

**Vordiplomsklausur im Fach „Mathematische Methoden“ für Biotechnologen,
29.10.2005**

- 1) Bestimmen sie die Funktion $f(x)$, deren Steigung in jedem Punkt der Kehrwert ihres Funktionswertes ist und die zudem durch den Punkt $P_1(3,-3)$ verläuft! Wie groß ist die Steigung in diesem Punkt P_1 ?

- 2) Lösen sie folgendes Gleichungssystem

$$2x - 2y = \frac{4}{z} - 2$$

$$x + y = \frac{1}{z}(z + 2)$$

$$z \cdot (3x - y) = 8$$

- 3) Bestimmen sie die Divergenz und die Rotation des Vektorfeldes $\vec{p}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ -z \cdot (2x + 2y) \end{pmatrix}$ im Punkt $P_1(1,1,1)$.

- 4) Eine Fußballmannschaft gewinnt ihre Spiele mit einer Wahrscheinlichkeit von 60%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft

- a) genau 3 Spiele von 4 Spielen gewinnt,
- b) genau 4 Spiele von 4 Spielen verliert?

- 5) Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} i & i \\ i & i \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sowie der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen sie, sofern definiert:

a) $A+B$, $\vec{a} - A$, $B \cdot 5$, $\vec{a}A$, A/B , AB , BA , B^T , A^+ , \vec{a}^2 , B^2 , A^{-1} , B^{-1} , $\frac{A}{1-i}$.

b) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix A .

c) Untersuchen sie, ob die Matrix A unitär und die Matrix B orthogonal ist.

d) Wie lauten die Komponenten des Vektors \vec{a} in einem um 45° im Uhrzeigersinn gedrehten Koordinatensystem? Welche Länge besitzt der Vektor \vec{a} in diesem gedrehten Koordinatensystem?

- 6) Lösen Sie die folgenden Ungleichungen für $x \in \mathbb{R}$.

a) $|x| \cdot x \geq x^2 + 1$, b) $|x+1| < |x-1|$, c) $|1-x| < x \cdot \int_0^\infty u \cdot \exp(-u) du$.

- 7) a) Welche Fläche wird von der Funktion $y^2 + x^2 = a^2$, der x - sowie der y - Achse im dritten Quadranten eingeschlossen?

b) Welche Fläche wird von den Funktionen $g(x) = \sinh(x)$ und $h(x) = \cosh(x)$ im ersten Quadranten eingeschlossen?