

Name:

Matr. Nr. :

- 1) Berechnen sie die folgenden Ausdrücke, und geben sie das Ergebnis in der Form  $a + b \cdot i$  an.

a)  $(2 + 2 \cdot i) - (-5 - 3 \cdot i)$       b)  $/4 - 3 \cdot i/$       c)  $(i - 1)/(i + 1)$       d)  $(i + 1)^{20}$

- 2) Lösen sie die folgenden Ungleichungen für  $x \in \mathbf{R}$ .

a)  $(x^2 + 1)^{-1} \geq 1$       b)  $|x| \cdot x > (1 - x)^2$       c)  $\sin^2 x < |x - 1| - \cos^2 x$

- 3) Zeichnen sie folgende Funktionen in ein kartesisches Koordinatensystem. Verwenden sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.

a)  $y(x) = |x|$       b)  $y(x) = \pm \sqrt{x}$       c)  $y(x) = \tan x$   
 d)  $y(x) = e^x$       e)  $y(x) = x^{-1}$       f)  $[y(x)]^2 + x^2 = 4$

- 4) Bestimmen sie, wenn möglich, die Grenzwerte der u.a. Zahlenfolgen.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{1 + n}$       b)  $\lim_{m \rightarrow \infty} \sqrt[4]{\frac{m^5 + 3 \cdot m^4 + 2 \cdot m^2 - 1}{16 \cdot m^5 - 12 \cdot m^3 + m}}$       c)  $\lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{+\sqrt{\ell} - \sqrt[3]{\ell}}{\ell + \sin \ell}$

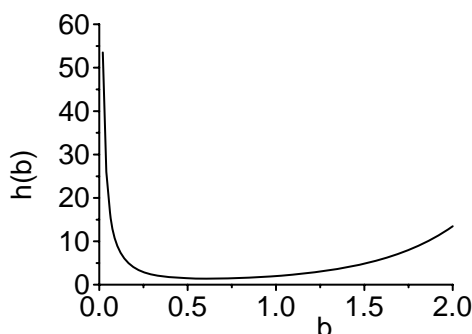
- 5) Für welche Werte von  $x \in \mathbf{R}$  konvergieren die folgenden unendlichen Reihen?

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n}$       b)  $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$       c)  $\sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^\ell \frac{x^{2\ell}}{(2\ell)!}$

6.) Für die Funktion  $y = x^x = e^{x \ln x}$  ( $x > 0$ ) ist eine Kurvendiskussion durchzuführen. Man bilde dazu die ersten beiden Ableitungen und untersuche die Funktion auf das Vorhandensein von Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen. Wie verläuft die Funktion für  $x \rightarrow \infty$ ? Man untersuche auch das Verhalten der Funktion für  $x \rightarrow 0$  (Grenzwertbildung!). Man fertige eine Skizze der Funktion an.

Hinweis: Bei der Untersuchung der Funktion auf Wendestellen kann folgende Graphik, in

der die Funktion  $h(b) = b^b \left( \frac{1}{b} + 1 + 2 \ln b + (\ln b)^2 \right)$  ( $b > 0$ ) dargestellt ist, helfen.



7.) Man entwickle die Funktion  $f(x) = \sin x \cos x$  in eine Taylor-Reihe um  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ . Die Entwicklung soll bis zum Glied mit  $(x - x_0)^3$  gehen.

8.) Man berechne die folgenden Integrale:

a)  $\int \frac{x}{(\cos x)^2} dx$

b)  $\int_9^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

c)  $\int \frac{2x^2 + 3x + 2}{x^3 + x} dx$

9.) Man bilde die Ableitung der folgenden Funktionen  $y = f(x)$  mittels geeigneter Methoden.

a)  $F(x, y(x)) = \sin(xy) + e^{xy} = 0$

b)  $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+u^4} du$

10.) Man berechne den Flächeninhalt des auf der Ebene  $z=0$  durch die Kurven  $x = y^2$  und  $x = 3 - 2y^2$  begrenzten Bereiches.