

Klausur „Mathematische Methoden der Chemie 1“ (WS 2009/10), 08.02.2010

1. Geben Sie die Grenzwertdefinition an für

a) den Differentialquotienten $\frac{df(x)}{dx}$ der Funktion $f(x)$

b) den partiellen Differentialquotienten $\left(\frac{\partial \Omega(x, y, z)}{\partial y}\right)_{x, z}$ der Funktion $\Omega(x, y, z)$.

2. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke im Bereich der reellen Zahlen \mathbb{R} .

a) $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

c) $\log_7 8 + \log_7\left(\frac{1}{8}\right)$

d) $\ln(e^2)$

e) $\arccos(\pi)$

3. Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$ in den folgenden Gleichungen.

a) $|1 - x| = (1 - x)^2$

b) $\sum_{j=-2}^1 \sum_{k=0}^1 (k + j \cdot x) = 2$

c) $\prod_{k=1}^3 \frac{k}{x} = \frac{2}{9}$

d) $\cos^2 x + \sin^2 x = x$

4. Ermitteln Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{\kappa \rightarrow 1} \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$

c) $\lim_{\omega \rightarrow -\infty} \frac{\cos \omega}{\omega}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{|x|}$

e) $\lim_{p \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{p}\right)^p$

5. Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int x \cdot \alpha^2 d\alpha$

b) $\int_{-1}^1 \exp(1 + q) dq$

c) $\int \sin(\beta) \cdot \cos(\beta) d\beta$

d) $\int_0^{25} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon}}$

e) $\int_{-2}^3 |A \cdot x| dx$

f) $\int_{-3}^3 \sinh(x) dx$

6. Gegeben sei die Funktion $W(x, y, z) = (x + y) \cdot (x^2 - z^2)$

a) Berechnen Sie $W(0, 2, -2)$, $W(1 - i, i, 1 + i)$ und $|W(1 - i, i, 1 + i)|$ (i ist die imaginäre Einheit).

b) Ermitteln Sie das totale Differential dW der Funktion $W(x, y, z)$.

c) Zeigen Sie, dass gilt: $W_{xy} = W_{yx}$. In welchem Satz wird diese Gleichheit ausgedrückt?

d) Bestimmen und skizzieren Sie die Funktion $F(z) = \int_0^2 \int_0^1 W(x, y, z) dx dy$.

e) Bestimmen Sie die Konstanten K und C so, dass die Funktion $W(x, y, z)$ die

Differentialgleichung (DGL) $\frac{\partial^2 W(x, y, z)}{\partial z \partial y} = K + C \cdot z$ erfüllt. Ist die DGL partiell oder gewöhnlich, linear oder nicht-linear? Welche Ordnung besitzt die DGL?

7. Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung $\frac{y'(x)}{x} = \frac{x}{y(x)}$ so, dass $y(1) = 1$.