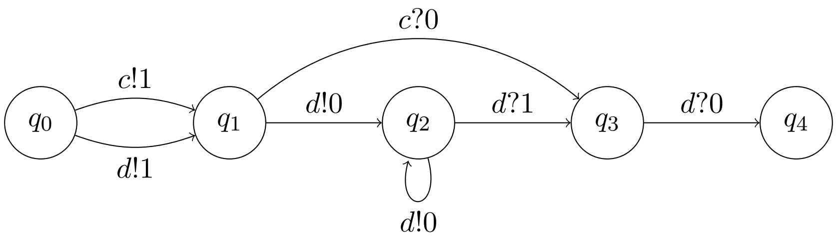
SS 2026 07.05.2026

Übungen zur Vorlesung
Nebenläufigkeitstheorie
Blatt 2

Prof. Dr. Roland Meyer
Eren Keskin & Jan Grünke Abgabe bis 21.05.2026 um 15:00

Aufgabe 2.1 (Abdullas Rückwärtssuche für LCS)

Betrachten Sie das folgende Lossy-Channel-System.



Verwenden Sie Abdullas Rückwärtssuche, um zu entscheiden, ob die Konfiguration $(q_4, \begin{pmatrix} c \mapsto 0 \\ d \mapsto \varepsilon \end{pmatrix})$ von $(q_0, \begin{pmatrix} c \mapsto \varepsilon \\ d \mapsto \varepsilon \end{pmatrix})$ aus überdeckbar ist.

Aufgabe 2.2 (Ideale von Petrinetzen)

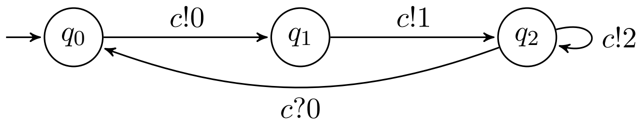
Sei $N = (S, T, W)$ ein Petrinetz. Zeigen Sie, dass die Ideale von $\mathbb{N}^S$ von der Form $\downarrow M$ sind, wobei $M \in (\mathbb{N} \cup \{\omega\})^S$ eine verallgemeinerte Markierung ist. Zeigen Sie hierzu die folgenden beiden Eigenschaften:

(a) Die Ideale von $(\mathbb{N}, \leq)$ sind $\mathbb{N}$ selbst sowie alle Mengen der Form $\downarrow n$ für $n \in \mathbb{N}$.

(b) Seien $(A, \leq_A)$ und $(B, \leq_B)$ zwei wqos und $(A \times B, \leq)$ ihr Produkt. Zeigen Sie, dass eine Teilmenge $I \subseteq A \times B$ genau dann ein Ideal ist, wenn $I = I_A \times I_B$ gilt, wobei I_A, I_B Ideale in A bzw. B sind.

Hinweis: Für eine Richtung müssen Sie zeigen, dass $I = \pi_1(I) \times \pi_2(I)$ gilt, wobei $\pi_1(I)$ und $\pi_2(I)$ die Projektionen von I auf die erste bzw. zweite Komponente bezeichnen.

Aufgabe 2.3 (Vorwärts-Unüberdeckbarkeit für LCS)
Betrachten Sie das folgende LCS mit einem einzelnen Kanal c und Nachrichten $M = \{0, 1, 2\}$.



(a) Zeigen Sie, dass Ideale als $\downarrow(q, L)$ dargestellt werden können, wobei $q \in Q$ und L eine reguläre Sprache über M ist.

Hinweis: Verwenden Sie die vorherige Aufgabe (Teil (b)) und zeigen Sie, dass der downward closure $\downarrow L$ für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ über einem Alphabet Σ regulär ist.

(b) Beweisen Sie die Unüberdeckbarkeit von $(q_0, c \mapsto 22)$, indem Sie eine abwärtsabgeschlossene Menge D definieren, die eine induktive Invariante bezüglich $\downarrow post$ ist:

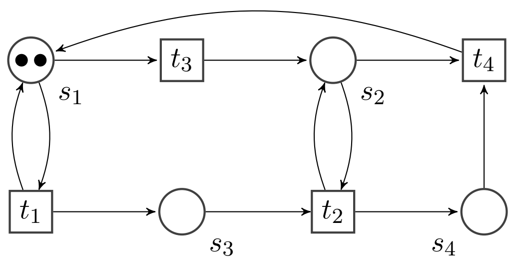
(i) $(q_0, c \mapsto \varepsilon) \in D$

(ii) $\downarrow post(D) \subseteq D$

(iii) $(q_0, c \mapsto 22) \notin D$.

Stellen Sie D als endliche Vereinigung von Idealen dar, d. h. $D = I_1 \cup \ldots \cup I_n$, wobei jedes I_i ein Ideal ist, das wie in (a) dargestellt wird.

Aufgabe 2.4 (Überdeckbarkeitsgraphen)
Verwenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung, um den Überdeckbarkeitsgraphen des folgenden Petrinetzes zu berechnen:



Ist $(1, 2, 42, 0)^T$ überdeckbar?

Abgabe bis 21.05.2026 um 15:00 an jan.gruenke@tu-bs.de.