

- 1) Gegeben seien die zwei Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen sie, sofern

definiert:

a) $A + B$, $1-B$, $3B$, AB , BA , A^T , B^T , $|A|$, $|B|$, $1/A$, A^{-1} , B^{-1} , A^2 , B^2 .

b) Bestimmen sie die Spur und den Rang von A und B .

c) Überprüfen sie, ob es sich bei A und B um orthogonale Matrizen handelt.

d) Bestimmen sie die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren der Matrizen A , B , A^{-1} und B^{-1} .

$$x + y + \alpha \cdot z = 1$$

- 2) Gegeben sei das Gleichungssystem $x - y - z = \beta$, die drei Unbekannten seien x , y und z .

$$2x + y + 2z = 0$$

Bestimmen sie die Zahlen α und β so, dass das Gleichungssystem a) keine, b) genau eine oder c) unendlich viele Lösungen besitzt.

- 3) Bestimmen sie die Unbekannten x , y und z im Gleichungssystem

$$2x + 2y + 2z = 0$$

$$3(x - 1) = -y - z$$

$$z = 2(y + x) - 4(y + z)$$

- 4) Gegeben sei das Skalarfeld $U(x, y, z) = x^2 + y^2 + x \cdot y \cdot z$. Bestimmen sie den Gradienten

$$\vec{p} = \text{grad}U(x, y, z) = \nabla U(x, y, z) \text{ sowie } \Delta U(x, y, z) = \nabla^2 U(x, y, z).$$

- 5) Bestimmen sie die Funktion $f(x)$ in der Differenzialgleichung $f'(x) = \exp(x) - f(x)$.

- 6) Sie haben 3 rote, 6 grüne und zwei gelbe Kugeln.

- Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, diese 11 Kugeln in einer Reihe anzuordnen?
- Sie ziehen nun hintereinander aus diesen 11 Kugeln zwei beliebige Kugeln, wobei die erste nach ihrer Ziehung zurückgegeben wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie die beiden gelben Kugeln gezogen haben?