

Name:

Matr. Nr. :

1) Gegeben seien die drei Matrizen  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ -5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  und

$$C = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie:  $2A - 3B$ ,  $A^T + B^T$ ,  $C^T \cdot A$  und  $(A \cdot B)^T - B^T \cdot A^T$ .
- Bestimmen Sie die Spur der Matrizen  $A$ ,  $B$  und  $C$ .
- Überprüfen Sie, ob für das Produkt der Matrizen  $A$  und  $C$  das Kommutativgesetz gilt.
- Zerlegen Sie die Matrix  $B$  in die Summe aus einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix.
- Überprüfen Sie, ob es sich bei  $B$  und  $C$  um orthogonale Matrizen handelt.
- Berechnen Sie die inversen Matrizen  $B^{-1}$  und  $C^{-1}$ .
- Bestimmen Sie  $\varphi$  so, dass gilt:  $\varphi \cdot (|A| + |B| + |C|) = |A + B|$ .
- Bestimmen Sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren von  $A$ . Hinweis: Die Eigenwerte sind klein und ganzzahlig.

2) Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

$$\begin{array}{ll} x(z - y - 5) = 2 & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ \text{a) } z - 3y - 10 = \frac{1}{x} & \text{b) } x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ 4(1 + xy) + 19x = 3xz & 8x_1 + 7x_2 + x_3 = 7 \end{array}$$

3) In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sei der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

- $\vec{a}$  werde nun um  $30^\circ$  im Uhrzeigersinn gedreht. Wie lauten die Koordinaten des Vektors nach der Drehung?
- Nun wird der Vektor festgehalten, aber das Koordinatensystem um  $60^\circ$  im Uhrzeigersinn gedreht. Wie lauten die Komponenten des Vektors im gedrehten Koordinatensystem?

4) Sie planen eine Urlaubsfahrt auf eine ferne Insel. Im Vorfeld holen Sie einige Erkundigungen ein. So berichtete bislang jeder fünfte Urlauber über Unwetter während seines Aufenthalts. 85% aller Urlauber bezeichneten die Hotelzimmer als exzellent, wohingegen jeder zehnte Reisende über ungenießbares Essen klagte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ihr Urlaub reibungsfrei abläuft?

Zahlenwerte:  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$ ,  $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$ ,  $\cos(\pi/3) = 1/2$ .