

Masterarbeit oder Projektarbeit

## Reaktions-Diffusions-Gleichungen in hydrodynamischen Modellen: Pflanzenwachstum in Strömungen

Das hydrodynamische Verhalten von Wasser in Küstennähe ist von besonderem Interesse, da diese Bereiche unmittelbar den menschlichen Einflüssen ausgesetzt sind und umgekehrt diese Bereiche die menschliche Bebauung direkt beeinflussen. Aktuelle Forschungsarbeiten im Bereich der Strömungs- und Wellenmodellierung beschäftigen sich damit, menschliche Verunreinigungen beispielsweise durch Zuleitungen oder Flussmündungen zu beschreiben. Beispielhaft für den negativen Einfluss auf aquatische Ökosysteme steht die Umweltkatastrophe in der Oder im Spätsommer 2022. Nach einer massiven Algenblüte, deren Ursprung bis heute noch nicht geklärt ist, kam es zu einem weit verbreiteten Absterben von Weichtieren und Fischen. Dabei fokussieren sich die Analysen weitestgehend auf die Verschmutzung des Flusses, lassen jedoch die Transportprozesse im Mündungsbereich an der Ostsee ausser acht. Jedoch schlagen zur Zeit der Katastrophe sämtliche Messwerte (pH-Wert, Leitfähigkeit, Trübung, Nitratgehalt) außer die Temperatur aus und zeigen somit die Gefahr sowohl für die menschliche Gesundheit, als auch für das Habitat Oder und Ostsee. In diesem Rahmen stellt sich die Frage, in wie weit der Wasserstand, hydraulische Randbedingungen und hydrodynamische Prozesse die Wechselwirkung zwischen Algenblüte, Fischsterben und Eutrophierung durch mikrobiologische Abbauprozesse der Biomasse beeinflussen – und zwar sowohl in Flüssen, als auch in Küstengebieten. Dabei spielen bei den hydrodynamischen Modellen von Flachwasserdynamiken, die damit einhergehende Wellentransformation sowie Wellenbrechung, Turbulenzen und Strömungen eine entscheidende Rolle, da diese Prozesse die Durchmischung und somit auch das Über- und Unterschreiten von kritischen Grenzwerten beeinflussen. In dieser Masterarbeit soll das Wachstum von typischer, toxischer Küstenbiota unter dem Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit modelliert und simuliert werden. Die Aufgaben umfassen

- eine Literaturrecherche zur Modellierung des Wachstums toxischer Küstenbiota, wie zum Beispiel Algen, sowie zur numerischen Simulation von Reaktions-Diffusions-Gleichungen und deren Anwendbarkeit in hydrodynamischen Modellen.
- die Formulierung eines Differentialgleichungsmodells zur Beschreibung des Wachstums und, je nach Schwerpunkt der Arbeit, einer Analyse der Lösungseigenschaften.
- die numerische Simulation des entwickelten Modells und die Untersuchung des Einflusses verschiedener Parameter, insbesondere der Über- und Unterschreitung von Grenzwerten.

Der Fokus der Arbeit liegt dabei auf einem grundlegenden, prozessbasierten Erkenntnisgewinn durch die Kombination von Strömungsmodellierung und der Reaktions-Diffusions-Gleichungen vor dem Hintergrund aktueller und zukünftiger, ökologischer Naturgefahren und Extremereignissen.

Voraussetzungen:

- Interesse an der mathematischen Modellierung realer Vorgänge
- Vorerfahrung in der Programmierung von Differentialgleichungen (Matlab, Python, C++, o.ä.)
- gute Sprachkenntnisse in deutsch **oder** englisch

Das Thema kann als Studienarbeit (z.B. CSE) oder als Masterarbeit (Mathematik, CSE, Data Science, Umweltingenieurwesen, Umweltnaturwissenschaften, Bau- und Küsteningenieurwesen) bearbeitet werden.

Ansprechpersonen:

Cordula Reisch

Institut für Partielle Differentialgleichungen  
Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät  
c.reisch@tu-braunschweig.de

C. Gabriel David

Leichtweiß-Institut für Wasserbau  
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften  
g.david@tu-braunschweig.de



Master thesis or students research project

## Reaction-diffusion equations in hydrodynamic models: Plant growth in flows

The hydrodynamic behavior of water in coastal areas is of great interest due to their direct exposure to human influences and reciprocal influence on human development. Ongoing research in flow and wave modeling aims to describe human contamination, such as inflows or river estuaries. A notable example illustrating the adverse impact on aquatic ecosystems is the environmental catastrophe in the Oder River during late summer 2022. Following a massive algal bloom, the origin of which remains unresolved, a widespread mortality of mollusks and fish occurred. While the analyses primarily focus on river pollution, they overlook the transport processes in the Baltic Sea estuary. However, during the catastrophe, all measured parameters (except temperature) exhibited significant deviations, including pH value, conductivity, turbidity, and nitrate content, underscoring the hazards to human health and the Oder and Baltic Sea habitats.

Within this framework, it is crucial to investigate the extent to which water level, hydraulic boundary conditions, and hydrodynamic processes influence the interplay between algal bloom, fish mortality, and eutrophication through microbiological degradation processes of biomass. This investigation encompasses both river systems and coastal regions. In hydrodynamic models of shallow water dynamics, factors such as wave transformation, wave breaking, turbulence, and currents play a pivotal role, as these processes affect the mixing patterns and, consequently, the adherence to or surpassing of critical threshold values.

The objective of this master's thesis is to model and simulate the growth of typical toxic coastal biota under the influence of flow velocity. The tasks include

- A literature review on modeling the growth of typical toxic coastal biota, such as algal, and on the numerical simulation of reaction-diffusion equations and their applicability in hydrodynamic models.
- The formulation of a differential equation model to describe growth and, depending on the focus of the work, an analysis of the solution properties.
- The numerical simulation of the developed model and examining the impact of various parameters, with a particular emphasis on determining whether threshold values are being complied with or exceeded.

The primary focus of this research is to gain fundamental and process-based insights by combining flow modeling with reaction-diffusion equations. This investigation is conducted in the context of current and future ecological natural hazards and extreme events, aiming to enhance our understanding of these phenomena.

Requirements:

- interest in mathematical modeling of real-world processes
- some experience in programming differential equations (Matlab, Python, C++, or similar)
- good language skills in German **or** English

This topic is available as student research project (e.g. CSE) or as master thesis (mathematics, CSE, data science, environmental engineering / Science, Civil or coastal engineering).

Contact:

Cordula Reisch

Institute for Partial Differential Equations  
Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät  
c.reisch@tu-braunschweig.de

C. Gabriel David

Leichtweiß-Institute for Hydraulic Eng. and Water Resources  
Department Architecture, Civil Eng. and Environmental Sciences  
g.david@tu-braunschweig.de