

**Wiederholungsklausur „Mathematische Methoden der Chemie 2“ (SS 2007),  
04.10.2007**

- 1) Gegeben seien die zwei Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $E$  sei die

Einheitsmatrix. Berechnen sie, sofern definiert:

- (a)  $2 + A$    (b)  $B + B^T$    (c)  $A \cdot E - E \cdot A$    (d)  $A^2$    (e)  $A \cdot B$    (f)  $|B|$    (g)  $|E - B|$   
 (h)  $A^{-1}$    (i)  $|E / A|$    (j)  $B / |A|$    (k)  $\text{Spur}(A)$    (l)  $\text{Rang}(B)$   
 (m) Zerlegen sie die Matrix  $A$  in eine Summe aus einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix.  
 (n) Überprüfen sie, ob die Matrix  $B$  orthogonal ist.  
 (o) Bestimmen sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix  $A$ .

- 2) Gegeben seien die drei Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t \\ -t \\ 2t^2 \end{pmatrix}$ . Bestimmen sie, sofern

definiert: (a)  $\vec{a} \cdot 3$    (b)  $\vec{a} + \vec{b}$    (c)  $\vec{f}(1)$    (d)  $|\vec{a}|$    (e)  $\vec{b} / \vec{a}$    (f)  $\vec{a} \times \vec{b}$    (g)  $\vec{b} \cdot \vec{a}$ .

(h) Bestimmen sie  $t \neq 0$  so, dass die Vektoren  $\vec{f}(t)$  und  $\vec{b}$  aufeinander senkrecht stehen.

(i) Ermitteln sie  $\frac{d\vec{f}(t)}{dt}$  und  $\frac{d^2\vec{f}(t)}{dt^2}$ .

(j) Bestimmen sie  $\vec{f}(t) \times \vec{f}(t)$  sowie  $\vec{f}(t) \times \vec{f}(-t)$ .

- 3) Geben sie hinreichende Bedingungen für  $\alpha$  und  $\beta$  an, so dass das Gleichungssystem

$$\alpha \cdot x + 2 \cdot y = 3$$

$$x - y - z = \beta$$

$$2 \cdot x - 4 \cdot z = -8$$

mit den Unbekannten  $x, y$  und  $z$    (a) keine Lösung, (b) genau eine Lösung und (c) unendlich viele Lösungen besitzt.

- 4) Bestimmen sie die Lösung  $f(x)$  der Differentialgleichung  $f''(x) = f'(x)$  so, dass die Lösungsfunktion im Punkt  $P(0,0)$  die Steigung 5 besitzt.