

Berechnung von Eisenverlusten

PHYSIKALISCH BASIERTER ANSATZ NACH BERTOTTIS THEORIE

Von W.-R. Canders

Einleitung

Die Berechnung der Eisenverluste mit Hilfe der heute noch oft gebrauchten Steinmetzgleichung ist bei hohen Frequenzen bis 1000 Hz, wie sie bei Automotive-Anwendungen vorkommen, nicht mehr genau genug.

Zu empfehlen ist hier ein neuerer Ansatz gemäß der Theorie von Bertotti, bei dem die Eisenverluste aus den 3 Komponenten Hysterese-, Wirbelstrom- und Excessverlusten zusammengesetzt werden. Die Excessverluste beschreiben dabei die Verluste, die bei der Wanderung der Blochwände in den magnetisierbaren Domänen des Materials entstehen, stellen also im Prinzip auch Wirbelstromverluste dar, die jedoch eine andere Frequenzabhängigkeit im Exponenten (< 2) haben, so dass eine Berechnung nur über die quadratische Abhängigkeit zu pessimistischen Ergebnissen bei höheren Frequenzen führt.

Die einzelnen Parameter der Verlustgleichung müssen an die gemessenen Daten, die der Blechhersteller im Epsteinrahmen oder im „Single Sheet Tester“ gemessen hat, angepasst werden. Im Gegensatz zu einer rein empirischen Regression erweist sich ein physikalisch basierter Ansatz, der auf den Werkstoffdaten und der Blechdicke sowie nur zwei zu fittenden Parametern, die zudem physikalisch begründet sind, aufsetzt [1] als am einfachsten und am genauesten. Die werkstofftechnischen Gleichungen werden bereits seit längerem genutzt [5-7] und auch in erweiterter Form für die Beschreibung der elliptischen Magnetisierung herangezogen. Die Werkstoffdaten können den Werkstoffblättern der einschlägigen Hersteller entnommen werden.

In dem Wirbelstromterm der Verlustgleichung gehen die meisten Autoren von einer linearen Stromdichteverteilung über dem Blechquerschnitt aus. Dieser Ansatz ist bei relativ dünnen Eisen-Silizium Blechen bis 0,5 mm und Frequenzen bis 500 Hz weitgehend gerechtfertigt. Bei höherer Leitfähigkeit des Werkstoffes, bzw. höheren Frequenzen wird dieser Wirbelstromanteil zu ungenau berechnet. Deshalb wird hier die Stromverdrängung, d.h. die Stromdichteverteilung über dem Querschnitt des Bleches mit zunehmender Stromdichte an den Rändern [4] berücksichtigt.

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Hystereseanteil

Die spezifischen Hystereseverluste lassen sich nach [1] durch folgende Gleichung beschreiben

$$p_{hyst} = k \frac{4H_c}{\rho} B_{\max} f \quad (1.1)$$

Mit der Koerzitivfeldstärke H_c , der Dichte ρ , den Ansteuerdaten Induktionsamplitude B_{\max} und Frequenz f sowie dem Formfaktor k , der i.w. ein Maß für die Rechteckförmigkeit der Hystereseschleife ist und sich bei Elektroblechen nur wenig von 1 unterscheidet.

Gegenüber der Messung im Epsteinrahmen verschlechtern sich die Hystereseverluste durch den Fertigungsprozess erheblich. Als wesentliche Einflüsse sind hier die Gefügeänderungen an der Blechkontur durch den Stanzprozess bzw. das Laserschneiden, aber auch mechanische Verspannungen bei der Paketierung oder der Befestigung des Blechpaketes im Gehäuse zu nennen. Durch eine magnetische Schlussglühung nach dem Stanzen können die stanzbedingten Gefügeänderungen beseitigt werden. Beim Glühprozess wird zudem oft eine isolierende Oxidschicht oder eine Phosphatierung auf das Blech aufgetragen (Ludwig Verfahren). Vorteilhaft ist hierbei zudem die weitgehende Beseitigung der Stanzgrate, die die Wirbelstromverluste ungünstig beeinflussen.

Um den Einflüssen der Fertigungstechnologie Rechnung zu tragen, werden die Hystereseverluste um den Bearbeitungszuschlag k_{bh} vergrößert. Für gestanzte und nicht schlussgeglühte Bleche wird üblicherweise $k_{bh} = 1,5$ verwendet.

1.2 Wirbelstromanteil

Die Wirbelstromverluste, die durch die Wirbelströme in den Blechkanten entstehen, sind direkt aus den Werkstoffdaten und der Geometrie mit einem einfachen Ansatz aus den klassischen Maxwell-Gleichungen berechenbar:

$$p_w = \frac{\pi^2 \sigma \cdot d^2}{6\rho} B_{\max}^2 f^2 \quad (1.2)$$

σ	Elektrische Leitfähigkeit des Bleches
d	Blechdicke
ρ	Dichte des Blechwerkstoffes
B_{\max}	Flussdichte Amplitude
f	Frequenz (sinusförmiger Flussdichteverlauf)

Der Ansatz berücksichtigt auftretende Stromverdrängung nicht, da in den meisten Fällen die Blechdicke so gering ist, dass der Effekt vernachlässigbar ist (vgl. hierzu Kap. 2.2.). Durch den quadratischen Einfluss der Blechdicke und der Frequenz wird erkennbar, dass bei hohen Speisefrequenzen vorzugsweise dünne Bleche verwendet werden sollten. Während bei einer Blechdicke von 0,35 mm die Wirbelstromverluste bei einigen hundert Hz dominant werden, ist dies bei 0,1 mm starken Blechen erst bei einigen kHz der Fall. Bei hohen Frequenzen tritt zudem eine Rückwirkung der Wirbelströme auf das anregende Feld auf, so dass sich eine Änderung der Magnetisierungskurve ergibt (**Bild 1.1**).

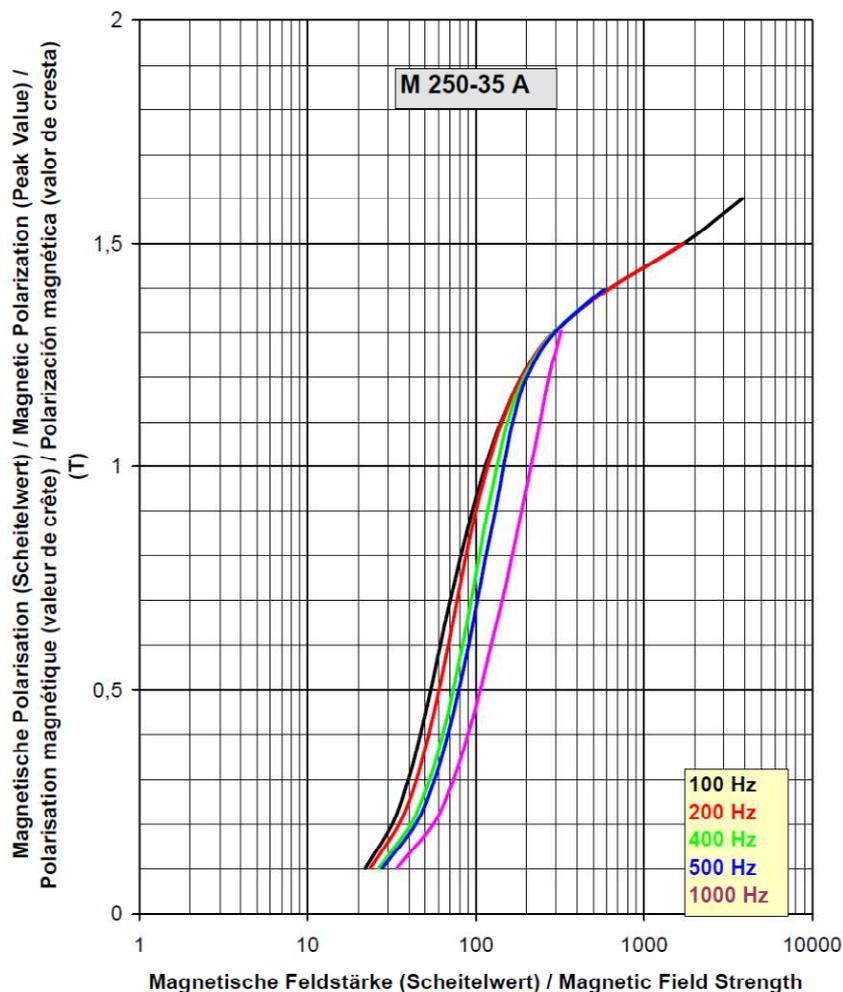


Bild 1.1: Einfluss der Frequenz auf die Magnetisierungskurve, (Quelle: Werkstoffblatt M250-35, Thyssen Krupp)

Damit sind die Verluste, die durch die Wirbelströme in den Blechkanten entstehen, nun nicht mehr über den einfachen Zusammenhang (Gl. 1.2), berechenbar:

Bei Rückwirkung der Ströme auf das anregende Feld erfolgt die Berechnung beispielsweise analog zur Berechnung der einseitigen Stromverdrängung unter Lösung der Maxwell-Gleichungen für das Durchflutungs-, das Induktions-, und das Ohmsche Gesetz. Dies ist in [4] ausführlich beschrieben.

Für die Wirbelstromverluste im Volumen V des Bleches erhält man so

$$P_w = V \frac{1}{\sigma \cdot d} \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} J^2 dy = V \frac{1}{6} \sigma \pi^2 f^2 d^2 B_{\max}^2 \frac{3}{x} \frac{\sinh(x) - \sin(x)}{\cosh(x) - \cos(x)} \quad (1.3)$$

Das heißt, die Verluste aus Gl. 1.2 werden um den zusätzlichen Term mit den Hyperbelfunktionen ergänzt. Analog zu den Gleichungen z.B. für Stromverdrängung gilt hier:

$$x = \beta \cdot d \quad (1.4)$$

$$\beta = \sqrt{\pi \cdot f \cdot \sigma \cdot \mu}$$

Da bei hohen Frequenzen der Bruchterm in Gl. 1.3 gegen $3/x$ geht, steigen die Verluste bei konstanter Flussdichte proportional zu $d \cdot f^{1.5}$ und sind nicht mehr quadratisch.

Division von Gl. 1.3 durch die Masse $M = V\rho$ liefert die spezifischen Wirbelstromverluste

$$p_w = \frac{\pi^2 \sigma \cdot d^2}{6\rho} B_{\max}^2 f^2 \frac{3}{x} \frac{\sinh(x) - \sin(x)}{\cosh(x) - \cos(x)} \quad (1.5)$$

Die für die Auswertung dieser Gleichung erforderlicher Permeabilität muss entsprechend der Flussdichte B_{\max} und der Frequenz dem Werkstoffblatt entnommen werden. D.h. wenn diese erweiterte Gleichung verwendet werden soll, muss aus der Entwurfsrechnung die Magnetisierungskurve zur Bestimmung von μ_r für die jeweilige Frequenz bekannt sein. Dies kann durch Interpolation der gegebenen μ_r Werte erfolgen. Die Blechhersteller geben diese Werte meist als μ_r -Matrix an. Für eine vorgegebene Induktion lässt sich der Verlauf $\mu_r(f)$ durch eine logarithmische Funktion des Typs

$$\mu_r(f) = a \ln(f) - b f^{\frac{1}{2}} + c \quad (1.5)$$

mit den Konstanten a,b,c gut annähern (**Bild 1.2**), was die analytische Rechnung etwas erleichtert, aber bei numerischer Auswertung der Gleichungen nicht zwingend erforderlich ist („Look up table“).

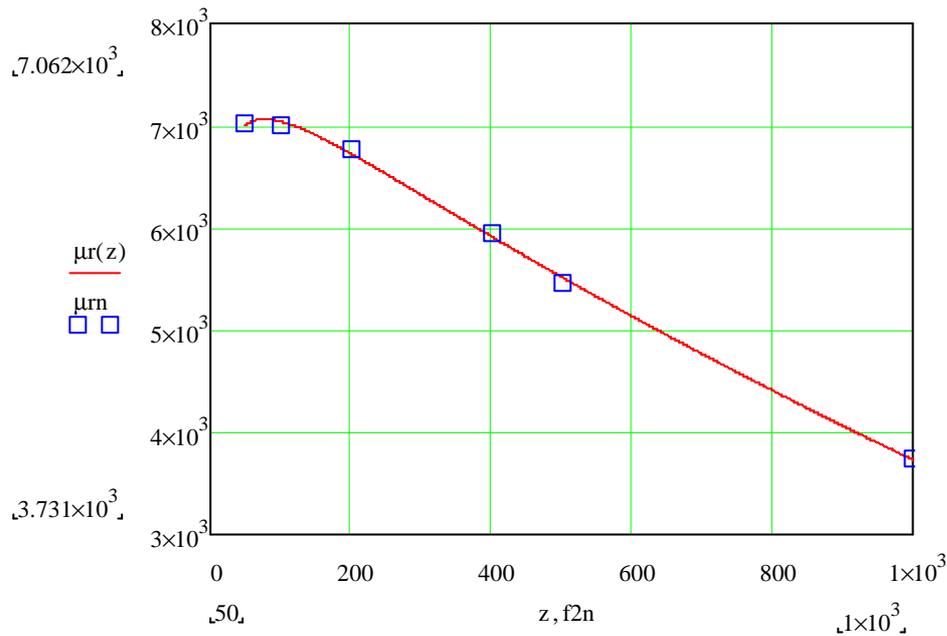


Bild 1.2: Anpassung der logarithmischen Näherung $\mu_r(z)$ –Gl.1.4, an die Messwerte für $\mu_{rn}(f2n)$ (M250-35A, $B_{max} = 1T$, $50Hz \leq f \leq 1000 Hz$)

Die Frequenzabhängigkeit der Induktionsverteilung und der Stromdichteverteilung über der Blechdicke ist am Beispiel des Werkstoffes M400-50 in **Bild 1.3** und **Bild 1.4** für eine Flussdichteamplitude von 1T dargestellt. Man erkennt, wie mit zunehmender Frequenz die Verteilung von B immer ungleichmäßiger wird, während die Amplitude der Wirbelstromdichte J zum Rand hin anwächst, jedoch im betrachteten Frequenzbereich noch weitgehend linear über der Blechdicke bleibt.

Tab.1.2 : Materialdaten M400-50

Blechdicke d	0,5 mm
Rel. Permeabilität bei 1T, 50 Hz	5927
El. Leitfähigkeit w	$2 \cdot 10^6 \text{ 1}/(\Omega\text{m})$
Dichte	$7700 \text{ kg}/\text{m}^3$
Koercitivfeldstärke	50 A/m

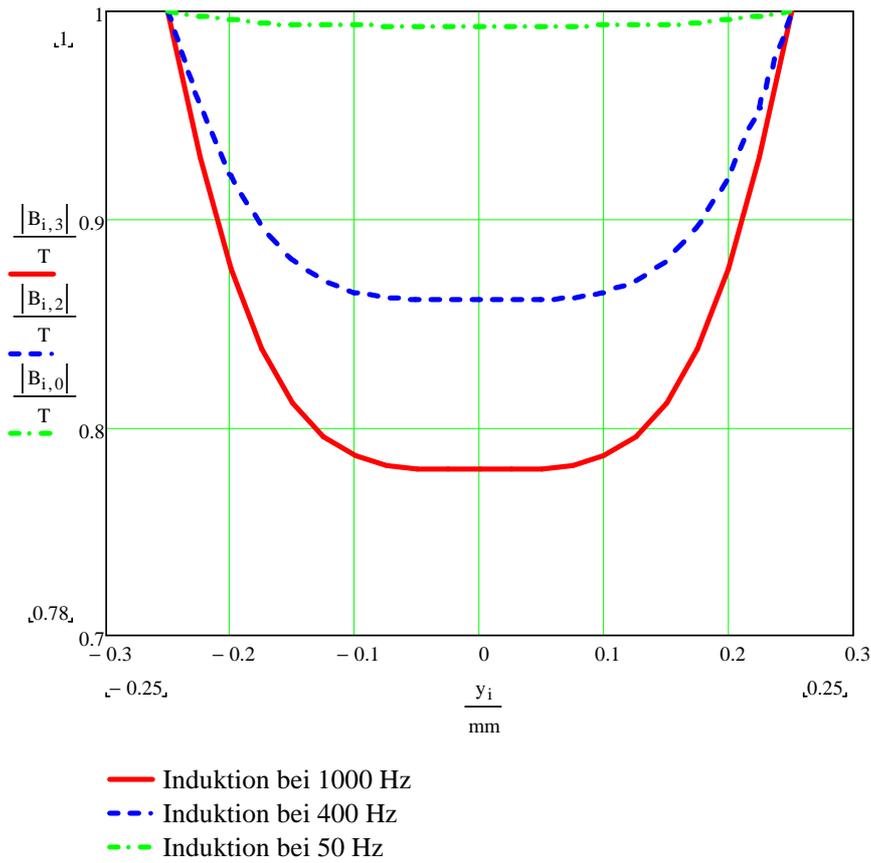


Bild 1.3: Frequenzabhängiger Betrag der Flussdichte $B(y)$ über der Blechdicke, M400-50A

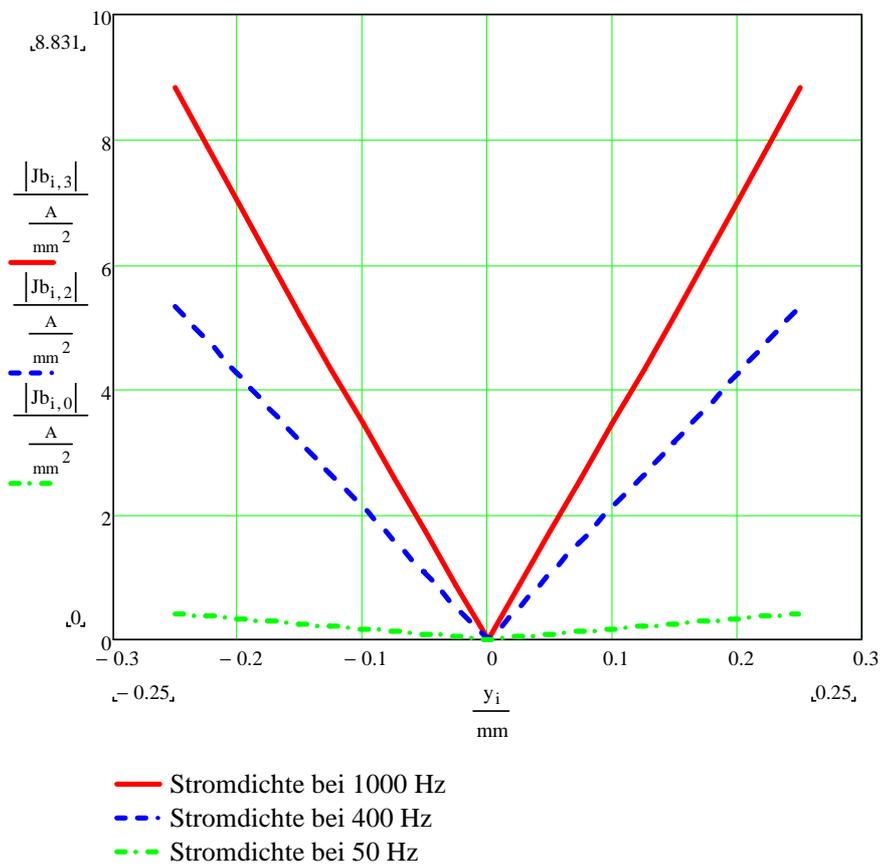


Bild 1.4: Betrag der Stromdichte $J(y)$ über der Blechdicke, M400-50A

Der Einfluss der Fertigungstechnik muss wieder durch einen Bearbeitungszuschlag k_{bw} erfasst werden. Dieser berücksichtigt i. w. die Stanzgrate, die durch die unvermeidliche Schnittluft des Stanzwerkzeuges, aber auch durch den Werkzeugverschleiß entstehen. Besonders kritisch sind hier dünne Bleche ($d \leq 0,1$ mm), bei denen Laser- oder Wasserstrahlschneiden zu bevorzugen ist. Bei richtiger Prozessführung können mit dem Laserverfahren gratfreie Bleche erzeugt werden, was bei hohen Speisefrequenzen sehr vorteilhaft ist, auch wenn das Laserschneiden immer noch teurer als Stanzen ist. Die Grate bei gestanzten Blechen können noch nach der Paketierung durch Ätzen der Luftspaltoberflächen mit 30%iger Phosphorsäure entfernt werden. Dies ist allerdings ein Prozessschritt, der schlecht in eine Serienfertigung zu integrieren ist.

In einigen wenigen Fällen wird das Drahterosionsverfahren angewendet. Hierzu werden die Blechenden erst zu einem Paket verklebt (Backlacktechnik) und anschließend die Nut- und Luftspaltkontur heruserodiert. Durch eine sorgfältige Prozessführung können Schlüsse zwischen den einzelnen Blechen weitgehend vermieden werden. Die Verschmutzung des Dielektrikums (reines Wasser) durch den Abbrand der Backlackschichten muss durch kontinuierlichen Wechsel des Wassers beseitigt werden

Übliche Werte für den Wirbelstrom - Bearbeitungszuschlag liegen bei gestanzten Blechen bei $k_{bw} = 1,5 \dots 2,5$.

1.3 Excess Verluste

Dieser Verlustanteil wurde durch Bertotti erstmals beschrieben und lässt sich auf die magnetische Dömänenstruktur des Werkstoffes mit verschiebbaren Blochwänden zurückführen. Beim Magnetisieren lassen sich die Blochwände nicht widerstandslos verschieben, so dass ein zusätzlicher Energiebedarf entsteht. Dieser Verlustanteil hängt sehr stark von der mikroskopischen Struktur und der Verteilung der magnetisierbaren Domänen im Material ab, ist also eher statistischer Natur und tritt erst bei Frequenzen oberhalb 300..400 Hz deutlich auf.

$$p_{exc} = \frac{C}{\rho} B_{max}^{1.5} f^{1.5} \quad (1.6)$$

Der Faktor C ist der zweite an die Messungen anzupassende Faktor und im Prinzip umgekehrt proportional zur Anzahl der im betrachteten Querschnitt vorhandenen magnetisierbaren Domänen.

Da die innere Materialstruktur nach dem Walzprozess festliegt, kann man davon ausgehen, dass ein Fertigungsprozesseinfluss i. a. vernachlässigbar ist. Es sei denn, dass die innere kristalline Struktur des Werkstoffes massiv verändert wird, z. B. durch Verbiegen oder andere Umformungen des Bleches.

1.4 Gesamtverluste

Die drei Verlustanteile lassen sich zu einer Gleichung zusammenfassen:

$$p_{fe} = \frac{1}{\rho} \left(4kH_c B_{mac} f \cdot k_{bh} + \frac{\pi^2 \sigma \cdot d^2}{6} B_{max}^2 f^2 \frac{3}{x} \frac{\sinh(x) - \sin(x)}{\cosh(x) - \cos(x)} k_{bw} + C B_{max}^{1.5} f^{1.5} \right) \quad (1.7)$$

Durch Anpassen von k und C lässt sich wieder auf einfache Weise ein Fit mit den Messwerten der Werkstoffblätter erreichen. Das Mitführen der frequenzabhängigen Permeabilität macht allerdings nur Sinn, wenn dementsprechende Angaben vorliegen oder gemessen werden können.

1.5 Vergleich der Verlustberechnung am Beispiel M250-35

Gemäß Werkstoffblatt von Thyssen Krupp hat dieses Material die folgenden Parameter:

Tabelle 1.3: Materialdaten M250-35

Blechdicke d	0,35 mm
Dichte ρ	7600 kg/m ³
Rel. Permeabilität bei 1T, 50 Hz	7018
Leitfähigkeit σ	1,67 10 ⁶ 1/Ωm
Koercitivfeldstärke H_c	30 A/m

Weiter ist eine vollständige μ_r -Matrix angegeben. Die Faktoren k und C wurden für den Frequenzbereich 50 .. 1000 Hz mit k = 1,2 und C = 2,25 an die Verlusttabelle für $B_{max} = 1$ T angepasst. Der Vergleich der Kurvenanpassung mit den gemessenen Verlusten ist in **Bild 1.5** wiedergegeben.

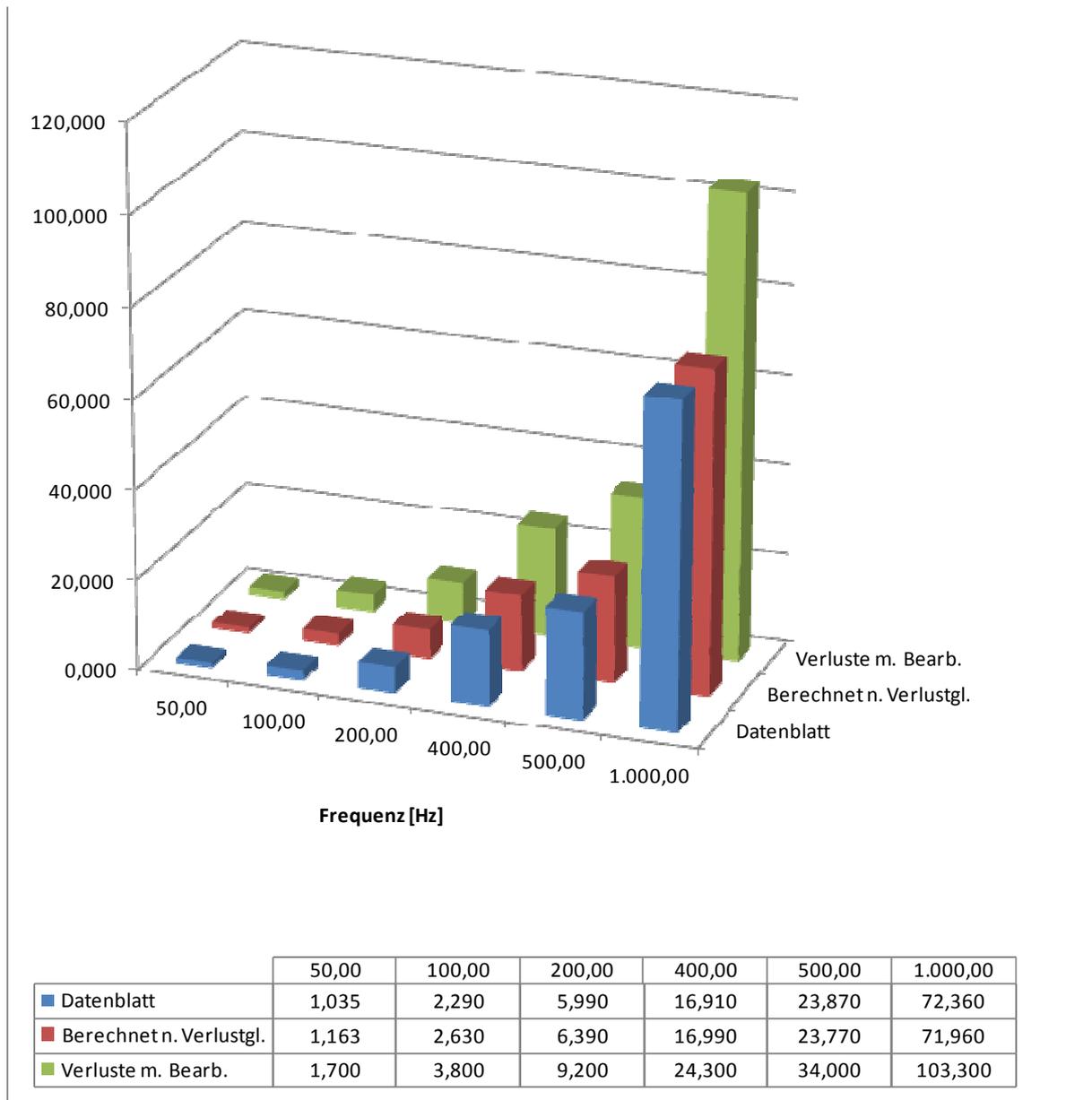


Bild 1.5 : Parameterfit für M250-35A, 1T, $k = 1,2$, $C = 2,25$, k_{bh} und $k_{bw} = 1,5$,
max. Fehler bei 500 Hz = 0,425% und 1000 Hz = 0,555 %

Der Fit nach Gl. 1.5 wurde so gewählt, dass der Fehler bei den hohen Frequenzen möglichst klein ist. In diesem Fall ist der Fit nahezu perfekt, der Fehler bei höheren Frequenzen ist deutlich kleiner als 1% und damit vernachlässigbar.

Bild 1.6 zeigt den Vergleich der neuen Gleichung mit der Steinmetzgleichung für den Frequenzbereich bis 1000 Hz.

Es wird deutlich, dass bis 400 Hz die Verluste nach Steinmetz etwas zu günstig berechnet werden, darüber liefert die Steinmetzgleichung zu pessimistische Werte. Eine Beschreibung der Wirbelstromverluste mit einem rein quadratischen Ansatz ist bei diesem Frequenzbereich nicht mehr ausreichend. Wo sich die Kurven schneiden, hängt jedoch auch von der Wahl der

Stützstellen für die Steinmetzgleichung (hier 50 Hz und 500 Hz) ab. Wie auch **Bild 1.5** zeigt, ist die neue Gleichung wesentlich genauer im gesamten betrachteten Frequenzbereich.

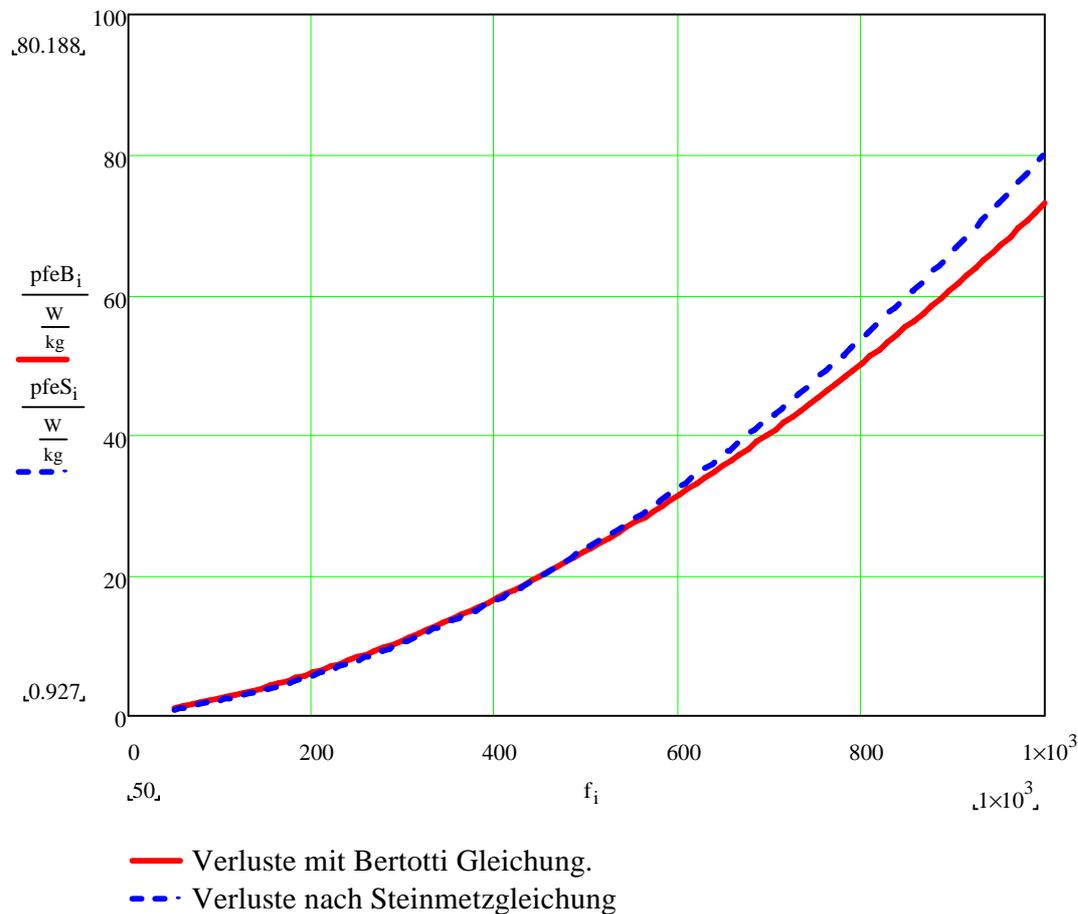


Bild 1.6: Vergleich der Verluste nach Steinmetz und Bertotti.

2 Anwendung der Verlustgleichung auf verschiedene Werkstoffe

Wegen der zunehmenden Verluste bei hohen Frequenzen wurde die Parameteranpassung auch hier speziell für hohe Frequenzen stärker gewichtet, so dass sich hier die kleinsten Fehler ergeben.

2.1 Eisenverluste M400-50A

Es gelten die Materialdaten nach Tab. 1.2. Die Anpassung an die Messwerte gelingt wegen der Berücksichtigung des Stromverdrängungsanteiles mit einem sehr geringen Fehler. Für

diesen Werkstoff ist die μ_r -Matrix bekannt. Für $k = 1$ und $C = 1,3$ erhält man den in **Bild 2.1** dargestellten Fit.

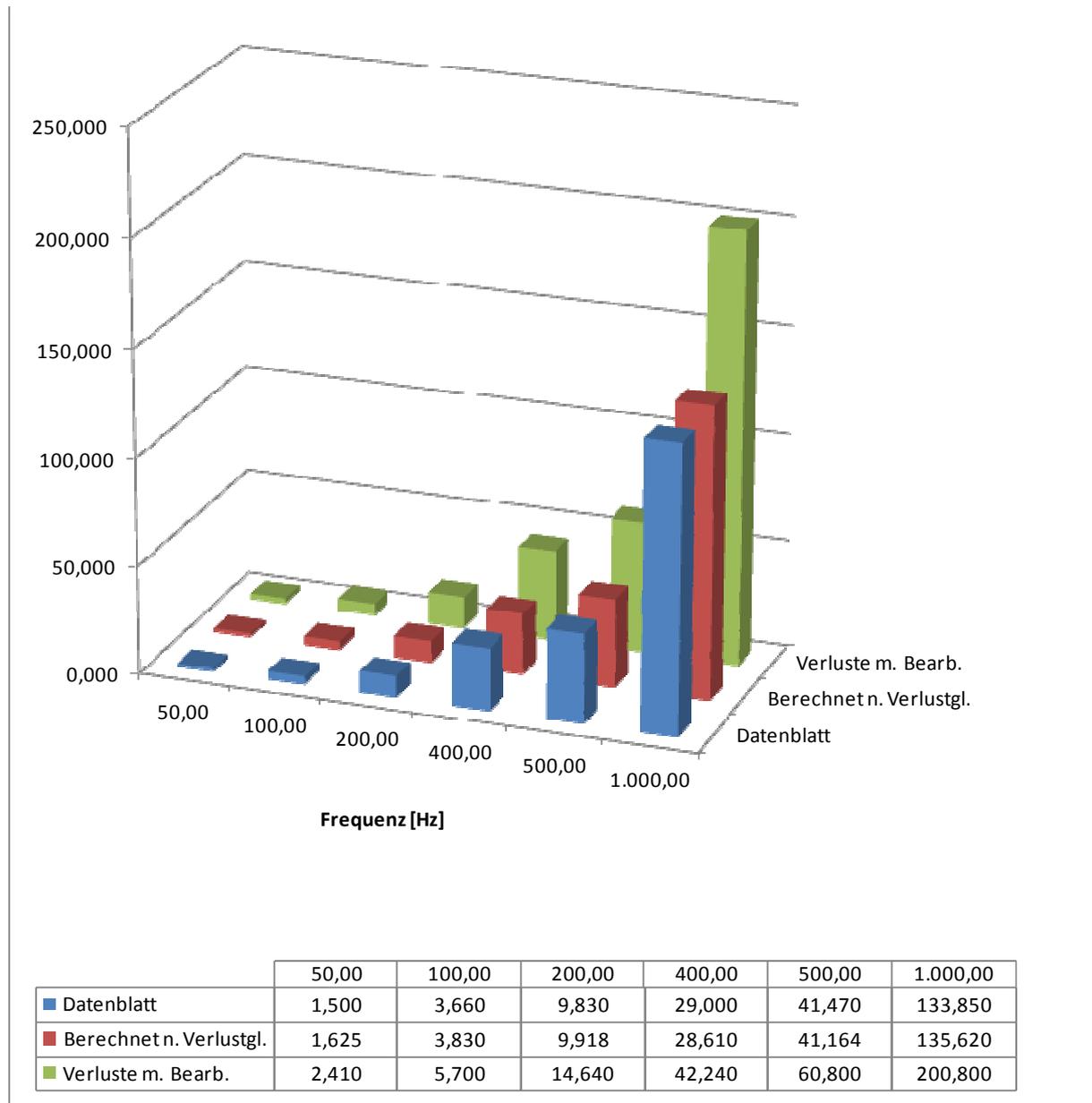


Bild 2.1: Parameterfit für **M400-50A**, 1T, $k = 1$, $C = 1,3$, k_{bh} und $k_{bw} = 1,5$, max. Fehler bei 500 Hz = 0,7% und 1000 Hz = 1,3 %

Der Fehler ist vernachlässigbar klein und dürfte innerhalb der Unschärfe der Materialparameter liegen.

2.2 Eisenverluste für die Blechsorte Vacodur

Die Anpassung an die Stützstellen der gemessenen Verlustwerte nach Werkstoffblatt [3] erfolgte für 0,35 mm Blechstärke. Für Vacodur sind vorerst keine frequenzabhängigen

Permeabilitätswerte verfügbar. Deshalb konnte hier nur die statische Permeabilität verwendet werden, wodurch die Kurvenanpassung einen vorläufigen Charakter hat.

Tabelle 2.1: Werkstoffdaten Vacodur mit opt. magn. Eigenschaften, 0,35 mm

Blechdicke d	0,35 mm
Dichte ρ	8120 kg/m ³
Stat. rel. Permeabilität bei 1T	34920
Leitfähigkeit σ	2,33 10 ⁶ 1/ Ω m
Koercitivfeldstärke H_c	85,7 A/m

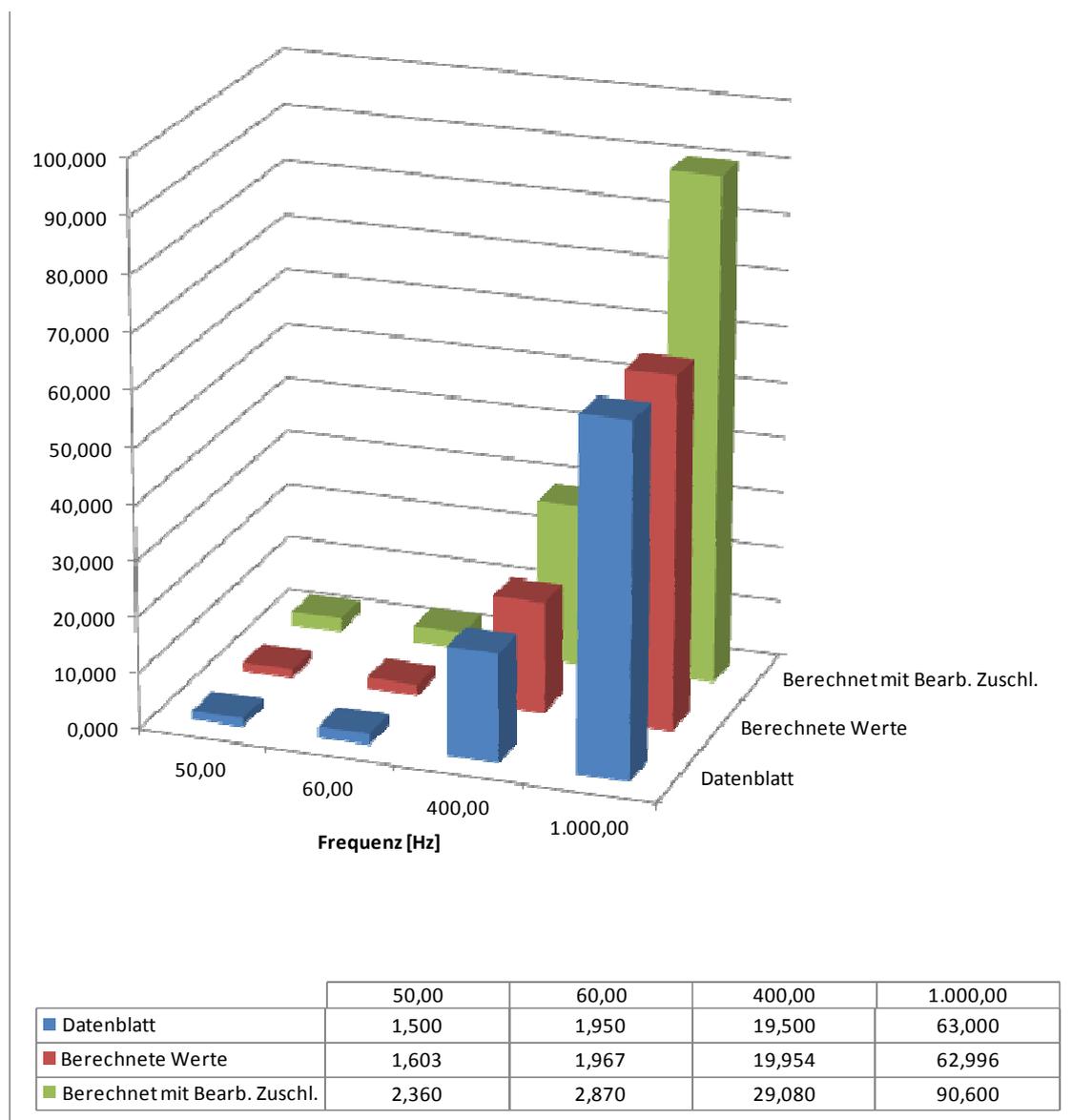
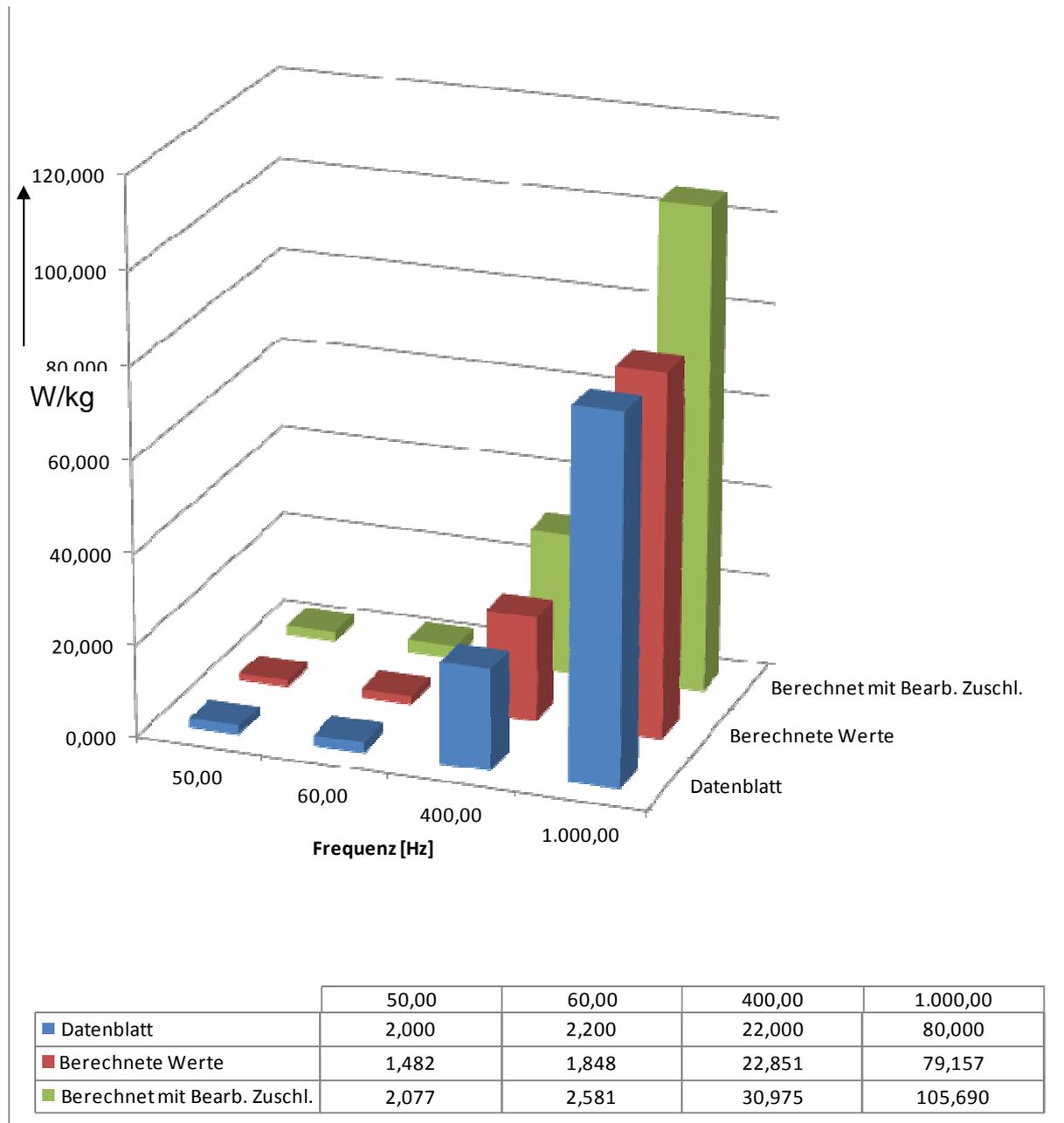


Bild 2.2: Parameterfit für Vacodur mit opt. magn. Eigenschaften, 0,35 mm, 1T, $k = 0,65$, $C = 2$, k_{bh} und $k_{bw} = 1,5$, max. Fehler bei 400 Hz = 2,3% und 1000 Hz = 0 %

Tabelle 2.2: Werkstoffdaten Vacodur mit opt. mech. Eigenschaften, 0,35 mm

Blechdicke d	0,35 mm
Dichte ρ	8120 kg/m ³
Stat. rel. Permeabilität bei 1T	27840
Leitfähigkeit σ	2,5 10 ⁶ 1/ Ω m
Koercitivfeldstärke H_c	131,4 A/m

**Bild 2.3:** Parameterfit für **Vacodur mit opt. mech. Eigenschaften, 1T, $k = 0,32, C = 6,7,$**
 k_{bh} und $k_{bw} = 1,5$, max. Fehler bei 400 Hz = 3,7% und 1000 Hz = 1,1 %

Mangels der frequenzabhängigen Permeabilität ergeben sich für k und C in beiden Fällen physikalisch unrealistische Werte, obwohl der Fit als gut bezeichnet werden muss und einfacher durchzuführen war als ohne Berücksichtigung der Stromverdrängung.

Vorzugsweise wird Vacoflux/Vacodur jedoch mit Blechstärken von 0,1 oder 0,2 mm oder deutlich darunter eingesetzt. Hier muss wegen der deutlich reduzierten Stromverdrängung nun eine neue Parameteranpassung erfolgen, wobei ein kleinerer Fehler zu erwarten ist. Da auch für diesen Werkstoff keine frequenzabhängige Permeabilität vorliegt, ist es somit sinnvoller bei der Näherung gemäß [1] mit $k = 1$ und $C = 1,73$ zu bleiben. Die formelmäßige Beschreibung der Ummagnetisierungsverluste gemäß Gl. 1.7 liefert dann für eine Blechstärke von 0,1 mm und eine Aussteuerung der Magnetisierung von 1 T bzw. 1,5 T den in **Bild 2.4** dargestellten Zusammenhang über der Frequenz.

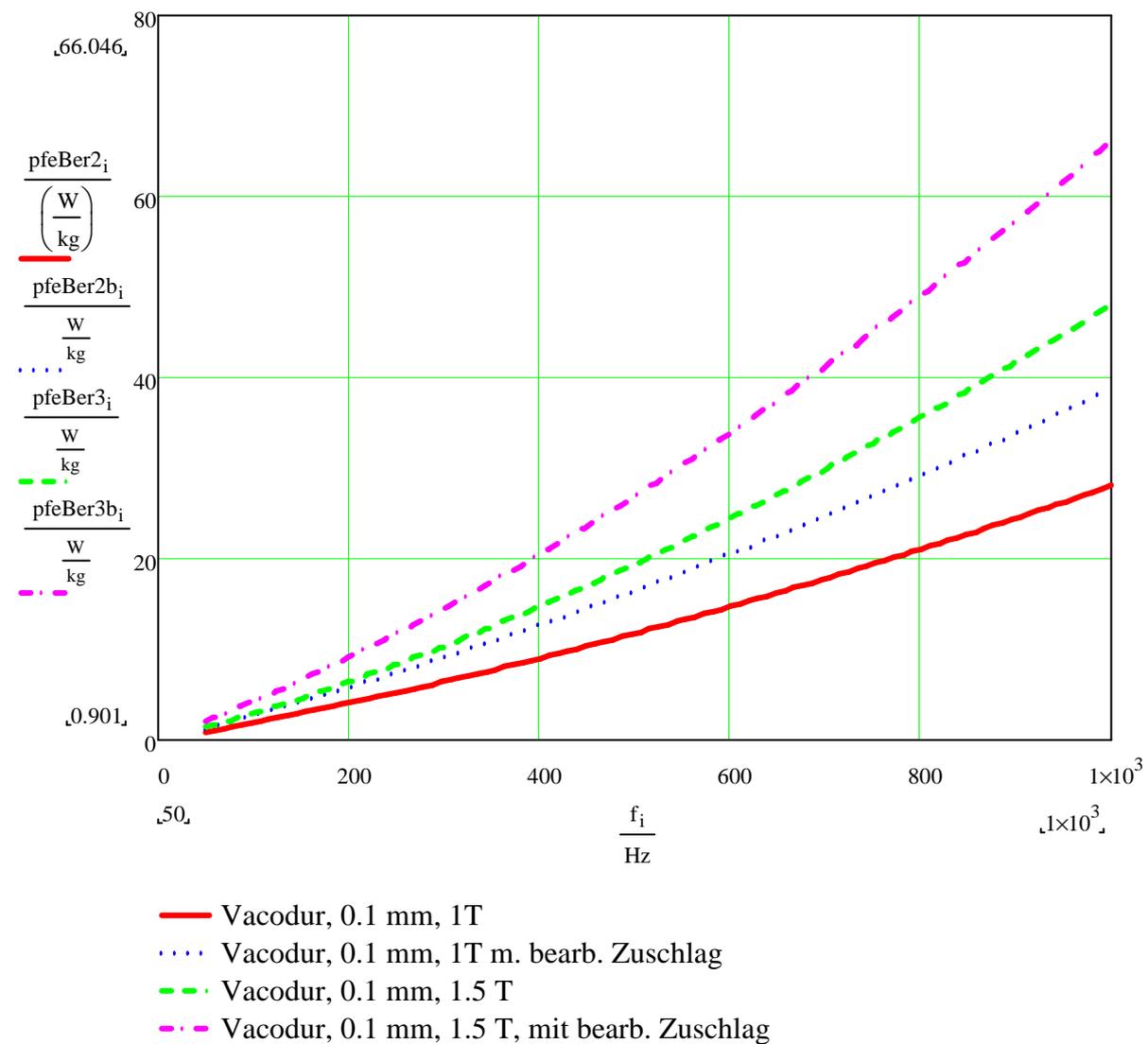


Bild 2.4: Frequenz-Verlustfunktionen für Vacodur, $d = 0,1$ mm, Parameter nach [1], k_b und k_w jeweils 1,5

Zusammenfassung

Mit einem physikalisch basiertem Verlustansatz werden die Eisenverluste für verschiedene Werkstoffsorten bestimmt. Hierzu sind nur zwei Parameter an die Messwerte der Datenblätter anzupassen. Es hat sich gezeigt, dass es zweckmäßig ist, die Stromverdrängung über der Blechdicke im Wirbelstromanteil zu berücksichtigen. Dies gelingt besonders gut, wenn die frequenzabhängige Permeabilität in Form einer μ_r -Matrix gegeben ist, was bei den Eisen-Siliziumblechen der Fall ist. Der auftretende Fehler kann dann mit den einfach zu findenden Fit-Parametern besonders bei hohen Frequenzen sehr gering (<1%) gehalten werden. Bei den hochpermeablen Eisenkobalt Legierungen liegt die μ_r -Matrix leider nicht vor, so dass hier besonders bei dickeren Blechen (0,35 mm) wegen der höheren Leitfähigkeit des Werkstoffs ein größerer Fehler bis 4% auftritt. Für die üblicherweise bei diesen Werkstoffen verwendeten Blechdicken $\leq 0,1$ mm tritt der Stromverdrängungseinfluss deutlich in den Hintergrund, so dass sich die Eisenverluste sehr genau vorhersagen lassen.

Weitere offene Fragen: Die bisherigen Verlustbetrachtungen gehen von linearer Magnetisierung aus (B//H). Die zusätzlichen Verluste bei drehender Magnetisierung (Übergang Zahn –Joch und Joch selbst) wurden bisher nicht betrachtet. Sie sind bisher in den allgemeinen Bearbeitungszuschlägen berücksichtigt.

Literatur

1	W. Pieper, J. Gerster, Total power loss density in a softmagnetic 49%Co-49%Fe-2%V-alloy Journal of applied Physics 109,07A312(2011)
2	Datenblätter Thyssen Krupp zu Elektroblechen
3	Datenblätter Vacuumschmelze zu Vacodur und Vacoflux
4	Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1968
5	W. Brix, K.A. Hempel, Anomalous rotational eddy current loss in electrical steel sheets, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 38 (1983), pp. 301-304, North Holland publishing company
6	M. Amar, R. Kaczmarek, General formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31, No.5, Sept. 1995
7	M. Birkfeld, K.A. Hempel; Eddy current loss and dynamic hysteresis loss in electrical steel sheet under two dimensional measuring conditions