1. Trag- und Fachwerke

1.1 Gleichgewichtbedingungen

$\sum \mathbf{F}_i = 0, \qquad \sum \mathbf{M}_i^{(A)} = 0$

3D:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} &= 0 \; ; & \sum M_{ix}^{(A)} &= 0; \\ \sum F_{iy} &= 0 \; ; & \sum M_{iy}^{(A)} &= 0; \\ \sum F_{iz} &= 0 \; ; & \sum M_{iz}^{(A)} &= 0; \end{aligned}$$

2D:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} &= 0 \; ; \\ \sum F_{iy} &= 0 \; ; \\ \sum M_i^{(A)} &= 0 \; . \end{aligned}$$

1.2 Notwendige Bedingungen für die statische Bestimmtheit

Räumliche Tragwerke:	$f = 6n - r - v = 0$	n Teilsysteme,
Ebene Tragwerke:	$f = 3n - r - v = 0$	r Lagerreaktionen,
Räumliche Fachwerke:	$f = 3k - r - s = 0$	v Gelenkreaktionen,
Ebene Fachwerke:	$f = 2k - r - s = 0$	k Knoten, und s Stäbe.

2. Schwerpunkt

- Schwerpunkt einer Gruppe paralleler Kräfte:
  - Einzelkräfte F_i: $x_s = \dfrac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}$
  - Linienlasten $q(x)$: $x_s = \dfrac{\int x\,q(x)\,dx}{\int q(x)\,dx}$
- Massenmittelpunkt $\quad (dm = \rho\, dV;\, m = \int dm = \int \rho\, dV)$:

$$x_s = \frac{1}{m}\int_m x\,dm; \qquad y_s = \frac{1}{m}\int_m y\,dm; \qquad z_s = \frac{1}{m}\int_m z\,dm$$

- Volumenmittelpunkt (homogener Körper: ρ = konstant):

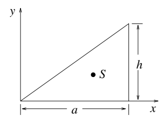
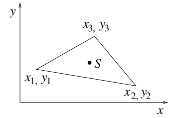
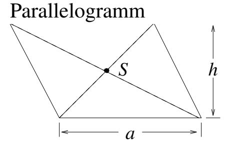
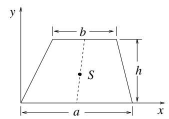
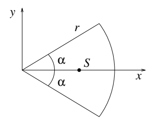
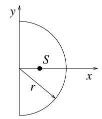
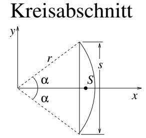
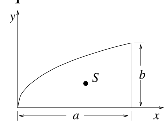
$$x_s = \frac{1}{V}\int_V x\,dV; \qquad y_s = \frac{1}{V}\int_V y\,dV; \qquad z_s = \frac{1}{V}\int_V z\,dV$$

- Flächenschwerpunkt (konstante Dicke)

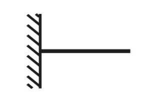
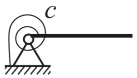
$$x_s = \frac{1}{A}\int_A x dA = \frac{S_y}{A}; \qquad y_s = \frac{1}{A}\int_A y dA = \frac{S_x}{A}$$

mit $S_y = \int_A x dA, \qquad S_x = \int_A y dA,$ S: Statisches Moment

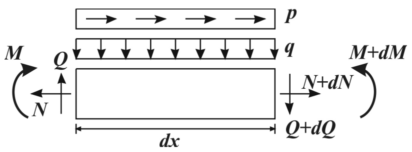
- Gesamtschwerpunkt (zusammengesetzte Teilflächen): $x_s = \dfrac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \qquad y_s = \dfrac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$

Fläche	Flächeninhalt	Lage des Schwerpunktes
rechtwinkliges Dreieck 	$A = \frac{1}{2}ah$	$x_S = \frac{2}{3}a, \quad y_S = \frac{h}{3}$
beliebiges Dreieck 	$A = \frac{1}{2}\Big[(x_2-x_1)(y_3-y_1) - (x_3-x_1)(y_2-y_1)\Big]$	S liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden $x_S = \frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3)$ $y_S = \frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3)$
Parallelogramm 	$A = ah$	S liegt im Schnittpunkt der Diagonalen
Trapez 	$A = \frac{h}{2}(a+b)$	S liegt auf der Seitenhalbie-renden $y_S = \frac{h}{3}\frac{a+2b}{a+b}$
Kreisausschnitt 	$A = \alpha r^2$	$x_S = \frac{2}{3}r\frac{\sin\alpha}{\alpha}$
Halbkreis 	$A = \frac{\pi}{2}r^2$	$x_S = \frac{4r}{3\pi}$
Kreisabschnitt 	$A = \frac{1}{2}r^2(2\alpha - \sin 2\alpha)$	$x_S = \frac{s^3}{12A} = \frac{4}{3}r\frac{\sin^3\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$
quadratische Parabel 	$A = \frac{2}{3}ab$	$x_S = \frac{3}{5}a$ $y_S = \frac{3}{8}b$

3. Auflager

	$\mathbf{u}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{w}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\varphi(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{u}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{w}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{M}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{N}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{w}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{M}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{N}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{Q}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{M}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{N}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{w}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\varphi(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{u}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\varphi(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{Q}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$
	$\mathbf{u}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{w}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{M}(\mathbf{x}=\mathbf{0}) = \mathbf{c}\cdot\varphi$

4. Schnittgrößen



$$\frac{dN}{dx} = N' = -p; \qquad N: \text{Normalkraft}$$
$$\frac{dQ}{dx} = Q' = -q; \qquad Q: \text{Querkraft}$$
$$\frac{dM}{dx} = M' = Q; \qquad M: \text{Biegemoment}$$

q: Streckenlast in Querrichtung

p: Streckenlast in Längsrichtung

– Randbedingungen: siehe Tabelle Auflager.