

Modulabschlussklausur Bt-BP 05 (SS 2009), 29.07.2009

1) Berechnen Sie im Bereich der reellen Zahlen:

(a) $\log(4) + \log\left(\frac{1}{4}\right)$ (b) $\sqrt{-9}$ (c) $(\sin 3)^2 + (\cos 3)^2$ (d) $\arccos \pi$ (e) 17% von $\frac{19}{85}$.

2) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $u = 3 + 4 \cdot i$ und $w = 1 - i$, $i^2 = -1$. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke und stellen Sie die Ergebnisse in der Form „ $a + b \cdot i$ “ dar.

(a) $u - w$ (b) $3 \cdot w + 3$ (c) $|u|$ (d) $\frac{u}{w}$ (e) $u \cdot w^*$ (f) $\sqrt[4]{w + i}$

3) Bestimmen Sie die Unbekannte $x \in \mathbb{R}$ in den folgenden Gleichungen und Ungleichungen:

(a) $\int_0^x y dy = 2$ (b) $\int_x^\infty \exp(-y) dy = 1$ (c) $|x^2 + 1| > 1 - x$ (d) $\sum_{k=0}^2 \sum_{j=-1}^1 (x \cdot k + j) > 18$
(e) $\lim_{\alpha \rightarrow x} \cos \alpha = 1$ (f) $\lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{\sin(x \cdot \mu)}{\mu} = 2$

4) Bestimmen Sie die Funktion $f(x)$, deren Steigung in jedem Punkt gleich der Kehrwert ihres Funktionswertes ist, und die zudem durch den Punkt $P(0, -1)$ verläuft. Wie groß ist die Steigung in diesem Punkt P ? Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$.

5) (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $2y'' - 8y' = 42y$.

(b) Bestimmen Sie eine Lösung der in (a) genannten Differentialgleichung so, dass die Lösungsfunktion y mit der Steigung -5 durch den Punkt $P(0, 0)$ geht.

6) Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die folgenden Größen für die Matrix A :

(a) Determinante, (b) Rang, (c) Eigenwerte, (d) Eigenvektoren und (e) Inverse A^{-1} .

7) Geben Sie alle möglichen Lösungen der folgenden Gleichungssysteme an:

(a) $\begin{aligned} -2x + 4y &= 3 - 7z \\ y - 1 &= -2x - 3z \\ 2x - 5y - 3z &= -2 \end{aligned}$ und (b) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s \\ t \\ u \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.