PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *JS. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

9 Titelblatt der „Principia" (Titelauflage)

THE
METHOD of FLUXIONS
AND
INFINITE SERIES;
WITH ITS
Application to the Geometry of CURVE-LINES.

By the INVENTOR
Sir ISAAC NEWTON, *Kt.*
Late President of the Royal Society.

Translated from the AUTHOR's LATIN ORIGINAL
not yet made publick.

To which is subjoin'd,
A PERPETUAL COMMENT upon the whole Work,
Consisting of
ANNOTATIONS, ILLUSTRATIONS, and SUPPLEMENTS,
In order to make this Treatise
A compleat Institution for the use of LEARNERS.

By *JOHN COLSON*, M.A. and F.R.S.
Master of Sir *Joseph Williamson*'s free Mathematical-School at *Rochester*.

LONDON:
Printed by HENRY WOODFALL;
And Sold by JOHN NOURSE, at the *Lamb* without *Temple-Bar*.
M.DCC.XXXVI.

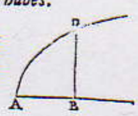
Titelblatt der „Fluxionsrechnung"

Einige Arbeiten Newtons wurden mit großer Zeitverzögerung veröffentlicht. «De analysi» zum Beispiel enstand 1669 und erschien erst 1711 im Druck

DE ANALYSI
Per Æquationes Numero Terminorum
INFINITAS.

Methodum generalem, quam de Curvarum quantitate per Infinitam terminorum Seriem mensuranda, olim excogitaveram, in sequentibus breviter explicatam potius quam accuratè demonstratam habes.

BASI *AB* Curvæ alicujus *AD*, sit Applicata *BD* perpendicularis: Et vocetur $AB = x$, $BD = y$, & sint a, b, c, &c. Quantitates datæ, & m, n, Numeri Integri. Deinde,



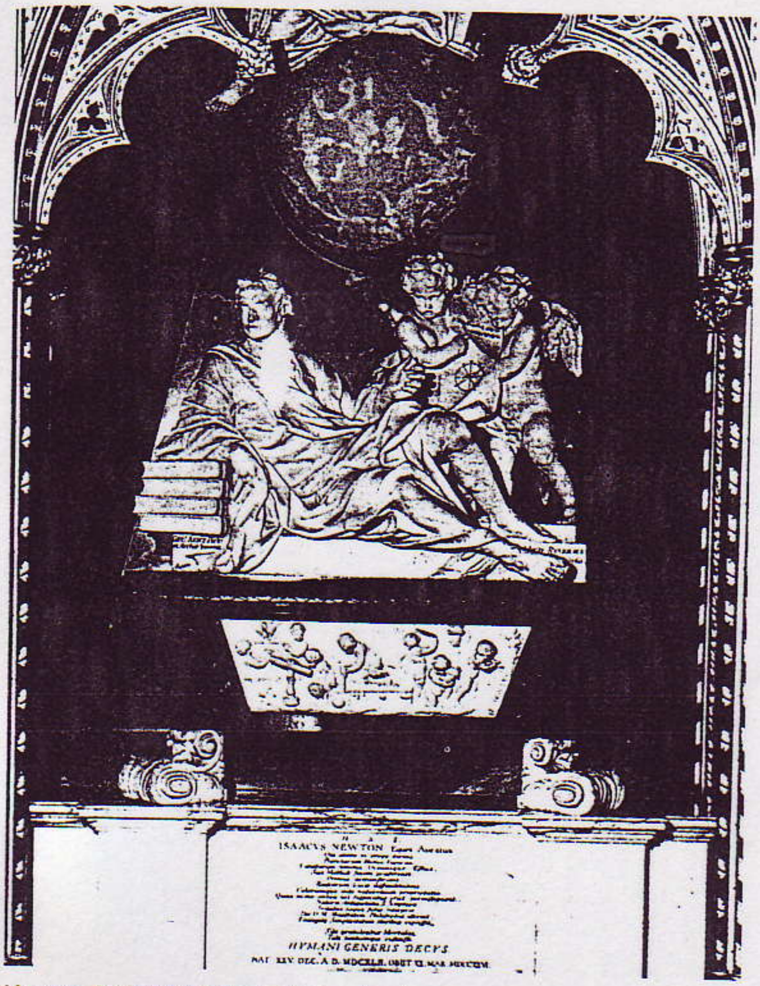
Curvarum Simplicium Quadratura.

REGULA I.

Si $ax^{\frac{m}{n}} = y$; *Erit* $\frac{an}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}$ = *Areæ ABD.*

Res Exemplo patebit.

1. Si $x^2 (= 1x^{\frac{2}{1}}) = y$, hoc est, $a = 1 = n$, & $m = 2$; Erit $\frac{1}{3}x^3$ = ABD.
A
2. Si



Newtons Grab in Westminster Abbey, London

31. März 1727: Newton stirbt.

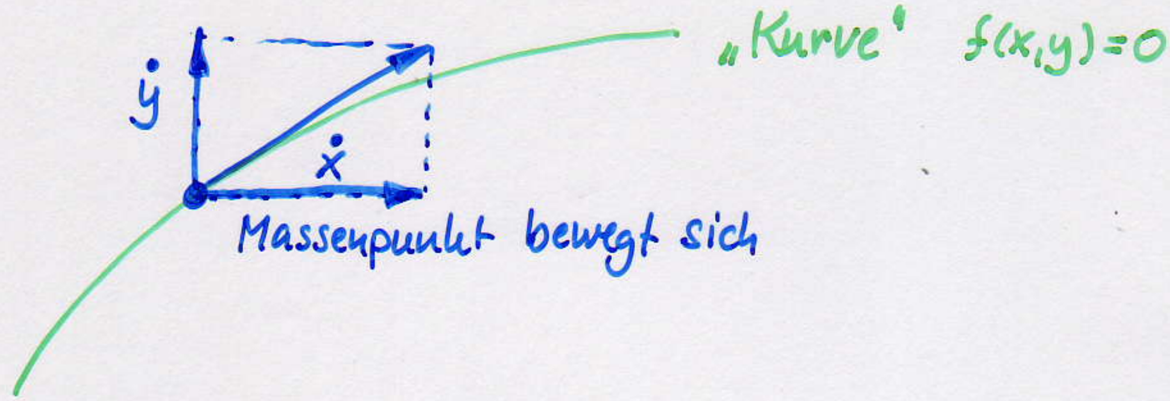
Er wird unter königlichem Pomp in Westminster Abbey beigesetzt.

„Hier ruht Sir Isaac Newton, welcher als Erster mit nahezu göttlicher Geisteskraft die Bewegungen und Gestalten der Planeten, die Bahnen der Kometen und die Fluten des Meeres durch die von ihm entwickelten mathematischen Methoden erklärte, die Verschiedenheit der Lichtstrahlen sowie die daraus hervorgehenden Eigentümlichkeiten der Farben, welche vor ihm niemand auch nur geahnt hatte, erforschte, die Natur, die Geschichte und die Heilige Schrift fleißig, scharfsinnig und zuverlässig deutete, die Majestät des höchsten Gottes durch seine Philosophie darlegte und in evangelischer Einfachheit der Sitten sein Leben vollbrachte. Es dürfen sich alle Sterblichen beglückwünschen, daß diese Zierde des menschlichen Geschlechts ihnen geworden ist. Er wurde am 25. Dezember 1642 geboren und starb am 20. März 1727."

„Nature and nature's law lay hid in night.
God said: >> Let Newton be! << And all was light."

A. Pope

Newton hat grundsätzlich den Blick eines <u>Physikers</u>:



Die „Geschwindigkeiten" $\dot{x}, \dot{y}$ sind die Fluxionen.

In Leibnizens Bezeichnungen:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{dy}{dx}$$

[Punktnotation ca. ab 1690. vorher: p, q]

<u>Beispiel</u> Finde $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ für $f(x,y)=0$ mit

$$f(x,y) = \sum_{i,j} a_{ij} x^i y^j$$

„Set all y^e termes on one side of y^e equation that they become equal to nothing. And first multiply each terme by so many times $\frac{\dot{x}}{x}$ as x hath dimensions in that terme. Secondly multiply each terme by so many times $\frac{\dot{y}}{y}$ as y hath dimensions in it ... the summe of all these products shall bee equall to nothing. W^{ch} Equation gives y^e relation of y^e velocitys"

$$\Rightarrow \sum_{i,j} \left(\frac{i \cdot \dot{x}}{x} + \frac{j \cdot \dot{y}}{y} \right) a_{ij} x^i y^j = 0$$

Interpretation

$$\sum \left(\frac{i\dot{x}}{x} + \frac{j\dot{y}}{y}\right) a_{ij}\, x^i y^j = 0$$

$$\sum a_{ij} \left(i \cdot \dot{x} \cdot x^{i-1} y^j + j \cdot \dot{y} \cdot y^{j-1} \cdot x^i\right) = 0$$

Leibniz: $\quad f(x,y) = 0$

$$f(x(t), y(t)) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} f(x(t), y(t)) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \dot{y} = 0 \quad (*)$$

$$f(x(t), y(t)) = \sum a_{ij}\, x^i y^j$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} f(x(t), y(t)) = \dot{x} \cdot \left(\sum a_{ij} \cdot i \cdot x^{i-1} \cdot y^j\right)$$

$$+ \dot{y} \cdot \left(\sum a_{ij} \cdot j \cdot x^i \cdot y^{j-1}\right)$$

$$= \sum a_{ij} \left(i \cdot \dot{x} \cdot x^{i-1} y^j + j \cdot \dot{y} \cdot y^{j-1} x^i\right)$$

$$= 0$$

$$\Rightarrow \sum \left(\frac{i\dot{x}}{x} + \frac{j\dot{y}}{y}\right) a_{ij}\, x^i y^j$$

$$\overset{(*)}{\Longleftrightarrow} \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}} \qquad !$$

Newtons Beweis von

$$\sum a_{ij}\left(\frac{i\dot{x}}{x}+\frac{j\dot{y}}{y}\right)x^i y^j = 0$$

Betrachte „unendlich kleines" Zeitintervall o

„Soe y^t if y^e described lines bee x and y, in one moment, they will bee $x+\dot{x}o$ and $y+\dot{y}o$ in ~~th~~ y^e next."

o ist so klein, daß

$$\sum a_{ij}x^i y^j = \sum a_{ij}(x+\dot{x}o)^i(y+\dot{y}o)^j = 0$$

gilt. Binomialentwicklung $\Rightarrow$

$$\sum a_{ij}(x+\dot{x}o)^i(y+\dot{y}o)^j =$$

$$\underbrace{\sum a_{ij}x^i y^j}_{\substack{=0\\ \text{nach Vorauss.}}} + \sum a_{ij}x^i\left(jy^{j-1}\dot{y}o + \overbrace{\text{Terme in } o^2}^{\overset{!}{=}0}\right)$$

$$+\sum a_{ij}y^j\left(ix^{i-1}\dot{x}o + \overbrace{\text{Terme in } o^2}^{\overset{!}{=}0}\right)$$

$$+\underbrace{\sum a_{ij}(ix^{i-1}\dot{x}o+\ldots)\cdot(jy^{j-1}\dot{y}o+\ldots)}_{\substack{\overset{!}{=}0\\ \text{weil } o^2 \text{ und kleiner!}}} = 0$$

$$\Rightarrow \sum a_{ij}\left(ix^{i-1}y^j\dot{x}o + jx^i y^{j-1}\dot{y}o\right) = 0$$

Division durch o (!) liefert das Gewünschte!

"First y^t those termes ever vanish w^{ch} are not multiplyed by o, they being y^e propounded equation. Secondly those termes also vanish in w^{ch} o is of more y^n one dimension, because they are infinitely lesse y^n those in w^{ch} o is but of one dimension. Thirdly y^e still remaining termes, being divided by o will have [the desired form]."

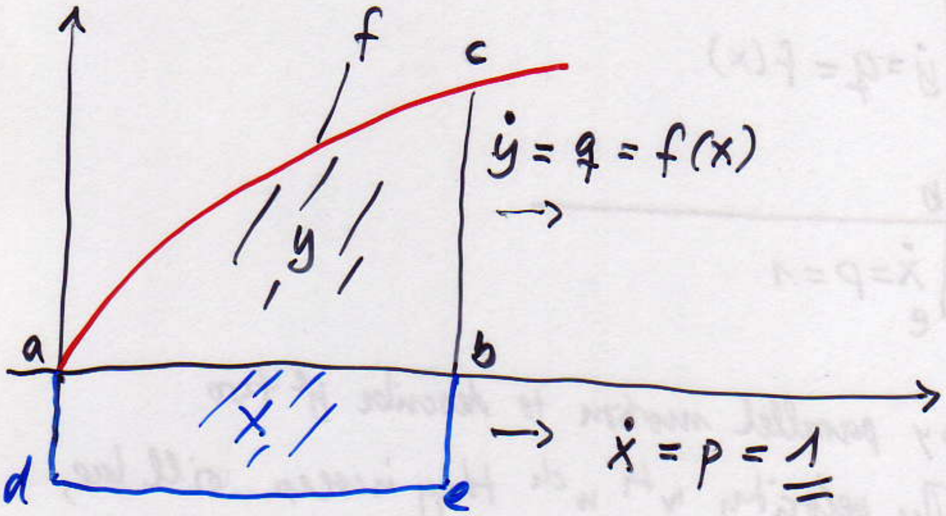
Der Hauptsatz:

Newton kann: $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ aus $f(x,y)=0$ berechnen.

Er will: $y = y(x)$ aus $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ berechnen!

(Antidifferentiation!)

1666: „... could this ever be done all problems whatever might be resolved."



$\dot{y} = q = f(x)$

$\longrightarrow$

$\longrightarrow$ $\dot{x} = p = 1$

„supposing y^e line cbe by parallel motion to describe y^e two [areas] x and y; The velocity w^{th} w^{ch} they increase will bee, as be to bc: y^t is, y^e motion by w^{ch} x increaseth being be $= p = 1$, y^e motion by w^{ch} y increaseth will be bc $= q$."

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{q}{p} = \frac{f(x)}{1} = f(x)$$

$\Rightarrow$ A – Fläche unter Kurve:

$$\frac{dA}{dx} = f(x)$$

∇
$\circ$

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716)

„21. Junii am Sontag 1646 ist mein Sohn Gottfried Wilhelm …
… 1/4 uff 7 uhr abents zur welt gebohren."

Eintrag des Friedrich Leibnütz, Aktuar und Professor der Moral an der Univ. Leipzig, in die Familienchronik.

1. Kind der 3. Ehe des Vaters mit Catharina Schmuck.

Ursprung des Namens : slawisch

Orts- und Flußnahmen zwischen Elbe und Saale

Lipnice, Lübnitz, Lipnita

„Leibniz" ca. ab 1671

Vorfahr: Hauptmann Paul <u>von</u> Leubnitz, 1600 geadelt.
kinderlos gestorben → Familie nutzt Wappen weit.

L. nennt sich später manchmal: „Freiherr von Leibnitz"
obwohl ihm <u>nie</u> ein Adelstitel verliehen wurde!

Frühe Lektüre in Bibliothek des Vaters:

„Als ich heranwuchs fand ich am Lesen von Geschichten ein außerordentliches Vergnügen. Die Histori und poesin auch notitiam rei literariae habe ich als noch ein Knabe anstatt des Spiels geliebet."

September 1652: Vater stirbt

Juli 1653: Besuch der Nicolaischule in Leipzig
bis Ostern 1661.
Gleichzeitig mit Schulbeginn: Immatrikulation
an der Leipziger Univ. (nur weil Professorensohn)

L. langweilt sich in der Schule! Mit 8 Jahren liest er als Autodidakt lateinische Texte. Livius bereitet ihm Schwierigkeiten, „weil es aber eine alte Ausgabe mit Holzschnitten war, so betrachtete ich diese eifrig, las hier und da die darunterstehenden Worte ... und was ich gar nicht verstand, übersprang ich. Als ich dies öfter getan, das ganze Buch durchgeblättert hatte ... verstand ich viel mehr davon. Darüber hoch erfreut, fuhr ich ohne irgendein Wörterbuch fort, bis mir das meiste ebenso klar war, und ich immer tiefer in den Sinn eindrang."

1654: Väterliche Bibliothek wird für ihn geöffnet. L. „verschlingt" sie.

1659: Schulfeier. L. verfaßt Pfingstgedicht mit 300 Hexametern und trägt es unter dem Beifall seiner Lehrer vor.

1661: Beginn Studium Philosophie
Daneben: Vorlesungen über Mathematik, griechische und lateinische Poesie.

1663: Nach 4 Semestern „Baccalaureus"
Verteidigung der ersten akad. Schrift „Disputatio metaphysica de principio individui" ← Grundlagen der späteren Metaphysik schon vorhanden!

Sommer 1663: Wechsel für 1 Semester an die Uni Jena
→ Erhard Weigel deckt mit math. Beweisführung Widersprüche der Scholastiker auf.

Winter 1663: Jura-Studium in Leipzig beginnt.
Hervorragende Veröffentlichungen. Promotion zum Doktor beider Rechte wird dem 20-jährigen verweigert → ältere Bewerber!

L. wechselt zur Uni Altdorf (b. Nürnberg) ... vor Begierde, größeren Ruhm in den Wissenschaften zu erwerben und die Welt kennenzulernen."

Mit 21 Jahren promotion zum Doktor mit der bejubelten Arbeit Disputatio de casibus perplexis in jure.

L. schmuggelt sich in den Rosenkreuzer-Orden ein und nimmt an alchemischen Experimenten teil.

Angebot einer Professur in Altdorf wird ausgeschlagen!

Herbst 1667 : L. verläßt Altdorf. Ziel: Holland

Von Frankfurt/Main Kontakt zum Mainzer Hofrat Lasser, der den „Corpus juris" neu entwerfen soll.
L. verfaßt Reformschrift „Nova Methodus discendae docendaeque jurisprudentiae" → Lasser gibt L. Stelle.

L. trifft Johann Christian von Boineburg, bis 1664 kurmainzischer Minister und wird dessen persönlicher Berater.
Er geht an den Mainzer Hof.

„Als ich aber durch Maynz passiret, der meinung nach Holland und weiter zu gehen, bin ich bey dem dahmaligen berühmten Churfürsten Johann Philipp in Kundschafft kommen, der mich bey sich behalten ... und habe alda angefangen mit den gelehrtesten Leuten in und außer Teutschland zu correspondiren."

→ Korrespondenztätigkeit wird später ca. 1100 Briefpartner in 16 Ländern umfassen!

Sommer 1670: L. wird (als Protestant!) Revisionsrat am Oberappelationsgericht des Erzbistums Mainz.

Rege Publikationstätigkeit über <u>alle</u> philosophischen, philologischen, mathematischen, historischen, juristischen, ... Streitfragen.

„Ägyptischer Plan": Ablenkungsversuch franz. Expansionsdranges in Europa (Lothringen!)

März 1672: L. trifft in Paris ein, um Ludwig XIV den „Äg. Plan" schmackhaft zu machen.
→ zu spät! Ludwig marschiert in Holland ein

L. macht Bekanntschaft mit Mathematikern

Pierre de Carcavy, Christian Huygens

und dem Sekretär der Académie des Sciences,

Jean Gallois

Januar 1673: Teilnahme an Gesandschaft nach England

- L. führt der Royal Society seine Rechenmaschine vor. Konstruktionsfehler! → Robert Hooke mißtrauisch! Trotzdem Aufnahme L. in die R.S.

- L. gibt mit seinen math. Kenntnissen an. Pell stellt ihm Aufgaben (unendl. Reihen), die L. <u>nicht</u> lösen kann!