

**Vordiplomsklausur für Biotechnologen im Fach Mathematische Methoden,  
13.04.2005**

**Name:**

**Matr. Nr. :**

1) Lösen sie die folgenden Ungleichungen für  $x \in \mathbf{R}$ .

a)  $(x^2 + 1)^{-1} \geq 1$       b)  $|x| \cdot x > (1 - x)^2$       c)  $\sin^2 x < |x - 1| - \cos^2 x$   
d)  $\ln(2 \cdot x) \geq \ln x + |x|$

2) Bestimmen sie, wenn möglich, die Grenzwerte der u.a. Zahlenfolgen.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{1 + n}$       b)  $\lim_{m \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{m^5 + 3 \cdot m^4 + 2 \cdot m^2 - 1}{16 \cdot m^5 - 12 \cdot m^3 + m}}$       c)  $\lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{+\sqrt{\ell} - \sqrt[3]{\ell}}{\ell + \sin \ell}$

3) Für welche Werte von  $x \in \mathbf{R}$  konvergieren die folgenden unendlichen Reihen?

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n}$       b)  $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$       c)  $\sum_{\ell=0}^{\infty} (-1)^\ell \frac{x^{2\ell}}{(2\ell)!}$

4) Lösen sie das Anfangswertproblem  $y'(x - 2yx^2) = 2xy^2 - y$  so, dass der Graph der Funktion  $y(x)$  durch den Punkt  $P(1,1)$  geht.

5) Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Bestimmen sie, wenn möglich:

a)  $\vec{a} + \vec{b}$       b)  $|\vec{a}|$       c)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$       d)  $\vec{b} / \vec{a}$       e)  $\vec{b} \times \vec{a}$       f)  $\vec{b}^T$       g)  $\vec{a}^{-1}$       h)  $\vec{a}(\vec{a}^T)$

i) Welchen Winkel schließen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  mit einander ein?

j) Wie lautet der Vektor  $\vec{a}'$ , den sie erhalten, wenn sie  $\vec{a}$  um  $60^\circ$  in der x-y-Ebene entgegen dem Uhrzeigersinn drehen?

6) Entwickeln sie die Funktion  $f(x) = \cos(x) \cdot \sin(x)$  um die Entwicklungsstelle  $x_0 = 0$  in eine Taylorreihe bis zum Glied  $(x - x_0)^3$ .

7) Bestimmen sie den Lösungsvektor folgender Gleichungssysteme:

a)  $3z - \frac{1}{x+y} = \frac{5z}{x+y}$       b)  $x - 3 - y = 0$   
a)  $x \cdot z = 3z - z \cdot y - 1$       b)  $-y - 4 = -z - 3x$   
 $2 - x + y = \frac{2}{z}$        $4x - 2y + z = 7$