

- 1) Gegeben sei die Funktion $y = f(x)$.
 - (a) Geben Sie die Grenzwertdefinition für $y' = f'(x)$ an.
 - (b) Geben Sie die Grenzwertdefinition für $\int_a^b f(x)dx$ an.

- 2) Bestimmen Sie die ersten **vier** nicht verschwindenden Glieder der Taylor-Reihenentwicklung der Funktion $f(x) = \sqrt{x+1}$ an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$. Berechnen Sie mit den ersten **drei** Gliedern einen Näherungswert für $\sqrt{0.81}$. Wie groß ist die Abweichung zum exakten Wert?

- 3) Gegeben sei die Funktion $U(x, y) = x \cdot \sin(y)$.
 - (a) Für welche Werte von $y \in \mathbb{R}$ gilt $U(1, y) = 0$? Für welche Werte von $x \in \mathbb{R}$ gilt $U(x, \pi) = 0$?
 - (b) Bestimmen sie das totale Differential $dU(x, y)$.
 - (c) Berechnen sie den Ausdruck $\int_0^{\pi} \int_{-1}^1 U(x, y) dx dy$ und überprüfen Sie, ob der *Satz von Fubini* gilt.
 - (d) Zeigen Sie, dass die Funktion $U(x, y)$ die Differentialgleichung
$$x \cdot \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} = 0$$
 erfüllt.

- 4) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

(a) $\int \cos\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) d\alpha$

(b) $\int_{-\infty}^0 e^y dy$

(c) $\int_{-3}^3 \sin(\gamma) \cdot \cos(\gamma) d\gamma$

(d) $\lim_{\Lambda \rightarrow 0} \frac{\Lambda}{\cos(\Lambda)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow y} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y}$

- 5) Für die zwei komplexen Zahlen $x = -i + 1$ und $y = 3 \cdot i + 4$ bestimme man:

(a) $3 \cdot x$

(b) $x \cdot y$

(c) $(x + y)^2$

(d) $(x + 2 \cdot i) / (y - 3 \cdot i)$

(e) $|x| / |y|$

(f) $\sqrt[3]{x + i}$

Geben Sie die Resultate der Aufgaben (a) – (f) in der Form $a + b \cdot i$ an.

- 6) Man bestimme die Unbekannte x in folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen:

(a) $|x - 1| \leq x$

(b) $|x^2 + 1| > 2$

(c) $|x - 2| = x - 2$

(d) $\int_0^x \sqrt{t} dt > 1$

(e) $\sum_{m=0}^1 \sum_{n=-1}^0 m! = \sum_{j=0}^3 j \cdot x$

- 7) Skizzieren Sie folgende Funktionen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem. Verwenden Sie der Übersichtlichkeit halber für jede Funktion ein eigenes Koordinatensystem.

(a) $y(x) = |-x|$

(b) $y(x) = e^x$

(c) $y(x) = -x^3$

(d) $y(x) = \frac{1}{x}$

(e) $y(x) = \ln(x)$

(f) $y(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x)$