Nachname : …………………………… **Klausurnummer :** ……………………………

Vorname : …………………………… **Matrikelnummer :** ……………………………

Hinweise zur Klausur: **BPO2012?** ☐

Nachname, Vorname und Matrikelnummer in die vorgesehenen Felder eintragen. Bitte verwenden Sie **keinen** Bleistift, grünen oder roten Stift (Korrekturfarben!). **Jedes Blatt** mit Namen und Matrikelnummer versehen, Blätter **durchlaufend nummerieren** und **nur einseitig** beschreiben! Jede Aufgabe auf einem **neuen Blatt** beginnen. Die **Klausurnummer** bitte **merken** oder **notieren**!
Zulässige Hilfsmittel: Formelblatt des Instituts. Taschenrechner, nicht programmierbar.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	HÜ	Σ (60)
Punkte								

1. Aufgabe (14 Punkte)

Markieren Sie alle zutreffenden Aussagen bzw. notieren Sie die Antwort.

1. Ein Punkt bewege sich auf einer durch

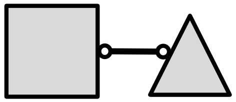
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\omega t \\ r\sin\omega t \\ \omega t \end{pmatrix}$$

   beschriebenen Bahn. Wie sieht diese Bahn aus?

2. Woran erkennen Sie, dass eine Kraft konservativ ist? Nennen Sie ein Beispiel für konservative Kräfte!

3. Beim Stoß mehrerer Massen gilt immer:
   - ☐ Der Gesamt-Impuls bleibt erhalten
   - ☐ Die Gesamt-Energie bleibt erhalten
   - ☐ Beim elastischen Stoß hat eine Masse nach dem Stoß die Geschwindigkeit Null
   - ☐ Beim plastischen Stoß hat eine Masse nach dem Stoß die Geschwindigkeit Null

4. Ein System besteht aus 2 starren Körpern, siehe Abb. rechts. Wie viele Freiheitsgrade hat es (in 3D)?

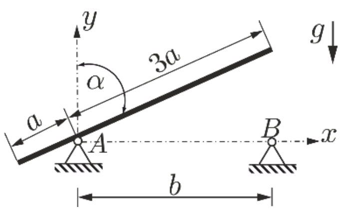


5. Für schwingfähige Systeme gilt
   - ☐ Die Amplitude bei freien Schwingungen kann nicht mit der Zeit zunehmen
   - ☐ Die Eigenfrequenz ist von der Dämpfung unabhängig
   - ☐ Erhöhung der Masse (Trägheit) senkt die Eigenfrequenz
   - ☐ Schwingungen sind immer harmonisch (sinusförmig)

6. Bezüglich Coulombscher Reibung gilt:
   - ☐ Der Haftreibkoeffizient ist kleiner als der Gleitreibkoeffizient
   - ☐ Der Gleitreibkoeffizient ist von der Andruckkraft abhängig
   - ☐ Der Gleitreibkoeffizient ist von der Geschwindigkeit abhängig
   - ☐ Die dissipierte Energie ist proportional zum Gleitweg
   - ☐ Die dissipierte Energie ist proportional zur Normalkraft

2. Aufgabe (9 Punkte)

Die skizzierte Schranke (schlanker, homogener Balken, Masse m, Länge $4a$) ist in A reibungsfrei drehbar gelagert. Aufgrund einer kleinen Störung fällt sie aus der vertikalen (instabilen) Gleichgewichtslage $\alpha = 0$ um und schlägt mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot\alpha_B$ auf das Lager B auf.



Bestimmen Sie

a) das Trägheitsmoment Θ_A der Schranke um den Punkt A,

b) die potentielle Energie der Schranke in Abhängigkeit von α,

c) die kinetische Energie der Schranke in Abhängigkeit von $\dot\alpha$,

d) die Winkelgeschwindigkeit $\dot\alpha$ als Funktion des Fallwinkels α und

e) die Winkelbeschleunigung $\ddot\alpha$ als Funktion des Fallwinkels α.

Gegeben: m, g, a, b.

3. Aufgabe (9 Punkte)

Die untere Abbildung zeigt einen masselosen, starren Balken der Länge ℓ mit einer Punktmasse m am freien Ende. Am Drehpunkt A ist eine nichtlineare Drehfeder mit der Federsteifigkeit $c_T(\varphi)$ angebracht. Zum Zeitpunkt t $= 0$ ist $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$, und die Feder ist entspannt. Für $t > 0$ wird der Stab mit Hilfe eines konstanten Momentes M_0 um den Punkt A gedreht.

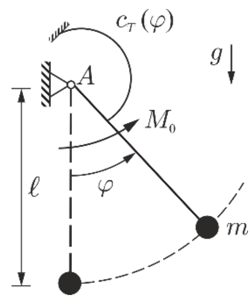
a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

b) Berechnen Sie unter Annahme der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{\varphi} = \alpha - \beta\varphi^2 - \gamma \sin\varphi,$$

die Geschwindigkeit $v(\varphi)$ der Masse m für $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

Hinweis: Lsg. der DGL mit Trennung der Variablen $\ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}$.

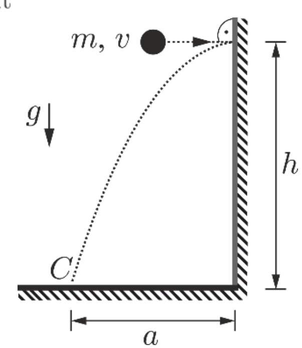


Gegeben: ℓ, m, φ, g, $c_T(\varphi) = c_0\varphi$, α, β, γ.

4. Aufgabe (7 Punkte)

Eine Punktmasse m trifft mit der Geschwindigkeit v senkrecht auf eine Wand, prallt dort ab und landet auf dem Boden.

Bestimmen Sie die Stoßzahl e so, dass die Punktmasse im Punkt C landet.



Gegeben: m, $g = 10\frac{m}{s^2}$, $v = 4\frac{m}{s}$, $h = 5$m, $a = 0,6$m

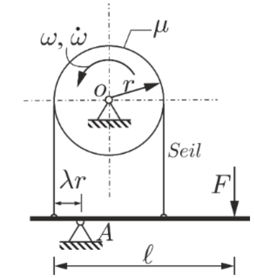
5. Aufgabe (11 Punkte)

Mit einer Bandbremse wird eine rotierende Scheibe (Radius r, Trägheitsmoment Θ, Anfangsgeschwindigkeit ω_0) bis zum Stillstand gebremst.

Bestimmen Sie

a) die Seilkräfte S_1 und S_2 sowie die Bewegungsgleichung des Systems in ω,

b) für $\lambda = \frac{1}{2}$ die Geschwindigkeit ω und die Zeit T bis zum Stillstand.



Gegeben: ℓ, r, Θ, ω_0, μ, F.

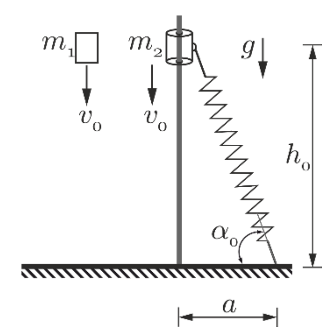
Hinweis: Für Seilreibung gilt für die Seilkräfte S_1, S_2 der Zusammenhang $S_2 = S_1 e^{\mu\alpha}$, mit $\alpha = \pi$, wobei S_2 die Kraft ist, die entgegen der Bewegungsrichtung der Rolle wirkt.

6. Aufgabe (8 Punkte)

Eine Hülse der Masse m_1 gleitet reibungsfrei auf einer vertikalen Stange und ist mit einer Feder der Federsteifigkeit c und ungespannter Länge $\ell = 3a/2$ verbunden. Zum Zeitpunkt t_0 hat sie die Geschwindigkeit v_0, der Winkel zwischen Feder und horizontaler Ebene ist α_0. Ein zweiter Körper der Masse m_2 wird zum gleichen Zeitpunkt mit gleicher Geschwindigkeit v_0 aus der gleichen Höhe h_0 nach unten geworfen.

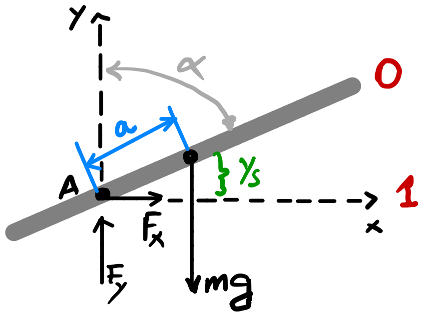
a) Berechnen Sie die Höhe h_0 beider Massen sowie die Federlänge ℓ_0 zum Zeitpunkt t_0.

b) Mit welcher Geschwindigkeiten treffen die Massen am Boden auf?



Gegeben: m_1, m_2, v_0, $\alpha_0 = 60°$, a, g.

2.) $\Theta_A = \frac{7}{3} m a^2$



b) $E_p = mg \underbrace{a\cos\alpha}_{y_s}$

c) $E_K = \frac{1}{2}\Theta\dot{\alpha}^2$

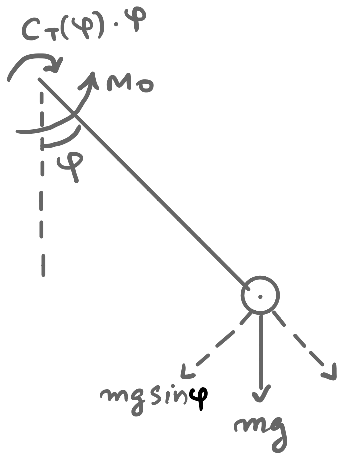
d) Energiesatz (0 – 1)

$$\dot{\varphi} = \frac{6g}{7a}(1-\cos\alpha)$$

e) Momentensatz (um A)

$$\ddot{\alpha} = \frac{3g}{7a}\sin\alpha$$

3.) Momentensatz



$$\Theta\ddot{\varphi} = M_0 - C_T(\varphi)\,\varphi - mg\sin\varphi . l$$

b) $\ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi}\dot{\varphi}$

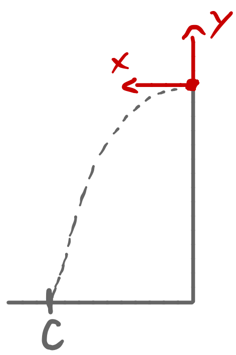
Int. $\Rightarrow$

$$\dot{\varphi}^2 = 2\alpha\varphi - \frac{2}{3}\beta\varphi^3 + 2\gamma\cos\varphi - 2\gamma$$

(mit Anfangsbed. $\dot{\varphi}(\varphi=0)=0$

& $v = \dot{\varphi} l$

4.) $\ddot{x} = 0$ $\quad$ $\ddot{y} = -g$



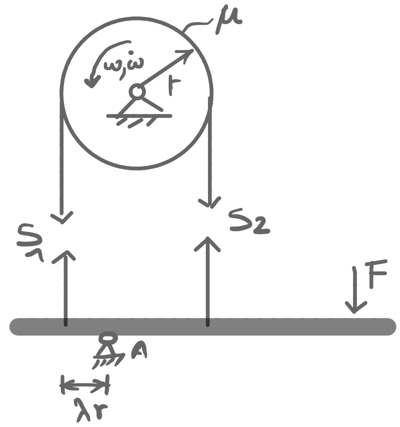
mit Bedingungen
$\dot{x}(t=0) = \bar{v}$
$x(t=0) = 0$
$\dot{y}(t=0) = 0$
$y(t=0) = 0$

im Punkt C $y(t=T) = -h \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1\,s$

& $x(t=T) = a \Rightarrow a = \bar{v}\,T$
$= e v\,(1s)$

$\Rightarrow e = \frac{a}{v} = 0{,}15$

5.) Momentensatz (Scheibe)



$$\Theta \dot{\omega} = r(S_1 - S_2) \quad \text{———} \; (i)$$

Gegeben $S_2 = S_1 \, e^{\mu\pi}$ ——— (ii)

Stange $\Sigma M^{(A)} = 0$

$$\Rightarrow \quad S_1 = \frac{F(\ell - \lambda r)}{r(\lambda - e^{\mu\pi}(2-\lambda))}$$

S_1 in (ii) $\rightsquigarrow$ S_2

S_1 & S_2 in (i) $\Rightarrow$

$$\dot{\omega} = \frac{F(\ell - \lambda r)}{\Theta} \; \frac{e^{\mu\pi} - 1}{\lambda - e^{\mu\pi}(2-\lambda)} =: k \quad (\text{konst.})$$

Int. mit Anfangsbed. $\omega(t=0) = \omega_0$

$$\omega = k t + \omega_0$$

T mit $\omega = 0$ (zum Stillstand)

6.) Ungesp. Länge $\ell = \frac{3}{2} a$

zum Zeitpunkt $t = t_0$;

$\alpha_0 = 60°$; Geschw. $= v_0$

Länge $= \ell_0$; Höhe $= h_0$

$\cos\alpha_0 = \frac{a}{\ell} \Rightarrow \ell_0 = 2a$

$\sin\alpha_0 \Rightarrow h_0 = a\sqrt{3}$

Energiesatz von h_0 auf Boden

Masse m_1 $\quad v_1^2 = 2ga\sqrt{3} + v_0^2$

Masse m_2 $\quad v_2^2 = 2ga\sqrt{3} + v_0^2$