

Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 1“ (WS 2009/10), 08.03.2010

- Bestimmen Sie die Lösung $c(t)$ der Differentialgleichung (DGL) $\frac{dc(t)}{dt} = -k \cdot c(t)^2$ so, dass $c(t=0) = c_0$. Bestimmen Sie die Ordnung der DGL. Ist sie linear oder nicht-linear, gewöhnlich oder partiell? Skizzieren Sie die Lösungsfunktion im Bereich $t \geq 0$ für $k > 0$.
- Überprüfen Sie folgende Kurvenintegrale auf Wegabhängigkeit.
a) $\int_C (3 \cdot x dx + 4 \cdot y dy)$ b) $\int_C (\sin(y) dx + x \cdot \cos(y) dy)$ c) $\int_C \left(\left(\frac{1}{y} - \frac{z}{x^2} \right) dx - \frac{x}{y^2} dy - \frac{1}{x} dz \right)$
- Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.
a) $\int \varepsilon^2 \cdot \sin(x) d\varepsilon$ b) $\int_0^1 \frac{u}{u^2 + 1} du$ c) $\int_0^\infty e^{-x} dx$ d) $\frac{d}{dy} \int_0^\pi \left(y + \frac{1}{1 + \sin x} \right) dx$
- Gegeben sei die Funktion $y(x) = (e^x - 1)^2$, $x \in \mathbb{R}$.
a) Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen der Funktion.
b) Bestimmen Sie Punkte mit waagerechten Tangenten.
c) Bestimmen Sie eventuell auftretende Wendepunkte der Funktion.
d) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$.
e) Skizzieren Sie die Funktion.
f) Bestimmen Sie die Fläche, die zwischen Funktion und x-Achse im Bereich zwischen $x=0$ und $x=1$ eingeschlossen wird.
g) Bestimmen Sie den Bereich, in dem die Steigung der Funktion $y(x)$ größer ist als $\frac{3}{2}$.
h) Geben Sie die ersten zwei nichtverschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$ der Funktion $y(x)$ um die Entwicklungsstelle $x_0=0$ an.
- Berechnen Sie die erste Ableitung $y'(x)$ der folgenden Funktionen $y=y(x)$.
a) $y(x) = \frac{x}{1-x}$ b) $y(x) = k \cdot \exp\left(-\frac{A}{B \cdot x}\right)$ c) $y(x) = \tan(x)$
d) $x - y = \ln(y) \cdot \ln(x)$ e) $y(t) = \cos t$ und $x(t) = t \cdot \sin t$.
- Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $x = 12 + 5i$ und $y = 2 - 2i$. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke und geben Sie das Ergebnis in der Form $a + b \cdot i$ an.
a) $3 \cdot x + 2 \cdot y$ b) $x \cdot y$ c) $\frac{x}{y}$ d) $|x| + |y|$ e) $x^* - y^*$ f) Hauptwert von $\ln y$
- Skizzieren Sie die folgenden Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. Benutzen Sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem. Achten Sie auf Ihre Achsenbeschriftungen!
a) $y(x) = x^3$ b) $u(\Omega) = \sin(\Omega)$ c) $w(z) = \cosh(z)$ d) $L(\gamma) = \ln(\gamma)$
e) $f(x) = \exp(-x^2)$