

**Vordiplomsklausur für Biotechnologen im Fach Mathematische Methoden,
18.10.2003**

Name:

Matr. Nr. :

1) a) Berechnen Sie den folgenden Ausdruck: $\prod_{j=0}^1 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=-1}^1 (i^2 + k \cdot j)$

b) Bestimmen Sie die Unbekannte x in der folgenden Gleichung:

$$\sum_{i=0}^2 \sum_{k=1}^2 (k \cdot x + i \cdot k) = \int_0^x \left(\frac{t}{x} \right)^2 dt$$

2) Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 3 \cdot i$ und $z_2 = -i$. Berechnen Sie die Ausdrücke: a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 \cdot (z_2 - 2)$ c) z_2 / z_1 d) $|z_1 - z_2|$
e) $\sqrt{z_2}$ f) $\ln(z_2)$.

3) Gegeben seien die zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ sowie die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} .$$
 Berechnen Sie wenn möglich: a) $\vec{a} + \vec{b}$, b) $(3 \cdot \vec{a} - 4 \cdot \vec{b})$,

c) $C \cdot \vec{a}$, d) $\vec{b} \cdot C$, e) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, f) $\vec{a} \times \vec{b}$, g) $C / |\vec{a} - \vec{b}|$, h) $C \cdot C^T$.

i) Bestimmen Sie die Eigenwerte und normierten Eigenvektoren der Matrix C .

4) a) Welche Fläche wird von den Funktionen $f(x) = +\sqrt{x}$ und $g(x) = x^3$ eingeschlossen?

b) Bestimmen Sie die Fläche, die von den Funktionen $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ im 1. Quadranten eingeschlossen wird.

5) Man löse das Anfangswertproblem $f'(x) \cdot x = -f(x) + 2 \cdot x$ so, dass die Kurve der Funktion $f(x)$ durch den Punkt $P(1,2)$ geht.

6) Bestimmen Sie den Lösungsvektor des folgenden Gleichungssystems:

$$2x + y + z = 3$$

$$x - 2z = 1$$

$$6x + 4y - 2z = 0$$

7) In einer Kiste A befinden sich 150 rote, 100 grüne und 50 gelbe Kugeln, in einer Kiste B 100 grüne und 50 rote Kugeln. Sie greifen nun zweimal hintereinander wahllos in eine der zwei Kisten und ziehen dabei jeweils eine Kugel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) Sie zwei grüne Kugeln ziehen,

b) Sie eine rote und eine gelbe Kugel ziehen, wobei die Reihenfolge der Ziehung egal ist.

Anmerkung: Nach einer Ziehung wird die gezogene Kugel wieder in die gleiche Kiste zurück gelegt!