragwerken unter Brandbeanspruchung basiert in den meisten Fällen auf dem Nachweis von Einzelbauteilen, da für diese konkrete Anforderungen in DIN 4102 Teil 4 (03.94) /DIN4102/ festgelegt sind. Das Zusammenspiel der einzelnen Bauteile im Gesamtsystem wird dabei in der Regel nicht beachtet oder allenfalls über konstruktive Vorkehrungen, z. B. über die Fugenausbildung, indirekt berücksichtigt. Diese Vorgehensweise ist unbefriedigend, denn es ist bekannt, daß die Interaktion der Bauteile im Gesamtsystem im Zusammenhang mit dem Lastfall Brand - zu Effekten führt, die beachtet werden sollten.

Einerseits wird die freie thermische Dehnung einzelner Systemteile behindert, wodurch bei einer Brandbeanspruchung Zwangverformungen entstehen, die zu entsprechenden Zwangschnittgrößen führen. Diese können sich ungünstig auf das Tragverhalten einer Gesamtkonstruktion auswirken.

Andererseits ermöglicht die Verbindung der Bauteile die Umlagerung von Lasten. Ändern sich aufgrund der Brandbeanspruchung die Steifigkeitsverhältnisse, können vorhandene Tragreserven mobilisiert werden. Im günstigen Fall bleibt beispielsweise die Tragfähigkeit einer Gesamtkonstruktion erhalten, obwohl das brandbeanspruchte Einzelbauteil bereits versagt hat.

Die Betrachtung eines Gesamtsystems führt zu mehraxialen Beanspruchungszuständen, beispielsweise kann im Brandfall ein Stützenkopf durch die thermische Dehnung einer Decke vom aussteifenden Element weg räumlich verschoben werden. Bei Normaltemperatur erfolgt die Bemessung von Bauteilen für derartige mehraxiale Beanspruchungszustände meist mit Hilfe von Näherungsverfahren, die auf vereinfachten Annahmen beruhen. Wenn zusätzlich eine thermische Beanspruchung vorliegt, verändert sich das Materialverhalten: mit steigender Temperatur nimmt allgemein das Verformungsvermögen zu und die Materialfestigkeit ab. Spannungen, die im kalten Zustand noch vernachlässigt werden konnten, beeinflussen dann ggf. maßgeblich das Werkstoffverhalten. Aus diesem Grund muß bei Temperaturbeanspruchung der tatsächlich vorhandene Spannungszustand genauer als bei Normaltemperatur beachtet werden.

Auf der Suche nach Bemessungsvorschlägen für mehraxial und durch hohe Temperaturen beanspruchte Tragwerke liegt es nahe, diese direkt aus Versuchsergebnissen abzuleiten, so wie dies bei der Ermittlung der Feuerwiderstandsdauer von Bauteilen gängige Praxis ist.

Entsprechende experimentelle Untersuchungen von zwei- bzw. dreidimensionalen Teil- oder Gesamtstrukturen unter Brandbeanspruchung liegen aber zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur in sehr beschränkter Anzahl vor, z. B. /Hof80, Kli80,Hass83,Rud88,Card94.1,Card94.2,Lan95/, so daß hieraus bisher noch keine konkreten Ansätze abgeleitet wurden. Die Ursache für die geringe Zahl von experimentellen Untersuchungen ist im hohen Versuchsaufwand zu sehen.

Aber auch die rein theoretische Behandlung der oben beschriebenen Fragestellung - die in Zukunft mit der Einführung der Eurocodes zulässig ist - ist derzeit noch nicht möglich, da die erforderlichen komplexen Rechenprogramme, z. B. wegen fehlender mehraxialer Werkstoffbeschreibungen, noch nicht zur Verfügung stehen. Rechenansätze, bzw. rechnerische Untersuchungen findet man u. a. bei /Vog85,Ham93,Dor93,Card94.2,Lan95/. Die Analyse gelingt hier aber oftmals nur durch starke Vereinfachungen, z. B. durch die Betrachtung ebener Rahmensysteme oder durch die Verwendung einaxialer Werkstoffgesetze.

Mit dem Bau der "Intelligenten Prüfmaschine" (IPM) am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, steht mittlerweile eine Versuchseinrichtung zur Verfügung, mit der in Zukunft Problemstellungen im Zusammenhang mit brandbeanspruchten Gesamttragwerken untersucht werden sollen /Kie90, Hos93,Hos95/.

Der Grundgedanke der IPM liegt darin, einen Ausschnitt des Gesamtsystems als realen Teil im Versuchsstand einzubauen und gleichzeitig das Verhalten der Gesamtstruktur mit Hilfe eines Finite-Elemente-Programms (FE-Programms) zu simulieren. Über einen sowohl für den Versuchskörper als auch für das umgebende System definierten Punkt, den sog. Interface-Knoten, wird die Verbindung zwischen beiden Partnern, also zwischen realem Bauteil und simuliertem Tragsystem, hergestellt.

Nach dem erfolgreichen Abschluß der dritten Projektphase Anfang 1995, die der Verifizierung des IPM-Systems durch Großbrandversuche an ebenen Rahmensystemen diente, wird derzeit die Weiterentwicklung der FE-Software zur Untersuchung dreidimensionaler Tragwerke unter Brandbeanspruchung vorangetrieben.

Das FE-Programm wird aber nur dann in der Lage sein, das Verhalten eines komplexen Tragwerks realitätsnah zu beschreiben, wenn mehraxiale Beschreibungen für die durch hohe Temperaturen beanspruchten Werkstoffe vorhanden sind.

Im Hinblick auf den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Verbundbaustoff Beton liegt die Überlegung nahe, die erforderlichen 3D-Werkstoffkennlinien aus Versuchsergebnissen abzuleiten. Die bisher durchgeführten experimentellen Untersuchungen auf Bauteilniveau, z. B. im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 148 (SFB 148) /Schnei77.1,Schnei80/, beschäftigten sich aber in der Hauptsache mit dem Hochtemperaturverhalten unter einaxialer Belastung und führten hier zu brauchbaren Ergebnissen.

Für mehraxiale Beanspruchung unter erhöhter Temperatur können gegenwärtig lediglich Untersuchungen zum biaxialen Verhalten des Betons herangezogen werden /Died87,Died89,Ehm86,Ros89,Thi93.1,Thi93.2/. Die Ursache dafür, daß die triaxiale Situation bisher nicht untersucht wurde, ist in der noch fehlenden Versuchstechnik zu sehen. Insgesamt ist somit bislang nur ein Teilbreich der möglichen mehraxialen Beanspruchungszustände bei hohen Temperaturen experimentell abgedeckt, weshalb gegenwärtig auf dieser Basis keine allgemeingültige Werkstoffbeschreibung abgeleitet werden kann.

Eine andere Möglichkeit, die Werkstoffkennlinien für den temperaturbeanspruchten Beton bereitzustellen, bieten theoretische Modelle, bei denen die fehlenden Beanspruchungszustände durch entsprechende Annahmen beschrieben werden. Auch hier liegen bisher aber nur wenige Ansätze vor, auf die in einem späteren Abschnitt noch näher eingegangen wird.

1.2 Zielsetzung und Lösungsweg

Das Ziel der nachfolgend dargestellten Untersuchungen ist die Entwicklung eines analytischen Werkstoffmodells für den durch hohe Temperaturen sowie durch mehraxiale Beanspruchungszustände belasteten Beton.

Im Hinblick auf eine Anwendung im Rahmen experimenteller Untersuchungen mit der IPM - zur Klärung offener Fragestellungen bei brandbeanspruchten Gesamttragwerken - interessieren hier besonders der Kurzzeitbereich und Temperaturen zwischen 20 °C und 800 °C.

Als Lösungsweg wird ein Modellansatz auf der Basis der Betonstruktur gewählt, wobei die Komponenten Mörtelmatrix und Zuschlag unterschieden werden. Der Mörtelmatrix wird der Zementanteil, der Feinanteil des Zuschlags mit einem Korndurchmesser von \leq 4 mm und der Wasseranteil hinzugerechnet.

Diese Vorgehensweise scheint sowohl in bezug auf die Beschreibung des mehraxialen Werkstoffverhaltens des Betons als auch in bezug auf die weitere Verwendung im Zusammenhang mit der IPM vorteilhaft zu sein.

Hinsichtlich der Werkstoffbeschreibung zeigt die Auswertung vorliegender experimenteller Untersuchungen an Beton nämlich, daß eine Temperaturbeanspruchung zu Zersetzungs- und Umwandlungsprozessen führt, die direkt den betrachteten Komponenten zugeordnet werden können, beispielhaft sei die überproportionale Zunahme der thermischen Dehnungen des Zuschlags infolge der Quarzinversion genannt.

Zudem zeigen Ergebnisse von Untersuchungen an den hier unterschiedenen Komponenten Zuschlag und Mörtelmatrix, daß deren mehraxiales Werkstoffverhalten durch einfache Näherungsansätze beschrieben werden kann.

Durch die Verwendung finiter kubischer Volumenelemente zur Abbildung der Betonstruktur und durch die Aufbereitung der Näherungsansätze für die Werkstoffbeschreibung der Komponenten wird eine Analyse mittels der FE-Methode möglich. Dem nichtlinearen Verhalten des Betons kann dabei u. a. dadurch Rechnung getragen werden, daß die Komponenten in dem gedachten Probekörper zufällig gemischt und ihren mechanischen Eigenschaften neben temperaturabhängigen auch zufällige Anteile beigegeben werden.

Die Verifizierung des Modells kann anhand vorliegender triaxialer Versuche unter Normaltemperatur und der oben angesprochenen biaxialen Versuche unter Hochtemperaturbeanspruchung punktuell auf Bauteilniveau erfolgen.

Hinsichtlich der weiteren Anwendung sollen mit dem abgesicherten Werkstoffmodell Versuchsersatzwerte für den mehraxial und durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton berechnet werden. Diese können dann bei der Tragwerksanalyse, z. B. im Rahmen von experimentellen Untersuchungen mit der IPM, verwendet werden.

Der für die Modellbildung gewählte Ansatz auf der Basis der Betonstruktur bietet hierbei den Vorteil größtmöglicher Flexibilität. Für den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Normalbeton ist dabei an veränderte Randbedingungen, wie z. B. ein verändertes Mischungsverhältnis oder eine veränderte Komponenteneigenschaft gedacht. Aber auch für weiterführende Anwendungen, z. B. bei anderen Verbundwerkstoffen, scheint das Modell als Grundlage dienen zu können, wenn es gelingt, für die dann betrachteten Komponenten die entsprechenden Werkstofformulierungen im Modell zu implementieren.

1.3 Überblick

Der folgende Abschnitt 2 beschäftigt sich ausschließlich mit dem Werkstoff Beton. Zunächst wird dessen Bruch- und Verformungsverhalten unter Normaltemperatur beleuchtet (vgl. Abschnitt 2.1). Anschließend werden im Abschnitt 2.2 die Faktoren betrachtet, die bei einer Temperaturbeanspruchung für das Werkstoffverhalten maßgebend werden. Im dritten Teil des Abschnitts wird auf die Grundlagen vorliegender Modellansätze zur Beschreibung des mehraxialen Werkstoffverhaltens des Betons, sowohl für Normaltemperatur als auch für erhöhte Temperaturen, eingegangen.

Im Abschnitt 3 stehen die getroffenen Modellansätze im Mittelpunkt. Hierbei wird zunächst das Werkstoffverhalten der Komponenten unter Normaltemperatur und unter hohen Temperaturen erläutert, außerdem werden die gewählten Näherungen dargestellt (vgl. Abschnitte 3.2 bis 3.4). Im Abschnitt 3.5 werden die theoretischen Grundlagen des Modells sowie die Aufbereitung der gewählten Näherungsansätze für die FE-Methode behandelt. Den Übergang von der realen Betonstruktur zum Modell zeigt Abschnitt 3.6.

Die Verifizierung der Modellansätze erfolgt im Abschnitt 4. Neben der Festlegung der Berechnungssysteme und -parameter erfolgt eine Darstellung und Diskussion von Vergleichen zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnissen.

Den Abschluß bilden eine Zusammenfassung der wesentlichen Erkenntnisse und Ergebnisse, die Diskussion noch offener Probleme sowie ein Ausblick auf die weitere Verwendung des Modells (Abschnitt 5).

2 BETON

2.1 Betonverhalten bei Normaltemperatur

2.1.1 Allgemeines

Im Mittelpunkt des Abschnitts 2.1 steht das Werkstoffverhalten des Betons bei Normaltemperatur. Im Hinblick auf die später gezeigten Modellansätze für den durch hohe Temperaturen beanspruchten Werkstoff und auch, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen, erfolgt eine Begrenzung der Betrachtungen auf Normalbeton nach DIN 1045 /DIN 1045/ und den Kurzzeitbereich. Einflüsse, die sich beispielsweise aus den Erhärtungs- oder aus den Prüfrandbedingungen ergeben, sind nicht Gegenstand dieses Abschnitts.

2.1.2 Festigkeit unter einaxialer Beanspruchung

Das Last-Verformungsverhalten von Normalbeton unter einer äußeren Druckbeanspruchung ist durch eine nichtlineare Zunahme der Dehnungen mit steigender Belastung gekennzeichnet. Die erreichbare Festigkeit liegt unter der der Betonkomponenten (vgl. z. B. /Ros83/, dort Bild 5.7.14). Eine äußere Zugbeanspruchung führt, im Vergleich zur Druckfestigkeit, zu einem viel früherem Versagen, wobei der Dehnungsverlauf bis zum Erreichen des Versagenszeitpunktes nahezu linear ist. Will man das Verhalten des Betons erklären, muß man die heterogene Struktur des Verbundwerkstoffs beachten.

Unter einer äußeren Belastung stellen sich im Innern des Betonkörpers, aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten der Betonkomponenten, stark vom Homogenen abweichende Spannungsverteilungen ein. Untersuchungen von Wischers und Lusche /Wis67,Lus72,Wis72/ zeigen, daß sich bei einer äußeren Druckbeanspruchung in den Polbereichen der "steifen" Zuschlagkörner Druckspannungen sammeln, während in den Äquatorbereichen Zugspannungen anstehen (vgl. Bild 2.1, links). Bei niedrigen äußeren Lasten führt diese innere Unverträglichkeit zunächst zu einer Ausbreitung bereits - z. B. infolge von Schwindprozessen - vorhandener Mikrorisse, in der sog. Verbundzone (vgl. Bild 2.1, rechts).



Bild 2.1: Spannungen am Zuschlagkorn und Ausbreitung vorhandener Mikrorisse. Bild entnommen aus /Lus72/

Mit steigender Last pflanzen sich die Risse dann durch den Mörtel hindurch fort und sammeln sich in Rißflächen, die parallel zur Richtung der äußeren Last verlaufen. Bis zum Erreichen des Bruchzeitpunktes wird so nach und nach die Struktur des Betons zerstört. Die Bildung der Rißflächen unter steigender Belastung sind in Bild 2.2 dargestellt.

Bei einer äußeren Zugkraft kehren sich die oben beschriebenen Spannungsverhältnisse um: die inneren Zugspannungen sind in den Polbereichen der steifen Zuschlagkörner zu finden und die Mikrorisse verlaufen senkrecht zur äußeren Belastung, die sich somit direkt an der Fortpflanzung der Risse beteiligt. Hierdurch kann die im Vergleich zur Druckfestigkeit geringe Zugfestigkeit des Betons erklärt werden.



Bild 2.2: Rißbildung beim Betondruckbruch. Bild entnommen aus /Lus72/

Aufgrund der beschriebenen Beobachtungen ist festzustellen, daß die Festigkeit des Betons, im Zusammenhang mit der Unverträglichkeit der Komponenten, wesentlich von den Eigenschaften des Zementsteins (Verbundzoneneigenschaften, Zugfestigkeit, etc.) abhängt. Ohne näher auf Details einzugehen, sei darauf hingewiesen, daß der Wasserzementwert (W/Z-Wert) die Festigkeit des Zementsteins wesentlich beeinflußt. Mit einem steigenden W/Z-Wert wächst im Zementstein das Porenvolumen und die Festigkeit nimmt ab. Für weitere Details sei auf entsprechende Literatur verwiesen, z. B. /Wit74.1, Wit74.2,Ros83,Jun93,Hil95/.

2.1.3 Einfluß mehraxialer Beanspruchung

Neben den oben angesprochenen Einflußgrößen ist die Art der Beanspruchung (einaxial oder mehraxial) ein wesentlicher Parameter für das Werkstoffverhalten des Betons. Unter Normaltemperatur liegen inzwischen zahlreiche Ergebnisse von Untersuchungen vor, in denen sowohl die biaxiale als auch die triaxiale Situation experimentell erforscht wurde, z. B. /Wei61,Buy71,Fei71,Kup73, Schi77,Mier84.1,Mier84.2,Mier87,Guo95,Schol95,Jia91/. Basierend auf den hierbei gemachten Beobachtungen können hinsichtlich der räumlichen Bruchfläche vom Normalbeton verschiedene Aussagen gemacht werden.

Unter biaxialer Druck-Druck-Belastung führt die Kraft in der zweiten Richtung, im Vergleich zum einaxialen Fall, zu einer deutlichen Festigkeitserhöhung. Bild 2.3 zeigt beispielhaft Versuchsergebnisse an Beton unter zweiachsiger Beanspruchung (Punktewerte) und Näherungsfunktionen zur Beschreibung des gesamten biaxialen Beanspruchungsspektrums (durchgezogene, bzw. gestrichelte Linien) /Kup73/. Bei einem Verhältnis der äußeren Spannungen von $\sigma_2 / \sigma_1 \approx -0.52 / -1$ ist ein Maximalwert erkennbar, der ca. 27 % über dem einaxialen Vergleichswert liegt. Ist die Last in beiden Richtungen gleich groß ($\sigma_2 / \sigma_1 = -1/-1$) ergibt sich ein Wert, der ca. 16 % größer ist als die einaxiale Vergleichsfestigkeit.

Die Ursache dafür, daß unter Druck-Druck-Beanspruchung eine höhere Last in der Hauptrichtung aufgenommen werden kann, ist darin zu sehen, daß die Beanspruchung in der zweiten Achse die Bildung der Mikrorisse verhindert (stützende Wirkung). Eine Zugkraft in der zweiten Richtung wirkt entsprechend festigkeitsmindernd, da die Rissebildung durch sie gesteigert wird.



Bild 2.3: Festigkeit von Beton unter zweiachsiger Beanspruchung. Bild entnommen aus /Kup73/

Im triaxialen Fall wird durch eine Druckkraft in der dritten Richtung eine weitere Festigkeitserhöhung erzielt. Dieser Effekt ist auf eine weitere Verminderung der Rißbildung zurückzuführen. Bild 2.4 zeigt beispielhaft Versuchsergebnisse von van Mier /Mier84.2/. Es ist erkennbar, daß schon eine kleine Last in der dritten Achse eine deutliche Festigkeitssteigerung im Vergleich zum biaxialen Fall bewirkt. Für ein Spannungsverhältnis von $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = -1/-0,10/0$ (biaxialer Fall) ist eine auf die einaxiale Festigkeit bezogene Erhöhung von ca. 15 % ablesbar. der dritten Achse eine Kraft hinzu Kommt in ($\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3 = -1/-0.1/-0.05$), ergibt sich eine Steigerung von mehr als 50 %, bezogen auf die einaxiale Festigkeit.



Bild 2.4: Mehraxiale Festigkeit von Beton. Bild entnommen aus /Mier84.2/

Wegen der Vielzahl der möglichen Spannungszustände ist die Beschreibung der räumlichen Bruchfläche des Betons komplexer als noch im biaxialen Fall. Im Laufe der Zeit wurden daher verschiedene Formulierungen entwickelt, die anhand der punktuell vorliegenden Versuchsergebnisse abgesichert wurden. Auf die verschiedenen Ansätze wird im Abschnitt 2.3 näher eingegangen.

Vorab sollen an dieser Stelle lediglich einige charakteristische Punkte der räumlichen Betonbruchfläche aufgezählt werden, die aus den Versuchsbeobachtungen folgen, vgl. z. B. /Rei65,Eib76,Ott77,CEB83,Eib83,Man87/:

- Die räumliche Bruchfläche hat ein trichterförmiges Aussehen und ist in der Zugrichtung geschlossen.
- Die Bruchfläche hat in der Meridianebene einen gekrümmten Verlauf und in der Deviatorebene eine dreifach symmetrische Form (vgl. Abschnitt 2.3).
- Die Deviatorebene hat bei niedrigen hydrostatischen Spannungen einen nahezu dreieckförmigen Verlauf, der bei hohen hydrostatischen Spannungszuständen in eine Kreisform übergeht.

Eine prinzipielle Darstellung der räumlichen Bruchfläche zeigt Bild 2.5.



Bild 2.5: Räumliche Bruchfläche von Beton. Bild entnommen aus /Mier84.2/

2.1.4 Verformung

Neben der Festigkeit ist, z. B. beim Nachweis eines Bauteils, auch die Verformung von Interesse, beispielhaft sei die Abschätzung der Durchbiegungen genannt. Entsprechend zu den bisherigen Darstellungen in diesem Abschnitt werden nachfolgend in kurzer Form lediglich zeitunabhängige Einflußgrößen auf die Betonverformung angesprochen. Parameter wie Kriechen, Schwinden und Quellen werden nicht behandelt.

Im einaxialen Druckversuch zeigt der Beton eine von Anfang an gekrümmt verlaufende $\sigma - \varepsilon$ – Linie, die bei einer Stauchung von ca. 2 ‰ die maximale Festigkeit erreicht (Normalbeton). Kurz vor dem Erreichen dieses Scheitelwertes nimmt die Krümmung der $\sigma - \varepsilon$ – Linie stark zu.

Die sich einstellenden Verformungen können nicht alleine durch das Verhalten der Komponenten Zuschlag und Zement erklärt werden, sondern es muß auch ihr Verbundverhalten in die Betrachtungen mit einbezogen werden. Die stark zunehmende Krümmung der Betonkennlinie vor dem Erreichen des Maximums ist auf das schnelle Wachsen der Matrixrisse infolge der Inhomogenität zurückzuführen. Dies steht im Einklang mit dem schon weiter oben erläuterten Bruchmechanismus des Betons.

In bezug auf das Werkstoffverhalten der Einzelkomponenten kann generell festgestellt werden, daß ein höherer Elastizitätsmodul zu einer steiler geneigten $\sigma - \varepsilon - Linie$ des Betons führt. Beim Zuschlag hat somit die Art (Normalzuschlag, Leichtzuschlag, etc.) einen starken Einfluß, beim Zement der W/Z-Wert.

Neben der Elastizität der Einzelkomponenten spielt aber auch das Mischungsverhältnis in der Betonmatrix eine große Rolle. Hier liegt zunächst die Überlegung nahe, daß die Kennlinie des Betons um so steiler verläuft, je höher der Anteil des vergleichsweise steifen Zuschlags am Gesamtvolumen ist. Tatsächlich zeigt sich aber mit einem steigenden Zuschlaggehalt eine stärkere Krümmung der $\sigma - \varepsilon$ – Linie des Betons. Der Grund hierfür ist, daß mit höherem Zuschlaggehalt auch die Rissebildung infolge der Unverträglichkeit der Komponenten zunimmt, was insgesamt zu größeren Verformungen führt. Auch ein wachsendes Größtkorn bewirkt eine steigende Rissebildung und führt so zu größeren Verformungen.

Im einaxialen Zugversuch verläuft der steigende Ast der $\sigma - \varepsilon - Linie$ bis zum Erreichen der Zugfestigkeit nahezu linear. Die Dehnung im Bruchzustand erreicht Werte um ca. 0,2 ‰, wobei mit größeren Streuungen zu rechnen ist, die sich durch die Empfindlichkeit des Betons gegenüber Zugbeanspruchungen und durch die schwierig auszuführenden Versuche erklären lassen. Der fallende Ast verläuft wesentlich steiler als im Druckversuch, was an dem raschen Anwachsen der Risse infolge der direkten Beteiligung der äußeren Last liegt.

Neben den bisher angesprochenen Einflußgrößen hat auch die Art der Belastung (ein- oder mehraxial) einen großen Einfluß auf die sich einstellenden Verformungen. Verglichen mit der einaxialen Situation, führt eine stützende Kraft in der zweiten Richtung im biaxialen Druck-Versuch beispielsweise zu einem steileren Verlauf im steigenden Ast und zu einer größeren Dehnung im Bruchzustand. Bei einer Druck-Zug-Belastung ist eine Versprödung zu beobachten. Maßgebend für die angesprochenen Effekte ist die veränderte Situation bei der Rissebildung infolge der Last in der zweiten bzw. dritten Achse (vermindernde oder fördernde Wirkung).

2.1.5 Zusammenfassung

Die Betrachtungen zum Werkstoffverhalten des Betons unter Normaltemperatur haben gezeigt, daß sowohl die Festigkeit als auch die Verformung, selbst bei Vernachlässigung des Zeiteinflusses und sonstiger Randbedingungen, von einer Vielzahl von Parametern abhängen.

In bezug auf die erreichbare Festigkeit ist die Art des Zuschlags als wesentliche Größe zu nennen. Aber auch die Festigkeit des Zements, die stark vom W/Z-Wert abhängt, wirkt sich aus. Hinzu kommt das Verbundverhalten der beiden Komponenten. Durch deren Unverträglichkeit, infolge unterschiedlicher Steifigkeiten, entstehen unter einer äußeren Belastung Risse, die nach und nach wachsend zur Zerstörung der heterogenen Betonstruktur führen. In analoger Weise wird auch das Verformungsverhalten des Betons nicht alleine durch das Verhalten der Einzelkomponenten bestimmt, sondern hängt auch vom Verbund zwischen beiden Partnern ab.

Neben den bisher genannten Größen ist die Art der Belastung als stark beeinflussender Parameter zu nennen. Generell bewirken stützende Lasten im mehraxialen Versuch höhere Festigkeiten, da sie rissevermindernd wirken, während Lasten, die eine Rissebildung fördern, sich festigkeitsmindernd auswirken.

Der Einfluß der hier behandelten Parameter auf das Werkstoffverhalten des Betons bei hohen Temperaturen wird im folgenden Abschnitt erläutert.

2.2 Betonverhalten unter hoher Temperatur

2.2.1 Allgemeines

Ergebnisse von Untersuchungen an Beton unter hohen Temperaturen findet man z. B. bei /Wei64,Fis70,Schnei77.1,Schnei80,Schnei83,Kho85.1,Kho85.2, See85,Koh86,Died87,Thi93.2,Chan94/. Zusammenfassende Darstellungen zum Werkstoffverhalten werden u. a. in /Wei67,Schnei77.2,Kor81,Schnei81, Nec82,Schnei82.1,Schnei88,Thi93.2/ gegeben. In der Summe zeichnet sich ab, daß eine Hochtemperaturbeanspruchung beim Baustoff Beton zu wesentlichen Veränderungen der Materialeigenschaften führt. Allgemein ist das Verhalten dadurch gekennzeichnet, daß mit steigender Temperatur sowohl die Festigkeit als auch der Elastizitätsmodul abfallen. Die Ursache hierfür sind chemische und physikalische Reaktionen, die während der Erhitzung im Beton ablaufen. Sie wirken sich zum einen auf das Verhalten der Komponenten Zementstein und Zuschlag selbst, zum anderen auf ihr Verbundverhalten aus.

Die Summe aller Veränderungen spiegelt sich in den Hochtemperatur-Arbeitslinien wider. Bei deren Ermittlung spielen neben der Temperatur als Hauptuntersuchungsgröße eine Vielzahl von sich gegenseitig beeinflussenden Parametern eine Rolle, z. B. die Versuchsart (stationär, instationär), die Probekörpergeometrie (Scheibe, Würfel), die Lagerungsbedingungen (feucht, trokken), die Betonzusammensetzung (mager, fett), oder auch die Art der Belastung (ein-, mehraxial).

Im folgenden Abschnitt wird das Werkstoffverhalten des Betons bei hohen Temperaturen behandelt. Hierbei soll der Einfluß verschiedener Parameter angesprochen werden, wodurch auch die Unterschiede zum Bruch- und Verformungsverhalten unter Normaltemperatur verdeutlicht werden. Unter Berücksichtigung der vorliegenden Fragestellung - dem Lastfall Brandbeanspruchung erfolgt eine Begrenzung der Darstellungen auf den Kurzzeitbereich.

Das Verhalten der Einzelkomponenten Zuschlag und Mörtelmatrix unter Temperaturbeanspruchung und die hierauf basierenden Modellansätze werden in Abschnitt 3 näher erläutert. Dies gilt auch für Abgrenzungen und Einschränkungen des Modells im Hinblick auf die Allgemeingültigkeit.

2.2.2 Chemische und physikalische Reaktionen

Die im Beton ablaufenden chemischen und physikalischen Reaktionen wurden im Rahmen des SFB 148 /Schnei77.1,Schnei83/ mittels der Differential-Thermo-Analyse (DTA) und der Thermogravimetrie (TG) untersucht. Hier zeigte sich, daß es bei einer Erwärmung im Beton zu Abbau- und Umwandlungsprozessen kommt, die für das Werkstoffverhalten unter Hochtemperaturbeanspruchung maßgebend sind. Bild 2.6 stellt qualitativ die Ergebnisse einer DTA (obere Bildhälfte) und einer TG (untere Bildhälfte) für einen quarzitischen Normalbeton dar.



Bild 2.6: Prinzipielle Darstellung von Versuchsergebnisse von DTA und TG für quarzitischen Normalbeton. Daten entnommen aus /Schnei77.1,Schnei83/

Im gesamten Temperaturbereich ist ein Gewichtsverlust erkennbar, außerdem deuten endotherme Peaks auf chemische oder physikalische Reaktionen hin.

Im einzelnen sind folgende Prozesse zu nennen, vgl. /Schnei77.1,Schnei83, Schnei82.1,Hin87/: Die Gewichtsverluste bis 100°C sind auf das Ausdampfen des kapillar gebundenen Wassers aus den größeren Poren zurückzuführen. Bei weiterer Temperaturzunahme wird durch den erhöhten Dampfdruck das Porenwasser der feinen Poren ausgetrieben; parallel dazu findet ein teilweiser Entzug von chemisch gebundenem Wasser statt (Gelabbau 1. Stufe).

Im Temperaturbereich von ca. 450°C bis 550°C folgt ein stärkerer Gewichtsverlust durch die Zersetzung des Portlandits, was auch am endothermen Peak in diesem Bereich zu erkennen ist (vgl. Bild 2.6). Oberhalb von 600°C zerfallen die CSH-Phasen und es wird unter Wasserabgabe ß-C₂S gebildet. Bei Betonen mit kalkhaltigen Zuschlägen, deren Untersuchungsergebnisse im Bild nicht dargestellt sind, finden zudem oberhalb von ca. 600°C Gewichtsverluste statt, die auf die Kalksteinentsäuerung zurückzuführen sind.

Neben diesen bisher beschriebenen Abbauprozessen ist der quarzhaltige Normalbeton durch einen Umwandlungsprozeß, die sog. Quarzinversion des Zuschlags, gekennzeichnet. Diese spielt sich bei 573°C ab und ist am dritten endothermen Peak im Bild 2.6 zu erkennen. Es handelt sich um eine reversible physikalische Reaktion, die eine starke Volumenzunahme im Zuschlag bewirkt.

Als Fazit aus diesen Beobachtungen folgt für die Materialeigenschaften eines quarzitischen Normalbetons, sofern man den Verbund zwischen Zementstein und Zuschlag zunächst außer acht läßt, daß die Zementsteinphase die für das Hochtemperaturverhalten des Betons maßgebende Komponente ist, da die in ihr ablaufenden Prozesse zu Festigkeitsverlusten führen.

2.2.3 Thermische Dehnung

Bild 2.7 zeigt den Verlauf der thermischen Dehnung von Betonen mit verschiedenen Zuschlagarten. Bei allen Betonen finden im gesamten Temperaturbereich Ausdehnungen statt, die sich aber deutlich in ihrer Größe unterscheiden. Am stärksten dehnt sich der Beton mit quarzitischem Zuschlag aus, wobei es im Bereich zwischen ca. 500°C und 600°C infolge der Quarzinversion zu einer stark überproportionalen Dehnungszunahme kommt. Im höheren Temperaturbereich nähern sich die Dehnungen dieses Betons einem oberen Grenzwert.

Betrachtet man die thermischen Dehnungen der Einzelkomponenten Zuschlag und Zementstein - die genauere Darstellung für die Modellansätze folgt später so zeigt sich, daß der Zuschlag sich analog zum Beton ausdehnt, während der Zementstein als Folge der Abbauprozesse schrumpft /Hin87/. Hieraus folgt, daß für den Verlauf der thermischen Dehnung des Betons die Zuschlagart der ausschlaggebende Faktor ist. Hinsichtlich der mechanischen Kenngrößen wirkt sich die Schädigung des Verbundes, infolge der unterschiedlich verlaufenden thermischen Dehnungen der Einzelkomponenten, auf das jeweilige Untersuchungsergebnis aus.



Bild 2.7: Thermische Dehnung verschiedener Betone. Daten entnommen aus /Schnei77.1/

2.2.4 Werkstoffkennlinie bei einaxialer Beanspruchung

Die Ergebnisse von Untersuchungen der mechanischen Eigenschaften des Betons unter hoher Temperatur sind eng mit der gewählten Versuchsmethode verknüpft. Neben der Temperatur als Hauptuntersuchungsparameter sind generell drei übergeordnete Größen vorhanden, die variiert werden können, vgl. z. B. /Schnei77.1,Schnei82.1,Schnei90/:

- die Aufheizung,
- die Last und
- die Verformung.

Aufgrund des jeweiligen Versuchsablaufs werden sog. stationäre und instationäre Versuche unterschieden, bei denen z. B. die Temperaturhöhe, die Aufheizgeschwindigkeit, der Ausnutzungsgrad, das Belastungsverhältnis etc. variiert werden.

Bei den stationären Versuchen wird die Probe zunächst auf die zu untersuchende Temperatur erwärmt, danach wird sie last- oder dehnungsgesteuert bis zum Bruch beansprucht (Kurzzeitversuch). Als Ergebnis erhält man $\sigma - \varepsilon - Linien$, aus denen z. B. die Druck- oder Zugfestigkeit oder die Bruchdehnung abgelesen werden können (vgl. Bild 2.8) /Schnei82.1/.

Bei den instationären Versuchen wird die Probe zunächst bei Raumtemperatur mit einer konstanten Last beaufschlagt oder mit einer konstanten Dehnung vorverformt und danach solange mit einer bestimmten Aufheizgeschwindigkeit erhitzt, bis die Verformungszunahme eine bestimmte Geschwindigkeit erreicht. Als Ergebnis erhält man, z. B. bei konstanter Vorlast, $\varepsilon - T - Linien$, aus denen kritische Temperaturen für bestimmte Ausnutzungsgrade ermittelt werden können (vgl. Bild 2.9) /Schnei82.1/.



Bild 2.8: Versuchsablauf stationärer Versuch.



Bild 2.9: Versuchsablauf instationärer Versuch.

Beide Versuchsarten liefern Kennwerte für das Hochtemperaturverhalten von Beton. Bei der weiteren Verwendung der Ergebnisse, z. B. für die rechnerische Kontrolle, muß immer die vorliegende Aufgabenstellung beachtet werden.

Für die Analyse brandbeanspruchter Bauteile oder Tragwerke, besonders im Hinblick auf die Abschätzung von Verformungen, ist die Verwendung der Ergebnisse instationärer Versuche sinnvoll, da diese von ihrem Ablauf her (die Last ist vorhanden, dann wird die Temperatur erhöht) gut das Szenario eines realen Brandes treffen.

Neben den Auswirkungen von Versuchsart und -ablauf haben die betontechnologischen Parameter großen Einfluß auf das Untersuchungsergebnis. Maßgebend sind u. a.

- Einflüsse aus der Zusammensetzung des Betons,
 z. B. Sieblinie, Zuschlagart, Zementart, Zementmenge, W/Z-Wert,
- Einflüsse aus der Geometrie der Probekörper, z. B. Größe, Form,
- Einflüsse aus sonstigen Randbedingungen, z. B. Probenalter, Probenfeuchte.

Nachfolgend werden die Parameter näher erläutert, die für das zu entwickelnde Modell von besonderem Interesse sind. Hierbei wird nur auf Ergebnisse eingegangen, die an unversiegelt geprüften Proben gewonnen wurden. Darstellungen weiterer Einflußparameter findet man in der schon weiter oben angegebenen Literatur.

Die **einaxiale Druckfestigkeit** ist die am meisten untersuchte Hochtemperatur-Werkstoffeigenschaft des Betons. Im Mittelpunkt der Forschung, z. B. /Schnei77.1,Schnei80/, standen im wesentlichen Fragestellungen zum Einfluß von

- Zuschlagart,
- Zementart,
- Mischungsverhältnis von Zuschlag und Zement,
- W/Z-Wert,

- Ausgangsfestigkeit,
- Aufheizgeschwindigkeit,
- Vorlast und
- thermischen Randbedingungen.

Beispielhaft zeigt Bild 2.10 den Verlauf der bezogenen einaxialen Druckfestigkeit eines guarzitischen Normalbetons in Abhängigkeit von der Temperatur.



Bild 2.10: Relative Abnahme der einaxialen Druckfestigkeit ß_D eines quarzitischen Normalbetons mit der Temperatur. Daten entnommen aus /Schnei77.1/

Der Vergleich von Betonen mit verschiedenen Zuschlagarten ergab für den Temperaturbereich bis ca. 400°C keinen wesentlichen Unterschied im Verlauf der bezogenen Festigkeit. Die Verluste beruhen hier auf Entwässerungsvorgängen und erreichen Werte von ca. 20 % der Kaltdruckfestigkeit. Im höheren Temperaturbereich zeichnet sich dann ein starker Einfluß der Zuschlagart ab. Betone mit quarzhaltigen Zuschlägen zeigen größere Festigkeitsverluste, die im Bereich zwischen ca. 400°C und 600°C mehr als 40 % der Kaltdruckfestigkeit betragen können /Schnei82.1/.

Die Ursache liegt in der Überlagerung zweier Prozesse. Zum einen führt die Zersetzung des Portlandits zu einer großen Reduktion der Festigkeit, zum anderen nimmt die Differenz in der thermischen Dehnung der Komponenten Zuschlag und Zement gerade in diesem Temperaturbereich stark zu, was zusätzlich eine Gefügeschädigung bewirkt. Beim kalkhaltigen Beton fällt die Differenz in der thermischen Dehnung nicht so stark aus, was zu einer vergleichsweise geringeren Strukturschädigung und somit zu einem geringeren Festigkeitsverlust führt.

Der Einfluß der Zementart auf den Verlauf der Druckfestigkeit ist unbedeutend. Bis ca. 500°C sind kaum Unterschiede im Festigkeitsverlauf der für Normalbeton üblichen Zementarten Portlandzement und Hochofenzement festzustellen. Erst bei höheren Temperaturen zeigt der portlandzementgebundene Beton einen größeren Festigkeitsverlust als der Hochofenzement.

Das Mischungsverhältnis von Zuschlag und Zement hat einen deutlichen Einfluß auf die Druckfestigkeit. Die hierzu durchgeführten Versuche ergaben, daß magere Betone (geringer Zementanteil) im Vergleich zu fetten Betonen geringere Verluste aufweisen. Dies steht im Einklang mit den oben beschriebenen Zersetzungsprozessen, die während einer Aufheizung im Beton stattfinden. Die maßgebende Komponente für die Festigkeitsverluste ist der Zement, je mehr Zement vorhanden ist, desto größer sind die Abminderungen.

Der Einfluß des W/Z-Werts wird unterschiedlich beurteilt. Schneider /Schnei73,Schnei82.1/ sieht im Hinblick auf die Hochtemperaturfestigkeit keine besondere Bedeutung. Er begründet dies damit, daß sich überschüssiges Anmachwasser in größeren Poren sammelt. Bei höheren Temperaturen ist dies dann bereits verdampft und somit ohne Bedeutung. Thienel /Thi93.1,Thi93.2/ zeigt anhand eigener Untersuchungen jedoch, daß der W/Z-Wert einen nachweisbaren Einfluß besitzt. Er weist darauf hin, daß bei den älteren Untersuchungen immer sowohl der W/Z-Wert als auch der Zuschlaggehalt gleichzeitig verändert wurden und daß deshalb der Einfluß des W/Z-Werts nicht erfaßt werden konnte. Die Ausgangsfestigkeit hat keinen Einfluß auf das Untersuchungsergebnis; ebenso zeigt die Aufheizgeschwindigkeit im Bereich üblicher Werte (1-3 K/min) keine Auswirkungen auf die Druckfestigkeit.

Vorlasten haben einen deutlichen Einfluß auf die Druckfestigkeit. Wird ein Probekörper unter einer Last erhitzt und dann zum Bruch "gefahren", ist die erzielte Festigkeit höher als bei der unbelasteten Probe. Der Zuwachs der Festigkeit steigt jedoch nicht proportional zur Lasthöhe an, sondern hat bei einer Vorlast von ca. 30 % der Kaltdruckfestigkeit einen Grenzwert.

Die thermischen Randbedingungen (stationär, instationär), die von der Versuchsart abhängen, haben einen erkennbaren Einfluß auf die Festigkeit. Vergleicht man die Druckfestigkeit des stationären Versuchs mit der entsprechend definierten Größe des instationären Versuchs - Lasthöhe bei kritischer Temperatur - so zeigt sich, daß sich bei höheren Temperaturen im instationären Versuch geringere Verluste ergeben. Die Vorlast wirkt sich festigkeitssteigernd aus. Im stationären Versuch ist zudem eine Abhängigkeit der erreichbaren Festigkeit von der Standzeit der Temperatur, respektive von der Erwärmungsgeschwindigkeit, zu beobachten. Bei kurzen Standzeiten, bzw. bei schneller Erwärmung, kommt es aufgrund ungünstiger innerer Spannungsverhältnisse oftmals zum vorzeitigen Versagen. Ehm bezeichnet diesen Effekt als "Festigkeitsloch" /Ehm86/. Hierauf wird noch näher im Abschnitt 3.2, in Zusammenhang mit den Hochtemperaturansätzen für die Mörtelmatrix, eingegangen.

Wie schon der W/Z-Wert, wird auch der Einfluß des Größtkorns unterschiedlich beurteilt. Während Schneider im Größtkorn nur einen Faktor "zweiter Ordnung" sieht /Schnei82.1/, erkennt Thienel einen starken Einfluß auf die temperaturabhängige Festigkeit /Thi93.2/. Thienel zeigt, durch einen Vergleich von Beton mit Mörtel, daß beim Beton - aufgrund der größeren Risse - höhere Festigkeitsverluste auftreten.

Im Gegensatz zur Druckfestigkeit ist die Zugfestigkeit unter Hochtemperatur nur wenig untersucht worden. Einen Überblick über durchgeführte Versuche, sowie weitere Ergebnisse, findet man z. B. beim SFB148 /Schnei83/ oder auch bei Thienel /Thi93.2/. Aufgrund der schwierigeren Versuchstechnik wurden
meistens Biegezug- oder Spaltzugversuche durchgeführt, auch Ergebnisse direkter Zugversuche liegen vor /Schnei83/. Geprüft wurde entweder im heißen Zustand (Heißfestigkeiten) oder nach dem Abkühlen auf Raumtemperatur (Restfestigkeiten). Hinsichtlich eines Betons mit quarzitischem Zuschlag ist festzustellen, daß der Verlauf der Festigkeit über der Temperatur prinzipiell dem der Druckfestigkeit ähnlich ist. Insgesamt fallen aber die bezogenen Festigkeitsverluste unter einer Zugbeanspruchung größer aus als unter einer Druckbeanspruchung. Die Zugfestigkeit wird nicht so stark durch die Portlanditzersetzung beeinflußt, sondern eher durch die Fortpflanzung thermisch induzierter Risse.

2.2.5 Einfluß mehraxialer Beanspruchung

Untersuchungen zum mehraxialen Festigkeitsverhalten von Beton unter Hochtemperaturbeanspruchung beschränken sich bisher auf den biaxialen Fall /Ehm86,Died87,Died89,Ros89,Thi93.1,Thi93.2,Thi95/. Analog zur einaxialen Festigkeit variierte Thienel /Thi93.1,Thi93.2/ dieselben betontechnologischen Parameter unter verschiedenen Belastungsverhältnissen σ_2/σ_1 .

Als Ergebnis stellte sich heraus, daß Einflußgrößen wie Zuschlagart oder Mischungverhältnis unter biaxialer Belastung vergleichbare Auswirkungen auf die Festigkeit haben wie im einaxialen Fall. Die mehraxiale Beanspruchung äußert sich lediglich in der Höhe der auftretenden Verluste.

Generell gilt, daß sich bei einer zweiachsigen Druck-Druck-Belastung - vom Verlauf über der Temperatur gesehen - ähnliche Festigkeitsverluste einstellen wie im einaxialen Fall, diese aber geringer ausfallen. Bei Zug-Zug-Belastung tritt analoges Verhalten zur einaxialen Zugbeanspruchung auf, jedoch sind die Verluste größer. Die Ursache liegt darin, daß durch die Belastung in der zweiten Achse entweder die Gefügezerstörung verringert (Druck-Druck) oder vergrößert (Zug-Zug) wird. Die durchgeführten Untersuchungen im Druck-Zug-Bereich zeigten mit steigender Temperatur praktisch identische Festigkeitsverluste wie im einaxialen Fall. Eine ausführliche Erläuterung der hier angesprochenen Effekte findet sich in /Thi93.2/, weshalb an dieser Stelle keine weitere Erklärung erfolgen soll.

Betrachtet man die absolut erzielten Festigkeitswerte, so zeigt sich, daß die biaxiale Druck-Druck-Belastung gegenüber der einachsigen Belastung zu einer Festigkeitssteigerung führt, die mit zunehmender Temperatur größer wird. Außerdem zeigt sich, daß die Lage des Maximums der erzielbaren Festigkeit mit steigender Temperatur zu den höheren Spannungsverhältnissen σ_2/σ_1 verschoben wird (vgl. Bild 2.11). Die Ursache für diese Effekte wurden von Hinrichsmeyer durch ein haufwerkstheoretisches Modell geklärt /Hin87/. Die Verschiebung der Lage des Maximums mit steigender Temperatur zu höheren Spannungsverhältnissen liegt demnach beispielsweise an der Änderung des häufigsten Neigungswinkels.



Bild 2.11: Zweiaxiale Hochtemperaturfestigkeit von Normalbeton. Bild entnommen aus /Ehm86/

2.2.6 Elastizitätsmodul

Auch der Elastizitätsmodul von Beton unter Hochtemperaturbeanspruchung wurde hinsichtlich betontechnologischer Parameter wie

- Art des Zuschlags und des Zements,
- Mischungsverhältnis,
- Art der Versuchsdurchführung

untersucht, z. B. /Schnei77.1/. Generell ergaben sich ähnliche Abhängigkeiten wie auch schon bei der Festigkeit. Bild 2.12 zeigt beispielhaft den typischen Verlauf des bezogenen Elastizitätsmoduls eines quarzitischen Normalbetons in Abhängigkeit von der Temperatur.



Bild 2.12: Elastizitätsmodul eines quarzitischen Normalbetons. Bild nachgezeichnet aus /Schnei77.1/

Zu erkennen ist, daß ein starker Abfall des E-Moduls schon bei geringer Temperatur (Bereich bis 200°C) auftritt. Dieser wird allgemein mit dem Verlust des freien Wassers begründet, aber auch die schon bei geringer Temperatur einsetzende Rißbildung scheint einen Einfluß zu haben. Im Vergleich zu Betonen mit anderen Zuschlagarten fällt der Verlust im unteren Temperaturbereich hoch aus.

Die Zementart spielt dabei nur eine untergeordnete Rolle. Die Auswirkungen des W/Z-Verhältnisses werden, wie schon bei der Festigkeit, unterschiedlich beurteilt. Während Schneider keinen Einfluß erkennt /Schnei82.1/, zeigen Untersuchungen von Thienel /Thi93.2/, daß bei einer Temperatur von 300 °C ein Einfluß von diesem Parameter ausgeht. Bei 600°C stellt dann auch Thienel keine Auswirkung mehr fest.

Eine Vorbelastung wirkt sich deutlich auf den E-Modul aus. Vorbelastete Proben haben höhere E-Moduli als nicht vorbelastete. Es zeigt sich aber auch hier, daß die Höhe der Vorlast nur in einem geringen Bereich eine Rolle spielt; Ausnutzungsgrade > 30 % der Festigkeit bei Raumtemperatur bringen kaum noch eine Steigerung.

2.2.7 Querdehnzahl

Die Querdehnzahl von Beton ist nur wenig untersucht. Thienel /Thi93.2/ zeigt eine Gegenüberstellung der temperaturabhängigen Querdehnzahl verschiedener Betone und eines Mörtels, bei einer Ausnutzung von 30 % der möglichen Festigkeit bei Raumtemperatur. Bis ca. 300°C zeigt sich einheitlich eine abnehmende Tendenz. Bei höheren Temperaturen steigt die Querdehnzahl wieder an, wobei der quarzhaltige Beton die stärkste Zunahme aufweist. Die starke Zunahme beim quarzhaltigen Beton scheint ihre Ursache in der Rißbildung zu haben, denn der Vergleich zum Mörtel ergibt, daß sich bei diesem die Querdehnzahl kaum ändert, da aufgrund der kleineren Zuschlagdurchmesser kleinere Risse entstehen.

2.2.8 Zusammenfassung

Beim Beton nehmen mit steigender Temperatur sowohl die Festigkeit als auch der Elastizitätsmodul ab. Neben den äußeren Randbedingungen sind diese Eigenschaftsänderungen auf chemische und physikalische Reaktionen zurückzuführen, die im Innern der Struktur ablaufen. Im unteren Temperaturbereich sind im wesentlichen Prozesse ausschlaggebend, bei denen Wasser aus dem Beton ausgetrieben wird. Im oberen Temperaturbereich laufen dann im Zementstein Zersetzungs- und im Zuschlag Umwandlungsprozesse ab; hinzu kommt die Gefügeschädigung infolge der unterschiedlich verlaufenden thermischen Dehnungen der Komponenten Zuschlag und Mörtelmatrix.

Im Hinblick auf die dargestellten Untersuchungsparameter ist festzustellen, daß es zum einen eine Reihe von Einflußgrößen gibt, die sich stark auf das Werkstoffverhalten des Betons auswirken, z. B. die Versuchsart, die Zuschlagart, das Zuschlag/Zement-Verhältnis, während andere Größen kaum Änderungen bewirken, z. B. die Zementart oder die Ausgangsfestigkeit.

In der Summe zeigt sich, daß die wesentlichen Einflußgrößen direkt den Komponenten Zuschlag oder Mörtelmatrix, bzw. der Interaktion zwischen beiden zugeordnet werden können. Somit ist eine wesentliche Voraussetzung für die angestrebte Modellierung auf der Basis der Komponenten im Hochtemperaturfall erfüllt.

2.3 Ansätze zur Beschreibung des Betonverhaltens unter mehraxialer Beanspruchung

2.3.1 Allgemeines

Die vorhergehenden Abschnitte haben verdeutlicht, daß die Werkstoffeigenschaften des Betons, selbst bei Vernachlässigung wichtiger Einflußgrößen wie z. B. der Zeit, von vielen Parametern abhängen. Um eine realitätsnahe rechnerische Untersuchung - z. B. eines Bauteils oder eines Tragwerks - durchführen zu können, werden aber Stoffgesetze benötigt, die die maßgebenden Parameter berücksichtigen und die eine Aussage über das Verformungs- und Bruchverhalten gestatten.

Im Laufe der Zeit wurden zahlreiche Ansätze zur theoretischen Beschreibung des Werkstoffverhaltens des Betons entwickelt. Im Hinblick auf den mehraxialen Beanspruchungsfall erstreckt sich das Spektrum der vorliegenden Arbeiten von einfachsten Abschätzungen der Bruchgefahr bis hin zu komplexen Finite-Elemente-Modellen. Aus der Vielzahl der unterschiedlichen Ansätze kann generell zwischen solchen unterschieden werden, die den Beton als homogen betrachten und solchen, die die Struktur des Werkstoffs beachten.

Kupfer schreibt in /Kup73/, daß schon im 18. und 19. Jahrhundert erste Hypothesen zur Beurteilung der Bruchgefahr eines Stoffes unter mehrachsiger Belastung aufgestellt wurden (Coulomb, Navier, St. Venant). Diese *klassischen Bruchhypothesen*, die vom homogenen Material mit isotropen Eigenschaften ausgehen, schätzen die Bruchgefahr durch physikalisch bestimmbare Grenzwerte (Grenzdehnung, Grenzspannung, etc.) ab. Eine Darstellung der unterschiedlichen Theorien erfolgt in Abschnitt 2.3.2.

Zu einer anderen Formulierung von räumlichen Bruchflächen kommt man, wenn man Bruchzustände mit Hilfe der Invarianten des Spannungstensors bzw. des Spannungsdeviators beschreibt. Die Grundlagen dieser **Bruchkriterien**, die ebenfalls auf der homogenen Betrachtungsweise basieren, werden in Abschnitt 2.3.3 erläutert. Neben dem Bruchzustand, erfassen die nachfolgend als "**Verformungsmodelle**" bezeichneten Werkstoffbeschreibungen auch das mehraxiale Last- und Verformungsverhalten des Betons. Es können nichtlinear elastische und plastische Modelle unterschieden werden.

Eine andere Richtung in der theoretischen Beschreibung des Werkstoffverhaltens entstand durch die strukturelle Betrachtungsweise. Im Abschnitt 2.3.4 wird auf solche Ansätze eingegangen, die sich mit der Ausbreitung von Rissen befassen und die diese über Energiekriterien zu beschreiben versuchen. Griffith betrachtete beispielsweise eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit einem Riß. Kupfer /Kup73/ bezeichnet die hierauf basierenden Hypothesen als **Energiebetrachtungen beim Rißfortschritt.** Griffith Ansätze gelten heute als "Ursprung" für die sog. **Bruchmechanik**, die sich allgemein betrachtet mit der Analyse eines rißbehafteten Körpers unter äußeren Kräften befaßt /Gro87/. Basierend auf der Bruchmechanik wurden im Laufe der Zeit auch spezielle Ansätze für den zugbeanspruchten Beton entwickelt.

In Abschnitt 2.3.5 werden *Hypothesen auf der Grundlage von Modellvorstellungen* behandelt, die - im weitesten Sinne - als strukturorientiert bezeichnet werden können. Es werden ältere Ansätze gezeigt, z. B. die Gitterrostmodelle, und es wird auf neuere Modelle eingegangen, z. B. auf den "numerischen Beton" von Wittmann und Mitarbeitern.

Im Gegensatz zur Normaltemperatur gibt es für den mehraxial und durch *hohe Temperaturen* beanspruchten Beton vergleichsweise wenige Rechenansätze, diese werden in Abschnitt 2.3.6 dargestellt.

2.3.2 Klassische Bruchhypothesen

Im Hinblick auf eine Anwendung beim Beton gelten die *klassischen Bruchhypothesen* als überholt. Im Rahmen dieser Arbeit soll daher nur ein kurzer Überblick über die grundlegenden Merkmale der Ansätze gegeben werden. Die nachfolgenden Darstellungen beziehen sich auf die Arbeiten von Kupfer /Kup73/ und Eibl/Iványi /Eib76/, auf die für weitere Informationen verwiesen sei.

Die klassischen Bruchhypothesen basieren auf der Annahme, daß ein homogenes und isotropes Material vorliegt. Der Versagenszustand unter einer mehraxialen Belastung wird allgemein durch die Überschreitung eines vom Material abhängigen Grenzwertes - Spannung, Dehnung, etc. - definiert.

Nach der **Normalspannungshypothese** (Navier, Clapeyron, Rankine) stellt sich ein Bruch dann ein, wenn eine der anliegenden Hauptspannungen - unabhängig von den anderen - den Wert der einaxialen Druck- oder Zugfestigkeit erreicht. Bild 2.13 zeigt beispielhaft die nach der Normalspannungshypothese beschriebene Festigkeit unter zweiaxialer Beanspruchung. Die im Bild gezeigte gestrichelte Linie gilt für den Fall, daß ein unterschiedliches Verhalten bei Druck- und Zugbeanspruchung beachtet wird.



Bild 2.13: Festigkeit bei zweiaxialer Beanspruchung nach der Normalspannungshypothese. Bild entnommen aus /Kup73/

Es ist zu erkennen, daß die Bruchfläche wesentlich von der des Betons abweicht - vgl. Erläuterungen im Abschnitt 2.1.3. Im Druck-Druck-Bereich wird z. B. die festigkeitssteigernde Wirkung der Last in der zweiten Achse nicht erfaßt, die Hypothese ist somit für den Beton unbrauchbar. Einen Modifizierungsversuch führten Roš und Eichinger durch /Kup73/, indem sie die äußere "scheinbare" Spannung durch eine innere "wahre" Spannung ersetzten. Die so gefundene Bruchkurve im biaxialen Fall erfaßt zwar eine Festigkeitserhöhung unter Druck-Druck-Beanspruchung, doch liegt der abschnittsweise lineare Verlauf der biaxialen Bruchkurve weit ab vom tatsächlichem Materialverhalten.

Nach der **Dehnungshypothese** (St. Venant), die hauptsächlich im Kesselbau verwendet wurde, erreicht die elastische Dehnung beim Bruch einen maximalen Wert. Bei spröden Materialien zeigt die Hypothese im Druck-Druck- und im Zug-Zug-Bereich allerdings gravierende Abweichungen vom Versuchsergebnis. Kupfer /Kup73/ weist außerdem auf die tatsächlich unterschiedlich großen Bruchdehnungen des Betons bei Druck ($\varepsilon_{u, quer}$)- und Zugbelastung (ε_{u}) hin, so daß auch diese Hypothese für die Anwendung auf Beton als ungeeignet bezeichnet werden muß.

Bei der Verformungsenergiehypothese wird ein Grenzwert für die Formänderungsarbeit eines Stoffes, bestehend aus Volumen- und Gestaltsänderungsarbeit, definiert. Abweichend von dieser ursprünglichen Form leitete von Mises einen Ansatz her, bei dem nur noch die Gestaltsänderungsarbeit als maßgebend für den Bruch angesehen wird. Die konstante Vergleichsspannung

$$\sigma_{v} = \sqrt{\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} - \sigma_{1} \cdot \sigma_{2} - \sigma_{2} \cdot \sigma_{3} - \sigma_{3} \cdot \sigma_{1}}$$
(2.1)

wird der im einaxialen Versuch ermittelten Festigkeit gegenübergestellt. Nach dem Erreichen des Grenzwertes wird plastisches Fließen angenommen. Im Koordinatensystem der Hauptspannungen ergibt sich somit ein Zylinder um die Raumdiagonale mit dem Radius $\mathbf{r} = \sqrt{2/3 \cdot \sigma_v}$ (Bild 2.14).

Die "Nichtbrauchbarkeit" dieser Hypothese für den Beton ist sofort erkennbar, wenn man einen Vergleich mit den in Abschnitt 2.1.3 angegebenen Merkmalen der räumlichen Bruchfläche des Betons durchführt. Die Zugseite der Fließfläche ist beispielsweise nicht geschlossen, und ihr Radius ist über die gesamte Länge der Raumdiagonalen konstant, so daß sich in der Deviatorebene immer eine Kreisform ergibt.



Bild 2.14: Räumliche Fließfläche nach der von Mises-Hypothese. Bild entnommen aus /Sza77/

Kupfer zeigt noch Erweiterungen der Energiehypothese, z. B. von Weigler und Becker oder Hruban /Kup73/. Durch die Berücksichtigung der unterschiedlichen Druck- und Zugfestigkeit des Betons ist bei diesen Ansätzen, zumindest für die biaxiale Ebene, eine bessere Anpassung an die Betonbruchfläche erkennbar. Kupfer bemängelt jedoch insgesamt, daß bei den Energiehypothesen, bis zum Erreichen der Bruchfläche, linear elastisches Verhalten angesetzt wird.

Nach der **Schubspannungshypothese** (Tresca) kommt es dann zu einem Versagen, wenn die maximale Schubspannung $\max \tau = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ einen konstanten Wert erreicht. Diese Hypothese ist für den Beton z. B. deshalb unbrauchbar, weil gleiche Druck- und Zugfestigkeit vorausgesetzt wird.

Nach **Coulomb**, dessen Hypothese auf Betrachtungen an einem abrutschendem Erdkeil basiert, ist die maximale Schubspannung nicht konstant, sondern ein von der Normalspannung abhängiger Wert, $\max \tau = c - \sigma_n \cdot \tan \varphi$. In dieser linearen Beziehung entspricht die Variable c der Kohäsion und φ dem Winkel der inneren Reibung. **Mohr** ersetzt die lineare Beziehung für die maximal auf-

nehmbare Schubspannung durch eine allgemeine Beziehung. Einen Vergleich zwischen der Schubspannungshypothese und den Ansätzen nach Coulomb und Mohr zeigt Bild 2.15. Dargestellt sind qualitative Verläufe von "Hüllkurven" im τ - σ -Diagramm.



Bild 2.15: Einhüllende der Größtspannungskreise. Vergleich der Bruchhypothesen von Tresca, Mohr und Coulomb. Bild entnommen aus /Kup73/

Wie bereits in Abschnitt 2.1.3 erläutert, ist die räumliche Bruchfläche des Betons nicht durch eine einzige Hüllkurve beschreibbar, sondern es ergeben sich je nach Belastungsart unterschiedliche Kurven, z. B. der Druck- oder der Zugmeridian in der Oktaederdarstellung. Die Coulomb'sche Theorie, die zunächst nur den ebenen Spannungszustand betrachtet, der Einfluß der mittleren Hauptspannung wird nicht beachtet, geht jedoch von einer einzigen Hüllkurve für jedes Material aus und steht somit im Widerspruch zum realen Werkstoffverhalten des Betons. Sie kann daher für eine Anwendung als ungeeignet bezeichnet werden. Kupfer /Kup73/ weist zudem darauf hin, daß der Grundgedanke der Hypothese, der Gleitbruch unter dem Winkel φ , beim Beton nicht zutrifft.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß keine der beschriebenen klassischen Bruchhypothesen in der Lage ist, das Bruchverhalten des Betons unter einer mehraxialen Beanspruchung realitätsnah abzubilden. Einer der Gründe hierfür ist darin zu sehen, daß Beton ein heterogener Stoff ist, bei dem innere Spannungen zur Zerstörung der Struktur führen. Dieses Verhalten wird von den klassischen Hypothesen nicht erfaßt. Auch hinsichtlich des Verformungsverhaltens liegen die zumeist linearen Ansätze fern ab vom tatsächlichen Materialverhalten.

Für das vorliegende Modell sind diese Hypothesen dennoch von Interesse, denn für die näherungsweise Beschreibung des Werkstoffverhaltens der Betonkomponenten (Zuschlag und Mörtelmatrix), bieten sie eine einfache Möglichkeit, räumliche Spannungszustände zu erfassen. Hierauf wird später noch näher eingegangen.

2.3.3 Bruchkriterien und Verformungsmodelle

Die nachfolgend behandelten Betonmodelle fanden in den letzten Jahren, aufgrund ihrer relativ einfachen Anwendbarkeit, weite Verbreitung. Generell muß zwischen den reinen Bruchkriterien, z. B. /Wil75,Ott77,Pod85,Lad82,Guo95/ und solchen Ansätzen unterschieden werden, die auch das mehraxiale Verformungsverhalten beschreiben, z. B. /Han87,Kot79,Sta85/. Bei den "Verformungsmodellen" können wiederum die nichtlinear elastischen und die elastoplastischen Ansätze unterschieden werden. Einen Überblick findet man beispielsweise bei Mang /Man87/ (elastische und elastoplastische Modelle) und bei Meyer /Mey90/ (elastoplastische Modelle).

Ohne näher auf die Details der verschiedenen Ansätze einzugehen, sollen nachfolgend die Hauptmerkmale der Bruchkriterien und der Verformungsmodelle aufgezeigt werden.

Bruchkriterien:

Ziel der Bruchkriterien ist es, die räumliche Bruchfläche des Betons zu beschreiben. Deren wesentliche Merkmale wurden bereits in Abschnitt 2.1.3 genannt - gekrümmt verlaufende Form in der Meridianebene, dreieckförmiger Verlauf in der Deviatorebene bei niedrigen hydrostatischen Drücken, etc. 39

Die Eingangsparameter zum Aufstellen der Bruchbedingung, z. B. die einaxiale Druckfestigkeit oder die biaxiale Druck-Druck-Festigkeit, werden zumeist aus Standardversuchen an Beton gewonnen.

Die hiermit definierte Bruchbedingung hat allgemein die Form:

$$F = F(I_i, J_i) = 0$$
. (2.2)

Die Bezeichnungen I_i und J_i in der Klammer stehen für invariante - vom Koordinatensystem unabhängige - Größen, die sich durch die Aufteilung des Spannungstensors in einen Kugeltensor und in einen Spannungsdeviator ergeben:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\sigma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \overline{\sigma} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \overline{\sigma} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - \overline{\sigma} \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

bzw.

$$\underline{S} = \underline{S}_0 + \underline{\widetilde{S}}$$
(2.4)

mit:

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) =$$
Mittelwert der Normalspannungen, (2.5)

 \underline{S}_0 = Kugeltensor (hydrostatischer Anteil der Spannung) und

 $\tilde{\underline{S}}$ = Spannungsdeviator.

Üblicherweise verwenden die Bruchkriterien die erste Invariante des Spannungstensors

$$l_1 \approx \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$
 (ausgedrückt in Hauptspannungen) (2.6)

und die zweite und dritte Invariante des Spannungsdeviators

$$J_{2} = \frac{1}{6} \cdot [(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2}], \qquad (2.7)$$

$$J_3 = \det \underline{\tilde{S}}.$$
 (2.8)

Die Beschreibung der räumlichen Bruchfläche erfolgt durch Meridian- und Deviatorschnitte mit Hilfe der sog. Haigh-Westergaard-Koordinaten r, h und ϕ (vgl. Bild 2.16). Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$r = \sqrt{2 \cdot J_2} = \tau_0 \cdot \sqrt{3}$$
 (deviatorischer Abstand von der hydrostat. Achse), (2.9)

$$h = I_1 / \sqrt{3} = \sigma_0 \cdot \sqrt{3}$$
 (hydrostatisches Spannungsniveau) und (2.10)

$$\cos 3\varphi = J = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot J_3}{2 \cdot (J_2)^{3/2}}$$
 (φ = Load-Winkel). (2.11)



Bild 2.16: Haigh-Westergaard-Koordinatensystem.

Die formelle Übereinstimmung mit den als Oktaederformulierungen bekannten Ansätzen ist an den Gleichungen erkennbar.

Bei diesen wird $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ als Oktaedernormalspannung und $\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_3 \cdot \sigma_1}$ als Oktaederschubspannung bezeichnet.

Die räumliche Bruchgrenzfläche in der Meridian- und Deviatorebene ist in qualitativer Form beispielhaft in Bild 2.17 zu sehen.



Bild 2.17: Bruchgrenzfläche des Betons (Meridianebene links, Deviatorebene rechts) Bild entnommen aus /Thi93.2/

Hinsichtlich der Anwendbarkeit der Bruchhypothesen sind noch folgende Anmerkungen zu machen. Wie schon angesprochen, werden die Eingangsparameter der Bruchbedingung anhand von Ergebnissen aus Versuchen bestimmt. Diese Vorgehensweise ist jedoch problematisch, wenn ein entsprechendes Ergebnis nicht zur Verfügung steht. Hier ist man auf Abschätzungen angewiesen, was zu Ungenauigkeiten führen kann. Ebenso treten Probleme auf, wenn sich beispielsweise die Betonzusammensetzung ändert (Mischungsverhältnisse, etc.), denn das für eine bestimmte Zusammensetzung aufgestellte Bruchkriterium ist in solchen Fällen nicht einfach übertragbar.

Verformungsmodelle:

Neben der Aussage über das Bruchverhalten, bedarf die Werkstoffbeschreibung auch einer Aussage über das Verformungsverhalten. Der Übergang von der einaxialen zur mehraxialen Situation findet hierbei z. B. durch die Berücksichtigung der Querdehnzahl statt. Aber auch über den Kompressions- und Schubmodul können räumliche Last-Verformungsbeziehungen beschrieben werden.

Die vorliegenden Formulierungen für den Beton können in nichtlinear elastische und plastische Ansätze aufgeteilt werden, vgl. z. B. /Man87,Mey90/. Bei den nichtlinear elastischen Ansätzen kann weiter zwischen den Cauchyschen elastischen Modellen, den hyperelastischen und den hypoelastischen Ansätzen unterschieden werden /Man87/.

Die Cauchyschen Modelle sind dadurch gekennzeichnet, daß für jede Beanspruchung die Beziehung $\sigma = E \cdot \varepsilon$ gilt, wobei die Nichtlinearität durch einen nichtlinearen Ansatz für E entsteht.

Bei den hyperelastischen Modellen erfolgt die Formulierung der Spannungs-Dehnungsbeziehung mit Hilfe von Sekantenmoduln. Die Spannungen und die Dehnungen sind umkehrbar eindeutig gekoppelt, hierdurch entsteht eine Beschränkung der Anwendung auf proportionale Belastung.

Die hypoelastischen Ansätze arbeiten in inkrementeller Form. Sie verwenden anstelle der Sekantenmodule Tangentenmodule. Durch die inkrementelle Form wird eine Berücksichtigung der Belastungsgeschichte möglich. Beim Sonderfall, den Variable Moduli Modellen /Man87/, die zumeist auf den Oktaederformulierungen basieren, werden die elastischen Materialkonstanten (Kompressionsund Schubmodul) durch Tangentenmodule ersetzt. Die elastoplastischen Modelle unterscheiden grundsätzlich zwischen elastischen und plastischen Dehnungen. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird generell in inkrementeller Form angegeben /Man87/. Die Modelle besitzen gewisse Merkmale, mit deren Hilfe die Beschreibung des Werkstoffverhaltens möglich wird. Zu nennen sind u. a. die Fließflächen, die Fließbedingung, die Fließregel, die Konsistenzbedingung oder die Verfestigungsfunktion. Bis zum Erreichen eines bestimmten Grenzwerts verhält sich beispielsweise ein ideal elastisch plastisches Material elastisch. Danach kommt es dann zu plastischen Verformungen, wobei alle veränderten Spannungszustände innerhalb der definierten Fließfläche liegen müssen. Bei einer Entlastung führt der Weg elastisch ins Innere der Fließfläche zurück.

Hinsichtlich der Anwendbarkeit bzw. der Flexibilität der Verformungsmodelle sind generell dieselben Anmerkungen zu machen, wie bei den Bruchkriterien.

2.3.4 Hypothesen auf der Grundlage von Energiebetrachtungen, Bruchmechanik und Weiterentwicklungen

Die nachfolgend beschriebenen Hypothesen beachten, im Unterschied zu den bisher beschriebenen Ansätzen, die Struktur des Werkstoffs. Die Hypothese von Griffith basiert auf der Annahme, daß ein Bruch immer in einem vorhandenen Defekt beginnen muß, dabei betrachtet er eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit einem Riß im Innern (vgl. Bild 2.18). Der für das Fortschreiten des Risses erforderlichen Energiemenge wird die bei der Rißbildung freiwerdende gegenübergestellt. Mit einem Bruch muß dann gerechnet werden, wenn die freiwerdende Energie größer wird als die erforderliche.

Aus der Betrachtungsweise von Griffith entwickelte sich die Bruchmechanik, die sich neben der Erfassung von Spannungszuständen i. w. damit beschäftigt, Kriterien anzugeben, bei denen sich Risse kritisch ausbreiten /Gro87/. Die Anwendung der bruchmechanischen Theorien auf den Beton ist aber problematisch, da die Grundvorraussetzung, der Einzelriß, nicht erfüllt ist; vgl. /Schor88/. Eine genauere Darstellung der verschiedenen bruchmechanischen Ansätze soll deshalb an dieser Stelle nicht erfolgen. Für weitere Details und Literaturhinweise sei z. B. auf Großmann /Gro87/ verwiesen.



Bild 2.18: Unendlich ausgedehnte Scheibe mit Innenriß nach Griffith. Bild entnommen aus /Gro87/

Nachfolgend soll in diesem Abschnitt noch auf den Hintergrund der von Rode /Rod91/ als "Bruchenergiekonzept" bezeichneten Weiterentwicklung eingegangen werden. Basierend auf Beobachtungen des realen Werkstoffverhaltens des Betons wird bei diesem Konzept davon ausgegangen, daß sich unter einer steigenden Zugbelastung eine sog. "Prozeßzone" ausbildet, in der sich Mikrorisse sammeln. Nach Hillerborg (vgl. z. B. die zusammenfassenden Darstellungen von Meyer /Mey90/ oder Rode /Rod91/) ist dieser "fiktive Riß" zwar querschnittstrennend aber dennoch in der Lage, Kräfte zu übertragen (vgl. Bild 2.19).



Bild 2.19: Prozeßzone zwischen gerissenem und ungeschädigtem Bereich und zugehörige Spannungsverteilung. Bild entnommen aus /Rod91/

Eine Beschreibung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens im Bereich der Prozeßzone, über eine sog. Spannungs-Rißaufweitungskurve ($\sigma - w - Kurve$), wird möglich. Aus dieser kann durch Integralbildung die sog. Bruchenergie G_F bestimmt werden. Die Bruchenergie des Betons ist ein von der Probengröße unabhängiger Wert, der als Materialkonstante angesehen wird /Ste96/. Rode weist aber darauf hin, daß die experimentellen Verfahren zur Bestimmung der Bruchenergie noch Defizite enthalten /Rod91/.

Außerdem merkt Rode an, daß allein die Angabe der Bruchenergie zur Beschreibung der Zugseite nicht ausreicht. Auch der Verlauf des abfallenden Astes muß festgelegt werden, da hierdurch das Berechnungsergebnis - der numerisch berechnete Versagensmechanismus - entscheidend beeinflußt wird /Rod91/. Das Bruchenergiekonzept wird heute vielfach in Zusammenhang mit der Finiten-Elemente-Methode eingesetzt (vgl. Abschnitt 2.3.5). Das Spannungs-Rißaufweitungs-Diagramm wird hierbei in eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung überführt, wobei die Größe des betrachteten Elements beachtet werden muß. Hierbei dient die sog. charakteristische Länge als Kennwert /Rod91,Mey90,Ste96/.

2.3.5 Hypothesen auf der Grundlage von Modellvorstellungen

In diesem Abschnitt werden Ansätze gezeigt, die allgemein unter dem Oberbegriff "Hypothesen auf der Grundlage von Modellvorstellungen" eingeordnet werden können, vgl. /Kup73/. Gemeint sind nachfolgend solche Modelle, bei denen - z. T. im weitesten Sinne - die strukturelle Betrachtungsweise des Werkstoffs Beton die Basis bildet. Auch hier liegen zahlreiche Ansätze vor, von denen die älteren zusammenfassend bei Kupfer /Kup73/ und Eibl/Iványi /Eib76/ dargestellt werden. Neuere Arbeiten stammen z. B. von Wittmann und Mitarbeitern /Wit84, Wit85/ oder von Schorn und Mitarbeitern /Diek84,Schor85, Schor88,Rod91/, auch sie werden in diesem Abschnitt angesprochen.

Die *rheologischen Modelle* arbeiten, wie ihr Name schon sagt, mit rheologischen Elementen (z. B. Feder- und Reibelemente). Sie spielen eine eher untergeordnete Rolle. Obwohl der Aufbau des Modells mit der tatsächlichen Struktur des Werkstoffs nichts zu tun hat, können dennoch bestimmte Werkstoffeigenschaften treffend nachvollzogen werden. Entscheidend hierbei ist die Wahl der Eingangsparameter. Kupfer /Kup73/ bemängelt, daß es keinen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Modellstruktur und der zu beschreibenden Größe gibt, sondern daß gänzlich verschiedene Modelle gleichwertig zur Beschreibung einer Größe sein können. Außerdem merkt er an, daß die Wahl der Eingangsparameter nicht auf vorliegenden Versuchsdaten beruht, was eine statistische Belegung ausschließt. In neuerer Zeit wurde von Duda ein rheologisches Werkstoffmodell entwickelt, mit dem die $\sigma - w - Kurve$ des Betons bei monotoner und zyklischer Belastung, mit physikalisch eindeutigen Parametern, geschlossen beschrieben wird. Für weitere Details sei auf /Duda91/ verwiesen. Bei den sog. *Mehrphasenmodellen* werden verschiedene Phasen kombiniert, für Beton z. B. Mörtel und Zuschlag /Eib76/. Je nach Anordnung im Gesamtsystem ergeben sich Gleichgewichtsforderungen, auf denen die Lösung basiert. Bei einer Parallelschaltung der Phasen wird beispielsweise die Gleichheit der Verschiebungen genutzt, um einen Lösungsansatz zu finden.

Für die Formulierung von Betonstoffgesetzen sind diese Modelle nicht geeignet, da die Vorhersage beanspruchungsabhängiger Änderungen nicht möglich ist. Mögliche Ansätze für das Mehrphasenmodell zeigt beispielhaft Bild 2.20.





Bei den *Gitterrostmodellen* wird die Betonstruktur durch ebene oder räumliche Gittersysteme abgebildet, die sich regelmäßig wiederholen. Die Zuordnung unterschiedlicher Stabsteifigkeiten ermöglicht die Beschreibung der Verhältnisse des inneren Gefüges. Diesen Modellen liegen verschiedene Ansätze zugrunde; beispielsweise wird das Kräftespiel in einer Betonstruktur unter einer bestimmten Belastung durch eine Gewölbewirkung um den Mörtel herum erklärt (Baker, Bild 2.21). Bei dieser Gitterstruktur entsprechen die diagonalen Stäbe dem Druckring und die vertikalen bzw. die horizontalen Stäbe dem Mörtel /Kup73,Eib76/.



Bild 2.21: Gitterrostmodell (Baker). Bild entnommen aus /Eib76/

Ein anderer Ansatz bildet die Betonstruktur durch Kugeln und Stäbe ab (Reinius, Bild 2.22). Die Kugeln entsprechen dem Zuschlag, die vertikalen und horizontalen Stäbe dem Mörtel und die kurzen Verbindungsstäbe zwischen den Zuschlagkörnern dem Zementstein.



Bild 2.22: Gitterrostmodell (Reinius). Bild entnommen aus /Eib76/

Eine ausführliche Diskussion der Ansätze ist bei Kupfer zu finden. Zusammenfassend stellt er u. a. fest, daß viele der Modelle lediglich qualitative Aussagen zulassen, daß zumeist der Bruchvorgang nicht erfaßt wird und daß nur wenige Ansätze geeignet sind, die Bruchgefahr unter einem mehrachsigen Beanspruchungszustand zu behandeln /Kup73/.

Im Gegensatz zu den Gitterrostmodellen tragen die **Verbundmodelle** der Verbundeigenschaft zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag Rechnung /Eib76/. Auch hier wurden im Laufe der Zeit verschiedene Ansätze entwickelt, beispielsweise verwendet Brandtzaeg Elemente mit zufällig orientierten Gleitebenen, die die Kontaktzonen repräsentieren sollen. Das Gleiten wird bei diesem Modell mit dem Mohr-Coulombschen Bruchkriterium kontrolliert. Eine Weiterentwicklung von Taylor zeigt Bild 2.23. Dieser bildete aus Grundelementen, mit statistisch verteilten Gleitrichtungen, Volumeneinheiten. Trotz der Berücksichtigung der Verbundeigenschaften sind die Modelle aber nicht in der Lage, Aussagen über die Art und die Ursache der Entstehung von Rissen zu machen.



Bild 2.23: Verbundmodellansatz (Taylor). Bild entnommen aus /Eib76/

Ein anderer Ansatz stammt von Buyukozturk et al. /Buy71/. Ausgehend von Versuchen an Modellbetonen, stellen sie ein FE-Modell für biaxial beanspruchten Beton vor, das auf der Basis von drei verschiedenen Komponenten arbeitet. Neben einer Zuschlag- und einer Mörtelphase wird ein Element berücksichtigt, das die Kontakteigenschaften der Zone zwischen Zuschlag und Mörtel erfaßt (Bild 2.24).

Während der Zuschlag bei Buyukozturks Ansatz linear elastische Werkstoffeigenschaften erhält, werden Mörtel- und Kontaktelement mit linear elastisch sprödem Verhalten ausgestattet. Risse werden in der Art erfaßt, daß nach der Überschreitung einer vorgegebenen Zugfestigkeit die Steifigkeit der Kontaktbzw. Mörtelelemente auf einen geringen Wert gesetzt wird. Die Elemente der Grenzschicht können außerdem durch Gleiten versagen. Mit dem so definierten Ansatz konnten von Buyukozturk et al. gut die eigenen biaxialen Untersuchungen an einem Modellbeton nachvollzogen werden.



Bild 2.24: Verbundmodellansatz (Buyukozturk et al.). Bild entnommen aus /Buy71/

Die bisherigen Darstellungen haben gezeigt, daß bei der strukturorientierten Modellbildung die Wiedergabe des Rißbildungsprozesses eine zentrale Bedeutung hat. Der Einsatz der FE-Methode führte in den letzten Jahren zu zwei generell unterschiedlichen Abbildungsmöglichkeiten, nämlich zum sog. diskreten und zum sog. verschmierten Rißmodell /Ste96/. Beim diskreten Rißmodell wird jeweils nach dem Überschreiten einer vorgegebenen Zugfestigkeit ein verändertes FE-Netz definiert. Beim verschmierten Rißmodell bleibt das FE-Netz erhalten. Die Eigenschaften der Elemente in der Richtung der Hauptspannungen werden über Spannungs-Rißaufweitungskurven beschrieben (vgl. Abschnitt 2.3.4, "Bruchenergiekonzepte").

Das im Bild 2.25 dargestellte FE-Netz zeigt einen Modellansatz von Wittmann und Mitarbeitern /Wit84,Wit85/. Anhand der Korngrößenverteilung und unter Berücksichtigung bestimmter Zuschlagskonzentrationen wird im Rechner der "numerische Beton" generiert (vgl. Abschnitt 3.6.2). Durch die Verwendung von Matrix-, Zuschlag- und Grenzschichtelementen wird die rechnerische Analyse mit Hilfe der FE-Methode möglich.



Bild 2.25: FE-Modell für Beton nach Wittmann. Bild entnommen aus /Wit85/

Hierbei erhalten die Zuschlagelemente ein linear elastisches Werkstoffverhalten ohne Rißbildungsmöglichkeit, während für die Matrixelemente die verschmierte Rißmethode eingesetzt wird. Die Grenzschichtelemente können sowohl durch ein Überschreiten einer Zugfestigkeit als auch einer Schubspannung versagen. Auch bei den Grenzschichtelementen wird bei Zugversagen von einer Spannungs-Rißaufweitungskurve Gebrauch gemacht.

Mit diesem zweidimensionalen Modell konnten erstmals Rißbildungsprozesse realistisch nachvollzogen werden. Die Anwendung auf dreidimensionale Gefüge war aufgrund des dann zu hohen Rechenaufwandes noch nicht möglich /Rod91/.

Parallel zu Wittmanns Modell wurde in Bochum ein rechnerisches Verfahren entwickelt, das unter dem Namen "Bochumer Modell" bekannt ist. Dieses Modell ist in der Lage, lastbedingte Änderungen des Gefüges zu berechnen, ohne dabei die Struktur des Stoffes geometrisch exakt abbilden zu müssen /Diek84,Schor85,Schor88,Rod91/. Dies gelingt durch ein dreidimensionales Stabwerkmodell, bei dem sich das Verhalten des Einzelstabes durch die Verknüpfung mit dem Materialverhalten des Stoffbestandteiles ergibt, der vom Stab durchdrungen wird.

Bei Betrachtung der sog. Meso-Ebene ergeben sich drei mögliche Situationen für einen Stab /Rod91/: der Stab liegt ausschließlich in der Zementmörtelmatrix, der Stab liegt sowohl in der Zementmörtelmatrix als auch im Zuschlag, der Stab liegt ausschließlich im Zuschlag. Die Stoffabbildung im zweidimensionalen Fall zeigt beispielhaft Bild 2.26.



Bild 2.26: Stoffabbildung im Bochumer Modell. Bild entnommen aus /Rod91/

Das Verformungsverhalten der Stäbe, die ausschließlich im Zuschlag liegen, wird durch ein linear elastisches Materialgesetz (ohne Rißbildungsmöglichkeit) beschrieben. Bei den Stäben, die in der Zementmörtelmatrix liegen und bei den sog. "Grenzstäben" (teilweise im Zuschlag und teilweise in der Zementmörtelmatrix) wird bis zum Erreichen einer Grenzspannung (Druck- oder Zugspannung) ein lineares Verhalten angenommen. Für die Zugseite wird nach dem Überschreiten des Grenzwertes der Zugfestigkeit ein nichtlineares Werkstoffverhalten definiert. Es wird das verschmierte Rißmodell verwendet /Ste96/, für die Mörtelmatrixstäbe und für die Grenzstäbe werden unterschiedliche Zugfestigkeiten und Bruchenergien angesetzt. Die mit dem Modell durchgeführten Berechnungen ergaben eine generelle Eignung zur Simulation lastabhängiger Gefügeänderungen beim Beton.

In bezug auf die allgemeine Anwendbarkeit der hier gezeigten Modelle ist festzuhalten, daß die neueren Ansätze sehr gut geeignet sind, sowohl das Bruchals auch das Verformungsverhalten des Betons, auch unter mehraxialer Beanspruchung, realitätsnah zu beschreiben. Ein Vorteil gegenüber den in Abschnitt 2.3.3 gezeigten Ansätzen (Bruchkriterien und Verformungsmodelle) ist sicherlich darin zu sehen, daß die strukturorientierten Ansätze eine höhere Flexibilität besitzen. Einer Änderung des Mischungsverhältnisses kann beispielsweise durch ein geändertes FE-Netz entsprochen werden. Eine geänderte Zuschlagart kann, zumindest in einem gewissen Rahmen, durch ein geändertes Werkstoffgesetz für diese Komponente berücksichtigt werden. Parameterstudien sind möglich. Diese können auch zur Klärung bisher experimentell nicht erfaßter Effekte als Versuchsergänzung herangezogen werden. Als Nachteil ist aus derzeitiger Sicht die erforderliche hohe Rechenkapazität anzusehen.

2.3.6 Modellansätze für Beton bei mehraxialer Belastung und hoher Temperatur

Im Gegensatz zur Normaltemperatur liegen für den mehraxial und durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton nur sehr wenige Rechenansätze vor, z. B. /Wal81,Kie87,Wie88,Thi93.2/.

Diese Rechenannahmen wurden zudem teilweise nicht mit dem Ziel aufgestellt ein allgemeines Stoffgesetz bereitzustellen, sondern Walter /Wal81/, Kiel /Kie87/ und Wiese /Wi88/ formulierten beispielsweise biaxiale Rechengesetze, um damit Flächentragwerke berechnen zu können.

Bei der Beschreibung der Bruchfläche gehen Walter und Kiel prinzipiell so vor, daß sie die von Kupfer für den Normaltemperaturlastfall ermittelten biaxialen Bruchflächen /Kup73/ über die einaxiale temperaturabhängige Festigkeitskurve mit der Temperatur verknüpfen. Wiese leitet die biaxiale Bruchgrenzkurve direkt aus biaxialen instationären Versuchen von Ehm ab.

Bei den Verformungen greift Walter auf eine nichtlinear hyperelastische Formulierung zurück, die unter der Verwendung von Kompressions- und Schubmoduln arbeitet. Kiel und Wiese verwenden allgemeingültige Stoffgleichungen, wobei die Verknüpfung zur mehraxialen Beanspruchung durch die Berücksichtigung der Querdehnzahl gelingt. Thienel /Thi93.2/ liefert eine allgemeingültige Stoffbeschreibung, die auch für räumliche Beanspruchungszustände verwendet werden kann. Bei der Darstellung der Bruchfläche erweitert er ein Bruchkriterium von Podgórski /Pod85/, das die räumliche Betonbruchfläche - unter Normaltemperatur - anhand von fünf Parametern beschreibt. Die Parameter für den Hochtemperaturansatz werden von Thienel auf der Basis der eigenen Versuche bestimmt, wobei neben der Temperatur auch der Zuschlaggehalt und der Wasser/Zement-Wert Beachtung finden. Die Nachrechnung von unabhängig durchgeführten Versuchen - SFB148, dort aber unveröffentlicht (vgl. Thienel /Thi93.2/, Bild 6.6 und Erläuterungen dazu) - zeigt eine gute Übereinstimmung und bestätigt somit die von Thienel getroffenen Ansätze.

Das Verformungsverhalten im Bruchversuch beschreibt Thienel mit einem variablen-Moduln-Modell von Stankowski/Gerstle, das auf der Basis inkrementeller Kompressions- und Schubmoduli arbeitet /Sta85/. Die Eingangsgrößen für die Temperaturansätze werden anhand der eigenen Untersuchungen festgelegt. Die benötigten Festigkeitswerte bestimmt Thienel mit dem erweiterten Modell von Podgórski. Bei den Nachrechnungen stellt er fest, daß das Modell die tatsächlichen Verformungen zum Teil überschätzt. Diesen Effekt erklärt er durch zu gering berechnete Festigkeiten, die sich direkt auf den Verlauf der Schubspannungs-Schubdehnungsdiagramme und somit auf die weitere Berechnung auswirken. Bei einer Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Festigkeiten werden vom Modell auch die Verformungen zutreffend beschrieben, so daß die Tauglichkeit von Thienels Ansätzen außer Frage steht.

Auch das Verformungsverhalten im instationären Versuch wird von Thienel mit einem erweiterten Modell von Stankowski/Gerstle beschrieben. Dazu sieht er den instationären Versuch, in Analogie zum Bruchversuch, als kombinierte thermisch mechanische Belastung an. Hierdurch gelingt die Definition von entsprechenden "transienten-Moduln". Die Festigkeitswerte werden mit demselben Modell wie im Bruchversuch ermittelt (Podgórski). Thienel merkt hierzu an, daß dessen Parameter aus stationären Bruchversuchen abgeleitet wurden, weshalb die festigkeitssteigernde Wirkung einer Druckbelastung während der Aufheizung derzeit nicht erfaßt werden kann. In der Summe verdeutlichen die durchgeführten Vergleichsberechnungen aber die generelle Richtigkeit der Ansätze.

2.3.7 Zusammenfassung

Bei der theoretischen Beschreibung des Bruch- und Verformungsverhaltens des Betons unter mehraxialer Belastung wurden im Laufe der Zeit verschiedenste Modellansätze gewählt. Die meisten Formulierungen gelten für Normaltemperatur. Für den durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton liegen vergleichsweise sehr wenige Werkstoffbeschreibungen vor.

Bei den für Normaltemperatur bereitgestellten Ansätzen kann generell zwischen solchen unterschieden werden, die den Beton als homogen ansehen und solchen, die die heterogene Struktur beachten.

Die klassischen Bruchhypothesen, die auf der homogenen Betrachtungsweise basieren, gelten hinsichtlich einer Anwendung auf den Beton als überholt. Dies liegt im wesentlichen daran, daß bei diesen Ansätzen versucht wird, ein Bruchkriterium durch einen einzigen Grenzwert, z. B. einer Schubspannung, zu definieren.

Bei den Bruchkriterien erfolgt die Darstellung des Spannungszustandes zumeist mit Hilfe von Invarianten. Zur Beschreibung der räumlichen Bruchfläche sind verschiedene Eingangsparameter zu bestimmen, wobei Ergebnisse von Standardversuchen am Beton als Basis dienen. Diese Modelle fanden in den letzten Jahren weite Verbreitung, da auf einfache Weise eine relativ genaue Anpassung an das tatsächliche Betonverhalten möglich ist. Eher ungeeignet erscheinen diese Modelle dann, wenn es um die Übertragung auf geänderte Randbedingungen, z. B. auf ein verändertes Mischungsverhältnis, geht.

Die Verformungsmodelle - in Zusammenhang mit den Festigkeitsmodellen erlauben die Beschreibung des mehraxialen Bruch- und Verformungsverhaltens. Hier liegen verschiedene Lösungen vor, die in nichtlinear elastische und plastische Ansätze aufgeteilt werden können. Da auch die Verformungsmodelle auf der homogenen Betrachtungsweise des Werkstoffs Beton basieren, scheint für sie dieselbe Kritik wie bei den Festigkeitsmodellen angebracht zu sein.

Die strukturelle Werkstoffbetrachtung führte bei der Modellbildung zu einer zweiten Richtung. Die auf Energiebetrachtungen basierenden Modelle sind da-

zu geeignet, das Betonverhalten unter einer Zugbeanspruchung zu beschreiben. Die Implementierung dieser Ansätze in neuere Modelle (Modell von Wittmann und Mitarbeitern oder Modell von Schorn und Mitarbeitern) erlaubt die Untersuchung aller Belastungszustände. Vorteilhaft erscheint die Möglichkeit, auf veränderte Randbedingungen reagieren zu können. Hierdurch sind z. B. versuchsergänzende Parameterstudien möglich.

Im Hinblick auf die Werkstoffbeschreibung des durch hohe Temperaturen beanspruchten Betons ist festzustellen, daß bisher nur sehr wenige Ansätze vorliegen. Allen gemein ist die homogene Betrachtungsweise des Werkstoffs. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, daß nur in einem sehr begrenztem Umfang Untersuchungen zum Hochtemperaturverhalten der Einzelkomponenten und zu ihrem Verbundverhalten vorliegen, hierauf wird später noch eingegangen. Zur Beschreibung allgemeiner räumlicher Beanspruchungszustände unter Temperaturbeanspruchung können bisher lediglich Thienels Ansätze als brauchbar angesehen werden.

3 MODELLANSATZ

3.1 Aligemeines

Wie bereits im Abschnitt 1 angesprochen, soll im Rahmen dieser Arbeit ein Modellansatz für den durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton hergeleitet werden. Um das Parameterspektrum zu begrenzen, werden die nachfolgenden Betrachtungen auf den Normalbeton gemäß DIN 1045 /DIN1045/ mit quarzhaltigem Zuschlag beschränkt.

Hinsichtlich einer Anwendung des Modells - im Zusammenhang von Untersuchungen mit der Intelligenten Prüfmaschine - sollte ein möglichst flexibler Ansatz gewählt werden, um auch auf geänderte Randbedingungen, z. B. auf eine veränderte Zuschlagart oder auf eine veränderte Zementart, vorbereitet zu sein.

Der Vergleich bestehender Modellansätze im Abschnitt 2.3 zeigte, daß der Forderung nach Flexibilität am besten durch eine strukturorientierte Betrachtungsweise nachgekommen werden kann. Hinsichtlich des Verbundwerkstoffs Beton muß bei einem solchen Ansatz dann sowohl das Verhalten der definierten Einzelkomponenten als auch ihre Interaktion in der Gesamtmatrix in entsprechender Weise beschrieben werden.

Unter Beachtung dieser Aspekte wird für das bereitzustellende Modell daher ein Ansatz gewählt, der auf der Basis der Betonkomponenten Zuschlag (quarzitisch) und Mörtelmatrix arbeitet. Der Mörtelmatrix wird neben dem Zement und dem Wasser auch der Feinanteil des Zuschlags, $\emptyset \le 4$ mm, hinzugerechnet. Die dreidimensionale Werkstoffbeschreibung der Komponenten gelingt durch Näherungsansätze, vgl. Abschnitte 3.2 und 3.3. Auf die Interaktion wird im Abschnitt 3.4 eingegangen.

Die Darstellung der theoretischen Grundlagen des FE-Modells, sowie der Abbildungsprozeß der Betonstruktur und weitere Ansätze werden in den Abschnitten 3.5 bis 3.7 behandelt.

3.2 Mörtelmatrix

3.2.1 Allgemeines

Um auf der Basis des oben beschriebenen Modellansatzes mehraxiale Beanspruchungszustände am temperaturbeanspruchten Beton untersuchen zu können, müssen für die Komponenten entsprechende dreidimensionale Werkstoffgesetze verwendet werden. Für die durch hohe Temperaturen beanspruchte Mörtelmatrix liegt eine solche Beschreibung derzeit jedoch noch nicht vor, lediglich Bierwirth /Bie95/ gibt ein räumliches Bruchkriterium für Mauermörtel unter Normaltemperatur an, das aber in Ermangelung von Versuchsergebnissen auf den Fall der dreiachsigen Druckbeanspruchung ($\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1 < 0$) beschränkt ist.

Vor der weiteren Bearbeitung muß deshalb zunächst eine mehraxiale Werkstoffbeschreibung für die Mörtelmatrix bereitgestellt werden, wobei experimentelle Ergebnisse als Basis herangezogen werden sollen. Da aber auf der experimentellen Seite, besonders im Hinblick auf den Temperaturlastfall, noch Defizite bestehen, werden Näherungsansätze gewählt. Die grundsätzlichen Annahmen hierbei werden im Abschnitt 3.2.2 erläutert. Die weiterführenden Ansätze für den stationären und für den instationären Temperaturlastfall werden in den Abschnitten 3.2.3 und 3.2.4 behandelt.

Damit bei der rechnerischen Analyse Schädigungen der Betonstruktur infolge des unterschiedlichen thermischen Dehnverhaltens der Betonkomponenten berücksichtigt werden können, wird eine Angabe zur thermischen Dehnung der Mörtelmatrix benötigt, hierauf wird im Abschnitt 3.2.5 eingegangen.

3.2.2 Werkstoffverhalten unter Normaltemperatur und Näherungsansatz

Die Mörtelmatrix hat dieselben Bestandteile wie der Beton: Zement, Zuschlag und Wasser. Dennoch zeigen Untersuchungen zum Werkstoffverhalten der beiden Stoffe Differenzen, die aber im wesentlichen auf die unterschiedlich große Heterogenität zurückgeführt werden können. Ergebnisse experimenteller Untersuchungen an Mörtel findet man vielfach dort, wo auch Beton untersucht wurde. Für den Fall der einaxialen Druckbelastung kann beispielsweise Wittmann /Wit74.2/ genannt werden, der sich mit der Verformung und mit dem Bruchvorgang poröser Baustoffe beschäftigte.

Bei einaxialer Zugbeanspruchung können z. B. Ergebnisse von Budnik herangezogen werden /Bud85/. Hierzu ist anzumerken, daß Budnik u. a. einen zementgebundenen Beton mit einem Größtkorn von 4 mm Durchmesser untersuchte, was mit der hier getroffenen Definition der Mörtelmatrix übereinstimmt. Auch von Duda /Duda91/ liegen Zugversuche für Betone vor, deren Sieblinien ein Größtkorn mit einem Durchmesser von 2 mm bzw. 4 mm hatten.

Die biaxiale (Druck-Druck) Situation eines Mörtels wurde z. B. von Schickert und Winkler /Schi77/ untersucht. Von Probst /Pro81/ und auch von Bierwirth /Bie93,Bie95/ liegen Ergebnisse triaxialer Druckversuche an Mauermörteln vor.

Anhand der Versuche ist zu erkennen, daß die $\sigma - \varepsilon$ – Linie eines Mörtels im einaxialen Druckversuch zunächst einen nahezu linearen Verlauf im ansteigenden Ast zeigt. Mit wachsendem Lastniveau geht die Kurve in eine gekrümmte Form über. Die Zunahme der Krümmung verläuft aber beim Mörtel nicht so stark, wie dies beim Beton der Fall ist. Der abfallende Ast - sofern angegeben ist steiler als beim Beton. Bild 3.1 stellt im Vergleich Spannungs-Dehnungslinien von Mörtel und Beton dar.

Die Ursache für den unterschiedlichen Verlauf der gezeigten Spannungs-Dehnungsbeziehungen ist im Einfluß des Größtkorns zu sehen. Es ist bekannt, daß beim Beton, bei sonst gleichen Ausgangsbedingungen, eine Abhängigkeit des Werkstoffverhaltens vom Größtkorn besteht. Mit steigendem Korndurchmesser nehmen die Festigkeit und die Dehnung beim Erreichen der Festigkeit ab, das Verformungsvermögen insgesamt wächst an /Eib76/. Die Abnahme der Festigkeit ist dadurch zu erklären, daß mit wachsendem Größtkorn größere Risse entstehen, die zu einer größeren Schädigung der Matrix und somit zu höheren Festigkeitsverlusten führen.



Bild 3.1: $\sigma - \varepsilon$ – Linie eines Mörtels im einaxialen Druckversuch, im Vergleich zu Beton. Bild entnommen aus /Ros83/

Derselbe Effekt wirkt sich auch auf das mehraxiale Verhalten des Mörtels aus. Im biaxialen Fall zeigt sich beispielsweise, daß eine stützende Kraft in der zweiten Richtung beim Mörtel keine so große Festigkeitssteigerung bewirkt, wie beim Beton. Da die Schädigung des Mörtels aber, wie oben beschrieben, von vornherein nicht so groß ausfällt, ist auch die - relativ gesehen - geringere Festigkeitssteigerung plausibel.

Bierwirth /Bier95/ beobachtete Gleiches auch unter triaxialen Bedingungen. Er stellte fest, daß im Vergleich zum Beton eine Erhöhung des Radialdrucks beim (Mauer-) mörtel nur eine etwa halb so große Steigerung der dreiachsigen Festigkeit bewirkt.

Unter einer einaxialen Zugbeanspruchung weist die $\sigma - \varepsilon - Linie$ eines Mörtels bis zum Erreichen des Bruchzeitpunktes einen nahezu linearen Verlauf auf. Im Nachbruchbereich ist ein steiler Abfall der Kurve festzustellen. Ohne hier näher auf Details eingehen zu wollen, sei darauf hingewiesen, daß auch unter Zugbeanspruchung ein Einfluß des Größtkorns erkennbar ist. Mit sinkendem Korndurchmesser zeigt sich beispielsweise ein steilerer Verlauf des abfallenden Astes /Duda91/.

Zusammenfassend ist für das mechanische Verhalten eines Mörtels unter Normaltemperatur folgendes festzustellen:

- Der steigende Ast der einaxialen σ-ε-Linie des Druckversuchs verläuft zunächst nahezu linear und geht erst bei einem relativ hohen Lastniveau in eine gekrümmte Form über.
- Die Krümmung der Kurve wächst nicht so stark an wie beim Beton, da wegen der vergleichsweise geringeren Heterogenität des Mörtels die Schädigungen kleiner sind.
- Im Zugversuch ist der Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung, bis zum Erreichen der Festigkeitsgrenze, nahezu linear.
- Die räumliche Bruchfläche ist bisher nur zum Teil experimentell untersucht. Es ist festzustellen, daß die festigkeitssteigernde Wirkung rißvermindernder Lasten geringer ausfällt als beim Beton.

Basierend auf diesen Beobachtungen und auch schon im Hinblick auf die Beanspruchung durch hohe Temperaturen, wird das einaxiale Werkstoffverhalten der Mörtelmatrix durch einen linear elastisch plastischen Ansatz angenähert. Beispielhaft zeigt Bild 3.2 die Vorgehensweise.

Auf der Druckseite besteht zunächst eine gute Übereinstimmung zwischen dem tatsächlichen Materialverhalten und der Näherung. Mit steigender Last kommt es dann zu Abweichungen, da der linear verlaufende Ansatz die überproportionale Zunahme der Dehnungen, infolge der tatsächlich fortschreitenden Rissebildung, nicht erfaßt.

Bei der Zugseite ist bis zum Erreichen der Festigkeit eine volle Übereinstimmung zwischen Versuchsergebnis und Näherung zu erkennen. Nach dem Überschreiten der Grenzwerte (Druck- oder Zugfestigkeit) wird beim Näherungsansatz ein unbeschränktes Dehnvermögen angenommen, der real vorhandene abfallende Ast wird hierdurch nicht erfaßt. Hierauf wird noch näher im Abschnitt 3.4 eingegangen.


Bild 3.2: Einaxiale $\sigma - \varepsilon$ – Linie eines Mörtels und gewählte Näherung. Daten der Versuche entnommen aus /Wit74.2/ (Druckseite) und /Bud85/ (Zugseite)

Der bisher gewählte Werkstoffansatz beschreibt lediglich die einaxiale Situation. Da räumliche Beanspruchungszustände berechnet werden sollen, sind entsprechende Erweiterungen zu ergänzen. Die Verformungsberechnung im linear elastischen Bereich gelingt durch eine allgemeine Formulierung des Hooke'schen Werkstoffgesetzes. Zur Erfassung des Bruchzustandes (plastischer Bereich) wird näherungsweise auf die von Mises-Hypothese zurückgegriffen.

Die wesentlichen Grundzüge dieser Hypothese wurden bereits im Abschnitt 2.3 dargestellt. Die Bruchfläche wird hiernach durch einen Zylinder um die Raumdiagonale beschrieben. Als Versagenskriterium wird, in Abhängigkeit von der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators, ein Vergleichswert ermittelt, der einer im einaxialen Versuch bestimmten Festigkeit gegenübergestellt wird.

Die Aufbereitung des Hooke'schen Werkstoffgesetzes und der von Mises-Hypothese für die FE-Berechnung wird im Abschnitt 3.5 gezeigt. Im Rahmen dieses Abschnitts soll noch darauf eingegangen werden, wo zwischen der verwendeten Bruchhypothese und dem tatsächlichen Materialverhalten der Mörtelmatrix Unterschiede bestehen.

Dazu zeigt Bild 3.3 beispielhaft einen Vergleich von Bruchfestigkeiten in der biaxialen Druckebene. Zu sehen sind Versuchsergebnisse von Untersuchungen an Mörtel (Punktewerte) /Thi93.1/, sowie die nach der gewählten Hypothese bestimmte Bruchkurve (durchgezogene Linie).

Während bei den unteren Spannungsverhältnissen der äußeren Lasten $(\sigma_2 / \sigma_1 \approx 0.2 - 0.4)$ die festigkeitssteigernde Wirkung einer Belastung in der zweiten Achse relativ gut erfaßt wird, fällt bei den höheren Spannungsverhältnissen $(\sigma_2 / \sigma_1 \approx 0.8 - 1.0)$ eine größere Abweichung auf. Hier wird der Einfluß der Last in der zweiten Achse von der gewählten Näherung unterschätzt.





Derselbe Effekt ist auch unter triaxialen Randbedingungen zu beachten. Die weitere Festigkeitserhöhung infolge eines steigenden hydrostatischen Drucks (vgl. Untersuchungen von Bierwirth /Bier95/) wird von der Näherung ebenfalls nicht erfaßt, da der Fließzylinderradius um die Raumdiagonale konstant ist.

Zusammenfassend ist somit festzustellen, daß mit den gewählten Ansätzen das Werkstoffverhalten der Mörtelmatrix näherungsweise beschreibbar ist, wobei unter mehraxialer Beanspruchung die Auswirkung festigkeitssteigernder Lasten z. T. unterschätzt wird.

In bezug auf den Lastfall Normaltemperatur wären Verbesserungen auf der Basis vorliegender Versuchsergebnisse und vorliegender Modellansätze derzeit sicherlich schon denkbar. Im Hinblick auf den Hochtemperaturlastfall ist es aber als wesentlicher Vorteil anzusehen, daß mit den Näherungsansätzen die Beschreibung des mehraxialen Werkstoffverhaltens der Mörtelmatrix allein durch die Angabe von Werkstoffgrößen gelingt, die in einfachen einaxialen Versuchen bestimmt werden können (Festigkeiten, E-Modul, etc.). Diese liegen, wie die folgenden Abschnitte zeigen werden, für den Hochtemperaturfall z. T. vor oder können zumindest, z. B. durch Vergleiche mit Beton, in einfacher Weise angenähert werden.

3.2.3 Mechanische Eigenschaften bei stationärer Temperaturbeanspruchung

Hochtemperaturversuche an Mörtel wurden nur in sehr beschränkter Zahl durchgeführt. Ergebnisse einaxialer Druckversuche und Ergebnisse zur Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls findet man z. B. beim Sonderforschungsbereich 148 /Schnei80/. Im Arbeitsbericht 1981-83 /Schnei83/ sind Resultate zentrischer Zugversuche an Mörtel gezeigt, die nach einer Abkühlung der Versuchskörper auf Raumtemperatur durchgeführt wurden. Für den Temperaturbereich bis 230 °C werden Heißzugfestigkeiten dargestellt, die von Saemann und Washa bestimmt wurden. Die biaxiale Drucksituation wurde von Ehm /Ehm86/ und Thienel /Thi93.1,Thi93.2/ untersucht. Zum triaxialen Verhalten liegen derzeit keine Untersuchungsergebnisse vor. In der Summe reichen die vorliegenden Ergebnisse aber nicht aus, um eine dreidimensionale Werkstoffbeschreibung für den durch hohe Temperaturen beanspruchten Mörtel anzugeben. Mit dem im vorhergehenden Abschnitt abgeleiteten Ansatz ist jedoch eine näherungsweise Beschreibung möglich, wenn aus den Versuchsergebnissen Angaben für die benötigten temperaturabhängigen Eingangsparameter, z. B. der E-Moduli oder die einaxialen Festigkeiten, entnommen werden. Den wenigen vorliegenden Versuchsergebnissen muß hierbei eine Allgemeingültigkeit unterstellt werden.

Im Hinblick auf den von Thienel festgestellten Einfluß des W/Z-Werts auf die Eigenschaften des Betons ist folgendes anzumerken: Da das vorliegende Modell auf der Basis der Betonkomponenten arbeitet, kann der Einfluß des W/Z-Werts nur durch entsprechende Ansätze für die Komponenten erfaßt werden. Da aber gegenwärtig keine systematischen Untersuchungen zum Einfluß des W/Z-Werts z. B. auf die Mörtelmatrix vorliegen (Festigkeit, thermisches Dehnverhalten, etc.), bleibt dieser Effekt derzeit nicht unberücksichtigt.

Druckfestigkeit

Auch beim Mörtel verringert sich die Druckfestigkeit mit steigender Temperatur. Prinzipiell spielen sich hierbei dieselben chemischen und physikalischen Prozesse wie beim Beton ab (vgl. Abschnitt 2.2), dennoch fallen im Vergleich zwischen beiden, wie schon unter Normaltemperatur, gewisse Unterschiede auf. Nachfolgend soll auf diese und auf die Ableitung der Rechengrößen für den gewählten Modellansatz eingegangen werden.

Betrachtet man den Verlauf der bezogenen Druckfestigkeit von quarzitischem Beton und Mörtel über der Temperatur, so zeigt sich, daß beim Mörtel die Festigkeitsverluste zwischen 400°C und 600°C geringer ausfallen als bei üblichen Betonmischungen. Ein Vergleich der Mörteleigenschaften mit denen einer mageren Betonmischung ist möglich (vgl. Bild 3.8). Die Ursache wird darin gesehen, daß es beim Mörtel aufgrund der kleineren Zuschlagdurchmesser zu kleineren Rißweiten kommt als beim Beton /Thi93.2/. Daher fällt die Schädigung der Matrix und somit auch der Festigkeitsverlust geringer aus. Für den gewählten Modellansatz konnte auf vorliegende Versuchsergebnisse von einaxialen Druckversuchen zurückgegriffen werden /Schnei80/. Diese zeigen, daß neben den bereits beschriebenen Eigenschaften im unteren Temperaturbereich bis ca. 200°C auch beim Mörtel eine Abhängigkeit der erzielbaren Festigkeit von der Standzeit der Temperatur, respektive von der Aufheizgeschwindigkeit, besteht (Bild 3.4). Dieser Effekt wurde in entsprechender Weise auch beim Beton beobachtet (vgl. Abschnitt 2.2). Es ist festzustellen, daß eine kürzere Temperaturstandzeit, bzw. eine schnellere Aufheizung, zu geringeren erzielbaren Festigkeiten führt. Erst nach ca. 25 Stunden Temperatureinwirkung, bzw. bei entsprechend langsamer Aufheizung (< 0,2 K/min), ist keine Erhöhung der Festigkeit mehr zu erreichen /Ehm86/.

Die Ursache dieses Zeiteinflusses ist in der Ausdampfung des physikalisch gebundenen Wassers zu sehen. Findet die Phasenumwandlung des Wassers schneller statt als die Abwanderung des Dampfes, baut sich ein Druckgefälle auf. Kommt eine äußere Last hinzu, so kann dies zum vorzeitigen Versagen führen /Ehm86/. Je länger die Temperatur einwirkt, desto mehr Wasser wird ausgetrieben, desto stabiler sind die Zustände im Mörtel (das Druckgefälle kann sich abbauen) und desto höher wird die erreichbare Festigkeit. Der von Ehm /Ehm86/ als "Festigkeitsloch" bezeichnete Effekt ist also keine echte Werkstoffeigenschaft, sondern hängt im wesentlichen von den Prüf- und Bauteilrandbedingungen ab.

Im Bild 3.4 sind Versuchsergebnisse einaxialer Druckversuche an Mörteln gezeigt /Schnei80/. Die Mörtel hatten verschiedene Bindemittel, wurden mit 2 K/min aufgeheizt und nach einer Standzeit von zwei Stunden belastet. Der Verlauf der Punktewerte bestätigt den schon erläuterten Zusammenhang zwischen Temperaturstandzeit und erzielbarer Festigkeit. Ferner ist aus den Versuchsergebnissen ablesbar, daß die Bindemittelart einen gewissen Einfluß auf die Festigkeit hat, der aber näherungsweise vernachlässigt werden kann.

Neben den Versuchsergebnissen zeigt Bild 3.4 außerdem die für das Modell gewählte Beschreibung (durchgezogene Linie). Hierbei wird, in Anlehnung an die Ergebnisse bei Ehm, eine Standzeit der Temperatur von 25 Stunden unterstellt, das Festigkeitsloch wird also nicht beachtet. Der Funktionsverlauf über der Temperatur wird durch Polynome angenähert, deren Koeffizienten in Tabelle 3.1 zusammengestellt sind.

Die Vernachlässigung des Festigkeitsloches hat zur Folge, daß vom Modell derzeit der Einfluß der Temperaturstandzeit bzw. der Erwärmungsgeschwindigkeit im unteren Temperaturbereich nicht erfaßt werden kann. Es ist somit nicht möglich verminderte Festigkeiten infolge ungünstig wirkender Spannungssituationen zu erfassen.

Wollte man hier eine genauere Aussage machen, müßte die Zeit als Variable beachtet werden und des müßten verschiedene Festigkeitskurven - in Abhängigkeit von der Standzeit/Erwärmungsgeschwindigkeit - definiert werden. Hierbei könnte z. B. auf Angaben von Ehm /Ehm86/ zurückgegriffen werden, der für Normalbeton bei 150 °C eine Funktion der erreichbaren Druckfestigkeit in Abhängigkeit von der Standzeit angibt. Es ist jedoch kein Zusammenhang für andere Temperaturen als 150 °C angegeben, so daß hier weitere Annahmen erforderlich wären. Auch fehlen weitere Angaben z. B. dazu, wie sich die Erwärmungsgeschwindigkeit auf die thermischen Dehnungen auswirkt.

In bezug auf die rechnerische Untersuchung brandbeanspruchter Bauteile bzw. Tragwerke, ist folgendes anzumerken: Um hier realitätsnahe Ergebnisse erzielen zu können, muß auf Ergebnisse entsprechender instationärer Versuche zurückgegriffen werden. Bei diesen ist aufgrund des geänderten Versuchsablaufs, im Vergleich zum stationären Versuch, kein Festigkeitsloch zu beobachten, was vermutlich daran liegt, daß infolge der Vorbelastung bei einer Temperaturbeanspruchung das Porenwasser schneller ausgetrieben wird und sich somit kein so hohes Spannungsniveau aufbauen kann, wie im stationären Fall (vgl. Abschnitt 3.2.4).

Tabelle 3.1:	Koeffizienten der Rechenfunktionen für die Druckfestigkeit der
	Morteimatrix

T [°C]	0	1	2	3	4
÷ 300	0,100e+1	-1,499e-4	-1,236e-6	+8,690e-10	0
÷ 800	7,668e-1	1,304e-3	-2,054e-6	-5,753e-9	6,544e-12



Bild 3.4: Druckfestigkeit von Mörtel in Abhängigkeit von der Temperatur. Versuchsergebnisse und Modellansatz. Daten der Versuche entnommen aus /Schnei80/

Zugfestigkeit

Auch die Zugfestigkeit des Mörtels nimmt mit steigender Temperatur ab. Da nur sehr wenige experimentelle Ergebnisse vorliegen, wird nachfolgend auf zentrische Zugversuche zurückgegriffen, die nach der Abkühlung des Versuchskörpers auf Raumtemperatur durchgeführt wurden /Schnei83/. Im Bild 3.5 sind diese sog. Restfestigkeiten als Punktewerte, in bezug auf die Zugfestigkeit bei 20 °C, zu erkennen. Zur Verdeutlichung des Verlaufs über der Temperatur sind die jeweiligen Mittelwerte der vorliegenden Versuchsergebnisse zusätzlich durch Polygonlinien dargestellt. Zum weiteren Vergleich wird außerdem aus Bild 3.4 die für das Modell gewählte Funktion für die bezogene einaxiale Druckfestigkeit der Mörtelmatrix gezeigt (durchgezogene Linie).



Bild 3.5: Zugfestigkeit und Druckfestigkeit von Mörtel in Abhängigkeit von der Temperatur. Versuchsergebnisse und Modellansätze. Daten der Versuche entnommen aus /Schnei83/

Vor der weiteren Beschreibung des Mörtelverhaltens, soll an dieser Stelle kurz auf mögliche Einflüsse hingewiesen werden, die sich hinsichtlich der Zugfestigkeit aus der Versuchsart ergeben. Schneider zeigt in /Schnei83/ u. a. den Vergleich von temperaturabhängigen Spaltzugfestigkeiten von Beton, die im heißen und im abgekühlten Zustand ermittelt wurden (Ergebnisse von Thelandersson). Demnach ergibt sich in beiden Fällen für die bezogene temperaturabhängige Zugfestigkeit ein nahezu identischer Verlauf. Die Ergebnisse der Prüfungen im heißen Zustand sind geringfügig zu höheren Temperaturen verschoben. Die Zugfestigkeit im heißen Zustand übertrifft somit die Restzugfestigkeit. Ob dieser Effekt auch beim Mörtel zu beobachten ist, kann anhand der wenigen vorliegenden Versuche nicht hinreichend geklärt werden. Hier sind weitere experimentelle Untersuchungen durchzuführen.

Bei der Betrachtung der im Bild 3.5 dargestellten Versuchsergebnisse ist festzustellen, daß zwischen PZ-Mörtel und HOZ-Mörtel Unterschiede im Verlauf der bezogenen Restfestigkeiten vorhanden sind. Der Temperaturbereich bis 200 °C fällt insgesamt durch starke Streuungen auf. Der bezogene Festigkeitsverlust scheint hier beim HOZ-Mörtel geringer auszufallen als beim PZ-Mörtel. Im Temperaturbereich oberhalb von 200 °C ist der relative Verlust beim PZgebundenen Mörtel geringer als beim HOZ-Mörtel. Näherungsweise können die Unterschiede hier, wie schon beim Ansatz für die Druckfestigkeit, vernachlässigt werden.

In bezug auf den Temperaturbereich bis 200 °C sei auf Ergebnisse von Saemann und Washa hingewiesen, vgl. /Schnei83/. Diese untersuchten PZ-Mörtel im heißen Zustand und stellten ein Festigkeitsloch bei Temperaturen um 100 °C fest. Die Ursache hierfür ist vermutlich auch in der ungünstigen Überlagerung innerer Spannungszustände mit äußeren Lasten zu sehen, die schon im Zusammenhang mit der Druckfestigkeit beschrieben wurde.

Ob auch bei den Versuchen zur Restfestigkeit Spannungzustände im unteren Temperaturbereich zu Festigkeitsverlusten in der Art eines Festigkeitsloches führen, kann anhand der vorliegenden Versuche nicht geklärt werden. Da erst nach dem Abkühlen geprüft wird, liegt die Vermutung nahe, daß die ungünstigen Porenwasserdrücke, die im Heißversuch zum Festigkeitsloch führen, bereits abgebaut sind. Der Festigkeitsverlust im Temperaturbereich um 100 °C, der beim PZ-Mörtel im Bild 3.5 zu erkennen ist, scheint daher eher die Folge einer bleibenden Schädigung infolge des erhöhten inneren Porendrucks während der Erwärmung zu sein.

Vergleicht man im Bild 3.5 die Restzugfestigkeit mit der Druckfestigkeit, so fällt auf, daß die Verluste bei Zugbeanspruchung insgesamt höher ausfallen. Entsprechende Beobachtungen wurden auch beim Beton gemacht, vgl. z. B. /Schnei83,Thi93.2/. Die festigkeitsmindernden Prozesse, die sich während einer Erwärmung im Mörtel abspielen, wirken sich demnach stärker auf das Ergebnis aus, wenn sich die äußere Last direkt an der Rissebildung beteiligt.

Basierend auf den beschriebenen Beobachtungen, wird für das vorliegende Modell ein Ansatz zur Beschreibung der Zugfestigkeit gewählt, der im Bild 3.5 als gestrichelte Linie zu erkennen ist. Für den Verlauf über der Temperatur wird dieselbe Funktion verwendet wie für die Druckfestigkeit. Dem stärkeren Festigkeitsverlust unter der Zugbeanspruchung wird durch eine Abminderung der Zugfestigkeit bei 20 °C Rechnung getragen, was einer Parallelverschiebung der Druckkurve gleich kommt.

Der Vergleich zwischen dem Ansatz für die Zugfestigkeit und den Versuchsergebnissen ergibt ab ca. 200 °C eine relativ gute Übereinstimmung. Im unteren Temperaturbereich werden die Festigkeiten z. T. unterschätzt. Bei einer Berechnung unter Normaltemperatur kann dies aber beispielsweise durch eine geringere Abminderung der Zugfestigkeit ausgeglichen werden. Das Festigkeitsloch wird nicht beachtet. Hierzu sind generell dieselben Anmerkungen zu machen wie schon bei der Druckfestigkeit, weshalb hier nicht weiter auf diese Näherung eingegangen werden soll.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß somit auch für die Zugseite der Mörtelmatrix die von der Temperatur abhängigen Festigkeiten näherungsweise bestimmt werden können. Es ist zu beachten, daß der derzeitige Ansatz auf Versuchen basiert, die nach dem Abkühlen des Versuchskörpers auf Raumtemperatur durchgeführt wurden.

Querdehnzahl

Wie im Abschnitt 2.2 angesprochen, zeigt Thienel /Thi93.2/ Versuchsergebnisse zur Querdehnzahl von Mörtel. Bild 3.6 gibt einen Vergleich der temperaturabhängigen Querdehnzahl von Mörtel und Beton wieder. Die Angaben basieren auf einaxialen Versuchen, die angezeigten Werte wurden bei einem Drittel der zur Temperatur gehörenden einaxialen Festigkeit bestimmt /Thi93.2/. Es ist zu erkennen, daß die Querdehnzahl des Mörtels sich im Verlauf über der Temperatur fast nicht ändert. Der Unterschied zum Quarzbeton im oberen Temperaturbereich folgt beim Mörtel aus der geringeren Schädigung infolge der thermischen Unverträglichkeit.



Bild 3.6: Querdehnzahl von Mörtel in Abhängigkeit von der Temperatur, im Vergleich zu Beton. Bild entnommen aus /Thi93.2/

Aufgrund der gezeigten Ergebnisse wird im Modell für die Mörtelmatrix eine über der Temperatur konstant verlaufende Querdehnzahl gewählt. Hierzu ist anzumerken, daß dieser Ansatz im Prinzip nur für die den Versuchen zugrunde liegende Lastausnutzung zutrifft. Es ist bekannt, daß die Querdehnzahl mit steigendem Lastniveau überproportional zunimmt. Bei Beton unter Normaltemperatur setzt diese Tendenz bei einer Lastausnutzung von ca. 70 % - 80 % der möglichen Festigkeit ein. Bei einer Temperaturbeanspruchung scheint das Niveau zu sinken, vgl. /Ehm86/. Eine Klärung für den Mörtel ist aber erst durch weitere experimentelle Untersuchungen möglich.

Die Auswirkungen der konstant gehaltenen Querdehnzahl auf die Berechnungsergebnisse werden im Abschnitt 4 noch angesprochen.

Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul eines Mörtels zeigt mit steigender Temperatur abnehmende Tendenz. Im unteren Temperaturbereich bis ca. 150 °C zeichnet sich, wie beim quarzitischen Normalbeton (vgl. Abschnitt 2.2), ein rascher Abfall des Kennwertes ab. Die Ursache für dieses Verhalten ist auch beim Mörtel vermutlich im Verlust von freiem Wasser, in Verbindung mit der Bildung von Rissen, zu sehen. Im anschließendem Temperaturbereich zeigt der Mörtel dann etwas höhere bezogene E-Module als der Beton. Der Grund könnte die vergleichsweise geringere Schädigung (Größtkorneinfluß) sein, genauere Bewertungen sind aber bisher nicht zu finden.

Bild 3.7 zeigt Versuchsergebnisse des SFB 148 /Schnei80/ für Mörtel mit unterschiedlichen Zementarten als Bindemittel. Der E-Modul wurde als Sekantenmodul im Belastungsast der $\sigma - \varepsilon$ – Linie bestimmt. Zu den Versuchsergebnissen ist im Bild außerdem der für das Modell angesetzte Verlauf des bezogenen E-Moduls als durchgezogene Linie aufgezeichnet. Wie bei der Druckfestigkeit wird auch hier der Einfluß des Bindemittels näherungsweise vernachlässigt.



Bild 3.7: Elastizitätsmodul von Mörtel in Abhängigkeit von der Temperatur. Versuchsergebnisse und Modellansatz. Daten der Versuche entnommen aus /Schnei80/

Tabelle 3.2 enthält die Koeffizienten der gewählten Näherungsfunktionen für die verschiedenen Temperaturbereiche.

T [°C]	0	1	2	3
÷ 150	0,110e+1	-5,059e-3	1,555e-5	0
÷ 350	9,612e-1	-3,873e-3	1,772e-5	-2,757e-8
÷ 800	7,197e-1	8,823e-4	-4,780e-6	3,544e-9

 Tabelle 3.2:
 Koeffizienten der Rechenfunktionen für den E-Modul der Mörtelmatrix

3.2.4 Mechanische Eigenschaften bei instationärer Temperaturbeanspruchung

Druckfestigkeit

Im instationären Versuch wird als Druckfestigkeit allgemein der Wert definiert, bei dem - unter konstanter Last und Aufheizrate - die Versagenstemperatur erreicht wird. Beim Vergleich der Druckfestigkeiten im stationären und instationären Versuch zeigen sich deutliche Unterschiede, die deshalb im Modellansatz erfaßt werden sollen.

Ergebnisse instationärer Hochtemperaturdruckversuche an Mörtel liegen nur in sehr beschränkter Anzahl vor /Thi93.1,Thi93.2/. Da bei diesen Versuchen lediglich die unteren Lastniveaus untersucht und da sie zudem vorm Erreichen der kritischen Temperatur beendet wurden, ist ein hierauf basierender Ansatz für die temperaturabhängige Festigkeit nicht möglich. Es wurde deshalb auf Versuche an Beton zurückgegriffen und eine Verknüpfung zwischen Beton und Mörtel definiert. Bild 3.8 zeigt im Vergleich bezogene Druckfestigkeiten, die an verschiedenen Betonmischungen in stationären und in instationären Versuchen ermittelt wurden. Desweiteren ist der im Abschnitt 3.2.3 abgeleitete Modellansatz für die bezogene Mörtelfestigkeit mit eingetragen, der auf stationären Versuchen basiert.

Betrachtet man den generellen Verlauf der Festigkeit über der Temperatur, so ist festzustellen, daß sie beim instationären Versuch im unteren Temperaturbereich geringer und im oberen Temperaturbereich höher ausfällt als bei stationären Randbedingungen.





Die geringere Festigkeit im unteren Temperaturbereich kann vermutlich damit begründet werden, daß durch die Vorbelastung ein höheres Spannungsniveau ansteht. Im Zusammenhang mit der Austreibung des physikalisch gebundenen Wassers, kommt es dann eher zu Festigkeitsverlusten, als wenn keine Last vorhanden wäre. Im oberen Temperaturbereich wirkt sich die Vorlast dahingehend aus, daß die Schädigungen im Gefüge nicht so groß werden wie bei einer Erwärmung ohne Vorlast. Folglich werden dann höhere Festigkeitswerte erzielt.

In bezug auf den Mörtel ist im Bild 3.8 ferner zu erkennen, daß dieser sich im stationären Fall näherungsweise so verhält wie ein magerer Beton. Von diesen Beobachtungen ausgehend, werden für den Modellansatz der Mörteldruckfestigkeit die Ergebnisse des mageren Betons im instationären Fall näherungsweise übertragen.

Für das Modell wird daher der in Bild 3.9 dargestellte Verlauf der Druckfestigkeit der Mörtelmatrix angesetzt.



Bild 3.9: Druckfestigkeit der Mörtelmatrix im instationären Fall. Daten der Versuche entnommen aus /Schnei77.1/

Bild 3.9 zeigt zum einen die vorliegenden Versuchswerte für die kritische Betontemperatur eines mageren Betons und zum anderen als durchgezogene Linie die gewählte Näherung. Die Beschreibung erfolgt über Polynomansätze und Geraden, deren Koeffizienten in Tabelle 3.3 zusammengestellt sind.

 Tabelle 3.3:
 Koeffizienten der Rechenfunktionen für instationäre Druckfestigkeit der Mörtelmatrix

T [°C]	0	1	2	3
÷ 200	1,037e+0	-1,958e-3	4,861e-6	0
÷ 500	0,977e+0	-4,333e-4	0	о
÷ 800	-3,652e+0	2,086e-2	-3,118e-5	1,422 <i>e</i> -8

Zugfestigkeit

Hinsichtlich der Zugfestigkeit liegen keinerlei verwendbare experimentelle Ergebnisse vor. Daher wird für das Modell im instationären Fall näherungsweise so verfahren, wie bei einer stationären Beanspruchung. Für den Verlauf der Zugfestigkeit über der Temperatur wird dieselbe Funktion verwendet wie für die Druckfestigkeit. Der vermutlich größere bezogene Festigkeitsverlust wird durch eine Abminderung der Zugfestigkeit bei 20 °C erfaßt.

Querdehnzahl

Um eine Aussage über die Querdehnzahl des Mörtels im instationären Fall machen zu können, wurde auf vorliegende Versuchsergebnisse von Thienel zurückgegriffen /Thi93.1/. Im Bild 3.10 sind lastabhängige Verformungen $\varepsilon_{1,2,3}$ in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen. Außerdem wird die zugehörige Querdehnzahl gezeigt.

Die lastabhängigen Verformungen wurden in der Art ermittelt, daß zunächst von den Gesamtverformungen des instationären Versuchs (Verhältnis der äußeren Lasten: $\kappa = 0$, Vorlast: $\alpha = 0,3$) die freien thermischen Dehnungen abgezogen wurden. Desweiteren wurden die elastischen Dehnungen bei 20 °C näherungsweise aus einem von Thienel gezeigten Bruchversuch übernommen und entsprechend ihrem Vorzeichen aufaddiert.



Bild 3.10: Querdehnung der Mörtelmatrix im instationären Fall. Daten der Versuche entnommen aus /Thi93.1/

Es ist zu erkennen, daß die Querdehnzahl sich mit steigender Temperatur kaum verändert. Für das Modell wird deshalb auch im instationären Beanspruchungsfall näherungsweise eine konstante Querdehnzahl angenommen. Es sind hierbei aber dieselben Einschränkungen zu beachten, wie im stationären Fall (vgl. Abschnitt 3.2.3).

Elastizitätsmodul

Wie bereits in Abschnitt 2 erläutert, kommt es im instationären Beanspruchungsfall neben den elastischen und plastischen Verformungen zu sog. instationären Kriechverformungen (auch transiente Kriechverformungen genannt). Bild 3.11 aus /Thi93.2/ zeigt alle im Versuch auftretenden Verformungsanteile.



Bild 3.11: Verformungsanteile im instationären Versuch. Bild entnommen aus /Thi93.2/

Die untere durchgezogene Linie gibt die gemessene Gesamtverformung ε_{tot} an, die obere durchgezogene Linie zeigt die in einem Parallelversuch bestimmte freie thermische Dehnung ε_{therm} . Die zwischen diesen beiden Kurven auftretende Differenz ist ein von der Last und Temperatur abhängiger Wert und setzt sich aus den elastischen und plastischen Dehnungen $\varepsilon_{el}, \varepsilon_{pl}$ und den instationären Kriechdehnungen $\varepsilon_{tr,cr}$ zusammen. Anhand der eingetragenen gestrichelten Linie ist deutlich zu erkennen, daß die instationären Kriechdehnungen nahezu im gesamten Temperaturbereich mehr als doppelt so groß wie die Summe der elastischen und plastischen Dehnung sind.

Für Beton liegen verschiedene Ansätze vor, die Verformungen im instationären Fall rechnerisch nachzuvollziehen, z. B. /Schnei79,Schnei80,Schnei90, Kho85.2/, der differenzierteste Ansatz stammt von Schneider /Schnei90/. Als Ausgangsbasis wird hier angenommen, daß die auftretenden Gesamtverformungen wie folgt beschrieben werden können:

 $\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{M}} + \varepsilon_{\text{H}} + \varepsilon_{\text{T}} \tag{3.1}$

mit:

 $\varepsilon_{M} =$ mechanischer Verformungsanteil,

ε_H = Anteil aus Schwinden und stationärem Kriechen und

 $\varepsilon_T \approx$ thermischer Dehnungsanteil.

Da die Anteile aus Schwinden und stationärem Kriechen im Ergebnis der Versuche zur thermischen Dehnung enthalten sind, vereinfacht sich die Ausgangsbeziehung zu:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{M}} + \varepsilon_{\text{therm}}$$
 (3.2)

mit

$$\varepsilon_{\text{therm}} = \varepsilon_{\text{H}} + \varepsilon_{\text{T}}$$
 (3.3)

Unbekannt ist somit nur noch der Therm ϵ_M , der sich nach Schneider folgendermaßen zusammensetzt:

$$\varepsilon_{M} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{tr,cr}$$
(3.4)

 ϵ_{el} stellt hierin den elastischen, ϵ_{pl} den plastischen Verformungsanteil dar und $\epsilon_{tr,cr}$ den transienten Kriechanteil. Unter der Voraussetzung, daß der Einfluß der Zeit näherungsweise vernachlässigt werden kann, kommt Schneider zu einer von Temperatur und Spannung abhängigen Funktion:

$$I(T,\sigma) = \frac{1}{E} \cdot (1+K) + \frac{\Phi}{E}$$
(3.5)

Der in dieser Gleichung verwendete Elastizitätsmodul wird als eine von Temperatur und Belastung abhängige Funktion definiert. K erfaßt die plastischen Verformungsanteile. Die Funktion Φ repräsentiert die sog. Kriechfunktion, die den transienten Kriechanteil in Abhängigkeit von der Temperatur festlegt.

Richter /Ric87/ verfolgte diesen Ansatz weiter und leitete aus zuvor berechneten Gesamtverformungen ein instationäres einaxiales Werkstoffgesetz für den temperaturbeanspruchten Beton ab. Der Vollständigkeit halber sei an dieser Stelle angemerkt, daß Richters Arbeit ein älterer Ansatz von Schneider zugrunde liegt /Schnei79/, der noch nicht die Lastabhängigkeit des Elastizitätsmoduls berücksichtigt.

Bei der Herleitung seiner Werkstoffbeschreibung ging Richter prinzipiell so vor, daß er aus den Gesamtverformungen durch Abzug der thermischen Dehnungen ϵ -T-Diagramme bestimmte und diese in eine σ - ϵ -Form überführte. Mit den so zur Verfügung gestellten Werkstoffbeziehungen lassen sich alle im instationären Fall auftretenden lastabhängigen Verformungen bei bekannter Last und Temperatur bestimmen.

Im vorliegenden Zweikomponentensystem können alle instationären Verformungsanteile ausschließlich der Mörtelmatrix zugeschrieben werden. Sie sind daher auch über die Werkstoffeigenschaften des Mörtels zu erfassen. Da aber kein instationäres Werkstoffgesetz für Mörtel zur Verfügung steht, muß hier zunächst ein geeigneter Modellansatz abgeleitet werden. In Anlehnung an die Vorgehensweise von Richter wurden vorliegende instationäre Versuchsergebnisse ausgewertet.

Bild 3.12 zeigt Versuchsergebnisse einaxialer instationärer Versuche von Thienel /Thi93.1/ an Mörtel für verschiedene Belastungsgrade. Dargestellt sind die gemessenen Gesamtverformungen in der Hauptbelastungsrichtung bei verschiedenen Lastniveaus ohne den Anteil $\varepsilon_{el,20^\circ}$; zusätzlich ist die freie thermische Dehnung des Mörtels eingetragen. Man sieht, daß die Gesamtverformungen mit zunehmender Lasthöhe kleinere positive Werte annehmen oder sogar negativ werden.





Im Bild 3.13 sind nur die lastabhängigen Verformungen dargestellt, die der Differenz aus der gemessenen Gesamtdehnung und der freien thermischen Dehnung entsprechen. Man sieht, daß diese mit steigender Lasthöhe und mit steigender Temperatur größer werden. Noch höhere Ausnutzungsgrade, die, wie bereits erwähnt, nicht untersucht wurden, wären in diesem Bild dadurch gekennzeichnet, daß ein Versagen schon bei Temperaturen unterhalb von 600°C auftreten würde.

Insgesamt zeigen die Kurven in Bild 3.13 eine überproportionale Zunahme der lastabhängigen Verformungen mit wachsender Temperatur. Bei einem Ausnutzungsgrad von 50 % der maximalen Belastung bei Normaltemperatur werden bei 600 °C Verformungen von ca. 20 ‰ erreicht.



Bild 3.13: Lastabhängige Verformungsanteile in Abhängigkeit von Belastungshöhe und Temperatur, incl. $\varepsilon_{el,20^{\circ}}$

Für das vorliegende Modell wurden diese lastabhängigen Verformungskurven genutzt, um daraus einen Ansatz für ein einaxiales instationäres Mörtelwerkstoffgesetz abzuleiten.

In Bild 3.14 sind die lastabhängigen Verformungen aus Bild 3.13 in der Art aufgetragen, daß die jeweils anstehende Lasthöhe die Abzisse und die Verformung die Ordinate bildet, Kurvenparameter ist die Temperatur.

Es ist zu erkennen, daß für sämtliche untersuchte Temperaturen die Summe aller lastabhängigen Verformungen des Mörtels näherungsweise linear mit der Lasthöhe zunimmt. Der im Bild 3.13 dargestellte überproportionale Anstieg der lastabhängigen Verformungen spiegelt sich in den unterschiedlichen Neigungen der Kurven wider.



Bild 3.14: Lastabhängige Verformungsanteile der Mörtelmatrix, aufgetragen über der relativen Lasthöhe

Setzt man voraus, daß sich im bisher betrachteten Lastbereich ($\sigma \le 0.5 \cdot \beta_D$) die plastischen Verformungsanteile noch nicht nennenswert auf das Gesamtergebnis auswirken, wie dies beim Beton auch der Fall ist /Schnei90/, so kann man angenähert die elastischen und die transienten Verformungsanteile durch eine einzige Größe erfassen, einen rechnerischen E-Modul ($\bar{E}_{M\delta}$).

Durch Beibehaltung des bilinearen Ansatzes zur Beschreibung des einaxialen Werkstoffverhaltens des Mörtels wird die näherungsweise Erfassung des instationären Beanspruchungsfalls auch für höhere Ausnutzungsgrade möglich. Bild 3.15 verdeutlicht die Überlegungen.



Bild 3.15: Näherungsansatz für das einaxiale Werkstoffverhalten der Mörtelmatrix im instationären Fall.

Den für das Modell in Abhängigkeit von der anstehenden Temperatur abgeleiteten Ansatz für den rechnerischen E-Modul der Mörtelmatrix zeigt Bild 3.16.

Als Punkte sind im Bild die Werte aufgetragen, die aus den verfügbaren Versuchsergebnissen abgeleitet wurden. Sie entsprechen der jeweiligen Steigung der im Bild 3.14 dargestellten Kurven. Die Werte sind auf den Ausgangs-E-Modul bei 20°C normiert.

Als durchgezogene Linie erkennt man den gewählten Ansatz, der den gesamten betrachteten Temperaturbereich erfaßt. Die Näherung erfolgt durch Polynom und Gerade mit den in Tabelle 3.4 zusammengestellten Koeffizienten.



Bild 3.16: Ansatz für den rechnerischen E-Modul der Mörtelmatrix im instationären Fall.

Tabelle 3.4:	Koeffizienten	der	Rechenfunktionen	für	den	rechnerischen
	E-Modul der N	<i>l</i> lörte	lmatrix im instationä	ren l	Fall	

T [°C]	0	1	2	3
÷ 200	1,239e+0	-1,301e-2	5,477e-5	-7,870e-8
÷ 700	0,274e+0	-3,761e-4	0	0

3.2.5 Thermische Dehnung

Die für das Modell getroffenen Ansätze basieren auf vorliegenden Versuchsergebnissen von Hinrichsmeyer /Hin87/. Dieser führte u. a. Untersuchungen zum thermischen Dehnverhalten von Zement, Mörtel und Zuschlag durch.

Die Untersuchungen am reinen Zementstein zeigten, daß sich dieser im unteren Temperaturbereich - bis ca. 150°C - ausdehnt, danach aber stark schwindet. Ursache für die Ausdehnung ist die Austreibung des physikalisch gebundenen Wassers. Die Größe der Dehnungen wird wesentlich dadurch bestimmt, wie das Wasser die Zementsteinprobe während der Erhitzung verlassen kann. Wird es z. B. infolge einer hohen Verdichtung oder einer Versiegelung am Austreten gehindert, fallen die thermischen Dehnungen infolge der sich im Inneren aufbauenden Spannungen größer aus als bei einer stark porösen Struktur.

Das thermische Dehnverhalten in diesem Temperaturbereich wird somit von den vorliegenden Randbedingungen wie Geometrie, Dichtigkeit und Zeit beeinflußt und streut stark.

Bei höheren Temperaturen treten chemische Reaktionen, z. B. die Zersetzung der CSH-Phasen, als ausschlaggebende Größe in den Vordergrund. Diese Dehydratationen bewirken beim reinen Zementstein starke Schwindverkürzungen, die nach Hinrichsmeyer bis zu 40 ‰ groß werden können.

Beim Übergang vom reinen Zementstein zur Mörtelmatrix muß beachtet werden, daß hier zwei Komponenten zusammentreffen, deren thermisches Dehnverhalten genau entgegengesetzt verläuft: der Zuschlag dehnt sich im gesamten Temperaturbereich aus und der Zement fängt bei höheren Temperaturen an zu schwinden. Hinzu kommt, daß sich für den Zementstein in der Mörtelmatrix die Randbedingungen ändern, was sich stark auf das Resultat im unteren Temperaturbereich auswirkt.

Auf der einen Seite sind daher Dehnungen in Richtung des Zuschlags zu erwarten, auf der anderen Seite wird sich aber auch das Verhalten des reinen Zementsteins widerspiegeln. Die Versuche von Hinrichsmeyer ergaben, daß für die abzuschätzende Tendenz der thermischen Dehnungen der Mörtelmatrix das Mischungsverhältnis von Zuschlag und Zement ausschlaggebend ist.

Bild 3.17 zeigt zusammenfassend die Versuchsergebnisse. Zu sehen sind die thermischen Dehnungen des quarzhaltigen Zuschlags, des reinen Zements und verschiedener Mörtelmischungen. Die Mörtel unterschieden sich durch ihr Mischungsverhältnis, Mörtel M3 hatte den größten, Mörtel M3V den geringsten Zuschlaganteil.



Bild 3.17: Versuchsergebnisse zur thermischen Dehnung an Quarz, Mörtel und Zement, Temperaturbereich: T > 200°C. Daten entnommen aus /Hin87/

Im Bild ist deutlich zu erkennen, daß die sich einstellenden thermischen Dehnungen, je nach Zuschlaganteil, zwischen den Werten für den reinen Zuschlag und denen für den reinen Zement liegen. Tendenziell gilt: je weniger Zuschlag in der Mörtelmatrix vorhanden ist, desto mehr ähnelt das thermische Dehnverhalten dem des reinen Zements. Der für das Modell gewählte Ansatz soll nachfolgend zunächst für den Temperaturbereich > 200°C beschrieben werden. Hier sind die Einflüsse aufgrund der Austreibung des physikalisch gebundenen Wassers auf die thermische Dehnung nahezu abgeschlossen und es liegen Verhältnisse vor, die nicht mehr so stark von zufälligen Randbedingungen abhängen.

Um eine einheitliche Beschreibung für alle anstehenden Mörtelmischungen zu erreichen, wird ein Ansatz gewählt, den Bild 3.18 verdeutlicht. Die durch Punkte dargestellten Werte entsprechen darin Differenzwerten aus den Versuchsergebnissen für den reinen Zuschlag und den Versuchsergebnissen für die unterschiedliche Mörtelmatrix (Zement). Der jeweilige Differenzwert wird nach Gleichung (3.6):

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_{\text{therm. Zuschlag}} - \varepsilon_{\text{therm. Mörtelmatrix}}$$
(3.6)

für ausgewählte Temperaturen bestimmt.



Bild 3.18: Ansatz für die thermischen Dehnungen der Mörtelmatrix bei T > 200°C.

Die durchgezogenen Kurven im Bild 3.18 zeigen den jeweils gewählten Näherungsansatz. Bei allen Mischungen wird eine Einteilung in zwei Bereiche vorgenommen. Der erste erfaßt den Temperaturbereich von 20°C bis 600°C und wird durch Polynome beschrieben, der zweite gilt bei Temperaturen zwischen 600°C und 800°C und wird durch Geraden angenähert. Die Koeffizienten der Differenzfunktionen sind in der Tabelle 3.5 zusammengestellt.

Tabelle 3.5:	Koeffizienten der Rechenfunktionen für die Differenzwerte der
	thermischen Dehnung im Bereich T > 200°C

T [°C]	0	1	2 3		4
$\Delta \varepsilon_{\text{therm, M3}}$					
÷ 600	-1,265e+1	1,626e-1	-6,889e-4	1,263e-6	-8,083e-10
÷ 800	0,500e+1	0	0	0	0
$\Delta \epsilon_{\text{therm, M3II}}$					
÷ 600	-6,250e+0	7,983e-2	-3,059e-4	5,367e-7	-3,083e-10
÷ 800	0,750e+1	0	о	0	0
Δε _{therm} , M3III					
÷ 600	-1,145e+1	1,496e-1	-6,332e-4	1,203e-6	-7,753e-10
÷ 800	0,980e+1	0	0	0	0
$\Delta \epsilon_{\text{therm, M3IV}}$					
÷ 600	-1,337e+1	1,613e-1	-6,109e-4	1,063e-6	-6,083e-10
÷ 800	0,144e+2	0	0	0	0
$\Delta \varepsilon_{\text{therm, M3V}}$					
÷ 600	-1,961e+1	2,264e-1	-8,096e-4	1,357e-6	-7,417e-10
÷ 800	0,217e+2	9,600e-30	0	0	0
∆ε _{therm,} Zement					
÷ 600	-0,316e+1	2,238e-2	1,267e-4	-3,083e-7	-3,333e-10
÷ 800	0,325e+2	1,735e-2	0	0	0

Mit diesem Ansatz ist nun die thermische Dehnung einer Mörtelmatrix, die einen bestimmten Zuschlaganteil hat, abschätzbar. Da der Zuschlaganteil aber von vornherein nicht festliegt, muß auch für zwischenliegende Anteilsbereiche ein Ansatz gefunden werden. Für das FE-Modell wird daher näherungsweise eine lineare Abhängigkeit zwischen den einzelnen Zuschlagbereichen angenommen.

Bild 3.19 verdeutlicht die Vorgehensweise. Der angegebene prozentuale Zuschlaganteil an der Mörtelmatrix wurde zuvor aus den von Hinrichsmeyer angegebenen Mischungsverhältnissen abgeschätzt. Versuchsmörtel M3 hatte hiernach beispielsweise einen Zuschlaganteil von ca. 61 Vol.-%, Versuchsmörtel M3V von ca. Vol.-12 %.



Bild 3.19: Linearer Ansatz für zwischenliegende Zuschlaganteile.

Im Bild 3.19 entsprechen die übereinanderliegenden Punktescharen den in Bild 3.18 gezeigten Differenzwerten; die eingetragenen Polygone verdeutlichen den linearen Ansatz, wobei für die Modellbeschreibung vier Bereiche gelten (vgl. Tabelle 3.6).

0 %	< ZA ≤	12 %
12 %	< ZA ≤	50 %
50 %	< ZA ≲	61 %
61 %	< ZA ≤	100 %

ZA = Zuschlaganteil an der Mörtelmatrix [Vol.-%]

Wie in Bild 3.19 zu erkennen ist, werden auch die zwischen den Bereichsgrenzen liegenden Zuschlaganteile von 35 % bzw. 55 % gut von dem linearen Ansatz mit erfaßt.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß für den Temperaturbereich oberhalb 200°C somit ein Ansatz vorliegt, mit dem die thermische Dehnung der Mörtelmatrix abschätzbar ist. Möglichen unterschiedlichen Mörtelmischungen wird durch die Berücksichtigung des Zuschlaganteils Rechnung getragen.

Im Temperaturbereich $\leq 200^{\circ}$ C ist die thermische Dehnung nicht so eindeutig vorhersagbar wie bei höheren Temperaturen. Hier wirken sich die schon weiter oben angesprochenen Zementsteinrandbedingungen viel stärker aus. Versuchsergebnisse besitzen hier prinzipiell nur für den zugehörigen Versuchskörper Gültigkeit. Diese Tatsache wird durch die Untersuchungsergebnisse von Hinrichsmeyer in diesem Temperaturbereich bestätigt, die in Bild 3.20 dargestellt sind.



Bild 3.20: Versuchsergebnisse zur thermischen Dehnung an Quarz, Mörtel und Zement, Temperaturbereich: T = 20°C - 200°C. Daten entnommen aus /Hin87/

Die starken Schwankungen infolge der Randbedingungen erkennt man beispielhaft bei T = 100°C, hier weist der reine Zementstein die größten thermischen Dehnungen auf. Vom Mischungsverhältnis her wäre an zweiter Stelle der Mörtel M3V zu erwarten gewesen. Wie man aber im Bild erkennt, folgt zunächst der Mörtel M3IV. Die Ursache wird darin gelegen haben, daß der Mörtel M3V eine porösere Struktur gehabt hat als der Mörtel M3IV und daß deshalb das physikalisch gebundene Wasser leichter austreten konnte.

Der Vergleich der übrigen Mischungen zeigt aber, abgesehen von punktuellen Abweichungen, daß auch in diesem Temperaturbereich generell eine Abhängigkeit zwischen der sich einstellenden thermischen Dehnung und dem vorhandenen Zuschlaganteil abgelesen werden kann.

Um Kontinuität im gewählten Ansatz zu behalten und weil keine weiteren verwertbaren Versuchsergebnisse vorhanden sind, wird beim Ansatz zur Beschreibung der thermischen Dehnungen der Mörtelmatrix im FE-Modell näherungsweise analog zum Temperaturbereich T > 200°C vorgegangen.

Bild 3.21 zeigt die nach Gleichung (3.6) punktuell berechneten Differenzwerte zwischen den thermischen Dehnungen von Zuschlag und Mörtelmischungen. Außerdem dargestellt sind die gewählten Näherungskurven, die mittels Polynomen beschrieben werden.



Bild 3.21: Ansatz für die thermischen Dehnungen der Mörtelmatrix bei $T \le 200^{\circ}$ C.

Die folgende Tabelle 3.7 stellt die Koeffizienten der Näherungsfunktionen zusammen.

T [°C]	0	1	2	3	4
∆ε _{therm} , мз ÷ 200	-1,302e-1	1,095e-2	-2,698e-4	2,537e-6	-6,528e-9
∆ε _{therm} , M3II ÷ 200	3,834e-1	-2,540e-2	3,411e-4	-1,546e-6	2,900e-9
∆ε _{therm} , M3III ÷ 200	4,322e-3	1,909e-3	-1,321e-4	1,344e-6	-2,679e-9
$\frac{\Delta \epsilon_{\text{therm, M3IV}}}{\div 200}$	-3,454e-1	3,089e-2	-8,023e-4	6,337e-6	-1,408e-8
^{Δε} therm, M3V ÷ 200	-8,054e-2	1,430e-2	-6,374e-4	6,521e-6	-1,644e-8
∆ε _{therm,} Zement ÷ 200	-3,252e-1	3,487e-2	-1,108e-3	9,295e-6	-2,022e-8

Tabelle 3.7:	Koeffizienten der Rechenfunktionen für die Differenzwerte der
	thermischen Dehnungen im Bereich T \leq 200°C

Wie im Temperaturbereich oberhalb von 200°C wurde auch hier für zwischenliegende Zuschlaganteile näherungsweise eine lineare Abhängigkeit der thermischen Dehnung vom Mischungsverhältnis unterstellt. Bild 3.22 verdeutlicht den Ansatz. Wegen der stärkeren Streuungen im Vergleich zum Temperaturbereich T > 200°C werden alle bei Hinrichsmeyer untersuchten Mischungsverhältnisse als Bereichsgrenzen verwendet (vgl. Tabelle 3.8).

Tabelle 3.8:	Bereichsgrenzen	für	Zuschlaganteile	an	der	Mörtelmatrix,
	Temperaturbereic	hT:	≤ 200°C ັ			

0.%	170 /	40.0/
0 /8	SZAS	12 %
12 %	< ZA ≤	35 %
35 %	< ZA ≤	50 %
50 %	< ZA ≤	55 %
55 %	< ZA ≤	61 %

ZA = Zuschlaganteil an der Mörtelmatrix [Vol.-%]



Bild 3.22: Linearer Ansatz für beliebige Zuschlaganteile im Bereich $T \le 200^{\circ}$ C.

Der Bereich von Anteilen des Zuschlags an der Mörtelmatrix von > 61 % wird nicht berücksichtigt, da aufgrund der starken Streuungen in den Bereichen davor keine eindeutige Tendenz ableitbar ist, eine Aussage hier wäre eine reine Hypothese.

Für den Temperaturbereich T \leq 200°C liegt somit ein Ansatz vor, mit dem das thermische Dehnverhalten einer beliebigen Mörtelmischung beschrieben werden kann.

97

3.3 Zuschlag

3.3.1 Allgemeines

Auch für den Zuschlag wird eine dreidimensionale Werkstoffbeschreibung benötigt. Da das Verhalten dieser Komponente von wesentlich weniger Faktoren beeinflußt wird als das der Mörtelmatrix, gelingt eine einfache Näherung, vgl. Abschnitt 3.3.2. Die Ansätze für die thermische Dehnung dieser Komponente sind im Abschnitt 3.3.3 gezeigt.

3.3.2 Mechanische Eigenschaften

Der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete quarzitische Zuschlag ist unter Normaltemperatur durch ein linear elastisch sprödes Werkstoffverhalten gekennzeichnet. Daher gelingt die näherungsweise Beschreibung im Modell mit einem linear elastischen Ansatz, wobei die Verformungen mit dem verallgemeinerten Hooke'schen Werkstoffgesetz ermittelt werden (vgl. Abschnitt 3.5).

Untersuchungen, die im Rahmen des SFB 148 mittels Differentialthermoanalyse und Thermogravimetrie durchgeführt wurden, zeigen, daß die mechanischen Eigenschaften der Normalbetonzuschläge bis ca. 1000°C nahezu unverändert bleiben /Schnei77.1/. Sie werden daher im Modell unter Hochtemperatur sowohl im stationären als auch im instationären Fall wie unter Normaltemperatur angesetzt.

3.3.3 Thermische Dehnung

Die quarzhaltigen Zuschläge bestehen, wie ihr Name schon sagt, in der Hauptsache aus Quarz. Je nach ihrer geschichtlichen Entstehung, kann es sich z. B. um magmatische Gesteine (Quarzporphyr) oder auch um Sedimente (Sandstein, Quarzit) handeln.

Da jede quarzhaltige Zuschlagart für sich eine Mischung verschiedener Grundkomponenten darstellt, unterscheiden sich die Zuschläge auch untereinander in
ihrem thermischen Dehnungsverhalten. Einflüsse wie das Porenvolumen spielen hierbei außerdem eine Rolle.

Bei der Modellierung können diese Unterschiede aber näherungsweise vernachlässigt werden. Versuchsergebnisse z. B. in /End29,Schnei77.1,Hin87/ zeigen nämlich, daß sich quarzhaltige Zuschläge alle durch dieselbe Tendenz in ihrem thermischen Verhalten auszeichnen. Im gesamten betrachteten Temperaturbereich - 20°C bis ca. 800°C - dehnen sie sich aus, wobei die reversible Quarzinversion bei 573°C einen starken Verformungszuwachs herbeiführt. Oberhalb von ca. 690°C bleiben die thermischen Dehnungen dann nahezu konstant (Sandstein) und erreichen einen Wert zwischen ca. 14 und 20 ‰.

Für den Modellansatz wurde auf Versuchsergebnisse aus dem SFB 148 zurückgegriffen /Schnei77.1/, denen näherungsweise ein repräsentativer Charakter für diese Zuschlagart unterstellt wurde.

Bild 3.23 zeigt eine Gegenüberstellung von Versuchsergebnis und Näherung. Im Bereich von T = 20° C bis T = 690° C erfolgt die Anpassung durch Polynome, oberhalb von 690° C durch eine Gerade. Insgesamt konnte so eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchsergebnis und gewählter Näherung erreicht werden.

Die Koeffizienten der Rechenfunktionen können der Tabelle 3.9 entnommen werden.

T [°C]	0	1	2	3	4
÷ 150	-1,712e-1	9,242e-3	-3,870e-5	2,268e-7	0
÷ 575	1,937e-1	-1,344e-2	1,982e-4	-5,299e-7	5,181e-10
÷ 690	-1,095e+2	3,723e-1	-2,743e-4	0	0
÷ 800	0,168e+2	0	0	0	0

Tabelle 3.9: Koeffizienten der Rechenfunktionen für die thermische Dehnung des Zuschlags



Bild 3.23: Modellansatz für die thermische Dehnung des Zuschlags. Daten der Versuche entnommen aus /Schnei77.1/



3.4 Interaktion von Mörtelmatrix und Zuschlag

Bei einem strukturorientierten Ansatz muß neben dem Werkstoffverhalten der einzelnen betrachteten Komponenten auch der Verbund zwischen den Partnern beachtet und durch entsprechende Rechenannahmen beschrieben werden. Beim Beton unter Normaltemperatur betrifft dies z. B. die Rissebildung durch ungleichmäßig verteilte innere Spannungszustände infolge der unterschiedlichen Steifigkeiten der Komponenten. Unter hohen Temperaturen kommt dann z. B. noch die unterschiedliche thermische Ausdehnung der Komponenten hinzu.

Bei der FE-Analyse wird dem Prozeß der Rissebildung heute üblicherweise über Energiebetrachtungen Rechnung getragen. Werden beispielsweise Zuschlag-, Mörtel-, und Verbundzonenelemente unterschieden, gelingt die Erfassung der Versagensprozesse über die Zugseiten der Mörtel- und Verbundelemente in der Art, daß u. a. Zugfestigkeiten und Bruchenergien definiert werden.

Beim vorliegenden Modellansatz erfolgt die Abbildung der Betonstruktur auf der Basis von Mörtelmatrix und Zuschlag. Hieraus folgt, daß die Werkstoffeigenschaften des Mörtels auch die Eigenschaften der Verbundzone beinhalten müssen. Deshalb wird eine fiktive Zugfestigkeit für die Mörtelmatrix nach Gleichung (3.7) abgeschätzt /Two89/:

$$\beta_{Z,MO} \approx (V_F \cdot \beta_H + (V_M - V_F) \cdot \beta_Z) / V_M$$
(3.7)

In Gleichung (3.7) stellt V_M das Volumen eines Mörtelelements dar, β_Z und β_H entsprechen der Zugfestigkeit des Mörtels bzw. der Verbundzone. V_F beschreibt ein fiktiv angenommenes Volumen der Verbundzone. Bei dessen Ermittlung wird die Höhe der Verbundzone ungünstig mit 10 % der Volumenelementlänge angenommen und mit der Summe aller Oberflächen eines Elements multipliziert.

Für die mechanische Analyse wird angenommen, daß diese fiktive Zugfestigkeit die gleiche Temperaturabhängigkeit besitzt wie die Zugfestigkeit des Mörtels unter stationären bzw. instationären Bedingungen (vgl. die vorhergehenden Abschnitte). Hinsichtlich der Bruchenergie sind folgende Anmerkungen zu machen. Im Abschnitt 2 wurde bereits angesprochen, daß die Energiekonzepte auf der Idee basieren, daß sich beim Beton oder auch beim Mörtel unter einer Zugbeanspruchung Risse in einer Prozeßzone sammeln. Hier können dann, in Abhängigkeit von der Rißöffnung, noch bestimmte Spannungen aufgenommen werden, bis die Rißbreite zu groß wird. Auf diesem Hintergrund können experimentell Bruchenergien bestimmt werden, die sich für Beton, Mörtel und Zement als konstante Werkstoffgrößen herausgestellt haben.

Unter einer Hochtemperaturbeanspruchung ergeben sich Unterschiede. Die sich bildenden Risse resultieren nicht nur aus Spannungsdifferenzen infolge der äußeren Last, sondern entstehen auch durch die unterschiedlich große thermische Dehnung der Komponenten. Im unteren Temperaturbereich sind zudem ggf. noch Prozesse im Zusammenhang mit der Austreibung des freien Wassers zu beachten, die zu weiteren Schädigungen führen können (Festigkeitsloch im stationären Versuch).

Inwieweit sich auch unter hohen Temperaturen noch Prozeßzonen infolge von Rissebildung durch die äußere Last ausbilden, oder ob unter Umständen die thermische Unverträglichkeit bzw. der innere Spannungszustand in einem Schnitt bruchbestimmend wird, ist experimentell noch weitestgehend ungeklärt. Lediglich Hinrichsmeyer /Hin87/ führte einige strukturorientierte Untersuchungen zur thermischen Schädigung von Beton durch. In der Summe ist aber die Angabe einer werkstoffkonstanten Bruchenergie, unter Berücksichtigung von Einflüssen aus der Temperatur, der Versuchsart oder sonstigen Randbedingungen derzeit nicht möglich.

Für das vorliegende Modell folgt hieraus, daß auch hinsichtlich der Interaktion, bis zur weiteren experimentellen Klärung der angesprochenen Problempunkte, Näherungsansätze zu definieren sind. Generell könnte hierbei zunächst auf vorliegende Ergebnisse zu Bruchenergien von Mörtel und Zement unter Normaltemperatur zurückgegriffen werden. Für den Lastfall der hohen Temperatur wäre dann beispielsweise eine temperaturabhängige Abminderung der Bruchenergien erforderlich. Eine Definition in Anlehnung an den Verlauf der Zugfestigkeit über der Temperatur wäre denkbar. Dieser Weg wurde aber bisher nicht weiterverfolgt, da andere Randpunkte bei der Modellbildung beachtet werden mußten. Vorgreifend auf Abschnitt 3.6 sei dazu angemerkt, daß gegenwärtig für die Modellierung der Betonmatrix nur eine begrenzte Anzahl von finiten Elementen zur Verfügung steht. Als Folge hiervon ergeben sich zwei Konsequenzen, die weitere Modellansätze erfordern.

Zum einen betrifft dies die Konvergenz der FE-Berechnungen, die bei der relativ geringen Anzahl von Elementen bereits dann nicht mehr erreicht werden kann, wenn nur einige der Elemente versagen. Beim Temperaturlastfall betrifft dies z. B. schon die Phase der Aufheizung. Die Ursache ist darin zu sehen, daß im Berechnungssystem nicht genügend Umlagerungsmöglichkeiten vorhanden sind, wie dies bei einer großen Anzahl von Elementen der Fall wäre. Deshalb wird ein Versagen der Elemente zunächst ausgeschlossen.

Beim Zuschlag wird dazu das Sprödversagen verhindert. Dies wirkt sich auf den Lastfall der hohen Temperaturen kaum aus, da der Zuschlag unter diesen Randbedingungen eher selten versagt. Beim Mörtel wird eine unendliche Dehnfähigkeit nach dem Erreichen der Plastizitätsgrenze angenommen. Dies wirkt sich spürbar auf die Rechenergebnisse aus, denn dort, wo real ein Riß vorhanden ist, kann nun unbegrenzt eine Spannung übertragen werden. Hierdurch fallen dann - wenn real das Strukturversagen infolge der Rissebildung fortschreitet - die berechneten Verformungen zu klein aus (vgl. Abschnitt 4). Außerdem ist keine konkrete Aussage über den eigentlichen Bruchzeitpunkt mehr möglich. Hier kann gegenwärtig nur eine Abschätzung aufgrund der Iterationszahl der FE-Analyse gemacht werden (vgl. ebenso Abschnitt 4).

Zum anderen wirkt sich die Anzahl der Elemente direkt auf die Abbildungsgenauigkeit der realen Betonstruktur im Modell aus. Die grobe Darstellungsweise führt dazu, daß die Systemsteifigkeit insgesamt zu hoch ausfällt. Auf den Übergang von der realen Struktur auf das Berechnungssystem und auf die Ansätze zur Berücksichtigung der zu hohen Gesamtsteifigkeit wird ausführlich in den Abschnitten 3.6 und 3.7 eingegangen. Aus diesem Grund erfolgt hier keine weitere Darstellung.

3.5 Aufbereitung der Modellansätze für die FE-Methode

3.5.1 Theoretischer Hintergrund

Die Entwicklung des Werkstoffmodells für den Beton basiert auf der FE-Methode. Als theoretischer Hintergrund sind Variationsprinzipien anzusehen. Bei der Strukturanalyse wird das Prinzip der virtuellen Verrückungen, oder allgemeiner die Minimalforderung der potentiellen Energie, angewandt. Ein Körper hat hiernach unter allen zulässigen Verschiebungen, die die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen, einen stationären Wert.

Bei der FE-Berechnung wird das Gesamtsystem - im vorliegenden Fall ein Betonprobekörper - in viele kleine Elemente endlicher Größe aufgeteilt, die an ihren Rändern durch Knoten verbunden sind. Durch den Ansatz geeigneter Verschiebungsfunktionen auf der Basis der Elemente wird die Annäherung an die Unbekannte der Gesamtstruktur, z. B. die Verschiebung, erreicht /Ahr88, Ahr90,Bat86,Ste96/.

Das am iBMB entwickelte und hier verwendete FE-Programm FALCON (Fire-AnaLysis of CONcrete) /Kie87,Hos88/ rechnet nach dem Weggrößenverfahren. Für das im Elementbereich vorhandene Verschiebungsfeld lautet der Ansatz:

$$\underline{\mathbf{u}} = \underline{\mathbf{N}} \cdot \underline{\mathbf{v}} \tag{3.8}$$

In der Matrix \underline{N} sind die sog. Formfunktionen zusammengefaßt, der Vektor \underline{v} ist von den unbekannten Knotenverschiebungen des Elements besetzt. Die Ableitung der Verschiebungen liefert die Beziehung für die Dehnung:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \cdot \underline{V} \tag{3.9}$$

wobei \underline{B} die Verschiebungs-Verzerrungsmatrix darstellt. Über die Werkstoffmatrix \underline{D} wird mit

$$\underline{\sigma} = \underline{\mathbf{D}} \cdot \underline{\varepsilon} \tag{3.10}$$

der Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung beschrieben.

Nun kann das Prinzip der virtuellen Verrückungen angewandt werden. Dieses besagt, daß bei einem Körper, der sich im Gleichgewicht befindet und auf den eine gedachte, beliebig kleine Verschiebung aufgebracht wird, die gesamte innere virtuelle Arbeit gleich der gesamten äußeren virtuellen Arbeit ist.

Für die virtuelle Verschiebung $\underline{\widetilde{u}}$ kann die Arbeitsgleichung in der Form

$$\sum \overline{A} = 0 = \sum \int \overline{\underline{\varepsilon}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{\sigma} \, \mathrm{dV} - \overline{\underline{v}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{F}$$
(3.11)

angeschrieben werden. Hierin entspricht der Term:

$$\sum \int \underline{\overline{\varepsilon}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{\sigma} \, \mathrm{dV} = \overline{A}_{i} \tag{3.12}$$

der Summe der inneren virtuellen Arbeiten der Einzelelemente.

Der Term:

$$\overline{\mathbf{v}}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{F} = \overline{\mathsf{A}}_a \tag{3.13}$$

steht, beispielhaft für Knotenlasten angeschrieben, für die äußeren virtuellen Arbeiten.

Durch Anwendung der Gleichungen 3.8 und 3.9 in analoger Form auf die virtuellen Verschiebungen und Verzerrungen und durch Einsetzen der Gleichung 3.10 ergibt sich:

$$\sum \overline{A} = 0 = \sum \int \underline{\vec{v}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{\underline{B}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{v} \, \mathsf{dV} - \underline{\vec{v}}^{\mathsf{T}} \cdot \underline{\underline{F}}$$
(3.14)

Das Integral:

$$\int \mathbf{\underline{B}}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{\underline{D}} \cdot \mathbf{\underline{B}} \cdot \mathsf{dV} = \mathsf{K}_{\mathsf{e}}$$
(3.15)

28/08/2015

stellt die sog. Steifigkeitsmatrix des Einzelelements dar. Für das Gesamtgleichungsystem, aus dem die unbekannten Knotenverschiebungen als Lösung hervorgehen, ergibt sich somit:

$$\underline{\mathbf{K}} \cdot \underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{F}} \tag{3.16}$$

Hierin entspricht \underline{K} der Summe der Steifigkeitsmatrizen der Einzelelemente \underline{K}_{e} , \underline{v} dem unbekannten Knotenverschiebungsvektor und \underline{F} dem Vektor der wirkenden Lasten. Die Lösung der Volumenintegrale zum Aufstellen der Elementsteifigkeitsmatrizen erfolgt auf numerischen Wege. Im vorliegenden Fall wird hierfür das Gauss-Legrende Verfahren angewendet.

Das bisher abgeleitete Finite-Elemente-Gleichungssystem gilt in dieser Form lediglich unter der Voraussetzung der Linearität. Das heißt z. B., daß die auftretenden Verschiebungen infinitesimal klein sind oder daß ein linear elastisches Werkstoffverhalten vorliegt.

Sind diese Randbedingungen nicht erfüllt, z. B. bei einem nichtlinear elastischem Werkstoffverhalten, ist der Vektor der unbekannten Knotenverschiebungen keine lineare Funktion des Vektors der wirkenden Lasten mehr. In diesem Fall wird ein iteratives Verfahren zur Findung des Gleichgewichtszustandes verwendet. FALCON verfährt dazu nach der Newton-Raphson-Methode. Das lineare Gleichungssystem 3.16 geht hierbei in die inkrementelle Form:

 $\underline{\mathbf{K}} \cdot \Delta \underline{\mathbf{v}} = \Delta \underline{\mathbf{F}} \tag{3.17}$

über, worin \underline{K} die aktuelle Steifigkeitsmatrix, $\Delta \underline{v}$ den Vektor der Knotenweggrößenänderung und $\Delta \underline{F}$ den Vektor der Ungleichgewichtskräfte darstellen.

In jedem Iterationsschritt wird eine aktuelle Steifigkeitsmatrix (Tangentensteifigkeitsmatrix) und eine Ungleichgewichtslast, die sich aus der Differenz der äußeren Lasten und der inneren Knotenkräfte ergibt, berechnet. Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis eine vorgegebene Genauigkeitsgrenze für Kraftoder Weginkrement erreicht wird, d. h. bis die Gleichgewichtsbedingungen hinreichend erfüllt sind (vgl. Bild 3.24).



Bild 3.24: Newton-Raphson-Verfahren, Prinzipskizze.

3.5.2 Ansätze für das Volumenelement

Nachdem nun die allgemeinen Grundlagen der FE-Methode vorliegen, sollen die Ansätze für das im Betonmodell verwendete Element gezeigt werden.

Bei dem kubischen Volumenelement besitzt jeder der acht Knoten die drei Translationen u_x , u_y , u_z als Freiheitsgrade. Die Verschiebungskomponenten im r,s,t-Koordinatensystem des Punktes im Element sind folgendermaßen festgelegt:

$$u_{x}(r,s,t) = \sum_{k=1}^{8} h_{k} \cdot u_{xk}$$
 (3.18)

$$u_{y}(r,s,t) = \sum_{k=1}^{8} h_{k} \cdot u_{yk}$$
 (3.19)

$$u_z(r,s,t) = \sum_{k=1}^{8} h_k \cdot u_{zk}$$
 (3.20)

Die zugehörigen Formfunktionen lauten:

$$k = 1$$
: $h = \frac{1}{8} \cdot (1+r) \cdot (1+s) \cdot (1+t)$ (3.21)

k = 2:
$$h = \frac{1}{8} \cdot (1 - r) \cdot (1 + s) \cdot (1 + t)$$
 (3.22)

k = 3: h =
$$\frac{1}{8} \cdot (1 - r) \cdot (1 - s) \cdot (1 + t)$$
 (3.23)

$$k = 4: h = \frac{1}{8} \cdot (1+r) \cdot (1-s) \cdot (1+t)$$
(3.24)

$$k = 5: h = \frac{1}{8} \cdot (1+r) \cdot (1+s) \cdot (1-t)$$
(3.25)

$$k = 6: h = \frac{1}{8} \cdot (1 - r) \cdot (1 + s) \cdot (1 - t)$$
(3.26)

$$k = 7$$
: $h = \frac{1}{8} \cdot (1 - r) \cdot (1 - s) \cdot (1 - t)$ (3.27)

k = 8: h =
$$\frac{1}{8} \cdot (1+r) \cdot (1-s) \cdot (1-t)$$
. (3.28)

Der Verzerrungsvektor ist folgendermaßen definiert:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\epsilon}_{xx} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{yy} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{zz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} \end{cases} = \begin{cases} \boldsymbol{u}_{x,x} \\ \boldsymbol{u}_{y,y} \\ \boldsymbol{u}_{z,z} \\ \boldsymbol{u}_{x,y} + \boldsymbol{u}_{y,x} \\ \boldsymbol{u}_{y,z} + \boldsymbol{u}_{z,y} \\ \boldsymbol{u}_{z,x} + \boldsymbol{u}_{x,z} \end{cases}$$
(3.29)

Die Schubverzerrungen sind in Gleichung 3.28 in der ingenieurmäßig üblichen Darstellungsweise ($\gamma_{ij} = \epsilon_{ij} + \epsilon_{ji}$) enthalten, wodurch der Übergang von der Tensor- zur Matrizendarstellungsweise erreicht wird.

Zur vollständigen Beschreibung fehlen somit noch der Spannungsvektor und die Werkstoffmatrix. Der Spannungsvektor ist über die Werkstoffmatrix mit den Dehnungen verknüpft. Die nachfolgend beispielhaft angeschriebene Beziehung gilt für den Fall des linear elastischen Materialverhaltens unter der Voraussetzung der Isotropie. Die dreidimensionale Werkstoffmatrix wurde /Bat86/ entnommen.

$$\begin{cases} \sigma_{XX} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{ZZ} \\ \sigma_{XY} \\ \sigma_{YZ} \\ \sigma_{ZX} \end{cases} = \frac{E(1-\nu)}{\left(1+\nu(X1-2\nu)\right)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac$$

Die Aufbereitung der im Modell verwendeten Werkstoffgesetze steht im folgenden Abschnitt im Mittelpunkt.

109

3.5.3 Werkstoffmatrizen der Komponenten

Zuschlag:

Im Abschnitt 3.3 wurde gezeigt, daß das Werkstoffverhalten des Zuschlags durch eine linear elastische Beschreibung angenähert werden kann. Hinsichtlich der mehraxialen Verformungsberechnung kann somit auf das verallgemeinerte Hooke'sche Werkstoffgesetz, entsprechend Gleichung 3.30, zurückgegriffen werden.

Ein sprödes Versagen der Zuschlagkomponente wird aufgrund der modellmäßigen Randbedingungen ausgeschlossen (vgl. Abschnitte 3.4 und 3.6). Im Hinblick auf den Lastfall der Temperaturbeanspruchung steht diese Näherung zumindest ab einer Temperatur von ca. 300 °C - aber ohnehin in keinem Widerspruch zu Versuchsbeobachtungen /Ehm86/.

Mörtelmatrix:

Im Abschnitt 3.2 wurde das einaxiale Werkstoffverhalten der Mörtelmatrix durch einen elastisch plastischen Ansatz angenähert. Für die Beschreibung des räumlichen Bruchzustandes wurde auf die von Mises-Hypothese zurückgegriffen (Grundlagen der von Mises-Hypothese, vgl. Abschnitt 2.3).

Bis zum Erreichen der Plastizitätsgrenze erfolgt die Beschreibung der linear elastischen Verformungen daher wie beim Zuschlag. Wird der Grenzwert überschritten, müssen plastische Verformungsanteile erfaßt werden. Hierdurch werden weitere Programmroutinen erforderlich.

Für die Beschreibung im Rechenprogramm reicht dabei die Fließbedingung allein nicht aus, sondern muß mindestens durch eine Konsistenzbedingung und eine Fließregel vervollständigt werden.

Wenn ein Spannungszustand die Bruchfläche erreicht hat, so dürfen sich - bei weiterer Steigerung der Belastung - seine Spannungskomponenten zwar noch ändern, jedoch muß auch nach dieser Änderung die Fließbedingung noch erfüllt sein. Diese Konsistenzbedingung wird durch das totale Differential der Fließbedingung ausgedrückt:

$$dF = 0 = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^{T} \cdot d\sigma$$
 (3.31)

Da die inkrementellen Spannungsänderungen beim Übergang zu endlichen Größen in der Tangentialebene an die Fließfläche liegen, müssen die plastischen Dehnungsinkremente senkrecht hierzu - also auch senkrecht zur Fließfläche - stehen. Nur so kann die Forderung erfüllt werden, daß während des Fließens keine Arbeit geleistet wird: diese Fließregel liegt auch der von Mises-Hypothese zugrunde.

Da die Größe der plastischen Dehnungsinkremente von vornherein nicht bekannt ist, muß in ihrer Bestimmungsgleichung zunächst ein Proportionalitätsfaktor λ eingeführt werden, wodurch sich

$$d\varepsilon_{pl} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot d\lambda \tag{3.32}$$

ergibt.

Aus den so gefundenen Ansätzen kann die Bestimmungsgleichung für eine elastisch plastische Werkstoffmatrix abgeleitet werden, die bei der Berechnung direkt anstelle der elastischen Werkstoffmatrix verwendet werden kann:

$$E_{ep} = E - \frac{E \cdot \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^{T} \cdot E}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^{T} \cdot E \cdot \frac{\partial F}{\partial \sigma}}$$
(3.33)

Sie stellt einen Zusammenhang zwischen der Spannungsänderung und der Gesamtverzerrung - elastisch und plastisch - her. Die genaue Herleitung wird in /Ahr90/ gezeigt und soll deshalb hier nicht weiter behandelt werden..

Bei der inkrementellen Vorgehensweise der nichtlinearen FE-Analyse kommt es durch zwei Ursachen zu Spannungszuständen, die außerhalb der Fließfläche liegen und die deshalb auf diese zu reduzieren sind:

- Der Spannungszustand am Anfang des Inkrements lag im Inneren der Bruchfläche (Materialverhalten elastisch). Das Inkrement war so groß, daß die Grenzfläche durchstoßen wurde.
- Der Spannungszustand am Anfang des Inkrements lag bereits auf der Bruchfläche. Die Konsistenzbedingung erzwang ein Spannungsinkrement in der Tangentialebene, so daß der Spannungsendpunkt außerhalb liegen muß.

Die für diese Fälle im Programm vorgesehenen Reduktionen basieren auf der Arbeit von Winselmann /Win84/. Sie wurden, wie auch schon die elastisch plastische Werkstoffmatrix, im Rahmen einer Diplomarbeit /Two89/ im verwendeten FE-Programm implementiert und sollen daher an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden.

Wird eine unterschiedliche Druck- und Zugfestigkeit berücksichtigt, bedeutet dies für den von Mises-Zylinder, daß sich sein Radius über die Länge der Raumdiagonalen verändert. Im reinen Druckbereich plastiziert der Werkstoff, sobald σ_v den Wert von β_d (Druckfestigkeit der Mörtelkomponente) erreicht, der Radius ist hier am größten. Im reinen Zugspannungszustand ist β_z (Zugfestigkeit der Mörtelkomponente) der Grenzwert, der Radius ist hier am kleinsten.

Dazwischen liegen noch gemischte Spannungszustände, bei denen z. B. ein Spannungsanteil durch eine Druckkomponente, die anderen durch Zugkomponenten gebildet werden. Hier liegt der Grenzwert für das Versagen (Vergleichsspannung) zwischen der Druck- und der Zugfestigkeit und muß für jeden Spannungszustand explizit bestimmt werden.

Wie eingangs erläutert, wird die Größe der Vergleichsspannung nach von Mises durch den Spannungsdeviator eines Spannungszustandes bestimmt. Der Deviator liegt - im Abstand des hydrostatischen Anteils der Spannung vom Ursprung - in einer Ebene, die senkrecht auf der Raumdiagonalen steht. Bei bekannter Druck- und Zugfestigkeit ergibt sich die räumliche Fließfläche um die Raumdiagonale. Zu jedem hydrostatischen Anteil kann daher der vorhandene Radius - der wie die Deviatorebene senkrecht auf der Raumdiagonalen steht und hieraus die zulässige Vergleichsspannung für einen Spannungszustand berechnet werden. Somit ist auch bei gemischten Spannungskomponenten die Abgrenzung zwischen elastischem und plastischem Bereich möglich.

3.6 Abbildung des realen Betonkörpers

3.6.1 Allgemeines

Im Abschnitt 2.3 wurde gezeigt, daß es verschiedene Möglichkeiten gibt, eine reale Betonstruktur in einem Modell abzubilden. Während beispielsweise Wittmann und Mitarbeiter /Wit84,Wit85/ das Gefüge durch viele Einzelelemente exakt abbildet (vgl. Bild 2.25), verzichtet das Bochumer Modell /Die84,Schor85, Schor88,Rod91/ auf die geometrisch genaue Darstellung. Die Stoffabbildung findet hier durch die Quantifizierung der Stabparameter statt (vgl. Bild 2.26).

Das vorliegende Modell verwendet finite Volumenelemente mit acht Knoten. Hiermit erfolgt die Abbildung einer Betonstruktur - respektive eines Probekörpers - generell in der Art, daß den Elementen der Gesamtmatrix entweder Zuschlag- oder Mörtelmatrixeigenschaften zugewiesen werden. Ähnlich wie beim Bochumer Modell liegt damit auch beim eigenen Ansatz die Struktur des Finite-Elemente-Netzes schon vor der Berechnung fest. Bei der Abbildung der Betonstruktur wird aber - analog zum Verfahren von Wittmann - versucht, das reale Gefüge möglichst geometrisch genau abzubilden.

Bei der geometrisch genauen Abbildung sind einige Randbedingungen zu beachten, die von Wittmann dargestellt werden /Wit84,Wit85/. Im Abschnitt 3.6.2 sollen deshalb die wesentlichen Grundideen des sog. "numerischen Betons" aufgezeigt werden. Die eigene Vorgehensweise bei der Modellierung des Betons wird im Abschnitt 3.6.3 näher erläutert. Hier wird auch auf Unterschiede im Vergleich zu Wittmann eingegangen, und es werden noch bestehende Einschränkungen der eigenen Vorgehensweise aufgezeigt.

3.6.2 Der numerische Beton von Wittmann und Mitarbeitern

Der "Herstellprozeß" des numerischen Betons von Wittmann und Mitarbeitern /Wit84,Wit85/ kann in die folgenden Hauptschritte unterteilt werden:

- Simulation der Geometrie von natürlichen Zuschlagstoffen,
- Auswertung der Sieblinie zur Festlegung der mittleren Korngrößen und der Massenanteile,
- Verteilung der mit statistischen Werten belegten Zuschlagkörner in der Gesamtmatrix unter Beachtung verschiedener Effekte und
- Ersetzung der generierten Struktur durch finite Elemente.

Die Simulation der Geometrie eines Zuschlagkorns basiert auf folgenden Überlegungen: Stellt man die Umrandung eines Schnittes durch ein Zuschlagkorn mittels Polarkoordinaten dar, so kann zur Beschreibung des Verlaufs eine Funktion $R(\phi)$ angegeben werden. Eine Aufteilung in Frequenzanteile ist möglich:

$$\mathsf{R}(\varphi) = \mathsf{A}_{0} + \sum \mathsf{A}_{i} \cdot \cos(i\varphi - \alpha_{i}) \tag{3.34}$$

In Gleichung (3.34) entspricht A_o dem mittleren Radius und A_i der zur Frequenz i φ gehörenden Amplitude. Beddow und Meloy - vgl. /Wit84,Wit85/ - haben gezeigt, daß für Korngemische mit gleicher Entstehungsgeschichte eine charakteristische Funktion $A_i = f(i)$ besteht, ein sog. morphologisches Gesetz.

Basierend auf diesem Hintergrund wurde von Wittmann et al. ein morphologisches Gesetz für den Rhone-Kies abgeleitet. Hiermit konnte er beliebige Zuschlagkörner - mit zufälligem Durchmesser und zufälligem Querschnitt - generieren, indem er A_0 und A_i mit statistischen Werten belegte. Auch die Abbildung einer Sieblinie wurde möglich (A_0 : Lochweite).

Beim Übergang von der realen Betonstruktur zum Modell wurden noch zwei weitere Effekte beachtet, der eine betrifft den Aufbau der Randzonen, der andere die Korngrößenverteilung im zweidimensionalen Schnitt.

Aus der Betonherstellung ist bekannt, daß sich die Randzonen deutlich vom Rest des Betonquerschnitts unterscheiden. Die Ursache liegt in der von Wittmann als "Border Effect" bezeichneten Tatsache begründet, daß ein Zuschlagkorn nicht näher am Betonrand liegen kann als sein Radius groß ist. Daher findet man im Randbereich mehr kleine als große Körner. Anders ausgedrückt: Je tiefer man in den Beton "hineingeht", desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, ein größeres Korn zu finden.

Der zweite beachtete Effekt betrifft die zweidimensionale Darstellung der dreidimensionalen Struktur. Aufgrund der begrenzten Rechnerleistung bildete Wittmann lediglich einen zweidimensionalen Schnitt durch den Beton modellmäßig ab. Bei dieser Art der Darstellung ist aber zu beachten, daß die Sieblinie - die für das räumliche Betongefüge angegeben ist - nicht ohne weitere Überarbeitung im zweidimensionalen Fall verwendet werden kann. Walraven - vgl. /Wit85/ - zeigte, daß in einem zweidimensionalen Schnitt häufiger kleine Durchmesser zu finden sind als in der Sieblinie angegeben. Dies liegt daran, daß im Schnitt lange Partikel als kleinere Durchmesser erscheinen. Daher muß die Sieblinie für eine Anwendung im zweidimensionalen Fall modifiziert werden /Wit85/.

Unter Berücksichtigung der aufgeführten Aspekte konnte Wittmann rechnerisch Betongefüge generieren. Durch die Einführung von Matrix-, Zuschlag- und Grenzschichtelementen wurde die weitere Berechnung mit Hilfe der FE-Methode möglich.

3.6.3 Eigene Vorgehensweise

Die Abbildung der Betonstruktur erfolgt im vorliegenden Modell durch kubische Volumenelemente. Hierbei wird zwischen Zuschlag- und Mörtelmatrixelementen unterschieden. Durch Zuordnung der entsprechenden Komponenteneigenschaften zu den Einzelelementen, wird bei der Datensatzgenerierung versucht das reale Betongefüge möglichst genau wiederzugeben.

Bild 3.25 verdeutlicht die Vorgehensweise anhand eines Schnittes durch ein einzelnes Zuschlagkorn. Zu sehen ist der Umriß des Korns, sowie ein aus kubischen Elementen aufgebautes Finite-Elemente-Netz. Innerhalb des Kornumrisses sind die finiten Elemente schraffiert, was bedeuten soll, daß sie mit den Werkstoffeigenschaften des Zuschlags belegt sind. Die Elemente außerhalb des Umrisses sind mit Mörteleigenschaften versehen.



Bild 3.25: Abbildung eines Zuschlagkorns durch kubische finite Volumenelemente. (Zweidimensionale Darstellung)

Aus Bild 3.25 wird deutlich, daß mit der gewählten Methode, bei der zuerst das Finite-Elemente-Netz festgelegt und dann das Zuschlagkorn generiert wird, der Abbildungsgenauigkeit Grenzen gesetzt sind. Dies liegt zum einen an der Form des verwendeten Elements und hängt zum anderen mit dessen Größe zusammen.

Vergleicht man die Geometrie eines Würfels mit der eines Zuschlagkorns wird deutlich, daß eine Darstellung in dieser Art immer eine Näherung bleibt. Entscheidenden Einfluß auf die Genauigkeit der Abbildung hat die Größe des Einzelelements, die sich direkt auf die Gesamtzahl der verwendeten Elemente auswirkt. Bild 3.26 verdeutlicht das Gesagte. In der linken Bildhälfte erkennt man den schon oben gezeigten Schnitt durch ein Zuschlagkorn und die Abbildung durch 34 Elemente. In der rechten Bildhälfte wird das selbe Zuschlagkorn durch 8 Elemente abgebildet. Die bessere Wiedergabe der Kontur durch die größere Zahl von Elementen ist klar erkennbar.

117

ł,



Bild 3.26: Abbildung eines Zuschlagkorns durch eine unterschiedliche Anzahl finiter Elemente.

Da mit einer steigenden Zahl von Elementen auch die Rechenzeit anwächst, sind der Diskretisierung Grenzen gesetzt. Für das vorliegende Programm FALCON zeigte sich, daß eine erträgliche Rechenzeit dann noch zu erreichen ist, wenn bei einer Temperaturberechnung maximal ca. 280 Elemente und bei einer Analyse ohne Temperaturbeanspruchung maximal ca. doppelt so viele Elemente verwendet werden.

Mit diesen Grenzwerten liegen die Randbedingungen für die Modellabbildung fest. Die Vorgehensweise bei der Datensatzgenerierung kann in folgende Schritte zusammengefaßt werden:

- Festlegen der geometrischen Abmessungen des Modellkörpers unter Ausnutzung von Symmetriebedingungen,
- Füllen des Körpers mit finiten Elementen unter Beachtung der oben genannten Randbedingungen (verwendbare Elementeanzahl),
- Auswerten der Sieblinie und Zuordnung der Elementeigenschaften.

Während die ersten zwei Schritte zumeist problemlos bearbeitet werden können, ist die Erfüllung des dritten Punktes kritischer zu sehen, denn hier greifen die von Wittmann beschriebenen Effekte.

Hinsichtlich der geometrischen Abbildung eines Zuschlagkorns, der Verteilung im Gesamtsystem und der Modifizierung der Sieblinie für die zweidimensionale Darstellung ist folgendes anzumerken: Bei der eigenen Methode ist es nicht möglich, durch die Angabe einer Funktion $R(\phi)$ ein statistisches Zuschlagkorn zu generieren. Vielmehr hängt die Geometrie des Korns direkt von der Größe des finiten Einzelelements ab. Hier sind aber Randbedingungen zu beachten, die sich aus der Rechenzeit ergeben. Gegenüber dem Ansatz von Wittmann ist somit ein Genauigkeitsverlust festzustellen. Die Randzoneneffekte können, sofern genügend genau elementiert werden kann, berücksichtigt werden. Die Modifizierung der Sieblinie für eine zweidimensionale Darstellung ist nicht erforderlich, da dreidimensional generiert wird.

Auch im Hinblick auf die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Vergleichsberechnungen sollen an dieser Stelle schon einige Anmerkungen gemacht werden. Wie später gezeigt wird, werden Temperaturberechnungen an einem Scheibensystem mit den Abmessungen 10·10·5 cm durchgeführt (vgl. Abschnitt 4). Bei der Abbildung mit 256 Elementen (8·8·4 – Elemente) ergibt sich somit eine Kantenlänge des Einzelelements von 12,5 mm, dies entspricht ca. 78% des Größtkorns von 16 mm. Die Darstellung ist damit relativ grob, was einige Auswirkungen auf die Modellbildung hat. Zum einen ist sowohl die oben beschriebene Wiedergabe der Korngeometrie als auch die Beachtung der Randzoneneffekte praktisch nicht möglich. Lediglich die Massenanteile von Zuschlag und Mörtel können entsprechend der Sieblinie aufgeteilt werden. Zum anderen werden, zur Kompensierung des Effekts der zu groben Abbildung, außerdem noch Rechenansätze erforderlich. Auf diese wird an den entsprechenden Stellen näher eingegangen.

Als Fazit ist folgendes festzuhalten: Vom Prinzip her wird beim vorliegenden Modell versucht, die Struktur des Betons möglichst geometrisch genau darzustellen. Dazu wird zunächst mit einem eigenen Fortran-Progamm ein Finite-Elemente-Netz mit kubischen Volumenelementen generiert, anschließend wird die Struktur durch zufällige Zuweisung unterschiedlicher Elementeigenschaften abgebildet, wobei ein Fortran-Zufallszahlengenerator verwendet wird. Durch die Begrenzung der zur Verfügung stehenden Elementanzahl kann gegenwärtig nur eine grobe Abbildung der realen Struktur erfolgen. Dadurch ist die Verteilung einer statistisch generierten Sieblinie derzeit nicht möglich, auch die Beachtung der Randzonen entfällt.

3.7 Einfluß der Elementierung

3.7.1 Allgemeines

Es wurde bereits angesprochen, daß die im Rahmen dieser Arbeit vorgesehenen Verifikationen an FE-Systemen durchgeführt werden, bei denen aufgrund der beschränkten Anzahl von zur Verfügung stehenden Elementen nur eine relativ grobe Abbildung der realen Betonstruktur möglich ist. Die zu hoch ausfallende Gesamtsteifigkeit ist deshalb zu kompensieren. Die Vorgehensweisen bei der Herleitung der entsprechenden Ansätze für den stationären und den instationären Beanspruchungsfall, werden in den nachfolgenden Abschnitten beschrieben.

3.7.2 Stationärer Beanspruchungsfall

Der getroffene Ansatz basiert auf einer Parameterstudie an einem einfachen 9-Elemente-Modell (Bild 3.27). Diese lief im wesentlichen in drei Schritten ab:

- Abschätzung der Werkstoffeigenschaften der Komponenten und Überprüfung des Systems mit "idealem" Matrixaufbau,
- Berechnung von Systemen mit unterschiedlicher Anzahl von Zuschlagelementen und Einstufung des 256-Elemente-Modells,
- Ableitung eines Ansatzes zur Kompensation des Steifigkeitseinflusses.

Bei den Berechnungen wurde sowohl für den Zuschlag als auch für die Mörtelmatrix ein linear elastisches Werkstoffverhalten angesetzt. Das 9-Elemente-Modell ähnelt somit vom Prinzip her den Mehrphasenmodellen, wobei im vorliegenden Fall das Verformungsverhalten des 9-Elemente-Systems durch eine FE-Analyse abgeschätzt wurde. Die in den vorhergehenden Abschnitten abgeleiteten Hochtemperatureigenschaften der Komponenten wurden bei den Berechnungen berücksichtigt.

Die Analysen erfolgten schematisch so, daß nach der Erwärmung auf eine bestimmte Temperatur die Last stufenweise gesteigert wurde. Als Ergebnis standen damit zunächst temperatur- und lastabhängige Gesamtverformungen zur Verfügung. Nach Abzug der in einer parallel durchgeführten Analyse berechneten freien thermischen Dehnung, ergaben sich lastabhängige Verformungskurven.

Den Ausgangspunkt für den ersten Schritt der Studie bildete die im Bild 3.27 dargestellte Matrix, bei der ein Zuschlagelement rundum von Mörtelelementen umgeben war. Dieser Systemaufbau, der im weiteren 1K-Modell genannt wird, stimmt idealisiert mit den Verhältnissen überein, die in einer realen Betonstruktur vorliegen.





Die bei den Berechnungen angesetzten und in der Tabelle 3.10 zusammengestellten Eingangsparameter für die Werkstoffkenngrößen der Komponenten, wurden anhand von Literaturangaben /ZT84,Wes81/ sowie anhand vorliegender Versuchsergebnisse, z. B. /Schnei80,Schnei83,Thi93.1/ abgeschätzt.

	Mörtelelement	Zuschlagelement
E-Modul (20°C) [kN/cm ²]	2300	3500
Querdehnzahl	0,2	0,1

Tabelle 3.10: Eingangsparameter für die Berechnungen

Die Belastung orientierte sich an einer angenommenen einaxialen Betondruck-festigkeit unter Normaltemperatur von ca. $\sigma_{1,U,20^{\circ}} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$.

Bild 3.28 zeigt als durchgezogene Linie die berechneten lastabhängigen Verformungen des 1K-Modells in Abhängigkeit von der Temperatur. Die äußere Belastung betrug 30 % der angenommenen möglichen Festigkeit $\sigma_{1,U,20^\circ}$. Zusätzlich zu den Ergebnissen für das 1K-Modell sind im Bild punktuell Ergebnisse aus stationären Versuchen an verschiedenen Betonen eingetragen.



Bild 3.28: Belastungsabhängige Verformung für das 1K-Modell und Ergebnisse stationärer Versuche an Beton. Daten der Versuche aus /Schnei77.1,Ehm86,Thi93.1/ Zunächst ist im Bild 3.28 ein nichtlinearer Verlauf der Verformungen des 1K-Modells über der Temperatur zu erkennen, der sich aus den oben definierten temperaturabhängigen Werkstoffeigenschaften des Mörtels ergibt. Desweiteren wird eine relativ gute Übereinstimmung zwischen den Verformungen des 1K-Modells und denen des Betons deutlich. Im höheren Temperaturbereich sind die Abweichungen größer, da sich hier beim Beton die tatsächlich auftretende, vom 9-Elemente-Modell jedoch nicht erfaßte, Rißbildung stark auf das Versuchsergebnis auswirkt.

In der Summe spiegelt aber das 1K-Modell bis ca. 500°C näherungsweise die tatsächlichen Steifigkeitsverhältnisse der realen Betonmatrix gut wider, so daß hiermit eine Basis für eine Einstufung anderer Berechnungssysteme gegeben ist.

Im zweiten Schritt der Studie wurden der 9-Elemente-Matrix nach und nach von Hand Zuschlagelemente zugemischt, wodurch die Gesamtsteifigkeit jeweils anstieg. Bei diesen Systemen, die nachfolgend mit 2K-, 4K- und 6K-Modell bezeichnet werden (2, 4 oder 6 Zuschlagelemente insgesamt), wurden bei der Analyse auch die verschiedenen möglichen Lagen der Zuschlagelemente im 9-Elemente-Modell berücksichtigt.

Bild 3.29 zeigt den Vergleich der lastabhängigen Verformungen vom 1K-Modell mit denen vom 2K-, 4K- und 6K-Modell für einen Ausnutzungsgrad von 30 % der angenommenen möglichen Festigkeit unter Normaltemperatur. Die Ergebniskurven von 2K- 4K- und 6K-Modell stellen jeweils einen Mittelwert der Verformungen dar, die sich für die verschiedenen möglichen Lagen der Zuschlagkörner in der Gesamtmatrix ergaben. Es ist deutlich zu erkennen, daß mit steigendem Zuschlaganteil die lastabhängige Verformung abnimmt, also die Gesamtsteifigkeit des Systems zunimmt.

Zusätzlich sind in Bild 3.29 Berechnungsergebnisse dargestellt, die - bei gleichem Belastungsniveau - am Betonmodell mit 256 Elementen ermittelt wurden. Das 256-Elemente-Modell war von der Mischung her an den Versuchsbetonen von Ehm und Thienel /Ehm86,Thi93.2/ orientiert (vgl. Abschnitt 4).



Bild 3.29: Vergleich der lastabhängigen Verformungsanteile von 1K-, 2K-, 4K-, 6K- und 256K-Modell.

Im unteren Temperaturbereich liegen die Ergebnisse des 256-K-Modells nahe an Ergebnissen für das 6K-Modell. Im oberen Temperaturbereich findet man die Ergebnisse des 256-K-Modells zwischen denen des 4K- und denen des 6K-Modells wieder. Für den weiteren Ansatz wurde zur Vereinfachung angenommen, daß die Steifigkeit des Modells mit 256 Elementen näherungsweise im gesamten betrachteten Temperaturbereich zwischen der des 4K- und der des 6K-Modells eingeordnet werden kann.

Im dritten Schritt der Untersuchungen wurde, basierend auf den Berechnungen am 1K-Modell und basierend auf der vorgenommenen Einstufung, ein Ansatz abgeleitet, der die zu hohe Gesamtsteifigkeit kompensiert. Es wurde ein Ausgleich über eine Reduktion der Zuschlagsteifigkeit definiert. Im vorliegenden FE-Modell wurde dazu eine temperaturabhängige Verminderung des Zuschlag-E-Moduls abgeleitet. Die Vorgehensweise bei der Bestimmung der Abminderungsfunktion verdeutlicht Bild 3.30. Aus dem Mittelwert der lastabhängigen Verformungen von 4K- und 6K-Modell und der Verformung des 1K-Modells ergibt sich eine Differenzdehnung. Diese soll näherungsweise über einen verminderten E-Modul des Zuschlags erfaßt werden. Bei gleichbleibendem Lastniveau muß somit ein Elastizitätsmodul gefunden werden, der den linearen Ansatz der Spannungs-Dehnungsbeziehung erfüllt.

Bezieht man diesen Wert auf den Ausgangswert des E-Moduls, so erhält man eine Kurve für die Abminderung (Bild 3.31). Es ist zu beachten, daß es sich bei dem auf diese Weise festgelegten E-Modul des Zuschlags nicht mehr um eine physikalische, sondern nun um eine rein rechnerische Größe handelt, die deshalb im Bild 3.31 mit \overline{E} bezeichnet ist.





Bild 3.31: Rechnerischer Elastizitätsmodul der Zuschlagkomponente im stationären Beanspruchungsfall.

In Bild 3.31 sind als Punkte die Werte dargestellt, die nach dem oben beschriebenen Ansatz für verschiedene Temperaturen bestimmt wurden. Die durchgezogene Linie stellt die gewählte Annäherung mittels Polynomen dar, die den gesamten betrachteten Temperaturbereich abdeckt. Die Koeffizienten der Polynomfunktionen sind Tabelle 3.11 zu entnehmen.

Tabelle 3.11: Koeffizienten der Rechenfunktionen für den Elastizitätsmodul des Zuschlags

T [°C]	0	1	2	3	4
÷ 400	8,750e-1	-3,028e-3	1,436e-5	-2,686e-8	1,221e-11
÷ 700	9,490e-1	-9,852e-4	0	0	0

Mit den bisher beschriebenen Ansätzen zur Modellierung der Komponenten und zur Erfassung des Hochtemperatureinflusses auf ihr jeweiliges Werkstoffverhalten und mit dem beschriebenen Ansatz zur Erfassung des Einflusses der Elementierung sind nun die Voraussetzungen für mehraxiale Berechnungen an Beton im stationären Fall geschaffen. Die durchgeführten Verifizierungsberechnungen sind im Abschnitt 4 dargestellt.

3.7.3 Instationärer Beanspruchungsfall

Entsprechend zur Vorgehensweise im stationären Fall, wurde eine Parameterstudie für den instationären Fall durchgeführt. Bild 3.32 zeigt Ergebnisse von Berechnungen, die am 1K-Modell mit den instationären Ansätzen für die Mörtelmatrix durchgeführt wurden, im Vergleich zu vorliegenden Versuchsergebnissen für quarzitischen Beton /Thi93.1,Thi93.2/. Dargestellt sind die lastabhängigen Verformungen, die aus der Differenz der Gesamtverformungen und der thermischen Dehnungen berechnet wurden, für eine Belastung von 30 % der angenommenen Festigkeit bei Normaltemperatur.



Bild 3.32: Vergleich der lastabhängigen Verformungen von 1K-Modell und Beton. Daten der Versuche entnommen aus /Thi93.1/

Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den lastabhängigen Verformungen von 1K-Modell und Beton. Im oberen Temperaturbereich sind die Abweichungen größer, da beim 1K-Modell die Rißbildung nicht erfaßt wird.

Die lastabhängigen Verformungen von 1K-, 4K-, 6K- und 256K-Modell werden in Bild 3.33 verglichen. Bei den Berechnungen an den 4K- und 6K-Modellen wurden die möglichen unterschiedlichen Lagen der Zuschlagelemente in der Matrix beachtet.



Bild 3.33: Vergleich der lastabhängigen Verformungen von 1K-, 4K-, 6Kund 256K-Modell.

Wie schon im stationären Fall, liegt auch hier das zu steife 256K-Modell von den Verformungen her zwischen dem 4K- und dem 6K-Modell. Analog zu der Vorgehensweise im stationären Fall wurde wiederum ein Ansatz formuliert, der sich auf den Mittelwert von 4-K und 6-K-Modell bezieht.

Bild 3.34 zeigt die im Modell angesetzte Abminderung der Zuschlagsteifigkeit, die Näherung erfolgt durch Polynomfunktion und Gerade.



Bild 3.34: Rechnerischer Elastizitätsmodul der Zuschlagkomponente im instationären Beanspruchungsfall.

Tabelie 3.11 stellt die Koeffizienten der Rechenfunktionen zusammen.

Tabelle 3.11: Koeffizienten der Rechenfunktionen für den rechnerischen E-Modul des Zuschlags

T [°C]	0	1	2	3
÷ 200	9,443e-1	-5,482e-3	3,767e-6	-3,191e-8
÷ 700	0,348e+0	-4,724e-4	0	0

Somit sind nun auch für den instationären Beanspruchungsfall alle Komponenten zusammengestellt, um mehraxiale Berechnungen durchführen zu können. Die Verifizierung der Modellansätze wird in Abschnitt 4 behandelt.

4 MODELLVERIFIZIERUNG

4.1 Allgemeines

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Verifizierungsberechnungen erfolgten anhand vorliegender Ergebnisse aus biaxialen Kalt- und Hochtemperaturversuchen an Normalbeton von Ehm /Ehm86/ und Thienel /Thi93.1,Thi93.2/, sowie anhand triaxialer Kaltversuche nach van Mier /Mier84.2,Mier87/. Zusätzlich sind im stationären und im instationären Beanspruchungsfall Vergleiche zu dem Modell von Thienel gezeigt.

In den nachfolgenden Abschnitten werden die durchgeführten Berechnungen und Vergleiche dargestellt. Zunächst wird hierbei auf die Abbildung des realen Versuchskörpers im FE-System eingegangen, danach wird die Wahl der Berechnungsparameter erläutert, anschließend werden Berechnungsergebnisse gezeigt und mit vorliegenden Versuchs- bzw. Berechnungsergebnissen verglichen.

4.2 Berechnungssysteme

4.2.1 Scheibensystem

Ehm und Thienel verwendeten für ihre Untersuchungen scheibenförmige Betonprobekörper mit den Abmessungen 20 cm • 20 cm • 5 cm, die aus entsprechend großen Würfeln ausgeschnitten waren.

Unter Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften wurde für die Verifizierungsberechnungen eine 10 cm • 10 cm • 5 cm große 1/4-Scheibe dieser Versuchskörper abgebildet. Die Kantenlänge der Volumenelemente wurde, unter Berücksichtigung der schon im Abschnitt 3.6 besprochenen Kriterien, zu 1,25 cm gewählt (ca. 78 % des Größtkorns), wodurch sich ein Berechnungssystem mit 256 finiten Elementen ergab.

Bild 4.1 verdeutlicht die beschriebene Vorgehensweise. Die dick gezeichneten äußeren Begrenzungslinien deuten die tatsächlichen Abmessungen der von

Ehm und Thienel verwendeten Versuchskörper an. Im linken unteren Bildteil erkennt man das FE-Berechnungssystem, das aus kubischen Volumenelementen regelmäßig aufgebaut ist. Die schwarz markierten Würfel sollen beispielhaft Zuschlagelemente darstellen, während die weißen Würfel mit Mörtelmatrixeigenschaften belegt sein sollen. Die äußere Last wird beim Modell über Knoteneinzellasten aufgebracht (im Bild nicht dargestellt).



Bild. 4.1: FE-Scheibensystem mit 256 Elementen

Die Aufteilung in Zuschlag- und Mörtelelemente erfolgte, für die Betonmischung von Ehm, bzw. für die identische Mischung von Thienel (in /Thi93.2/ als Betonmischung QB2 bezeichnet), anhand von Angaben zu den betontechnologischen Parametern und zur Sieblinie.

Da nicht alle erforderlichen Eingangsgrößen zur Verfügung standen, wurden die fehlenden Werte abgeschätzt. Zum einen betraf dies den Anteil der Zuschlagkörner mit einem Durchmesser d_K \leq 4 mm, der definitionsgemäß der Mörtelmatrix hinzugerechnet wird. Er wurde anhand von Sieblinien nach DIN 1045 /DIN1045/ (Größtkorn: 16 mm) zu ca. 44 Masse-% abgeschätzt.

Zum anderen betraf dies die Dichtewerte von Zement und Zuschlag. Für den Zement wurde im weiteren eine mittlere Dichte von ca. 3100 kg/m³ und für den Zuschlag von ca. 2650 kg/m³ angenommen. Dies entspricht in der Literatur zu findenden mittleren Werten der verwendeten Zuschlags- bzw. Zementarten, vgl. z. B. Angaben in /ZT84,Wes81/.

Mit den Angaben von Ehm und Thienel und mit den zusätzlich abgeschätzten Parametern konnten nun die Volumenanteile der betrachteten Komponenten am Gesamtvolumen bestimmt und auf die zur Verfügung stehende Anzahl von finiten Elementen verteilt werden. Hierbei ergab sich die Zahl der Elemente mit Zuschlageigenschaften zu 101 und die Zahl der Mörtelmatrixelemente zu 155. Bei der Generierung der Datensätze wurden die Zuschlagelemente zufällig ausgewählt (vgl. Abschnitt 3.6.3).

4.2.2 Würfelsystem

Van Mier führte seine Normalbetonversuche an Würfeln mit einer Kantenlänge von 10 cm durch. Modellmäßig wurde dieser Probekörper - analog zum Scheibensystem - durch 512 Volumenelemente mit einer Kantenlänge von 1,25 cm abgebildet.

Als Mischung wurde von van Mier eine B16-Sieblinie entsprechend der DIN 1045 angegeben, aus der der Anteil an Körnern mit einem Durchmesser $d_K \le 4$ mm entnommen wurde. Bei der Bestimmung der Volumenanteile aus den Massen, wurden für Zement und für Zuschlag dieselben Dichtewerte wie in Abschnitt 4.2.1 angegeben, verwendet. Mit diesen Randbedingungen ergab sich ein aus 166 Zuschlagelementen und 346 Mörtelmatrixelementen bestehendes FE-System.

4.3 Berechnungsparameter der Komponenten

Um mit den nun festliegenden FE-Systemen Verifizierungsberechnungen durchführen zu können, fehlen noch Angaben zu den Werkstoffeigenschaften der betrachteten Komponenten, z. B. zu den E-Moduli.

Hier liegt die Überlegung nahe, auf entsprechende Einzeluntersuchungen an den Komponenten zurückzugreifen. Da aber solche Resultate bei den o. g. Arbeiten nur teilweise oder gar nicht verfügbar sind, wurden die noch fehlenden Berechnungsparameter zunächst anhand von Angaben in der Literatur und auf der Basis von Versuchsergebnissen abgeschätzt /End29,Wit74.1,Wes81, ZT84,Schnei80,Schnei83,Ehm86,Thi93.1,Thi93.2/. Anschließend erfolgte ein Abgleich durch eine Parameterstudie.

Bild 4.2 zeigt beispielhaft die dabei gewählte Vorgehensweise. Dargestellt sind die Verformungen in der Hauptlastrichtung eines einaxialen Bruchversuchs von Thienel (Betonmischung QB2, 20°C), im Vergleich mit den entsprechenden Verformungen die durch Berechnungen am Scheibensystem ermittelt wurden. Die Belastung σ_1 wurde bei der FE-Analyse schrittweise als prozentualer Anteil von der im Versuch bestimmten Bruchlast ($\sigma_{1u,20^\circ} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$) gesteigert.

Tabelle 4.1 stellt die bei den Vergleichsberechnungen angesetzten Berechnungsparameter zusammen.

Berechnungsparameter	Berechnung 1	Berechnung 2	Berechnung 3
E _{Mörtel} [kN/cm ²]	2200 (±350)	2400 (±350)	2400 (±350)
βD, Mörtel [kN/cm ²]	4,5 (±0,5)	4,5 (±0,5)	3,25 (±0,5)
βz, Mörtel [kN/cm ²]	0,45 (±0,05)	0,45 (±0,05)	0,33 (±0,05)
E _{Zuschlag} [kN/cm ²]	3200 (±200)	4700 (±200)	4700 (±200)
μMörtel	0,2	0,2	0,2
µZuschlag	0,1	0,1	0,1

Tabelle 4.1:	Berechnungsparameter der Komponenten
--------------	--------------------------------------



von Analysen mit unterschiedlichen Berechnungsparametern. Daten des Versuchs entnommen aus /Thi93.1/

Man erkennt, daß die bei der ersten Berechnung ermittelten Modellverformungen vergleichsweise größer sind als die im Versuch gemessenen Werte. Dies deutet auf zu klein gewählte E-Moduli für die Komponenten hin.

Außerdem ergibt die Analyse ein deutlich höheres Lastniveau für den Versagenspunkt ($\sigma_1 / \sigma_{1,u,20^\circ} \approx 1,4$). Hierzu ist anzumerken, daß der im Bild gezeigte rechnerische Bruchzustand auf der Basis der von der FE-Analyse für den Rechenschritt benötigten Iterationsanzahl definiert wurde. Ein sprunghafter Anstieg, bzw. die Überschreitung der maximal festgelegten Iterationsanzahl dienten hierbei als Kriterien. Im Hinblick auf den Abgleich der Berechnungsparameter ist festzuhalten, daß die Höhe des rechnerischen Lastniveaus im Bruchzustand in direktem Zusammenhang mit der gewählten Festigkeit der Mörtelmatrix steht. Eine geringere Mörtelfestigkeit bewirkt auch eine geringere Festigkeit des Modellbetons.

In einer zweiten Berechnung wurden nachfolgend zunächst die E-Moduli von Zuschlag und Mörtelmatrix verändert, vgl. Tabelle 4.1. Das Ergebnis der Analyse zeigt eine gute Übereinstimmung hinsichtlich der Verformungen im unteren bis mittleren Lastbereich (Bild 4.2). Weiterhin ist aber ein deutlich späteres Ver-

134
sagen beim Modell zu erkennen. Als Fazit dieser zweiten Analyse wurde angenommen, daß die E-Moduli der Komponenten näherungsweise richtig abgeschätzt wurden.

Bei einer dritten Berechnung erfolgte eine Veränderung der Druck- und Zugfestigkeit der Mörtelkomponente, vgl. Tabelle 4.1. Beim Vergleich mit dem betrachteten Versuch, zeigt das Modell nun eine zufriedenstellende Übereinstimmung sowohl bei den Verformungen als auch beim Versagenszeitpunkt. Auf einen weiteren Abgleich der Berechnungsparameter der Komponenten konnte daher verzichtet werden.

Entsprechend zu dem hier gezeigten Beispiel wurde auch für die Versuche von van Mier eine Parameterstudie durchgeführt. Die so gefundenen Berechnungsparameter, die als Ausgangsbasis für die Verifizierungen verwendet wurden, sind im Abschnitt 4.4.1 genannt.

Zur Festlegung der Komponentenparameter für die Modellanalyse ist zusammenfassend folgendes zu sagen: Da keine entsprechenden Einzeluntersuchungsergebnisse vorliegen, müssen die fehlenden Eingangsgrößen abgeschätzt werden. Dies ist hinsichtlich der hier angestrebten Modellbildung schwierig, da die abzuschätzenden Werkstoffgrößen sich nicht eindeutig zuweisbar auf das Analyseergebnis am Verbundsystem auswirken. In der zweiten durchgeführten Vergleichsberechnung wurde beispielsweise die Modellverformung dem realen Werkstoffverhalten dadurch angenähert, daß die E-Moduli von Zuschlag und Mörtelmatrix verändert wurden. Zum selben Resultat hätte allerdings auch eine Änderung nur des Zuschlag-Elastizitätsmoduls führen können.

Um bei der Festlegung der Berechnungsparameter dennoch zu einem Ergebnis zu kommen, wurde die Anzahl der Parameter nach und nach dadurch eingeschränkt, daß abgeschätzte Werte für die weitere Berechnung als richtig unterstellt wurden. Diese Vorgehensweise scheint gerechtfertigt zu sein, da die Festlegung der Parameter in Anlehnung an bekannte Werkstoffkennwerte erfolgte. Weitere Klarheit kann hier aber erst durch zusätzliche experimentelle Untersuchungen erreicht werden, für die im Rahmen des hier bearbeiteten Forschungsvorhabens aber keine Mittel zur Verfügung standen.

4.4 Verifizierungsberechnungen

4.4.1 Mehraxiale Beanspruchung unter Normaltemperatur

Ehm und Thienel zeigen Ergebnisse biaxialer Bruchversuche, bei denen das äußere Spannungsverhältnis σ_2/σ_1 als Untersuchungsparameter variiert wurde. In entsprechender Weise stellt van Mier Ergebnisse triaxialer Versuche dar, wobei die mittlere Hauptspannung verändert und die zwei übrigen Hauptspannungen konstant gehalten wurden.

Bevor näher auf die Berechnungsergebnisse eingegangen wird, soll an dieser Stelle noch ein kurzer Hinweis auf die Behandlung des Einflusses der zu hohen Gesamtsteifigkeit der Betonmatrix unter Normaltemperatur erfolgen.

Im Abschnitt 3.7 wurden die entsprechenden Ansätze vorgestellt, mit denen bei Temperaturbeanspruchung eine Kompensation des Effekts erzielt werden soll. Die dort durchgeführten Parameterstudien lieferten Abminderungsfaktoren für den Elastizitätsmodul des Zuschlags. Mit in diesen Studien eingeschlossen war auch der Temperaturlastfall "Normaltemperatur". Die hierfür ermittelte Abminderung (ca. 85 %) wurde bei den nachfolgenden Berechnungen berücksichtigt.

Für das Modell mit 512 Elementen wurde im folgenden näherungsweise angenommen, daß übertragbare Verhältnisse in bezug auf die Steifigkeit des Modells mit 256 Elementen vorliegen. Auch bei den an diesem Modell durchgeführten Analysen wurde daher die o.g. Abminderung angesetzt.

In den folgenden Bildern sind Vergleiche von Versuchs- und Berechnungsergebnissen für verschiedene Spannungsverhältnisse der äußeren Lasten dargestellt. Zu sehen sind die Dehnungen ε_1 , ε_2 und ε_3 in Abhängigkeit vom äußeren Lastverhältnis $\sigma_1/\sigma_{1,u,20^*}$. Die in den Versuchen bestimmten einaxialen Bruchlasten betrugen bei:

- Ehm: $\sigma_{1,u,20^\circ,Ehm} = 4,1 \text{ kN/cm}^2$,
- Thienel: $\sigma_{1,u,20^\circ,Thienel} = 4,5 \text{ kN/cm}^2$,
- van Mier: $\sigma_{1,u,20^\circ,van Mier} \approx 4.9 \text{ kN/cm}^2$.

Die Bilder 4.3 und 4.4 zeigen den Vergleich zwischen Untersuchungsergebnissen von Ehm und Thienel und Berechnungsergebnissen am Scheibensystem. Der in den Bildern dargestellte rechnerische Versagenszeitpunkt wurde, wie schon beim Abgleich der Berechnungsparameter, anhand der Iterationsanzahl der FE-Analyse definiert.

Bild 4.3 behandelt das äußere Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 10$.





Bis zu einer Beanspruchungshöhe von ca. 90 % der einaxialen Festigkeit ist sowohl für die beiden Versuche als auch für das Berechnungsergebnis nahezu eine Übereinstimmung im Verformungsverlauf zu erkennen. Anschließend ist die von Ehm durchgeführte Untersuchung, im Vergleich zu der von Thienel, durch größere Verformungen und durch ein früheres Versagen gekennzeichnet. Die Vergleichsberechnungen liegen hier näher an dem Ergebnis von Thienel und zeigen insgesamt eine zufriedenstellende Deckung.

Eine weitere Gegenüberstellung, für ein äußeres Spannungsverhältnis von $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 0.8$, zeigt Bild 4.4.





In der Hauptlastrichtung und auch in der unbelasteten Achse ist nahezu im gesamten betrachteten Bereich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung festzustellen. Bei den oberen Laststufen fallen die Modellverformungen in der Richtung der freien Achse und in der Hauptlastrichtung zu gering aus. Dies ist auf den elastisch plastischen Ansatz für die Mörtelmatrix zurückzuführen, bei dem auf der Zugseite der σ - ϵ -Beziehung ein unendlich plastisches Fließvermögen angenommen wird. Im Unterschied zum realen Betongefüge bleibt dadurch an den Stellen, an denen ein Riß entsteht, oder schon entstanden ist, im Modell immer eine Restfestigkeit vorhanden. Als Folge hiervon werden die Verformungen kleiner berechnet als sie sich beim realen Versuchskörper einstellen.

Die Dehnungen ε_2 sind für das betrachtete Spannungsverhältnis insgesamt zu groß berechnet. Die Ursache hierfür könnte beispielsweise in der Abschätzung der Querdehnzahlen begründet liegen, aber auch die E-Moduli oder der Matrixaufbau kommen in Frage. Weitere durchgeführte - hier nicht gezeigte - Analysen, konnten ein generell zu weiches Verhalten in der zweiten Lastachse nicht belegen, so daß dieser Effekt den üblichen Streuungen zugeschrieben wurde.

Die Bilder 4.5 und 4.6 stellen Vergleiche zwischen triaxialen Untersuchungen nach van Mier und Berechnungen am Würfelsystem dar. In Bezug auf die rechnerischen Versagenszeitpunkte gelten die oben gemachten Angaben. Die angesetzten Werkstoffgrößen der Komponenten sind in der Tabelle 4.2 zu-sammengestellt.

Berechnungsparameter	
E _{Mörtel} [kN/cm ²]	2300 (±350)
βD, Mörtel [kN/cm ²]	3,3 (±0,5)
βz, Mörtel [kN/cm ²]	0,33 (±0,05)
Ezuschlag [kN/cm ²]	4500 (±200)
μMörtel	0,2
μZuschlag	0,1

Tabelle 4.2:	Werkstoffgrößen der Komponenten
--------------	---------------------------------

Bild 4.5 zeigt den Vergleich zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnis bei einem Verhältnis der äußeren Lasten von $\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3 = -1/-0.1/-0.05$.



Bild 4.5: Versuchsergebnis im Vergleich zur Berechnung, äußeres Spannungsverhältnis $\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3 = -1/-0,1/-0,05$. Daten der Versuche entnommen aus /Mier84.2/

Die Dehnungen in der Hauptlastrichtung und in den weniger beanspruchten Achsen decken sich bis zu einem Niveau von ca. 120 % der einaxialen Druckfestigkeit gut. Bei höheren Lasten fallen die Modellverformungen zu gering aus, was auf den bereits oben erläuterten Effekt der Restfestigkeit zurückzuführen ist.

Den Vergleich für das Lastverhältnis $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3 = -1/-0.33/-0.05$ zeigt Bild 4.6.



Bild 4.6: Versuchsergebnis im Vergleich zur Berechnung, äußeres Spannungsverhältnis $\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3 = -1/-0.33 / -0.05$. Daten der Versuche entnommen aus /Mier84.2/

Auch bei diesem Verhältnis der äußeren Spannungen ist eine gute Übereinstimmung zwischen den vom Modell berechneten und den im Versuch gemessenen Verformungen festzustellen. Im oberen Lastbereich, bei dem sich im Versuch durch die starke Zunahme der Verformungen der Bruch ankündigt, ist wiederum die schon beschriebene Modellverhaltensweise erkennbar.

Es ist somit festzustellen, daß mit den oben beschriebenen Modellansätzen, auf der Basis der Komponenten, sowohl im biaxialen als auch im triaxialen Fall das Verhalten des Verbundwerkstoffs Beton unter Normaltemperatur realitätsnah erfaßt werden kann. Die generelle Richtigkeit der getroffenen Ansätze konnte somit gezeigt werden. Der weiteren Anwendung für mehraxiale Probleme unter Hochtemperaturbeanspruchung scheint nichts im Wege zu stehen.

141

4.4.2 Ein- und mehraxiale Hochtemperaturbeanspruchung, stationärer Fall

Den Mittelpunkt der nachfolgenden Betrachtungen bildet die Verifizierung der in Abschnitt 3 vorgestellten Modellansätze für den stationären Temperaturlastfall. Dazu wurde auf die bereits genannten Hochtemperaturversuche von Ehm und Thienel zurückgegriffen /Ehm86,Thi93.1,Thi93.2/. Neben dem äußeren Spannungsverhältnis wurde bei diesen u. a. das Temperaturniveau variiert.

Für alle Berechnungen wurde vorausgesetzt, daß die Temperatur im Versuchskörper - und somit auch im FE-Berechnungsmodell - gleichmäßig verteilt angenommen werden kann. Wegen der Temperaturhaltezeit vor Versuchsbeginn und aufgrund der Schlankheit der Versuchskörper, ist diese Annahme sicherlich gerechtfertigt.

Die Bilder 4.7 bis 4.9 zeigen Vergleiche von Versuchs- und Berechnungsergebnissen für verschiedene Verhältnisse der äußeren Spannung und für verschiedene Temperaturen. Zu sehen sind jeweils die lastabhängigen Dehnungen ε_1 , ε_2 und ε_3 in Abhängigkeit von den beiden genannten Variationsgrößen. Die lastabhängigen Dehnungen wurden in der Art ermittelt, daß von den berechneten Gesamtverformungen die vor der Lastaufbringung vorhandenen freien thermischen Dehnungen subtrahiert wurden. Den Berechnungen liegen die im Abschnitt 4.3 abgeschätzten Parameter zugrunde, wobei bei den höheren Temperaturen die Streuungswerte teilweise vergrößert wurden. Dort, wo auf Berechnungsergebnisse von Thienel zurückgegriffen werden konnte, sind diese zum Vergleich mit dargestellt.

Im Fall der Temperaturbeanspruchung ist es mit dem vorliegenden Modell nicht mehr möglich den rechnerischen Versagenszeitpunkt anhand der Iterationsanzahl der FE-Analyse zu definieren. Dies liegt daran, daß es schon in der Erwärmungsphase - die Temperatur wird im Modell schrittweise erhöht - infolge der thermischen Unverträglichkeit der Komponenten rechnerisch zu Plastifizierungen kommt. Für den Vergleich zwischen Modell und Versuch wurden die Rechenergebnisse daher bis zum Bruchzeitpunkt des Versuchs dargestellt, sofern nicht vorher ein Modellversagen vorlag.





Bild 4.7:Versuchsergebnisse im Vergleich zu Berechnungsergebnissen,
äußeres Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 0$.
Daten der Versuche bzw. Berechnungen entnommen aus
/Ehm86/ und /Thi93.1/

Beim Vergleich der eigenen Berechnungen mit den Versuchsergebnissen ist folgendes festzuhalten: Bei T = 300°C ist sowohl für die beiden Versuche als auch für die Berechnung eine gute Übereinstimmung im Verlauf der Verformungen zu erkennen. Im oberen Lastniveau wirkt sich dann, wie auch schon unter Normaltemperatur, der elastisch plastische Ansatz für das Werkstoffverhalten der Mörtelmatrix durch zu klein ausfallende Verformungen in den nicht beanspruchten Achsrichtungen aus.

Bei T = 450°C und T = 600°C fällt zunächst der Unterschied zwischen den Versuchsergebnissen ins Auge, der auf der Zugseite z. T. eine Größenordnung vom Faktor fünf erreicht. Wie bereits in Abschnitt 2 dargestellt, gewinnt bei diesen Temperaturen der unterschiedliche Verlauf in den thermischen Dehnungen von Zuschlag und Mörtel hinsichtlich der Strukturschädigungen zunehmend an Einfluß, was sich direkt auf das Verformungs- und Bruchverhalten auswirkt.

Hinzu kommt, daß die durch die Temperatur bewirkten Zersetzungsprozesse in der Zementsteinphase weiter vorangeschritten sind. Somit liegen hier Zustände vor, bei denen sich kleine Unterschiede, z. B. beim thermischen Dehnverhalten des Zuschlags oder in der Festigkeit der Mörtelmatrix, viel stärker auf das Ergebnis auswirken als noch im darunter liegenden Temperaturbereich. Insgesamt sind so die starken Streuungen erklärbar.

Diese Tatsache ist auch bei der Beurteilung der Verifizierungsberechnungen zu beachten. Man erkennt, daß die Verformungen auf der Lastseite bei den unteren Lastniveaus die realen Verhältnisse gut treffen. Im oberen Lastbereich verhält sich das Modell dann vergleichsweise steifer. Auf der Zugseite ergeben sich auch bei geringeren Lasten schon erkennbare Abweichung von den im Versuch gemessenen Dehnungen (vgl. auch Bilder 4.8 und 4.9).

Für den oberen Temperaturbereich ist somit festzustellen, daß dann, wenn die Strukturschädigung infolge der unterschiedlichen thermischen Dehnung von Zuschlag und Mörtel an Einfluß gewinnt, der elastisch plastische Ansatz auf das Ergebnis der Zugseite einen größeren Einfluß hat als bei niedrigeren Temperaturen.

Beim Vergleich zwischen den eigenen Berechnungsergebnissen und denen von Thienel zeigt sich, daß die von Thienel berechneten Verformungen in allen Achsrichtungen größer ausfallen als in den eigenen Berechnungen. In der Hauptlastrichtung werden dabei von Thienel zum Teil größere Verformungen als im Versuch berechnet. Auf Thienels Begründung zu diesem Effekt wurde schon im Abschnitt 2 eingegangen, weshalb hier keine weitere Erläuterung erfolgen soll.

Weitere Vergleiche bestätigen die bisher gemachten Aussagen. Bild 4.8 stellt Versuchs- und Berechnungsergebnisse für das Verhältnis der äußeren Spannung von $\kappa \approx \sigma_2 / \sigma_1 = 0.7$ für verschiedene Temperaturen gegenüber. Bild 4.9 behandelt das Verhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 10$, wobei hier lediglich der Vergleich zwischen Versuchsergebnissen von Ehm und Thienel und den eigenen Berechnungsergebnissen dargestellt ist.







Bild 4.9: Versuchsergebnisse im Vergleich zur Berechnung, äußeres Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 10$. Daten der Versuche entnommen aus /Ehm86/ und /Thi93.1/

Beim Vergleich zwischen den Versuchs- und den eigenen Berechnungsergebnissen fällt in beiden Bildern zunächst auf, daß die berechneten Werte nahe an den gemessenen liegen und zwar für unterschiedliche Spannungsverhältnisse und für unterschiedliche Temperaturen. Die beiden hier untersuchten Haupteinflußgrößen, das Verhältnis der äußeren Lasten und die Temperaturhöhe, werden somit durch die eigenen Ansätze gut erfaßt.

Wie schon im einaxialen Fall, ist auch im biaxialen bei einer Temperatur von 300° C eine spürbare Differenz zwischen Versuch und eigener Berechnung erst im höheren Lastniveau zu erkennen. Bei den Temperaturen T $\geq 450^{\circ}$ C sind die schon erläuterten Abweichnungen des eigenen Ansatzes auf der Zugseite wiederzufinden.

Beim Vergleich der Berechnungsergebnisse von Thienel mit den eigenen (Bild 4.8) sind prinzipiell dieselben Aussagen zu machen, wie schon im einaxialen Fall, der im Bild 4.7 gezeigt wurde. Im Hinblick auf die eigenen Modellansätze ist somit zusammenfassend festzustellen, daß das mehraxiale Verhalten eines brandbeanspruchten Normalbetons unter stationären Randbedingungen zufriedenstellend erfaßt wird. Die in Abschnitt 3 hergeleiteten Ansätze für die Hochtemperatureigenschaften der Komponenten, z. B. die thermische Dehnung oder die Festigkeitsentwicklung über der Temperatur, konnten somit bestätigt werden. Die Anwendung des Modells für triaxiale Beanspruchungsfälle wird verwendbare Ergebnisse liefern.

4.4.3 Ein- und mehraxiale Hochtemperaturbeanspruchung, instationärer Fall

Bei der Verifizierung der Ansätze für den instationären Fall wurde auf Versuchsund Berechnungsergebnisse von Thienel zurückgegriffen /Thi93.1,Thi93.2/. Dieser untersuchte, bei wechselndem Verhältnis der äußeren Spannungen, Vorlasten α von 30 %, 45 % oder 80 % der zum Spannungsverhältnis gehörenden Kaltfestigkeit ($\sigma_{i,u,20}$ •(κ)). Auch bei den hier durchgeführten Berechnungen wurde eine gleichmäßige Temperaturverteilung im Versuchskörper vorausgesetzt.

In den Bildern 4.10 bis 4.12 werden Versuchs- und Berechnungsergebnisse verglichen. Dargestellt sind jeweils die lastabhängigen Verformungsanteile ϵ_1 , ϵ_2 und ϵ_3 , die sich durch Abzug der thermischen Dehnung von der Gesamtverformung ergeben.

Bild 4.10 zeigt den Vergleich bei einem Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 0$ (einaxialer Fall) für Belastungsgrade von $\alpha = 30$ %, 45 % und 80 % der möglichen Kaltlast. Für den Ausnutzungsgrad von 45 % ist zusätzlich ein Berechnungsergebnis von Thienel dargestellt.

Der Vergleich zwischen den eigenen Berechnungsergebnissen und den Versuchen zeigt zunächst folgendes: Bei den unteren Ausnutzungsgraden ($\alpha = 0.3$; $\alpha = 0.45$) ist im gesamten betrachteten Temperaturbereich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnis zu erkennen. Bei einer Vorlast von 80 % der möglichen Kaltfestigkeit fallen die berechneten Ver-

formungen auf der Lastseite deutlich zu groß und in den lastfreien Richtungen deutlich zu klein aus.

Die Ursache hierfür ist aber nicht unbedingt in der Nachrechnung, respektive in den Modellansätzen zu sehen, sondern kann auch in der nicht ganz unproblematischen Auswertung der vorliegenden Versuchsergebnisse liegen. Bei dieser konnte lediglich auf die von Thienel als Mittelwerte für die jeweilige Betonmischung angegebenen thermischen Dehnungen zurückgegriffen werden und nicht auf Einzelergebnisse an den Versuchskörpern. Weicht nun das thermische Dehnverhalten eines Versuchskörpers stärker von den Mittelwerten ab, so werden die lastabhängigen Verformungsanteile (durch Abzug der thermischen Dehnung von der Gesamtverformung) nicht korrekt ermittelt.

In bezug auf den Ausnutzungsgrad $\alpha = 0,8$ liegt die Vermutung nahe, daß dieser Effekt die Ursache für die aufgetretenen Abweichungen ist, denn im Bild 4.10 ist auch zu erkennen, daß die lastabhängigen Verformungen, für $\alpha = 0.8$, im Verhältnis zu den unteren Laststufen stark unterproportional ausfallen. Es liegt daher die Vermutung nahe, daß die thermische Dehnung des Versuchskörpers über dem angegebenen Mittelwert lag. Aufgrund der vorliegenden Angaben kann aber hierzu keine nähere Aussage gemacht werden.

Thienels Berechnung zeigt im Vergleich zum Versuch ein etwas früheres Versagen und etwas größere Verformungen in der Hauptlastrichtung. Im Vergleich zum eigenen Modell ist, wie schon im stationären Fall, ein etwas weicheres Verhalten festzustellen, was sich in der Lastrichtung als etwas ungünstiger, dafür aber in der unbelasteten Achse als günstiger herausstellt.



Bild 4.10: Versuchsergebnisse im Vergleich zur Berechnung, äußeres Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 0$. Daten der Versuche bzw. der Berechnung entnommen aus /Thi93.1,Thi93.2/

Einen weiteren Vergleich zwischen Versuch und Berechnung, für ein äußeres Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 0,7$ und eine Vorlast $\alpha = 30$ % der zum Spannungsverhältnis gehörenden Kaltfestigkeit, zeigt Bild 4.11.

Für das eigene Modell ist zu erkennen, daß auch unter der biaxialen Last die Ergebnisse der Berechnung nahe an den im Versuch gemessenen Verformungen liegen. Größere Abweichungen fallen im oberen Temperaturbereich auf der unbelasteten Seite auf. Diese Abweichungen sind, wie schon im stationären Fall, durch den für die Mörtelmatrix getroffenen Werkstoffansatz begründbar. Sie sollten aber nicht überbewertet werden, denn wie die Eintragung weiterer Versuchsergebniswerte in Bild 4.11 zeigt, ist die Zugseite selbst starken Abweichungen unterworfen. Auch hier ist beim Vergleich der Berechnungsergebnisse festzustellen, daß die Zugseite besser von Thienels Ansätzen erfaßt wird. In den Lastrichtungen ist nahezu eine Übereinstimmung zwischen beiden Modellen zu erkennen.





Bild 4.12 stellt den Vergleich zwischen Berechnung und Versuch für das äußere Spannungsverhältnis $\kappa = \sigma_2 / \sigma_1 = 10$, bei einer Vorlast α von 30 % der möglichen Kaltlast, vor.

Die Berechnungen wurden in diesem Fall mit dem Ergebnis für die Betonmischung QB3 verglichen, da entsprechende Ergebnisse für die Mischung QB2 nicht zur Verfügung stehen.





Auch hier ergaben Versuch und Berechnung eine zufriedenstellende Deckung. Bei den höheren Temperaturen wird die Modellverformung auf der Lastseite etwas zu gering berechnet. Dies kann aber ggf. auf die geringfügig abweichende Betonzusammensetzung des QB3 im Vergleich zum QB2 zurückzuführen sein. Die Zugseite fällt, wie auch schon in den zuvor betrachteten Analysen, durch zu kleine Verformungen im oberen Temperaturbereich auf.

Im Hinblick auf das eigene Modell ist festzustellen, daß auch im instationären Beanspruchungsfall mit den in Abschnitt 3 getroffenen Ansätzen das mehraxiale Betonverhalten gut nachvollzogen werden konnte. Wie schon im stationären Beanspruchnungsfall, zeigen sich auch im instationären Abweichungen bei den Verformungen im oberen Temperaturbereich, die auf den elastisch plastischen Ansatz für die Mörtelmatrix zurückzuführen sind. Der weiteren Anwendung auf triaxiale instationäre Beanspruchungsfälle scheint nichts im Wege zu stehen.

4.4.4 Zusammenfassung

Die in diesem Abschnitt gezeigten Verifikationsberechnungen erfolgten auf der Basis vorliegender Versuche von Ehm, Thienel und van Mier, vgl. /Ehm86,Thi93.1,Thi93.2,Mier84.2,Mier87/. Außerdem wurden bei Temperaturbeanspruchung Berechnungsergebnisse von Thienel zum Vergleich herangezogen.

Nach der Bestimmung der Geometriedaten und der mengenmäßigen Anteile von Zuschlag- und Mörtelelementen, wurden die Berechnungsparameter der Komponenten, wie z. B. die E-Moduli, anhand einaxialer Versuche abgestimmt. Eine Festlegung auf der Basis von Einzeluntersuchungen war nicht möglich, da entsprechende Ergebnisse nicht vorliegen.

Mit den so gefundenen FE-Systemen wurden zunächst der bi- und triaxiale Fall unter Normaltemperatur untersucht. Hier zeigte sich, daß eine realitätsnahe Beschreibung des mehraxialen Betonverhaltens mit den Ansätzen auf der Basis der Komponenten möglich ist. Sowohl im biaxialen als auch im triaxialen Beanspruchungsfall wurde der für das Ergebnis maßgebende Einflußfaktor, das Spannungsverhältnis, richtig erfaßt.

Es zeigte sich aber auch, daß dort, wo es im realen Gefüge verstärkt zum Festigkeitsverlust durch Rissebildung kommt - bruchnaher Bereich - die Modellverformungen aufgrund des für den Mörtel angesetzten Werkstoffverhaltens systematisch zu gering abgeschätzt werden.

Im nächsten Schritt wurde der stationäre Hochtemperaturlastfall verifiziert. Neben dem äußeren Spannungsverhältnis wurde hier von Ehm und Thienel die Temperaturhöhe als Variationsparameter studiert.

Die Berechnungen ergaben bei Temperaturen bis 300°C bei allen Spannungsverhältnissen eine gute Übereinstimmung zum Versuchsergebnis. Wie unter Normaltemperatur wurde auch hier der Einfluß des Modellansatzes für die Mörtelmatrix bei real einsetzender Rissebildung deutlich. Im höheren Temperaturbereich zeigten sich Abweichungen auf der Zugseite auch schon im unteren Lastniveau. Der Ansatz der Mörtelzugfestigkeit wirkt sich hier deutlich stärker aus als bei niedrigeren Temperaturen. Es ist aber auch bei den Versuchsergebnissen eine merklich höhere Streuung festzustellen. Insgesamt konnte auch für den stationären Fall eine befriedigende Erfassung des mehraxialen Beanspruchungszustandes festgestellt werden.

Im Vergleich mit den Berechnungsergebnissen von Thienel zeigte sich, daß die im Versuch gemessenen Verformungen auf der Lastseite vom eigenen Modell etwas besser wiedergegeben werden, während die Verformungen in den unbelasteten Achsrichtungen von Thienels Modell besser beschrieben werden.

Im letzten Schritt stand der instationäre Hochtemperaturlastfall im Mittelpunkt. Die Verifizierungsberechnungen erfolgten hier anhand der Versuche von Thienel für unterschiedliche Spannungsverhältnisse und verschiedene Vorlasten. Auch hier konnte mit den Modellansätzen eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung erzielt werden, eine Auswirkung des Ansatzes der Mörtelzugfestigkeit wurde erkennbar.

In der Summe ergaben die Verifizierungsberechnungen, daß mit dem auf der Basis der Komponenten Zuschlag und Mörtelmatrix arbeitenden Modell der Einfluß mehraxialer Spannungszustände, sowohl unter Normaltemperatur als auch unter Hochtemperaturbeanspruchung, zufriedenstellend beschrieben werden kann.

5 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

5.1 Zusammenfassung

Die brandschutztechnischen Nachweise an Gesamttragwerken beruhen in den meisten Fällen auf dem Nachweis von Einzelbauteilen (Träger, Stütze, etc.), da für diese genaue Anforderungen in der DIN 4102 Teil 4 festgeschrieben sind.

Der Nachteil dieser Nachweismethode liegt nun aber darin, daß die Interaktion der einzelnen Bauteile im Gesamtsystem vernachlässigt wird. Zwangverformungen und die daraus entstehenden Zwangkräfte einerseits, aber auch die Ausnutzung von Systemreserven durch Umlagerungsmöglichkeiten andererseits, bleiben somit zumeist unberücksichtigt, was insgesamt unbefriedigend ist.

Da experimentelle Ergebnisse von Untersuchungen an brandbeanspruchten Gesamttragwerken nur in sehr geringer Zahl vorliegen, konnten hieraus noch keine klärenden Erkenntnisse der noch offenen Problempunkte abgeleitet und somit auch noch keine Bemessungsvorschläge angegeben werden.

Mit dem Bau der "Intelligenten Prüfmaschine" (IPM) am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, steht seit 1994 eine Versuchseinrichtung zur Verfügung, mit der künftig noch ungeklärte Fragestellungen hinsichtlich des Verhaltens lokal brandbeanspruchter Tragwerke geklärt werden sollen. Die Idee der IPM besteht darin, nur einen Teil des realen Gebäudes als Versuchskörper im Versuchsstand einzubauen und gleichzeitig das Gesamttragwerk mittels einer Finite-Elemente-Analyse zu simulieren.

Damit das FE-Programm, das derzeit im Hinblick auf die Tragwerksberechnung an 3D-Strukturen weiterentwickelt wird, reale Ergebnisse liefern kann, muß auch ein abgesichertes Werkstoffgesetz für den durch hohe Temperaturen und mehraxiale Belastung beanspruchten Beton bereitgestellt werden.

Entsprechende Kennlinien aus Versuchsergebnissen abzuleiten ist derzeit aber nicht möglich, da sich die experimentelle Seite bisher im wesentlichen mit der einaxialen und der biaxialen Situation befaßt hat. Ergebnisse triaxialer Hochtemperaturversuche an Beton liegen bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht vor.

Deshalb wurde in der vorliegenden Arbeit ein analytisches Werkstoffmodell auf der Basis der FE-Methode entwickelt, mit dem das Werkstoffverhalten eines quarzitischen Normalbetons unter einer Temperaturbeanspruchung beschrieben werden kann. Ausgehend vom natürlichen Brandgeschehen, interessieren besonders der Kurzzeitbereich und Temperaturen zwischen Normaltemperatur und ca. 800°C.

Das Werkstoffverhalten des Betons bei hohen Temperaturen ist generell dadurch gekennzeichnet, daß mit zunehmender Temperatur sowohl die Festigkeit als auch der Elastizitätsmodul abnehmen. Hierfür sind primär chemische und physikalische Prozesse verantwortlich, die bei der Erwärmung im Innern der Struktur ablaufen.

In der Zementsteinphase finden eine Reihe von Zersetzungsprozessen statt, wie beispielsweise der Zerfall des Portlandits. Die Normalzuschläge sind vom Festigkeitsverhalten her gesehen nahezu im gesamten betrachteten Temperaturbereich stabil. Bei ihnen fällt aber eine starke Dehnungszunahme infolge der Quarzinversion auf, die zur Schädigung des Verbundes zwischen Zuschlag und Mörtel und somit zu Festigkeitsverlusten des Betons führt.

In der Summe zeichnet sich ab, daß wesentliche festigkeitsmindernde Prozesse, die sich bei einer Hochtemperaturbeanspruchung von Beton abspielen, direkt dem Zuschlag bzw. der Mörtelphase zugeordnet werden können, während andere auf die Interaktion zwischen den beiden Partnern zurückzuführen sind.

Im vorliegenden Modellansatz wird der Verbundwerkstoff Beton deshalb als ein aus zwei Komponenten bestehendes System betrachtet, dem Zuschlag und der Mörtelmatrix. Die Mörtelmatrix wird als der aus dem Zement, dem Wasser und dem Feinanteil des Zuschlags ($\emptyset \le 4$ mm) zusammengesetzte Teil definiert.

Die Abbildung der heterogenen Werkstoffstruktur erfolgt durch ein aus kubischen Volumenelementen aufgebautes FE-Netz. Durch die Zuordnung unterschiedlicher Materialeigenschaften und durch die Beimischung zufälliger Anteile zu den Elementeigenschaften, wird den realen Verhältnissen Rechnung getragen.

Um auf der Basis der betrachteten Komponenten mehrdimensionale Analysen durchführen zu können, werden entsprechende Werkstoffbeschreibungen benötigt. Da diese für eine Beanspruchung durch hohe Temperaturen aber nicht zur Verfügung stehen, wird auf Näherungsansätze zurückgegriffen.

Für den Zuschlag wird im Modell näherungsweise ein lineares Werkstoffverhalten angenommen. Räumliche Beanspruchungszustände werden über einen verallgemeinerten Hooke'schen Ansatz erfaßt. Für den Mörtel wird eine elastisch plastische Näherung gewählt. Mehraxiale Versagenszustände werden anhand der von Mises-Hypothese erkannt. Dem Verbundverhalten zwischen beiden Komponenten wird über eine verminderte Zugfestigkeit der Mörtelmatrix Rechnung getragen.

Die Berücksichtigung des Temperatureinflusses gelingt durch die Definition temperaturabhängiger Werkstoffkenngrößen. Bei der Mörtelmatrix, die unter steigender Temperatur durch zunehmende Festigkeitsverluste bei wachsendem Verformungsvermögen gekennzeichnet ist, wird dabei zwischen stationären und instationären Randbedingungen unterschieden. Für die Zuschlagkomponente werden im betrachteten Temperaturbereich konstante Materialwerte angenommen. Die getroffenen Ansätze basieren auf vorliegenden Ergebnissen experimenteller Untersuchungen.

Neben den mechanischen Kenngrößen sind die thermischen Dehnungen der betrachteten Komponenten zu beschreiben. Dabei konnte auf vorliegende Versuchsergebnisse zurückgegriffen werden, denen ein allgemeingültiger Charakter unterstellt wurde.

Die Verifizierung des Modells erfolgte punktuell auf der Basis vorliegender triaxialer Versuche unter Normaltemperatur, sowie anhand vorliegender Untersuchungsergebnisse biaxialer Hochtemperaturversuche. Die Versuchskörper wurden im Modell durch Berechnungssysteme mit 256 bzw. 512 Elementen abgebildet, deren zu hohe Gesamtsteifgkeit - aufgrund der relativ groben Abbildung - durch entsprechende Ansätze kompensiert wurde. Zusammenfassend zeigten die Vergleiche eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuch. Im bruchnahen Bereich und in der freien Achse liefert die Analyse zum Teil zu geringe Verformungen, die auf den Werkstoffansatz für die Mörtelmatrix zurückzuführen sind. Die Einflüsse der Temperatur und die Einflüsse der verschiedenen äußeren Lastverhältnisse wurden insgesamt befriedigend erfaßt. In der Summe liegt ein Modell vor, mit dem das triaxiale Werkstoffverhalten von Beton unter hoher Temperatur abgeschätzt werden kann.

Abschließend soll noch auf einige Problempunkte eingegangen werden, die sich bei der Entwicklung des Modells herausgestellt haben und die bei der weiteren Verwendung beachtet werden müssen.

Die Werkstoffbeschreibung des Komponentenverhaltens fußt derzeit zum Teil auf Näherungsansätzen. Gemeint ist beispielsweise der Ansatz für die temperaturabhängige Zugfestigkeit der Mörtelmatrix im stationären Beanspruchungsfall. Zur Definition dieser Modelleingangsgröße wurde auf Ergebnisse von Versuchen zurückgegriffen, die nach dem Abkühlen des Versuchskörpers durchgeführt wurden. Als weiteres Beispiel ist der Ansatz für die Druckfestigkeit im instationären Beanspruchungsfall zu nennen. Bei diesem wurde vom Verhalten des Betons auf das Verhalten der Mörtelkomponente geschlossen.

Um hier, besonders im Hinblick auf eine Beanspruchung durch hohe Temperaturen, genauere Ansätze formulieren zu können, müssen weitere experimentelle Untersuchungen stattfinden. Für diese standen aber im hier bearbeiteten Vorhaben keine Mittel zur Verfügung.

Ebenso mußten die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Verifizierungsberechnungen auf der Basis abgeschätzer Komponentenparameter durchgeführt werden, da auch hier keine Ergebnisse entsprechender begleitender Einzeluntersuchungen zur Verfügung standen. Eine experimentelle Bestätigung der gewählten Parameter wäre wünschenswert.

5.2 Ausblick

Wie bereits angesprochen, soll das im Rahmen dieser Arbeit hergeleitete FE-Modell, für den mehraxial und durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton, im Zusammenhang mit der IPM zum Einsatz gelangen. Da nachfolgend sowohl von FE-Analysen am Werkstoff Beton als auch von FE-Analysen an Gesamttragwerken die Rede sein wird, wird das in dieser Arbeit bereitgestellte FE-Werkstoffmodell zur besseren Unterscheidung nachfolgend als Betonmodell bezeichnet.

Der Idealfall für die Anwendung des Betonmodells im Rahmen der IPM-Untersuchungen wäre, daß die während der rechnerischen Untersuchung eines Gesamttragwerks erforderlichen Aussagen zum Werkstoffverhalten des Betons unmittelbar durch eine Analyse mit dem Betonmodell gewonnen werden, also während des IPM-Brandversuchs. Aufgrund der Komplexität der Berechnung und der daraus resultierenden hohen Rechenzeit scheidet dieser Lösungsweg aber derzeit aus.

Um mit dem Betonmodell trotzdem zu verwertbaren Aussagen zu kommen, wird nachfolgend eine mögliche Vorgehensweise erläutert, die sich generell in zwei Schritte unterteilen läßt. Im ersten Schritt steht die Ermittlung von "Versuchsersatzwerten" im Mittelpunkt, der zweite Schritt befaßt sich mit der Aufbereitung dieser Werte für die weitere Verwendung bei der rechnerischen Analyse von Gesamttragwerken.

Wie in den vorhergehenden Abschnitten erläutert, können mit dem Betonmodell beliebige äußere Beanspruchungszustände bei beliebigen Temperaturen rechnerisch untersucht werden. Es sind somit auch Aussagen zu Situationen möglich, die experimentell noch nicht untersucht wurden.

Bevor jedoch solche Versuchsersatzwerte berechnet werden können, müssen Eingangsparameter für die FE-Analyse mit dem Betonmodell festgelegt werden. Dies betrifft einerseits die Werkstoffparameter der Komponenten und andererseits Faktoren wie z. B. die Sieblinie des zu untersuchenden Betons. Da die Versuchskörper für die experimentellen Untersuchungen mit der IPM gegenwärtig noch nicht hergestellt sind, können die für die Analyse am Betonmodell erforderlichen Kenngrößen der Komponenten derzeit auch noch nicht anhand von Untersuchungen an den verwendeten Materialien festgelegt werden. Hier müssen deshalb zunächst Abschätzungen erfolgen, wobei sich die im Abschnitt 4 beschriebene Vorgehensweise anbietet. Vor der Durchführung der experimentellen Untersuchungen mit der IPM sollte dann aber eine Kontrolle der Annahmen durch entsprechende Einzeluntersuchungen an den für die Versuchskörper verwendeten Materialien erfolgen.

Auch für die übrigen erforderlichen derzeit aber noch nicht festliegenden Berechnungseingangsgrößen des Betonmodells, z. B. die Volumenanteile von Zuschlag und Mörtelmatrix an der Gesamtmatrix des Betons, müssen zunächst Werte gewählt werden, die dann zu einem späteren Zeitpunkt - also bei der Herstellung der IPM-Versuchskörper - überprüft bzw. eingehalten werden müssen.

Sind alle Eingangsparameter für das Betonmodell festgelegt, kann mit der Ermittlung der Versuchsersatzwerte, also mit der rechnerischen Untersuchung am Beton, für verschiedene Verhältnisse äußerer Spannungen bei verschiedenen Temperaturen, begonnen werden.

Dabei kann nicht jedes beliebige Belastungsverhältnis bei jeder beliebigen Temperatur berechnet werden, da das Spektrum an möglichen Kombinationen zu groß ist. Es muß eine Begrenzung auf eine sinnvolle Anzahl von Berechnungen erfolgen.

Bei der Auswahl der rechnerisch zu untersuchenden Lastkombinationen sollten vorliegende Ergebnisse von mehraxialen Untersuchungen an Beton beachtet werden, auf die schon im Abschnitt 2 näher eingegangen wurde. Die biaxiale Druck-Druck-Situation unter Normaltemperatur kann demnach schon durch wenige Kombinationen von äußeren Spannungen recht genau abgeschätzt werden, z. B.: $\sigma_2/\sigma_1 = 0/-1$, $\sigma_2/\sigma_1 = -0,52/-1$ und $\sigma_2/\sigma_1 = -1/-1$. Im Hinblick auf eine Beanspruchung durch hohe Temperaturen ist beispielsweise vom biaxialen Druck-Druck-Lastfall bekannt, daß sich die Lage der maximal

aufnehmbaren Spannungskombination mit steigender Temperatur zu höheren Spannungsverhältnissen hin verschiebt.

Aber nicht nur die Festlegung der zu untersuchenden äußeren Spannungsverhältnisse, sondern auch die Auswahl der zu betrachtenden Temperaturen sollte unter Beachtung vorliegender Ergebnisse am Beton erfolgen. Hier ist es wichtig, daß interessante Temperaturbereiche, in denen es z. B. durch die Portlanditzersetzung zu stärkeren Festigkeitsverlusten des Betons kommt, enger abgedeckt werden. Bei der mechanischen Analyse unter einer Temperaturbeanspruchung ist eine genaue Aussage über den Versagenszeitpunkt mit dem Betonmodell derzeit nicht möglich, hier könnte das Festigkeitsmodell von Thienel verwendet werden.

Die unter Berücksichtigung der oben genannten Aspekte ausgewählten und durch Anwendung des Betonmodells berechneten Versuchsersatzwerte können als Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($\sigma_1/\sigma_{1,u,20^\circ} - \epsilon_{1,2,3}$ – Diagramm) in Abhängigkeit vom äußeren Spannungsverhältnis und von der Temperatur dargestellt werden. Bei den Verifizierungsberechnungen im Abschnitt 4 sind solche Bilder gezeigt.

Für die weitere Verwendung müssen die Versuchsersatzwerte noch aufbereitet werden. Dazu ist einerseits die mathematische Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und andererseits ihre Verknüpfung untereinander erforderlich.

Mit der mathematischen Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ist hier gemeint, daß für jedes äußere (Haupt-) Spannungsverhältnis die zugehörigen Dehnungen in den drei Achsrichtungen über Gleichungen angegeben werden, so daß bei einer inkrementellen Verwendung dieser Spannungs-Dehnungs-Beziehung, z. B. in einer weiterführenden FE-Analyse, die Angabe von Tangentenmoduli für jede Richtung möglich wird. Als beschreibende Funktionen bieten sich Polynome an, die bereichsweise zu definieren sind. Für den einaxialen Fall unter hohen Temperaturen, wurde diese Vorgehensweise z. B. schon von Richter verwirklicht. Bei der Verknüpfung der Versuchsersatzwerte untereinander, die der Erfassung nicht berechneter Beanspruchungszustände und Temperaturen dient, kann ebenso verfahren werden, wobei die zu wählende Funktion von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Ersatzwerte abhängt. Werden beispielsweise im biaxialen Druck-Druck-Beanspruchungsfall unter Normaltemperatur lediglich die o. g. Spannungsverhältnisse berechnet, so muß für die Verknüpfung ein Polynom höherer Ordnung gewählt werden. Wird aber eine größere Anzahl biaxialer Spannungsverhältnisse berechnet, kann ggf. schon eine lineare Interpolation zu einer Aussage führen.

Durch die Berechnung von Versuchsersatzwerten und durch die mathematische Beschreibung und Verknüpfung dieser Werte, liegt prinzipiell eine allgemeine Werkstoffbeschreibung für den mehraxial und durch hohe Temperaturen beanspruchten Beton vor. Diese kann nachfolgend für die theoretischen Untersuchungen im Zusammenhang mit der IPM genutzt werden.

Hierbei bieten sich generell verschiedene Möglichkeiten an, derzeit ist eine physikalisch nichtlineare elastische Lösung vorgesehen. Die FE-Berechnung erfolgt dabei in inkrementeller Form, der Gleichgewichtszustand wird iterativ unter Verwendung des Newton-Raphson-Verfahrens gefunden (vgl. Abschnitt 3).

Beim Aufstellen der aktuellen Steifigkeitsmatrix können dann, unter Beachtung des äußeren Lastverhältnisses und der Temperatur, aus der oben hergeleiteten Werkstoffbeschreibung die Tangentenmoduli und die Spannungen für jede Hauptrichtung bestimmt werden. Da die Querdehnung schon in den mathematisch beschriebenen Versuchsersatzwerten erfaßt ist, braucht hierzu keine weitere Überlegung angestellt zu werden.

Somit ist ein möglicher Weg beschrieben, wie das im Rahmen dieser Arbeit hergeleitete Betonmodell, im Zusammenhang mit theoretischen und experimentellen Untersuchungen mit der IPM, eingesetzt werden kann.

6 LITERATUR

Ahr88	Ahrens, H. Dinkler, D.	Finite-Elemente-Methoden. Teil I. Institut für Statik, Bericht Nr. 88-50, TU Braunschweig, 1988
Ahr90	Ahrens, H. Dinkler, D.	Finite-Elemente-Methoden. Teil II. Institut für Statik, Bericht Nr. 88-51, TU Braunschweig, 1990
Bat86	Bathe, KJ.	Finite-Elemente-Methode. Springer Verlag, 1986
Bec67	Becker, G.	Ein Beitrag zur Festigkeitslehre des Be- tons. In: Beiträge zum Massivbau (Festschrift zum 70. Geburtstag von A. Mehmel), Beton-Verlag, Düsseldorf, S. 123-134, 1967
Bie93	Bierwirth, H. Stöckl, S. Kupfer, H.	Dreiachsige Druckversuche an Mörtel- proben aus Lagerfugen von Mauerwerk. 28. Forschungskolloquium des DAfStb, S. 59-69, 1993
Bie95	Bierwirth, H. Stöckl, S. Kupfer, H.	Dreiachsige Druckversuche an Mörtel- proben aus Lagerfugen von Mauerwerk. Abschlußbericht zum DFG-Forschungs- vorhaben Ku 239/74-1 und 74-2, TU München, Sep. 1995
Bud85	Budnik, J.	Bruch- und Verformungsverhalten harz- modifizierter und faserverstärkter Betone bei einachsiger Zugbeanspruchung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1985
Buy71	Buyukozturk, O. Nilson, A. Slate, F.	Stress-Strain Response and Fracture of a Concrete Model in Biaxial Loading. ACI-Journal, Title No. 68-52, S. 590-599, August 1971
Card94.1	Diverse	First Cardington Conference. First Results from the Large Building Test Facility. Building Research Establishment, Gar- ston, Watford, Herts, England, Nov. 1994

Dor93	Dorn, Th.	Zur Berechnung des Tragverhaltens brandbeanspruchter Tragwerke in Ver- bundbauweise unter besonderer Be- rücksichtigung der Träger-Stützen- Anschlüsse. Dissertation, TU Braunschweig, 1993
Duda91	Duda, H.	Bruchmechanisches Verhalten von Be- ton unter monotoner und zyklischer Zug- beanspruchung. DAfStb, H. 419, Beuth-Verlag, 1991
Ehm86	Ehm, Ch.:	Versuche zur Festigkeit und Verformung von Beton unter zweiaxialer Beanspru- chung und hohen Temperaturen. Dissertation, TU Braunschweig, 1986
Eib 76	Eibl, J. Iványi, G.	Studie zum Trag- und Verformungsver- halten von Stahlbeton. DAfStb, Heft 260, Berlin, 1976
Eib83	Eibl, J Schieferstein, M.	Abschlußbericht zum Forschungsvorha- ben "Beton unter mehraxialem Span- nungszustand". Univ. Karlsruhe, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, 1983
End29	Endell, K.	Versuche über Längen und Gefügeände- rung von Betonzuschlagstoffen und Ze- mentmörteln unter Einwirkung von Tem- peraturen bis 1200°C. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlin, 1929
Fei71	Fein, H. D.	Spannungszustand in Modellbetonen bei mehrachsiger Druck- und zweiachsiger Druck-Zug-Beanspruchung. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1971
Fis70	Fischer, R.	Über das Verhalten von Zementmörtel und Beton bei höheren Temperaturen. DAfStb, Heft 214, Verlag Ernst, 1970
Gro87	Grossmann, F.	Spannungen und bruchmechanische Vorgänge im Normalbeton unter Zugbe- anspruchung. Dissertation, TU Braunschweig, 1987
Guo95	Guo, Z. Zhou, Y. Nechvatal, D.	Auswertung von Versuchen zur mehrachsigen Betonfestigkeit, die an der TU München durchgeführt wurden. In: DAfStb, Heft 447, S. 65-106, Beuth- Verlag, Berlin, 1995

Ham93	Hamme, U. Klingsch, W.	Tragverhalten von Stahlkonstruktionen während und nach einer Brand- beanspruchung. Stahlbau 62, Heft 5, S. 137-148, 1993
Han87	Han, D. J. Chen, W. F <i>.</i>	Constitutive Modeling in Analysis of Concrete Structures. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 113, No. 4, S. 577-593, 1987
Hass83	Hass, R.	Untersuchungen zum Brandverhalten von Stützen bei horizontaler Deckendila- tation. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1981-1983, Teil I, S. 43-80, TU Braunschweig, 1983
Hil95	Hilsdorf, K. H.	Beton. In: Betonkalender 1995, Teil1, S. 1-142, Verlag Ernst und Sohn, 1995
Hin87	Hinrichsmeyer, K.	Strukturorientierte Analyse und Modeli- beschreibung der thermischen Schädi- gung von Beton. Dissertation, TU Braunschweig, 1987
Hof80	Hoffend, F.	Brandversuche an Stahlrahmen. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1978-1980, Teil I, S. 61-78, TU Braunschweig, 1980
Hos88	Hosser, D. Kiel, M.	Zwischenbericht zum Forschungsvorha- ben "Schiefe Biegung mit Achsdruck". iBMB, TU Braunschweig, 1988
Hos93	Hosser, D. Ameler, J. Dorn, Th. Gensel, B.	Entwicklung einer "Intelligenten Prüfma- schine" zur Untersuchung von Ge- samttragwerken unter lokaler Brandbe- anspruchung. Zwischenbericht zur 2. Phase des For- schungsvorhabens, iBMB, TU Braunschweig, Juni 1993
Hos95	Hosser, D. Ameler, J. Dorn, Th. Gensel, B. Schlüter, HJ.	Entwicklung einer "Intelligenten Prüfma- schine" zur Untersuchung von Ge- samttragwerken unter lokaler Brandbe- anspruchung. Abschlußbericht zur 3. Phase des For- schungsvorhabens, iBMB, TU Braunschweig, Februar 1995

Jia91	Jiang Linhua, Huang Dahai, Xie Nianxiang	Behavior of Concrete under Triaxial Compressive-Compressive-Tensile Stresses. ACI Materials Journal, Technical Paper, S. 181-185, March/April 1991
Jun93	Junggunst, J.	Auswirkungen der Mikrostruktur auf die Eigenschaften des Betons. 28. Forschungskolloquium des DAfStb, S. 103-108, 1993
Kho85.1	Khoury, G. A. Grainger, B. N. Sullivan, P. J. E.	Strain of concrete during first heating to 600°C under load. Magazine of Concrete Resarch, Vol. 37, No. 133, S. 195-215, Dez. 1985
Kho85.2	Khoury, G. A. Grainger, B. N. Sullivan, P. J. E.	Transient thermal strain of concrete: lite- rature review, conditions within specimen and behaviour of individual costituents. Magazine of Concrete Research, Vol. 37, No. 132, S. 131-144, Sep. 1985
Kho86	Khoury, G. A. Dias, W. P. S. Sullivan, P. J. E.	Deformation of concrete and cement paste loaded at constant temperatures- from 140 to 724 °C. Materials and Structures, Vol. 19, No. 110, S. 97-104, 1986
Kie87	Kiel, M.	Nichtlineare Berechnung ebener Stahl- betonflächentragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung. Dissertation, TU Braunschweig, 1987
Kie90	Kiel, M.	Entwicklung einer "Intelligenten Prüfma- schine" zur Untersuchung von Ge- samttragwerken unter lokaler Brandbe- anspruchung. iBMB, TU Braunschweig, März 1990
KI180	Klingsch, W. Neves, I.	Zwängungen in Stahlrahmen-Systemen bei lokalen Bränden. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1978-1980, Teil I, S. 79-112, TU Braunschweig, 1980
Kor81	Kordina, K. Meyer-Ottens, C.	Beton-Brandschutz-Handbuch. Beton-Verlag, 1981
Kot79	Kotsovos, M. D. Newman, J. B.	A mathematical description of the defor- mational behaviour of concrete under complex loading. Magazine of Concrete Research, Vol. 31, No. 106, S. 77-90, 1979

Кир73	Kupfer, H.	Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter Berücksichtigung der zweiachsigen Be- anspruchung. DAfStb, Heft 229, Berlin 1973
Lad82	Lade, P. V.	Three-Parameter Failure Criterion for Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 108, No. EM5, S. 850-863, 1982
Lan95	Landro, H. Ulfsnes, M. K. Eberg, E. Holmas, T. Hekkelstrand, B. Amdahl, J.	Structural Fire Design: Development and Verification of an Integrated Tool for Analysing 3D Structures exposed to Thermal and Mechanical Load Effects. In: First European Symposium on Fire Safety Science, Abstracts, ETH Zürich, Institute for Structural Engineering, 1995
Lus72	Lusche, M.	Beitrag zum Bruchmechanismus von auf Druck beanspruchten Normal- und Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge. Beton-Verlag, H. 39, Düsseldorf, 1972
Man87	Mang, H. Eberhardsteiner, J. Meschke, G.	Triaxiales konstitutives Modellieren von Beton. Institut für Festigkeitslehre, TU Wien, Juni 1987
Mey90	Meyer, R.	Mehraxiales Werkstoffmodell für Beton mit einheitlichem Konzept im Vor- und Nachbruchbereich. Dissertation, TU Braunschweig, 1990
Mier84.1	van Mier, J. G. M.	Complete Stress-Strain Behavior and Damage Status of Concrete under Mul- tiaxial Conditions. RILEM-CEB-CNRS, Volum I, Toulouse, Mai 1984
Mier84.2	van Mier, J. G. M.	Strain-softening of concrete under mul- tiaxial loading conditions. Dissertation, Technische Hochschule Eindhoven, 1984
Mier87	van Mier, J. G. M. Reinhardt, H. W. van der Vlugt, B.	Ergebnisse dreiachsiger verformungs- gesteuerter Belastungsversuche an Be- ton. Bauingenieur 62, S. 353-361, Springer- Verlag, 1987

Nec82	Neck, U.	Baulicher Brandschutz mit Beton (3. Teil). Betonwerk + Fertigteil-Tehnik, Heft 10/82, S. 615-622, 1982
Obe90	Oberhagemann, K.	Vergleich verschiedener Modelle für die Bruchgrenzfläche des mehraxial belaste- ten Betons. Großer Entwurf, iBMB, TU Braun- schweig, 1990
Odl83	Odler, I. Maula, S. A.	Veränderung der Struktur und der Ei- genschaften des Zementsteins infolge Einwirkung erhöhter Temperatur. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1981-1983, Teil II, Teilprojekt B6, S. B6-1 bis B6-31, TU-Braunschweig, 1983
Ott77	Ottosen, N. S.	A failure criterion for concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM4, S. 527-535, 1977
Pod85	Podgórski, J.	General Failure Criterion for Isotropie Media. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), Vol. 111 No. 1, S. 188-201, 1985
Pro81	Probst, P.	Ein Beitrag zum Bruchmechanismus von zentrisch gedrücktem Mauerwerk. Dissertation, TU München, 1981
Rei65	Reimann, H.	Kritische Spannungszustände des Be- tons bei mehrachsiger, ruhender Kurz- zeitbelastung. DAfStb, Heft 175, Verlag Ernst, Berlin, 1965
Ric87	Richter, E.	Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spann- betonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Ma- terialgesetze. Dissertation,TU Braunschweig, 1987
RILEM84	Diverse	International Conference on Concrete under Multiaxial Conditions. RILEM-CEB-CNRS, Volum I und II Toulouse, Mai 1984

Rod91	Rode, U.	Ein Verfahren zur numerischen Simulati- on lastbedingter Gefügeänderungen im Baustoff Beton. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Januar 1991
Ros83	Rostásy, F. S.	Baustoffe. Verlag Kohlhammer, Stuttgart, 1983
Ros89	Rostasy, F. S. Diederichs, U. Thienel, KCh.	Zwischenbericht zum Forschungsvorha- ben "Festigkeit und Verformung von Beton unter biaxialer Beanspruchung bei hohen Temperaturen". iBMB, TU Braunschweig, 1989
Rud88	Rudolph, K.	Traglastberechnung zweiachsig biege- beanspruchter Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Dissertation, TU Braunschweig, 1988
Schi77	Schickert, G. Winkler, H.	Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung. DAfStb Heft 277, Verlag Ernst, Berlin, 1977
Schnei73	Schneider, U.	Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reak- tionen in Normalbetonen bei hohenTem- peraturen. Dissertation, TU Braunschweig, 1973
Schnei77.1	Schneider, U. Diederichs, U. Weiß, R.	Hochtemperaturverhalten von Festbeton. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1975-1977, Teil II, Teilprojekt B3, S. B3-1 bis B3-95, TU-Braunschweig, 1977
Schnei77.2	Schneider, U.	Festigkeit und Verformungsverhalten von Beton unter stationärer und instationärer Temperaturbeanspruchung. Die Bautechnik 4, S. 123- 133, 1977
Schnei79	Schneider, U.	Ein Beitrag zur Frage des Kriechens und der Relaxation von Beton unter hohen Temperaturen. Habilitationsschrift, TU-Braunschweig, 1979
Schnei80	Schneider, U. Diederichs, U. Rosenberger, W. Weiß, R.	Hochtemperaturverhalten von Festbeton. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1978-1980, Teil II, Teilprojekt B3, S. B3-1 bis B3-141, TU-Braunschweig, 1980

Schnei81	Schneider, U. Diederichs, U.	Physikalische Eigenschaften von Beton von 20°C bis zum Schmelzen. Betonwerk + Fertigteil-Technik, Heft 3, S. 141-149 und Heft 4, S. 223-230, 1981
Schnei82.1	Schneider, U.	Verhalten von Beton bei hohen Tempe- raturen. DAfStb, Heft 337, 1982
Schnei82.2	Schneider, U. Diederichs, U. Rosenberger, W.	Eigenschaften und Verwendung von Normalbeton mit Basalt-Zuschlag. Betonwerk + Fertigteil-Technik, Hefte: 11/82 (Teil 1), S. 659-662; 12/82 (Teil 2), S. 739-743; 01/83 (Teil 3), S. 35-40; 02/83 (Teil 4), S. 111-116
Schnei83	Schneider, U. Diederichs, U. Ehm, C. Hinrichsmeyer, K.	Hochtemperaturverhalten von Festbeton. In: Sonderforschungsbereich 148, Arbeitsbericht 1981-1983, Teil II, Teilprojekt B3, S. B3-1 bis B3-152, TU-Braunschweig, 1983
Schnei88	Schneider, U.	Concrete at High Temperatures - A Ge- neral Review. Fire Safety Journal 13, Elsevier Verlag, Niederlande, 1988
Schnei90	Schneider, U.	Mechanical Testing of Concrete at High Temeratures. Department of Civil Engeneering Uni- versity of Kassel, u. a., 1990
Schol89	Scholz, U.	Verhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung bei Kurzzeitbelastung. Dissertation, TU München, 1989
Schol95	Scholz, U. Nechvatal, D. Aschl, H. Linse, D. Stöckl, S. Grasser, E. Kupfer, H.	Versuche zum Verhalten von Beton un- ter dreiachsiger Kurzzeitbeanspruchung. In. DAfStb, Heft 447, S. 7 - 63, Beuth Verlag, Berlin 1995
Schor85	Schorn, H.	Inhomogenität und Streuung. In: Baustoffe '85, S. 195-202, Bauverlag, Wiesbaden, 1985
Schor88	Schorn, H.	Mikrorißakkumulation und Rißöffnungs- mechanismen im Beton. Stoffgesetze im konstruktiven Ingenieur- bau, Fachseminar der Deutschen For- schungsgemeinschaft, Mai 1988
Schor92	Schorn, H.	Einfluß der Adhäsion zwischen Bindemit- tel und Korn auf Festigkeit, Rißöffnungs- energie und lastabhängiges Verfor- mungsverhalten von Beton. Technologie und Anwendung der Bau- stoffe, Verlag Ernst, 1992
---------	---	---
See85	Seeberger, J. Kropp, J. Hilsdorf, H. K.	Festigkeitsverhalten und Strukturverän- derungen von Beton bei Temperaturbe- anspruchung bis 250 °C. DAfStb, Heft 360, 1985
Sikl88	Diverse	Stoffgesetze im konstruktiven Ingenieur- bau. Fachseminar der Deutschen For- schungsgemeinschaft, Mai 1988
Sta84	Stankowski, T. Gerstle, K. H.	Behaviour of Concrete under multiaxial load histories. In: RILEM, Vol. I, Kap. 4, S124-132, 1984
Sta85	Stankowski, T. Gerstle, K. H.	Simple formulation of concrete behaviour under multiaxial load histories. ACI Journal, Vol. 82, No.2, S. 213 - 221, 1985
Sta91	Stankowski, T. Sture, S. Willam, K. J. Runesson, K	Simulation of Failure Processes in Ce- mentitious Composites - Concrete. In: Fracture process in concrete, RILEM Proceedings 13, Vol. 1, S. 139-148, 1991
Ste96	Stempniewski, L. Eibl, J.	Finite Elemente im Stahlbeton. In: Betonkalender 1996, Teil 2, S. 577-647, Verlag Ernst und Sohn, 1996
StiHo	Verein Deutscher Eisenhüttenleute	Stahl im Hochbau. Verein Deutscher Eisenhüttenleute, Band I/Teil 2, 14. Auflage, Verlag Stah- leisen m. b. H., Düsseldorf
Sza77	Szabó, I.	Höhere Technische Mechanik. Springer-Verlag, 1977

Thi93.1	Thienel, KCh.	Betontechnologische und mechanische Einflüsse auf Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Belastung. Abschlußbericht zum Forschungsvorha- ben "Festigkeit und Verformung von Beton unter biaxialer Beanspruchung bei hohen Temperaturen", iBMB TU Braunschweig, 1993
Thi93.2	Thienel, KCh.	Festigkeit und Verformung von Beton bei hoher Temperatur und biaxialer Bela- stung-Versuche und Modellbildung. Dissertation, TU Braunschweig, 1993
Thi95	Thienel, K. C. Rostásy, F. S.	Strength of concrete subjected to high temperature and biaxial stress: Experi- ments and modelling. Materials and Structures 28, S. 575-581, 1995
Two89	Tworuschka, H.	Entwicklung eines Finite-Element Mo- dells des triaxial beanspruchten Betons auf der Basis der Komponenten Mörtel und Zuschlag. Diplomarbeit, iBMB, TU Braunschweig, 1989
Vog85	Vogel, U.	Calibrating Frames. Vergleichsberech- nungen an verschieblichen Rahmen. Stahlbau 10, S. 295-301, 1985
Wal81	Walter, R.	Partiell brandbeanspruchte Stahlbeton- decken - Brechnung des inneren Zwangs mit einem Scheibenmodell. Dissertation, TU Braunschweig, 1981
Wei61	Weigler, H. Becker, G.	Über das Bruch- und Verformungsverhal- ten von Beton bei mehrachsiger Bean- spruchung. Der Bauingenieur 36, Heft 10, S. 390-396, 1961
Wei64	Weigler, H. Fischer, R. Dettling, H.	Verhalten von Beton bei hohen Tempe- raturen. DAfStb, Heft 164, Verlag Ernst, 1964
Wei67	Weigler, H. Fischer, R.	Beton bei Temperaturen von 100-750°C. In: Beiträge zum Massivbau (Festschrift zum 70. Geburtstag von A. Mehmel), Beton-Verlag, Düsseldorf, S. 87-103, 1967

Wei89	Weigler, H. Sieghart, K.	Beton. Arten-Herstellung-Eigenschaften. Herausgegeben von Prof. DrIng. H. Kupfer, TU München, Verlag Ernst, 1989
Wes81	Wesche, K.:	Baustoffe für tragende Bauteile. Bauverlag, Wiesbaden, 1981
Wie88	Wiese, J.	Zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonplatten unter partieller Brandbeanspruchung. Dissertation, TU Braunschweig, 1988
Wil75	Willam, K. Warnke, E. P.	Constitutive Model for the Triaxial Beha- viour of Concrete. IABSE Proceedings, Vol. 19, 1975
Win84	Winselmann, D.	Stoffgesetze mit isotroper und kinemati- scher Verfestigung sowie deren Anwen- dung auf Sand. Dissertation, TU Braunschweig, 1984
Wis67	Wischers, G.	Aufnahme von Druckkräften in Normal- und Leichtbeton. Beton, Heft 5, S. 183-186, Mai 1967
Wis72	Wischers, G. Lusche, M.	Einfluß der inneren Spannungsverteilung auf das Tragverhalten von druckbean- spruchtem Normal- und Leichtbeton. Beton, Heft 8, S. 343-347, 1972 und Fortsetzung in Beton, Heft 9, S. 397-403, 1972
Wit74.1	Wittmann, F.	Bestimmung physikalischer Eigenschaf- ten des Zementsteins. DAfStb, Heft 232, Verlag Ernst, Berlin, 1974
Wit74.2	Wittmann, F. Zaitsev, J.	Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung und Dauerlast. DAfStb, Heft 232, Verlag Ernst, Berlin, 1974
Wit84	Wittmann, F. H. Roelfstra, P. E. Sadouki, H.	Simulation and Analysis of Composite Structures. Material Science and Engineering, 68, 1984-1985
Wit85	Wittmann, F. H.	Herstellen und Eigenschaften des nu- merischen Betons. In: Baustoffe '85, S. 251-255, Bauverlag, Wiesbaden, 1985

ZT84	Verein Deutscher	Zement Taschenbuch.
	Zementwerke	Bauverlag, Wiesbaden, 1984

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00061084

Schmidt Buchbinderei & Druckerei Hamburger Straße 267 · 38114 Braunschweig Telefon: 0531/ 33 75 89 Fax: 0531/ 34 44 49 e-mail: Schmidt.Druck.BS@t-online.de

Druck auf chlorfrei gebleichtem Papier